論文

ガウス分布モデル波動分布関数法による伝搬ベクトル推定に関する研究

後藤　由貴[†a)]　笠原　禎也[†]　佐藤　亨[†]

Study on Direction Finding Method Using Wave Distribution Funtion with Gaussian Distribution Model

Yoshitaka GOTO[†a)], Yoshiya KASAHARA[†], and Toru SATO[†]

あらまし　地球磁気圏を伝搬するプラズマ波動の解析は，その発生・伝搬過程における媒質情報を知る手掛かりとなるが，特に伝搬ベクトルの推定は波動の伝搬特性を知るうえで重要である．本研究では，このようなプラズマの分散関係を満たす電磁波動の伝搬ベクトル推定手法である波動分布関数法を利用した新たな手法を開発し，疑似観測データにより評価を行った．波動分布関数法による伝搬ベクトル推定はいわゆる逆問題であるため，従来何らかのモデルを仮定し最適解を求める手法がとられてきた．本論文では，より高精度な推定を実現するために，パラメータに物理的意味があり原理的に最も有効であるとされるガウス分布モデルに，パラメータやモデルの特徴を生かした離散法及び積分法を導入した手法について報告する．また，求解に用いるフィッティングの前処理として，エネルギー関数の考え方を利用した近似解分布推定法を提案し，非ガウス分布をもつ波動の判別やガウス分布でのフィッティングの初期パラメータの決定に有用であることを示す．

キーワード　伝搬ベクトル方向推定，波動分布関数法，逆問題，ガウス分布モデル，エネルギー関数

1. まえがき

近年，放送や通信といった従来の用途に加え，測位や地球環境モニタ等人工衛星の利用が多様化しつつある．また近い将来の実現へ向けて，国際宇宙ステーションや宇宙太陽発電所といった地球周辺の宇宙空間を利用した大規模プロジェクトが計画されている．このような宇宙空間の本格的な利用に伴い，宇宙天気予報など地球周辺環境の調査の必要性が注目を集めている．

筆者らのグループは，科学衛星「あけぼの」搭載のVLF 波動観測装置 [1], [2] を用い，地球磁気圏を伝搬する波動の過去 11 年間のデータを蓄積してきた．磁気圏内では波動と粒子の相互作用により様々な波動が励起され伝搬している．これらのプラズマ波動は地磁気やプラズマの影響で外部磁場を含むプラズマ中での波動の分散関係を満たすため，その発生・伝搬過程において媒質の影響を強く受ける．

† 京都大学大学院情報学研究科，京都市
Graduate School of Informatics, Kyoto University, Kyoto-shi, 606–8501 Japan
a) E-mail: ygotou@aso.cce.i.kyoto-u.ac.jp

2000 年 3 月に打ち上げられた IMAGE 衛星は太陽風の地球磁気圏への影響の調査を目的としており，3 kHz〜3 MHz の電磁波を放射し，様々な方向から反射してきた波を受信することにより磁気圏各所の空間構造を推定するという，電磁波によるプラズマ環境の調査が計画の一つに含まれている．また，1997 年秋まで運用されてきた船舶の遠距離航行支援システムで用いられたオメガ信号は磁気圏内にも伝搬し，あけぼの衛星上で連続的に観測できることから，その伝搬特性を利用した伝搬路の電子密度分布推定に関する研究などが行われてきた [3], [4]．ただし，現在我々が積極的に利用できるのは，オメガ信号のように特性がわかっている人工信号に限られており，自然波動に関しては発生・伝搬機構そのものが議論されるケースが多く，今後の観測データ処理及び理論解析により全容を明らかにするとともに，逆にその特性を積極的に利用した研究の必要性が高まると考えられる．このように，プラズマ波動の伝搬特性と伝搬媒質の間には密接な関係があり，その伝搬特性の解析により地球周辺環境に関する新たな知見の取得が期待される．

プラズマ波動の伝搬特性を知るうえで重要なのが伝

搬ベクトル方向であるが，通常の科学衛星による観測は一点観測であるため，その方向推定には空間的に限られた電磁界データしか利用できないという問題点がある．また空間的に発生領域が広く分布している場合がある自然波動の到来方向推定においては，複数方向から同時に波動が到来したり，また波動分布そのものが平面波近似を満たさない可能性も考えられる．こうした問題に対して，波動分布関数法の適用が提案されている．Storey and Lefeuvre [5], [6] により提唱された波動分布関数法は，観測点における到来波動の電磁界成分と，到来波の到来角に対するエネルギー密度分布との関係を数式をもって関係づけた．しかし，この式は積分形の非線形連立方程式であるため解析的に解くことはできず，電磁界情報からエネルギー密度分布を求めるためには不適切逆問題を解く必要がある．そのため，従来から何らかのモデルを仮定し最適解を求める手法がとられてきた．

笠原ら [7] により提唱されたガウス分布モデルは，パラメータに物理的意味があり，到来波を的確に表現できるモデルとして，原理的には最も有効であるといえる．このモデルの求解は評価関数を用いて，パラメータをフィッティングにより求めるという手法をとる．このような求解は，評価関数によりフィッティングの成否を評価できるという利点がある反面，条件によっては計算量が膨大になり現実的でなくなる可能性があるため，有効なアルゴリズム開発が必要不可欠であった．本論文では，大幅な計算量削減と推定精度向上のために開発されたアルゴリズムについて報告する．

2. 波動分布関数法

波動分布関数法では，観測点に到来する波を無限個の平面波の重ね合せと考え，伝搬ベクトルをエネルギー密度分布として表現する．波動分布関数は，観測点に到来する波動の伝搬ベクトルのエネルギー密度を表しており，特定の角周波数 ω に対して $F(\omega,\theta,\phi)$ と表現できる．(θ,ϕ) は伝搬ベクトル方向を表しており，本論文では図 1 で示されるような，外部磁場を z 軸正の方向，xz 面を地球の磁気子午面と一致させた地磁気座標系で，θ は天頂角，ϕ は方位角と定義する．

一方，スペクトルマトリクスは一般化した電磁界 $g_i(t)$ の複素フーリエ成分 $G_i(\omega)$ を用いて，次式で表される．

$$S_{ij}(\omega) = \langle G_i(\omega) \cdot G_j(\omega)^* \rangle \quad (1)$$

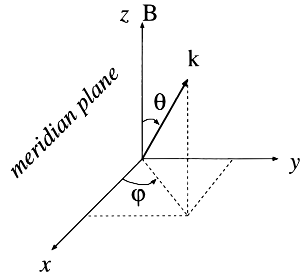


図 1　地磁気座標系
Fig. 1　The geomagnetic coodinate system.

$\langle \cdot \rangle$ はアンサンブル平均を表す．角周波数 ω，伝搬ベクトル方向 (θ,ϕ) で伝搬する単位エネルギーの波動のスペクトルマトリクスは電子密度などのプラズマパラメータを与えることにより，プラズマ中を伝搬する波動の分散関係式から理論的に計算が可能であり，積分核と呼ばれる．積分核を $a_{ij}(\omega,\theta,\phi)$ と表現すれば，スペクトルマトリクスと波動分布関数は次式で関係づけられる．

$$S_{ij}(\omega) = \frac{\pi}{2}\int_0^{2\pi}\int_0^{\pi} a_{ij}(\omega,\theta,\phi)F(\omega,\theta,\phi) \times \sin\theta \mathrm{d}\theta \mathrm{d}\phi \quad (2)$$

式 (2) において，観測値から求めたスペクトルマトリクス S_{ij} と理論式から導かれる積分核 a_{ij} は既知であるので，これらの値から波動分布関数 F を求めることで，到来波の伝搬ベクトル方向を知ることができる．しかし，式 (2) は積分形の非線形連立方程式であるため解析的に解くことはできず，解分布を求めるためには，観測値 S_{ij} に基づき F を θ,ϕ の関数として求める像再構成問題を取り扱うことになる．このような逆問題に対し従来から，最大エントロピー（ME）法 [8]，フィリップスティコノフ正則化（PT）法 [9]，1–2 方向モデル [10] など様々なモデルが提案されている．それぞれの方法には一長一短があり，対象となる波動現象に応じて適切な方法を導入することが解析を行ううえでの重要なポイントとなる．

3. ガウス分布モデルによる求解

3.1 ガウス分布モデル

ガウス分布モデルは到来波のエネルギー密度分布がガウス分布であると仮定したモデルであり，方向と広がりのパラメータを導入することにより様々な分布波源に対応できるという特徴をもつ．一波について到来

波の中心方向 (θ_l, ϕ_l)，強度 α_l，広がり d_l の四つのパラメータを未知数とし，波動分布関数 F は，

$$F(\omega,\theta,\phi)=\sum_{l=1}^{N}\alpha_l \exp\left\{-\left(\frac{d_{l0}(\theta,\phi)}{d_l}\right)^2\right\} \quad (3)$$

と表される．N は仮定する到来波数，$d_{l0}(\theta,\phi)$ は到来波の中心方向 (θ_l,ϕ_l) と (θ,ϕ) の成す角を表す．

ガウス分布モデルでは仮定する到来波数 N に対して $4N$ 個の未知数をフィッティングすることにより解分布を求める．以下に未知パラメータの推定手順を示す．

［Step 1］ パラメータ θ_l, ϕ_l, d_l を離散化し，そのすべての組合せに対応するスペクトルマトリクスを式 (2)，(3) により計算する．

［Step 2］ Step 1 で計算したスペクトルマトリクスから，線形結合により観測値を最も良く再現する組合せを選択する．

［Step 3］ Step 2 で選択したスペクトルマトリクスを構成するパラメータの値を初期値として，観測値 $\boldsymbol{S}=[S_{ij}]$ と推定パラメータから式 (3) を用いて計算されるスペクトルマトリクス $\boldsymbol{Q}=[Q_{ij}(F)]$ の正規化 2 乗残差

$$\eta(F)=\left\|\frac{S_{ij}-Q_{ij}(F)}{S_{ij}}\right\| \quad (4)$$

が最小となるように非線形最小 2 乗法を用いてパラメータを推定する．

上記のように，線形及び非線形の最適化計算を組み合わせることにより，$4N$ 個の未知数を含む非線形最小 2 乗フィッティングを効率良く行う．しかし，3 波以上の到来波を仮定した場合，単純に全パラメータについて同時に最適パラメータを求めると，求解に非常に大量の計算時間を要し，現実的ではない．また，式 (2) の数値積分を単純に行うと，計算精度の観点からも実用上問題があるので，筆者らが提案するガウス分布モデルに特化した数値計算法を開発した．以下に改良点の詳細を述べる．

3.2 ガウス分布モデルの数値積分法

式 (2) の積分に関して，ガウス分布モデルの形状に適合した計算手法を適用した．波動分布が存在する範囲にのみ数値積分の格子を設け，波動分布の大きさに応じて格子間隔を調節することで計算精度を向上させ，かつ計算量を削減した．

具体的には，与えられた到来方向中心を表すパラメータ θ_l, ϕ_l から，(θ_l, ϕ_l) 方向を天頂方向とする座標系での方向ベクトルを地磁気座標系に変換する行列

$$U=\begin{pmatrix}\cos\theta_l\cos\phi_l & -\sin\phi_l & \sin\theta_l\cos\phi_l\\ \cos\theta_l\sin\phi_l & \cos\phi_l & \sin\theta_l\sin\phi_l\\ -\sin\theta_l & 0 & \cos\theta_l\end{pmatrix} \quad (5)$$

を用いることで到来方向に対して，図 2 のように同心円と中心からの放射状の直線により積分格子を構成した．格子を構成する同心円の間隔をパラメータ d_l に応じて調整することでガウス分布形状に対し格子を固定し，各格子点の強度を分布の広がりによらず一定とした．従来は図 3 (a) に示すように Spline 補間などを用いて数値積分を行う必要があったのに対し，(b) に示すように被積分値を，格子点によって囲まれる面積とその面積を囲む格子点上で得られる積分核の平均値から直接算出することにより，一般的な疑似平面積分と比較して高速で精度の良い計算が可能となった．

3.3 到来方向パラメータの均等離散化

Step 1 の非線形パラメータの離散化において，非線形パラメータ θ, ϕ を独立に均等分割する方法は，離散点の分布密度が到来方向全体に対して不均一となり好ましくない．これに対し，図 4 に示すように天頂角を表す θ のみを均等に分割し，方位角を表す ϕ の分割数を θ の値に応じて変化させることで到来方向全体に対し均一に離散化した．すなわち，本研究では ϕ の分割数は $\sin\theta$ に比例するように決定した．

提案法の評価を以下のように行った．初期値探索で得られる初期値が，できるだけ大域的最小解の近傍に選ばれるように，パラメータ θ を 6° 間隔で分割し，到来方向全体を 1,084 方向に離散化する．比較と

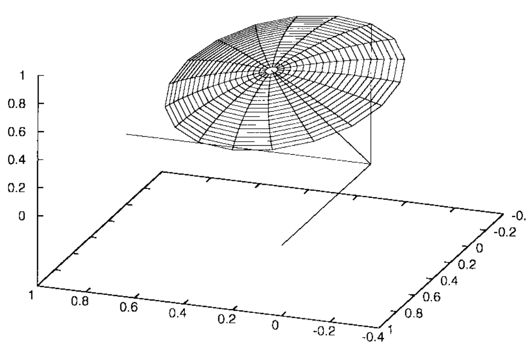
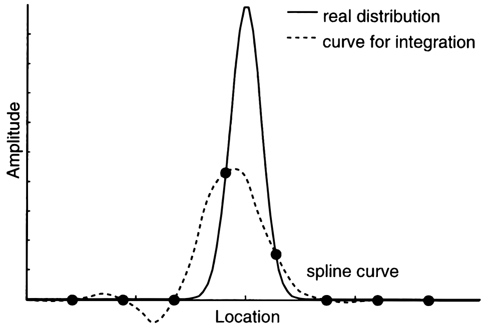
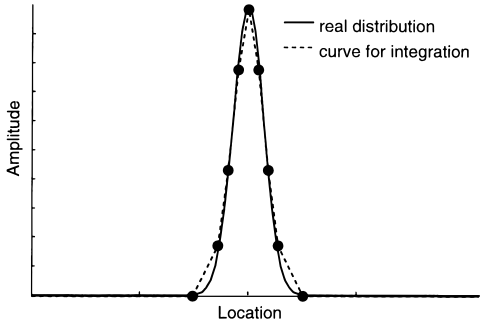


図 2 ガウス分布に適合した積分格子
Fig. 2 Grids used for the numerical integration.



(a) The former method



(b) The proposed method

図 3　各格子点における被積分値

Fig. 3　Curves used for the integration; (a) the former method, (b) the proposed method.

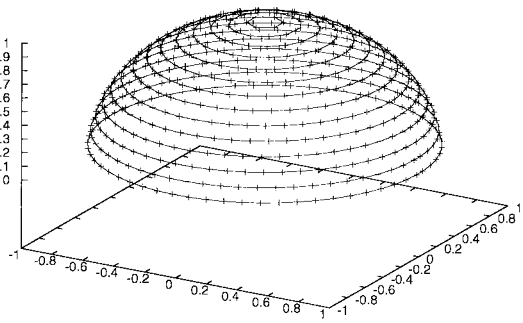


図 4　到来方向全体に対して均一に離散化

Fig. 4　The configuration of the grid points in (θ, ϕ) space.

して，パラメータ θ, ϕ を独立に均等分割する方法，乱数により到来方向全体に無作為に配置する方法も同数の離散化で評価を行った．図 5 は，無作為に仮定した 100,000 方向について，最寄りの離散点までの角度距離が，0〜10° まで 0.1° 刻みで区切られた各範囲に何%含まれるかを示している．実線 (a) が到来方向全

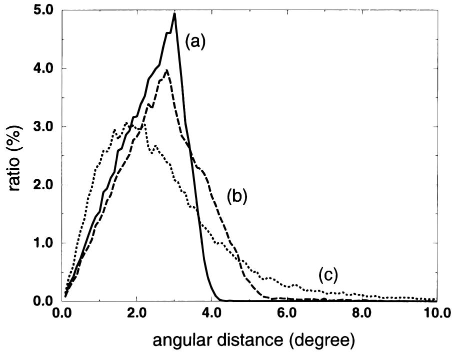


図 5　方向に関するパラメータの離散化手法に関する評価；(a) 提案法，(b) θ, ϕ を独立に均等分割する方法，(c) 乱数により無作為に方向を設定する方法

Fig. 5　Distributions of the minimum distances between simulated 100,000 directions and the grid points; (a) the proposed method, (b) the configuration in which the variables θ and ϕ are separately divided, (c) the configuration in which grid points in (θ, ϕ) space are randomly determined.

体で均一になるように離散化した提案法，破線 (b) がパラメータ θ, ϕ を独立に均等分割する方法，点線 (c) が乱数により無作為に方向を設定する方法である．ただし，(b) の離散化法は，評価が最も良くなるように θ と ϕ の分割数を振り分けた．図 5 より，提案法は角度距離が 3° の頻度が最も多く，4.4° 以内にすべて収まっている．一方，θ, ϕ に関して独立に均等離散化する方法も 3° 付近の頻度が最も多くなるが，最悪値が 6° 以上となり，到来方向によっては初期値推定の誤差が大きくなるといえる．また，無作為に離散化した場合，最悪値が 10° 以上になり，均一な離散化には不適当であった．

3.4　エネルギー関数を利用した前処理

Step 2 で離散化された非線形パラメータの組合せから最小 2 乗法に用いる初期値を選択する際，複数の到来波を仮定すると最適値を総当りで探索するのは計算量の点から困難である．これに対し，エネルギー関数を利用した初期値の選択法を提案する．エネルギー関数は，ニューラルネットワークのホップフィールドマシン [11] などで用いられる概念で，最適な組合せが選択されたときに最小となるエネルギー関数 $E(\boldsymbol{x})$ を定義し，E に関する微分方程式系を用いることで求解を行う．波動分布関数法では，複数の到来波が同時に観測されたときの電磁界から導かれるスペクトルマトリクス $\boldsymbol{S}$ は，各到来方向のエネルギー分布に対応する

スペクトルマトリクスの線形結合により表現される．つまり，離散化された各到来方向に対しガウス分布のエネルギーを仮定し，観測値の再現性が最も良い組合せが求まれば，それが最小 2 乗法に必要となる最適な初期値であるといえる．

広がり $d = 5^\circ$ で単位強度のエネルギーをもつ離散化された各方向から到来する波動に対応するスペクトルマトリクス $\boldsymbol{q}_k$ の線形結合

$$\boldsymbol{Q} = \sum_{k=1}^{n} a_k \boldsymbol{q}_k \tag{6}$$

が観測値 $\boldsymbol{S}$ と最も一致するように結合強度 $\boldsymbol{a} = (a_1, a_2, \cdots, a_n)$ を求める．a_k $(k = 1 \cdots n)$ は拘束条件の数を考慮し 0 または 1 の 2 値の離散値とするが，計算上は a_k を表す連続変数 x_k を用いる．$\boldsymbol{q}_k$ は十分に多くの方向を想定し，それぞれが波動分布関数法で仮定される無数の波動の個々のエネルギー要素に対するスペクトルマトリクスを表す．すなわち a_k は個々のエネルギー要素の存在の有無を表している．$\boldsymbol{S} = \boldsymbol{Q}(\boldsymbol{x})$ は $\boldsymbol{x}$ に関して線形ではあるが，$x_k \geqq 0$ の条件によりこの等式を満たす組合せは存在しないことがシンプレックス法により証明できる．そこで，この等式が満たされるときに 0 となるエネルギー関数 $E(\boldsymbol{x})$ を以下の式のように，観測値及び推定値から計算されるスペクトルマトリクスの各要素 S_{ij} と Q_{ij} の比の分散として定義する．

$$P_{ij} = \frac{Q_{ij}}{S_{ij}} \tag{7}$$

$$P_{\mathrm{ave}} = \frac{1}{m} \sum_{i,j}^{m} P_{ij} \tag{8}$$

$$E = \frac{1}{m} \sum_{i,j}^{m} (P_{ij} - P_{\mathrm{ave}})^2 \tag{9}$$

式中の m は有効な観測成分から求めることができる相関の総数である．この定義により，観測波動の絶対強度によらず結合強度 x_k の定義域を 0〜1 の間に限定でき，$\boldsymbol{a}$ の最適値選択問題は，エネルギー関数 $E(\boldsymbol{x})$ の最小値問題に帰着される．本研究ではこの最小値問題に対して，安定な収束が得られる最急降下法を用いた．最急降下法はローカルな極小値に解が収束する場合があり，大域的最小解が得られる保証がないため，ランダム遷移を加えたハイブリッドアルゴリズムを用いることにより，より小さなエネルギー関数を実現する手法を導入する．

まず，最急降下法に用いる微分方程式系は E に対して，

$$\frac{\mathrm{d}x_k}{\mathrm{d}t} = -x_k(1 - x_k)\frac{\partial E}{\partial x_k} \tag{10}$$

と定義する．この微分方程式系は式の形からわかるように，非線形であり解析的に解くことはできない．しかし，n 次元の超立方体

$$C \equiv \{\boldsymbol{x} | \boldsymbol{x} = (x_1 \cdots x_n), 0 \leqq x_k \leqq 1, k = 1 \cdots n\} \tag{11}$$

の中に初期値を設けることにより，式 (10) の解曲線は C 内にとどまり，決して C の外へ出ることはない．これは，変数 x_k が C のある境界に近づいたとき，境界に垂直な方向へ加わる力が式 (10) の右辺第 1，2 項の働きにより限りなく 0 に近づくためである．また E の時間変化は，

$$\frac{\mathrm{d}E}{\mathrm{d}t} = \sum_{k=1}^{n} \frac{\partial E}{\partial x_k} \cdot \frac{\mathrm{d}x_k}{\mathrm{d}t} \tag{12}$$

$$= -\sum_{k=1}^{n} x_k(1 - x_k)\left(\frac{\partial E}{\partial x_k}\right)^2 \leqq 0 \tag{13}$$

となり，微分方程式系の状態 $\boldsymbol{x}$ が C の内部にある軌道を動くとき，その各状態から定まるエネルギー $E(\boldsymbol{x})$ の単調減少が保証されている．よって，C 内に適当な初期値を与えることによりエネルギーは時間の経過とともに小さくなり，$\mathrm{d}E/\mathrm{d}t = 0$ となるまで減少し続ける．この微分方程式系の平衡点は式 (13) の右辺が 0 となる $x_k = 0$ または $x_k = 1$，あるいは x_k が $0 < x_k < 1$ の範囲で $\partial E/\partial x_k = 0$ を満たす場合である．E を x_k の関数とみた場合，x_k の 2 次の項が存在するため，E は一つの極小値をもつ可能性がある．この極小値が $0 < x_k < 1$ の範囲に存在することは極めてまれであるが，このような場合にはしきい値を設けて x_k を 0 または 1 に 2 値化することで実用上問題ないことを確認している．

離散化した到来方向約 1,000 方向に対して平衡点は 2 の累乗の個数が存在するため，適当に与えた初期値から最急降下法により収束する平衡点は一般にローカルな極小値となる．最急降下法ではエネルギー関数が増加する方向への状態変化を許容しないため，この極小値からの脱出は不可能である．そこで，ローカルな極小値を脱し，より大域的な最小解を得るために，ランダム遷移を利用する（図 6）．

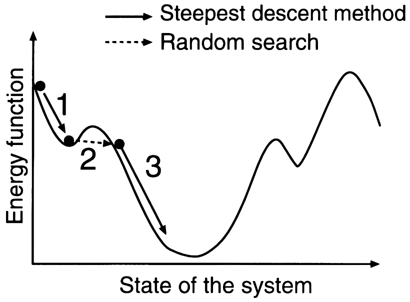
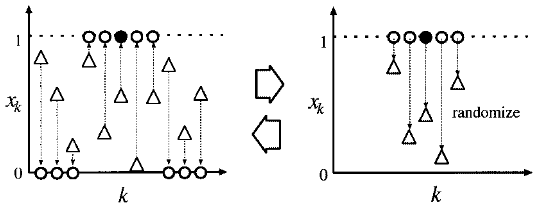


図 6　エネルギー関数の変化の概念図
Fig. 6　A schematic figure of the transition of the energy function.



(a) The steepest descent method　(b) The random search method

図 7　状態 $\boldsymbol{x}$ の変化の模式図
Fig. 7　Schematic figures of the state transitions of $\boldsymbol{x}$; (a) the steepest descent method, (b) the random search method.

図 7 (a) に示すように，各 x_k は乱数により $0 \leqq x_k \leqq 1$ の範囲で適当に与えた初期値（図中では三角印）から最急降下法により E が小さくなる方向（図中の矢印方向）へ移動する．各 x_k は，(a) の丸印で示すような分布を形成する．このときに得られる分布が，図中の黒丸で示した真の分布に対して周辺部分に広がって推定される傾向があることを利用して，状態 $\boldsymbol{x}$ に関して $x_k = 0$ に収束した領域を波動が存在しないものとして無視することにより，定義域を縮小し高速化する（図 7 (b)）．この縮小により，もとの系に対しての大域的最小解が定義域に含まれなくなる可能性もあるが，後に示すシミュレーションから平衡点における推定解が常に近似解を含んでいることを確認した．その後，(b) の矢印で示すように，縮小された定義域内で再び乱数により図中三角印のように値を与え，再度最急降下法により平衡点を求める．ただし，この平衡点におけるエネルギーが系の縮小前の平衡点のエネルギーよりも大きくなる場合，乱数により値を与えなおす．この動作を繰り返すことにより，よりエネルギー関数の小さい値を実現する状態を求めた．ここで，十分に小さいエネルギー関数の値を実現している状態が真の分布とほぼ一致していることから，得られる分布が大域的最小解そのものである必要はないことに注意する．

この前処理において得られる分布は，広がり $d = 5°$ で単位強度をもつ複数の波動のエネルギー分布の和として表現される．フィッティングに必要な到来波数に関しては，ある程度まとまりをもった分布群の数より決定する．また非線形最小 2 乗法に用いる初期値の選択は，各分布群からそれぞれ到来方向及び最適な分布の広がりを格子探索により求めた．

4. シミュレーションによる評価

提案アルゴリズムを用いたガウス分布モデルによる伝搬方向の推定精度について，波動の伝搬ベクトル方向が既知の擬似データを用いて評価した．擬似データは，仮定した到来波のエネルギー密度分布より式 (2) を用いて作成した．擬似データの作成に用いたプラズマパラメータは，電子のプラズマ周波数を 400 kHz，サイクロトロン周波数を 60 kHz とし，波動の伝搬モードは周波数 10 kHz のホイスラモードを仮定した．この条件での共鳴角は $\theta = 80,\ 100°$ である．

今回到来波として，単一平面波，ガウス分布をもつ波動，ひずんだガウス分布をもつ波動，共鳴角に沿って細長い分布をもつ波動の 4 種類を仮定した．これらの仮定した波動分布を用いて得られたスペクトルマトリクスから逆に ME 法，PT 法及びガウス分布モデルを用いてそれぞれ推定を行った．

まず，単一平面波に対する推定結果を図 8 に示す．(a) は疑似データとして与えた波動分布を表しており，ここでは波動の到来方向を，$(\theta, \phi) = (30, 60°)$ と仮定した．また，疑似データから ME 法，PT 法，ガウス分布モデル法で求めた波動分布（再生像）を，それぞれ (b)〜(d) に示す．各図は，円の中心を外部磁場に対して平行方向 $(\theta = 0°)$ とし，半径方向に伝搬角 θ（円周部が $\theta = 90°$），円周方向に磁気子午面との成す角 ϕ としている．なお，$90° \leqq \theta \leqq 180°$ の領域は波動分布が存在しないため図示していない．濃淡は波動のエネルギー密度分布，すなわち波動の伝搬ベクトル方向を示す．図より，ME 法は若干解分布の広がりが大きいものの，比較的仮定した分布に近い推定を行っていることがわかる．一方，PT 法では到来方向が非常に広い領域にわたって分布する解を推定している．こ

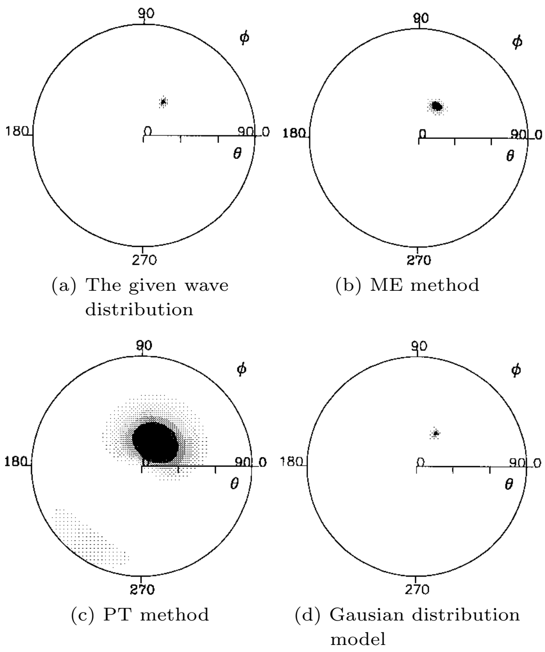


図 8　単一平面波に対する各モデルの推定結果

Fig. 8　Simulation results; (a) the given wave distribution (a point source), and by (b) Maximum entropy method (MEM), (c) Phillips-Tikhonov regularization method (PTM), and (d) Gaussian distribution model (GDM).

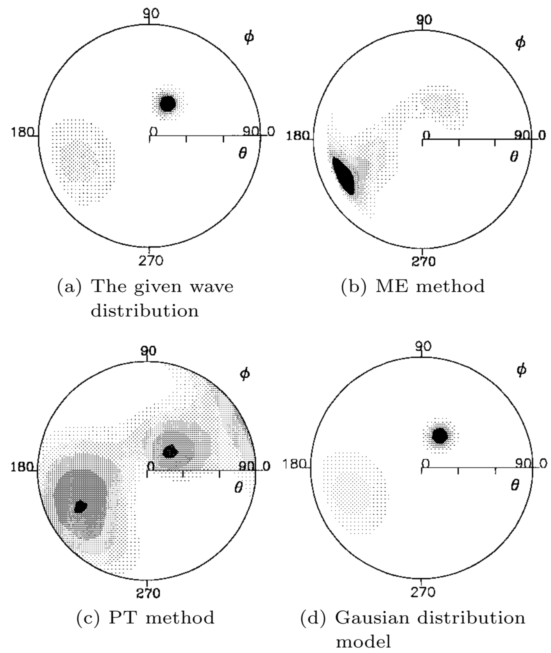


図 9　二つのガウス分布に対する各モデルの推定結果

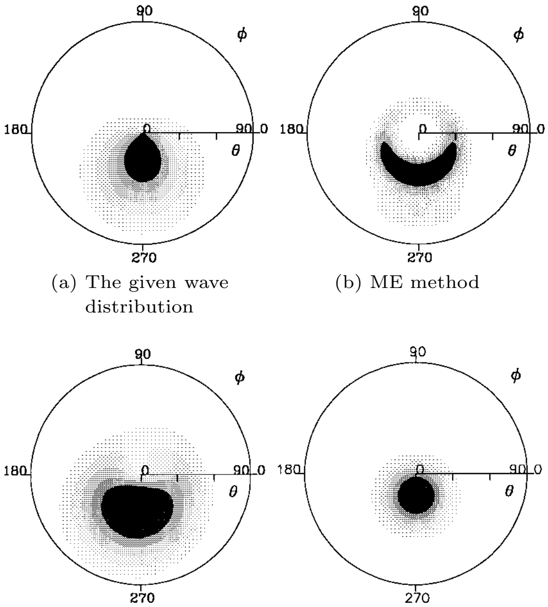
Fig. 9　Simulation results; (a) the given wave distribution (two Gaussian distributed sources), and by (b) MEM, (c) PTM, and (d) GDM.

れに対し，ガウス分布モデルでは非常に正確に分布を再現している．他の平面波の例に関しても同様の結果が得られた．

次に，ガウス分布をもった二つの波動が到来する例の推定結果を図 9 に示す．図の見方は図 8 と同様である．到来波は，分布の中心が $(\theta, \phi) = (30,\ 60^\circ)$ の方向で強く広がりの小さいものと中心が $(\theta, \phi) = (60,\ 200^\circ)$ の方向で弱く広がったものを仮定している．ME 法，PT 法による推定はともに，二つの波源の再生像が干渉し合う形で解にひずみが出るとともに，両波源の広がり具合や二つの波の強度比などが忠実に再現できていないことがわかる．それに対し，ガウス分布モデルを用いた解析結果では，到来方向，広がり，強度比のすべてのパラメータに関して非常に正確な推定結果が得られた．

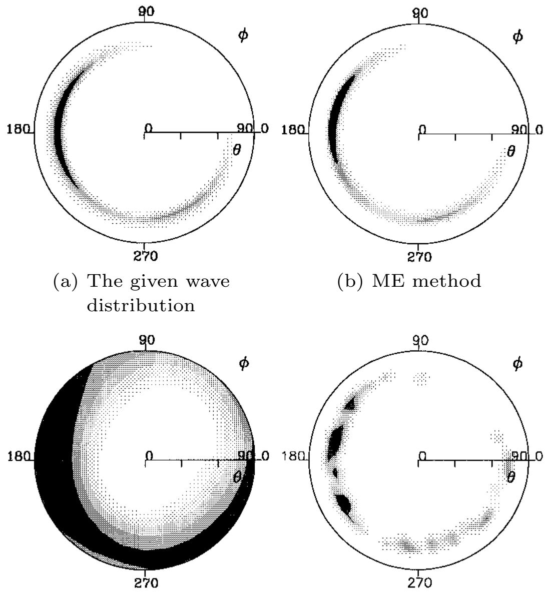
三つめの例として，ひずんだガウス分布をもつ波動分布に対する推定結果を図 10 に示す．分布は中心が $(\theta, \phi) = (10,\ 270^\circ)$ の方向で θ 方向に引き延ばされている．ME 法，PT 法では ϕ 方向に引き延ばされた形状の分布を推定しており，特に ME 法はエネルギー中心方向が誤って推定されている．ガウス分布モデルでは，ひずみを表すことはできないものの，到来方向及びエネルギー中心部分のおよその広がり具合を再現していることがわかる．

四つめの例として，共鳴角に沿って細長い分布をもった波動に対する推定結果を図 11 に示す．$\phi = 150^\circ$ から $\phi = 200^\circ$ の方向と $\phi = 300^\circ$ 方向に比較的強い強度をもった分布を仮定している．ただし図 11 (d) では，**3.4** で述べた Step 2 で用いる前処理により得られた分布を示している．ME 法ではほぼ正確な分布が得られるのに対して，PT 法は他の例と同様に与えた分布に対して，広がりが大きく推定されている．様々な条件下でのシミュレーションの結果，ME 法は ϕ 方向に引き延ばされた分布に対しては比較的再現性が良いものの，ひずみ方によって再現性の良さにばらつきがあることが明らかになった．ガウス分布モデルでの推定結果は数箇所で分布の途切れがあるものの，共鳴角に沿った分布をほぼ再現している様子がわかる．



(a) The given wave distribution (b) ME method (c) PT method (d) Gausian distribution model

図 10　ひずんだガウス分布に対する各モデルの推定結果
Fig. 10　Simulation results; (a) the given wave distribution (a distorted Gaussian distributed source), and by (b) MEM, (c) PTM, and (d) GDM.



(a) The given wave distribution (b) ME method (c) PT method (d) Pre-processing stage of Gausian distribution model

図 11　共鳴角に沿った細長い分布に対する各モデルの推定結果
Fig. 11　Simulation results; (a) the given wave distribution (a source distributed along the resonance angle), and by (b) MEM, (c) PTM, and (d) at the pre-processiong stage of GDM.

5. 考　　察

ME 法は，エントロピーの定義式中に分布関数の対数を含むため，与えるスペクトルマトリクスの各要素を一様に定数倍したとき，すなわち到来方向が同一で波動の強度が異なるケースを考えたとき，得られる解分布の形状が変化するという欠点がある [12]．また，解が ϕ 方向に引き延ばされる傾向があるが，これは，プラズマの異方性のために到来方向の微小変化に対する波動の偏波特性の変化量が θ 方向と ϕ 方向で異なることによると考えられる．

今回のシミュレーションでは，与えた分布をできるだけ正確に再現するように強度を調節したため再現性の良い分布が得られるケースもあったが，実際には解の客観的な評価基準がないため，未知の解分布に対して常に正確な推定を得ることは困難である．これに対し，Oscarsson and Rönnmark [13] は分割した到来方向の領域それぞれで分布関数を規格化することにより強度の調節を不要にする手法を提案しているが，推定解が最適解ではなく，再生像が平滑化されるという問題がある．

PT 法では与えた分布に対して，広がった分布が推定される傾向があった．これは PT 法ができるだけなめらかな分布関数を解とする拘束条件で推定を行うためであり，点波源的な波動現象の解析には向かないことを示している．また，波動の広がりや強度比の評価も難しいといえる．

ガウス分布モデルは，もとの解がガウス分布で表せるような疑似データに対しては非常に精度が良く，到来波数が 3 波までは正確に波動分布を再現できることを確認している．非ガウス分布の波動に対しても，前処理によりその判別がおよそ可能であることを確認した．また提案アルゴリズムによる推定では，支配的となる初期値探索に要する計算量が大幅に短縮されるとともに，到来波数にほとんど依存しないことが重要なポイントとしてあげられる．求解に要する所要時間は Sun Ultra 60 360 MHz ワークステーション（Sun microsystems 社）による計測で数分程度と実用に問題なく，ME 法や PT 法とほぼ同程度に改善された．

以上より，筆者らが提案するガウス分布モデルは，パラメータに物理的意味があり，到来波を的確に表現できる点で原理的に有効な手法であって，課題であった計算量と推定精度が格段に向上したことで十分実用に耐えるものに改良できたといえる．

6. むすび

本論文では，波動分布関数法を用いた伝搬ベクトル推定手法に関して，到来波の物理的な特性を考慮したガウス分布モデルに適合したアルゴリズムを開発し，疑似データを用いて評価を行った．提案アルゴリズムにより計算量が大幅に削減され，推定精度も向上した．今後，実際に衛星で観測された波動データへの適用について検討を続けていきたい．

文献

[1] I. Kimura, K. Hashimoto, I. Nagano, T. Okada, M. Yamamoto, T. Yoshino, H. Matsumoto, M. Ejiri, and K. Hayashi, “VLF observations by the Akebono (EXOS–D) satellite,” J. Geomagn. Geoelectr., vol.42, pp.459–478, 1990.

[2] K. Hashimoto, I. Nagano, M. Yamamoto, T. Okada, I. Kimura, H. Matsumoto, and H. Oki, “EXOS-D (AKEBONO) Very low frequency plasma wave instruments (VLF),” IEEE Trans. Geoelectr. and Remote Sensing, vol.35, pp.278–286, 1997.

[3] I. Kimura, A. Hikuma, Y. Kasahara, and H. Oya, “Electron density distribution in the plasmasphere in conjunction with IRI model, deduced from Akebono wave data,” Adv. in Space Res., vol.18, no.6, pp.279–288, 1996.

[4] I. Kimura, K. Tsunehara, A. Hikuma, Y.Z. Su, Y. Kasahara, and H. Oya, “Global electron density distribution in the plasmasphere deduced from Akebono wave data and IRI model,” J. Atmos. Terr. Phys., vol.59, no.13, pp.1569–1586, 1997.

[5] L.R.O. Storey and F. Lefeuvre, “The analysis of 6-component measurements of a random electromagnetic wave field in a magnetoplasma — I. The direct problem,” Geophys. J.R. Astr. Soc., vol.56, pp.255–269, 1979.

[6] L.R.O. Storey and F. Lefeuvre, “The analysis of 6-component measurements of a random electromagnetic wave field in a magnetoplasma — II. The integration kernels,” Geophys. J.R. Astr. Soc., vol.62, pp.173–194, 1980.

[7] 笠原禎也，木村磐根，“ガウス分布型 1-2 方向モデルを用いた ELF/VLF 波動の到来方向推定,” 信学技報，AP-36, 1998.

[8] F. Lefeuvre and C. Delannoy, “Analysis of random electromagnetic wave field by maximum entropy method,” Ann. Telecomm, vol.34, pp.204, 1979.

[9] 山口　勝，服部克巳，岩間尚文，島倉　信，早川正士，“磁気圏 VLF/ELF 電磁波動分布関数の線形再構成による新地上方位測定法,” 信学論（B-II），vol.J76-B-II, no.11, pp.880–889, Nov. 1993.

[10] L.J. Buchalet and F. Lefeuvre, “One and two direction models for VLF electromagnetic waves observed on-board GEOS 1,” J. Geophys. Res., vol.86, p.2359, 1981.

[11] J.J. Hopfield and D.W. Tank, “Neural computation of decisions in optimization problems,” Biological Cybernetics, vol.52, pp.141–152, 1985.

[12] L.R.O. Storey, The measurement of wave distribution functions, Modern Radio Science 1999, M.A. Stuchly, ed., pp.249–291, Oxford University Press, Oxford, 1999.

[13] T.E. Oscarsson and K.G. Rönnmark, “Reconstruction of wave distribution functions in warm plasmas,” J. Geophys. Res., vol.94, pp.2417–2428, 1989.

（平成 12 年 6 月 5 日受付，9 月 18 日再受付）

後藤　由貴　（学生員）

平 10 京大・工・電気第二卒．平 12 同大大学院・情報・通信情報修士課程了．現在，同博士後期課程在学中．宇宙空間中のプラズマ波動の伝搬の研究に従事．

笠原　禎也　（正員）

平 1 京大・工・電気第二卒．平 3 同大大学院修士課程了．現在，同大・情報・通信情報・助手．宇宙空間中のプラズマ波動の伝搬，波動–粒子相互作用の研究，衛星通信プロトコルの研究に従事．工博．地球電磁気・地球惑星圏学会，米国地球物理学会連合各会員．

佐藤　　亨　（正員）

昭 51 京大・工・電気第二卒．昭 53 同大大学院修士課程了．昭 56 同博士課程研究指導認定退学．現在，同大・情報・通信情報・教授，現在に至る．レーダによる大気，降雨，スペースデブリの観測，地下探査レーダーの信号処理，衛星通信プロトコルの研究に従事．工博．昭 61 地球電磁気・地球惑星圏学会田中館賞受賞．航空宇宙学会，IEEE，地球電磁気・地球惑星圏学会各会員．