輻射科学研究会資料
RS 95-1

Analysis of Dispersion Characteristics of the Nonlinear Magnetostatic Forward Volume Waves using Multiple Scale Method

Vishnu Priye and Makoto Tsutsumi

Department of Electronics and Information Science,
Kyoto Institute of Technology,
Matsugasaki, Sakyo-ku,
Kyoto 606, Japan.

1995. 5. 12 (Fri)

ABSTRACT : One of the versatile perturbation techniques known as Multiple Scale Method is used to analyze the dispersion characteristics of nonlinear magnetostatic forward volume wave (MSFVW) in a Yttrium Iron Garnet (YIG) film. In accordance with a recent report by Boardman et al. [1], the nonlinearity of the medium is formulated as the different orders of nonlinear rf magnetization. The effects of different nonlinear terms of rf magnetization and nonlinear boundary conditions on the dispersion characteristics are investigated. The various nonlinear dispersion characteristics, such as power dependence of propagation constant and group velocity are calculated. The typical nonlinear parameter and group velocity dispersion of the medium for MSFVW are numerically evaluated.

1. INTRODUCTION

The Multiple Scale method falls in the category of few versatile perturbation techniques [2,3] used to abstract useful informations from significant scientific and engineering problems. Using this method, Seshadri has exhaustively analyzed, the periodic time and space problems pertaining to the electromagnetic waveguide at microwave, millimeterwave and optical frequencies [4,5]. He has emphasized the systematic approach of the Multiple Scale method to solve boundary value problems and named it as a Singular Perturbation technique. He also developed this method to solve leaky phenomenon of corrugated dielectric and cylindrical waveguide and evaluate the various coupling characteristics [6].

Recently, Yasumoto et al. [7] have applied this method to analyze the nonlinear optical directional couplers and have obtained analytically closed form coupled mode equations. Yokota [8] has analyzed the various characteristics of grating coupler with Kerr nonlinearity using this method. It appears that the Multiple Scale method as described by Nayfeh [2,3] can be satisfactorily applied to waveguide problems with weak nonlinearity to get physical insight into nonlinear phenomena.

In this paper we present the analysis of dispersion characteristics of nonlinear magnetostatic forward volume waves (MSFVW) using the Multiple Scale method. The nonlinear MSFVW waveguide has attracted much attention due to the excitation of envelope soliton at relatively low microwave power [9,10,11] and its potential application to nonlinear microwave devices and microwave signal processing [12,13]. Although the nonlinear propagation characteristics of MSFVW waveguide with and without ground planes [11,14,15] have been extensively studied, they are based on the nonlinearity introduced by the power dependence of the z-component of magnetization as proposed initially by Suhl [16]. Recently, Boardman et al. [1] have given an elaborate formulation of the different orders of nonlinear magnetization for weakly nonlinear spin system. In the present paper we analyze the power dependence of MSFVW propagation characteristics based on formulation of nonlinear magnetization in Ref. [1] and compare qualitatively with other existing approaches.

2. FORMULATION

The configuration of nonlinear YIG film waveguide magnetized to support MSFVW is shown in Fig. 1. The harmonic time dependence is assumed to be $exp(-j\omega t)$ and $\frac{\partial}{\partial y} = 0$. Following Ref. [1] the nonlinear rf

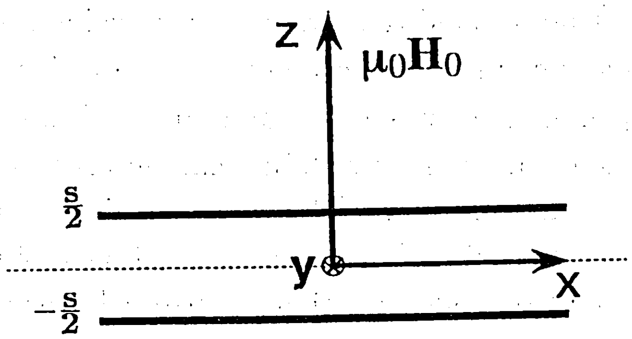


Fig. 1 The waveguide geometry.

magnetic field and the resulting rf magnetization are given as

$$\begin{aligned}\mathbf{h}(\mathbf{R},t) &= \mathbf{h}^{(1)}(\mathbf{R},t)+\mathbf{h}^{(2)}(\mathbf{R},t)+\mathbf{h}^{(3)}(\mathbf{R},t)\\ \mathbf{m}(\mathbf{R},t) &= \mathbf{m}^{(1)}(\mathbf{R},t)+\mathbf{m}^{(2)}(\mathbf{R},t)+\mathbf{m}^{(3)}(\mathbf{R},t)\end{aligned} \qquad (1).$$

The various components of rf magnetic field are

$$\begin{aligned}\mathbf{h}^{(1)}(\mathbf{R},t) &= h^{(1)}(\mathbf{R},\omega)e^{-j\omega t}+cc\\ \mathbf{h}^{(2)}(\mathbf{R},t) &= h^{(2)}(\mathbf{R},0)+h^{(2)}(\mathbf{R},2\omega)e^{-j2\omega t}+cc\\ \mathbf{h}^{(3)}(\mathbf{R},t) &= h^{(3)}(\mathbf{R},\omega)e^{-j\omega t}+h^{(3)}(\mathbf{R},3\omega)e^{-j3\omega t}+cc\end{aligned} \qquad (2)$$

The components of rf magnetization $\mathbf{m}$ can also be written similarily. Solving the Landau Lifshitz equation, Boardman et al. [1] have obtained the various terms of rf magnetization generated by the interplay of the different orders of $\mathbf{h}$ given by Eq. (2). For the waveguide configuration of Fig. 1, the contributing terms are

$$\begin{aligned}m_x^{(1)}(\omega) &= \chi_1(\omega)h_x^{(1)}(\omega)\\ m_y^{(1)}(\omega) &= j\chi_2(\omega)h_x^{(1)}(\omega)\\ m_z^{(1)}(\omega) &= 0\end{aligned} \qquad (3)$$

$$\begin{aligned}m_x^{(2)}(0) &= \frac{-\chi_1(\omega)}{H_0}[\,h_x^{(1)}(\omega)h_z^{(1)}(\omega)^*-h_x^{(1)}(\omega)^*h_z^{(1)}(\omega)]\\ m_y^{(2)}(0) &= \frac{-j\chi_2(\omega)}{H_0}[\,-h_x^{(1)}(\omega)h_z^{(1)}(\omega)^*+h_x^{(1)}(\omega)^*h_z^{(1)}(\omega)]\\ m_z^{(2)}(0) &= -\frac{1}{M_0}[\,|\,m_x^{(1)}(\omega)\,|^2+|\,m_y^{(1)}(\omega)\,|^2]\\ m_z^{(2)}(2\omega) &= -\frac{1}{2M_0}[\,m_x^{(1)}(\omega)^2+m_y^{(1)}(\omega)^2]\end{aligned} \qquad (4)$$

$$\begin{aligned}m_x^{(3)}(\omega) = {} & \chi_1(\omega)h_x^{(3)}(\omega)-\frac{1}{M_0}[\,\chi_1(\omega)\{m_x^{(2)}(0)+m_x^{(2)}(0)^*\}\\ & -j\chi_2(\omega)\{m_y^{(2)}(0)+m_y^{(2)}(0)^*\}h_z^{(1)}(\omega)]\\ & +\frac{1}{M_0}\chi_1(\omega)h_x^{(1)}(\omega)\{m_z^{(2)}(0)+m_z^{(2)}(0)^*\}\\ & +\frac{1}{M_0}\chi_1(\omega)h_x^{(1)}(\omega)m_z^{(2)}(2\omega)\end{aligned} \qquad (5)$$

$$m_z^{(3)}(\omega) = \frac{\chi_2(\omega)\omega_h}{H_0^2\omega}\{-\,|\,h_x^{(1)}(\omega)\,|^2\,h_z^{(1)}(\omega)+h_x^{(1)}(\omega)^2h_z^{(1)}(\omega)^*\}$$

Here H_0 is the applied dc magnetic field and M_0 is saturation magnetization in YIG film and

$$\begin{aligned} \chi_1(\omega) &= \frac{\omega_h \omega_m}{\omega_h^2 - \omega^2} \\ \chi_2(\omega) &= \frac{\omega \omega_m}{\omega_h^2 - \omega^2} \end{aligned} \tag{6}$$

with $\omega_h = \gamma\mu_0 H_0$ and $\omega_m = \gamma\mu_0 M_0$. The nonlinear magnetization at fundamental frequency ω is expanded in a series of δ for application of the Multiple Scale as

$$\begin{aligned} m_x^{NL}(\omega) &= m_x^{(1)}(\omega) + \delta m_x^{(3)}(\omega) \\ m_z^{NL}(\omega) &= m_z^{(1)}(\omega) + \delta m_z^{(3)}(\omega) \end{aligned} \tag{7}$$

where $m_{x,z}^{(3)}(\omega)$ can be treated as the perturbation and likewise we have introduced δ in Eq. (7) to represent the first order perturbation term.

The Maxwell's equations in the magnetostatic approximation are given as [17]

$$\nabla \times \mathbf{h} = 0 \qquad ; \mathbf{h} = -\nabla\phi \qquad ; \nabla \cdot \mathbf{b} = 0. \tag{8}$$

In accordance with the multiple scale method [2,3] the scalar potential ϕ and the differential operator in the propagation direction x are expanded in series as

$$\phi = \phi_0 + \delta\phi_1 \tag{9a}$$

$$\frac{\partial}{\partial x} = \frac{\partial}{\partial x_0} + \delta\frac{\partial}{\partial x_1} \tag{9b}$$

As $[\,1 + \chi_1(\omega)]$ is the linear permeability μ of the YIG film and using Eqs. (7), (8), (9a), and (9b), we obtain equations satisfied by different orders of ϕ as

$$\mu\frac{\partial^2\phi_0}{\partial x_0^2} + \frac{\partial^2\phi_0}{\partial z^2} = 0 \qquad |\, z \,| < \frac{s}{2}, \qquad (\delta^0) \tag{10}$$

$$\mu\frac{\partial^2\phi_1}{\partial x_0^2} + \frac{\partial^2\phi_1}{\partial z^2} + 2\mu\frac{\partial}{\partial x_0}\frac{\partial\phi_0}{\partial x_1} - \frac{\partial m_x^{(3)}}{\partial x_0} - \frac{\partial m_z^{(3)}}{\partial z} = 0 \qquad |\, z \,| < \frac{s}{2}, \qquad (\delta^1) \tag{11}$$

$$\frac{\partial^2 \bar{\phi}_0}{\partial x_0^2} + \frac{\partial^2 \bar{\phi}_0}{\partial z^2} = 0 \qquad | z | \geq \frac{s}{2}, \qquad (\delta^0) \tag{12}$$

$$\frac{\partial^2 \bar{\phi}_1}{\partial x_0^2} + \frac{\partial^2 \bar{\phi}_1}{\partial z^2} + 2\frac{\partial}{\partial x_0}\frac{\partial \bar{\phi}_0}{\partial x_1} = 0 \qquad | z | \geq \frac{s}{2}, \qquad (\delta^1) \tag{13}$$

$\bar{\phi}_0$ and $\bar{\phi}_1$ are zero and first order scalar potentials respectively in air region of the waveguide. The boundary conditions for MSFVW requires the continuity of potential and normal component of the magnetic flux given as

$$\phi_0 = \bar{\phi}_0 \quad ; \quad b_{z0} = \bar{b}_{z0} \qquad (\delta^0) \tag{14}$$

$$\phi_1 = \bar{\phi}_1 \quad ; \quad b_{z1} = \bar{b}_{z1} \qquad (\delta^1) \tag{15}$$

The z components of the rf magnetic flux density **b** in the YIG film are

$$b_{z0} = -\mu_0 \frac{\partial \phi_0}{\partial z} \qquad (\delta^0)$$

$$b_{z1} = -\mu_0 [\frac{\partial \phi_1}{\partial z} - m_z^{(3)}] \qquad | x | < \frac{s}{2}, \qquad (\delta^1) \tag{16}$$

and in the air

$$\bar{b}_{z0} = -\mu_0 \frac{\partial \bar{\phi}_0}{\partial z} \qquad (\delta^0)$$

$$\bar{b}_{z1} = -\mu_0 \frac{\partial \bar{\phi}_1}{\partial z} \qquad | x | \geq \frac{s}{2} \qquad (\delta^1) \tag{17}$$

The solutions of Eqs. (10) and (12) are given as

$$\begin{aligned} \phi_0 &= A_0 \cos(k_z z) e^{j\beta_0 x_0} \quad , | z | \leq \tfrac{s}{2} \\ \bar{\phi}_0 &= C_0 e^{-\gamma_0 (z - s/2)} e^{j\beta_0 x_0} \quad , | z | \geq \tfrac{s}{2} \end{aligned} \tag{18}$$

The dispersion equation is obtained by using field expressions of Eq. (18) and zero order boundary conditions of Eq. (14) [17] and by eliminating the unknown coefficients A_0, C_0 in Eq. (18) we get zero order dispersion relation with propagation constant β_0

$$\beta_0 = \frac{2}{s\sqrt{-\mu}} \tan^{-1}(\frac{1}{\sqrt{-\mu}}), \tag{19}$$

Using Eq. (18) the nonlinear contribution to magnetization given in of Eq. (5) can now be written as

$$\begin{aligned} m_x^{(3)} &= j\beta_0 \mid A_0 \mid^2 A_0\{(U_1+U_2)\cos^3 k_z z - U_3 \cos k_z z \sin^2 k_z z\} \\ m_z^{(3)} &= \mid A_0 \mid^2 A_0\{U_4 \cos^2 k_z z \sin k_z z\} \end{aligned} \tag{20}$$

with

$$\begin{aligned} U_1 &= \frac{\beta_0^2}{M_0^2}\omega_h\omega_m^3\frac{\omega_h^2+\omega^2}{(\omega_h^2-\omega^2)^3} \\ U_2 &= \frac{\beta_0^2}{2M_0^2}\omega_h\omega_m^3\frac{1}{(\omega_h^2-\omega^2)^2} \\ U_3 &= \frac{4\beta_0^2}{M_0H_0}\omega^2\omega_m^2\frac{\omega^2-\omega_0^2}{(\omega_h^2-\omega^2)^3} \\ U_4 &= \frac{-2\beta_0^2 k_z}{H_0^2}\frac{\omega_h\omega_m}{(\omega_h^2-\omega^2)} \end{aligned} \tag{21}$$

The solutions of the first order wave equations (11) and (13) are

$$\begin{aligned} \phi_1 &= A_1\cos k_z z + \frac{zP_1}{2k_z}\sin k_z z - \frac{P_2}{32k_z^2}\cos 3k_z z \quad \mid z \mid \leq \tfrac{s}{2} \\ \bar{\phi}_1 &= [C_1 e^{-\gamma_0(z-s/2)} - \frac{zP_3}{2\gamma}e^{-\gamma_0(z-s/2)} \quad \mid z \mid \geq \tfrac{s}{2} \end{aligned} \tag{22}$$

with

$$\begin{aligned} P_1 &= -2j\beta_0\mu\tfrac{\partial A_0}{\partial x_1} - \tfrac{\beta_0^2}{4}[3(\bar{U}_1+U_2)-\bar{U}_3] \mid A_0 \mid^2 A_0 \\ P_2 &= -\beta_0^2[\bar{U}_1+U_2+\bar{U}_3] \mid A_0 \mid^2 A_0 \\ P_3 &= -2j\beta_0\tfrac{\partial C_0}{\partial x_1} \end{aligned} \tag{23}$$

where

$$\begin{aligned} \bar{U}_1 &= U_1 - \frac{k_z}{\beta_0^2}U_4 \\ \bar{U}_3 &= U_3 - 2\frac{k_z}{\beta_0^2}U_4 \end{aligned}$$

in the above equations $k_z = \beta_0\sqrt{-\mu}$ and $\gamma = \beta_0$. Applying the first order boundary conditions given by Eq. (15) to the perturbed fields and eliminating the unknown coefficients A_0, C_0 with Eq. (19) we obtain

$$\frac{\partial A_0}{\partial x_1} = -j\eta \mid A_0 \mid^2 A_0 \tag{24}$$

with

$$\eta = \frac{-\{\frac{\beta_0}{4}[3(\bar{U}_1 + U_2) - \bar{U}_3]\eta_1 + \beta_0[\bar{U}_1 + U_2 + \bar{U}_3]\eta_2\} + U_4\frac{\eta_3}{\beta_0}}{\mu(\frac{1}{k_z} + \frac{\gamma s}{2k_z})\sin k_z\frac{s}{2} + (\frac{1}{\gamma} + \frac{\mu s}{2})\cos k_z\frac{s}{2}}$$

and

$$\begin{aligned}
\eta_1 &= \frac{1}{2k_z}\sin k_z\frac{s}{2} + \frac{s}{4}\cos k_z\frac{s}{2} + \frac{1}{2k_z}\sin k_z\frac{s}{2} + \frac{\gamma s}{4k_z}\sin k_z\frac{s}{2} \\
\eta_2 &= \frac{3}{32k_z}\sin 3k_z\frac{s}{2} - \frac{\gamma}{32k_z^2}\cos 3k_z\frac{s}{2} \\
\eta_3 &= \cos^2 k_z\frac{s}{2}\sin k_z\frac{s}{2}
\end{aligned}$$

The solution of Eq. (24) is given as [7,8]

$$A_0(y_1) = Ue^{-j\eta|U|^2 y_1} \tag{25}$$

U is an arbitrary complex constant and is related to the amplitude A_0 of unperturbed modal field as $|U|^2 = |A_0|^2$. Thus, we can write the perturbed first order propagation constant as

$$\beta_1 = \eta\,|U|^2 \tag{26}$$

and the nonlinear propagation constant is given by

$$\beta = \beta_0 - \delta\beta_1 \tag{27}$$

Meanwhile, the Poynting power for MSFVW is defined as

$$< P_x >= \frac{1}{2}j\omega\int_{-\infty}^{+\infty}\phi_0^* b_{x0}\,dz \tag{28}$$

The normalized amplitude of the zero order potential of Eq. (18) for $< P_x >= 1$ Watt/m is given by

$$|U|^2 \equiv |A_0|^2 = \frac{2}{-\omega\mu_0[\cos^2 k_z\frac{s}{2} + \frac{\mu\beta_0}{2k_z}(\sin k_z s + k_z s)]}, \tag{29}$$

3. RESULTS and DISCUSSIONS

The nonlinear dispersion characteristics based on the Multiple scale analysis and Boardman definition of nonlinear magnetization, are shown in Fig. 2. The parameters are $\mu_0 H_0 = 0.05T$, $\mu_0 M_0 = 0.173T$, various values of film thicknesses and $< P_x >= 10W/m$.

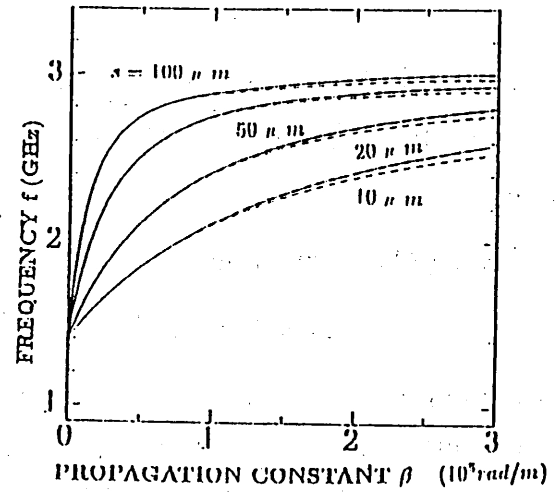


Fig. 2 Dispersion curves for MSFVW for different waveguide thicknesses. The solid curves correspond to linear case and dotted curves are for $P_x = 10W/m$.

For a given thickness of the YIG film, the change in nonlinear propagation constant β near the cut off frequency is small but is large at higher frequencies and at a given frequency the change is more in the thinner film. To observe the effect of nonlinearity nearer the cut off frequency, we have plotted in Fig. 3, $\frac{\Delta\beta}{\beta_0} = \frac{\beta - \beta_0}{\beta_0}$ with frequency below 2.4 GHz for the same parameters as in Fig. 2.

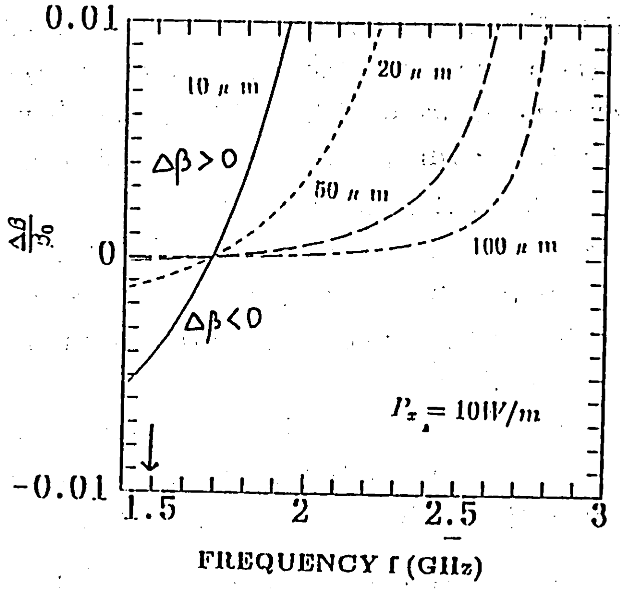


Fig. 3 $\frac{\Delta\beta}{\beta_0}$ vs Frequency for different waveguide thicknesses.

It is convenient to define the nonlinearity in a medium by the term $N = \frac{\partial\omega}{\partial|U|^2}$ [9,11,14,15]. N is the nonlinear parameter of the Nonlinear Schrödinger equation given as

$$j\frac{\partial U}{\partial t} + \frac{1}{2}\frac{\partial^2 U}{\partial y^2} - \alpha \mid U \mid^2 U = 0,$$

where $\alpha = N/D = \frac{\partial\omega}{\partial|U|^2} / \frac{\partial^2\omega}{\partial\beta^2}$

The relative sign of this parameter to dispersive term $\frac{\partial^2\omega}{\partial\beta_0^2}$ ultimately determines the condition for soliton formation [9,11,14,15]. At a given linear frequency, the increase in propagation constant β with power given as the +ve increase of $\Delta\beta$ in the Figs. 2 and 3, in effect corresponds to the decrease in frequency with power and vice versa. Hence the sign of $\Delta\beta$ is equivalent to opposite sign of the nonlinear parameter N. It is observed in

Fig. 3 that N of the MSFVW is +ve for $f < 1.7$ GHz and -ve for higher frequencies. However in literature [9,11,14,15], for a given specimen of YIG film and in the dipolar region, N is considered almost independent of frequency and is approximately equal to $\omega_m = \gamma\mu_0 M_0$ for MSFVW. The frequency dependence of N for MSFVW, as shown by the Multiple Scale method with Boardman et al. magnetization terms demand closer scrutiny of the nonlinearity terms $m_x^{(3)}$ and $m_z^{(3)}$.

The nonlinearity $m_x^{(3)}$, as described in Eq. (5), is the sum of zero order or dc terms $m_z^{(2)}(0)$, $m_x^{(2)}(0)$, $m_y^{(2)}(0)$ and second harmonic term $m_z^{(2\omega)}(0)$. The first order boundary condition term of Eq. (16) contains the nonlinear term $m_z^{(3)}(\omega)$.

From Eqs. (4) and (5) it can be recognized that the term $m_z^{(2)}(0)$ describes the nonlinear instabilty induced in the z component of magnetization. This term is widely used in literature [9,11,14,15] and expressed as $M_z = M_0 - \frac{|m_x^{(1)}|^2 + |m_y^{(1)}|^2}{2M_0}$ (see also Eq.(4)) . Substituting M_z for M_0 in expressions of Eq. (6) the nonlinear permeability tensor can be defined. Using this term to model the nonlinear permeability of the medium and applying the Multiple scale method and similar perturbation technique, the dispersion characteristics of nonlinear magnetostatic surface wave [18] and magnetostatic backward volume wave [19] are satisfactorily explained.

To investigate the effects of different terms, we have calculated the dispersion equations for three cases. First, the contribution of only $m_z^{(2)}(0)$ is investigated with linear boundary condition obtained by dropping $m_z^{(3)}(\omega)$ in Eq. (16) and secondly including it to obtain nonlinear boundary condition. Third case is with all the terms of $m_x^{(3)}(\omega)$ and nonlinear bundary condition. For MSFVW, the first case is shown by the curve (a) of Fig. 4. In this case the $\Delta\beta$ is +ve and hence N is always -ve in the full MSFVW frequency range.

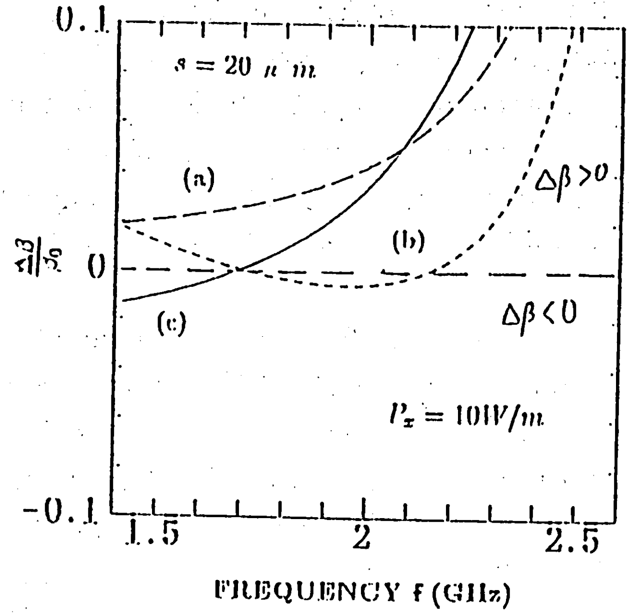


Fig. 4 $\frac{\Delta\beta}{\beta_0}$ vs Frequency for different nonlinear terms.

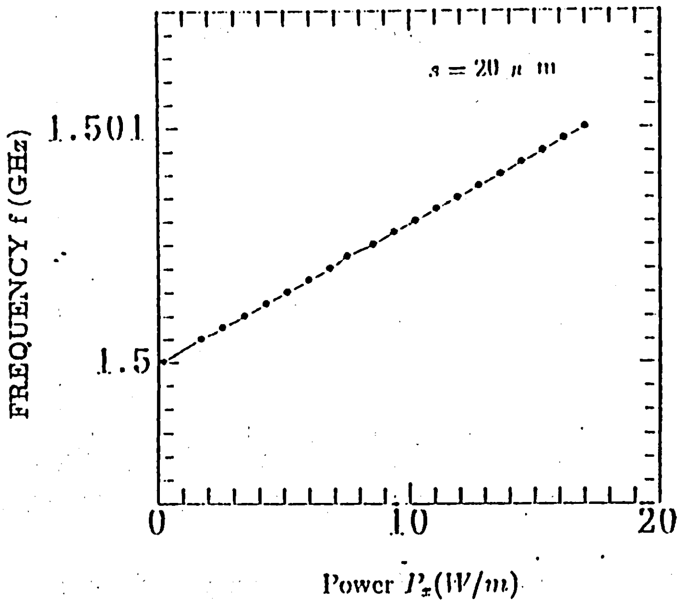


Fig. 5 Variation of frequency of MSFVW with Poynting power P_x for fixed linear β_0 at 1.5 GHz.

Second case, as shown by curve (b), $\Delta\beta$ is negative in freqency range 1.7 to 2.2 GHz. The variation of $\Delta\beta$ with frequency, for third case when all terms are included is shown by curve (c). In this case the $\Delta\beta$ is negative near the cut off frequency only. In the MSFVW soliton experiments [9-13], the solitons are observed near the cut off frequency and this phenomenon can be explained by the present analysis only when higher order Boardman et al.'s nonlinear terms and the nonlinear boundary condition are included. Fig. 5

Fig. 5 shows the variation of frequency with Poynting power P_x. for fixed propagation constant $\beta_0 = 1.15 \times 10^4 rad/m$ corresponding to linear frequency 1.5 GHz that we have selected as a typical example near cut off frequency as shown in Fig. 3. At 1.5 GHz, 1 W/m of P_x is equivalent to the value 1.71×10^{-4} of $| U |^2$. From the slope of the curve the value of N is estimated as $0.327 \times 10^3 \mu s^{-1}$. This value is one order less than the measured value of experiments reported elsewhere [12,13].

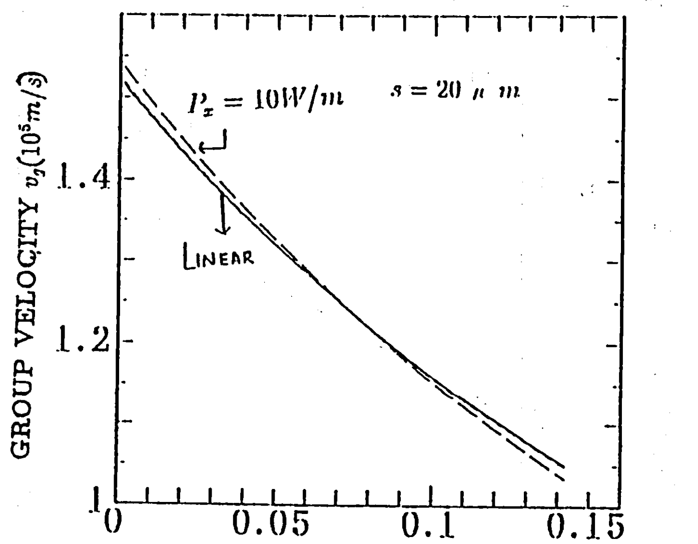


Fig. 6 Variation of Group velocity with propagation constant at frequency below 2.4 GHz.

Fig. 6 represents the group velocity $v_g = \frac{\partial \omega}{\partial \beta}$ as a function of propagation constant β for different levels of Poynting power in a 20 μm YIG film at lower frequency. The effect of power is to increase the group velocity near the cut off at $\beta \sim 0$ and to decrease it at higher frequency. The slope of this curve gives an estimate of another important parameter $D = \frac{\partial^2 \omega}{\partial \beta^2}$. For β corresponding to 1.5 GHz, D is estimated to be $-0.204 cm^2/\mu s$ which is of the same order as the experimental values in Ref. [11,15]. The Multiple Scale analysis with higher orders of nonlinear magnetization show that the Lighthill condition $N \times D < 0$ to support a bright soliton is satisfied only near the cut off frequency $N \times D = -66.71$ units. This result does not contradict the experimental results for experimentally also the envelop bright solitons are easily excited near the cut off frequency of MSFVW [9-13].

4. CONCLUSIONS

We have used the Multiple Scale method to study the nonlinear dispersion characteristics of MSFVW in a YIG film. The third order nonlinear term, as formulated by Boardman et al., is considered as the first order perturbation and dispersion relations are numerically evaluated. The effect of nonlinear terms other than the fundamental instability in the magnetization along z given by the term $m_z^{(2)}(0)$, on the dispersion is investigated. It is observed by the present mode of analysis that $m_z^{(2)}(0)$ term alone is not sufficient to explain the formation of bright envelope soliton for MSFVW mode. However, the contribution of other terms and the nonlinear boundary condition explains the behavior at low frequencies where the MSFVW bright solitons are experimentally observed.

References

[1] Boardman, A.D., Wang, Q., Nikitov, S.A., Shen, J., Chen, W., Mills, D., and Bao, J.S., " Nonlinear magnetostatic surface waves in ferromagnetic films", *IEEE Trans*

Magn., **30**, pp. 14-22, 1994.

[2] Nayfeh, A.H., *Perturbation Methods* , A Wiley-Interscience publications, ed 1973.

[3] Nayfeh, A.H., *Introduction to Perturbation Techniques*, A Wiley-Interscience publications, ed 1981.

[4] Seshadri, S.R., " Asymptotic theory of mode coupling in a space - time periodic medium - Part I : Stable interactions ", *Proc. IEEE*, **65**, **7**, pp. 996-1004, 1977.

[5] Woldarczyk, M. T., and Seshadri, S.R., " Excitation and scattering of guided modes on a helically corrugated dielectric cylinder", *IEEE Trans. on Microwave Theory and Tech.*, **MTT-34**, **1**, pp. 8-12, 1986.

[6] Seshadri, S.R., " Magnetic wave interactions in a periodically corrugated YIG film", *IEEE Trans. on Microwave Theory and Tech.*, **MTT-27**, **2**, pp. 199-204, 1986.

[7] Yasumoto, K.," Coupled mode analysis of a symmetric nonlinear directional coupler using singular perturbation technique", *IEICE Trans. on Electronics*, **E77-C**, **No. 11**, pp. 1771-1775, 1994.

[8] Yokota, M., " Analysis of nonlinear grating couplers by singular perturbation technique", *IEEE J. Lightwave Tech.*, **Vol 12**, **No. 12**, pp. 2049-2055, 1994.

[9] Kalinikos, B.A., Kovshikov, N.G., and Slavin, A.N., " Effect of magnetic dissipation on propagation of dipole spin wave envelope solitons in Yttrium Iron Garnet films", *IEEE Trans. on Magnetics*, **28**, pp. 3207-3209, 1992.

[10] Kalinikos, B.A., Kovshikov, N.G., and Slavin, A.N., " Spin wave envelope solitons in thin ferromagnetic films", *J. Appl. Phys.*, **67**, pp. 5633-5638, 1990.

[11] Tsankov, M.A., Chen, M., and Patton, C.E., " Forward volume wave microwave envelope solitons in yttrium iron garnet films: Propagation, decay and collisions", *J. Appl. Phys*, **76(7)**, pp. 4274-4289, 1994.

[12] Tsutsumi, M., and Priye, V., " Pulse compression characteristics of magnetostatic wave soliton in nonuniform magnetic field", *1994 URSI Radio Science Meeting*, **URSI-D**, **W-U2**, Washington (USA), June 1994.

[13] Priye, V., and Tsutsumi, M., " Magnetostatic wave soliton and its application to microwave signal processing", *1994 Asia Pacific Microwave Conference Proceedings*, Tokyo, Japan, pp. 171-174, Dec 1994.

[14] Zvezdin, A.K., and Popkov, A.F., " Contribution to the nonlinear theory of magnetostatic spin waves", *Sov. Phys. JETP*, **57**, pp. 350-355, 1983.

[15] Marcelli, R., and De Gasperis, P., " Nonlinear propagation of short microwave pulses in magnetostatic volume wave delay lines", *IEEE Trans Magn.*, **30**, pp. 26-36, 1994.

[16] Suhl, H., " The theory of ferromagnetic resonance at high signal powers", *J. Phys. Chem. Solids*, **Vol.1**, pp 209-227, 1957.

[17] Stancil, D.D., *Theory of magnetostatic waves*, (Springer Verlag New York, Inc., USA, 1993).

[18] Priye, V., and Tsutsumi, M., " Nonlinear characteristics of magnetostatic surface waves", *IEICE Trans. on Electronics*, **E77-C, No. 11**, pp. 1740-1746, 1994.

[19] Yukawa, T., Priye, V., and Tsutsumi, M., " Nonlinearity of magnetostatic wave in a YIG film", Topical meeting of IEICE, MW 94-12, May, 1994.

輻射科学研究会資料
RS95-2

光プラズマが誘起された金属グレーティング半導体構造からのミリ波の散乱特性

西村　和男　　　堤　誠
京都工芸繊維大学　工芸学部　電子情報工学科

平成7年5月12日(金)

あらまし　本論文は，光プラズマが誘起されたシリコンスラブ上に金属ストリップグレーティングを装荷した場合に生じるTMタイプの平面電磁波の散乱特性を論じたものである．解析法としてスペクトル領域ガラーキン法を用い，数値計算により，光プラズマがグレーティングにおけるミリ波の散乱特性に与える影響を調べた．その結果，プラズマを誘起することにより，反射特性におけるアノマリーの共振が鋭くなることが明らかになり，さらにアノマリーが生じる周波数や入射角を光により制御できる事も明らかにした．次に高抵抗シリコン上に金属ストリップグレーティングを実際に構成し，実験により光がミリ波の散乱特性に与える影響を確かめた．
キーワード　光プラズマ，周期構造，スペクトル領域法，光制御，
準光学ミリ波回路

1. まえがき

半導体に禁止帯幅より大きなエネルギーを持つ光を照射すると電子-正孔対（半導体プラズマ）が誘起され，半導体の複素誘電率が変化する．この現象を用いた半導体導波路におけるミリ波の制御やスイッチなどの研究が行われている[(1),(2)]．また準光学系でのミリ波の光制御としてプラズマが誘起された半導体スラブからのミリ波の反射および透過の研究がなされた[(3)]．しかしながら，この方法[(3)]によるミリ波の光制御特性はきわめて弱く不十分なものであった．ここでは金属ストリップを半導体上に周期的に装荷して反射されるミリ波の光制御特性を強めることを試みる．まず，プラズマが誘起された半導体スラブ上の金属ストリップグレーティングによるTM波の平面電磁波の散乱特性をスペクトル領域ガラーキン法[(4)~(6)]を用いて，明らかにする．次に数値計算により，光が金属グレーティングにおけるミリ波の散乱特性に与える影響を考察する．更に高抵抗シリコン上に金属ストリップグレーティングを構成し，実験によりこれらの光制御特性を確かめる．

2. 理論

(i) プラズマ生成時の半導体の複素誘電率[1]

プラズマ生成時の半導体の複素比誘電率ε_p は次式で与えられる.

$$\varepsilon_p = \varepsilon_s - \sum_{i=e,h} \frac{\omega_{pi}^2}{\omega^2 + \nu_i^2}(1 + j\frac{\nu_i}{\omega}). \tag{1}$$

ここで,ε_sは光を照射しないときの半導体の比誘電率, ωはミリ波の角周波数,$\nu_i(i = e, h)$ は電子及び正孔の衝突周波数である。また,$\omega_{pi}(i = e, h)$ は次式で与えられる電子および正孔のプラズマ角周波数である.

$$\omega_{pi}^2 = \frac{n_p e^2}{m_i^* \varepsilon_0} \quad (i = e, h)$$

ここで,n_pはプラズマ密度,e は電子の電荷量,ε_0は真空の誘電率,$m_i^*(i = e, h)$ は電子及び正孔の有効質量をそれぞれ表している.

(ii) スペクトル領域ガラーキン法[4]~[6]

図 1 に示すように t_pの厚さのプラズマが誘起された厚さ d の半導体スラブ上の金属ストリップグレーティングを考える. 周期を T, ストリップの表面抵抗を R[Ω] とし, 厚さは無視する. また界は z方向に一様 ($\frac{\partial}{\partial z} = 0$) とする. TM 波 ($E_x, E_y, H_z$) の平面電磁波が角度$\theta$で入射するとし, 入射電磁界を次のように表す.

$$\begin{aligned} H_z^i &= e^{-jk_o(\sin\theta x - \cos\theta y)} \\ E_x^i &= Z_o \cos\theta e^{-jk_o(\sin\theta x - \cos\theta y)} \end{aligned} \tag{2}$$

ただし,k_0は真空中の波数, Z_0は真空中の波動インピーダンスである.

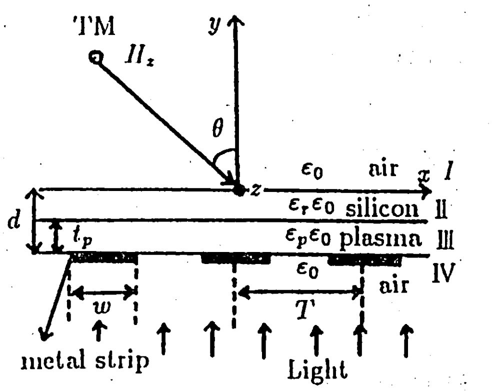


図 1 プラズマが誘起されたシリコンスラブ上の金属ストリップアレイと TM 波の入射

一方，フーリエ変換対は，次式によって定義される．

$$A(x) = \frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{\infty} \tilde{A}(k_x)e^{-jk_x x}dk_x, \tag{3}$$

$$\tilde{A}(k_x) = \int_{-\infty}^{\infty} A(x)e^{jk_x x}dx. \tag{4}$$

また金属ストリップの周期アレイ上の電流は周期性を考慮すると，

$$\begin{aligned} &J_x(x+nT) = J_x(x)e^{-jk_0 nT\sin\theta} \\ &n = 0, \pm1, \pm2, \pm3, \cdots -\tfrac{w}{2} \le x \le \tfrac{w}{2} \end{aligned} \tag{5}$$

の関係を満足する．ただし $J_x(x)$ は$-\frac{w}{2} \le x \le \frac{w}{2}$ での表面電流である．

金属ストリップグレーティングによる散乱電磁界は，

$$E_x^s(x,y) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} \tilde{J}_x(\beta_n)\frac{Z_0\gamma_{In}^2\tilde{G}(\beta_n,y)}{jk_0T}e^{-j\beta_n x} \tag{6}$$

$$H_z^s(x,y) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} \tilde{J}_x(\beta_n)\frac{\gamma_{In}\tilde{G}(\beta_n,y)}{jT}e^{-j\beta_n x} \tag{7}$$

となる．ここに$\tilde{J}_x(x)$ は表面電流分布のフーリエ変換であり，また$\tilde{G}(\beta_n,y)$ はスペクトル領域のグリーン関数であり，それぞれ，

$$\tilde{J}_x(\beta_n) = \int_{-\frac{w}{2}}^{\frac{w}{2}} J_x(x)e^{j\beta_n x}dx \tag{8}$$

$$\tilde{G}(\beta_n,y) = \frac{e^{-j\gamma_{In}|y+d|}}{j2\gamma_{In}}\left\{\begin{array}{l} T_{\parallel}^{-}(\beta_n) \\ 1-\Gamma_{\parallel}^{-}(\beta_n) \end{array}\right\} \quad \begin{array}{l} y \ge 0 \\ y \le -d \end{array} \tag{9}$$

$$\Gamma_{\parallel}^{-}(\beta_n) = \frac{\varepsilon_p\gamma_{In} - jC^{-}(\beta_n)}{\varepsilon_p\gamma_{In} + jC^{-}(\beta_n)} \tag{10}$$

$$T_{\parallel}^{-}(\beta_n) = \frac{\{1+\Gamma_{\parallel}^{-}(\beta_n)\}}{e_n^{-}}e^{j\gamma_{In}d} \tag{11}$$

ただし，

$$C^-(\beta_n) = \frac{d_n^-}{e_n^-} \tag{12}$$

$$d_n^- = \frac{\varepsilon_p}{\varepsilon_s} b_n^- \cos \gamma_{\mathrm{III}n} t_p + c_n^- \gamma_{\mathrm{III}n} \sin \gamma_{\mathrm{III}n} t_p \tag{13}$$

$$e_n^- = -\frac{\varepsilon_p}{\varepsilon_s} b_n^- \frac{\sin \gamma_{\mathrm{III}n} t_p}{\gamma_{\mathrm{III}n}} + c_n^- \cos \gamma_{\mathrm{III}n} t_p \tag{14}$$

$$b_n^- = \gamma_{\mathrm{II}n} \sin \gamma_{\mathrm{II}n}(d - t_p) - j\varepsilon_s \gamma_{In} \cos \gamma_{\mathrm{II}n}(d - t_p) \tag{15}$$

$$c_n^- = \cos \gamma_{\mathrm{II}n}(d - t_p) + j\varepsilon_s \frac{\gamma_{In}}{\gamma_{\mathrm{II}n}} \sin \gamma_{\mathrm{II}n}(d - t_p) \tag{16}$$

$$\gamma_{\mathrm{I}n} = \sqrt{k_0^2 - {\beta_n}^2} \tag{17}$$

$$\gamma_{\mathrm{II}n} = \sqrt{\varepsilon_s k_0^2 - {\beta_n}^2} \tag{18}$$

$$\gamma_{\mathrm{III}n} = \sqrt{\varepsilon_p k_0^2 - {\beta_n}^2} \tag{19}$$

$$\beta_n = k_0 \sin\theta + \frac{2\pi n}{T} \tag{20}$$

と表現される．ただし，$\Gamma_{\parallel}^-$，$T_{\parallel}^-$は，それぞれストリップグレーティングがなく，図 1 に示すスラブの裏側，領域 IVから TM 波の平面電磁波が入射する場合の反射係数，透過係数である．

ここでは金属ストリップ上の境界として抵抗を含む境界条件を考慮する [4],[6]．その条件は

$$E_x^s(x, y = -d) + E_x^t(x, y = -d) = RJ_x(x) \tag{21}$$

$$E_x^t(x, y) = Z_0 \cos\theta T_{\parallel}^+(k_0 \sin\theta) e^{-jk_0(\sin\theta x - \cos\theta y)} \tag{22}$$

E^t_x : ストリップグレーティングが無い場合の透過波

であり，この条件が$-\frac{w}{2} \leq x \leq \frac{w}{2}$で満足するものとする．(21) 式に (6),(9) とそして (22) を代入して整理すると表面電流に関する積分方程式

$$\begin{aligned}&\frac{R}{Z_0}J_x(x) + \sum_{n=-\infty}^{\infty} \tilde{J}_x(\beta_n)\frac{\gamma_{In}[1-\Gamma^-_{\|}(\beta_n)]}{2k_0T}e^{-j\beta_n x} \\ &= \cos\theta T^+_{\|}(k_0\sin\theta)e^{-jk_0(\sin\theta x+\cos\theta d)}\end{aligned} \tag{23}$$

を得る．ただし,$\Gamma^+_{\|}$,$T^+_{\|}$は, それぞれストリップグレーティングがなく, 図 1 に示す領域 I から TM 波の平面電磁波が入射する場合の反射係数, 透過係数である．そして$\Gamma^+_{\|}$,$T^+_{\|}$は, (10),(11), (13),(14), (15),(16), (18),(19) においてε_sとε_p, $(d-t_p)$ と t_pを入れ換えることによって得られる．一方，表面電流 $J_x(x)$ を

$$J_x(x) = e^{-jk_0\sin\theta x}\sum_{m=1}^{N} I_m\Phi_m(x) \tag{24}$$

$$\begin{aligned}\Phi_m(x) &= (-j)^{m-1}\sqrt{1-(\frac{2x}{w})^2} \\ &\cdot\cos\frac{(m-1)\pi}{w}(x+\frac{w}{2})\end{aligned} \tag{25}$$

と展開する[5]．ただし，$\Phi_m(x)$ は電流の基底関数であり，また I_mは未定係数である．(24) を (23) に代入し，$\frac{\Phi^*_l(x)}{w}e^{jk_0\sin\theta x}$を両辺にかけて$-\frac{w}{2} \leq x \leq \frac{w}{2}$で積分すると，未定係数 I_m に関する連立方程式

$$[Z][I] = [V] \tag{26}$$

$$Z_{lm} = \frac{R}{Z_0}T_{lm} + U_{lm} \tag{27}$$

$$T_{lm} = \frac{1}{w}\int_{\frac{w}{2}}^{\frac{w}{2}} \Phi^*_l(x)\Phi_m(x)dx \tag{28}$$

$$U_{lm} = \frac{w}{2k_0T}\sum_{n=-\infty}^{\infty}[1-\Gamma^-_{\|}(\beta)]\gamma_{In}\frac{\tilde{\Phi}^*_l(n)}{w}\frac{\tilde{\Phi}_m(n)}{w} \tag{29}$$

$$V_l = \cos\theta T_{\|}^{+}(k_0\sin\theta)e^{-jk_0\cos\theta d}\frac{\tilde{\Phi}_l^*(0)}{w} \tag{30}$$

$$\begin{aligned}\frac{\tilde{\Phi}_m(n)}{w} &= \frac{1}{w}\int_{-\frac{w}{2}}^{\frac{w}{2}}\Phi_m(x)e^{jn\frac{2\pi}{T}x}dx \\ &= \frac{\pi}{4}\Bigg[\frac{J_1(n\frac{w}{T}+(m-1)\frac{\pi}{2})}{n\frac{w}{T}+(m-1)\frac{\pi}{2}} \\ &+(-1)^{m-1}\frac{J_1(n\frac{w}{T}-(m-1)\frac{\pi}{2})}{n\frac{w}{T}-(m-1)\frac{\pi}{2}}\Bigg]\end{aligned} \tag{31}$$

$J_1(x)$: 1 次のベッセル関数

を得る．(26) を数値的に解くことにより未定係数 I_m が得られ，その結果と (24) から表面電流が決定される．決定された表面電流と (6),(7) から散乱電磁界が得られる[4],[5]．また,n 次の空間高調波の電力反射係数及び電力透過係数はそれぞれ,

$$R_n = \frac{\frac{1}{2T}Re\int_0^T(\mathbf{E}_n^r\times\mathbf{H}_n^{r*})\cdot\mathbf{y}dx}{\frac{1}{2T}Re\int_0^T(\mathbf{E}^i\times\mathbf{H}^{i*})\cdot(-\mathbf{y})dx} \tag{32}$$

$$T_n = \frac{\frac{1}{2T}Re\int_0^T(\mathbf{E}_n^t\times\mathbf{H}_n^{t*})\cdot(-\mathbf{y})dx}{\frac{1}{2T}Re\int_0^T(\mathbf{E}^i\times\mathbf{H}^{i*})\cdot(-\mathbf{y})dx} \tag{33}$$

と定義される[4]．ただし，$\mathbf{E}_n^r$，$\mathbf{H}_n^r$，$\mathbf{E}_n^t$，$\mathbf{H}_n^t$ はそれぞれ，n 次モードに対する反射電磁界と透過電磁界である．また，$\mathbf{E}^i$，$\mathbf{H}^i$ は入射電磁界であり，$\mathbf{y}$ は y 方向の単位ベクトルである．

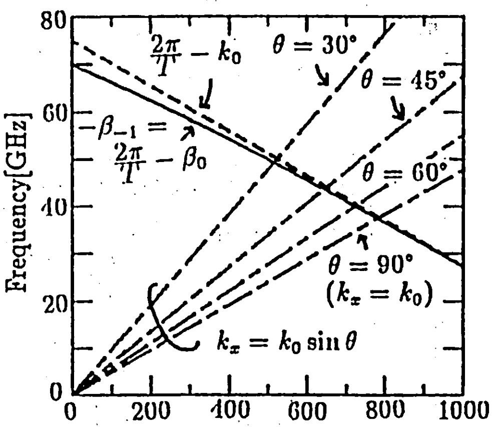
3. 数値計算

数値計算にあたって，基板はシリコンとし，その厚みを $d = 400\mu m$，そして $t_p = 20\mu m$ がプラズマ層とする．シリコンに関する諸定数は,

$$
\begin{aligned}
&\varepsilon_s = 11.8, & m_e^* &= 0.259 m_0 [kg] \\
&m_h^* = 0.380 m_0 [kg], & m_0 &= 9.11 \times 10^{-31} [kg] \\
&\nu_e = 4.52 \times 10^{12} [s^{-1}], & \nu_h &= 7.71 \times 10^{12} [s^{-1}]
\end{aligned}
$$

とする[2]．グレーティング構造の周期 T を $4mm$, 金属ストリップの表面抵抗 Rをこの論文では 0[Ω] とする．(29) に示す n の値の上限，下限の絶対値を 30 以上 (展開モード数を 61 以上) とした．また，(24) の電流の展開項数 N を 11 とした．なおこれらの値は解の収束を保障する値である．

図 2 は，入射平面波の x 方向の波数 $k_x = k_0 \sin\theta$とストリップが無い場合の$-x$ 方向に伝搬する表面波モードの-1 次の空間高調波の分散曲線$-\beta_{-1}$を示したものである．この図から，入射角θが 45°のとき $f = 43.5$GHz 付近で入射平面波と表面波モードの-1 次の空間高調波の分散曲線が交差することがわかる．この周波数付近で入射平面波と表面波が強く結合し，ウッドのアノマリーが起こることが予想される[7],[8]．



β_0:propagation constant without strip gratings

図 2　入射平面波と$-x$方向に進む表面波の-1 次の空間高調波との関係

図 3,4 は，入射角θが 45°, ストリップの幅が $w = 2.0mm$ の場合のミリ波の電力反射係数，電力透過係数のプラズマ密度 n_pの変化による光制御特性を示す．これらの図で 43GHz 付近でアノマリーによる鋭い共振特性が現れている．また，$f = 44$GHz 以上で-1 次の回折波が生じている．この特性の応用としてはストリップの幅, グレーティングの周期および基板の厚さを最適化して 0 次の回折波を-1 次の回折波に変換することによって得られる周波数走査アンテナが考えられる[9]．次にプラズマ密度が反射特性に与える

影響を考える．この場合，プラズマ密度を $n_p = 0.0 \sim 1.0 \times 10^{23} m^{-3}$迄変えているが，$n_p$が $3.3 \times 10^{21} m^{-3}$で 43GHz 付近の共振が最も鋭くなる．また $n_p = 3.3 \times 10^{21} m^{-3}$で共振周波数が最も低くなる．一方，図 4 に示す透過特性においては逆にプラズマ密度の増加にともない，共振特性が失われていき，その共振周波数は低い周波数に移動する．また-1 次の電力反射係数，電力透過係数はプラズマの増加によりが小さくなってゆくことがわかる．これは，プラズマ密度が $10^{23} m^{-3}$にもなるとプラズマ層が完全導体に近づくため，金属ストリップがプラズマにより短絡されて周期構造の効果が無くなるためであると考える(1),(2)．

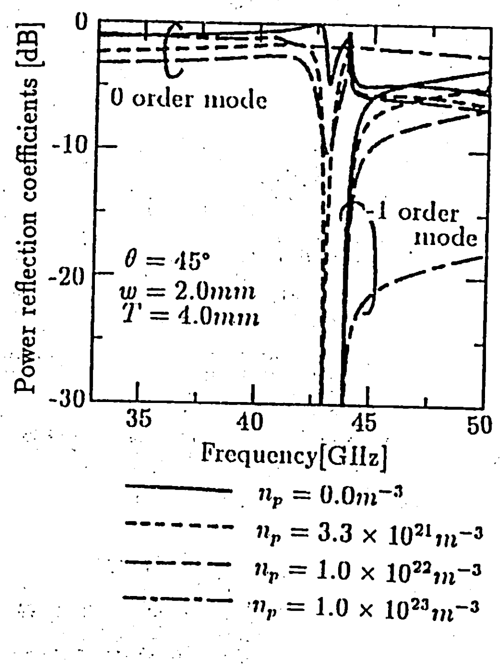


図 3　電力反射係数の周波数依存性

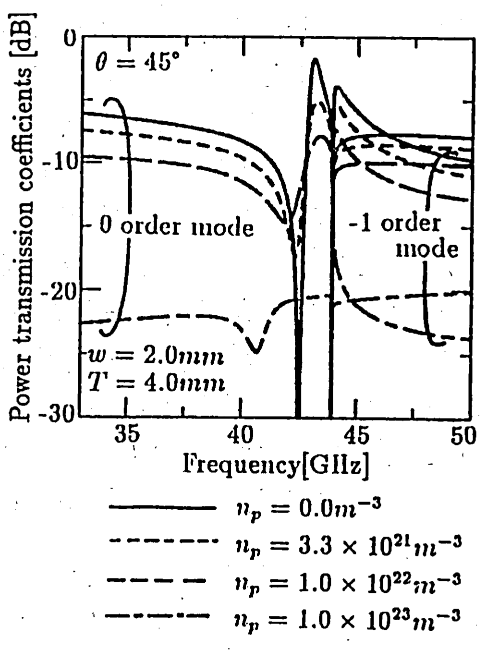


図 4　電力透過係数の周波数依存性

図 5 は，$f = 43.4\text{GHz}, w = 1.0mm$ での電力反射係数の入射角依存性をプラズマ密度を変えた場合にたいして求めたものである．図 5 において，45° 付近にアノマリーによるきわめて鋭い共振特性の生じることが分かる．この

場合，プラズマ密度が $5.0 \times 10^{20} m^{-3}$ のとき，この共振は最も鋭くなる．アノマリーによる共振を最も鋭くするプラズマ密度は，$w = 2.0mm$ の場合には $n_p = 3.3 \times 10^{21} m^{-3}$ となって，$w = 1.0mm$ の場合と異なることから，アノマリーによる共振を最も鋭くするプラズマ密度はストリップ幅に依存することが分かる．またプラズマ密度が増加するにつれ，アノマリーによる共振が生じる入射角が小さくなる．また，ブリュスタ角が73.8°付近に存在し，プラズマが誘起されることによりこの角度が小さくなる．この傾向はストリップがない場合でも生じたプラズマ密度がブリュスタ角に与える効果(3) と同じである．

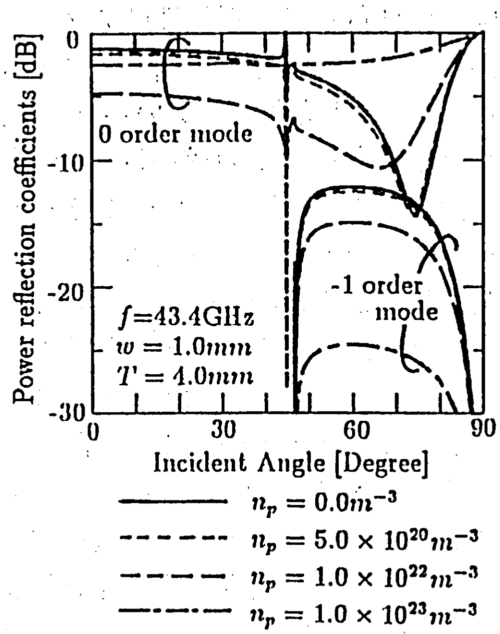


図5　電力反射係数の入射角依存性

4. 実験結果

図6に測定回路の概略図を示す．直径10cm，厚さ400μm，抵抗率5000 Ω·cm のシリコンウェーハー上にアルミを真空蒸着することにより，19本の金属ストリップが周期4mmで並んだグレーティング構造を構成した．TM波を誘電体レンズを通じてグレーティング構造の裏面に入射させる．光出力2.2Wのクセノンアークランプ(2) を用いてグレーティング構造を照射する．33GHzから50GHzまでの周波数帯域において，入射角θを一定にして光プラズマによるTM波に対するグレーティング構造の散乱特性の測定を行った．

図7は入射角が45°の場合の0次の反射電力の測定結果である．42.75GHz

付近に見られる共振特性はアノマリーによるものである．この共振特性は図3に示した理論値に比べ，約350MHz程度高い周波数で生じている．また図7において光を照射しない場合，最大阻止量の実験値は17.8dBと理論値よりかなり大きい．この違いは，ミリ波帯で実験に使用したシリコンウェーハーが大きな損失(大きな $\tan\delta$) を有するため，この損失がこの共振特性に変化を与えているものと考える．この共振特性の最大阻止量は，237mWの光を照射したとき30.8dB程度となり，光を照射しない場合に比べて13dB程度大きくなる．更に光を2.2Wと強くすると，この最大阻止量は21.4dBとなり，237mWの光を照射した場合に比べて9.8dB程度減少する．このように光に対する最大阻止量の変化は理論で指摘した様な傾向を示す．また，共振周波数は光を2.2Wと強くすると，218MHzほど低い周波数に移動する．この結果から，グレーティング構造を装荷した場合，グレーティングが無い場合[3]に比べ，帯域を無視すると光制御特性が77％ほど強まる事が分かった．なお，この実験値から $n_p = 10^{22}m^{-3}$ $(n_p t_p = 2.0 \times 10^{17}m^{-2})$ 程度であると推定できる．この値はすでに報告した n_p の値[2] とオーダ的に一致する．

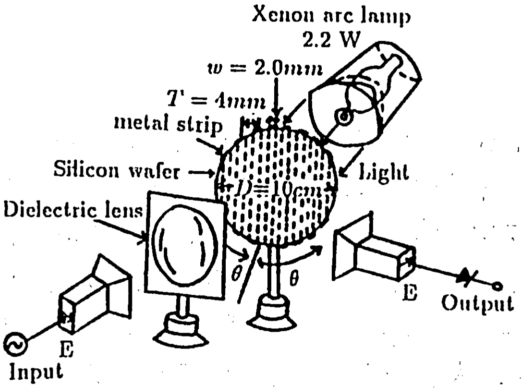


図6　シリコンウェーハーを用いた準光学グレーティング回路の実験

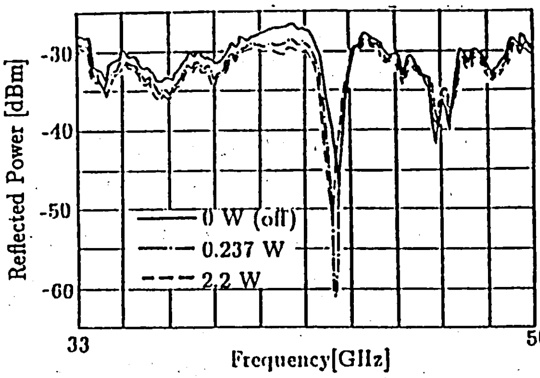


図7　反射電力の光出力依存性

次に入射角が60°ときの前方散乱のパターンの光制御特性を受信アンテナを$-115° \sim -180°, 180° \sim 115°$ で130°回転させて測定した．光を照射しない場合，0次の透過回折波のローブが約120°の方向に観測され，また-1次の透過回折波のローブの方向が40.6GHz ～ 49.0GHzの周波数で$-120° \sim -145°$の範囲で25°走査するのが観測された．図8に47.025GHzの前方散乱パターンの光制御特性を示す．この前方散乱パターンの理論値として，図9に電力透過係数のプラズマ密度依存性を示す．光を照射しない場合，0次の透過回折波と-1次の透過回折波の電力比は実験値約7.2dB, 理論値約5.0dBとよく一致している．一方，図8に示した実験結果において，2.2Wの光を照射すると，光を照射しない場合に比べ，0次の透過回折波の電力は約1.50dB,-1次の透過回折波の電力は約2.84dB減衰している．この値はまた図9に矢印で示している．この矢印の位置から2.2Wの光によって誘起されるプラズマ密度は$n_p = 5.0 \times 10^{21} \sim 8.0 \times 10^{21} m^{-3}$ ($n_p t_p = 1.0 \times 10^{17} \sim 1.6 \times 10^{17} m^{-2}$) 程度であると推定でき，この値は図7に示した反射電力の光制御特性から推定されるプラズマ密度とオーダ的に一致する．

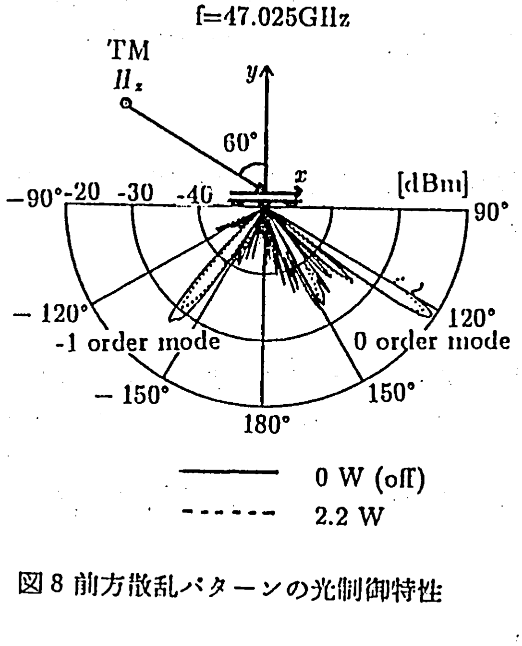


図8 前方散乱パターンの光制御特性

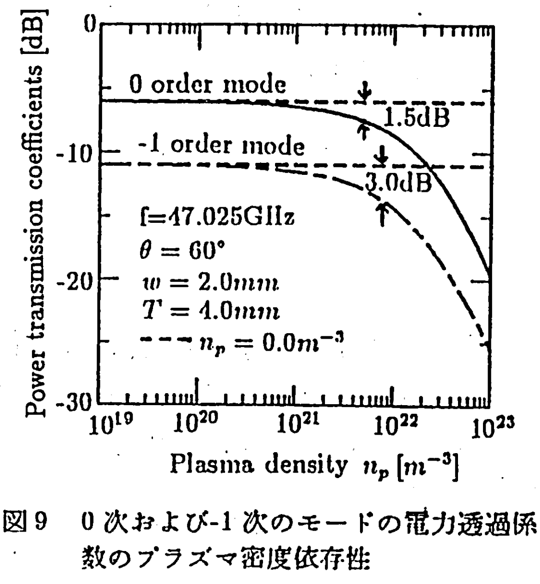


図9 0次および-1次のモードの電力透過係数のプラズマ密度依存性

5. むすび

プラズマが誘起されたシリコンスラブ上の金属ストリップグレーティングによるTMタイプの平面電磁波の散乱特性をスペクトル領域ガラーキン法を用いて解析した．そして数値計算により，光プラズマが与える平面電磁波の散乱特性を明らかにした．その結果，特定の密度のプラズマが誘起されると，反射特性におけるアノマリーによる共振が鋭くなることが分かった．またアノマリーが生じる周波数や角度が光プラズマにより変化する事も分かった．次にアルミを真空蒸着することにより，高抵抗シリコンウェーハー上に金属ストリップグレーティングを実際に構成し，クセノンランプにより光を照射し，反射特性の周波数依存性，前方散乱パターンを33GHzから50GHzのミリ波帯で測定した．その結果，光照射によりグレーティングの効果により現れるミリ波の共振特性や前方散乱パターンを制御する事ができ，これらの実験結果は理論値と同様な傾向を示した．しかしながら実験に用いたシリコンの損失のために十分な光制御特性を達成出来ないという結果に終わっているが，ここで明かにした諸特性は準光学回路の光制御という新しい回路素子の基礎を与えるものと考える．またTE波が入射する場合についても今後検討する必要がある．

謝辞　常日頃御討論していただく本学島崎仁司講師に感謝の意を表します．

文献

(1) "Special Issue on Applications of Lightwave Technology to Microwave Devices,Circuit and System",IEEE Trans. Microwave Theory & Tech ,**MTT-38**,5(May 1990).

(2) 西村和男, 堤　　誠:"プリントダイポールの光制御", 信学論 (C-I),**J78-C-I**,3, pp.173-179(1995-03).

(3) 杉山　茂, 堤　　誠:"光によりプラズマが誘起された半導体スラブからのミリ波の反射および透過", 信学論 (C-I),**J73-C-I**,4,pp.173-178 (1990-04).
(4) Hall R.C.,Mittra R.:"Scattering from a Periodic Array of Resistive Strips",IEEE Trans. Antenna & Propagat. ,**AP-33**,9,pp.1009-1011(Sept. 1985).
(5) Uchida K.,Noda T.,and Matsunaga T.: "Spectral Domain Analysis of Electromagnetic Wave Scattering by an Infinite Plane Metallic Grating",IEEE Trans. Antenna & Propagat.,**AP-35**,1,pp.46-52(Jan. 1987).
(6) Volakis J.L.,Lin Y.C.,and Anastassiu H.: "TE Characterzation of Resistive Strip Gratings Slab Using a Single Edge Mode Expansion",IEEE Trans. Antenna & Propagat.,**AP-42**,2,pp.203-212(Feb. 1994).
(7) Bertoni H.L.,Chen L.S.,and Tamir T.: "Frequency-Selective Reflection and Transmission by a Periodic Dielectric Layer",IEEE Trans. Antenna & Propagat.,**AP-37**,1,pp.78-83(Jan. 1989).
(8) Magnusson R.,Wang S.S.,Black T.D., and Sohn A.: "Resonance Properties of Dielectric Waveguide Gratings : Theory and Experiments at 4-18GHz ",IEEE Trans. Antenna & Propagat.,**AP-42**,4,(April 1994).
(9) Johansson F.S.:"Frequency-Scanned Gratings Consisting of Photo Etched Arrays",IEEE Trans. Antenna & Propagat.,**AP-37**,8,pp.996-1002(August 1989).

輻射科学研究会資料
RS 95-3

変形回路網を用いた曲面導体壁からなる導波路の空間回路網法による解析

飯田幸雄　　　　　森田正信
（関西大学工学部）（関西大学工業技術研究所）

1995年 5月12日
輻射科学研究会
（京都工芸繊維大学）

1．まえがき

近年，FDTD法[(1)]やTLM法[(2),(3)]等の時間領域での解析法を用いた電磁界解析が行われている．FDTD法では，直交座標系以外に，円筒座標系や一般の曲面に格子網を一致させることのできる曲線座標系でのアルゴリズムを用いた解析が多く報告されている[(4)-(8)]．また，最近は，Yee の当初のものとは異なり，マクスウエル方程式の積分形から出発する定式化も用いられており，この立場からの境界処理法もある[(9)-(11)]．計算効率の関係から，主として直交格子を用い，境界付近でのみ特別な処理をするもので，Jurgensらは，損失を含めた導体壁での取り扱いをCP法として報告[(10)]している．これは積分路を境界に適合するように変形するものである．

TLM法は，マクスウエル方程式を伝送線路からなる回路網と対応させて，回路網でのインパルスの振る舞いを計算する方法である．電磁界の空間分布に対応させて，空間離散間隔を変化させる取扱いや，円筒座標での取扱いが報告されている[(12),(13)]．TLM法の回路網と基本的には同じ性質の回路網を用い，回路網中の波の伝搬をベルジェロン法を用いて解析する空間回路網法(SNM)[(14),(15)]でも，状況は同様であり，曲面境界に対して適用できる境界の処理法に関する報告は少ない．最近，２次元曲面からなる境界に対して，TLM法では２次元回路網における処理が報告[(16)]され，SNMでは３次元回路網における処理法が報告[(17),(18)]されている．

本論文では，SNMにおける２次元曲面からなる導体境界の処理法をさらに検討するために，マグネトロン壁導波管のしゃ断定数を計算し，Field-matching法によって求められている結果[(19)-(21)]や，実験の結果と比較することでこの処理法の評価を行う．

2．導体壁面における回路網の取扱い

2．1　回路網の取扱い

２次元曲面に対する回路網の取扱いを図１に示す．●印は電気的節点，○印は磁気的節点を表し，実線は伝送線路である．ここでは，曲面を折れ線近似することにより，図のタイプＡ～Ｅの取扱いでおおむね対応できるものと考える．タイプＡでは，立方体を構成する６面共に，面上には伝送線路が配置されてい

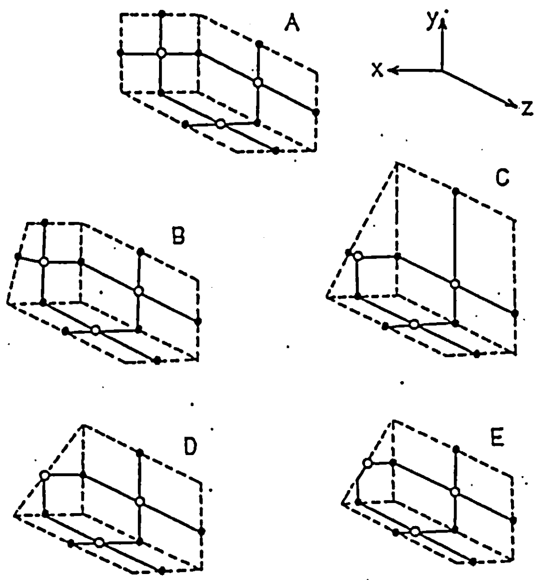


図１　回路網の取扱い．

るのに対して，タイプＢ～Ｅでは，導体面がくる左側の斜面上には伝送線路は無い．

以下においては，節点間を結ぶ通常の長さΔdの線路について，その特性インピーダンスをZ_0，波の伝搬時間をΔtとする．また，この線路の全キャパシタンスをC_0，全インダクタンスをL_0とする．これらは次式で与えられる．

$$Z_0=\sqrt{\mu_0/\varepsilon_0}\ ,\qquad \Delta t=\Delta d\sqrt{\varepsilon_0\mu_0}/2\ ,$$
$$C_0=\varepsilon_0\Delta d/2\ ,\qquad L_0=\mu_0\Delta d/2\ . \tag{1}$$

但し，ε_0，μ_0 は，それぞれ，自由空間の誘電率，透磁率である．

２．２　タイプＢのｘｙ面での処理

タイプＢのｘｙ面における節点配置と等価回路を図２に示す．等価回路については，空間回路網法の回路網表示では説明が複雑になるので，TLM法で使われる回路網表示を用いている．

図２(a)の$E_{/\!/}$点は，本来の立方格子網では，H_z点のｘ方向にあり，E_y成分を受け持つ．E_y成分を受け持つ節点がｙ軸に対して傾きを持つ壁面上にあっても境

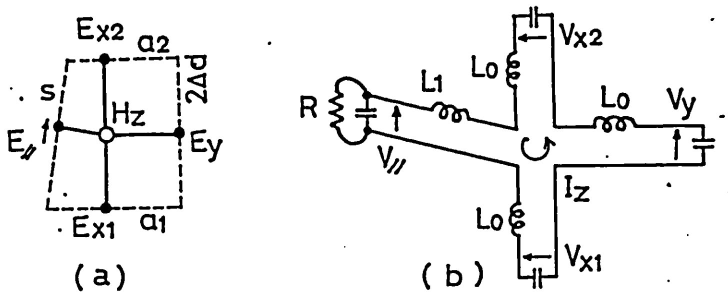


図2　タイプBのｘｙ面における処理．(a)節点の配置．(b)等価回路．

界条件を入れることができない．そこで，壁面に垂直になるようにH_z点からの線路を傾け，$E_{\parallel}$点を壁面上に設ける．このようにすると，境界条件を容易に入れることができる．

H_z点と$E_{\parallel}$点間の線路は，通常の線路長Δdとは異なる．回路網全体を同じ時間ステップΔtで計算するために，この線路の特性インピーダンスを伝搬時間がΔtとなるように変更する．境界面が導体の場合には，この線路の先端が壁面の表皮抵抗R_s程度の小さな抵抗で終端されるために，この線路の容量は，そのインピーダンスがR_sに比べて非常に大きくなり，事実上計算に影響を与えないこととなる．

なお，以上の処理を行うと，H_z点は $E_{\parallel}$点とE_y点の中間よりずれる．一般に，FDTD法，TLM法，空間回路網法では，矩形格子の間隔を任意に変える処理法が用いられている．この場合，本来の中心差分形の計算よりも精度が落ち，１次の精度となると考えられる．ここに示した処理法でもこの点は同様である．

具体的な処理を以下に示す．図２(a)のH_zについては，次式

$$\oint_C \mathbf{E} \cdot d\ell = -\mu_0 \frac{\partial}{\partial t}\int_S \mathbf{H} \cdot d\mathbf{S} \tag{2}$$

で与えられるファラデーの法則を長さ a_1，s，a_2，$2\Delta d$ の積分路に沿って適用する．H_zを面積Aの積分路内での平均値であるとすると次式が得られる．

$$a_1 E_{x1} + s E_{\parallel} - a_2 E_{x2} - 2\Delta d\ E_y = -\mu_0 A\,(\partial H_z/\partial t)\,. \tag{3}$$

一方，図２(b)の回路では，次の関係がある．

$$V_{x1} + V_{\parallel} - V_{x2} - V_y = -(3L_0 + L_1)\,(\partial I_z/\partial t)\,. \tag{4}$$

式(3)，(4)を比較すると，次の対応関係が得られる．

$$V_{x1} = a_1 E_{x1}\ ,\quad V_{x2} = a_2 E_{x2}\ ,\quad V_{/\!/} = s\, E_{/\!/}\ ,$$
$$V_y = 2\Delta d E_y\ ,\quad I_z = 2\Delta d\ H_z\ ,$$
$$3L_0 + L_1 = \mu_0\ A/(2\Delta d) = 4\alpha_A\ L_0\ . \tag{5}$$

但し，α_Aは，通常の部分での面積$(2\Delta d)^2$に対するここでの面積Aの比であり，次式で定義した．

$$\alpha_A = A/(2\Delta d)^2\ . \tag{6}$$

この壁面では$E_{/\!/}=R_S H_Z$の関係が近似的に成り立つので，図(a)の回路には次の抵抗を与えればよい．

$$R = s\ R_S/(2\Delta d)\ . \tag{7}$$

式(5)のように対応させると，面積Aとｚ方向長２Δdからなる体積にH_Zが蓄える磁気エネルギーと回路のインダクタンスが蓄えるエネルギーが一致する．また，壁面でのH_Zによる損失電力は，長さｓとｚ方向長２Δdからなる面積当り，

$$2\ R_S\ |H_Z|^2 s\ \Delta d \tag{8}$$

となるが，これはRで消費される電力に一致する．

H_Z点から壁面に垂直に伸びる線路は，Δdとは異なる長さをもつので，この線路の伝搬時間をΔtと一致させる必要がある．この条件から，この線路の全キャパシタンスC_1および特性インピーダンスZ_1は，

$$C_1 = C_0\ L_0/L_1,\quad Z_1/Z_0 = 4\alpha_A - 3 \tag{9}$$

となる．

$\alpha_A \leqq 0.75$ のときには，式(5)で L_1 が正の値をもつように，H_ZとE_{x2}を結ぶ線路の特性インピーダンスを変更する必要がある．この場合，この線路の全インダクタンスと全キャパシタンスを，それぞれ，δL_0，C_0/δとする．但し，$0 < \delta \leqq 1$である．

２．３　タイプＢのｘｚ面での処理

図３において，次の対応関係が成立する．

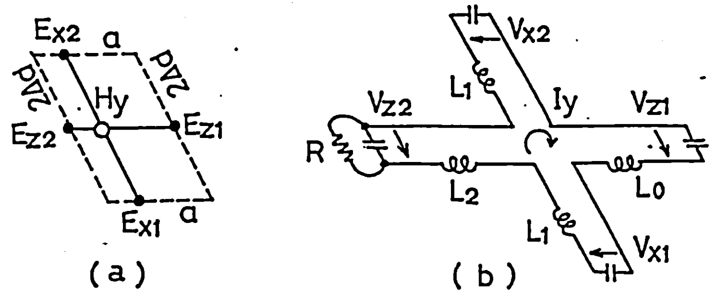


図3　タイプBのxz面における処理.

$$V_{X1} = a\,E_{X1}\,,\qquad V_{X2} = a\,E_{X2}\,,\qquad V_{Z1} = 2\,\Delta d\;E_{Z1},$$
$$V_{Z2} = 2\,\Delta d\;E_{Z2}\,,\qquad I_Z = 2\,\Delta d\;H_y\,,$$
$$2\,L_1 + L_2 = (4\,\alpha_c - 1)L_0,\quad \alpha_c = a/(2\Delta d). \qquad (10)$$

ここで，$L_1 = L_2$とすると，問題としている線路の特性インピーダンスZ_1，Z_2，全キャパシタンスC_1，C_2は，伝搬時間がΔtとなるようにして，

$$Z_1/Z_0 = Z_2/Z_0 = (4\,\alpha_c - 1)/3\,,$$
$$C_1 = C_2 = 3\,C_0/(4\alpha_c - 1) \qquad (11)$$

となる．

導体壁面での損失と回路の抵抗Rで消費される電力が等しいことから，次の関係が成立する．

$$R = R_S/\cos^2\theta. \qquad (12)$$

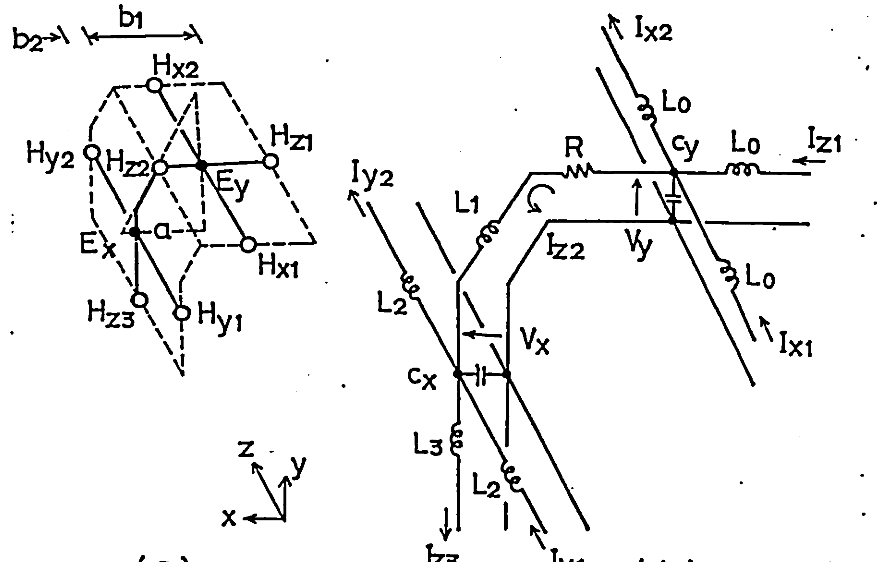
但し，θはy軸と壁面のなす角度であり，鋭角をとる．式(12)のRの値は，壁面での磁界が近似的に$H_y/\cos\theta$，担当する壁面の面積が$(2\Delta d)^2/\cos\theta$であることから得られる．

ここでの処理は，タイプC～Eのxz面およびyz面に対しても適用できる．

2．4 タイプEでの処理

タイプEでの処理を図4に示す．

2．4．1 H_{Z2}節点での取扱い



(a)　　　　　　　　　　(b)

図４　タイプＥにおける処理．

図４のH_{Z2}点では次の対応となる．

$$V_X = a\ E_X\ ,\qquad V_Y = 2\ \Delta d\ E_y\ ,$$
$$I_{Z2} = 2\ \Delta d\ H_{Z2}\ ,\qquad L_1 = 4\ \alpha_D L_0,$$
$$\alpha_D = a/(4\Delta d)\ ,\qquad R = s\ R_S/(2\ \Delta d). \tag{13}$$

ここでは，H_{Z2}が三角形の領域を受け持つので，体積 $2\ a\ \Delta d^2$に蓄えられる磁気エネルギーとL_1の蓄えるエネルギーが一致している．また，E_X点とE_y点を結ぶ線路は伝搬時間がΔtとなる１本の線路として取扱う．この線路の特性インピーダンスZ_1と全キャパシタンスC_1は，次式で与えられる．

$$Z_1/Z_0 = 4\ \alpha_D\ ,\qquad C_1 = C_0/(4\ \alpha_D). \tag{14}$$

γを $0\ \leqq \gamma \leqq\ 1$ として，γC_1がE_X点に，$(1-\gamma)C_1$がE_y点に属するものと考えればよい．

２．４．２　E_X，E_y節点での取扱い

これらの点では，アンペールの法則

$$\oint_C \mathbf{H}\cdot d\ell = \varepsilon_0 \frac{\partial}{\partial t}\int_S \mathbf{E}\cdot d\mathbf{S} \qquad (15)$$

を適用すればよい．

E_y点では，x方向にb_1，z方向に$2\Delta d$からなる面の周囲に沿って積分する．E_yをこの積分路内での平均値であるとすると次式が得られる．

$$\begin{aligned} &2\Delta d(H_{z1} - H_{z2}) + b_1(H_{x2} - H_{x1}) \\ &= \varepsilon_0\, b_1[\,\partial(2\Delta d\, E_y)/\partial t]. \end{aligned} \qquad (16)$$

一方，E_x点では，次式となる．

$$\begin{aligned} &2\Delta d(H_{z2} - H_{z3}) + 2\Delta d(H_{y1} - H_{y2}) + b_2(H_{x2} - H_{x1}) \\ &= \varepsilon_0\,[(2\Delta d)^2/a]\,[\,\partial(a\, E_x)/\partial t]. \end{aligned} \qquad (17)$$

ここで，左辺第3項は積分路がy軸に対して傾いている部分からの寄与である．

式(17)のH_{x1}，H_{x2}が式(16)のそれと等しいと近似し，式(16),(17)の和をとると，次の関係が得られる．

$$\begin{aligned} &2\Delta d(H_{z1} - H_{z3}) + 2\Delta d(H_{x2} - H_{x1}) + 2\Delta d(H_{y1} - H_{y2}) \\ &= \varepsilon_0\,\frac{(2\Delta d)^2}{a}\,\frac{\partial\, a\, E_x}{\partial\, t} + b_1\frac{\partial(2\Delta d)E_y}{\partial\, t} \end{aligned} \qquad (18)$$

一方，図の回路では，次の関係がある．

$$I_{z1} - I_{z2} + I_{x1} - I_{x2} = C_y\,(\partial V_y/\partial t), \qquad (19)$$

$$I_{z2} - I_{z3} + I_{y1} - I_{y2} = C_x\,(\partial V_x/\partial t). \qquad (20)$$

両式の和は次式となる．

$$\begin{aligned} &I_{z1} - I_{z3} + I_{x1} - I_{x2} + I_{y1} - I_{y2} \\ &= C_x\,(\partial V_x/\partial t) + C_y(\partial V_y/\partial t). \end{aligned} \qquad (21)$$

式(18)と式(21)を比較すると，次の対応関係が得られる．

$$\begin{aligned} &I_{z1} = 2\Delta d\, H_{z1}, && I_{z3} = 2\Delta d\, H_{z3}, \\ &I_{x1} = -2\Delta d\, H_{x1}, && I_{x2} = -2\Delta d\, H_{x2}, \\ &I_{y1} = 2\Delta d\, H_{y1}, && I_{y2} = 2\Delta d\, H_{y2}, \\ &V_x = a\, E_x, && V_y = 2\Delta d\, E_y, \\ &C_x = 4\, C_0/\beta, && C_y = 4\,\alpha_E\, C_0, \\ &\beta = a/(2\Delta d), && \alpha_E = b_1/(2\Delta d). \end{aligned} \qquad (22)$$

E_y点では，C_yから通常の線路３本分のキャパシタンスと，E_x，E_y間の線路の容量（式(14)のC_1に対応する）の$(1-\gamma)$倍との合計を引いた容量C_{fy}を付加する必要がある．

$$C_{fy} = C_0 \left(4\,\alpha_E - 3 - \frac{1-\gamma}{4\,\alpha_D}\right) \tag{23}$$

E_x点では，次のC_{fx}を付加する必要がある．

$$C_{fx} = C_0 \left(\frac{4}{\beta} - \frac{\gamma}{4\,\alpha_D} - \frac{1}{\delta} - \frac{6}{4\alpha_C - 1}\right) \tag{24}$$

ここで，右辺第３項は，E_xとH_{z3}節点を結ぶ線路のキャパシタンスであり，第４項は，E_x点のｚ方向に伸びる線路の容量（式(11)のC_1の２倍に相当する）である．

式(23),(24)において，C_{fx}，$C_{fy} \geqq 0$ となるように選ぶ必要がある．

３．数値解析例

４-vaneのマグネトロン壁導波管を考える．図５にその断面を示す．$z=0$ と ℓ の面を導体壁で閉じ，円筒状の空胴として共振周波数ω_0を求める．この導波管のしゃ断定数k_cは，

$$k_c{}^2 = \omega_0{}^2 \mu_0 \varepsilon_0 - (n\pi/\ell)^2 \tag{25}$$

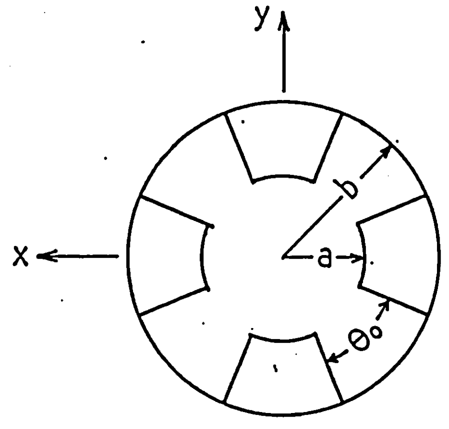


図５　４-vane のマグネトロン壁導波管（θ_0=45°）．

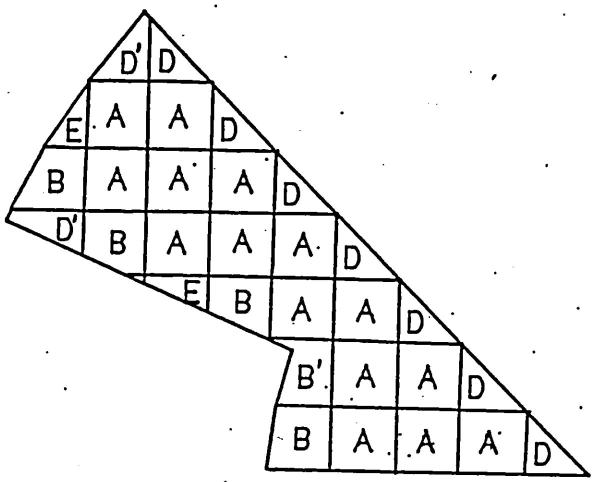


図6　解析領域と回路網の取扱い.

により得られる. 但し, nはz方向のモード次数であり, 整数.

ここでは, 図5の断面において, y＝0 のxz面を電気壁または磁気壁として, x＝yの面を電気壁として取扱い, 8分の1の領域で数値解析する. 計算は, *TE_{01}モード（2πモード）と*TE_{21}モード（πモード）の二つのモードについて行い, y＝0 のxz面を, *TE_{01}モードでは電気壁, *TE_{21}モードでは磁気壁とする.

回路網の取扱いを図6に示す. 図中のA～Eは図1に示す回路網処理のタイプを表し, B', D'はそれぞれタイプB, Dの変形である. 表1および2に, 各モードに対する励振点, 観測点の電磁界量と⊿dで規格化した座標を示す. 励振点1に $I_y=\sin\omega t$, 励振点2に $I_x=-\sin\omega t$ の電流源を接続して回路網を励振する. これは, それぞれ, 電流が I_y, I_x で, 長さが⊿dの微小電流源を置いたことに対応している.

計算に用いたパラメータの値を以下に示す.

$a=10\ \Delta d$,　$b=20\ \Delta d$,　$\ell=40\ \Delta d$,
$\Delta d=0.2$ mm

計算結果を表1, 2に示す. 共振周波数は, 100 周期励振したときのチューニングカーブから決定したものである. bk_cの値は, 最大と最小のもので, *TE_{01}モードでは 0.4 %, *TE_{21}モードでは 2 %の差がある. なお, *TE_{01}モードのしゃ断定数は, 半径が 1.17bの円形導波管 TE_{01}モードのしゃ断定数に等

表１　共振周波数と規格化しゃ断定数の計算結果（*TE_{01n}モード）．

n	1	2	3
励振点１	$E_y(6,5,20)$	$E_y(6,5,10)$	$E_y(6,5,20)$
励振点２	$E_x(7,6,20)$	$E_x(7,6,10)$	$E_x(7,6,20)$
観測点	$E_y(6,5,30)$	$E_y(6,5,30)$	$E_y(6,5,30)$
f_0(GHz)	43.32	54.18	68.41
bk_c	3.274	3.281	3.267
bk_cの平均値		3.27	

表２　共振周波数と規格化しゃ断定数の計算結果（*TE_{21n}モード）．

n	1	2	3
励振点１	$E_y(6,5,10)$	$E_y(6,5,10)$	$E_y(6,5,20)$
励振点２	$E_x(7,6,10)$	$E_x(7,6,10)$	$E_x(7,6,20)$
観測点	$E_y(6,5,30)$	$E_y(6,5,30)$	$E_y(6,5,30)$
f_0(GHz)	29.30	43.72	60.38
bk_c	1.888	1.888	1.848
bk_cの平均値		1.875	

しく，${}^{*}TE_{21}$モードは，半径1.63ｂのTE_{21}モードのものに等しい．

４．実験結果と検討

図５に示す断面をもち，ａ＝9.0 mm，ｂ＝18.0 mm，長さℓ＝36.0 mm の空胴を製作し，実験を行った．両端面から，中心導体が円形領域とスロット領域との境界付近にくるようにセミリジットケーブルを挿入し，透過特性から共振周波数を測定する．周波数 6～18 GHz の範囲で 24個の共振周波数が観測された．式(25)を用いて，整数ｎの系列に対して同じしゃ断定数をもつ共振周波数を選び，${}^{*}TE_{01}$と${}^{*}TE_{21}$モードと思われるものを表３，４にまとめている．両モード

表３．しゃ断定数の測定結果（${}^{*}TE_{01}$モード）．

共振周波数(GHz)	9.580	12.003	15.169
n	1	2	3
しゃ断周波数(GHz)	8.628	8.644	8.606
平均しゃ断周波数(GHz)		8.626	
規格化しゃ断定数		3.25	

表４．しゃ断定数の測定結果（${}^{*}TE_{21}$モード）．

共振周波数(GHz)	6.434	9.676	13.425
n	1	2	3
しゃ断周波数(GHz)	4.905	4.927	4.919
平均しゃ断周波数(GHz)		4.917	
規格化しゃ断定数		1.855	

共に，しゃ断周波数には，最大と最小のもので，0.4 %の差がある．なお，同軸ケーブルではなく，空胴の両端面に厚さ 0.5 mm で 5 mm×2 mm の矩形結合孔を設け，WRJ-10 導波管に接続して測定した共振周波数は，表３の n=1,3 および表４の n=2 に対応しており，表の値と 0.2 %以下で一致した．

実験値と計算値の比較を表５に示す．$^{*}TE_{01}$モードで 0.6 %，$^{*}TE_{21}$モードで 1 %の差がある．導波管断面に対する回路網の粗さや測定誤差を考慮するとき，解析値は妥当な値であることがわかる．なお，表には文献(19)～(21)に報告されている値も示している．文献(19)は，スロット領域と内側の円形領域との境界で，磁界を点整合する方法を用いたものであり，文献(20)，(21)は磁界の平均値を整合する方法を用いたものである．文献(21)の値が比較的よく一致しているのがわかる．

表５．規格化しゃ断定数の比較

モード	$^{*}TE_{01}$	$^{*}TE_{21}$
実験結果	3.25	1.855
計算結果	3.27	1.875
文献19	3.44	——
文献20	3.14	——
文献21	3.23	1.82

５．むすび

空間回路網法における２次元曲面に対する導体境界の処理法を半径比２の４-vaneマグネトロン壁導波管に適用し，円筒形状に形成した空胴の共振周波数を計算することによって，$^{*}TE_{01}$モード，$^{*}TE_{21}$モーのしゃ断定数を求めた．また，実験によっても，しゃ断定数の測定を行い，計算値と１%程度の差で一致する結果を得た．導波管断面に対する回路網の粗さや，実験の精度を考えるとき，計算値と実験値はよく一致していると思われる．また，これらの値は，fieldmatching 法によって得られた文献(21)の結果と比べても妥当な値である．以上の結果から，ここで取り扱った空間回路網法における２次元曲面からなる導体境界の処理法の妥当性が示された．

今後，３次元曲面に対しての適用性の検討が必要である．

文 献

(1) Yee K.S.,"Numerical Solution of initial boundary value problems involving Maxwell's equations in isotropic media",IEEE Trans. Antennas & Propag.,vol.AP-14,no.3,pp.302-307,May 1966.

(2) Johns P.B. and Beurle R.L.,"Numerical solution of 2-dimensional scattering problems using a transmission-line matrix",IEE Proc., vol.118,no.9,pp.1203-1208,Sep. 1971.

(3) Akhtarzad S. and Johns P.B.,"Solution of Maxwell's equations in three space dimensions and time by the t.l.m. method of numerical analysis" IEE Proc.,vol.122,no.12,pp.1344-1348,Dec. 1975.

(4) Holland R.,"Fite-difference solution of Maxwell's equations in generalized non-orthogonal coordinates",IEEE Trans. Nucl.Sci., vol.NS-30,no.6,pp.4589-4591,Dec. 1983.

(5) Navarro A., Nunez M.J. and Martin E.,"Finite difference time domain FFT method applied to axially symmetrical electromagnetic resonant devices",IEE Proc.vol.137,Pt.H,no.3,pp.193-196,Jun.1990.

(6) Fusco M.A.,Smith M.V. and Gordon L.W.,"A three-dimensional FDTD algorithm in curvilinear coordinates",IEEE Trans. Antennas & Propag.,vol.AP-39,no.10,pp.1463-1471,Oct.1991.

(7) Harms P.H., Lee J.F. and Mittra R.,"A study of the nonorthogonal FDTD method versus the conventional FDTD technique for computing resonant frequencies of cylindrical cavities", IEEE Trans. Microwave Theory & Tech.,vol.MTT-40,no.4, pp.741-746,Apr.1992.

(8) 大西輝夫，柏　達也，深井一郎：" 任意格子 FD-TD法を用いた曲面上マイクロストリップアンテナの解析" ，信学論(B-II),J75-B-II,12,pp.957-963,1992-12.

(9) Taflove A., Umashankar K.R., Beker B., Harfoush F. and Yee K.S.,"

Detailed FD-TD analysis of electromagnetic fields penetrating narrow slots and lapped joints in thick conducting screens",IEEE Trans. Antennas & Propag.,vol.AP-36,no.2,pp.247-257,Feb.1988.

(10) Jurgens T.G., Taflove A. Umashankar K. and Moore T.G.,"Finite-difference time-domain modeling of curved surfaces",IEEE Trans. Antennas & Propag.,vol.AP-40,no.4,pp.357-366,Apr.1992.

(11) Fang J. and Ren J.,"A locally conformed finite-difference time-domain algorithm of modeling arbitrary shape planar metal stripes", IEEE Trans. Microwave Theory & Tech.,vol.MTT-41,no.5,pp.830-838,May 1993.

(12) Zhao X., Liu C. and Shen L.C.,"Numerical Analysis of a TM_{010} Cavity for Dielectric Measurement", IEEE Trans. Microwave Theory & Tech.,vol.MTT-40,no.10,pp.1951-1959,Oct. 1992.

(13) Al-Mukhtar D.A.,Tech M.,and Sitch J.E.,"Transmission-line marix method with irregularly graded space",IEE Proc. vol.128,Pt.H,no.6, pp.299-305,Dec.1981.

(14) 吉田則信，深井一郎，福岡醇一："Bergeron法による２次元マクスウエル方程式の過渡解析"，信学論(B)，J62-B,6,pp.511-518, 1979-06.

(15) 吉田則信，深井一郎，福岡醇一："電磁界の節点方程式による過渡解析"，信学論(B),J63-B,9,pp.876-883,1980-09.

(16) Marcysiak M.C. and Gwarek W.K.,"New TLM algorithms with controlled stability margin and their application to improve the modeling of curved boundaries",IEEE MTT-S Int.Microwave Symp. Dig.,San Diego,CA,May 1994,pp.357-360.

(17) 飯田幸雄，森田正信："空間回路網法における曲面導体壁の処理法"，平６電学全大，19,1994-03.

(18) Iida Y. and Morita M.,"Modeling of curved conductor surface in analysis of cavity resonators by spatial network method", Trans. IEICE, vol.E78-C, no.2, pp.193-200, Feb. 1995.

(19) Grow R.W. and Shrivastava,U.A.,"Impedance calculations for traveling-wave gyrotrons operating at harmonics of the cyclotron frequency in magnetron-type circuits operating in the pi mode," IEDM Tech.Dig.,Dec.7-9,1981.

(20) Uhm H.S., Kim,C.M. and Namkung,W.,"Linear theory of cusptron microwave tubes,"Phys.Fluids,vol.27,no.2,pp.488-498,Feb.1984.
(21) Pate,M.C., Grow,R.W. and Baird,J.M.,"Comparative TE modal analysis and extended parameter calculations of magnetron-wall waveguide for gyro-peniotron applications,"IEEE Trans. Electron Devices,vol.36,no.9,pp.1976-1982,Sep.1989.

輻射科学研究会資料
RS 95－4

周期構造を持つキラル導波路の解析

松本 恵治　　魏 玉峰　　呉 君香　　六島 克
（大阪産業大学　工学部）

1995年5月12日

輻射科学研究会
(於 京都工芸繊維大学)

周期構造を持つキラル導波路の解析

松本　恵治　　魏　玉峰　　呉　君香　　六島　克
（大阪産業大学　工学部）

1　まえがき

近年，波長程度の周期構造を持つ誘電体媒質が，光波領域において光結合器，フィルター，音響光学，ホログラム，光集積回路等に関して重要な役割を果たすものと考えられ，周期構造による光波の姿態を厳密に解析する研究がなされてきた．また，最近ではキラル(Chiral)媒質による円偏波の特徴を利用した電磁波の回路素子等の研究が行われており，その電磁波の解析例についても多く報告されている．このキラル媒質に周期構造を施すことで，キラリティの無いアキラル(Achiral)媒質の誘電体格子では見られなかった興味深い電磁波現象を示し，光集積回路や光通信システムなど様々な分野で応用できる特性を有するデバイスを形成するものと期待できる．周期構造による電磁波伝搬に関する解析の多くは，アキラルの誘電体媒質のものがほとんどであり，周期構造を持つキラル媒質の解析についての報告例は回折問題[(1)-(4)]に関しても数少ない．特に，キラル媒質の導波問題については，筆者らの知る限り一様な導波路の解析[(5)-(8)]以外，未だにキラルグレーティング導波路については報告されていない．

筆者らは，最近，周期的変化が任意の3次元方向に向いた誘電体格子における光波の伝搬を解析する空間高調波展開法[(9)]を，等方性キラル媒質で構成された周期構造の回折問題の解析に拡張した[(3),(4)]．本報告では，その解析手法をキラル媒質を含むグレーティング導波路の導波問題に適用し，その定式化と数値計算例を示している．解析方法は，比誘電率に加えて規格化されたキラルアドミタンスについてもFourier展開を用いて表し，すべての電磁界が空間高調波間の結合として表現された系統的な行列形式で厳密に定式化されている．

数値計算例では，等方性キラル媒質のキラルアドミタンスの値がその比誘電率の値と共に正弦波的に変調している密度変調形キラルグレーティング導波路について取り上げ，ブリリアン図や洩れ波の放射効率などの伝搬特性を解明している．特に，周期構造による右円偏波(RC波)と左円偏波(LC波)との結合に起因する特異な禁止帯や洩れ波の存在を明かにしている．

2 キラルグレーティング導波路の解析モデル

時間因子には $\exp(j\omega t)$ を採用し，空間変数$\boldsymbol{r}=(x,\ y,\ z)$ は全て波数 $k_0=2\pi/\lambda$ (λ :光波の波長) で規格化を行い$\boldsymbol{r}k_0 \to \boldsymbol{r}$ ($k_0x \to x,\ k_0y \to y,\ k_0z \to z$) と簡略化している．また，各軸方向の単位ベクトルを $\boldsymbol{i}_x, \boldsymbol{i}_y, \boldsymbol{i}_z$として定式化を行っている．

等方性キラル媒質の構成方程式は

$$\boldsymbol{D}=\varepsilon_0\varepsilon\boldsymbol{E}-j\xi\boldsymbol{B}, \qquad \boldsymbol{H}=-j\xi\boldsymbol{E}+(\mu_0\mu)^{-1}\boldsymbol{B} \tag{1}$$

で表される．ここで，ξはキラルアドミタンスである．上式 (1) を Maxwll の方程式

$$\mathrm{curl}\boldsymbol{E}=-j\omega\boldsymbol{B}, \qquad \mathrm{curl}\boldsymbol{H}=j\omega\boldsymbol{D} \tag{2}$$

に代入し，座標変換 ($k_0x, k_0y, k_0z \Rightarrow x, y, z$) および電磁界振幅の規格化を行えば，キラル媒質中での規格化された電磁界の関係式

$$\mathrm{curl}\sqrt{Y_0}\boldsymbol{E}=-j\mu\sqrt{Z_0}\boldsymbol{H}+\tau\mu\sqrt{Y_0}\boldsymbol{E}, \quad \mathrm{curl}\sqrt{Z_0}\boldsymbol{H}=j(\varepsilon+\tau^2\mu)\sqrt{Y_0}\boldsymbol{E}+\tau\mu\sqrt{Z_0}\boldsymbol{H} \tag{3}$$

$$Y_0=\frac{1}{Z_0}=\sqrt{\frac{\varepsilon_0}{\mu_0}}, \qquad \tau=\xi\sqrt{\frac{\mu_0}{\varepsilon_0}} \tag{4}$$

が得られる．ここで，τは規格化されたキラルアドミタンスである．

図 1 に示すような 2 つの半無限領域に挟まれた周期構造の等方性キラル媒質による電磁波の導波問題を考える．

上部の半無限領域 (領域 1) は比誘電率ε_1の均一な等方性誘電体媒質であり，下部の半無限領域 (領域 3) は比誘電率ε_3および規格化されたキラルアドミタンスτ_3で表される均一な等方性キラル媒質である．また，格子領域 (領域 2) は，3 次元的に任意の方向に向いた格子ベクトル$\boldsymbol{K}(=\boldsymbol{n}_K k_0)$ を持つ周期構造の等方性キラル媒質$\hat{\varepsilon}_2(\boldsymbol{r})$，$\hat{\tau}_2(\boldsymbol{r})$ で構成されている．ここで，$\boldsymbol{n}_K$は規格化された格子ベクトルであり，次式のように表される．

$$\boldsymbol{n}_K=\frac{\boldsymbol{K}}{k_0}=\boldsymbol{i}_xp+\boldsymbol{i}_yq+\boldsymbol{i}_zs, \qquad |\,\boldsymbol{n}_K\,|=n_K=\frac{\lambda}{\Lambda}, \qquad p=\frac{\lambda}{\Lambda_x}, \quad q=\frac{\lambda}{\Lambda_y}, \quad s=\frac{\lambda}{\Lambda_z} \tag{5}$$

求めるべき 0 次空間高調波の規格化伝搬定数は，禁止帯や洩れ波の存在のために一般に複素数で表される．ここでは，伝搬波の減衰が z方向に対して最大となるように，電磁波が導波路を伝搬しているものと考える．従って，領域間の境界面に対して接線成分である 0 次空間高調波の規格化伝搬定数$\boldsymbol{n}_{t0}$は

$$\boldsymbol{n}_{t0}=\boldsymbol{i}_yq_0+\boldsymbol{i}_zs_0 \qquad q_0=q_0', \quad s_0=s_0'+js_0'' \tag{6}$$

となる．なお，領域間の境界面に対して法線成分である 0 次空間高調波の規格化伝搬定数 p_0 は，電磁界の展開係数に含めて 0 としておく．

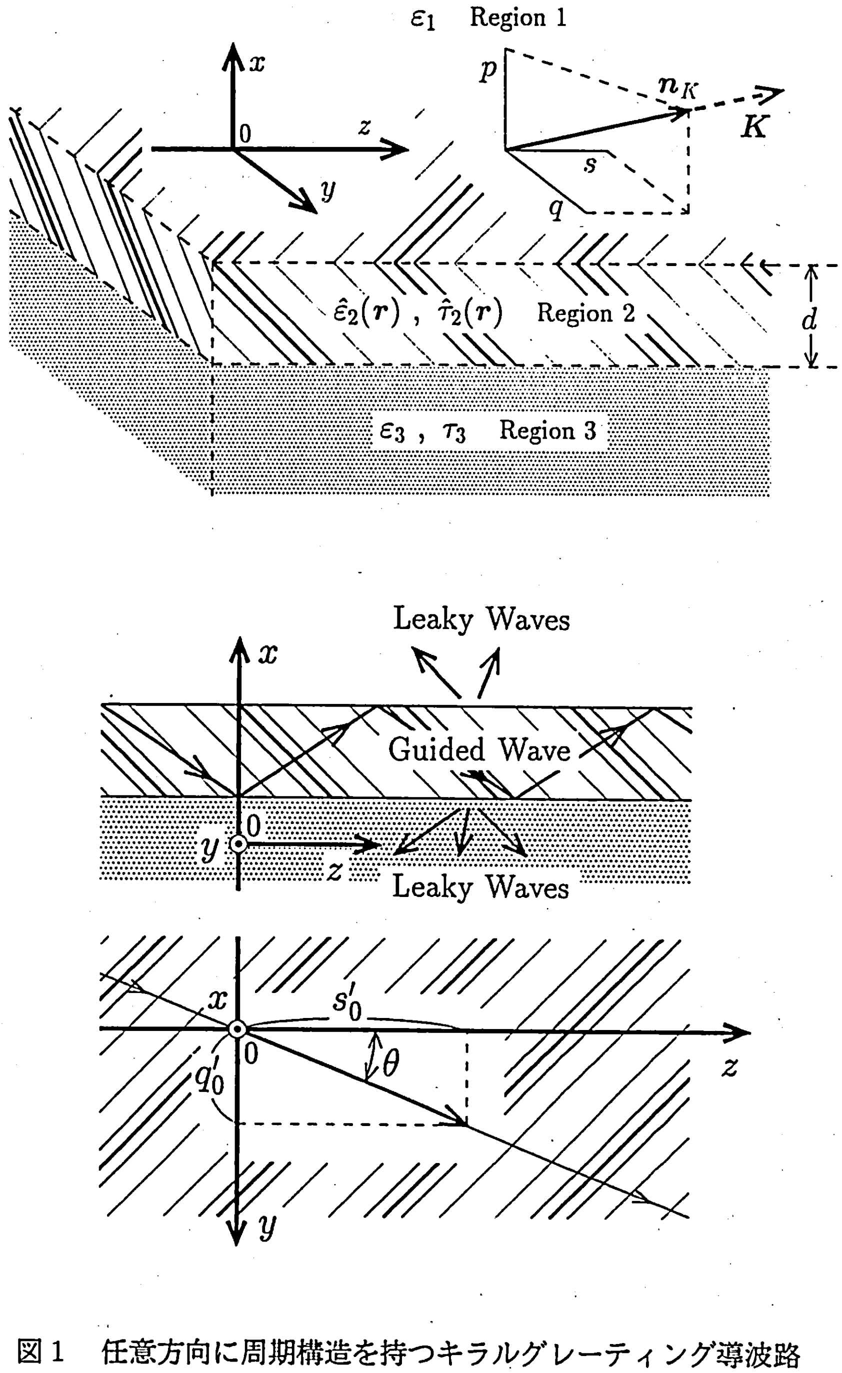


図 1　任意方向に周期構造を持つキラルグレーティング導波路

3 周期構造を持つキラル媒質内の電磁界

周期構造媒質内では3次元的に任意の方向に周期性を持つものことから，その比誘電率と規格化されたキラルアドミタンスは，それぞれ m 次の Fourier 係数 b_m と c_m を用いた Fourier 展開

$$\hat{\varepsilon}(\boldsymbol{r}) = \sum_{m=-N_f}^{N_f} b_m \exp(jm\boldsymbol{n}_K \cdot \boldsymbol{r}), \quad b_m = \frac{1}{k_0\Lambda}\int_{-\frac{k_0\Lambda}{2}}^{\frac{k_0\Lambda}{2}} \hat{\varepsilon}(\boldsymbol{r})\exp(-jm\boldsymbol{n}_K \cdot \boldsymbol{r})d\boldsymbol{r} \tag{7}$$

$$\hat{\tau}(\boldsymbol{r}) = \sum_{m=-N_f}^{N_f} c_m \exp(jm\boldsymbol{n}_K \cdot \boldsymbol{r}), \quad c_m = \frac{1}{k_0\Lambda}\int_{-\frac{k_0\Lambda}{2}}^{\frac{k_0\Lambda}{2}} \hat{\tau}(\boldsymbol{r})\exp(-jm\boldsymbol{n}_K \cdot \boldsymbol{r})d\boldsymbol{r} \tag{8}$$

によって精度良く近似できるものとする．このとき，b_m, c_mは周期構造によって決定される．

また，Floquet の定理より，電磁界の各成分 E_i, H_i $(i = x, y, z)$ は，展開係数 $e_{im}(x)$, $h_{im}(x)$ を与えて空間高調波による展開で表示することができる．

$$\sqrt{Y_0}\boldsymbol{E} = \sum_m \begin{bmatrix} e_{xm}(x) \\ e_{ym}(x) \\ e_{zm}(x) \end{bmatrix} \exp\{-j\boldsymbol{n}_m \cdot \boldsymbol{r}\}, \qquad \sqrt{Z_0}\boldsymbol{H} = \sum_m \begin{bmatrix} h_{xm}(x) \\ h_{ym}(x) \\ h_{zm}(x) \end{bmatrix} \exp\{-j\boldsymbol{n}_m \cdot \boldsymbol{r}\} \tag{9}$$

$$\boldsymbol{n}_m = \boldsymbol{i}_x p_m + \boldsymbol{i}_y q_m + \boldsymbol{i}_z s_m, \qquad p_m = mp, \quad q_m = q_0 + mq, \quad s_m = s_0 + ms \tag{10}$$

上記の媒質の展開式 (7), (8) および電磁界の空間高調波展開式 (9) を規格化された空間座標系に対する方程式 (3) に代入し，$m = 0, \pm1, \pm2, \cdots, \pm M$として展開項数を $2M+1$ 項で打ち切ると，行列形式で表した次の1階微分の結合波方程式が導出できる[9]．

$$\frac{d\boldsymbol{f}_t}{dx} = j[C]\boldsymbol{f}_t, \qquad \boldsymbol{f}_t = [\boldsymbol{e}_y \ \boldsymbol{h}_z \ \boldsymbol{e}_z \ \boldsymbol{h}_y]^t \tag{11}$$

$$\boldsymbol{f}_n = [D]\boldsymbol{f}_t, \qquad \boldsymbol{f}_n = [\boldsymbol{e}_x \ \boldsymbol{h}_x] \tag{12}$$

但し，$\boldsymbol{f}_t$, $\boldsymbol{f}_n$は領域間の境界面に対する電磁界の空間高調波から成る接線成分と法線成分のベクトルであり，$\boldsymbol{f}_n$は$\boldsymbol{f}_t$が決まれば式 (12) により自動的に求められる．これらを構成する $\boldsymbol{e}_i$, $\boldsymbol{h}_i$ $(i = x, y, z)$ は電磁界に関する展開係数を要素とする $2M+1$ 次元の列ベクトル

$$\begin{aligned} \boldsymbol{e}_i &= [e_{i,-M}(x) \ \cdots \ e_{i,0}(x) \ \cdots \ e_{i,+M}(x)]^t && (13) \\ \boldsymbol{h}_i &= [h_{i,-M}(x) \ \cdots \ h_{i,0}(x) \ \cdots \ h_{i,+M}(x)]^t && (14) \end{aligned}$$

である．また，$[C]$, $[D]$ はそれぞれ $4(2M+1) \times 4(2M+1)$, $2(2M+1) \times 4(2M+1)$ 次元の結合行列

$$[C] = \begin{bmatrix} [C_{11}] & [C_{12}] \\ [C_{21}] & [C_{22}] \end{bmatrix} \tag{15}$$

$$[C_{11}] = \begin{bmatrix} j[q][\varepsilon]^{-1}[\tau][s] + [p] & [q][\varepsilon]^{-1}[q] - \mu[1] \\ [s][\tau][\varepsilon]^{-1}[\tau][s] - \mu[\tau]^2 - [\varepsilon] + \dfrac{1}{\mu}[s]^2 & -j[s][\tau][\varepsilon]^{-1}[q] + [p] \end{bmatrix}$$

$$[C_{12}] = \begin{bmatrix} -j[q][\varepsilon]^{-1}[\tau][q] - j\mu[\tau] & -[q][\varepsilon]^{-1}[s] \\ -[s][\tau][\varepsilon]^{-1}[\tau][q] - \dfrac{1}{\mu}[s][q] & j[s][\tau][\varepsilon]^{-1}[s] + j\mu[\tau] \end{bmatrix}$$

$$[C_{21}] = \begin{bmatrix} j[s][\varepsilon]^{-1}[\tau][s] + j\mu[\tau] & [s][\varepsilon]^{-1}[q] \\ [q][\tau][\varepsilon]^{-1}[\tau][s] + \dfrac{1}{\mu}[q][s] & -j[q][\tau][\varepsilon]^{-1}[q] - j\mu[\tau] \end{bmatrix}$$

$$[C_{22}] = \begin{bmatrix} -j[s][\varepsilon]^{-1}[\tau][q] + [p] & -[s][\varepsilon]^{-1}[s] + \mu[1] \\ -[q][\tau][\varepsilon]^{-1}[\tau][q] + \mu[\tau]^2 + [\varepsilon] - \dfrac{1}{\mu}[q]^2 & j[q][\tau][\varepsilon]^{-1}[s] + [p] \end{bmatrix}$$

$$[D] = \begin{bmatrix} -j[\varepsilon]^{-1}[\tau][s] & -[\varepsilon]^{-1}[q] & j[\varepsilon]^{-1}[\tau][q] & [\varepsilon]^{-1}[s] \\ -[\tau][\varepsilon]^{-1}[\tau][s] - \dfrac{1}{\mu}[s] & j[\tau][\varepsilon]^{-1}[q] & [\tau][\varepsilon]^{-1}[\tau][q] + \dfrac{1}{\mu}[q] & -j[\tau][\varepsilon]^{-1}[s] \end{bmatrix} \tag{16}$$

$$[\varepsilon] = [b_{n-m}], \qquad [\tau] = [c_{n-m}] \tag{17}$$

$$[p] = [p_m\delta_{mn}], \qquad [q] = [q_m\delta_{mn}], \qquad [s] = [s_m\delta_{mn}] \qquad \{\delta_{mn}\ \text{: Kroneker delta}\} \tag{18}$$

である[(3),(4)]．ここで，$[\varepsilon]^{-1}$, $[1]$, $[0]$ はそれぞれ $[\varepsilon]$ の逆行列，単位行列，零行列である．

式 (11) は行列固有値計算によって解くことができる．すなわち，ベクトル$\boldsymbol{f}_t$を

$$\boldsymbol{f}_t = [T]\boldsymbol{g} \tag{19}$$

のように変換すれば，式 (11) は次のように表される．

$$\frac{d\boldsymbol{g}}{dx} = j[\kappa]\boldsymbol{g}, \quad [\kappa] = [\delta_{kl}\kappa_k^{\pm}] = \begin{bmatrix} [\delta_{mn}\kappa_m^{+}] & [0] \\ [0] & [\delta_{mn}\kappa_m^{-}] \end{bmatrix} \quad \left\{ \begin{array}{l} k, l = 1, 2, \cdots, 4(2M+1) \\ m, n = 1, 2, \cdots, 2(2M+1) \end{array} \right. \tag{20}$$

但し，$\kappa_l^{\pm}$は行列 $[C]$ の固有値，$[T] = [[T]^{+}\ [T]^{-}] = [t_1^{+} \cdots t_{2(2M+1)}^{+}\ \ t_1^{-} \cdots t_{2(2M+1)}^{-}]$ は$\kappa_l^{\pm}$に対応する固有ベクトル$t_l^{\pm}$から成る $[C]$ の対角化行列である．また，$\boldsymbol{g}$は$\kappa_l^{\pm}$に対応する複素振幅 $g_l^{\pm}$を要素とするベクトルである．ここで，添字±は$\pm x$ 方向の伝搬波を示している．よって，式 (11) は$\pm x$ 方向に伝搬する固有モードの電磁界の接線成分に対応する固有の解 $t_l^{\pm}\exp(j\kappa_l^{\pm}x)$ を持つ．

4 均一なキラル媒質内の円偏波

均一なキラル媒質 (領域 3) 内の電磁界の解析は，周期構造の特殊な場合として取り扱うことができる．均一媒質領域には周期性が存在しないことから，比誘電率と規格化されたキラルアドミタンスの Fourier 展開表示は直流成分すなわち 0 次項のみであり，式 (15) の結合行列 $[C]$ の小行列 $[\varepsilon]$, $[\tau]$, $[p]$ は，$[\varepsilon] = b_0[1] = \varepsilon[1]$, $[\tau] = c_0[1] = \tau[1]$, $[p] = [0]$ となる．このとき，均一なキラル媒質内の結合行列 $[C^{uc}]$ の固有値問題は，各展開次数毎の空間高調波に対応する，次式のような 4 次元の正方行列 $[c_m^{uc}]$ の固有値問題に分離して解くことができる．

$$[c_m^{uc}] = \begin{bmatrix} j\dfrac{\tau q_m s_m}{\varepsilon} & \dfrac{q_m^2}{\varepsilon} - \mu & -j\dfrac{\tau q_m^2}{\varepsilon} - j\mu\tau & -\dfrac{q_m s_m}{\varepsilon} \\ \dfrac{\tau^2 s_m^2}{\varepsilon} - \mu\tau^2 - \varepsilon + \dfrac{s_m^2}{\mu} & -j\dfrac{\tau q_m s_m}{\varepsilon} & -\dfrac{\tau^2 q_m s_m}{\varepsilon} - \dfrac{q_m s_m}{\mu} & j\dfrac{\tau s_m^2}{\varepsilon} + j\mu\tau \\ j\dfrac{\tau s_m^2}{\varepsilon} + j\mu\tau & \dfrac{q_m s_m}{\varepsilon} & -j\dfrac{\tau q_m s_m}{\varepsilon} & -\dfrac{s_m^2}{\varepsilon} + \mu \\ \dfrac{\tau^2 q_m s_m}{\varepsilon} + \dfrac{q_m s_m}{\mu} & -j\dfrac{\tau q_m^2}{\varepsilon} - j\mu\tau & -\dfrac{\tau^2 q_m^2}{\varepsilon} + \mu\tau^2 + \varepsilon - \dfrac{q_m^2}{\mu} & j\dfrac{\tau q_m s_m}{\varepsilon} \end{bmatrix} \tag{21}$$

よって，結合行列 $[C^{uc}]$ の固有値問題は，$m = -M \sim +M$までの行列 $[c_m^{uc}]$ の固有値問題として求められる．更に，固有値と固有ベクトルは，右円偏波波, 左円偏波の伝搬方向別の閉じた表現によって与えられる．すなわち，均一なキラル媒質における固有値 $[\kappa^{uc}]$ は次のように求められる．

$$[\kappa^{uc}] = \begin{bmatrix} [\delta_{mn}{}^R\kappa_m^+] & [0] & [0] & [0] \\ [0] & [\delta_{mn}{}^L\kappa_m^+] & [0] & [0] \\ [0] & [0] & [\delta_{mn}{}^R\kappa_m^-] & [0] \\ [0] & [0] & [0] & [\delta_{mn}{}^L\kappa_m^-] \end{bmatrix} \tag{22}$$

$${}^R\kappa_m{}^{\pm} = \mp{}^R\chi_m, \qquad {}^R\chi_m = \sqrt{\varepsilon\mu + 2\tau^2\mu^2 - q_m^2 - s_m^2 + 2\tau\mu\sqrt{\varepsilon\mu + \tau^2\mu^2}} \tag{23}$$

$${}^L\kappa_m{}^{\pm} = \mp{}^L\chi_m, \qquad {}^L\chi_m = \sqrt{\varepsilon\mu + 2\tau^2\mu^2 - q_m^2 - s_m^2 - 2\tau\mu\sqrt{\varepsilon\mu + \tau^2\mu^2}} \tag{24}$$

ここで，固有値κ_mの添字+, −はそれぞれ$+x$, $-x$ 方向の伝搬波を，添字 L, Rはそれぞれ右円偏波, 左円偏波を示す．式 (23), (24) が複素数となる場合は，伝搬波が進行方向に対して常に減衰するように符号を処理するのが一般的であるが，${}^R\chi_m$, ${}^L\chi_m$の符号は $m < 0$ かつ $Re\{s_m\} > 0$ のときに対しては $Im\{{}^R\chi_m\} > 0$, $Im\{{}^L\chi_m\} > 0$ を満足する improper 波を選ばなければならない．

式 (22) の固有値に対応する固有ベクトルから成る対角化行列 $[T^{uc}]$ は，$Re(\boldsymbol{E}_m \times \boldsymbol{H}_m^*)_x = Re\{\kappa_m\}$ の規格化を行い，

$$
\begin{aligned}
[T^{uc}] &= \begin{bmatrix}[{}^R T^{uc+}] & [{}^L T^{uc+}] & [{}^R T^{uc-}] & [{}^L T^{uc-}]\end{bmatrix} \\
&= \frac{1}{\sqrt{2}} \left[\begin{matrix}
\nu_R(-\frac{1}{\rho_R}[{}^R\chi][\dot{q}] - j[\dot{s}]) & \nu_L(-\frac{1}{\rho_L}[{}^L\chi][\dot{q}] + j[\dot{s}]) \\
\frac{1}{\nu_R}(-\rho_R[\dot{q}] - j[{}^R\chi][\dot{s}]) & \frac{1}{\nu_L}(-\rho_L[\dot{q}] + j[{}^L\chi][\dot{s}]) \\
\nu_R(-\frac{1}{\rho_R}[{}^R\chi][\dot{s}] + j[\dot{q}]) & \nu_L(-\frac{1}{\rho_L}[{}^L\chi][\dot{s}] - j[\dot{q}]) \\
\frac{1}{\nu_R}(\rho_R[\dot{s}] - j[{}^R\chi][\dot{q}]) & \frac{1}{\nu_L}(\rho_L[\dot{s}] + j[{}^L\chi][\dot{q}])
\end{matrix}\right. \\
&\qquad \left.\begin{matrix}
\nu_R(\frac{1}{\rho_R}[{}^R\chi][\dot{q}] - j[\dot{s}]) & \nu_L(\frac{1}{\rho_L}[{}^L\chi][\dot{q}] + j[\dot{s}]) \\
\frac{1}{\nu_R}(-\rho_R[\dot{q}] + j[{}^R\chi][\dot{s}]) & \frac{1}{\nu_L}(-\rho_L[\dot{q}] - j[{}^L\chi][\dot{s}]) \\
\nu_R(\frac{1}{\rho_R}[{}^R\chi][\dot{s}] + j[\dot{q}]) & \nu_L(\frac{1}{\rho_L}[{}^L\chi][\dot{s}] - j[\dot{q}]) \\
\frac{1}{\nu_R}(\rho_R[\dot{s}] + j[{}^R\chi][\dot{q}]) & \frac{1}{\nu_L}(\rho_L[\dot{s}] - j[{}^L\chi][\dot{q}])
\end{matrix}\right]
\end{aligned}
\tag{25}
$$

$$
\rho_R = \sqrt{\varepsilon\mu + \tau^2\mu^2} + \tau\mu, \qquad \nu_R = \sqrt{\frac{\mu(\sqrt{\varepsilon\mu + \tau^2\mu^2} + \tau\mu)}{\sqrt{\varepsilon\mu + \tau^2\mu^2}}} \tag{26}
$$

$$
\rho_L = \sqrt{\varepsilon\mu + \tau^2\mu^2} - \tau\mu, \qquad \nu_L = \sqrt{\frac{\mu(\sqrt{\varepsilon\mu + \tau^2\mu^2} - \tau\mu)}{\sqrt{\varepsilon\mu + \tau^2\mu^2}}} \tag{27}
$$

$$
[{}^R\chi] = [\delta_{mn}{}^R\chi_m], \quad [{}^L\chi] = [\delta_{mn}{}^L\chi_m], \quad [\dot{q}] = [\delta_{mn}\dot{q}_m], \quad [\dot{s}] = [\delta_{mn}\dot{s}_m] \tag{28}
$$

$$
\left.\begin{array}{lll}
\dot{q}_m = \dfrac{q_m}{\sqrt{q_m^2 + s_m^2}}, & \dot{s}_m = \dfrac{s_m}{\sqrt{q_m^2 + s_m^2}} & (q_m^2 + s_m^2 \neq 0) \\
\dot{q}_m = 0, & \dot{s}_m = 1 & (q_m^2 + s_m^2 = 0)
\end{array}\right\} \tag{29}
$$

のように表される．ここで，小行列はすべて対角行列 $[\dot{q}] = [\delta_{mn}\dot{q}_m]$, $[\dot{s}] = [\delta_{mn}\dot{s}_m]$, $[{}^L\chi] = [\delta_{mn}{}^L\chi_m]$, $[{}^R\chi] = [\delta_{mn}{}^R\chi_m]$ である．

このときの複素振幅ベクトルである g^{uc} の要素 g_m は，伝搬定数 κ_m に対応する平面波の複素振幅を表していることになり，κ_m の持つ符号に対して $\pm x$ 方向に伝搬する複素振幅ベクト

ル$g^{\pm}$が対応する．よって，複素振幅要素g_mは，伝搬定数κ_mに従って，次式のように右円偏波，左円偏波の伝搬方向別の次数順に配列させることができる．

$$g^{uc} = \begin{bmatrix} g^+ \\ g^- \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} {}^L g^+ \\ {}^R g^+ \\ {}^L g^- \\ {}^R g^- \end{bmatrix} \qquad \begin{cases} {}^L g^{\pm} = [{}^L g^{\pm}_{-M} \cdots {}^L g^{\pm}_0 \cdots {}^L g^{\pm}_{+M}]^t \\ {}^R g^{\pm} = [{}^R g^{\pm}_{-M} \cdots {}^R g^{\pm}_0 \cdots {}^R g^{\pm}_{+M}]^t \end{cases} \tag{30}$$

m次の固有モード${}^{L,R}t^{c\pm}_m \exp[-j(\pm{}^{L,R}\chi_m x + q_m y + s_m z)]$は，複素振幅${}^L g^{\pm}_m$と${}^R g^{\pm}_m$を持つ右円偏波と左円偏波の接線成分を表している．

均一なアキラル媒質(領域1)内の伝搬波を右円偏波と左円偏波の成分に区別して取り扱う際にも，式(22), (25)において$\tau = 0$とすれば，固有値および対角化行列が得られる．

5　均一な等方性誘電体媒質内の直線偏波

アキラルの均一媒質(領域1)内の電磁界の解析を，TE波とTM波の成分に区別して取り扱った際も，固有値$[\kappa^u]$，対角化行列$[T^u]$，複素振幅ベクトルgは，次のようにTE波, TM波の伝搬方向別の次数順に配列された閉じた表現によって与えられる．

$$[\kappa^u] = \begin{bmatrix} [\delta_{mn}{}^E\kappa^+_m] & [0] & [0] & [0] \\ [0] & [\delta_{mn}{}^M\kappa^+_m] & [0] & [0] \\ [0] & [0] & [\delta_{mn}{}^E\kappa^-_m] & [0] \\ [0] & [0] & [0] & [\delta_{mn}{}^M\kappa^-_m] \end{bmatrix} \tag{31}$$

$${}^E\kappa^{\pm}_m = {}^M\kappa^{\pm}_m = \mp\zeta_m, \qquad \zeta_m = \sqrt{\varepsilon\mu - q_m^2 - s_m^2} \tag{32}$$

$$\begin{aligned} [T^u] &= \Big[[{}^E T^{u+}]\ [{}^M T^{u+}]\ [{}^E T^{u-}]\ [{}^M T^{u-}] \Big] \\ &= \begin{bmatrix} \sqrt{\mu}[\dot{s}] & \frac{1}{\sqrt{\varepsilon}}[\zeta][\dot{q}] & -\sqrt{\mu}[\dot{s}] & \frac{1}{\sqrt{\varepsilon}}[\zeta][\dot{q}] \\ \frac{1}{\sqrt{\mu}}[\zeta][\dot{s}] & \sqrt{\varepsilon}[\dot{q}] & \frac{1}{\sqrt{\mu}}[\zeta][\dot{s}] & -\sqrt{\varepsilon}[\dot{q}] \\ -\sqrt{\mu}[\dot{q}] & \frac{1}{\sqrt{\varepsilon}}[\zeta][\dot{s}] & \sqrt{\mu}[\dot{q}] & \frac{1}{\sqrt{\varepsilon}}[\zeta][\dot{s}] \\ \frac{1}{\sqrt{\mu}}[\zeta][\dot{q}] & -\sqrt{\varepsilon}[\dot{s}] & \frac{1}{\sqrt{\mu}}[\zeta][\dot{q}] & \sqrt{\varepsilon}[\dot{s}] \end{bmatrix} \end{aligned} \tag{33}$$

$$g^u = \begin{bmatrix} g^+ \\ g^- \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} {}^E g^+ \\ {}^M g^+ \\ {}^E g^- \\ {}^M g^- \end{bmatrix} \qquad \begin{cases} {}^E g^{\pm} = [{}^E g^{\pm}_{-M} \cdots {}^E g^{\pm}_0 \cdots {}^E g^{\pm}_{+M}]^t \\ {}^M g^{\pm} = [{}^M g^{\pm}_{-M} \cdots {}^M g^{\pm}_0 \cdots {}^M g^{\pm}_{+M}]^t \end{cases} \tag{34}$$

ここで，$[\zeta] = [\delta_{mn}\zeta_m]$である．また，式(33)においても，$Re(E_m \times H^*_m)_x = Re\{\kappa_m\}$の規格化を行っている．

6 導波問題の解法

領域間の境界面を $x = x_1$, x_2とすると，領域2における式(20)の解は次式によって与えられる．

$$\begin{bmatrix} g_2^+(x_1) \\ g_2^-(x_1) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} [U(\kappa_2^+, x_1, x_2)] & [0] \\ [0] & [U(\kappa_2^-, x_1, x_2)] \end{bmatrix} \begin{bmatrix} g_2^+(x_2) \\ g_2^-(x_2) \end{bmatrix} \tag{35}$$

ここで，$[U(\kappa_2^\pm, x_i, x_j)] = [\delta_{mn} \exp\{j\kappa_{2,m}^\pm (x_i - x_j)\}]$ は $2(2M+1)$ 次元の対角行列である．

また，境界面において，電磁界$\sqrt{Y_0}\boldsymbol{E}$, $\sqrt{Z_0}\boldsymbol{H}$の接線成分は連続である．すなわち，

$$\boldsymbol{f}_{t1}(x_1) = [P(x_1)]\boldsymbol{f}_{t2}(x_1), \qquad [P(x_2)]\boldsymbol{f}_{t2}(x_2) = \boldsymbol{f}_{t3}(x_2) \tag{36}$$

$$[P(x)] = \begin{bmatrix} [\hat{p}(x)] & [0] & [0] & [0] \\ [0] & [\hat{p}(x)] & [0] & [0] \\ [0] & [0] & [\hat{p}(x)] & [0] \\ [0] & [0] & [0] & [\hat{p}(x)] \end{bmatrix}, \qquad [\hat{p}(x)] = [\delta_{mn} \exp\{-jp_m x\}] \tag{37}$$

となる．しかしながら，$\kappa_{2l}^\pm$は複素数の値を持つことから，領域2における未知の変数として$\boldsymbol{g}_2^+(x_2)$ と$\boldsymbol{g}_2^-(x_1)$ が選ばれるように式(36)を変形する．

$$[T_1^u] \begin{bmatrix} \boldsymbol{g}_1^+(x_1) \\ \boldsymbol{g}_1^-(x_1) \end{bmatrix} = [P(x_1)][T_2] \begin{bmatrix} [U(\kappa_2^+, x_1, x_2)] & [0] \\ [0] & [1] \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \boldsymbol{g}_2^+(x_2) \\ \boldsymbol{g}_2^-(x_1) \end{bmatrix} \tag{38}$$

$$[P(x_2)][T_2] \begin{bmatrix} [1] & [0] \\ [0] & [U(\kappa_2^-, x_2, x_1)] \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \boldsymbol{g}_2^+(x_2) \\ \boldsymbol{g}_2^-(x_1) \end{bmatrix} = [T_3^{uc}] \begin{bmatrix} \boldsymbol{g}_3^+(x_2) \\ \boldsymbol{g}_3^-(x_2) \end{bmatrix} \tag{39}$$

上式(38), (39)から$\boldsymbol{g}_2^+(x_2)$ と$\boldsymbol{g}_2^-(x_1)$ を消去すれば，$4(2M+1) \times 8(2M+1)$ 次元の連立方程式

$$[W_{13}] \begin{bmatrix} \boldsymbol{g}_1(x_1) \\ \boldsymbol{g}_3(x_2) \end{bmatrix} = \Big[[W_1^+][W_1^-][W_3^+][W_3^-] \Big] \begin{bmatrix} \boldsymbol{g}_1^+(x_1) \\ \boldsymbol{g}_1^-(x_1) \\ \boldsymbol{g}_3^+(x_2) \\ \boldsymbol{g}_3^-(x_2) \end{bmatrix} = \boldsymbol{0} \tag{40}$$

となる．多層構造の場合には，逐次消去法を用いれば分割数に関係なく常に次元が一定である $4(2M+1) \times 8(2M+1)$ 次元の連立方程式となる．

導波問題では，上下の半無限領域 1, 3 からの入射波が存在しないので，次の導波条件が要求される．

$$g_1^-(x_1) = g_3^+(x_2) = \mathbf{0} \tag{41}$$

この条件より，次式の特性方程式が得られる．

$$\det[W] = 0, \qquad [W]\begin{bmatrix} g_1^+(x_1) \\ g_3^-(x_2) \end{bmatrix} = \mathbf{0}, \qquad [W] = [[W_1^+][W_3^-]] \tag{42}$$

式 (42) はグレーティング導波路に関する共振条件である．

yz平面内で$+z$軸方向に対して伝搬角θで伝搬する波は，y方向と z方向の規格化位相定数 q_0'と s_0'の間に次のような関係式が保たれている．

$$q_0' = s_0' \tan\theta \tag{43}$$

$[W]$ は複素数 s_0と実数 q_0'の関数であることから，グレーティング導波路のモード解析は式 (42), (43) を共に満足する s_0を決定することに帰着することになる．s_0の決定には，2 次元の Newton 法のような繰り返し計算を実行する．s_0が決定すれば，位相定数と減衰定数が求められ，さらに回折問題のようにすべての電磁界成分が容易に決定される．

よって，ここで考えている斜め伝搬波は，伝搬角θの伝搬方向の規格化位相定数β/k_0と z 方向の規格化減衰定数α/k_0を持つことになる[(10),(11)]．

$$\beta/k_0 \;=\; |\, n_{t0}' \,| = \sqrt{{q_0'}^2 + {s_0'}^2}\,, \qquad n_{t0}' \;=\; i_y q_0' + i_z s_0' \tag{44}$$

$$\alpha/k_0 \;=\; |\, n_{t0}'' \,| = -s_0''\,, \qquad n_{t0}'' \;=\; i_z s_0'' \tag{45}$$

ただし，減衰は，禁止帯，洩れ波および損失媒質によって生じる．

また，s_0が決定されると各領域内の複素振幅ベクトル$\boldsymbol{g}$，さらに電磁界成分から成るベクトル$\boldsymbol{f}_t$，$\boldsymbol{f}_n$が求まり，領域 1 および領域 3 への放射パワー P_a, P_sが決定される．従って，放射効率${}^{L,R}\eta_a$，${}^{L,R}\eta_s$および${}^{E,M}\eta_a$，${}^{E,M}\eta_s$は上下領域への相対放射パワー比

$$\eta_a = \frac{P_a}{P_a + P_s}, \qquad \eta_s = \frac{P_s}{P_a + P_s} \tag{46}$$

として与えられる．ここで，添字 L, Rおよび E, Mはそれぞれ LC 波, RC 波および TE 波, TM 波を示す．

7　数値計算例

数値計算では光波領域のみを取り扱っているので，比透磁率は常に $\mu = 1.0$ である．

キラルグレーティング導波路の数値計算例として，領域2における比誘電率とキラルアドミタンスが同じ変調度$\delta = 0.08$ で正弦波的に変化している密度変調形格子

$$\hat{\varepsilon}_2(\boldsymbol{r}) = \varepsilon_2[1 + \delta\cos(\boldsymbol{n}_K \cdot \boldsymbol{r})], \qquad \hat{\tau}_2(\boldsymbol{r}) = \tau_2[1 + \delta\cos(\boldsymbol{n}_K \cdot \boldsymbol{r})], \qquad \boldsymbol{n}_K = \boldsymbol{i}_z s \tag{47}$$

を含む構造を取り上げている．ここで，各パラメータは，$\varepsilon_1 = 1.0$, $\varepsilon_2 = 3.61$, $\tau_2 = \xi_2\sqrt{\mu_0/\varepsilon_0}$, $\varepsilon_3 = 2.25$, $\tau_3 = 0.0$, $d = 2.0\Lambda/\pi$と設定している．また，光波の伝搬方向は z方向に固定されているものとする．

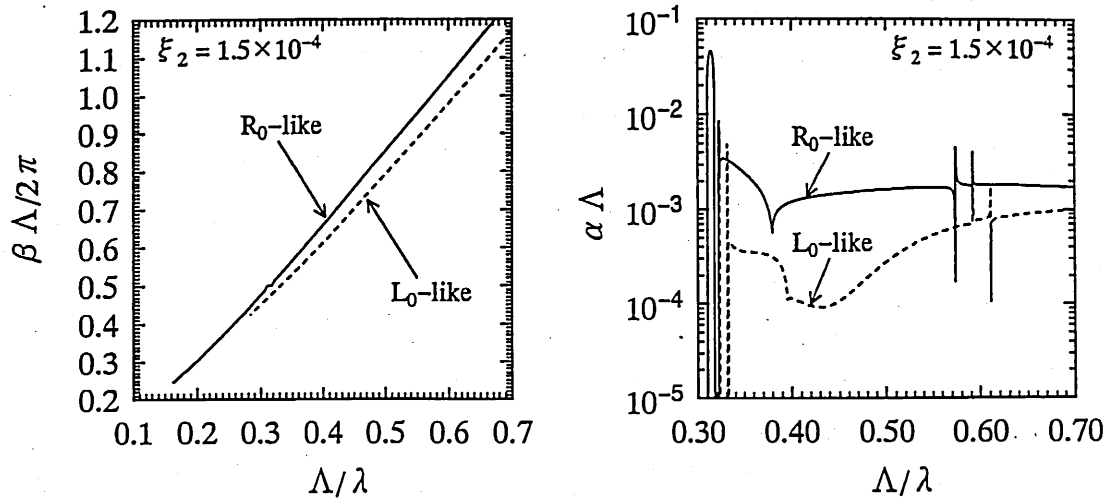
一様なキラル導波路 ($\delta = 0$) の導波モードは，一般に RC 波と LC 波の両成分をもつ混成モードで，m 次の R_m(偶) モードおよび L_m(奇) モードと呼ばれる(5)–(8)．なお，アキラル導波路 ($\tau = \xi = 0$) における導波モードは，通常の TE_m モードおよび TM_m モードとなる．

キラルグレーティング導波路の場合には，両モードが結合して R_m–like モードおよび L_m–like モードになる．この基本モードである R_0–like モードおよび L_0–like モードの伝般特性を図2に示す．規格化周波数に相当するΛ/λが増加すると，$\alpha\Lambda$は表面波領域の禁止帯で大きなピーク値をとり，さらに洩れ波領域へと移行する．$\Lambda/\lambda = 0.38$ 付近の急激な変化は Wood の異常回折に対応し，$\Lambda/\lambda = 0.6$ 付近のそれは2次の禁止帯の影響を示している．

図3は，図2の禁止帯付近を拡大したブリリアン図であり，2種類の禁止帯が存在していることが判る．一つは R–R モード間あるいは L–L モード間の結合による禁止帯で，もう一つは R–L モード間あるいは L–R モード間の結合による禁止帯である．

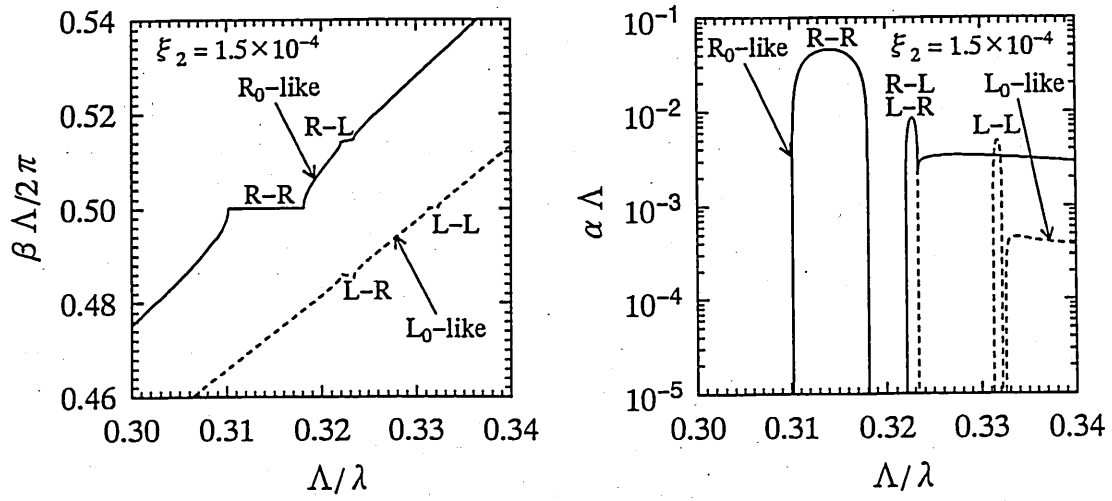
図4に，洩れ波領域における RC 波および LC 波の相対放射パワー比を表す放射効率を示す．格子ベクトルが xz面内にある2次元問題の場合，アキラル媒質の放射波は TE 波あるいは TM 波成分のみを有する直線偏波であるが，キラル媒質においては RC 波および LC 波の両成分を有し一般的に楕円偏波となることが判る．

図5は，図2の場合よりもキラル性が大きい場合の伝搬特性を示したものである．この場合には，1次禁止帯領域において L_0–like モードが遮断域となるので，R–R 結合による単一の禁止帯のみが R_0–like モードに現れていることが判る．



(a) (b)

図２　格子周期Λ/λ変化に対する位相$\beta\Lambda/2\pi$および減衰$\alpha\Lambda$特性 ($\xi_2 = 1.5 \times 10^{-4}$)



(a) (b)

図３　１次ブラッグ領域におけるブリリアンダイアグラム　(a) 位相定数　(b) 減衰定数

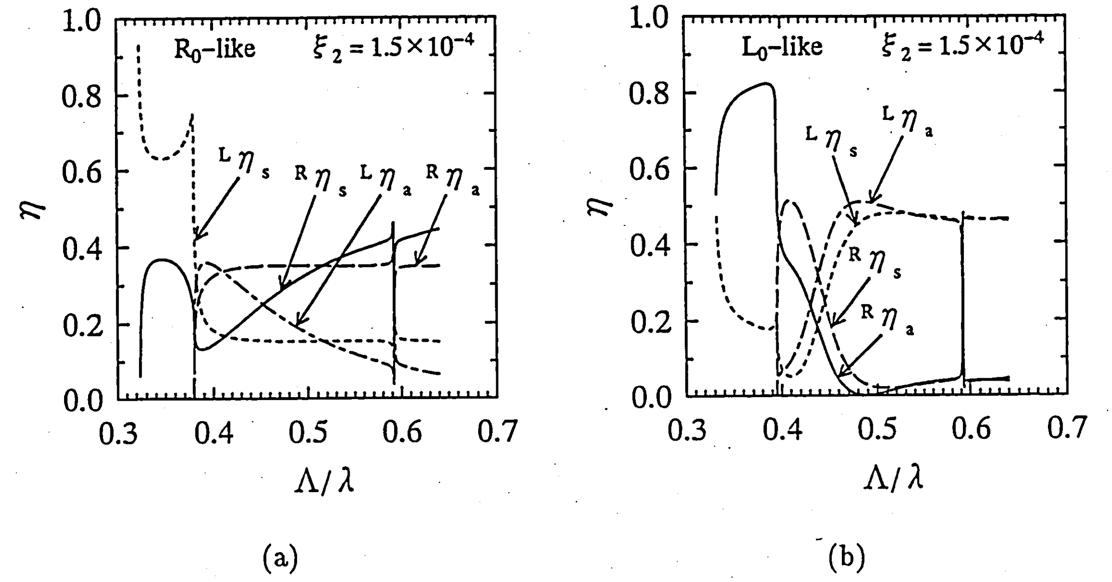


図 4　格子周期Λ/λ変化に対する放射効率η特性　(a) R_0–like mode　(b) L_0–like mode

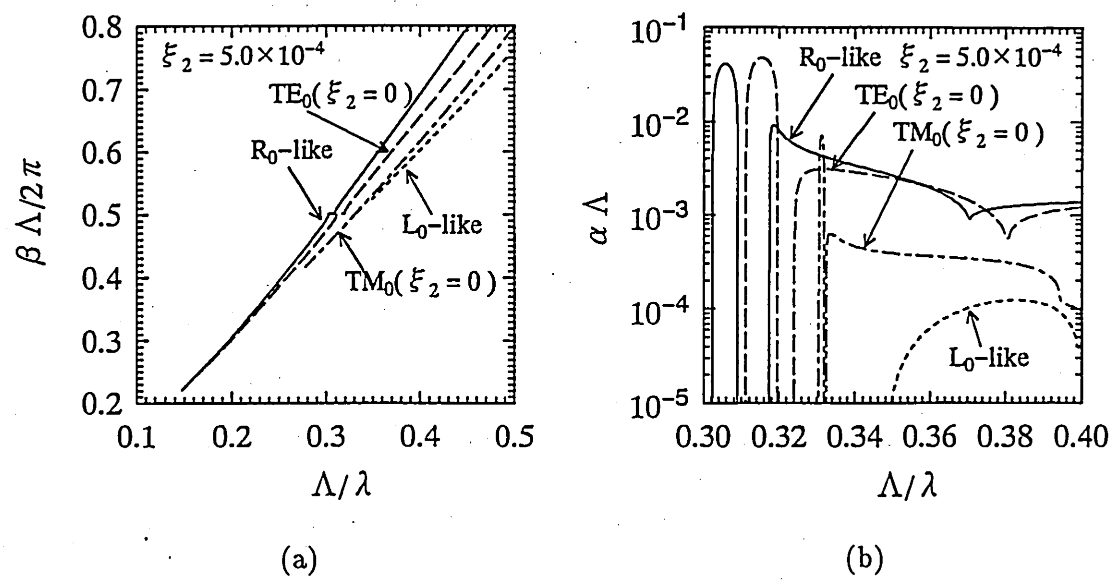


図 5　格子周期Λ/λ変化に対する位相$\beta\Lambda/2\pi$および減衰$\alpha\Lambda$特性 ($\xi_2 = 5.0\times10^{-4}$)

8　むすび

任意の方向に周期構造持つ等方性キラル導波路の伝搬特性を，空間高調波展開法を用いて厳密に解析した．数値計算例では，RC 波と LC 波との結合に基因する特異な禁止帯と洩れ波の存在を明らかにした．これらの特性は，円偏波を利用した新形式のデバイスへの応用も可能ではないかと思われる．なお，数値計算例は等方性密度変調形の場合のみ示したが，表面レリーフ形や異方性キラル導波路の場合にも同様に適用可能である．

参考文献

(1) A. Lakhtakia, V. V. Varadan and V. K. Varadan : "Scattering by periodic achiral-chiral interfaces", J. Opt. Soc. Am. A, **6** , 11, pp. 1675–1681 (1989).

(2) S. H. Yueh and J. A. Kong, "Analysis of diffraction from chiral gratings", J. Electro. Waves Appl., **5**, 7, 701–714 (1991).

(3) 松本恵治，六島　克，山北　次郎，："周期構造を持つキラル媒質の解析"，電学会電磁界理論研資，**EMT–94**–56 (1994).

(4) K. Matsumoto, K. Rokushima and J. Yamakita, "Three-dimensional rigorous analysis of chiral dielectric grating diffraction", Proc. URSI EMT Symp., (to be published in May 1995).

(5) H. Cory and I. Rosenhouse, "Electromagnetic wave propagation along a chiral slab", IEE Proc. H., **138**, 51-54 (1991).

(6) N. Engheta and P. Pelet, "Surface waves in chiral layers", Opt. Lett., **16**, 723-725 (1991).

(7) M. I. Okanen, P. K. Koivisto and S. A. Tretyakov, "Vector circuit method applied for chiral slab waveguides", J. Lightwave Technol., **10**, 150-155 (1992).

(8) 丸山　眞示，小柴　正則，："2 次元キラル導波路の有限要素法解析"，信学論（C－I），**J77–C–I**, 1, pp. 12–16 (1994).

(9) K. Rokushima and J. Yamakita : "Analysis of anisotropic dielectric gratings", J. Opt. Soc. Am., **73**, 7, pp. 901–908 (1983).

(10) K. Rokushima, K. Matsumoto and J. Yamakita, "Propagation characteristics of anisotropic dielectric grating waveguides", Proc. ICO-16, SPIE 1983, 239-240 (1993).

(11) K. Matsumoto, K. Rokushima and J. Yamakita, "Three-dimensional rigorous analysis of dielectric grating waveguides for general cases of oblique propagation", J. Opt. Soc. Am. A, **10**, 269-276 (1993).

輻射科学研究会資料
RS 95-5

マイクロ波による近接場の測定

玉田 浩一郎、助野 順司、高橋 信行*、北野 正雄、小倉 久直
(京都大学 工学部,*滋賀県立大学)

1995 年 5 月 12 日
輻射科学研究会
(京都工芸繊維大学)

マイクロ波による近接場の測定

玉田 浩一郎、助野 順司、高橋 信行*、北野 正雄、小倉 久直
京都大学工学部,*滋賀県立大学

1 まえがき

1986 年のノーベル物理学賞に輝いた Binnig と Röhrer の考案した走査型トンネル顕微鏡 (Scanning Tunneling Microscopy : STM) [1] はレンズを使用しない画期的な表面研究手法であった。この顕微鏡の原理は、非常に細い探針を試料表面に近づけ、探針と表面との間に流れるトンネル電流が一定になるように表面に沿って探針を走査し試料表面の形状を観察するものである。

このようなトンネル効果と探針による走査という STM の原理を光へ応用したものがフォトン走査型トンネル顕微鏡 (Photon Scanning Tunneling Microscopy : PSTM) であり、試料からプローブへのエネルギー伝達を考えた時エバネセント光という非伝搬光がエネルギー伝達に関与する。いいかえると、表面近傍に局在したフォトンがトンネル効果を利用してエネルギーをプローブに伝達していると考えられるため、電子のトンネル顕微鏡に対応してこのように呼ばれる。

筆者らのグループではこれまでフォトン STM で最も重要な位置を占めるエバネセント光およびプローブの理論解析 [2–5] とともに、実際にフォトン STM を製作し、各種微細構造物の観測を行なってきた [6, 7]。しかし、これら微細構造物の観測を通して表面形状によってはフォトン STM 像が必ずしも実際の構造を反映しない場合が多々あることがわかってきた [8]。そこで、試料表面形状と試料表面に発生する近接場の関係を調べるため、カバーガラス上に薄膜を形成することによりその境界に急激な段差を設けた試料を作製し、その境界付近の様子をレーザの入射方向を変えて測定を行なった。さらに、波長がセンチオーダになるマイクロ波を用いて、急激な段差を持つ試料の近接場そのものを測定する実験を行なった [9]。

本稿ではこれら光とマイクロ波の両実験を通して、どのような試料表面形状の場合にどのような近接場が形成され、どのようなフォトン STM 像が得られるかを探っていく。

2 フォトン STM の原理

2.1 媒質境界における光の反射·屈折

図 1に示すように、異なる光学的性質を持った 2 つの均質な媒質 1 (屈折率 n_1) と媒質 2 (屈折率 n_2) の境界面が平面であるとし、この面内に x, y軸、この面の法線方向に z軸をとる。そして、媒質 1 から平面波が入射角θ_1で入射する場合を考えると入射平面波の一部は境界面で角度 θ_1' の方向に反射され、一部は境界面を透過·屈折し、媒質 2 の中を角度 θ_2で進む。座標軸を図 1のようにとると、$z = 0$ 面が境界面を表し、xz面が入射面となる。

光の反射·屈折の法則より、(1) 境界面における反射光と屈折光は入射光と法線を含む入射面内にある、(2) 反射角は入射角に等しい、(3) 入射角 θ_1 と屈折角 θ_2 及び両媒質の屈折率 n_1, n_2 の間に $n_1 \sin\theta_1 = n_2 \sin\theta_2$ の関係がある (Snell の法則)、ということができる [10]。

任意の偏光面を持つ平面波は、互いに垂直な二つの直線偏光平面波の合成として考えることができ、入射光の電界が入射面に垂直な波を s 偏光 (senkrecht)、入射光の電界が入射面に平行な波を p 偏光 (parallel) と呼ぶ。反射·屈折の法則を用いてそれぞれの偏光について求めた電界の振幅反射係数 r_i、振幅透過係数 t_i、及び電力反射係数 R_i、電力透過係数 T_i ($i = \mathrm{s, p}$) を表 1に示す [11]。

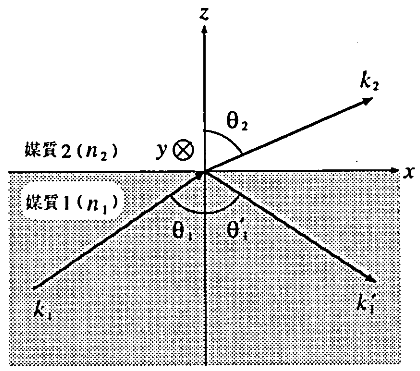


図 1: 平面波の反射と屈折

表 1: s,p 偏光平面波の振幅反射係数, 透過係数及び電力反射係数, 透過係数

	s 偏光平面波	p 偏光平面波
r_i	$\dfrac{n_1\cos\theta_1 - \sqrt{n_2^2 - n_1^2\sin^2\theta_1}}{n_1\cos\theta_1 + \sqrt{n_2^2 - n_1^2\sin^2\theta_1}}$	$\dfrac{n_2\cos\theta_1 - (n_1/n_2)\sqrt{n_2^2 - n_1^2\sin^2\theta_1}}{n_2\cos\theta_1 + (n_1/n_2)\sqrt{n_2^2 - n_1^2\sin^2\theta_1}}$
t_i	$\dfrac{2n_1\cos\theta_1}{n_1\cos\theta_1 + \sqrt{n_2^2 - n_1^2\sin^2\theta_1}}$	$\dfrac{2n_1\cos\theta_1}{n_2\cos\theta_1 + (n_1/n_2)\sqrt{n_2^2 - n_1^2\sin^2\theta_1}}$
R_i	r_s^2	r_p^2
T_i	$\dfrac{n_2\cos\theta_2}{n_1\cos\theta_1}t_s^2$	$\dfrac{n_2\cos\theta_2}{n_1\cos\theta_1}t_p^2$
$R_i + T_i$	1	1

この表から、屈折率の異なる媒質の境界面での反射·屈折の特性は入射平面波の偏波方向と入射角θ_1に依存することがわかる。

2.2 全反射とエバネセント光

図 1において $n_1 > n_2$の場合、すなわち媒質 1 が媒質 2 よりも光学的に密な場合は特殊な反射現象が起こる。

$$\sin\theta_c = \frac{n_2}{n_1} \tag{1}$$

で θ_cを定義すると$\theta_1 > \theta_c$のとき、$\sin\theta_2 = (n_1/n_2)\sin\theta_1 > 1$ となり、式 (1) を満足する実数の θ_2は存在しない。このとき、屈折光は存在せず入射光はすべて反射される。この現象を全反射、そして全反射をおこす最小の入射角 θ_cを臨界角と呼ぶ [12]。

このとき、媒質 2 内の電磁界の波数ベクトル $\boldsymbol{k}_2$ は、Snell の法則より入射角 θ_1 を用いて、

$$\boldsymbol{k}_2 \;=\; (k_0 n_1 \sin\theta_1, 0, -\mathrm{j}k_0\sqrt{n_1^2\sin^2\theta_1 - n_2^2}) \tag{2}$$

と表される。ただし、λ_0は真空中の波長で、$k_0 = 2\pi/\lambda_0$ である。

したがって、媒質 2 内での電磁界は次の因子を持つ。

$$\exp\{-\mathrm{j}(k_{2x}x + k_{2z}z)\} = \exp\left(-k_0\sqrt{n_1^2\sin^2\theta_1 - n_2^2}\cdot z\right)\cdot\exp(-\mathrm{j}k_0 n_1 \sin\theta_1 x) \tag{3}$$

上の式の第 1 項から振幅は z方向に向かって指数関数的に減衰することが、第 2 項からこの平面波が x 方向すなわち境界面に沿って伝搬する光波であることがわかる。このように、z方向の減衰が早く放射損失を伴わずに伝搬する波のことをエバネセント光 (evanescent wave)、または表面波 (surface wave) と呼んでいる。

このエバネセント光により、境界面で入射光は完全には反射されず、エネルギーは媒質 2 へ波長程度の深さまで侵入する。しかしこのとき $|R_s| = |R_p| = 1$ となるから、媒質 1 から媒質 2 へ入ったエネルギーは最終的に媒質 1 へ戻る。全反射の際には、このような媒質 2 へのエネルギー流の存在のため入射光は x 方向に少しずれて反射されるように観測される。これをグースヘンシェン偏移 (Goos-Henchen shift) という [13]。

2.3 エバネセント光の検出とフォトン STM

エバネセント場の近くに別の誘電体（プローブ）を接近させることにより、エバネセント光を境界面と垂直な方向に伝搬する進行波に変換できることはよく知られている [14] 。そのようにして、プローブによりエバネセント光を検出した後、検出光強度が一定となるようにプローブを制御しながら水平方向に 2 次元走査することにより、資料表面の形状を観測することができる。エバネセント光の強度は光の波長程度で z方向に急激に減衰するため、光の波長以下の垂直方向分解能をもつフォトン STM が実現可能である。

次に、フォトン STM の動作原理を述べる。光ファイバープローブを水平、垂直方向の移動を行なう微動走査素子に取り付け、その先端を試料表面から数 nm 〜 数十 nm 程度の距離に近づける。プローブにより検出するエバネセント光強度を一定に保つように試料面に垂直な z方向の微動素子への印加電圧を制御することによって、両者の距離を一定に保つ。この状態で xy面内のラスタ走査をすれば、プローブ先端は試料表面の凹凸をなぞる。3 軸方向の素子への印加電圧を座標軸とする曲面を画像として出力すれば表面の形状を拡大表示することになる。

フォトン STM の検出する信号が単純にプローブ先端のエバネセント場$\boldsymbol{E}$ の自乗に比例すると考えると、検出信号は

$$|\boldsymbol{E}|^2 \sim \exp(-2k_0\sqrt{n_1^2\sin^2\theta_1 - n_2^2}\cdot z) \tag{4}$$

という形で表される。しかし、これは $|\boldsymbol{E}|^2 = \mathrm{constant}$ の軌跡が厳密には媒質の表面形状には追随しないことを意味する。なぜなら、式 (4) において指数関数項の変数に入射角が含まれており、z方向に指数関数的に減少する割合は、媒質表面の形状だけでなく、その起伏の傾きにも依存するからである。

3 測定装置

3.1 測定装置の概要

フォトン STM システムのブロック図を図 2に示す。パルス変調を施したレーザ光を試料 (プリズム)

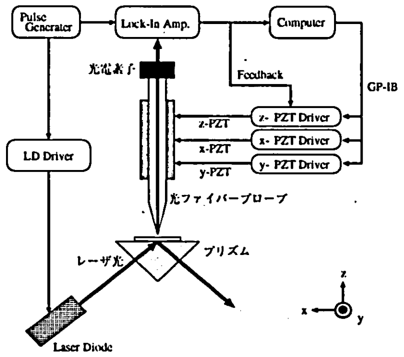


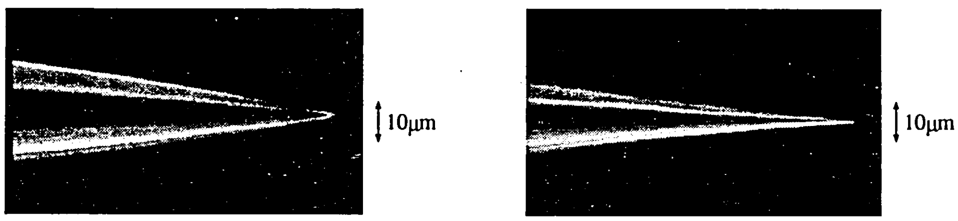
図 2: フォトン STM システムのブロック図

へ全反射角で入射し、試料表面に発生したエバネセント光を、先端を細く尖らせた光ファイバープローブで検出する。光信号はアバランシェ·フォトダイオード (APD) で電気信号に変換し、ロックインアンプを用いて同期検波を行う。光ファイバープローブの走査は、粗動はマイクロメーター、微動は圧電素子 (PZT) を用いた。

3.2 光ファイバープローブ

今回は、プローブとして主に波長 1550nm 用シングルモード光ファイバー (コア径 7.9μm) と波長 1320nm 用シングルモード光ファイバー (コア径 6.6μm) を使用した。

水平方向の分解能を向上させるためには、プローブ先端を光の波長以下の大きさにする必要がある。しかし、先端の開き角が小さいと検出光のゲインが小さくなるため、先端は細く、開き角はある程度大きくという形が望ましい [5] 。今回は、先端を細くすることを最優先し、その上で開き角の大きなプローブを製作することを目標とした。ゲインの低下分は信号の増幅やノイズの低減に努めることにより S/N 比を確保した。



λ=1550nm　　λ=1320nm

図 3: ケミカルエッチングにより作製した光ファイバープローブの先端 (×800)

実際に使用している光ファイバープローブの先端部の光学顕微鏡写真を図 3 に示す。電磁界解析の結果、プローブ先端部の開き角が大きくなれば、検出光のゲインは著しく大きくなることが明らかになっている [5]。現在用いている装置では、検出電力は数十～数百 pW と微弱である。したがって、電力利得の大きい、開き角の大きな先端を持つ光プローブを製作することが、S/N 比を上げて、さらに分解能を向上させるために重要である。

3.3 プローブ走査機構

エバネセント光を検出するためには、試料表面からの距離が光の波長以下程度 (数百 nm) になるまでプローブを接近させる必要がある。プローブの位置制御には垂直、水平方向で 10nm 以下の精度で最大変位量が数 mm 程度と、極めて高精度でかつ広範囲の制御が求められる。そのため数μm〜数 mm の大きな移動を行なう粗動機構と、数 nm〜数μm の微小な移動を行なう微動機構の 2 つの装置を組み合わせることにより、上記の要求を満たすことにした。

3.3.1 プローブ粗動·保持機構

粗動・保持機構として、プローブ粗動·保持機構にマイクロメーターを用いた精密 3 軸トランスレーションステージ (Martock Design Limited, MDE102) を使用した。このステージは、x, y, zの 3 方向とも、粗動マイクロメーターと微動マイクロメーターによる 2 段階調整が可能で、滑らかで横ぶれのない移動を行なうことができる。粗動マイクロメーターの最小移動分解能は 1μm、最大移動量は 2mm であり、微動マイクロメーターの最小移動分解能は 0.05μm 以下、最大移動量は 0.3mm である。

3.3.2 プローブ微動走査機構

プローブの微視的制御にはナノメータレベルでの精度が要求される。手動によるマイクロメータやモータードライブによる制御では精度や振動、電磁ノイズなどの問題があるため、本研究では、圧電素子 (チタン酸ジルコン酸鉛 [$\underline{Pb}\underline{Zr}O_3$, $Pb\underline{Ti}O_3$] 系セラミックス : PZT) を採用した。今回使用した PZT は、NEC 製積層圧電アクチュエーター (AE0505D08) である。これは従来のアクチュエーターと比較して、高い位置決め分解能をもち、低駆動電圧、変位量が安定しているといったメリットがあり、本研究での要求を十分満足させることができる。3 次元プローブ微動走査機構の構造を図 4に示す。PZT は、圧縮には強いが引っ張りには弱いため、PZT に加わるモーメントができる限り小さくなるような構造にした。図 4に示すように 10×10×10mm の大きさのアルミブロックの 3 面に、それぞれ PZT (10×10 ×20 mm) をエポキシ系接着剤を用いて互いに垂直になるように接着する。x, y方向の PZT は、図 4に示したようにスリットを切った L 字型アルミ金具に接着し、z方向の PZT には 10×10×10mm の大きさのアルミブロックを接着する。下部のブロックにプローブを固定することにより、正確かつ速応性の高いプローブの 3 次元走査が可能である。

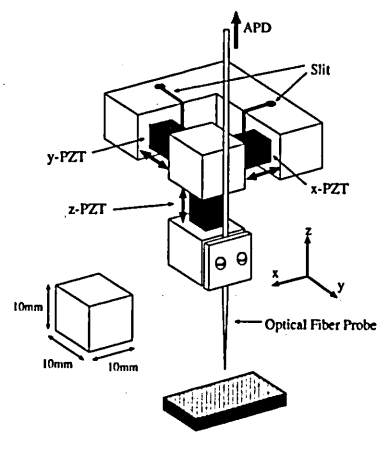


図 4: プローブ微動走査機構

評価　今回、渦電流式変位センサ (KEYENCE, EX501/008) を用いてこのプローブ微動走査機構のPZT の駆動電圧と水平方向 (x, y方向)、垂直方向 (z方向) の変位量について調べたこの変位センサはフルスケールで 1mm の変位を測定することが可能で、その分解能はフルスケールの 0.03%、すなわち、0.3μm、直線性は±0.3%である。

PZT の駆動電圧と変位量の関係を図 5,6 に示す。どちらのグラフも 100V でおよそ 6μm の変位がある。よって、以後の測定ではおよそ 60nm/V で換算をおこなった。また、PZT にヒステリシスがあることもよくわかる。

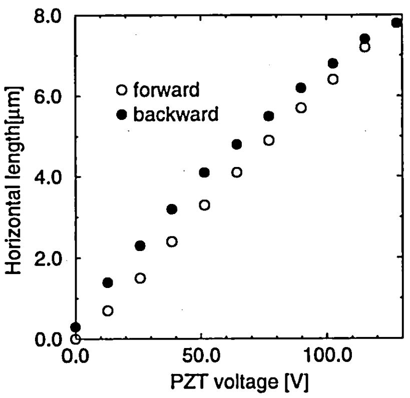


図 5: 水平方向 PZT の変位

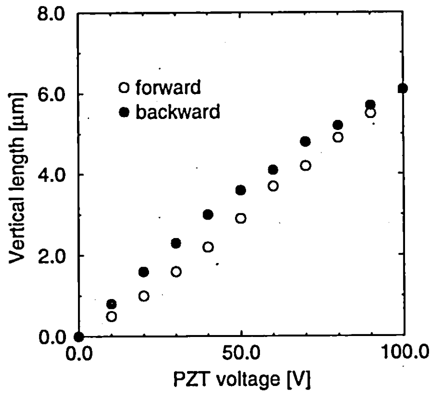


図 6: 垂直方向 PZT の変位

3.4 信号検出·増幅系

光ファイバープローブにより検出されるエバネセント光は非常に微弱 (数十～数百 pW) であるため、S/N 比の良い増幅を行なう必要がある。実験では光電素子としてアバランシェ·フォトダイオード (浜松フォトニクス, S2384) を用いた。この光電素子の受光感度 (波長 670nm), 増倍率, 量子効率はそれぞれ 0.45A/W, 60, 0.75 である。

光電素子で受光された信号はプリアンプで増幅されたあと、ロックインアンプ (エヌエフ回路設計ブロック, LI-570) に入力し、信号分のみを高 S/N 比で検出できるようにした。 APD を光電素子に用いた信号検出·増幅系を図 7に示す。APD には逆電圧を印加する必要がある。E はそのための直

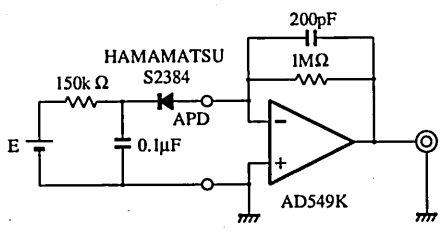


図 7: APD 増幅回路

流安定化電源である。また、150kΩの抵抗は異常ブレークダウン保護用の抵抗であり、平均光電流による電圧降下分が逆電圧に対して問題にならない程度に選んだ。0.1μF のコンデンサはバイパス・コンデンサで逆電圧電源の内部抵抗を小さくするためのものである。

増幅回路には OP アンプ (AD549K) を用いた。APD は電流源であるから、OP アンプから見たソースインピーダンスは高い。一般的に高ソースインピーダンスに対しては低入力電流ノイズの OP アンプがノイズを最小にする際には有効である。AD549K は 0.16 fA/$\sqrt{\mathrm{Hz}}$ という極めて低入力電流ノイズの OP アンプである。

3.5 光源

光源としては出力の時間的変動が小さく、ロックインアンプを用いて同期検波するため容易に変調がかけられることが望ましい。しかし、ガスレーザでは偏光面の変動や、装置の大きさなどの問題がある。また、実際の測定においては入射光が試料表面にあたるスポットを目視できることが望ましい。上記の理由のため、本研究では波長が 670nm(可視光) の半導体レーザを使用した。半導体レーザには装置が小型かつ軽量で、比較的出力も大きく、直接電流変調が可能であるというメリットがある。今回使用した半導体レーザは東芝製半導体レーザ (TOLD 9211S, 波長 670nm) である。

4 光の実験

フォトン STM を用いてサブミクロンレベルの構造物の測定を行なう。また、各種試料を測定した実験を通してどのような場合に実像とフォトン STM 像との不一致が起こるのかを調べ、合わせてそこに形成されている近接場について考察する。

4.1 実験の概要

測定系のブロックダイヤグラムを図 2に示す。500Hz でパルス変調を施したレーザ光 (波長 670nm) を、平行光線になるようにコリメートレンズの位置を調節し、試料表面で全反射するように試料 (光学プリズム (BK7) の上にマッチングオイルを挟んでのせる) に入射する (図 8参照)。

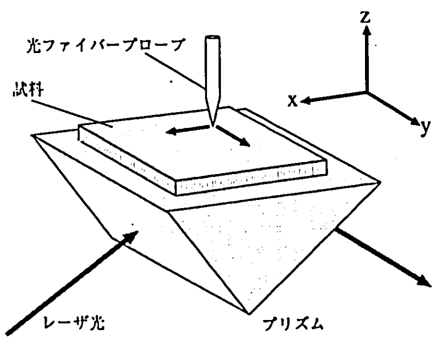


図 8: 観測の様子

次に、3 軸トランスレーションステージの垂直方向 (z方向) マイクロメーターを使用して、プローブを肉眼で判別できる限界まで試料表面に近づける。その後、z方向 PZT 駆動回路のポテンショメー

タを用いて微動用 PZT に駆動電圧を加え、プローブ先端を試料表面から $1\mu m$ 以下の距離にまで近づけていく。この状態でエバネセント光が検出できれば、計算機より GP-IB アダプタを制御して PZT に電圧を加えていき、プローブを試料表面に少しずつ接近させながらエバネセント光強度を測定する。

4.2 周期微細構造の観測

ここでは光の波長以下の大きさをもつ周期構造物として音楽用コンパクトディスク (CD) の記録ピットを用いた観測を行なう。CD の記録ピットは図 9のような構造を持つ。基本的仕様はピット幅 $0.6\mu m$、ピット長さ $0.9\mu m \sim 3.3\mu m$ (線速度 1.3m/s 時)、ピット深さ $0.12\mu m$、トラックピッチ $1.6\mu m$ である。

4.2.1 実験方法

プリズム上に乗るようにまず CD をおよそ 2cm×2cm 程度の大きさにカットする。音楽用 CD のピットはレーベルの貼っている面にあり、反射を良くするためにその記録面上に Al が蒸着され、それを保護するためにその上に薄いプラスチックのコーティングが施されている。しかし、これらの Al, プラスチックがあるとピットの検出ができないためプラスチックコーティングを取り除き、塩酸を用いて Al を溶かした。このように処理した CD 片をピット面が上になるようにプリズム上にマッチングオイルを挟んで設置し、マイクロメーターと z方向 PZT 駆動回路を用いてプローブを CD 表面から $1\mu m$ 以下にまで近づける。エバネセント光が検出できれば、フィードバックをかけ光強度を一定にして 2 次元走査を行なう。x 方向に $0.12\mu m$/sec で $6\mu m$ 走査し、もとの位置に戻した後、y方向に 60nm 進める。これを y方向に $2.4\mu m$ 走査するまで繰り返す。これで $6\mu m \times 2.4\mu m$ の領域を走査したことになる。ただし、この実験では信号検出·増幅系として PD を用いているので、走査におよそ 1 時間を要した。

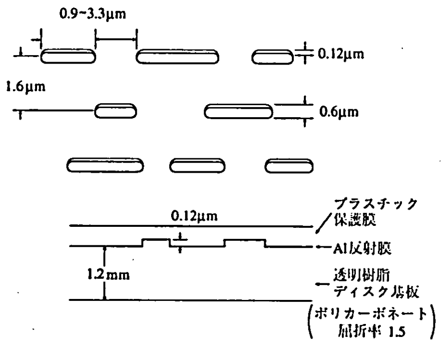


図 9: CD の記録ピット

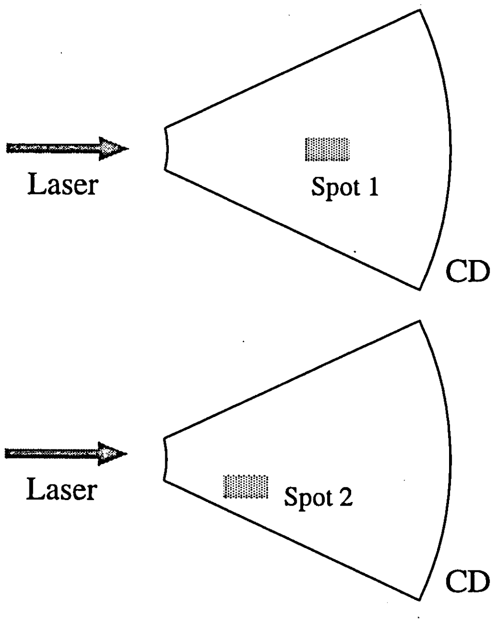
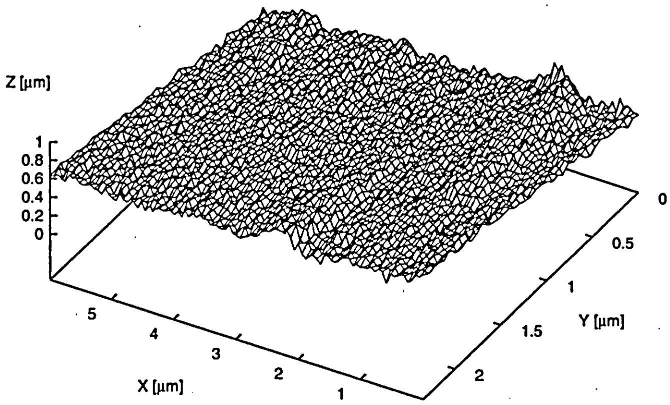


図 10: CD 表面のピットの観測

4.2.2　測定結果とその考察

図 10のスポット 1,2 での測定結果を、それぞれ図 11,12 に示す。また、それぞれの下の図は測定結果の起伏を 256 階調の濃淡で示したものであり、色が白いところほどが盛り上がってるところである。



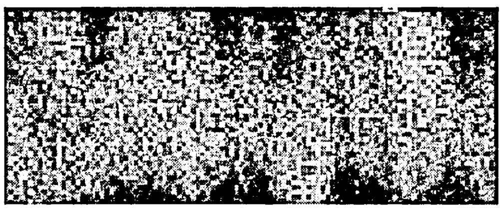
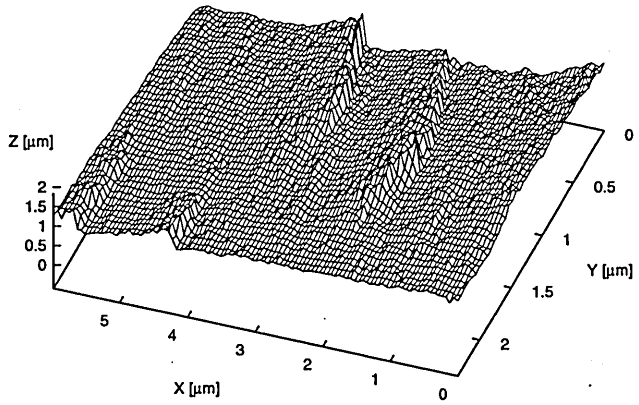


図 11: Spot1 での 2 次元走査
(下の図は起伏を 256 階調の濃淡で表している)



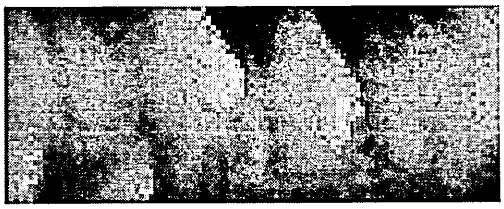


図 12: Spot2 での 2 次元走査
(下の図は起伏を 256 階調の濃淡で表している)

スポット 1,2 とも、1.2μm~1.8μm 間隔で 4 個ほどの周期的構造が見られる。CD のトラックピッチが 1.6μm であることから考えると、この周期構造はピットによるものと考えられる。ただ、CD 表面のピットは凹構造 (図 9参照) であるのに対して、測定結果では逆にピットと思われる部分が凸構造に見えている。これは次のように推測される。図 13のようにピットの垂直面では入射光が全反射せず、放射光が洩れている可能性がある。それによりピットのくぼみに沿ってエバネセント光強度の等振幅面が下がるべきところが、表面からの距離の関数とはならない放射光によって凸に見えていると考えられる。また、図 14に示すように、スポット 1 では、ピットの長辺にレーザ光がほぼ垂直に入射しているのに対し、スポット 2 では垂直ではない (図 10参照)。そのため、スポット 2 ではピットの端からの放射光が加わり、図の点線部分のような放射パターンになっていると推測できる。

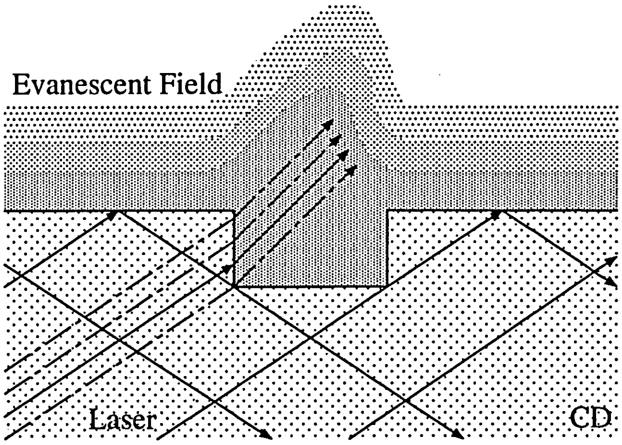


図 13: CD 上のエバネセント光

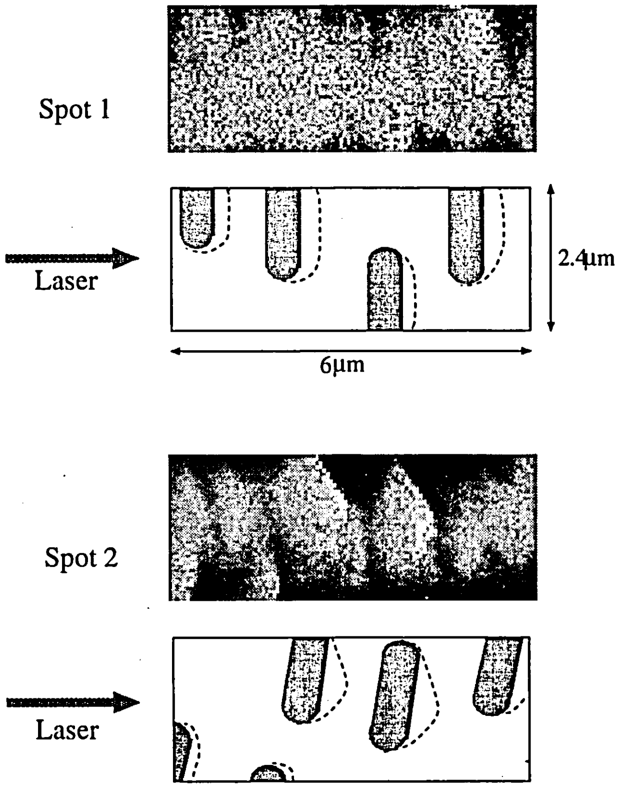


図 14: レーザの入射方向による見え方の差異

4.3 薄膜境界付近の観測

前節で、CD 表面のピットの部分のような急激な段差があるような構造物の場合には実際の形状にそぐわないフォトン STM 像が得られることがわかったのであるが、この節ではそれを受けて、そのような急激な段差の部分での様子を詳しく調べるために、カバーガラス上におよそ 100nm 程度の膜厚をもつ薄膜を蒸着した試料を作製し、その薄膜境界付近の観測を行なう。その試料は、カバーガラス表面をアセトンで充分洗浄し、カミソリ刃で表面を半分程覆った状態で SiO 薄膜を蒸着したものである。またその境界は、図 15,21,30に示すように 1 次元的に、また CD 表面のピットと同じように急な段差になるようにした。

4.3.1 実験方法

SiO 薄膜を蒸着したカバーガラスをマッチングオイルを挟んでプリズム上に設置する。薄膜のある部分と無い部分との境界付近で全反射が起こるように、レーザ光を入射する (図 8)。エバネセント光を検出し、検出光強度が一定になるようにフィードバックをかける。この状態で水平方向 PZT 駆動回路を動作させ、x 方向または y方向に 1 次元走査する。このときの走査範囲は約 6μm である。走査中に垂直方向微動用 PZT への印加電圧に急激な変化が現れなかったら、粗動用水平方向マイクロメーターを用いて走査範囲を境界の方へ数μm 移動させ、次の走査を行う。この操作を垂直方向微動用 PZT への印加電圧に変化が現れるまで続け、プローブを薄膜境界に近づけていく。薄膜の境界を示す段差が観測されれば、その場所を詳しく走査する。今回は薄膜境界の走る方向とエバネセント光の波数ベクトルのなす角度を変えて薄膜境界付近の 2 次元走査を行なった。

4.3.2 測定結果とその考察

実験 1 図 15に示すように、薄膜境界の走る方向がエバネセント光の波数ベクトルに対して垂直になるようにカバーガラスをプリズム上に設置した。薄膜のある方がレーザ光の入射側になっている。つまり、段のある側から無い側にレーザ光を入射したことになる。測定結果を図 16 ~ 18に示す。エバネセント光強度はそれぞれ 37.5pW,25pW,18.8pW で、このときプローブの表面からの距離はそれぞれ 13nm,57nm,87nm である。

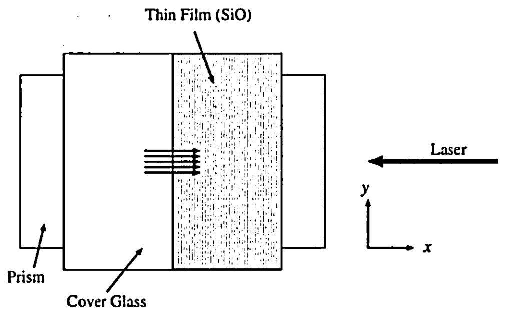


図 15: 境界付近における走査 (実験 1)

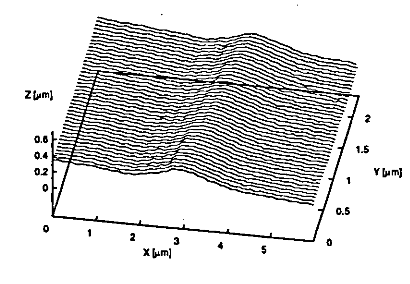


図 16: 実験 1 の結果
(検出光強度 37.5pW, 距離 13nm)

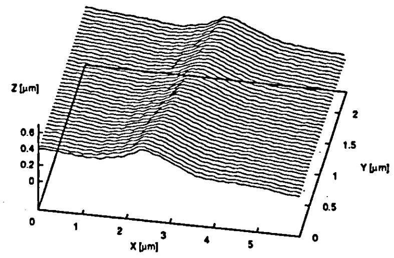


図 17: 実験 1 の結果
(検出光強度 25pW, 距離 57nm)

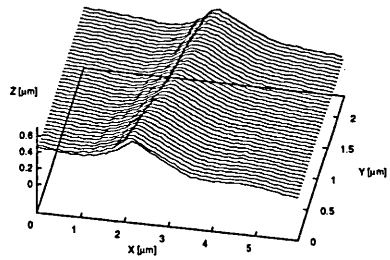


図 18: 実験 1 の結果
(検出光強度 18.8pW, 距離 87nm)

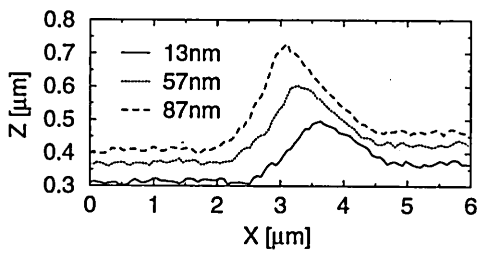


図 19: y方向 2.4μm の位置における x 方向走査 (実験 1)
(図中のパラメータは表面からの距離)

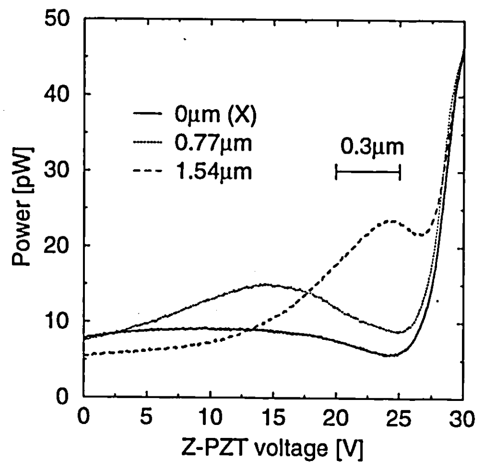


図 20: 薄膜境界放射側のエバネセント光強度 (実験 1)

図 16では x 軸の中央に y方向に沿った山が見られる。各図の y方向の位置が 2.4μm のデータを抜き出してプロットしたのが、図 19である。ただし、各データには試料表面とプローブの変位方向が平行でないために x 方向に一定の傾きがある。この傾きを薄膜の無い側での傾きを用いて補正を行なった。図 19からプローブの位置が表面から遠くなるほど、山が大きくなっていることがわかる。これは明らかに放射光を検出しているものと考えられる。また、山のピーク位置も$-x$ 方向にずれていっていることがわかる。これはレーザ光を$+x$ 側から入射しているためである。さらに図の山を境にして$-x$ 側と$+x$ 側でおよそ 60nm 程度の段差が見られる。よってこの山の位置が薄膜境界であり、境界付近で全反射条件が破れることにより伝搬光成分が現れているものと考えられる。

カバーガラス側、すなわち、薄膜境界放射側でエバネセント光強度の測定を行なった。測定結果を図 20に示す。本来、試料表面から指数関数的に減衰する光強度が一度山を持つような強度分布に

なっており、山の位置は薄膜境界から離れるに従って表面から遠くなっているのが分かる。このことからも段のある側から無い側に光を入射したとき、その境界付近ではエバネセント光に加え放射光が検出されることがわかる。

実験2 図21に示すように、薄膜境界の走る方向がエバネセント光の波数ベクトルに対して垂直になるようにカバーガラスをプリズム上に設置した。実験1とは反対に、薄膜の無い方がレーザ光の入射側になっている。つまり、段の無い側からある側にレーザ光を入射したことになる。測定結果を図22～25に示す。エバネセント光強度はそれぞれ62.5pW,50pW,37.5pW,25pWであり、プローブの表面からの距離はそれぞれ96nm,120nm,150nm,192nmである。

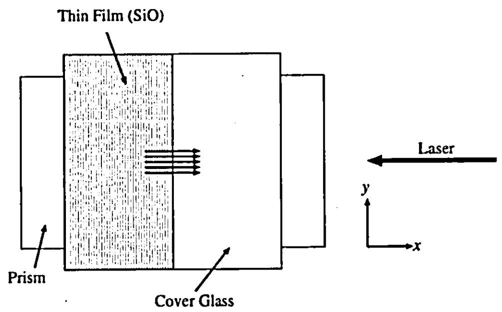


図 21: 境界付近における走査 (実験2)

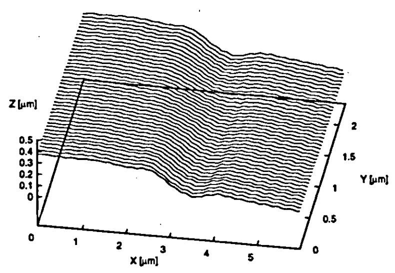


図 22: 実験2の結果
(検出光強度 62.5pW, 距離 96nm)

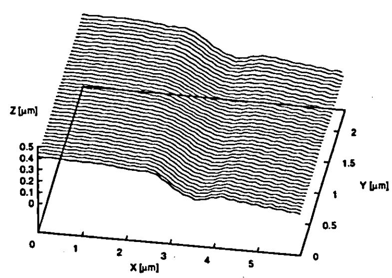


図 23: 実験2の結果
(検出光強度 50pW, 距離 120nm)

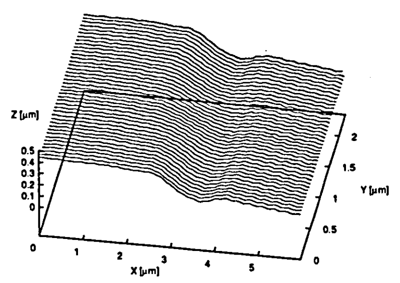


図 24: 実験 2 の結果
(検出光強度 37.5pW, 距離 150nm)

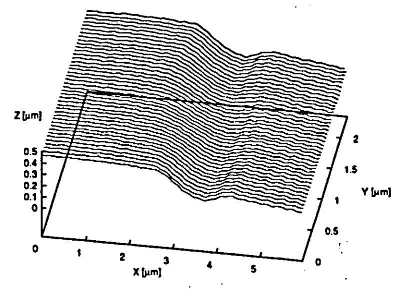


図 25: 実験 2 の結果
(検出光強度 25pW, 距離 192nm)

図22を見ると、$-x$ 側で高く$+x$ 側で低くなっており、中央部にy方向に沿ったくぼみが見られる。そこで各図からy方向 0μm の位置におけるデータを抜き出し、実験 1 と同様に薄膜の無い側での傾きで補正したものを図 26に示す。実験 1 とは異なり、フィードバック電圧による差異はほとんど見られない。また、中央部のくぼみ (x 方向の位置が 3μm$\sim$$4\mu$m のところ) であるが、これについても現時点では原因を特定することはできない。しかし、薄膜を蒸着する際に用いたカミソリ刃による傷の可能性も考えられる。ただし、このような配置で別の機会に行なった実験でも同様の結果が得られており、何らかの光学的構造が形成されていることは確かである。

薄膜境界付近でエバネセント光強度の測定を行なった。測定結果を図 27に示す。図 27から x 方向の位置が 1.54μm,2.31μm (薄膜上) のときと 3.85μm,4.61μm (カバーガラス上) のときでプローブが表面に接触していると思われる電圧 (z方向 PZT の印加電圧) が 2V 程度異なる。よって、薄膜境界がこの間にあるのは確かである。

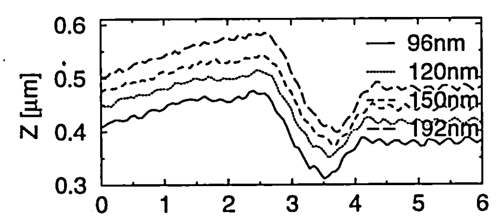


図 26: y方向 0μm の位置における x 方向走査 (実験 2)
(図中のパラメータは表面からの距離)

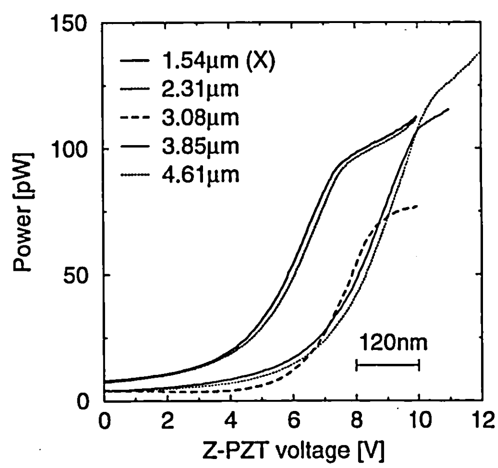


図 27: 薄膜境界付近のエバネセント光強度 (実験 2)

次に、2 次元走査から得られる表面形状と薄膜境界付近でエバネセント光強度の測定を行なった時の接触電圧から得られる表面形状との比較をしたものが図 28である。薄膜を形成した段階では、境界として急激な段差ができているものと考えていたが、この結果から実は境界が傾いていたことがわかった。この比較から推測されることは、このような方向からレーザ光を入射した場合、薄膜境界では薄膜のあるところから無いところにかけて薄膜の傾きが変わるために、薄膜上あるいはカバーガラス上に比べて入射角が大きくなり、結果、そこに発生するエバネセント光強度が小さくなるということである (図 29参照)。

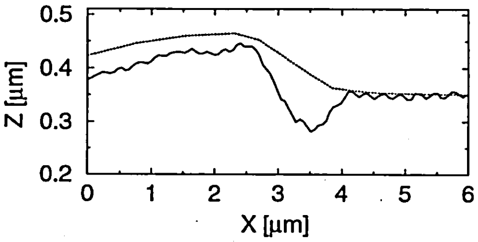


図 28: エバネセント光強度一定の走査から得られる表面形状と接触電圧から得られる表面形状

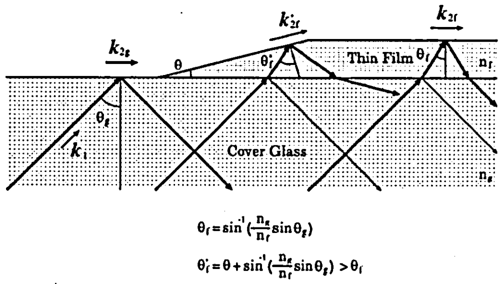


図 29: 薄膜の傾きによる入射角の違い

実験 3　図 30に示すように、薄膜境界の走る方向がエバネセント光の波数ベクトルに対して平行になるようにカバーガラスをプリズム上に設置した。薄膜は$+y$側にある。この配置の場合、実験 1 に見られた放射光による盛り上がりや、実験 2 に見られた入射角の増加によるエバネセント光強度の減少が原因と考えられるくぼみはなく、およそ実際の形状に近い像が得られると考えられる。測定結果を図 31~33に示す。エバネセント光強度はそれぞれ 75pW,50pW,25pW であり、表面からの距離はそれぞれ 60nm,102nm,162nm である。図から$+y$側が高く、$-y$側が低いのがわかる。

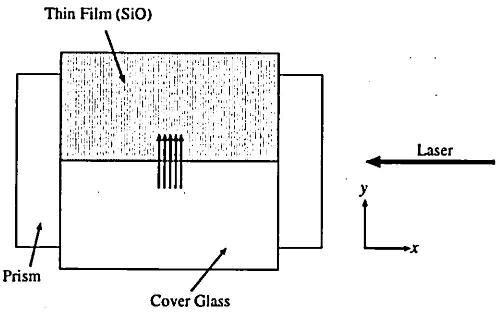


図 30: 境界付近における走査 (実験 3)

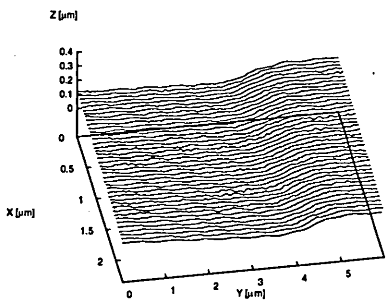


図 31: 実験 3 の結果
(検出光強度 75pW, 距離 60nm)

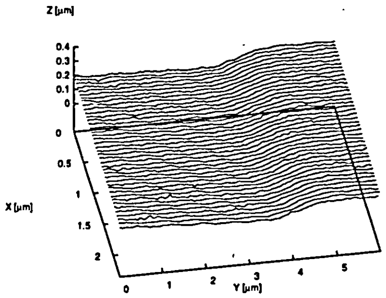


図 32: 実験 3 の結果
(検出光強度 50pW, 距離 102nm)

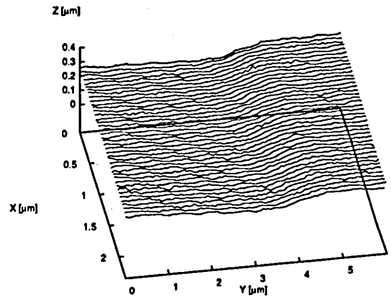


図 33: 実験 3 の結果
(検出光強度 25pW, 距離 162nm)

x 方向の位置が 0μm の時の値を抜き出してプロットしたものを図 34に示す。ただし、実験 1,2 と同様にして薄膜が無いところでの傾きを用いて補正を行なった。図から見積もることのできる段差はおよそ 120nm である。

つぎに、薄膜境界付近でエバネセント光強度の測定を行なった。測定結果を図 35に示す。y方向の位置が 2.31μm,3.08μm のデータと 3.85μm,4.61μm のデータとの間に明らかな違いがみられる。すなわち、プローブの先端が表面に接触していると思われる電圧値 (z方向 PZT の印加電圧) を見てみると、両者のあいだにおよそ 1.5V 程度の開きがある。これが薄膜の段差と考えられる。そのときの検出強度は薄膜上の y方向位置が 2.31μm のデータでは約 110pW であるのに対して、カバーガラス上の y方向位置が 4.61μm のデータでは約 140pW である。つまり、薄膜上でのエバネセント光の検出強度はカバーガラス上に比べて小さくなっている。これは入射光の一部がカバーガラスと薄膜との境界面で反射されるためである。実験 1,2 においても同様のことが起きていると考えられる。

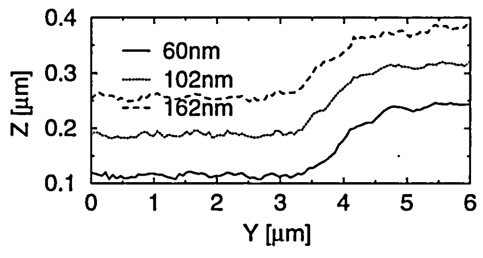


図 34: x 方向 0μm の位置における y方向走査 (実験 3)
(図中のパラメータは表面からの距離)

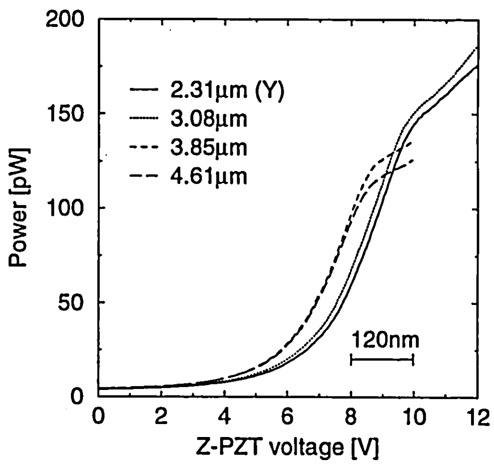


図 35: 薄膜境界付近のエバネセント光強度 (実験 3)

5 マイクロ波の実験

フォトンSTMは誘電体試料表面にエバネセント光を発生させ、その等強度面をプローブでマッピングすることで、試料表面形状を知ろうというものである。しかし、等強度面が試料表面形状を忠実に反映するのは、試料の凹凸が光の波長に比べて極めてなだらかな場合に限られる。波長に比べて無視できない急な段差がある場合には、全反射条件が満たされないので、フォトンSTM像を著しく変形してしまう。そして、このような像の変形は、段差の走る方向とエバネセント光の波数ベクトルのなす角度にも依存する(4.2,4.3節参照)。このような状況についてさらに詳しく調べるために、ここでは、光のかわりにマイクロ波を用いてなだらかでない誘電体試料表面の近接場を測定した。

マイクロ波を用いると次のような利点がある。波長が数センチのオーダになるので試料が容易に扱える大きさになり、試料とディテクタの関係を実測しながら測定が行なえる。光の場合には試料とプローブの相互作用を含めた近接場を測定していることになり間接的な測定であるのに対して、マイクロ波の場合には試料近傍のローカルな場を直接ダイオードで検出することができる。また、帯電などによるプローブ先端のズレ(反り)がないために、プローブ(ダイオード)の位置における場を正確に測定することができる。

またマイクロ波による近接場の測定に加え、その測定結果を確認するため簡単なモデルを立て数値計算を行なった。

5.1 マイクロ波近接場の測定

5.1.1 測定装置の構成

マイクロ波近接場測定装置の構成を図36に示す。マイクロ波発振器(波長約3cm)で発生させたマイクロ波(TE波)をパラフィンブロック(屈折率$n = 1.5$)表面で全反射するように入射させる。全反射により発生したエバネセント波をショットキ·バリア·ダイオード(HP, 5082-2755)を用いて検波する。XYレコーダを用いたのは試料表面の2次元走査を可能にするためであり、アームはXYレコーダをパラフィンブロックから遠ざけてXYレコーダからの反射を小さくするためである。パラフィンブロック表面の2次元走査はXYレコーダのX入力,Y入力にGPIBにより計算機制御された直流電源から電圧を加えることにより行なう。

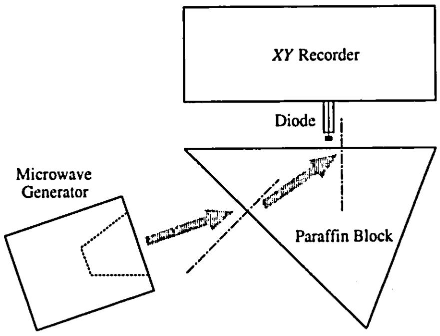


図36: 装置の構成

パラフィンブロックの形状については入射波と反射波による干渉の影響を極力避けられるよう底辺30cm, 側辺40cm (頂角およそ45°)の二等辺三角形にした。また、入射するマイクロ波が完全な平

面波でないことから、入射角 45° では全反射しない部分が存在するものと考え、入射角はおよそ 54° にした。

5.1.2 測定

パラフィン片がない時のエバネセント波強度を表面からの距離を変えて x 方向に 1 次元的に測定した。図 37を見てわかるように干渉が見られる。干渉縞の間隔はおよそ 1.3cm である。全反射時におけるマイクロ波の入射波と反射波による干渉縞の間隔がおよそ 1~1.5cm であることから、この値は妥当である。

このエバネセント波強度分布の非一様性とスポットの小ささという問題を克服するため、今回の実験では図 38のようにディテクタをエバネセント波強度の大きなところに固定し、逆にパラフィン片を動かすという方法を採用した。これにより、ディテクタが検出するディテクタ近傍でのエバネセント波強度をいつも一定に保つことができる。このとき、パラフィン片は全反射面あるいは放射源と考えられる。ディテクタはパラフィンブロック表面、あるいは、パラフィン片の表面で発生したエバネセント波、さらには、パラフィン片の端から放射する波を検出することになる。以下のようなものをパラメータとしてエバネセント波強度の測定を行なった。パラフィン片にあたるところは破線で囲んで示した。

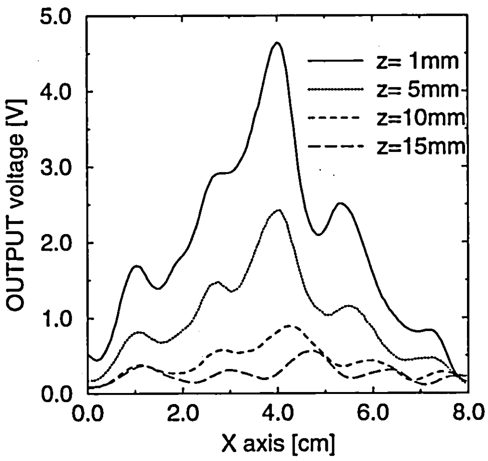


図 37: 検出強度 (パラフィン片なし)

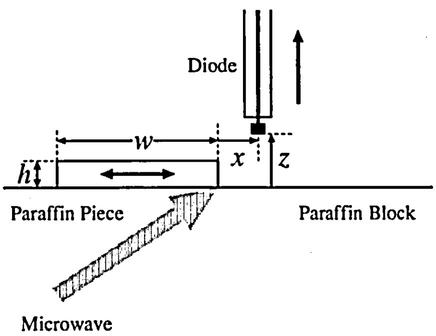


図 38: ディテクタとパラフィン片の位置関係

ディテクタの位置 スポット中のディテクタの位置による検出強度分布に違いがあるかを調べた。測定結果を図 39に示す。図中の x はパラフィン片の右端を $x=0$ としたときのディテクタの x 方向の位置である。パラフィン片は厚さ (h) 3mm、x 方向の幅 (w) 55mm であり、パラフィンブロック表面からのディテクタの距離 (z) は 5mm である。山と山の関係が一部異なるところはあるものの、ディテクタの x 方向の位置が変わっても傾向はおおむね変わらない。このことから、ディテクタに代えてパラフィン片を動かすことがスポットが小さいという欠点を軽減するのに有効であることがわかる。

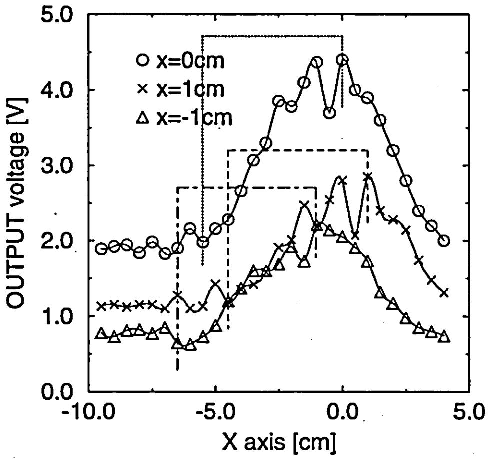


図 39: 検出強度 (ディテクタ位置依存性)

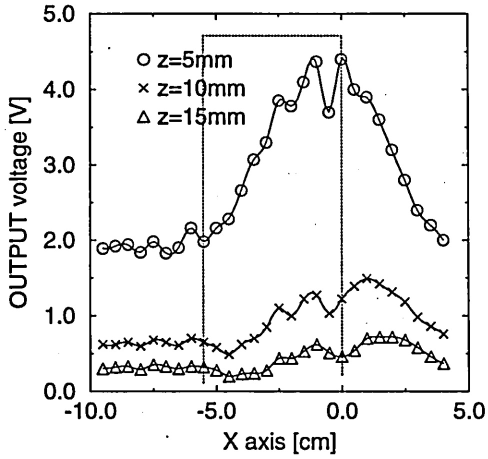


図 40: 検出強度 (表面からの距離依存性)

表面からの距離　パラフィンブロック表面からの距離 (z) による検出強度分布の違いを調べた。パラフィン片は厚さ (h) 3mm、x 方向の幅 (w) 55mm であり、ディテクタの x 方向の位置は $x=0$ である。測定結果を図 40に示す。図 40のパラフィン片上$-x$ 側は表面からの距離が変わってもおおむね似たような傾向を示している、つまり、エバネセント波を検出していると考えられるが、パラフィン片の$+x$ 側では表面からの距離にしたがってピークの位置が$+x$ 側、つまり、パラフィン片の右端から離れる方向にずれている。これは、マイクロ波を$-x$ 側から入射しているためであり、パラフィンブロック表面で発生したエバネセント波というよりは、パラフィン片の端で全反射しなかった放射波を検出しているものと思われる。

パラフィン片の幅　パラフィン片の x 方向の幅 (w) による検出強度分布の違いを調べた。パラフィン片は厚さ (h) 5mm であり、ディテクタの x 方向の位置は $x=0$、パラフィンブロックからの距離 (z) は 5mm である。測定結果を図 41に示す。wが 35mm,55mm と波長以上のときにはほぼ同じ傾向を示しているが、波長以下になると波がパラフィン片に入らないため、パラフィン片上での検出強度はパラフィン片がない時の値とほとんど変わらない。反面、パラフィン片の$+x$ 側で検出強度が大きい。以上の段差がある場合の測定に共通して言えることはパラフィン片上では$-x$ 側で検出強度が小さく$+x$ 側で大きいということである。これは図 42のように考えることができる。パラフィン片上$-x$ 側では波が表面まで進入できない影の領域が存在する。そのため$-x$ 側では検出強度が小さくなる。これはパラフィン片の x 方向の幅 (w) が小さく、反対にパラフィン片の厚さ (h) が大きく、入射角が大きいほど顕著にみられると考えられる。一方、$+x$ 側ではエバネセント波に加え放射波も検出することになるため検出強度は大きい。

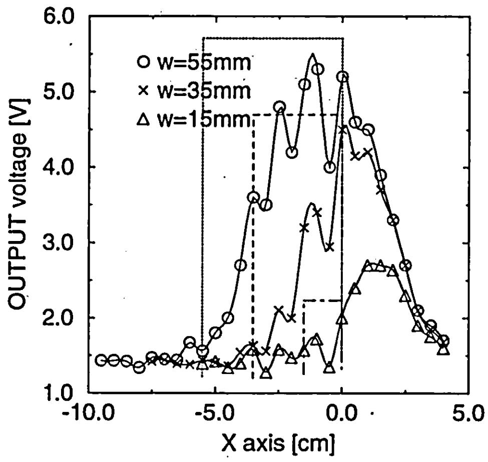


図 41: 検出強度 (パラフィン片幅依存性)

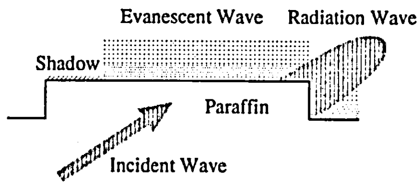


図 42: 全体的なイメージ

5.2 近接場モデル

前節で行なったマイクロ波近接場の実験結果を簡単なモデルを用いて検証する。誘電体表面に入射波によって誘起された適当な分極を仮定し、それら分極からの輻射を合成することで表面近傍の場を求めた。ここではスカラー波を仮定し、スカラー回折理論 [15] を用いて計算を行なった。

キルヒホッフの方法 [16] を用いて、体積 V 内のスカラー場 ($\boldsymbol{E}$ あるいは $\boldsymbol{B}$ の成分) を境界面 S における場の値とその法線微分により表す。

単色のスカラー場 $\psi(\boldsymbol{x})\mathrm{e}^{-\mathrm{i}\omega t}$ を考える。$\psi(\boldsymbol{x})$ は次のスカラー-ヘルムホルツ波動方程式を満足する。

$$(\nabla^2 + k^2)\psi(\boldsymbol{x}) = 0 \tag{5}$$

このヘルムホルツ波動方程式に対して、グリーン関数 $G(\boldsymbol{x}, \boldsymbol{x}')$ を導入する。

$$(\nabla^2 + k^2)G(\boldsymbol{x}, \boldsymbol{x}') = -\delta(\boldsymbol{x} - \boldsymbol{x}') \tag{6}$$

グリーンの定理から ψ は S 上の表面積分

$$\psi(\boldsymbol{x}) = \oint_S [\psi(\boldsymbol{x}')\boldsymbol{n}' \cdot \nabla' G(\boldsymbol{x}, \boldsymbol{x}') - G(\boldsymbol{x}, \boldsymbol{x}')\boldsymbol{n}' \cdot \nabla' \psi(\boldsymbol{x}')]\mathrm{d}a' \tag{7}$$

で与えられる。ただし、$\boldsymbol{n}'$ は内向きの法線ベクトルである。

実験との比較のためここでは TE 波を考える。このとき、ψ が表面 S で既知あるいは近似でき、次のようなディリクレ境界条件を満足するグリーン関数を考えることができる。

$$G_D(\boldsymbol{x}, \boldsymbol{x}') = 0 \qquad \text{for } \boldsymbol{x}' \text{ on S} \tag{8}$$

さらに、一般化キルヒホッフ積分は

$$\psi(\boldsymbol{x}) = \int_S \psi(\boldsymbol{x}') \frac{\partial G_D}{\partial n'}(\boldsymbol{x}, \boldsymbol{x}')\mathrm{d}a' \tag{9}$$

となる。ψ は開口以外の S 上で零であり、開口では入射波に等しい。

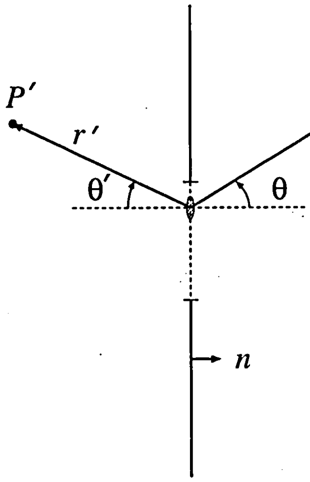


図 43: 無限長平面境界

式 (6) を満足するグリーン関数は、2 次元問題に対して次のように与えられる [17]。

$$G(\boldsymbol{x},\boldsymbol{x}') = -\frac{\mathrm{i}}{4}H_0^{(2)}(k|\boldsymbol{x}-\boldsymbol{x}'|) \tag{10}$$

そこで、図 43のように表面 Sが $z=0$ で無限長平面境界であるような特別な場合を考える。図中で P'はソース点、Pは観測点であり、無限長平面境界には開口がある。開口内の微小要素 $\mathrm{d}a'$と P,P'との距離はそれぞれ r,r'であり、角度θ,θ'はそれぞれ$\boldsymbol{r}$と$\boldsymbol{n}$,$\boldsymbol{r}'$と$-\boldsymbol{n}$の間の角である。

鏡像法を用いるとディリクレ·グリーン関数は

$$G_D(\boldsymbol{x},\boldsymbol{x}') = -\frac{\mathrm{i}}{4}\{H_0^{(2)}(kR) - H_0^{(2)}(kR')\} \tag{11}$$

と表せる。ただし、$\boldsymbol{R} = \boldsymbol{x}-\boldsymbol{x}'$,$\boldsymbol{R}' = \boldsymbol{x}-\boldsymbol{x}''$ であり、$\boldsymbol{x}''$は境界に対する$\boldsymbol{x}'$の鏡像である。

$$R = \sqrt{(x-x')^2+(z-z')^2}, R' = \sqrt{(x-x')^2+(z+z')^2} \tag{12}$$

これを式 (9) に代入すると

$$\psi(\boldsymbol{x}) = \int_S \psi(\boldsymbol{x}')\frac{\partial G_D}{\partial n'}(\boldsymbol{x},\boldsymbol{x}')\mathrm{d}a' = \int_S (-\frac{\mathrm{i}}{2}k\psi(\boldsymbol{x}')H_1^{(2)}(kR)\frac{z}{R})\mathrm{d}a' \tag{13}$$

となる。

電磁界強度は $|\psi|^2$で表される。

5.3 数値計算

マイクロ波近接場測定との比較を行なうため前節のモデルを使って計算を行なった。入射波は実験に用いたマイクロ波発振器のビーム形状に合わせるためガウスビームを仮定した。また、空気中における波数が 1 になるように規格化しており、1 波長は 2πに相当する。図 44のような表面を考える。

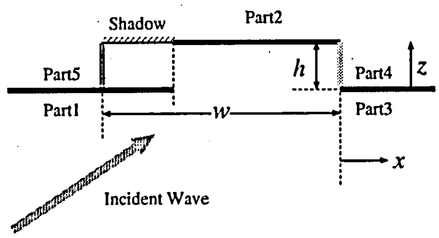


図 44: 配置

Part4 の位置に入射波のビーム中心がくるように原点を定めた。入射波が斜めから入射するために段上には波が入射できない部分が存在するものと考え、それを影 (shadow) と呼ぶことにする。段差 h が大きいほど影の領域が広くなる。この影の効果を計算に反映させるため、影の分だけ実効的な x 方向の幅が小さくなるものと仮定した。すなわち、段上の表面 Part2 が影の分だけ減少し、代わりに入射側の表面 Part1 がその分だけ段の中に入り込んだ格好になっている。さらに、Part5 には入射波が進入しないことから分極が発生しないものと仮定した。

また、Part4 以外で発生した分極はすべて場を誘起するものとし、Part4 に限ってそれより $+x$ 側でしか場に寄与しないものとした。これは Part4 に関しては放射波を想定しているためである。以後の便宜上、Part4 を放射面、$-x$ 側を入射側、$+x$ 側を放射側と呼ぶことにする。

5.3.1 段差がある場合の z 方向 $|\psi|^2$ 分布

表面からの距離 z に対する $|\psi|^2$ の計算を行なった。

x 方向の幅 w を 12、段差 h を 0、観測点の x 方向の位置を $x = 2$ として計算を行なった。図 45,46 (片対数グラフ) に計算結果を示す。

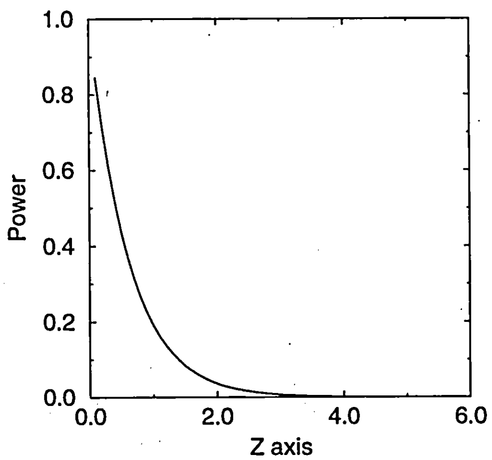


図 45: エバネセント波 ($h = 0$)

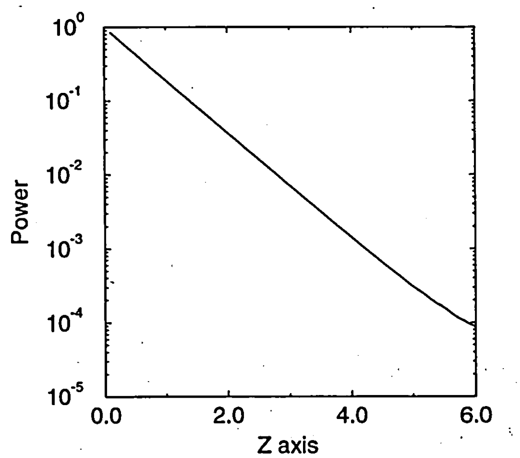


図 46: エバネセント波 [片対数]($h = 0$)

式 (4) より $|\psi|^2$の片対数グラフ上での直線部分の傾き Kは理論的には

$$K = -2k_0\sqrt{n_1^2 \sin^2\theta_1 - n_2^2} \tag{14}$$

と表される。計算で用いた値、$n_1 = 1.5$, $n_2 = 1.0$, $k_0 = 1.0$, $\theta_1 = 60.0°$ から、傾きの理論値 Kは 1.66 と求まる。これに対して図 46から得られる傾きを最小自乗法を用いて計算すると $K_{\mathrm{cal}} = 1.64$ である。

理論値と計算値の相対誤差は 1.20%である。図 46をよく見ると、観測点が遠方になるにつれ直線からずれてきているのがわかる。これは式 (13) の積分が無限積分であるのに対して実際の計算では有限積分で近似しているため、遠方にいくほどこの近似の影響が無視できなくなるためと考えられる。

段差 h を変えて、表面からの距離 zに対する $|\psi|^2$の計算を行なった。段の x 方向の幅 wは 12、x 方向の位置は $x = 2$ である。つまり、放射側における表面からの距離 zに対する $|\psi|^2$を計算していることになる。計算結果を図 47に示す。

段差 h があると表面から指数関数的に減衰する $|\psi|^2$が、一度山をもつ分布になっている。また、段差 h を大きくしていくに従い、その位置が次第に右、つまり、表面から離れる方向に移動している。

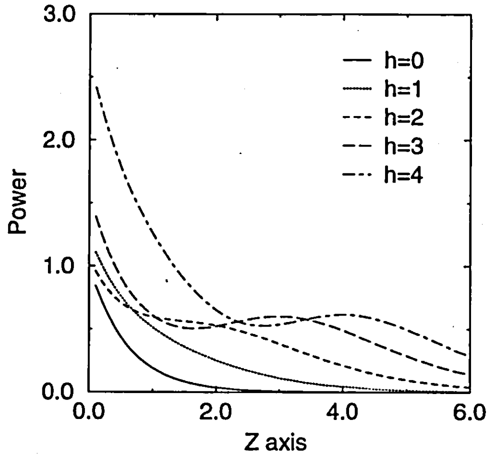


図 47: エバネセント波 (h 依存性)

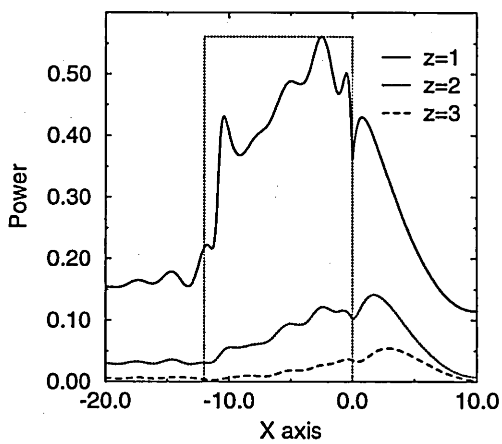


図 48: $|\psi|^2$(距離 z依存性)

5.3.2 段差がある場合の x 方向 $|\psi|^2$分布

図 44のように表面に段差がある場合に対して $|\psi|^2$の計算を行なった。計算結果において段があるところを破線で囲んで示す。

表面からの距離 (z) 依存性　観測点の表面からの距離 zを変えて計算を行なった。段差 h は 0.6、段の x 方向の幅 wは 12 である。計算結果を図 48に示す。観測点が表面に近いと段の上に $|\psi|^2$のピークがくるが、観測点を遠くしていくにしたがって、ピークの位置が境界から$+x$ 方向に移動しているのがわかる。また、$x = 0$、つまり、Part4 にあたる位置において $|\psi|^2$が極小値をとる。一方、段上では$+x$ 側ほど $|\psi|^2$が大きくなり、$-x$ 側、つまり、放射面より入射側では干渉が見られる。

段の x 方向の幅 (w) 依存性　段の x 方向の幅 wを変えて計算を行なった。段差 h は 0.6、観測点の表面からの距離 zは 1 である。計算結果を図 49に示す。やはり、$x=0$ において $|\psi|^2$の小さいところができている。この結果を見る限り、段の x 方向の幅 wが波長以下になっても波は十分媒質中に進入している。

放射面からの寄与　観測点と段の距離を一定 $(z-h=1)$ になるようにパラメータを選択して放射面からの寄与を調べた。$[h=1, z=2]$ の場合と $[h=2, z=3]$ の場合を比較する。段の x 方向の幅 wは 12 である。計算結果を図 50に示す。$-x$ 側 (入射側) では $[h=1, z=2]$ の方が観測点が表面から近い分だけ $|\psi|^2$が単純に大きいが、$+x$ 側 (放射側) では放射面からの寄与が効いているためか $[h=2, z=3]$ の方が大きくなっており、段上のピークに比べて放射波によるピークがかなり大きくでている。十分媒質中に進入している。

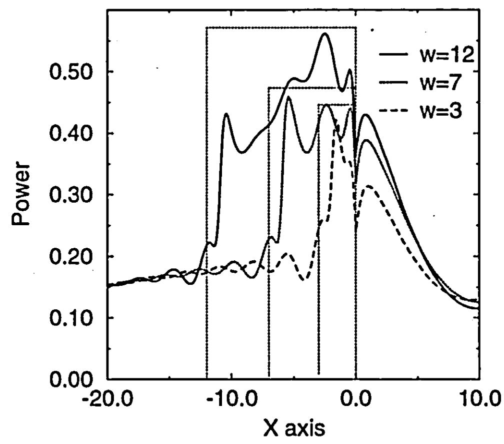


図 49: $|\psi|^2$(距離 w依存性)

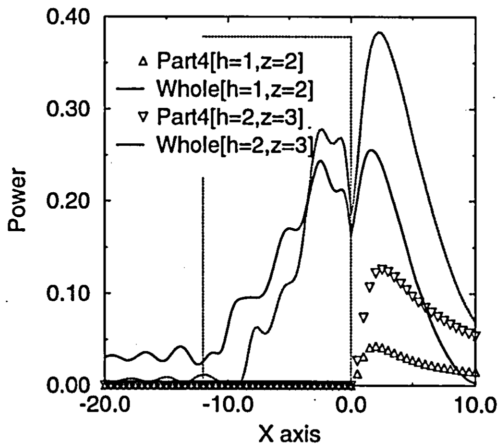


図 50: 放射面からの寄与

5.4　マイクロ波近接場の測定結果とモデルの比較

マイクロ波近接場の測定結果と近接場モデルの計算結果の類似点、相違点を列挙すると次のようになる。

段差がある場合の x 方向 $|\psi|^2$分布

- 類似点
  - ▷ 観測点 (ディテクタ) を表面から離していくと $|\psi|^2$のピーク位置が放射面から放射側に移動していく。
  - ▷ 段 (パラフィン片) 上では入射側で $|\psi|^2$が小さく、放射側で大きい。
  - ▷ 放射面付近に $|\psi|^2$の極小となるところが存在する。
  - ▷ 放射面よりも入射側では干渉が見られるが、放射側では見られない。
- 相違点

▷ 実験では段 (パラフィン片) の x 方向の幅 wが波長以下では波が進入できないと考えられる結果が得られたが、計算ではそのような結果は得られなかった。

以上のように、この近接場モデルは実に簡単なモデルではあるが、マイクロ波による実験をよく再現する結果を与えることがわかった。しかし、相違点にも見られるように実験とモデルで x 方向の長さの尺度にずれがあり、それは放射側で顕著である。今回のモデルでは入射側に影という分極が発生しない領域を仮定し、それにより入射側では実験結果とかなりの一致をみた。一方、放射側では放射面における分極が放射側にしか寄与しないものとした。しかし、厳密に放射面による近接場への寄与などを議論するときにはモデルを一部修正しなければいけないと思われる。なぜなら、放射面と他の表面では分極の向きが90°異なるため面と面のつなぎ目で不連続が生じている。そのため、この点を回避するような境界条件やグリーン関数が必要である。

5.5 光の実験との比較

この節では、光の実験 (薄膜境界付近の 2 次元走査) から得られた結果とマイクロ波の実験 (段差がある場合) から得られた結果の比較を行なう。ただし、マイクロ波の実験が表面近傍の近接場そのものを検出しているのに対して、光の実験はプローブと近接場との相互作用により生じた散乱光を検出している。類似点と相違点を列挙する。

- 類似点
  - ▷ 段のある側から無い側に光を入射した場合、その境界の放射側では放射光が観測された。
  - ▷ 段の無い側からある側に光を入射した場合、その境界付近に光の強度が極小となるところが存在する。
- 相違点
  - ▷ マイクロ波の実験では放射面より入射側で干渉が見られたのに対し、光の実験ではそのような干渉は見られなかった。

段構造に対して段のある側から無い側に、あるいは無い側からある側に光を入射した時に、フォトンSTM像が近接場と類似した傾向を示すということは、すなわち、フォトンSTMが近接場を確かにピックアップできていることを意味するものである。このことから、ある構造物に対してある方向から光を入射して形成される場が既知であるとき、フォトンSTM像からその構造が推察できると考えられる。これがマイクロ波などの実験で近接場自身を調べることの意義である。また、細部について言えば相違点に挙げたような違いがある。つまり、マイクロ波の場合に見られた干渉がフォトンSTM像には見られない。フォトンSTMの場合、場そのものを見ているのではなくプローブと場との相互作用を見ており、プローブ先端位置の局所場だけでなくその周辺の場とも相互作用する。そのためプローブとその周辺の場との相互作用の畳込みとなり、場を平均化したものになっていると考えられる。

6 結び

本稿では光とマイクロ波の各種実験を通して、実際の表面形状とそこに発生する近接場、さらにフォトンSTM像という三者の関係を調べてきた。

光の実験では、製作したフォトンSTMを用いて実際に各種微細構造物の観測を行なった。CDピットの観測から、凹構造になるべきところが凸構造として観測されるなど実際の構造を反映しな

いような測定結果が得られた。そしてそのような急激な段差付近での様子を詳しく調べるためにカバーガラス上に SiO 薄膜を蒸着した試料を作製し、その薄膜境界の走る方向とエバネセント光の波数ベクトルのなす角度を各種変えて測定をした。その結果から同じ構造物であるにもかかわらずエバネセント光の入射方向によって異なったフォトン STM 像が得られることが示された。ただし、作製した試料の薄膜境界は急激な段差であると考えていたが実験から実はなだらかな勾配を持つ段差であることがわかった。

次にこのような結果を踏まえて、構造とそこに発生する近接場の関係をより深く解析するために、光の代わりにマイクロ波を用いて、試料表面に局在している近接場そのものの測定を行なった。段構造がある場合の実験から検出強度が段の入射側で小さく放射側で大きいという結果が得られた。これは光を用いた薄膜の実験結果と一致している。また、簡単な近接場モデルをたて計算を行なったところ、マイクロ波による実験をよく再現する結果が得られた。

これら光とマイクロ波の実験が進めば、実際の表面形状とそこに発生する近接場、さらにフォトン STM 像との関係がより良く理解されるものと考えられる。

参考文献

[1] G. Binnig and H. Röhrer: "Scanning tunneling microscopy – from birth to adolescence", *Rev.Mod.Phys.* **59** No.3 Part 1 (1987) 615.

[2] 梅田 充, 小倉久直, 高橋信行, 北野正雄: "エバネセント波の屈折･反射･透過則と楔形光表面波プローブへの応用", 輻射科学研究会資料 **RS91-15** (1992).

[3] 梅田 充, 小倉久直, 高橋信行, 北野正雄: "エバネセント波の屈折則と楔形光表面波プローブの利得", 電磁界理論研究会資料 **EMT92-42** (1992).

[4] 梅田 充, 小倉久直, 高橋信行, 北野正雄: "光ファイバによる表面波プローブの解析", 輻射科学研究会資料 **RS92-11** (1992).

[5] 梅田 充, 小倉久直, 高橋信行, 北野正雄: "光ファイバによる表面波プローブの解析 II – ペンシル型プローブ –", 輻射科学研究会資料 **RS93-8** (1993).

[6] 古賀 正, 北野正雄, 高橋信行, 小倉久直: "エバネセント波を用いた走査型光顕微鏡", 1990 年秋物理学会予稿集 **2a-M-3** (1990) 374.

[7] 助野順司, 梅田 充, 北野正雄, 高橋信行, 小倉久直: "エバネセント波を用いた走査型光顕微鏡 II", 1994 年春物理学会予稿集 **31a-E-11** (1994) 414.

[8] 山本武史: "走査型光顕微鏡を用いたサブミクロン構造物の測定", 特別研究報告書 (1994).

[9] 助野順司, 高橋信行, 北野正雄, 小倉久直: "マイクロ波による近接場測定", 近接場光学研究グループ研究討論会予稿集 **NFO2-13** (1994) 70.

[10] 村田和美: "光学" (サイエンス社, 昭和 54 年) 第 2 章.

[11] 三好旦六: "光･電磁波論", (培風館, 昭和 62 年), 第 2 章.

[12] 吉原邦夫: "物理光学", (共立出版, 1966) 第 5 章

[13] 大越孝敬: "光エレクトロニクス", (コロナ社, 昭和 57 年), 第 2 章

[14] D. Courjon, K. Sarayeddine and M. Spajer, "Scanning tunneling optical microscopy", *Optics Communications*, **71** (1989) 23.

[15] J. D. Jackson: "Classical Electrodynamics", (John Wiley & Sons, 1962), chap9.

[16] 山下栄吉: "電磁波問題解析の実際", (電子情報通信学会, 平成 5 年), 第 5 章.

[17] 田中正隆, 松本敏郎, 中村正行 共著: "境界要素法", (培風館, 1991), 第 5 章.

マイクロ波センサの開発ＩＶ

中山　茂*

兵庫教育大学・電気工学教室

Abstract

ガス中の微量水分計測センサ

一般にガス中の水分は微量であるため検出が困難である。気体中の水分計測は，生産工程における湿度管理をはじめ，各種ガス分析において必要とされている。ここでは，従来開発してきたマイクロ波センサ技術をガスに応用し，マイクロ波センサを構成する共振器を工夫することにより，マイクロ波の共振特性の変化を利用してガス中の水分量が計測できると考え，その基礎実験を行った。しかし，単に共振器にガスを導くだけでは，その水分量が微量なため検出が困難である。そこで，共振器の内部にシリカゲルを充填し，そこに一定量のガスを流すと，ガス中の水分がシリカゲルに吸着され，共振器でも検出可能となると思われる。

粉体・骨材の水分計測センサ

粉体には，コヒーなどの食品材料の粉体やセメントなどの工業材料の粉体などその種類は様々である。これら各種の粉体の水分管理は，その品質や製品取引上必要であるばかりでなく，粉塵爆発など安全性の点からも重要である。そこで，マイクロ波を利用することにより，瞬時に，非接触で，しかも試料にほとんど影響を与えることなく，その水分量を測定できるマイクロ波センサを開発した。

ドップラ・モジュールによる紙の枚数計測センサ

紙幣などのシート状物質の枚数計測は，様々な場面で必要とされているが，いままでのマイクロ波共振器を用いて計測する方法では，装置が多少複雑で，高価なシステムとなってしまう。したがって，ここでは自動ドアセンサや速度計測センサなどに利用され，安価に市販されているマイクロ波ドップラ・モジュールに着目し，それを利用することにより簡易システムによる計測センサの開発を試みた。ここではコピー用紙の枚数計測を行うことを目的にその基礎実験を行った。

*〒673-14 兵庫県加東郡社町下久米942-1,　Email : shignaka @ life.hyogo-u.ac.jp,　Tel+Fax : 0795-44-2174　HP : 030-67-22162

1　ガス中の微量水分計測センサ

1.1　はじめに

一般にガス中の水分は微量であるため検出が困難である。気体中の水分計測は，生産工程における湿度管理をはじめ，各種ガス分析において必要とされている。現在湿度の計測は，電気抵抗式湿度計や固体湿度センサなどが使われ，また，ガス分析の方法として，熱伝導法，密度法，ガスクロマトグラフ，赤外線吸収法などが行われている。

ここでは，従来開発してきたマイクロ波センサ技術 [1-19] をガスに応用し，マイクロ波センサを構成する共振器を工夫することにより，マイクロ波の共振特性の変化を利用してガス中の水分量が計測できると考え，その基礎実験を行った。しかし，単に共振器にガスを導くだけでは，その水分量が微量なため検出が困難である。そこで，共振器の内部にシリカゲルを充填し，そこに一定量のガスを流すと，ガス中の水分がシリカゲルに吸着され，共振器でも検出可能となると思われる。このシリカゲルを用いる方法は，京都電子工業で高周波を用いて誘電率の変化を測定して，ガス中の水分を計測する例があるが，マイクロ波共振器を利用した例はないと思われる。マイクロ波共振器を利用したほうが一般的に高感度に計測できる。

ここでシリカゲルを吸湿材として使用する理由として，第一に，中性の乾燥剤であり，その吸湿力が 10^{-3}〜10^{-2} [mg/l]（吸湿後の残留水蒸気量）と濃硫酸に匹敵するほど強力であること，第二に，物質との反応性がなく，H_2Oのみを吸着すること，第三に，150〜200 ℃で加熱することで容易に再生できることの三点があげられる。

ここでは，基礎的な実験として，まず共振器について検討し，さらにそれを用いて空気中の水分量の計測を試みた。

1.2　内部スロットアンテナ付き同軸型共振器

ガス中の微量水分量を検出するマイクロ波センサとして，図 1 に示すような内部にスロットアンテナを持つ同軸型共振器を使用した。スロットアンテナとは，上下の同軸筒に設けたギャップを示し，そこからアンテナのようにマイクロ波が漏れる。そして，シリカゲルに吸着したガス中の水分にマイクロ波が吸収を受けて，マイクロ波の共振特性が変化し，その変化量から水分量を計測しようとするものである。実際には，同軸筒内部にシリカゲル充填用の容器を挿入して計測を行う。

この共振器は上下の同軸筒のギャップ幅や，位置を変えることにより，マイクロ波の透過量を制御したり，感度を調節することができる [25]。したがって，内部スロットアンテナ付き同軸型共振器設計のための基礎的なデータを得るために，ギャップ幅と位置の変化に対する共振周波数特性を測定した。なお，この測定では実際の計

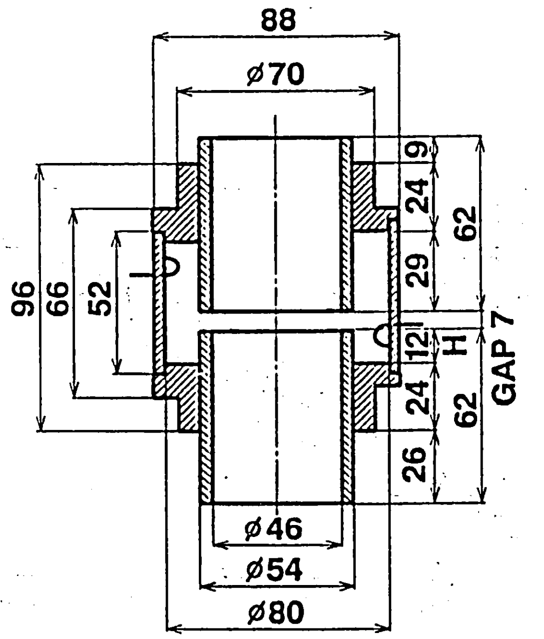


図 1: 内部スロットアンテナ付き同軸型共振器

測を想定して，同軸筒の内部にシリカゲル充填用の塩化ビニル容器を挿入して行った。また，ギャップ幅と位置の設定の仕方によって複数の共振モードが立つが，ここでは最も低い周波数の共振モードについて測定した。その結果を図 2 に示す。これより上下の同軸筒のギャップ幅や下部同軸筒の高さHが高くなるほど，共振周波数が高くなることが明らかとなった。

以下の水分計測の実験においては，強い共振が確認された位置，すなわちギャップ幅を 7mm，Hの高さを 12mm に設定した。その時の共振特性を図 3 に示す。

1.3 計測原理

内部スロットアンテナ付き同軸型共振器を用いたガス中の水分量計測装置を図 4 に示す。トラッキング・ジェネレータよりマイクロ波を発生させ，送信用ループアンテナを通して同軸筒内部に充填してあるシリカゲルを通して送信する。受信用ループアンテナでその透過波を受信し，スペクトラム・アナライザで共振周波数と共振ピーク電圧を測定する [20-22]。

この時，絶乾状態にあるシリカゲルのみの場合に比べ，ガス中の水分を吸着すると共振周波数が低い方にシフトすると同時に，水分でのマイクロ波吸収により共振ピーク電圧が減衰すると考えれる。 充填してあるシリカゲルの重量を変えないとき，共振周波数のシフト量と共振ピーク電圧の減衰量（のそれぞれの変化量）は，吸着した水分量に影響されたと推定できる。つまり，シフト量を V_t[MHz]，減衰量を

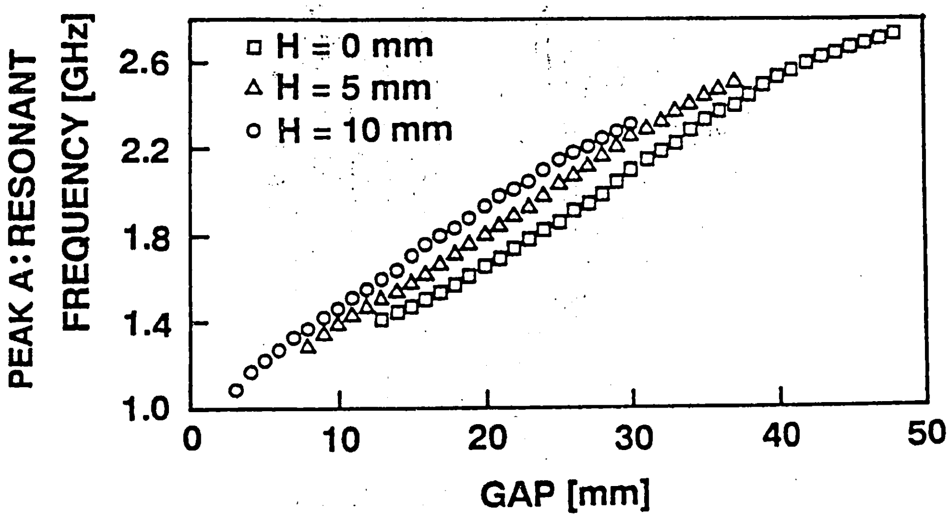


図 2: 内部スロットアンテナ付き同軸型共振器の周波数特性

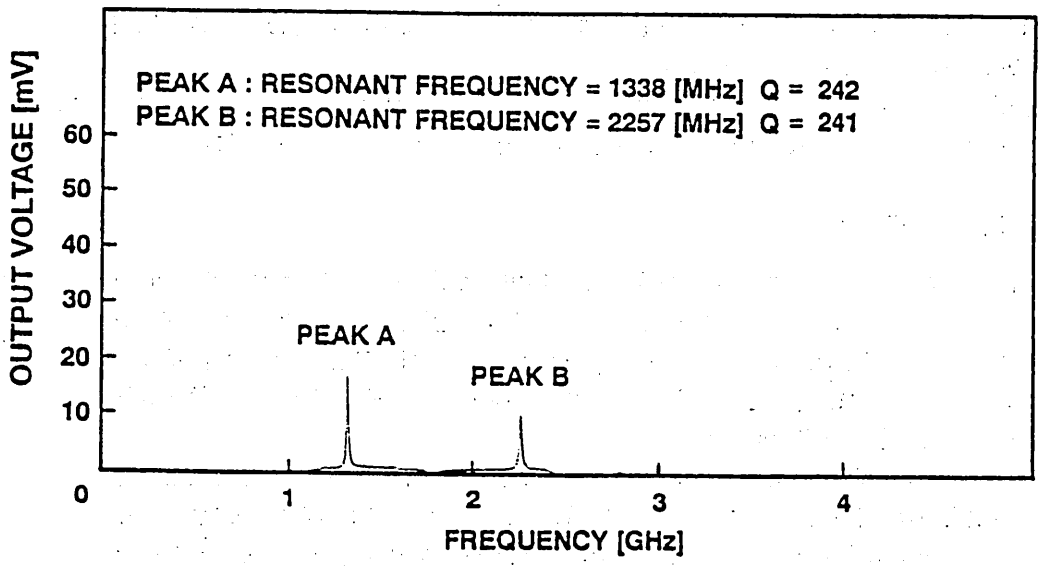


図 3: 内部スロットアンテナ付き同軸型共振器の共振特性

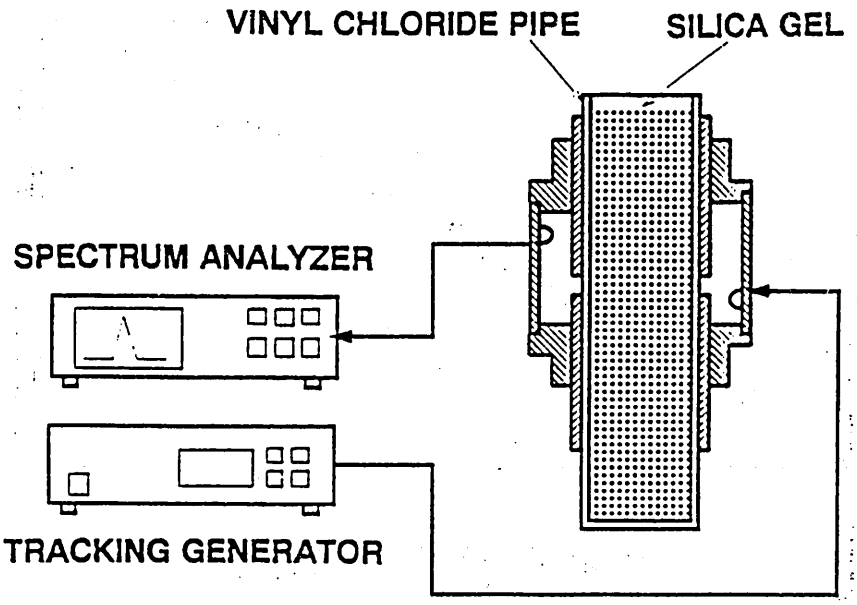


図 4: ガス中の水分量計測装置

V_o[mV]，水分量を d_w[g] とすると，

$$V_t = f(d_w) \tag{1}$$

$$V_o = g(d_w) \tag{2}$$

と考えられる。f, gは d_wの関数であり，実測値より推定できる。一度このような検量線を求めておけば，以後は共振周波数や共振ピーク電圧を測定するだけで，この式よりガス中の水分量を計算することができる。

1.4 計測方法

ここでは，空気中の水分量の計測を行った。なお，本実験では水分計測の可能性を検討することが目的であるため，空気の量については考慮しないものとする。また，計測精度を比較するために，共振周波数と共振ピーク電圧の測定は図 3 で示す共振モードA，B 2ヶ所について行った。計測方法は以下の通りである。

1. 共振器の内部に充填するシリカゲルを，温度 110 ℃の恒温器に 15 時間以上入れ，絶乾状態にした上でその時の重量を測定する。

2. そのシリカゲルを共振器中の容器に充填し，絶乾状態における共振周波数と共振ピーク電圧をスペクトラム・アナライザにより測定する。

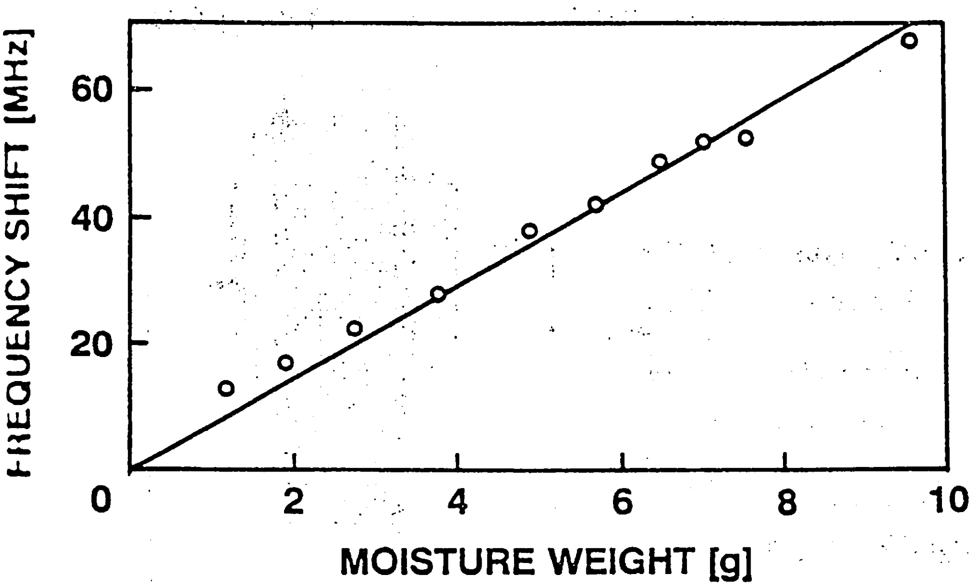


図 5: 水分量に対するシフト量の変化

3. 測定後シリカゲルを均一に広げ，空気中の水分を吸着させる。しばらくした後シリカゲルの重量を測定した上で，再び共振器内の容器に充填し，その時の共振周波数と共振ピーク電圧を測定する。この操作を何回か繰り返し吸着水分量10g 程度まで行う。

4. 測定結果より絶乾状態を基準にとり，各水分量における共振周波数のシフト量と共振ピーク電圧の減衰量を計算し近似式を求める。さらにこの式より計算した水分量と実測値を比較し精度を求める。

1.5 結果と考察

絶乾重量 124.049[g] のシリカゲルに吸着した空気中の水分量に対する，PEAK A における共振周波数シフト量の変化を図 5 に示す。この結果より，共振周波数シフト量 V_t[MHz] は水分量 d_w[g] にほぼ比例することが明きらかとなった。したがって，これを最小 2 乗法で直線近似したとき，シフト量 V_tについて

$$V_t = 7.30d_w \tag{3}$$

という近似式が得られた。

さらに，この式を用いシフト量の実測値から逆にその時の水分量を求め，図 6 に示すように実測値と計算値を比較した。その結果，計測のばらつき程度を表す計算

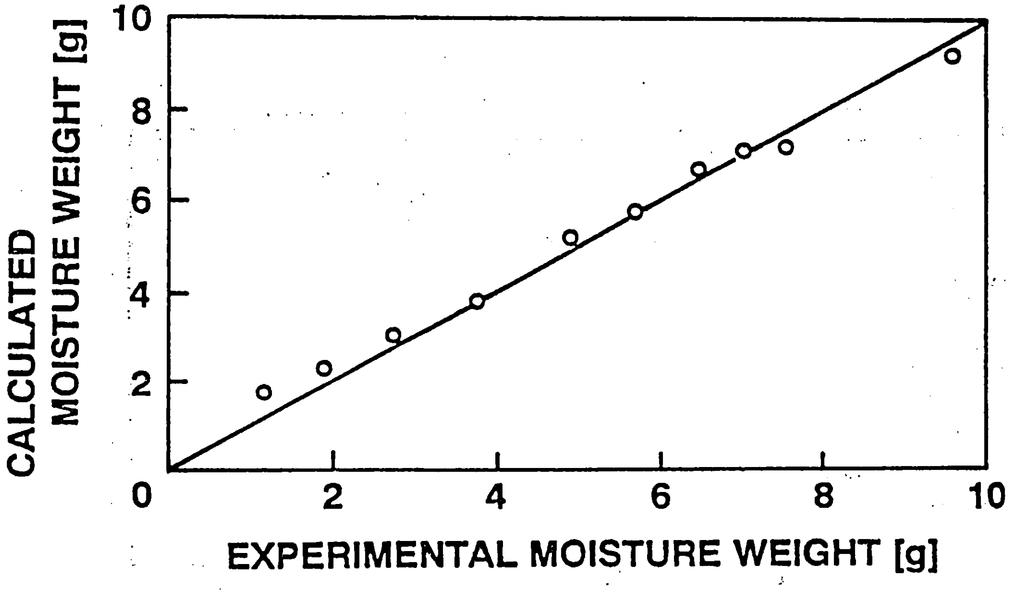


図 6: 水分量の実測値とシフト量から求めた計算値との比較

値の標準偏差が 0.31[g] となった。一方，PEAK B におけるその標準偏差は 0.43[g] となり，PEAK A の方が比較的精度よく計測できることがわかった。

次に，水分量と共振ピーク電圧減衰量との関係について考察した。PEAK A での水分量に対する減衰量の変化は図 7 のように放物線状になった。そこで，減衰量を 2 乗し図 8 で示すように直線近似したとき，減衰量 V_o について

$$(V_o)^2 = 3.49 \times 10^4 d_w \qquad (4)$$

という近似式が得られた。

これをもとに減衰量の実測値から逆に水分量を計算し，実測水分量と比較した (図 9)。

その結果，計算値の標準偏差が 0.35[g] となった。PEAK B における標準偏差 0.69[g] と比べると，PEAK A の共振モードを用いて計測する方がシフト量，減衰量いずれの場合においても精度よく計測できることが明きらかとなった。また，同じ PEAK A の共振モードでも，シフト量との関係から求めた近似式を用いた方が計測精度がよいと言える。

1.6 おわりに

マイクロ波共振器を用いて，ガス中の水分量計測実験を行った。一般にガス中の水分は微量であるため，共振器にガスを封入しただけでは検出が困難である。そこ

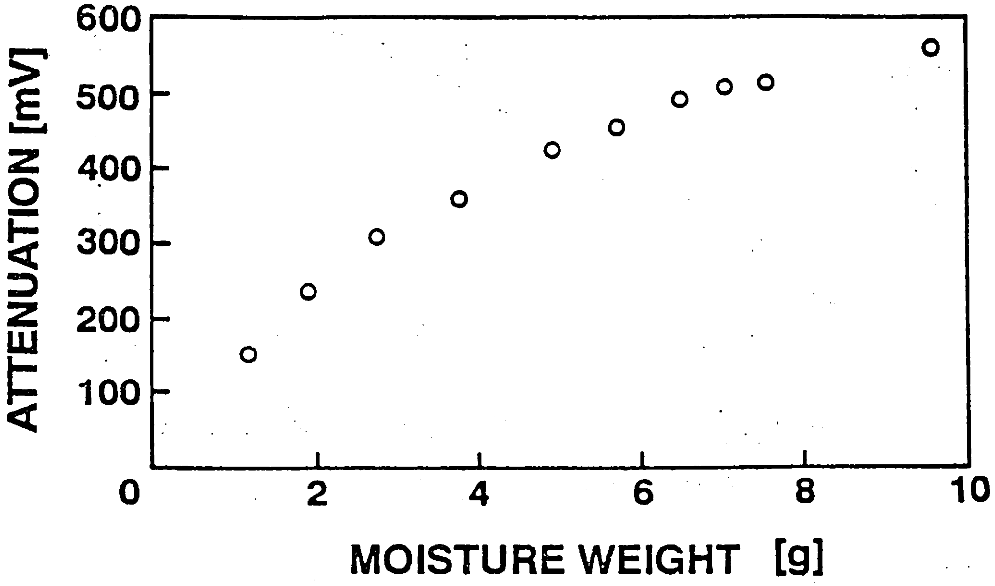


図 7: 水分量に対する減衰量の変化

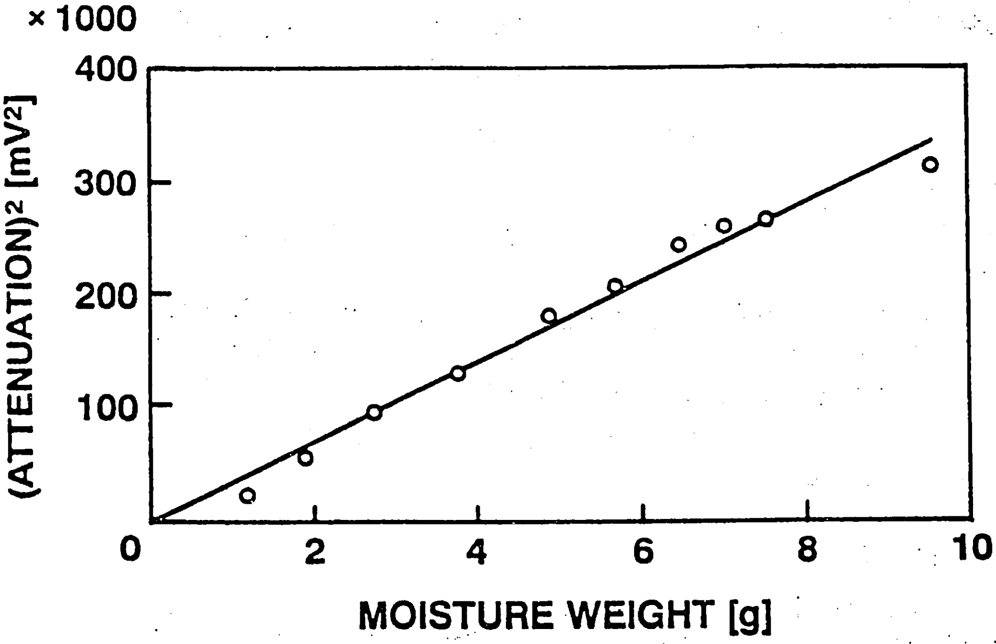


図 8: 水分量に対する減衰量の 2 乗の変化

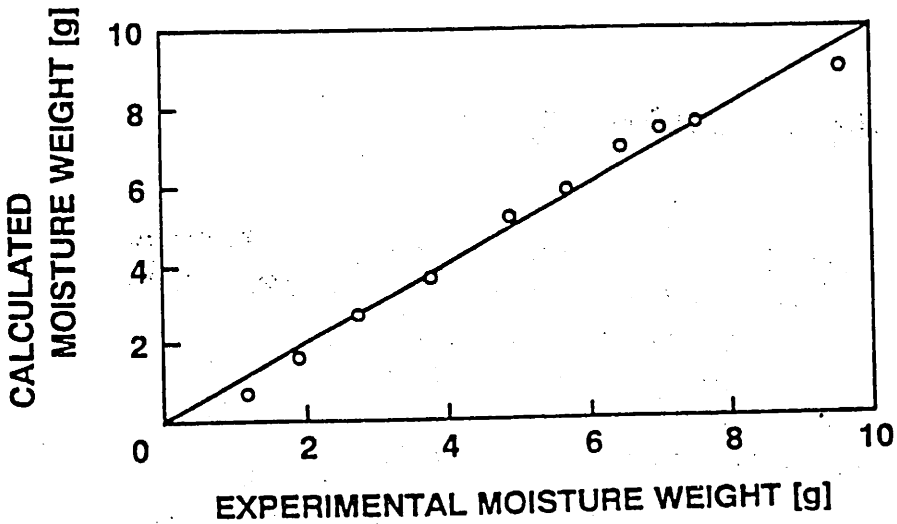


図 9: 水分量の実測値と減衰量の 2 乗から求めた計算値との比較

で，共振器の形状を工夫し，ガス中の微量水分を共振器中に充填したシリカゲルに吸着させることにより，共振器でも検出可能となると推察した。マイクロ波共振器によるこの計測法は，絶乾状態にあるシリカゲルがガス中の水分を吸着すると，共振器における共振周波数がシフトし，水分でのマイクロ波吸収により共振ピーク電圧が減衰することを利用した。

まず計測用の共振器として，内部スロットアンテナ付き同軸型共振器に着目し，その共振特性を調べた。その結果，同軸筒のギャップ幅や位置の変化に対する共振周波数特性の基礎データを得た。これは同様の共振器を設計する上で参考になると思われる。

次に，実際に空気中の水分量計測を行った。まず，水分量変化に対する共振周波数のシフト量変化を調べた。その結果，水分量を求める近似式を得た。この式を用いることにより，標準偏差 0.31[g] の精度で空気中の水分量を求めることができた。また，水分量と共振ピーク電圧の減衰量との関係から，水分量を求める近似式を得た。この式を用いた場合，標準偏差 0.35[g] の精度で水分量を求めることができた。

以上の実験より，マイクロ波共振器を用いたこの計測法により，ガス中の水分計測が可能であるという結果を得た。なお，本実験では空気の量を考慮しなっかったが，シリカゲルに送り込むガス量を他のメーターでモニターすることにより，単位体積のガス中に含まれる水分の定量測定が可能になると考えられる。

2 粉体・骨材の水分計測センサ

2.1 はじめに

粉体とは，粒子の集合体をいい，その大きさには特別制限はない。一般的には数μmから数mmオーダーの粒子の集合体を粉体と呼んでいる。コヒーなどの食品材料の粉体やセメントなどの工業材料の粉体などその種類は様々である。これら各種の粉体の水分管理は，その品質や製品取引上必要であるばかりでなく，粉塵爆発など安全性の点からも重要である。また，骨材は，コンクリートや建材で利用する砂や石を示す [24,27]。ここでは，主に粉体として話を進める。

そこで，現在このような粉体の水分計測は，絶対定量法の重量法やカールフィッシャー法，検量線法の電気抵抗測定法，ガスクロマトグラフ法，熱分析法など各種の方法で行われている。しかし，粉体によっては加熱するため組成や形状が変わったり，計測に時間がかかってしまう。したがって，マイクロ波を利用することにより，瞬時に，非接触で，しかも試料にほとんど影響を与えることなく，その水分量を測定できるマイクロ波センサを開発した。実用的なセンサを考えた場合，粉体試料の重量と水分量を同時に計測し，含水率まで求めることが望ましいが，本実験では実用的センサ開発の第一段階として，一定重量の粉体中に含まれる水分量の計測を試みた。

2.2 チョーク付き開放同軸型共振器

マイクロ波センサによる計測を粉体試料に応用するためには，そのセンサである空胴共振器を工夫する必要がある。そこで粉体計測用として，図 10 に示すようなチョーク付き開放同軸型共振器を使用した。これは同軸型共振器を半分に分割し，マイクロ波が漏れて感度が下がるのを防ぐために周囲にチョークを設けたものである。開放同軸型共振器では，開放部が腹となるため共振器の高さが波長の 4 分の 1 の奇数倍となる。例えば，3GHz の共振周波数の場合，高さは 25mm となり非常にコンパクトになる。また，片方が開放されているため，厚い試料や体積の大きな試料でも共振器にのせるだけで非破壊的に計測できることも特徴である。なお，この共振器の共振特性は図 11 に示す通りである [23]。

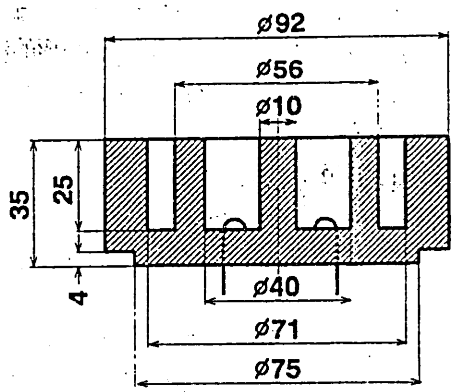


図 10: チョーク付き開放同軸型共振器

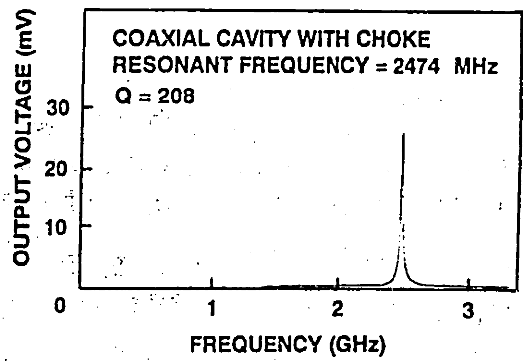


図 11: チョーク付き開放同軸型共振器の共振特性

2.3 計測原理

共振器上に容器を設け，そこに試料である各種の粉体を入れると，送信したマイクロ波の共振強度が，試料の誘電率虚部（損失）によって減衰する。このマイクロ波吸収による共振ピーク電圧の減衰量 (V_o) は，粉体の重量が一定な場合は，含まれる水分量 (d_w) に依存するものと予想される。つまり，水分量により線形的に変化するとすると，

$$V_o = C_1 d_w \tag{5}$$

として近似できる。したがって，水分量を変えた試料の共振ピーク電圧の減衰量を予め測定し，比例定数 C_1 を求めておけば，以後は減衰量を測定するだけで簡単に水分量を推定することが可能である。

一方，マイクロ波の共振周波数は，共振器上に粉体を置くと，試料の誘電率実部の変化によってずれる。この共振周波数のシフト量 (V_t) は，粉体の重量が一定な場合は，含まれる水分量 (d_w) に影響されると思われる。すなわち，

$$V_t = C_2 d_w \tag{6}$$

と近似できる。したがって，各水分量における共振周波数のシフト量を予め測定し，比例定数 C_2 を求めておけば，この式を用いて水分量を推定することも可能である。本実験では，計測精度を比較するために，減衰量とシフト量の両者について，水分量との関係を調べた。

2.4 計測方法

開放同軸型共振器を用いた粉体の水分量計測装置を図 12 に示す。

トラッキング・ジェネレータよりマイクロ波を発生させ開放同軸型共振器に送信し，受信用ループアンテナで受信しスペクトラム・アナライザで共振周波数と共振ピーク電圧を測定する。粉体の試料として 20〜30 メッシュ（420〜840 μ m）の和光純薬工業製海砂 990[g]（絶乾重量）を使用した。計測方法は以下の通りである。

1. 試料を温度 110 ℃の恒温器に 15 時間以上入れ絶乾状態にする。取り出した試料をデシケータに入れ，室温になるまで冷やした上で重量を測定する。

2. 絶乾試料を共振器上の容器に入れ，共振周波数と共振ピーク電圧を測定する。

3. この試料に噴霧器を用いて水 20g を均一に加え撹拌する。その加湿した試料の共振周波数と共振ピーク電圧を測定する。この操作を 5 回繰り返し，含水量 100g まで行う。

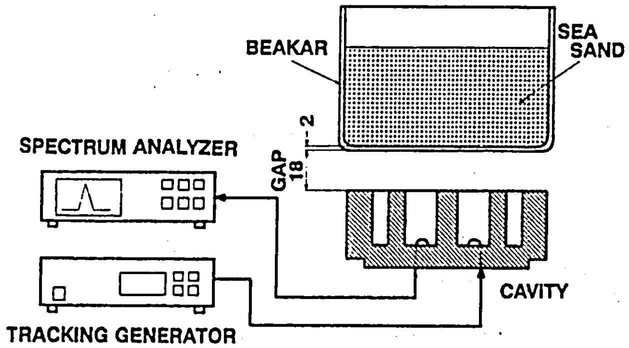


図 12: 粉体の水分量計測装置

4. 測定結果より各水分量における共振周波数のシフト量と共振ピーク電圧の減衰量を計算し，それぞれについて近似式をたて，実測値と比較し精度を求める。

2.5 結果と考察

海砂中の各水分量 d_w[g] における共振ピーク電圧減衰量 V_o[mV] の変化と共振周波数のシフト量変化 V_t [MHz] を，図 13 に示すようになった。

この図より海砂の共振ピーク電圧の減衰量とシフト量は，含まれる水分パーセント量（WB%：湿基準）にほぼ比例する。したがって，最小 2 乗法を用いて直線近似したとき，減衰量 V_o とシフト量 V_t は，

$$V_o = (0.108 \pm 0.002)M \tag{7}$$

$$V_t = (0.389 \pm 0.004)M \tag{8}$$

という近似式が得られた。その結果，減衰量とシフト量の標準偏差は，水分パーセントでそれぞれ 0.30%，0.14%となった。シフト量を測定したほうが，減衰量から求めた近似式の場合より精度よく計測できることを示している。すなわち，この実験においてはシフト量による近似式を用いた方が望ましい。

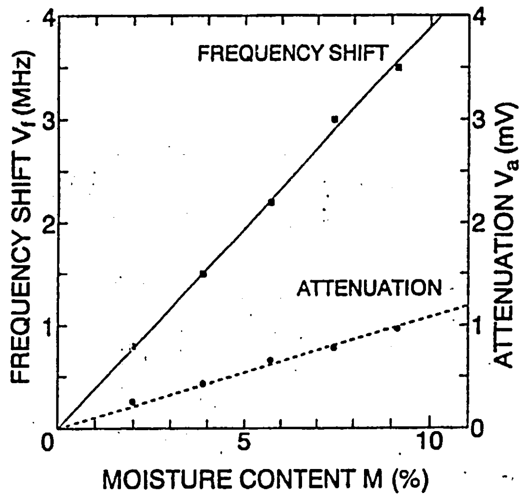


図 13: 海砂の水分量に対する減衰量とシフト量の変化

2.6 おわりに

マイクロ波センサによる計測を粉体に応用することで，瞬時に，かつ試料の組成を変えることなく，試料の水分量が計測できた。また，計測精度を考えた場合，共振周波数のシフト量から求めた近似式を用いた方が，精度よく水分量を計測することができる。今後，より実用的なセンサへと発展させるためにも，重量と水分量の同時計測に関する実験を行い，含水率まで求めることのできるシステムを検討する。

3　ドップラ・モジュールによる紙の枚数計測センサ

3.1　はじめに

紙幣などのシート状物質の枚数計測は，様々な場面で必要とされている。シート状物質の枚数，あるいは厚さを計測する方法として，サンプルに接触させて計測する方法と，非接触で計測する方法がある。

機械的に接触させて計測する方法では，計測するシート状物質の厚さが薄くなると破損する恐れがあり，逆に厚くなると曲がらなくなり計測しにくい欠点がある。そこで，非接触で計測する方法として以下のような方法が行われている。レーザーを用いた方式では，レーザーで両面からの距離を測定して厚さを計測する。この方式では光軸の位置合わせの精度が問題となる。近赤外線を用いた方式では，近赤外線でサンプルの透過光強度の減衰を測定して厚さを計測する。この方式では，不透明，厚いサンプルに対しては十分な精度が得られない。β線やγ線などの放射線を用いた方式は，放射線の透過強度や反射強度を測定して厚さを計測する。この方式では瞬時測定ができないことと，放射線を利用するため取扱いの危険性があり資格を必要とする点に問題がある。

また，いままでマイクロ波共振器を用いて計測する方法が行ってきたが，装置が多少複雑で，高価なシステムとなってしまう。したがって，ここでは自動ドアセンサや速度計測センサなどに利用され，安価に市販されているマイクロ波ドップラ・モジュールに着目し，それを利用することにより簡易システムによる計測センサの開発を試みた。ここではコピー用紙の枚数計測を行うことを目的にその基礎実験を行った。

3.2　計測システムと計測原理

マイクロ波ドップラ・モジュールを用いた枚数計測システムを図 14 に示す。使用したドップラ・モジュールは，新日本無線製 NJR4123D を用いた [26]。

枚数計測の原理は，つぎのようになる。ドップラ・モジュールに駆動電圧 DC8V を供給すると，発振器より 10.525 GHz のマイクロ波を発生する。発生した送信波はミキサに供給されると同時に，モジュール上に乗せた紙に向けても送信される。紙により反射され戻ってきた反射波をミキサへ導き，送信波とのミックス信号を取り出す。また，紙を通過して，反対側の金属板に反射して再び紙を通過してミキサに戻ると考えられる。このモジュールは，通常，反射物が移動しているときに，ドッ

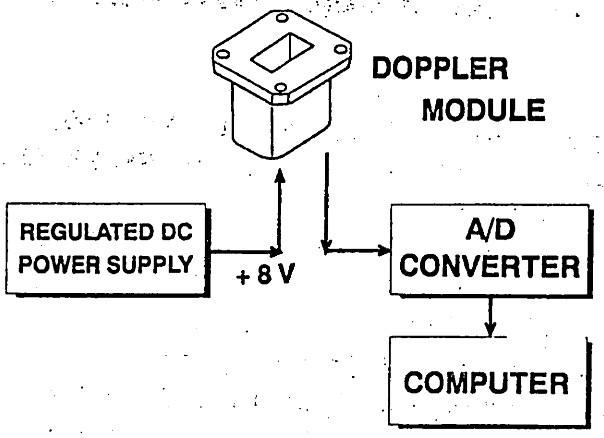


図 14: ドップラ・モジュールによる枚数計測システム

プラ効果によりミックス信号に**ヘテロダイン検波**でビートが発生し，そのビート周波数を測定して，反射物体の速度計測に使用されていた。そのために，当初静止物体の計測はできない思っていた。しかし，本実験のように反射物は移動せず静止している場合は，送信波と反射波が同じ周波数となり，**ホモダイン検波**により，送信波と反射波との位相差が検出でき，ミックス信号の直流電圧の変化として測定できると考えられる。

同じ強度の２つのマイクロ波間でのホモダイン検波では，そのミックス信号 I は，つぎのようになる。

$$I \propto 1 + \cos(k(\phi + \Delta\phi)), \tag{9}$$

ここで，k はマイクロ波の波数，ϕ は空間での位相シフト，$\Delta\phi$ は紙で反射波による付加的な位相シフトである。紙による反射がないときには，つぎのようになる。

$$I_0 \propto 1 + \cos(k\phi). \tag{10}$$

そこで，I_0 と I の差ΔI は，つぎのように書かれる。

$$\Delta I = I_0 - I = 2A\sin(k(\phi + \Delta\phi/2))\sin(k\Delta\phi/2), \tag{11}$$

ここで A は比例定数である。$\Delta\phi$ がマイクロ波長 λより小さく，$k\phi$ が約 $\pi/2$ のときには，信号差ΔI は，つぎのように近似できる。

$$\Delta I \sim Ak\Delta\phi, \tag{12}$$

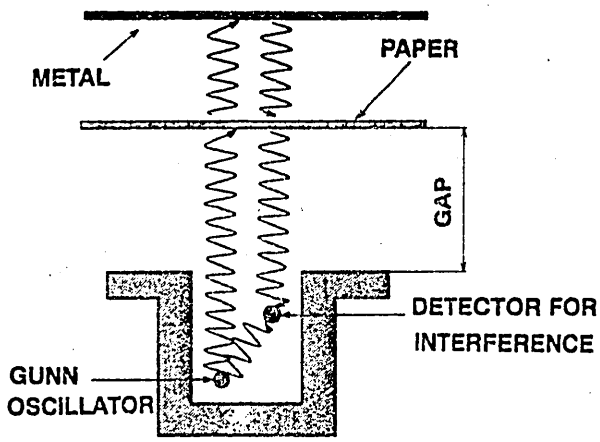


図 15: ドップラ・モジュールによるホモダイン検波モデル

このミックス信号はDC出力として取り出し，その信号をADコンバータを通してパソコンで処理し紙の枚数を表示させる。ここでは12ビットADコンバータの電圧測定範囲をユニポーラの0〜+5Vに設定した。ゆえに分解能は1bit当たり1.22mVである。

この計測において，出力電圧に影響を及ぼす要因として，発振器からの高さや紙の厚さ，紙の種類，含水量等が考えられる。紙の厚さや紙の種類，含水量が変わると試料における屈折量や吸収量が変化し，反射波や透過波の位相が変わり，また，発振器からの高さが変わると，反射波の位相がずれる。それらの結果としてミキサDC出力が変化する。したがって，発振器からの高さ，紙の種類，紙の含水量を一定にすれば，紙の枚数（厚さ）に応じた出力電圧が得られると考えられる。

3.3 計測方法

そこで，このような計測システムで構成した枚数計測装置を試作した。特に，マイクロ波の人体への影響を防ぐためと感度よく計測するために，ドップラ・モジュールを金属ケースで覆った。

つぎに，この装置を用いて，出力電圧が紙の枚数によりどのように変化するか調べるために，厚さ84 μ m，含水率5.3%，一辺10 cmの正方形に切断したコピー用紙を0枚から60枚まで計測装置に置き，その時の出力電圧を測定した。

その結果，図17に示すように，出力電圧は曲線的に変化した。測定した出力電圧

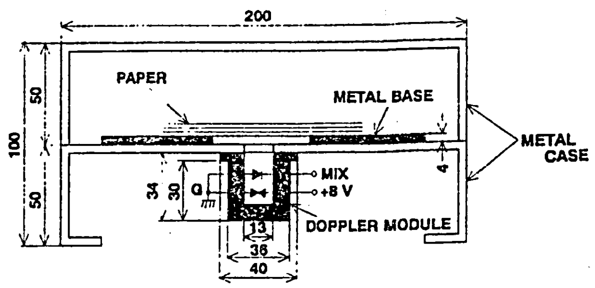


図 16: ドップラ・モジュールによる枚数計測装置

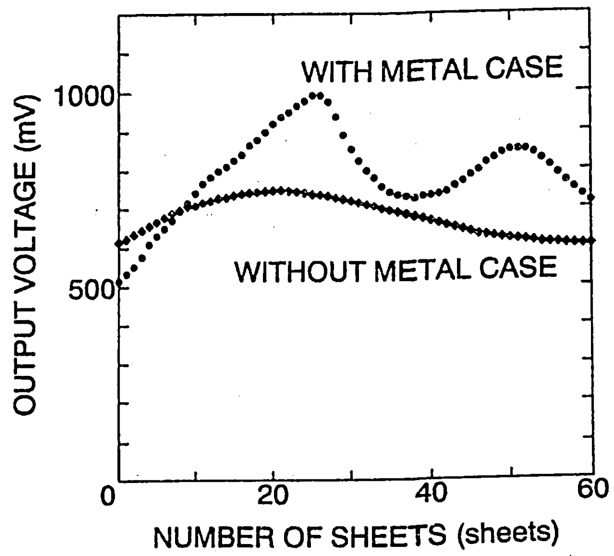


図 17: 紙の枚数に対する出力電圧の変化

から一義的に枚数を推定するためにはその関係が1対1でなければならない。そこで，直線近似が可能で，しかも傾きがプラス傾向にある範囲に注目し，その部分を枚数計測に利用した。しかし，その結果このシステムでは計測できる枚数に制限が生じる。したがって，計測可能枚数を最大にするためには，出力電圧の初期値が最低になるように設定する必要がある。そこで，ドップラ・モジュールと紙との高さを調節し，適当な位置に設定することでそれが可能となると考え，紙の高さを変えた場合の出力電圧の変化を調べた。その結果，図16の計測装置に示すような厚さ4mmの金属板の台を設けることにより，最大20枚まで計測可能となった。

計測はADコンバータを通して行い，その処理は開発したソフトウェアを使用しパーソナルコンピュータで行った。枚数計測の方法は以下の通りである。

1. 紙をのせない状態でのミキサ出力電圧を測定し，その時の電圧を0mVとする。

2. 次に試料紙を1枚ずつ置き，20枚までのせた場合の各枚数における出力電圧を測定すると同時に，その増加量を求め表示させる。

3. このように測定した1枚から20枚までの出力電圧増加量の基礎データを折れ線近似し検量線を求める。紙の枚数計測にあたって一度この操作をしておけば以後は厚さ，含水率など試料の条件が変化しない限り(4)以降の操作を行うだけで紙の枚数を計測することができる。

4. 計測したい任意の枚数の紙をのせ，その時のミキサ出力電圧を測定し，増加量を計算し，(3)で求めた検量線をもとにその時の枚数を求め表示させる。

3.4 結果と考察

試料として厚さ84 μ m，含水率　0%，2.1%，4.2%，6.7%，9.9%，11.6%のコピー用紙（第一電子 DDK）を使用し前述の計測を行った。その一例として含水率9.9%の各枚数における出力電圧の増加量とその回帰直線を示した測定結果のハードコピーを図18に示す。この場合コピー用紙が1枚増す毎に約23.6mV出力電圧が増加し，その傾向は20枚近くまで比例的に変化した。

さらにここで得た測定データを直線近似し，求めた検量線を用いて未知枚数の計測を行った一例を図18に示す。各枚数における測定値の再現性が高いため，ほぼ正確に枚数計測できることがわかった。

さて，この計測システムでは含水率が変化する度に検量線を求めなければならない。そのため含水率変化がないか，比較的短時間における計測には適しているが，長時間にわたる自動計測システムとしては課題が残る。例えば，複写機の紙の残量計測センサとしての応用を考えたとき，季節で大気の湿度変化によりコピー用紙の含

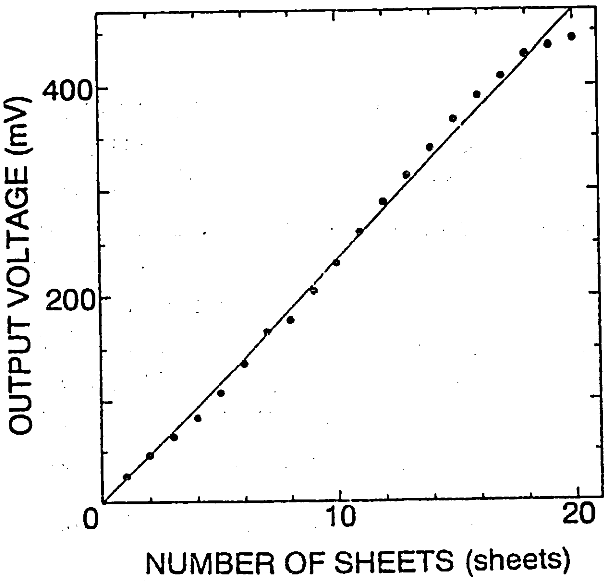


図 18: 紙の枚数に対する出力電圧の変化（含水率 9.9%）

水率も変化することが予想される。したがって，含水率変化にも対応できる自動計測システムについて検討しておく必要がある。

したがって，いろいろな含水率での直線近似のに着目した。すなわち，ある含水率における回帰直線が定まればこれを検量線とし，出力電圧を測定することにより含水率が変化した場合でも自動的に枚数を計測することが可能となるはずである。ゆえに，前述の試料 6 種類について出力電圧増加量の回帰直線の傾きを求めた。それを図 19 に示す。

図より含水率が増すと比例的に回帰直線の傾きも大きくなり，直線近似できることが明きらかとなった。すなわち紙の含水率がわかれば，この関係より回帰直線の傾きを求めることができ，これを検量線として用い出力電圧を測定することで紙の枚数を推定することが可能となる。さらに，この場合の紙の含水率を大気の湿度との関係から求めるようにすることで，より簡単で実用的なシステムへと発展させることができるものと考える。

3.5　おわりに

紙の厚さ（枚数）を計測する方法として，レーザー光，近赤外線，放射線，マイクロ波等を用いたものがある。しかし，いずれの方法も装置が複雑で，高価なシステムとなってしまう。したがって，自動ドアセンサや速度計測センサなどに利用され市販されているマイクロ波ドップラ・モジュールに着目し，安価でしかも簡単な

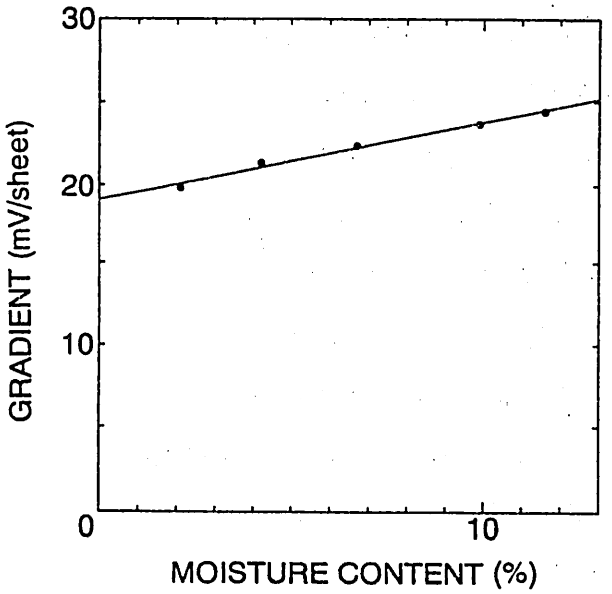


図 19: 各含水率における検量線の傾き

システムによる計測センサの開発を試み，紙の枚数計測を行うことを目的にその基礎実験を行った。

さらに，紙の水分率が変化した場合でも枚数計測できるシステムへと一般化するために，異なる水分率の紙について同様の計測を行いその検量線を求めた。その結果，水分率が増すと検量線の傾きが比例的に大きくなることが判明した。このことから，何らかの方法で紙の水分率が明らかになれば，あらかじめ入力してある検量線データから，その時の枚数を求めることのできるより実用的なシステムへ発展させることが可能である。

また，今後の課題として，今回の実験では使用したドップラ・モジュールの機能上，紙の枚数が 20 枚以下という制限があった。しかし，それ以上の枚数の場合でも計測できるシステムについて検討する必要がある。すなわちミキサ端子が 2 箇所あるタイプのドップラ・モジュールを使用し，各端子の出力電圧を組み合わせることにより，多い枚数の場合でも計測できると考えられる。

謝辞

この実験に関して，実験を補助していただいた兵庫教育大学の河上照雄氏に感謝すると同時に，この研究は科学研究補助金（試験研究 0255602411）による。

参考文献

[1] 中山　茂：輻射科学研究会　**RS86-15** (1986) 1

[2] 中山　茂：輻射科学研究会　**RS90-7** (1990) 1

[3] 中山　茂：輻射科学研究会　**RS94-9** (1994) 1

[4] 中山　茂：兵庫教育大学研究紀要　**11** (1991) 145

[5] 中山　茂：兵庫教育大学研究紀要　**12** (1992) 179

[6] S. Nakayama, Jpn. J. Appl. Phys., **26** (1987) 1935

[7] S. Nakayama：Jpn. J. Appl. Phys., **26** (1987) 2102

[8] 中山　茂：第47回応用物理学会講演会，第1巻 (1986)28p-Y-10

[9] 中山　茂：第48回応用物理学会講演会，第1巻 (1986) 26

[10] 中山　茂：センサー技術　Vol.8 No.2 (1988) 57

[11] 中山　茂，他：日本産業技術教育学会近畿支部第4回研究会資料 (1987) 9

[12] 中山　茂：日本産業技術教育学会近畿支部第5回研究会資料 (1988) 19

[13] 中山　茂，山根宏夫：日本産業技術教育学会第33回全国大会 (1990) 109

[14] 中山　茂，山根宏夫：日本産業技術教育学会第34回全国大会 (1991) 78

[15] 中山　茂，河上照雄：日本産業技術教育学会第34回全国大会 (1991) 79

[16] 中山　茂，山根宏夫：日本産業技術教育学会第8回近畿支部 (1991) 27

[17] 中山　茂，河上照雄：日本産業技術教育学会第8回近畿支部 (1991) 29

[18] 中山　茂，他：「木材用水分グレーダーの開発」研究会報告 (1990) 77 日本木材加工技術協会関西支部

[19] 中山　茂，他：「自動制御の基礎と応用」(1990) 118 日本木材学会　研究第1分科会

[20] 中山　茂：科学研究費補助金（試験研究）研究成果報告書 (1992)

[21] 中山　茂，他：「マイクロ波加熱技術集成」(1994) エヌ・ティー・エフ

[22] 中山　茂：日本産業技術教育学会第 11 回近畿支部 (1994) 39

[23] S. Nakayama：Jpn. J. Appl. Phys., **31** (1992) 1519

[24] S. Nakayama：Jpn. J. Appl. Phys., **33** (1994) 2809

[25] S. Nakayama：Jpn. J. Appl. Phys., **33** (1994) 3614

[26] S. Nakayama：Jpn. J. Appl. Phys., **33** (1994) 6379

[27] S. Nakayama：Meas. Sci. Technol., **6** (1995) 429

輻射科学研究会資料
RS95-7

非対称方向性結合器を用いた光フィルタ

山本 和也　　　岸 岡 清

大阪電気通信大学·応用電子工学科

於 関西大学
平成7年7月14日（金）

1、まえがき

光フィルタは波長多重通信や種々の光計測システムにおいて重要な役割を果たす素子の一つとして盛んに研究されている。その内、導波形のものはフォトリソグラフィ技術を用いて製作できるため、量産化、集積化が可能で、しかも環境の変化に対して安定な動作が期待される等の優れた特徴がある。そのため、様々なものが提案され実用化に向けての研究も盛んに行われている[1]-[8]。現在研究されている主なフィルタの構造は、グレーティング形[1],[2]、TE－TMモード変換器形[3]、方向性結合器形[4]-[7]、グレーティング補償方向性結合器形[8]などに分けられる。

波長多重光通信に目を向けると、チャネル間隔が数nm以下と狭いため、それに用いられる光フィルタには、それに似合う半値幅が要求される[9]。グレーティング形やグレーティング補償方向性結合器形は、数nmの狭い半値幅を持つが、これらの製作には精密な位置合わせや複雑な工程を必要とする等の製作上の問題点も多い。

本報告書では、イオン拡散によって作られる非対称方向性結合器を用いた狭帯域なフィルタが提案される。ここで提案されるフィルタは、Ag^+イオンとK^+イオンの拡散によって作られる非対称方向性結合器によって構成され、その急峻な波長依存性を利用して狭帯域なフィルタ特性が実現されている。K^+イオン拡散導波路とAg^+イオン拡散導波路では、断面の屈折率分布が大きく異なっており[10]、そのため両導波路には大きく違った波長分散特性が現れ、これが結合器の急峻な波長依存性を実現している。製作された非対称3導波路を用いたフィルタでは、半値幅約7 nmの狭帯域な特性が得られている。

2、フィルタの動作原理

本報告書では、非対称3導波路結合器を用いたフィルタの実験結果が述べられるが、その特性を示す前に、本節では、構造が簡単な非対称2導波路結合器を用いて非対称結合器形フィルタの動作原理が説明される。

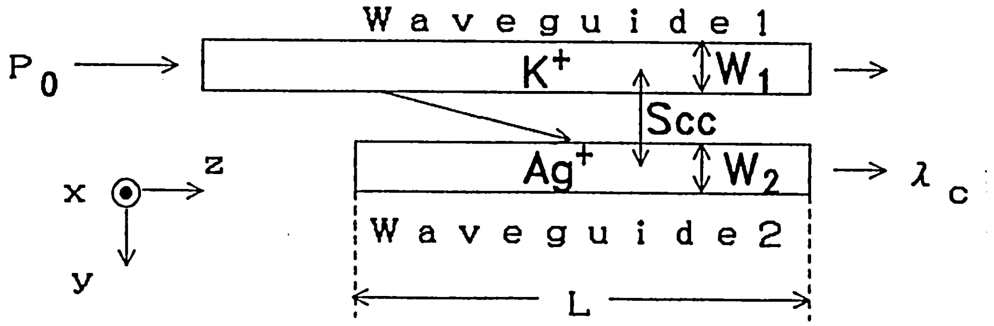


図1 非対称2導波路結合器を用いた光フィルタ

図1に非対称2導波路結合器を用いた光フィルタが示されている。W_1、W_2はそれぞれ導波路1及び2の導波路幅、Sccは導波路間隔（center-to-center）、Lは結合器の相互作用長である。導波路1はK^+イオン拡散によって作られて、導波路2はAg^+イオン拡散によって作られている。異なったイオンを拡散することにより導波路断面の屈折率分布に違いをもたせ、これによって両導波路の分散に大きな差を与えている。

図２にはイオンの拡散の広がりの違いを示すため結合器の断面が模式的に書かれている。基板にはソーダライムガラスが用いられている。基板の上の薄膜はバイコールガラス膜で、イオン拡散防止膜として用いられている [11]。バイコールガラスは、Ｎａ$^+$イオンの含有率が小さく、マスクとしての役割を十分に果たすことができる。金属マスクのようにイオンの拡散後に除去する必要がなく、本フィルタの製作に必要な２回のイオン拡散には有効である。詳細は５節で述べられる。

Ｋ$^+$イオン拡散導波路では、屈折率の増加が小さいため導波路の断面は大きくなる。一方、Ａｇ$^+$イオン拡散導波路では、Ａｇ$^+$イオンによる大きな屈折率変化に対応して、その断面は小さい。さらに、Ｋ$^+$イオン拡散の導波路では、長時間の拡散が必要で、そのため横方向への拡散も無視できなくなり、深さ方向だけでなく、横方向にも屈折率分布を持つことになる。それに対して、Ａｇ$^+$拡散は短時間で終了するため横方向のイオンの拡散は無視でき、Ａｇ$^+$拡散導波路では、横方向の屈折率分布はステップ状となっている。実際には両導波路の屈折率分布の違いを助長させるために、Ｋ$^+$拡散導波路はイオン源として、$NaNO_3$で希釈したKNO_3が用いられている [10]。希釈塩を用いることで、屈折率の増加を小さくして、より大きな断面の導波路を得ている。また、希釈塩を用いることで、Ｋ$^+$イオン拡散導波路の持つ偏波依存性も緩和できることが知られており [10]、偏波依存性の改善にも役立つている。Ａｇ$^+$イオン拡散導波路においてもイオン源として$NaNO_3$で希釈されたＡｇＮＯ３が使用される [12]。この理由は、Ａｇ$^+$イオン拡散導波路はＫ$^+$イオン拡散導波路に比べて屈折率の増加が著しく大きく、位相整合が取りにくい。これを緩和するためである。希釈$AgNO_3$で作られる導波路の拡散パラメータについては４節に述べられている。希釈KNO_3で作られる導波路の屈折率分布については既に報告されているのでここでは省略される [10]。

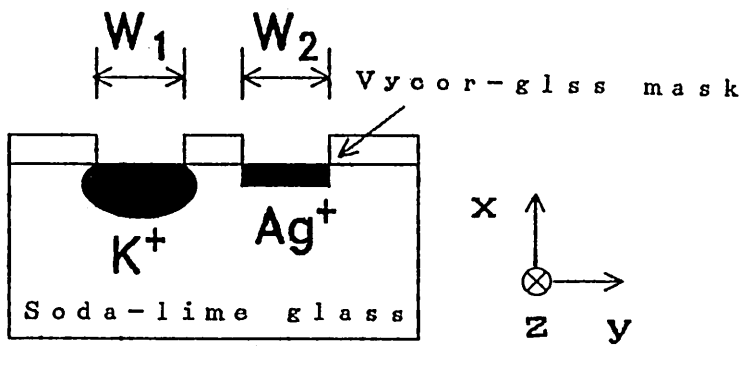


図２ 結合器の断面

大きく異なった分散特性を持つ導波路のパラメータを設計して、特定の波長でのみ位相整合が取れるようにすると、その波長でのみ両導波路間で結合が生じ、導波路１から入力された光は導波路２から出力され、バンドパスフィルタとして動作することが期待できる。図１では位相整合が実現される光の波長をλ_cで示してある。

図３は両導波路の分散曲線である。横軸を１／λとして各波長での等価屈折率N_{eff}がプロットされている。２つの分散曲線が交差する波長λ_cにおいて位相整合が実現される。結合器の相互作用長 L をλ_cでの結合器の結合長に等しくすることで、波長λ_cにおいて導波路１から２へ100%のパワー移行を行うことが可能となる。λ_c以外の波長では大きく位相不整合が生じるので、パワー

移行が急激に低下する。

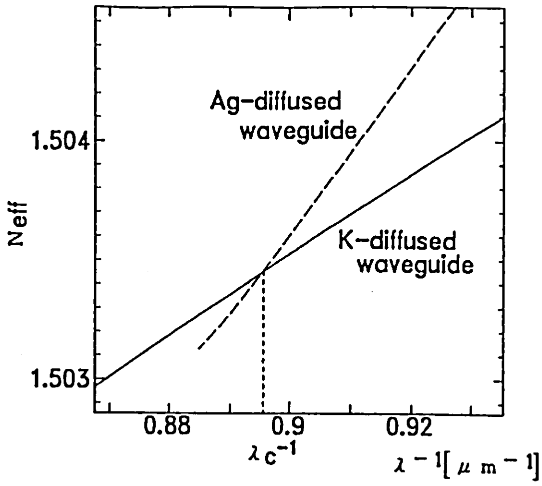


図3 両導波路の分散曲線

図4に導波路の横方向（y方向）の界の閉じ込めを考えるときに用いる等価平板導波路の屈折率分布 $n_{eff}(y)$ の計算例が示されている。図4に示すようにλ_c以外では両導波路の屈折率分布に大きな違いが生じており、これより大きな位相不整合量が現れると予想される。

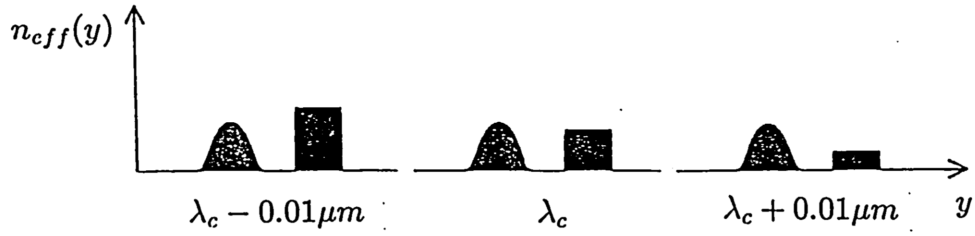


図4 $n_{eff}(y)$ の波長に対する変化
$W_1 = 14\mu m, W_2 = 12\mu m$

フィルタの半値幅$\Delta\lambda$は、パワー移行率$\eta = c^2(\lambda_c)/[(\frac{\pi}{\lambda}\Delta N_{eff})^2 + c^2(\lambda_c)]$ と両導波路間の等価屈折率の差ΔN_{eff}とλとの間に近似的に成立する線形関係$\Delta N_{eff} = A(\lambda - \lambda_c)$ を用いて以下の様に求めることができる。ここで、結合係数の値は今考えているごく限られた波長域ではλ_cでの値 $c(\lambda_c)$ で近似できるものとする。A は両導波路のパラメータで決まる定数である。$\eta = 1/2$ とおいて、λ_cで規格した半値幅$\Delta\lambda/\lambda_c$を求めると

$$\frac{\Delta\lambda}{\lambda_c} = \frac{2M+1}{AL} \qquad (1)$$

となる。ここで、$c(\lambda_c)L = (M + \frac{1}{2})\pi$, $M = 0,1,2...$の関係を用いた。式（1）より、狭帯域なフィルタ特性を得るには Mをできるだけ小さくし、$A \cdot L$の値を大きくすれば良いことがわかる。導波路パラメータが決まると A の値が決まるので、Lをできるだけ大きくすれば良いことになる。即ち、cを小さくすればよく、そのためには、導波路間隔を大きくすれば狭帯域となる。しかし、製作上の制限から L は、数 cm 程度が現実的な値となる。

３、３導波路結合器を用いた光フィルタ

上では、２導波路結合器によって非対称結合器形フィルタの動作原理を説明した。そこでは触れなかったが、Ag^+イオン拡散導波路は、屈折の増加が大きくシングルモード動作域でK^+イオン拡散導波路との位相整合を実現するのは難しい [13]。出力用の導波路（導波路２）が、高次モードで動作すると、ファイバとの接続等実用上の問題が生じる。この問題は、出力用にもう１本K^+拡散導波路を図５のように付加することで解決される。導波路１、３は同じ条件で作られたK^+イオン拡散導波路、導波路２は、Ag^+イオン拡散導波路である。この３本の導波路は結合器として動作し、位相整合条件が満たされる波長においてのみ光は導波路１から導波路３に移りフィルタとして動作する。しかも出力用の導波路３は、入力用の導波路と同様シングルモード動作することになる。

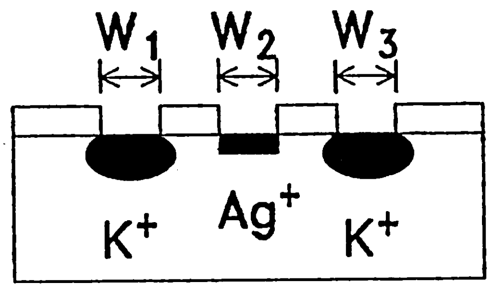


図５　３導波路結合器を用いた光フィルタ

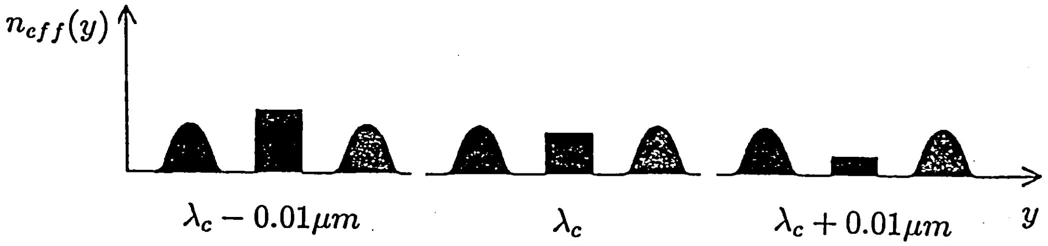


図６　３導波路結合器の屈折率分布の変化
$W_1 = W_3 = 14\mu m, W_2 = 12\mu m$

図6に3導波路結合器の $n_{eff}(y)$ 計算例を示す。図4に示した2導波路と同様、位相整合が取れる波長λ_c以外の波長では、中央のＡｇ$^+$イオン拡散導波路と両側のK$^+$イオン拡散導波路の屈折率分布は大きく違っておりλ_cのごく近傍の波長を除いては殆どパワー移行が起こらないと予想される。

非対称3導波路結合器の各導波路の出力パワーは、

$$P_1 = \frac{1}{4}[(\cos\gamma L + \cos\frac{\pi\Delta N_{eff}}{\lambda}L)^2 + (\sin\frac{\pi\Delta N_{eff}}{\lambda}L + \frac{\pi\Delta N_{eff}}{\lambda\gamma}\sin\gamma L)^2]$$

$$P_2 = \frac{c^2}{\gamma^2}\sin^2\gamma L \tag{2}$$

$$P_3 = \frac{1}{4}[(\cos\gamma L - \cos\frac{\pi\Delta N_{eff}}{\lambda}L)^2 + (\sin\frac{\pi\Delta N_{eff}}{\lambda}L - \frac{\pi\Delta N_{eff}}{\lambda\gamma}\sin\gamma L)^2]$$

と表せる。但し、$\gamma = \sqrt{(\pi\Delta N_{eff}/\lambda)^2 + 2c^2}$である。上式で$\Delta N_{eff} = 0$とおくことによって得られる結合長$\pi/[\sqrt{2}c(\lambda_c)]$に$L$を設定すると、波長$\lambda_c$において導波路1から3への100%のパワー移行が達成され、先で述べた2導波路結合器と同様フィルタ特性が得られる。図7に、後で示すパラメータの設計値（表2）に対して、式（2）を用いて計算されたフィルタ特性が示されている。但し、計算される狭い波長域ではcの変化は小さいとして、その変化を無視して、λ_cでの値$c(\lambda_c)$が用いられている。図より、半値幅6 nmのフィルタ特性が得られることが分かる。

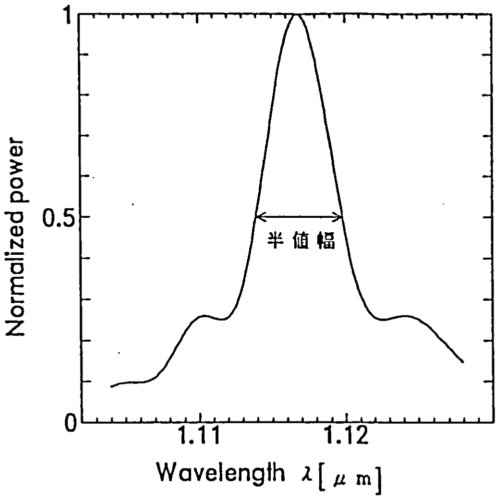


図7　非対称3導波路結合器のフィルタ特性

4、Ａｇ$^+$イオン拡散導波路の屈折率

この節では、Ａｇ$^+$イオン拡散導波路を設計するのに必要な希釈ＡｇNO_3をイオン源に用いた導波路の屈折率分布を決定するパラメータが与えられる。

深さ方向の屈折率を $n(x) = n_s + ax$ と仮定し、WKB法によって導かれる $n_{eff}^2 = n_s^2 - (\frac{3}{2}an_s\lambda)^{\frac{2}{3}}(N+\frac{3}{4})^{\frac{2}{3}}$, $(N = 0,1,2...)$ によって計算される等価屈折率の理論値と、m-line法による測定値をフィティングすることにより、屈折率のパラメータ n_sと a が決定された。ここで、n_{eff}^2

の式中の N はモード次数、n_s は基板表面の屈折率である。測定は 0.05 %、0.1 %（モル比）の希釈ＡｇＮＯ$_3$において行われた。表１に各濃度における n_s と各拡散時間における a の測定値が示されている。

表１ n_s と a の測定値

$AgNO_3$ モル濃度	拡散時間 (min.)	10	20	30	40	60	n_s
0.05 %	a (μm^{-1})	0.052	0.037	-	0.024	0.019	1.533
0.01 %	a (μm^{-1})	0.068	0.005	0.0041	0.029	-	1.544

設計では所望の中心波長（λ_c）を得るために、a の値が設定される。図８のように各拡散時間に対してプロットすることで、製作の際必要な設計値 a に対する拡散時間を知ることができる。

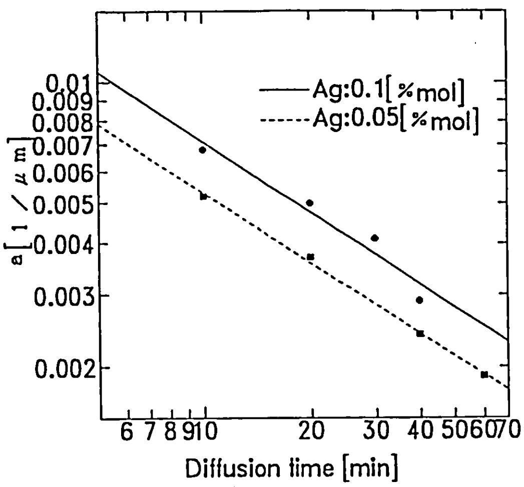


図８ 拡散時間に対する a の依存性

５、設計

この節では、Ａｇ$^+$イオン拡散導波路のパラメータを変えることによる中心波長の設計方法が述べられる。その方法に従い所望の中心波長（λ_c）で動作する導波路パラメータが決定され、その後、相互作用長が決定される。

５．１ 中心波長の設計方法

図９は a を一定にし、W_2を変化させたときの分散曲線である。一方、図１０は W_2を一定にし、a を変化させたときの分散曲線である。Ｋ$^+$イオン拡散導波路は実線、Ａｇ$^+$イオン拡散導波路は点線で描かれている。計算には等価屈折率法が用いられ [10],[14]、表面屈折率の波長に対する変化は無視されているが、基板の屈折率の波長分散は考慮されている。λ_cは、W_2に殆ど依存せず、a に対して大きな依存性を持つことがわかる。W_2に対するλ_cの変化を無視すると、λ_cの値は a だけで決定できることになる。図１１には、図１０から得られるλ_cと a の関係がプロットされ

ている。このグラフによって所望の中心波長 (λ_c) に対する a の値を知ることができ、また、その値となる拡散時間を図8より知ることができる。図9と１０の計算は 0.1 %の希釈ＡｇNO_3で作られる導波路のＴＥ１０モードについて示されている。

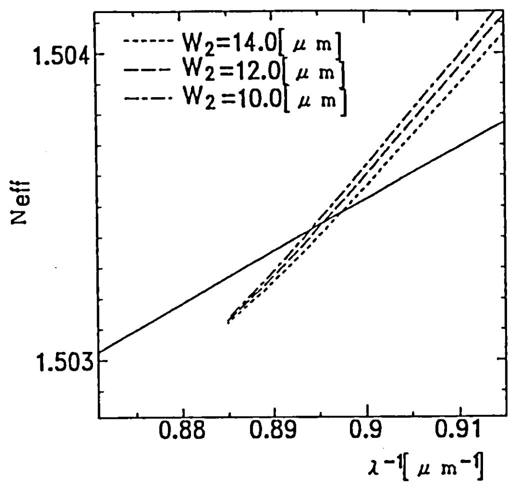


図9 W_2に対するλ_cの変化
50 % 希釈 KNO_3(t=600min)
$W_1 = 14\mu m$、$a = 0.0065\mu m^{-1}$

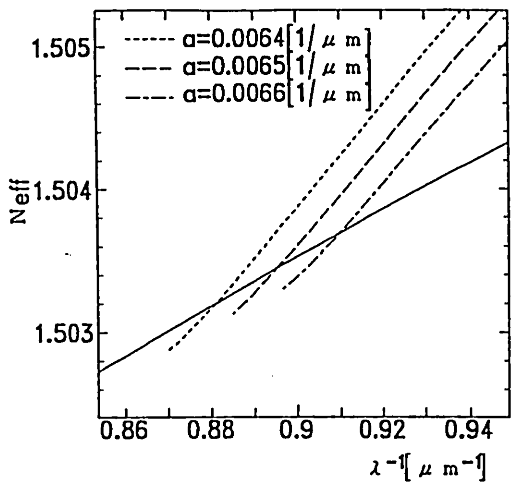


図１０ a に対するλ_cの変化
50%希釈 KNO_3(t=600min)
$W_1 = 14\mu m$、$W_2 = 12\mu m$

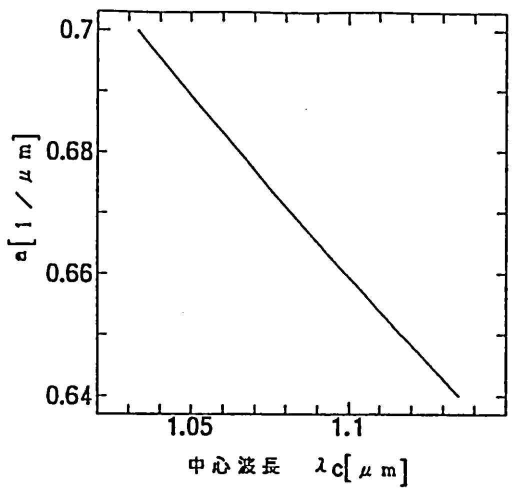


図１１ λ_cに対する a の変化

5．2 相互作用長の決定

結合器の相互作用長 L の値は、ＢＰＭにより計算された結合器内のパワー移行より、結合器の結合長を求め、これと等しいとおくことにより求められる。設計では、$Scc = 23\mu m$ として L の値が決定された。

図１２に、波長λ_cでのＢＰＭで計算されたパワー移行の様子が示されている。$z = 16$mm で殆どのパワーは導波路3に集中しており、結合長は16mmであることがわかる。これより $L = 16$mm と決定された。　以上求めたパラメータの設計値をまとめて表2に示す。

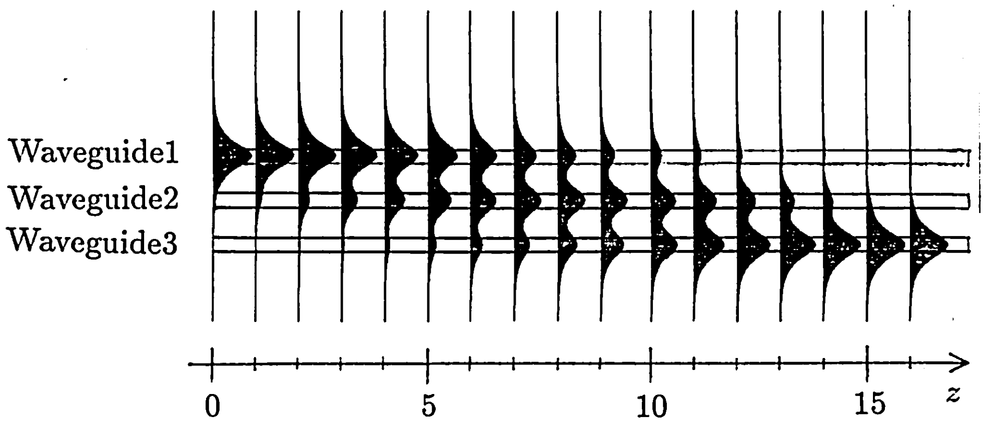


図１２ ＢＰＭによるパワー移行のシュミレーション

表２ パラメータの設計値

$\lambda_c(\mu m)$	$W_1(W_3)(\mu m)$	$W_2(\mu m)$	$a(\mu\ m^{-1})$	$Scc(\mu\ m)$	L(mm)
1.117	14	12	0.0065	23	16

K^+イオンの拡散時間；６００分/ 50%希釈 KNO_3（重量比）
Ag^+イオンの拡散時間；１１分/ 0.1%希釈 $AgNO_3$（モル濃度）

6、製作工程

ここで提案された光フィルタの製作では、違う２種類のイオンを別々に拡散する必要がある。２回の拡散を容易に行うためにイオンの拡散防止膜としてバイコールガラスが用いられる。バイ

コールガラスのＮａ$^+$の含有率は小さく、Ｋ$^+$、Ａｇ$^+$は拡散しにくくイオン拡散防止膜として働く [11]。基板は厚さ１ mm のソーダライムガラス（λ_cでの屈折率 1.5033）が用いられた。イオン源はＮａＮＯ$_3$で希釈されたＫＮＯ$_3$とＡｇＮＯ$_3$が用いられる。希釈塩の濃度はそれぞれ 50 %（重量比）及び 0.1%（モル比）である。

製作手順を以下に示す。

（1）基板上にフォトレジスト（Shipley S-1300-31）により導波路のパターニングを行い、ＲＦスパッタ（Ａｒガス　圧力 7×10^{-3} Torr）によってバイコールガラスが２４分間スパッタされ厚さ 0.2μm のバイコールガラス膜が形成される。リムーバ液（Shipley　1112A）でレジストが剥離され、図１３のようにバイコールガラス膜のイオン拡散防止膜が作成される。

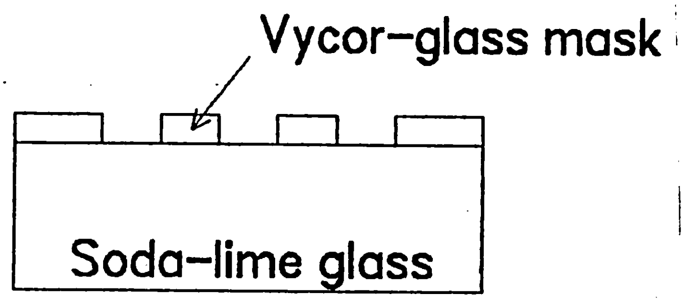


図１３ バイコールガラス膜によるイオン拡散防止マスク

（2）ＤＣスパッタ（Ａｒガス　圧力 2.0×10^{-3} Torr）によりＴｉ膜で基板全体を覆い、Ａｇ$^+$イオン拡散導波路となる部分の表面だけを残すように RIE 装置でＴｉ膜をエッチングして、一回目のイオン拡散のマスクが作られる。Ｋ$^+$イオンの拡散は３８５$^\circ C$で１０時間行われる。これにより導波路１と３が作られる（図１４）。

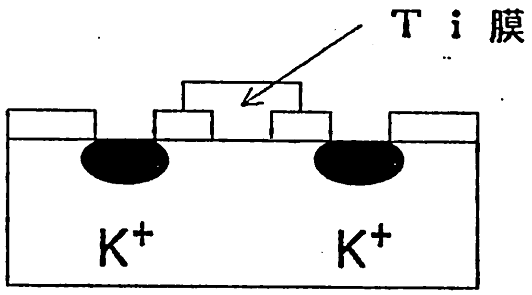


図１４ Ｋ$^+$イオン拡散導波路の作成

（3）熱燐酸でＴｉ膜を除去し、（2）とは反対にＫ$^+$イオン拡散導波路の表面を、再びＴｉ膜で覆い、Ａｇ$^+$イオンが３５０ $^\circ C$で１１分拡散され導波路２が作られる（図１５）。Ａｇ$^+$イオンの拡散時間はＫ$^+$イオンの拡散時間に比べて十分短いので、この間のＫ$^+$イオンの基板中への拡散は無視される。

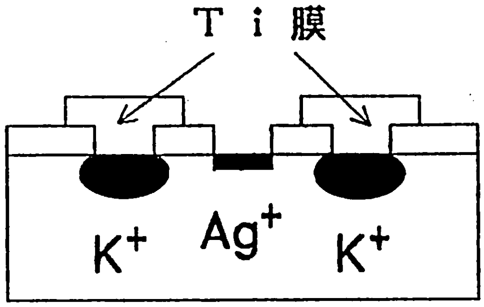


図１５ Ａｇ+イオン拡散導波路の作成

（4）Ｔｉ膜を熱燐酸で除去し、導波路の入射端、出射端を設計値にあわせてクリスタルカッターで切断し、端面が光学研磨され、光フィルタが完成される（図１６）。

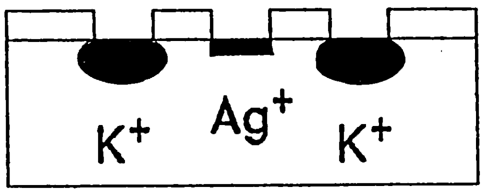


図１６ 完成した光フィルタ

7、測定

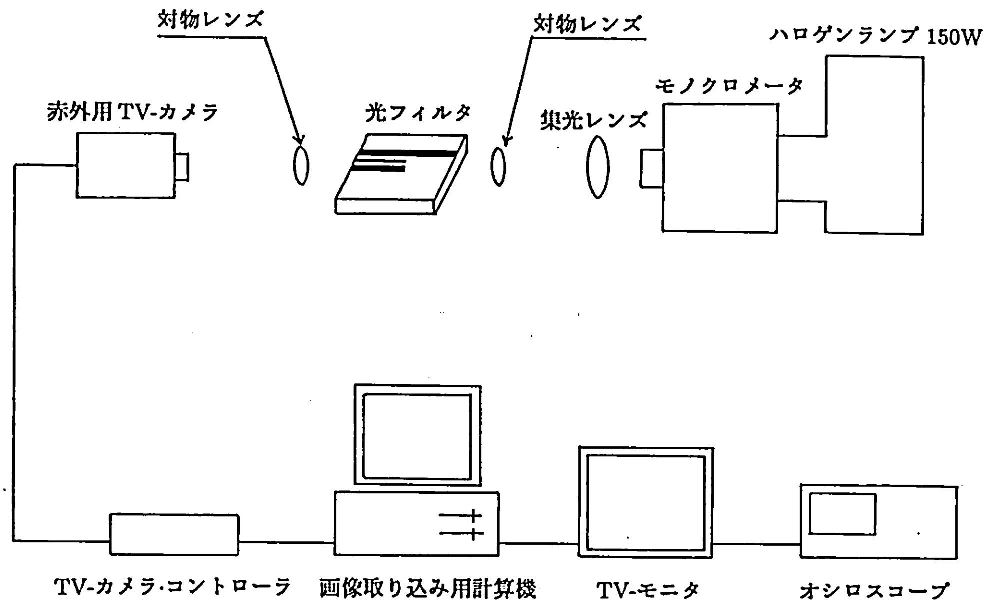
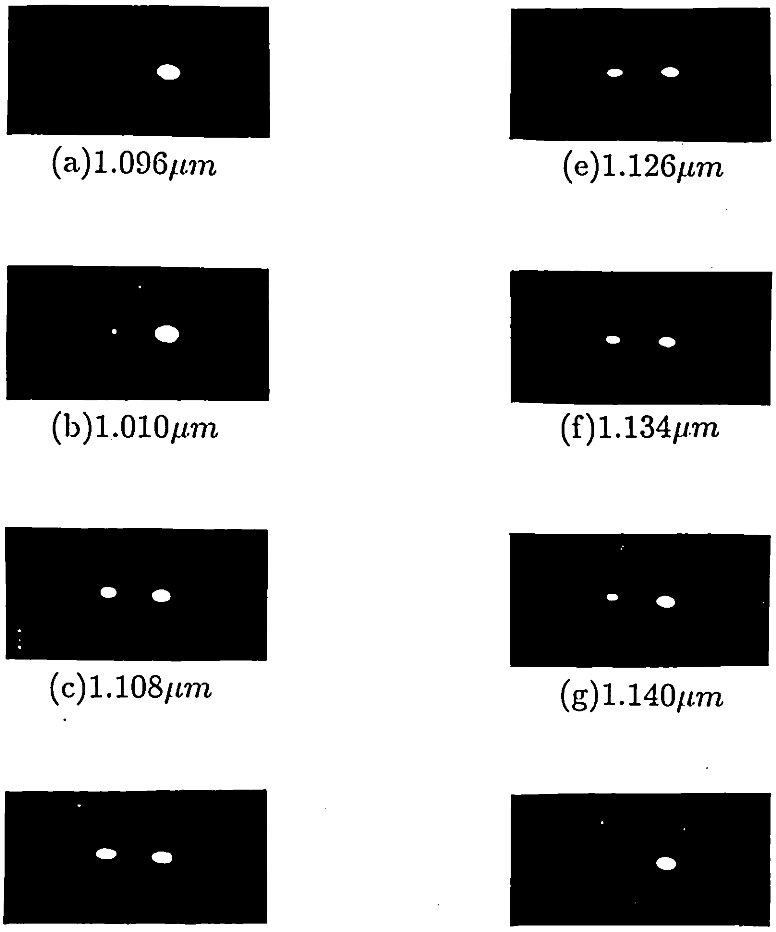


図１７ 測定系

図１７に測定系を示す。光源には１５０Wのハロゲンランプが用いられ、モノクロメータ（光研工業製 SG-100）によって所望の波長の光が取り出される。製作された光フィルタの出力端の近視野像が、対物レンズで赤外用ビジコン（浜松ホトニクス製 C-2741-03）に拡大投影され、ＴＶモニタに映し出される。各波長での出力端面の近視野像の写真を図１８に示す。各写真の中央に輝いている２つのスポットは、右側が導波路１からの出力光であり、左側が導波路３からの出力光である。導波路２からの出力光は光強度が弱く写真には映っていない。

波長の変化に伴ない、導波路１と導波路３の出力パワー比が変化し、波長 1.116μm で導波路３の出力が最大値をもつことがわかる。この波長は、設計された中心波長とほぼ一致する。中心波長において導波路３に完全にパワーが移行しないのは、モノクロメータ自体がもつスペクトル幅により移行しない波長の光が出射されているものと考えられる。モノクロメータの出射光のスペクトル幅は、モノクロメータの出射口のスリット幅に依存する。本フィルタの測定ではスリット幅１ mm で行われた。フィルタの波長レスポンスはモノクロメータで入射光の波長を変えて、各波長における導波路３の全出力パワーに対する相対出力パワーを測定することで行われる。出力光パワーの相対値の測定は、ＴＶカメラに接続されたオシロスコープのスクリーンに現れるビデオ信号の電圧を読み取ることで行われた。



(a)1.096μm (e)1.126μm

(b)1.010μm (f)1.134μm

(c)1.108μm (g)1.140μm

(d)1.116μm (h)1.155μm

図１８ 出力端の近視野像

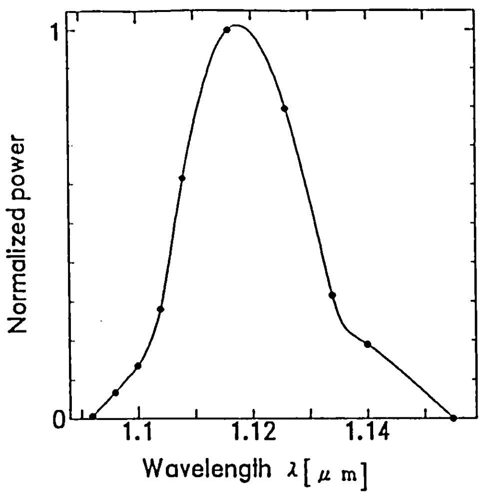


図１９ 出力光パワーの波長依存特性の測定値

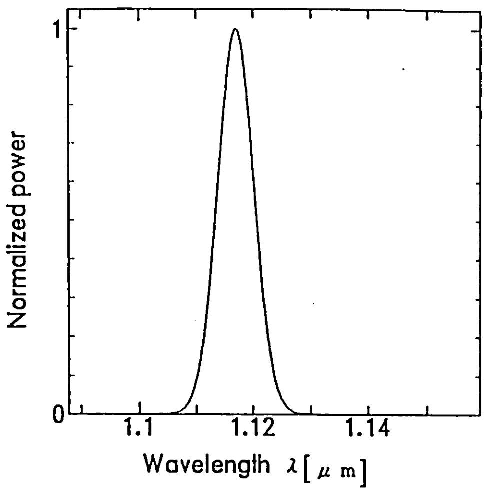


図２０ フィルタの補正された波長レスポンス

図１９にフィルタの出力光の波長レスポンスの測定値がプロットされている。図１９の特性は、ＴＶカメラのγ-特性の補正がされている。さらに、図２０には、モノクロメータの出射光にスペクトルの幅があることによって生じる測定の誤差を補正した波長レスポンスを示す。図２０より、製作された光フィルタは、中心波長1.117μm、半値幅約7 nmで動作していることがわかる。設計のレスポンス（図７）と比較すると中心波長、半値幅ともよく一致している。

８、まとめ

K^+イオンとAg^+イオン拡散導波路で構成された非対称結合器を用いた光フィルタを提案した。実際に３導波路結合器を用いて製作したフィルタでは、半値幅約７ｎｍの狭帯域な特性が実現された。

参考文献

[1]H.A.Hauss; "Narrow-band optical channel-dropping filter", J.Lightwave Tech., vol.10, pp.57-61 (1992).

[2]R.V.Schmidt, D.C.Flanders, C.V.Shank and R.D.Standley; "Narrow-band grating filters for thin film optical waveguides", Appl. Phys. Lett., vol.25, pp.541-652 (1974).

[3]R.C.Alferness; "Efficient waveguides electro-optic TE-TM mode converter/wavelength filter", Appl. Phys. Lett. vol.36, pp.513-515 (1980).

[4] 田中、岸岡；"曲がり導波路で構成されたマッハツェンダー形光フィルタ"、電磁界研資、EMT-93-121(1993).

[5]B.Broberg, B.S.Lingren, M.Oberg and H.Jing; "A nobel integrated optics wavelength filter in InGaAsP-InP", J.Lightwave Tech., vol.LT-4, pp.196-203 (1986).

[6]R.C.Alferness and R.V.Schmidt; "Tunable optical waveguide directional coupler filter", Appl. Phys. Lett., vol.32, pp.161-163 (1978).

[7] 高戸、神宮寺、杉田、河内；" 導波形光波長フィルタ" 、昭 61 年信学総合全大、903.
[8] 坂田、尾内、織田；" グレーティング補償縦形型方向性結合器を用いた小形狭帯域フィルタ" 、信学論、vol.J74-C-I, pp.205-213 (1991).
[9]I.P.Kaminow, P.P.Iannose, J.Stone and L.W.Stulz; "FDMA-ISK star network with a tunable optical filter demultiplexer", J.Lightwave Tech., vol.6, pp.1406-1413 (1988).
[10] 岸岡；" 希釈硝酸カリウムを用いて作られた拡散導波路のパラメータ推定" 、電磁界研資、EMT-94-121(1994).
[11]K.Kishioka and Y.Yamamoto; "Extinction ratio adjustment for the coupler-typewavelength demultiplexer made by K^+-ion diffused waveguides", Trans. IEICE,vol.E77-C, pp.1752-1758 (1994).
[12] 沢、小野、山崎；" 希釈硝酸銀融液を用いた単一モード拡散型チャネル光導波路の２段階拡散法による製作" 、信学論誌、vol.J71-C, pp.1179-1187 (1988).
[13] 岸岡、伊藤、勝地；" イオン拡散導波路で構成された非対称方向性結合器を用いた光フィルタ" 、1995 年信学総合大会、C-243.
[14]G.B.Hocker and W.K.Burns; "Mode dispersion in diffused channel waveguides by the effective index method", Appl. Opt., vol.16, pp.113-118 (1977).

輻射科学研究会資料　RS 95-8

電磁石ヘリカルマイクロウイグラーの開発

大東延久・網脇恵章[A]・今崎一夫[B]・三間圀興[C]
関西大工・大産大工[A]・レーザー総研[B]・阪大レーザー研[C]

平成7年7月14日

あらまし

7-9MeVの手頃なRFライナック電子ビームから数10μmの赤外光を発生する自由電子レーザー(FEL)の開発を目指して、周期長λ_w=6-8mm、磁場B_w=2-5kGを目的とする1周期3極型電磁石ヘリカルマイクロウイグラーの実用化研究について述べる。

1. はじめに

光と電波の境界である遠赤外領域は他のスペクトル領域に比べて最も研究の遅れている分野である。これは適当な光源のないことにもよっている。すなわち現用の連続スペクトル光源としては高圧水銀灯のように熱的なものが使われ、出力は非常に小さく、またレーザー光はその殆どが気体分子の振動回転準位を用いたもので、利用できるスペクトル領域には限りがある。これに対して、相対論的電子ビームを周期磁場（ウイグラー）中に導き、電子ビームを蛇行させることにより放出する光を、レーザー光へと成長させる自由電子レーザー(FEL)[1]では、電子ビームエネルギーやウイグラーの周期長あるいは磁場強度を変化させることにより、その発振波長を可変に出来、また数kW以上の出力が容易に得られる特色がある。

FELにおいて、6-10MeV程度の比較的低エネルギーの電子ビームを用いてこの波長領域の放射を得るには周期長が数mmのマイクロウイグラーが必要になる。FELの共鳴条件により、発振波長λ_Sは、ウイグラーの周期長λ_w、ウイグラー磁場B_w対して

$$\lambda_S=\lambda_w(1+K^2)/(2\gamma^2)、\quad K=93.4\lambda_w B_w \tag{1}$$

で与えられる。この式はヘリカルウイグラーの場合であり、平面ウイグラーではK^2のところが$K^2/2$となる。またK値の式ではSI単位系を使用しており、以後断らない限りこの単位系を使用する。またγは相対論的因子で、電子ビーム速度v、エネルギーE_b[MeV]に対して、

$$\gamma=[1-(v/c)^2]^{-1/2}=1+E_b/0.511 \tag{2}$$

で表され、cは 真空中の光速である。 それ故 E_b= 9MeV (γ = 18.6)の 電子ビームをλ_w=6mm,B_w=4kG(K=0.22)のヘリカルウイグラーと相互作用させるとλ_S=12μmの光を発振あるいは増幅させることが出来る。

式(1)から一定電子ビームエネルギーの下でウイグラーの周期長λ_w

が短ければ短いほどより短波長の光が発生出来る。また一定の波長の下で動作させる場合はλ_wが短いほど電子ビームエネルギーが少なくて済むことが分かる。何れにしてもウイグラー周期長は短いほど応用の立場からも、また実験技術上からも有利である。またマイクロバキュームエレクトロニクスの進歩によりマイクロエミッターによる高電流密度の微細電子ビームの発生が可能になってきた今日、これを用いてコンパクトなFELを開発しようとする動向に対して、周期長の、約10mm以下に短い、いわゆるマイクロウィグラーの要求は強くなって来ている。

しかしマイクロウイグラーの実現は非常に難かしく、種々の提案[2]-[5]はあるものの、FEL実験に供された報告は殆どない現状にある。その実現困難な理由は、先ず、永久磁石ウイグラーでは周期長を短くすると永久磁石ブロックの体積が小さくなり、磁石材料ブロックの等価環状面電流密度j_e(=B_r/μ_0, B_r:残留磁束密度、μ_0:真空透磁率)に対する全等価環状面電流の減少によって起磁力が低下して磁極間隙部を流れる磁束に制限を受けるためである。優れた永久磁石材料の希土類コバルト系($SmCo_5$やSm_2Co_{17}など、B_r=8-10kG)に続いてこれを凌ぐ性能をもつ希土類鉄系永久磁石($Ne_2Fe_{14}B$や$Nd_{15}Fe_{77}B_8$、B_r=11-12kG)が開発されて、可なり大きなB_rが得られているが、やはり周期長が10mm以下になると強い磁場は得にくくなる。そこで、電磁石ウイグラーに眼を向けると、周期長が短くなるにしたがって縦方向への漏れ磁場が急激に増大する。永久磁石の場合はその透磁率が真空透磁率に近いので磁気モーメントの方向に磁束は集中するが、強磁性体の透磁率は永久磁石のそれよりも非常に大きいためその中での磁束の流れは良導体中での電流の流れと同様に近くに異極性の強磁性体があれば直ちにそこへ向けて漏れ磁束が出来てしまう。その結果、磁極間隙でのウイグラー磁場B_wの低下を招き、電子の蛇行運動に必要な横方向速度を与える目安となるK値の低下を来たし、発振出力の低下に結果する。また半径r_bの電子ビーム内で均一な磁場分布を保つには

$$\alpha k_w r_b < 1, \qquad k_w = 2\pi/\lambda_w \tag{3}$$

の条件が必要である。ここで、αは理想的なウイグラー構造の磁極断面での磁場分布が$\cosh k_w r$に従うとき1で、電磁石では漏れ磁場の増加とともに増大する。したがってコア構造電磁石マイクロウイグラーではαとk_wの両方の効果で電子ビーム径は細くせざるを得なくなり、これまた出力の減少につながる。

そこで本研究では、この実現困難なマイクロウイグラーに対して次の達成目標を

置いた。

電磁石ヘリカルマイクロウイグラー： λ_w=6-8mm, B_w=2-5kG (K=0.2-0.4)

電子ビーム径： $2r_b$= 1 mm (4)

ヘリカルにした理由は、コアタイプ平面型電磁石ウイグラーよりも漏れ磁場を少なく出来る構造と判断したためで、その他のパラメーターは、われわれの利用出来る電子ビーム装置として大阪大学、レーザー核融合センターにあるRF-Linacを念頭において設定したものである。

今まで、赤外領域でのFEL実験により得られている電子ビームエネルギーE_bと発振波長λ_sとの関係の主なものは次の通りである。

Frascatti研究所（伊）	E_b= 20MeV (Microtron)	λ_s=10-32μm
UK-FEL（英）	E_b=165MeV (RF-Linac)	λ_s=10μm
Stanford大学（米）	E_b=36.5MeV(RF-Linac)	λ_s=4μm
Los Alamos国立研究所（米）	E_b= 20MeV (RF-Linac)	λ_s=4-30μm

ここで$E_b\lambda_s$積が小さいほど、限られた電子ビームエネルギーから出来るだけ短波長の光を出す能力を持つことになる。本研究は赤外領域FELの開発により関係諸分野の研究、応用に役立てる目的以外に、このような限界に挑むものでもあり、それだけコンパクトFELの実現に寄与できるものと考える。

2. 1周期3極型ヘリカルウイグラーの基本形とその設計

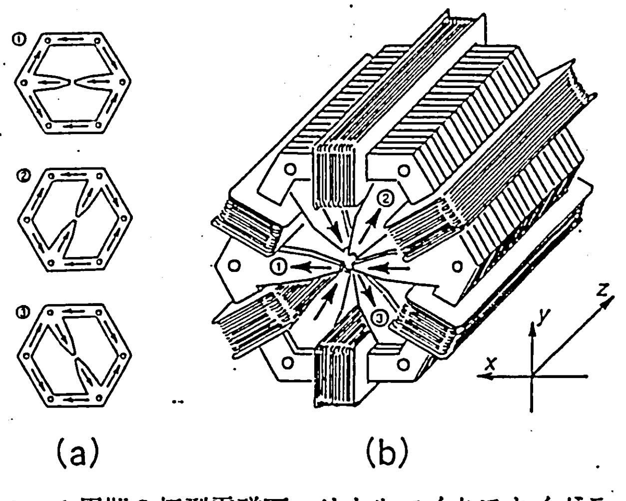
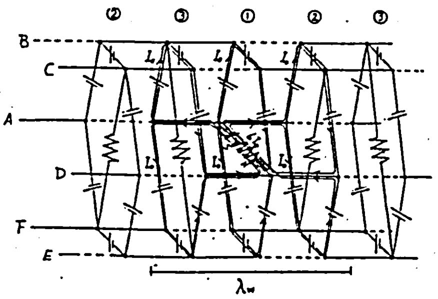
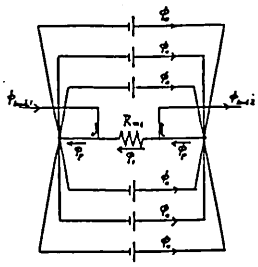


図 1 1周期3極型電磁石ヘリカルマイクロウイグラー

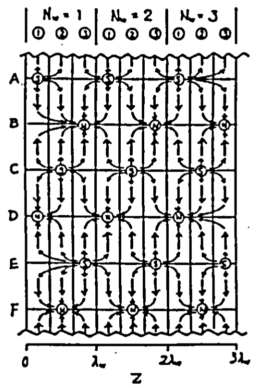
このウイグラーの基本構造を図1に示す[6],[7]。図1(a)に示すように対角線上中央に磁極間隙をもつ正6角形の同サイズの強磁性体(permendur)コア板を、①、②、③、のように120°ずつ回転させて、これらを順次積み重ねて、図1(b)のようにこのウイグラーは構成される。等しい6つのコイルが各辺のコア全体に巻かれ、これらのコイルによって生ずる6つの起磁力の極性は隣同士が逆になるように、各コイルは直列接続される。それゆえ、軸方向へ1磁極分進む毎に磁場は120°ずつ回転する1周期3極型となる。一般にこのように多角形の各辺に共通にコイルを巻く構造は1周期奇数極型が存在できるが、コイルスペースの確保と、簡素性のために1周期3極型を採用した。このウイグラーにおける磁束の流れを図2に示し、その磁気回路の等価回路を図3にしめす。



(a) 3次元的表現



(b)基本単位等価回路



(c)ヨーク面での流れ

図　2　磁束の流れ

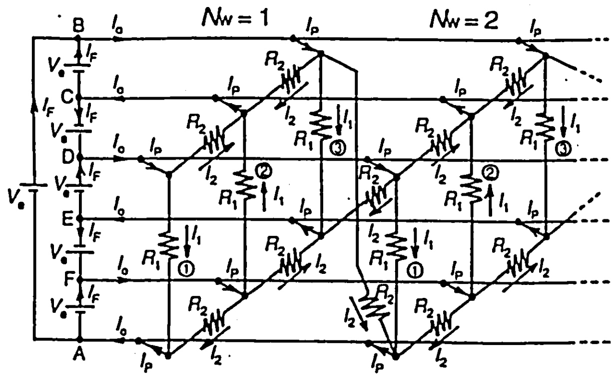


図　3　1周期3極型電磁石ヘリカルマイクロウイグラーの等価回路

式(4)の要求に対して磁極間隙長l_G=4.6mm、磁極幅l_w=2.0mmを基礎数値として先ず与える。また、コア材としてパーメンダーを用い、飽和磁束密度B_rは22kGであるが、B_r=20kGとして、このウイグラーの磁気回路による設計が出来る[4]。この結果得られた主な数値を表1に与える。第1欄(Final Wiggler)は当初設計における各数値で、第2欄(Trial Wiggler)は基本特性を実測するために試作した3倍拡大ウイグラー(図4)の数値である[8],[9],[10]。

表 1 電磁石ヘリカルマイクロウイグラーの基本仕様

	[Final Wiggler]	[Trial Wiggler]
Periodic length	λ_w = 6.6mm	λ_w=19.2mm → λ_w=19.0mm
Core material	Permendur(YEP-2V)	Soft Iron (SPC)
Core sheet thickness	d =0.2mm	d = 3.2mm
Pole thickness	$l_{PZ} = \lambda_w / 3$ = 2.2mm = 11d	$l_{PZ} = \lambda_w / 3$ = 6.4mm = 2d
Pole width	l_{WE} = 2.0mm	l_{WE} = 6.0mm
Gap length	l_G = 4.6mm	l_G = 13.8mm
Field strength	B_{w0} = 5kG ($K \simeq 0.3$)	B_{w0} = 556G ($K \simeq 0.1$)
Wiggler length	$L_w = 5\lambda_w + 30\lambda_w + 5\lambda_w$	$L_w = 5\lambda_w + 10\lambda_w$
	= 264mm	= 288mm→285mm
Magnetomotive force	$NI = \oint H dl \simeq (B_{w0}/\mu_0) l_G$	$NI \simeq (B_{w0}/\mu_0) l_G$
	= 1830ATurn	= 610ATurn
	≃200A×9Turn→200A×45Turn	≃ 17A×36Turn

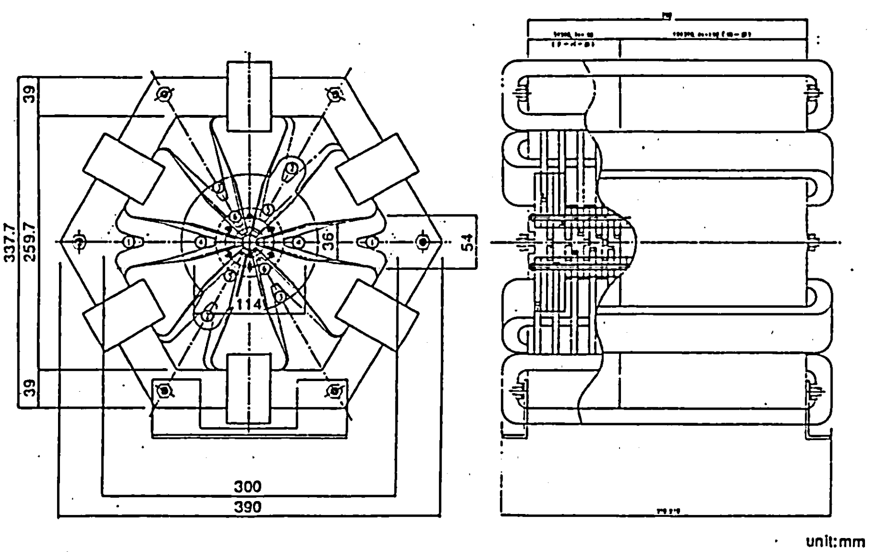


図 4 3倍拡大電磁石ヘリカルマイクロウイグラー設計図

3. 3倍拡大ウイグラーによる計測結果

ホール素子によるZ軸上磁場分布を図5に示す。またZ軸上磁極位置Z_P(B_{wxPO}:+B_{wx}ピーク位置、ヘリカル磁場の位相角θ_B=0° …磁極磁場位相)、および磁極間位置Z_Q(B_{wxRO}:-B_{wx}ピーク位置、θ_B=180° …合成磁場位相)におけるB_{wx}のx方向磁場分布を図6にしめす。また、$Z=Z_P$におけるB_{wx}のy方向磁場分布を図7に示す。ここでガウスメータは図5ではYEW製のもので、ホール素子は3mm×6mmの短冊形の部分に含まれているが、図6以後はF.W.Bell社のもので、ホール素子のアクティブ領域は1.8mmϕである。

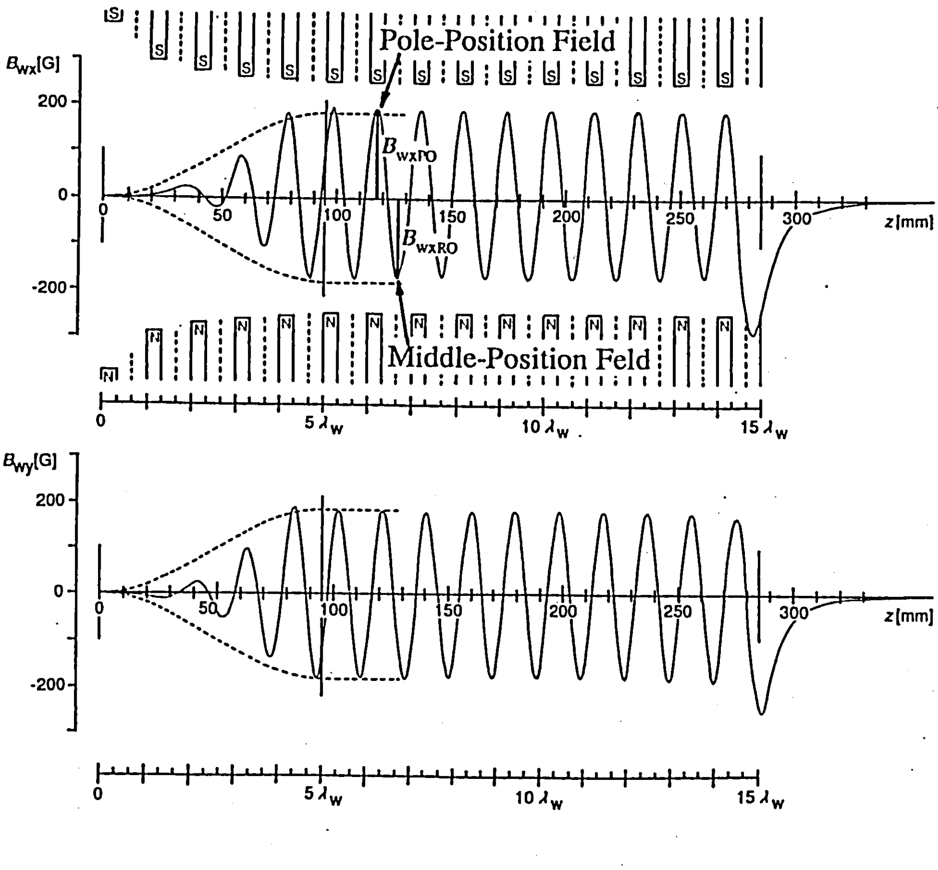


図　5　軸上磁場分布(I_{coil}=17.0A, N=36Turn/coil)

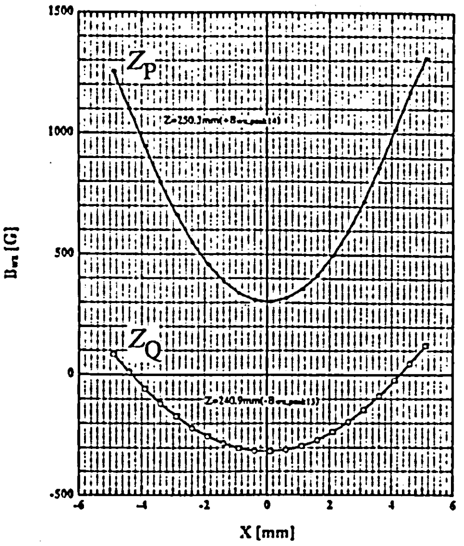


図　6　磁極位置におけるBwxの
x方向分布(I_{coil}=30A)

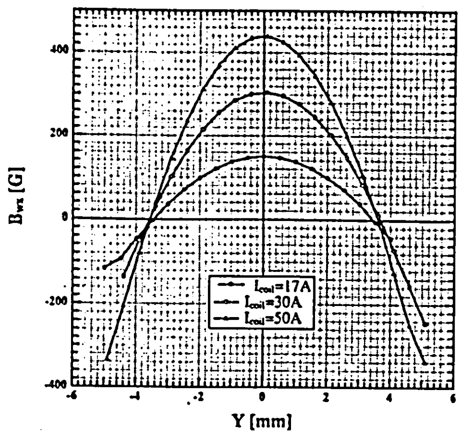


図　7　磁極位置におけるBwxの
y方向分布

4. 計測結果による改善事項

a）正負磁場ピーク値の調整

図5に見られる正負磁場ピーク値の違いは、位置Z_Pでは直接の磁極からの寄与が

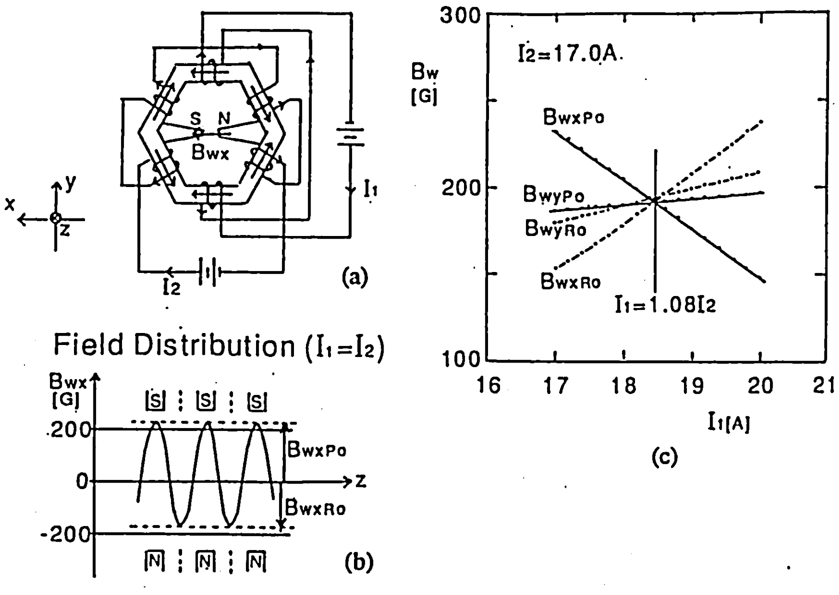


図　8　BwxpoとBwxRoに対する磁場補正　(a)電流の定義
(b)I_1=I_2におけるBwx-Z特性　(c)I_1の変化に対する磁場ピーク値の変化

殆どであるのに対して、位置Z_Qでは両隣の磁極からの寄与が優勢である違いによる。これを調整するには、図8(a)のようにx軸に平行な2辺のコイル電流I_1と他の4つのコイル電流I_2を分離して、その比を変えることにより、図8(c)に示すように両磁場を等しくすることが出来る[10]。

b）合成磁場位相(θ_B=180°)における発散性の改善

図6のZ_P位置とZ_Q位置特性は、前者ではB_{wx}の大きさがx軸方向に対して中央で最小で両側へ行くほど大きくなり、荷電粒子の集束性を表わしているのに対して、後者は発散性を意味している。それは緩やかな磁場勾配によって荷電粒子は磁力線に平行に磁場の弱い方へ力を受けるためである。そこで電子ビーム集束のために、磁極先端に傾斜θ PF(=8°)をつけるcanted pole-face wiggler[11]を採用た。これをR-Typeについて図9に示す[6]。その動作機構は図10に示す通りである。電子ビームの発散特性の位置Z_Qの磁場位相角はθ_B=180°，540°である。前者はθ_B=120°と240°、後者はθ_B=480°と600°のそれぞれの磁場の寄与が優勢でそれらの合成磁場特性として説明できる。図10(a)はθ_B=180°の場合で、合成磁場は+x方向に大きくなるように磁場傾斜が緩やかに出来る。したがって磁場が減少する-x方方向に電子は力を受ける。同様にして、図10(b)のθ_B=540°の場合は、+x方向に力を受ける。すなわ

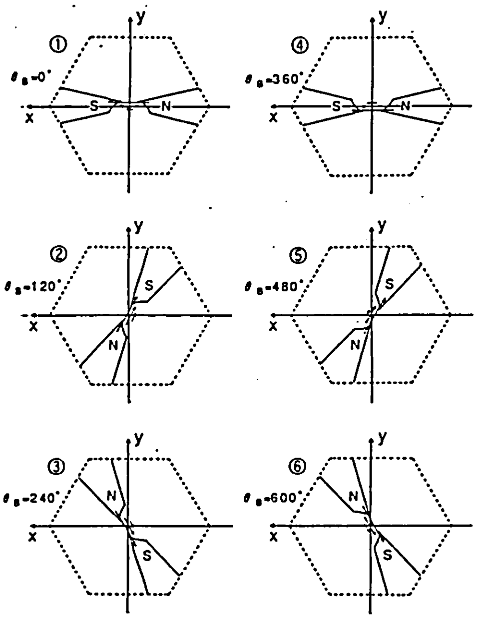


図　9　Canted Pole-face Wigglerにおける回転磁場(R-type)

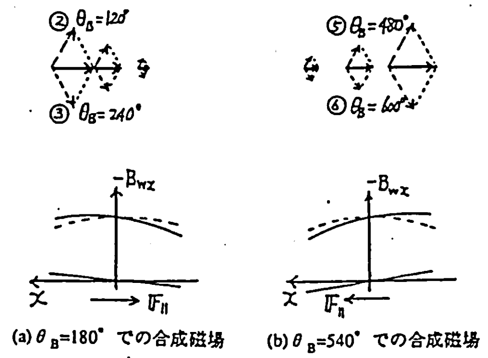


図　10　合成磁場と電子に対するCanted Pole-face Wigglerの作用

ちz方向へ伝搬する電子ビームはθ_Bの360°毎に、$+x$, $-x$へと交互に力を受けてベータトロン振動を起こし、その振幅内で電子は集束され、電子ビームの発散性は改善される。

c）漏れ磁場の抑制

磁極先端部での漏れ磁場を抑えるために、図11(a)に示すように磁極先端部に永久磁石(PM)を装着した機構を開発した。PMの磁化方向は図11(b)の通りである。また、このPMを保持する非磁性(真鍮製)のリテーナ内に各磁極の磁場を調整する調整ネジ(CS)を図11(a)に示すように装備し、この構造をもつ、テストウイグラーを10周期分製作した[12]。permendur製のコア板１枚の厚さは2.6mmで、周期長はλ_w=3×2.6=7.8mmである。このウイグラーは磁場抑制効果、および調整ネジによる各磁極の磁場調整効果を調べ、また装着PMの円孔半径R_mの最適値を見い出すためのもの

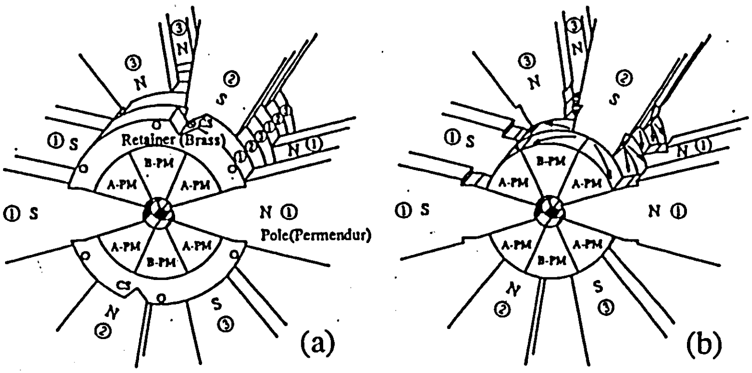


図　11　テストウイグラーの構造(Canted Pole-face:8°, R-type)
(a)永久磁石(PM)と調整ネジ(CS)　(b)永久磁石の磁化方向

である。この目的に対してPMはｲﾝﾄﾘﾝｼｯｸ保磁力H_{cj}の大きいものを使用すべきで、基本的にNEOMAX33UH [H_{cj}=26kOe, H_{cb}=11.2kOe, B_r=11.5kG, $(BH)_{max}$=32.2MGOe]を用いた。PMは図11(b)に示す6Pチーズ形状のもの３個１組の扇形を形成し、厚さ2.6 mm、外半径15mmであるが内半径(円孔半径)は　R_m=2.00, 2.25, 2.50, 2.75mmの4種類について計測した。図12は磁極間隙

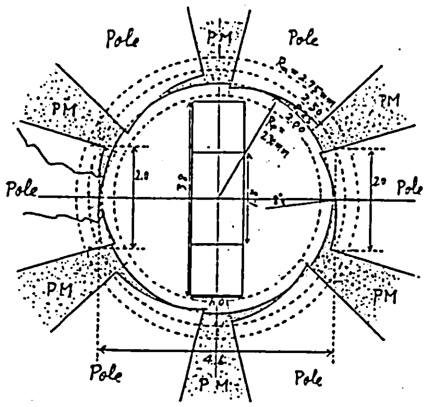


図　12　磁極間隙長l_G(=2Rp)と円孔半径R_mの関係

部におけるPMの円孔半径の状態を示す。

このテストウイグラーはコアの組立、分解が可能な分割コアタイプで、永久磁石を保持するリテーナは、コアの1層ずつに対してはめ込み式で、確実に固定できる構造になっている。図13(a)は、1組の磁極コア、リテーナおよびPMの装着が終り、その上に120°回転した次層の磁極およびリテーナが固定され、これからPMブロックを装着しようとしているところを示す。図13(b)は最終コア層まで積層を終えた状態、図13(c)は完成したテストウイグラーで、6角形コアの上下の辺の最外部間隔は200mmである。

5. テストウイグラーによる磁場計測

磁場測定はF.W.Bell社のガウスメータを用い、プローブはホール素子部の最小構造をもつSTF99-0404(アクティブ領域1.8mm ϕ)を使用した。まず、PMの円孔半径R_mの最適値を調べるためにR_mの4種について磁場の電流特性をとり、図14の結果を得た。コイル電流に対する磁場の増加の割合が大きく、広い電流範囲に亘って線

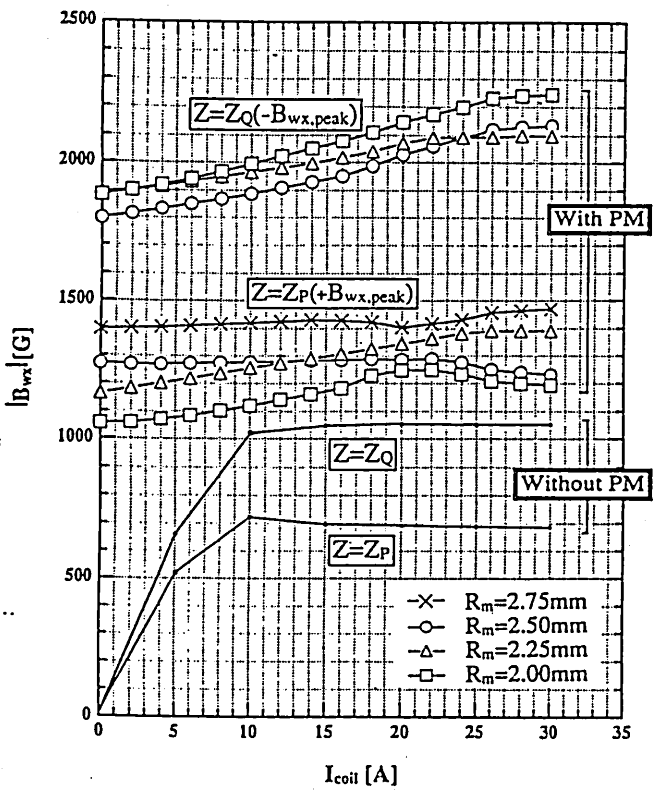
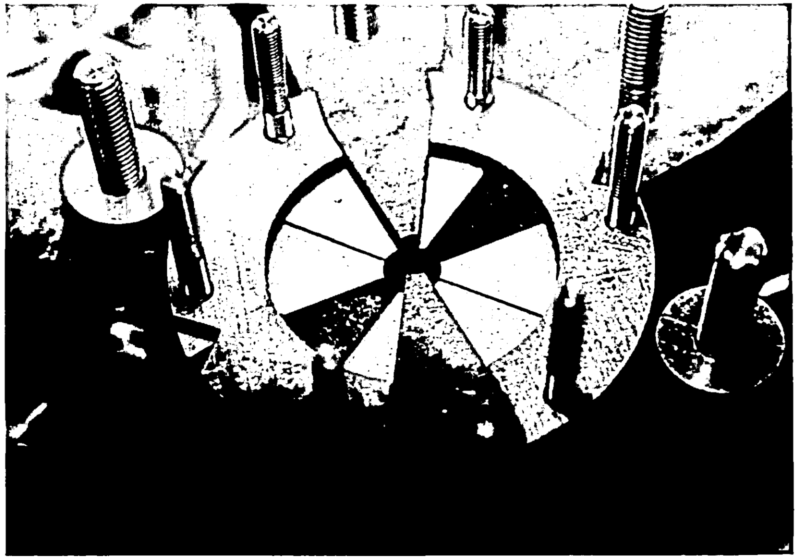
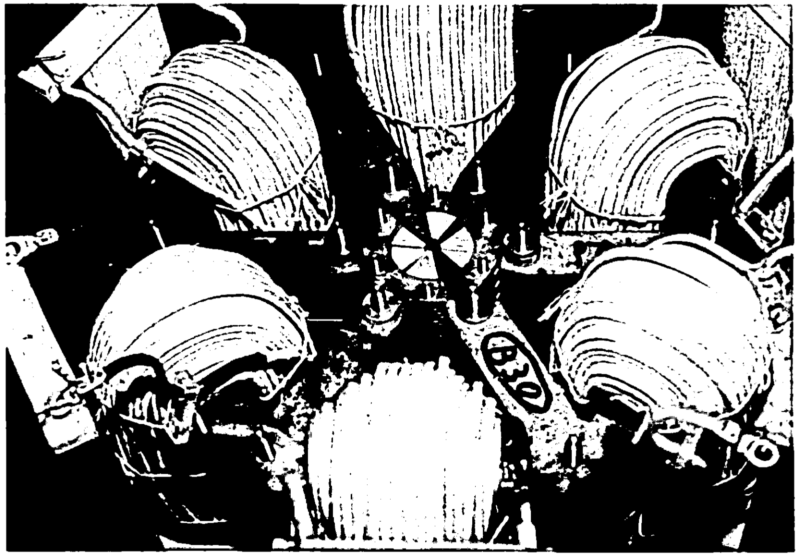


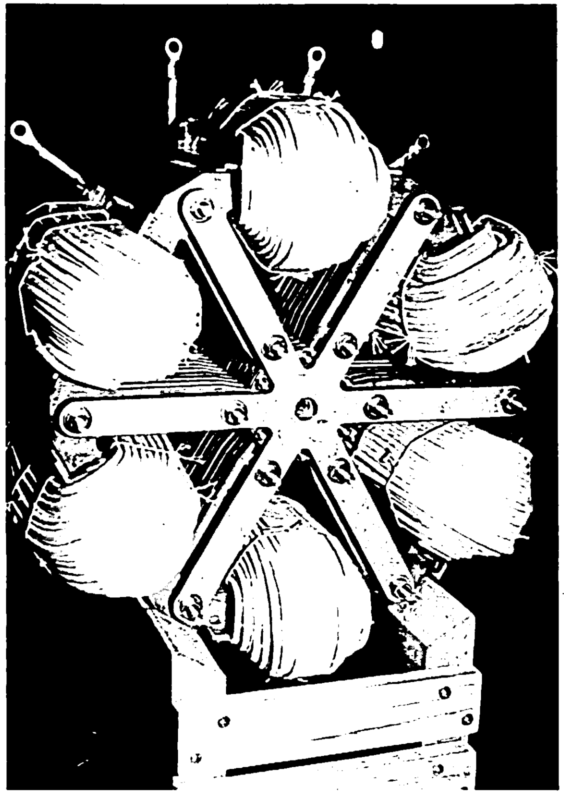
図　14　円孔半径R_mをパラメーターとした磁場B_{wx}の電流特性



(a)リテーナー内への永久磁石の装着



(b)コアの積層作業



(c)完成したテストウイグラー

図 13 テストウイグラーの製作

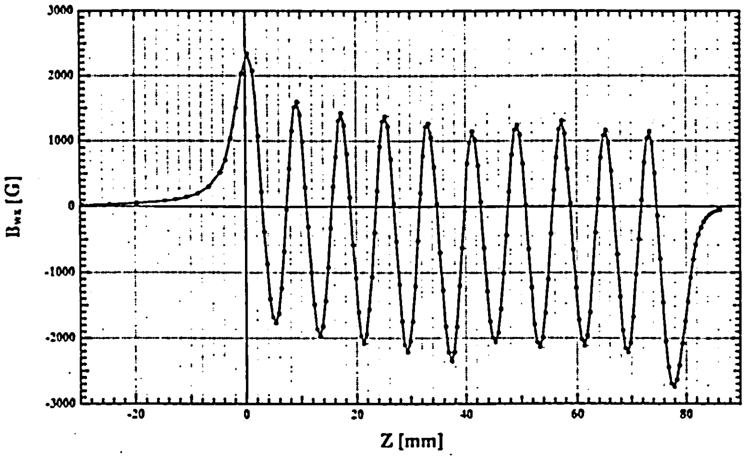


図 15 軸上磁場分布 (I_{coil}=30A, N=109Turn/coil)
R_m=2.25mm(0<Z<40mm), R_m=2.50mm(40mm<Z<80mm)

形に増加する R_m=2.25mmのPMが前半5周期分にあり、後半5周期分には R_m=2.50mmのPMを装着した場合について、軸上の磁場分布は図15となる。狭い磁極間隙部でのプローブの中心軸上に沿う移動は非常に困難で特別の精度高い走行装置が必要に思われる。その意味で、図14の各Rm値による磁場測定値自身は信用できるが、それら相互間の比較は厳密にできない。また、ホール素子面積による測定磁場ピーク値$Bwxp$の補正値$Bwpc$は、$Bwxpc$=1.3$Bwxp$となり、1.8kGの測定磁場ピーク値は2.3kGと補正される。

表 2 主なマイクロウイグラーの比較

	λ_w [mm]	B_w [kG]	K	l_G [mm]	$\frac{l_G}{\lambda_w}$	Structures	Status
LANL[1)]	5	10	0.47	1.7	0.34	Pulse Sloted Tube	Test
MIT[2)]	2.4	0.6	0.013	3	1.25	EM	Test
MIT[2)]	5	3.2	0.15	2.4	0.48	EM	Design
UCSB[3)]	4	1.2	0.045	2.2	0.55	PM	Test
UCF[4)]	8	2	0.15	6	0.75	Hybrid PM	Design
Stanford[5)]	10	10.8	1.0	2.0	0.2	Solenoid Derived Mag.M., Bz=7kG	Test
KUR.I.[6)]	4.5	8	0.34	1.5	0.33	Solenoid Induced PM, Bz=4kG	Test
K.U./ILE[7)]	7.9	2.3	0.17	4.6	0.58	EM(Helical)	Test

1)Nucl. Instr. and Meth. A341(1994)436-439. 2)Nucl. Instr. and Meth. A285(1989)290-293.
3)Nucl. Instr. and Meth. A296(1990)624-630. 4)Nucl. Instr. and Meth. A341(1994)ABS126-127.
5)Nucl. Instr. and Meth. A341(1994)431-435. 6)Nucl. Instr. and Meth. A331(1993)745-747.
7)Nucl. Instr. and Meth. A341(1994)426-430 (Design and test by 3-fold enlarged trial wiggler).

6. おわりに

現在得られているこのウイグラーのパラメーターは、λ_w=7.9mm、Bwpc=2.3kG、K=0.17、間隙長l_G=4.6mmである。主なマイクロウイグラーの比較を表2に示す。K.U./ILE以外は平面ウイグラーであり、われわれのヘリカルマイクロウイグラーに特徴を出したいと考えている。

文献

[1] 電気学会自由電子レーザ調査専門委員会編、*自由電子レーザとその応用*、(コロナ社、1990).

[2] S.C.Chen, et. al., Tunable Microwigglers for Free Electron Lasers, Nucl. Instr. and Meth. in Phys.Res., A285(1989)290.

[3] R.W.Warren, et. al., Development of a pulsed-microwiggler System, Nucl. Instr. and Meth. in Phys.Res., A331 (1993) 706.

[4] A.A.Varfolomeev, et. al., Strong Magnetic Field Microundulator with Permanent Magnets inserted into a Solenoid, Nucl. Instr. and Meth. in Phys.Res., A331 (1993) 745.

[5]Y.C.Huang, et. al., Performance Characterization of a Far-Infrared, Staggered Wiggler, Nucl. Instr. and Meth. in Phys.Res., A431(1994)431.

[6] 大東他: 電磁石ヘリカルマイクロウイグラーの開発I、日本物理学会第48回年会講演概要集4、196(1993).

[7] 石井他: 電磁石ヘリカルマイクロウイグラーの開発II、日本物理学会第48回年会講演概要集4、197(1993).

[8] N. Ohigashi, et.al., Development of an electromagnetic helical microwiggler, Nucl. Instr. and Meth. in Phys.Res.,A341(1994)426-430.

[9] 大東他: マイクロウイグラーを用いたコンパクト自由電子レーザーの開発、レーザー学会学術講演会第14回年次大会講演予稿集、94(1994).

[10] 五反田他: 電磁石ヘリカルマイクロウイグラーの磁場解析、日本物理学会第49回年会講演概要集4、242(1994).

[11] C.A.Brau, *Free-Electron Lasers* (Academic Press, 1990), p.156.

[12] 大東他: 電磁石ヘリカルマイクロウイグラーの開発IV—漏れ磁場抑制および調整機構—、日本物理学会第50回年会講演概要集4、129(1995).

輻射科学研究会資料

(RS 95-9)

光波とマイクロ波の直接ミキシングによる信号検出

川上高大　　井筒雅之

大阪大学　基礎工学部

平成7年7月14日

於：関西大学　１００周年記念会館

1. あらまし

近年, 光波とマイクロ波／ミリ波の相互作用を積極的に利用しようとする研究が, 現存の通信システムなどに望まれる高効率・高速化の実現に応用可能であると考えられ, 盛んに行なわれている. それらは主に, 光によってマイクロ波／ミリ波信号の制御, 発生などを行なうことに注目するものである [1].

例えば, 光と物質 (主に半導体) の相互作用の結果として現れる光導電効果や光起電力効果をマイクロ波半導体デバイスの制御に応用するというのも 1 つのアイデアであり, IMPATT ダイオード [2], MESFET[3], HEMT[4] などの特性を光で制御して, これらの素子を用いたデバイス (増幅器 [3][5][6], フィルタ [7], 発振器 [8] など) の制御に関する研究も行なわれている.

一方, 移動体通信の無線信号の配信システムやフェーズド・アレイ・レーダなどのシステムを光ファイバとリンクさせる研究も盛んに行なわれており [9][10], そのインターフェースで光波とマイクロ波／ミリ波の相互作用を活用する場面が今後増加するものと考えられる.

具体的なリンクの方法としては, マイクロ波信号 (RF) で変調された光を GaAs MESFET や AlGaAs HEMT などのマイクロ波デバイスのゲート電極近傍に照射し, 同時に電気的にゲート端子を励振 (LO) することで, 光にのせたマイクロ波信号と直接ミキシングを起こさせその中間周波数 (IF) を得ることが試みられている [11][12]. これらは, MESFET や HEMT といった 3 端子デバイスが, その相互コンダクタンスがゲート電圧に対し非線形な依存性を持つことでミキサとして動

作し, かつこれらが光検出機能を有することに着目している.

このような光波とマイクロ波の直接ミキシングの応用として, 光を変調するマイクロ波信号をサブキャリアとして捉え, これに音声•映像信号などをのせた場合に, その信号検出を高効率に行なうことが考えられる [13]. 現在商用化されているサブキャリア多重 (SCM) 方式を用いた強度変調／直接検波方式の光通信システムにおける受信器は, 従来高速のフォトダイオードとプリアンプ, 更にダウンコンバート用のミキサによって構成されているが, GaAs MESFET などの３端子デバイスを光検出器兼ミキサとして用いることで受信器構成を簡素化できる可能性がある. 更にゲート電極に印加する LO さえ適当にチューンすれば所望のチャンネルの信号を選択するようなことも１つのデバイスでできる可能性がある.

以上の観点から, 本論文では, 光波とマイクロ波の直接ミキシングに着目して行なった研究結果について報告する. まず, GaAs MESFET に光を照射した際の I-V 特性などの基礎特性の変化について述べ, その後強度変調光とマイクロ波を MESFET に同時に印加した場合に起こるミキシングについて詳述する. 更に, 光源となる半導体レーザを２個用意し, それぞれに別のサブキャリア信号をのせ, 各々をさらに低周波の信号で変調した場合に, LO を適当に選ぶことで独立したチャンネルの信号成分を検波•復調することに成功したので合わせて報告する.

2. 光照射時の MESFET の特性

図 1 に今回実験に用いた GaAs MESFET(MEtal Semiconductor FET) の基本構造を示す.MESFET では, 半絶縁性 GaAs 基板上に, 3 〜 5μm の厚みの高抵抗バッファ層と 0.2 〜 0.3μm の厚みの n - GaAs 層を結晶成長させ, ソース, ゲートおよびドレインを形成する.

MESFET の動作原理は, ゲート電極下の空乏層の幅をゲート・ソース間の逆印加電圧によって変化させ, 活性層のチャネル抵抗を制御 (つまり, ソース・ゲート間の電流の制御) するというものである.

これまでに, MESFET に光を照射することによりゲインや相互コンダクタンス, 寄生容量といった素子の特性が変化することが示されている. この特性の変化を有効に用い, 増幅器のゲイン制御, 発振器の周波数ロッキング, チューニングなどを行なった例が報告されている [3]-[6].

MESFET の他, HEMT(High Electron Mobility Transistor) や HBT (Heterojunction Bipolar Transistor) といった素子でも同様な特性制御が行なわれている.

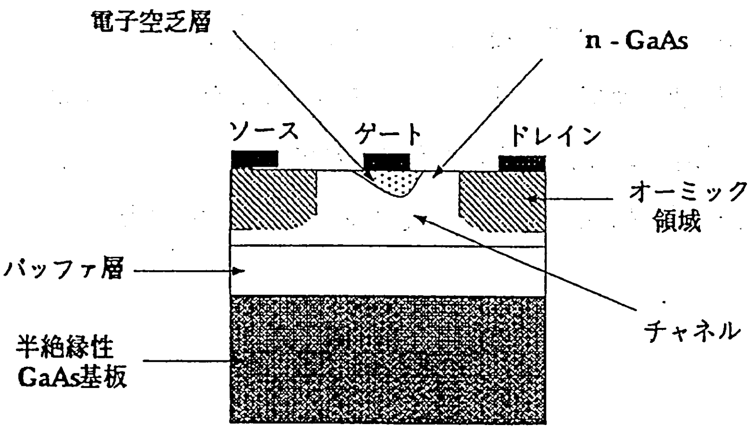


図 1 MESFET の基本構造

図2にMESFETの光応答メカニズムの概念図を示す. GaAs MESFETやAlGaAs HEMTに光を照射した場合の光応答としては, ドレイン・ソース間の電流の増加や相互コンダクタンスの変化が挙げられる. その基本的な原理は, 素子の活性層中に電子-正孔対を光励起することにあり, これは, FETのドレイン・ソース間に活性層中の構成物質のバンドギャップ (MESFETでは, GaAsで0.42eV) と等しいかそれ以上のエネルギーを持つ光を照射することで達成される.

光と半導体の相互作用の結果として現れる現象のうち, 主に光導電効果および光起電力効果の二つがFETの光応答に寄与している.

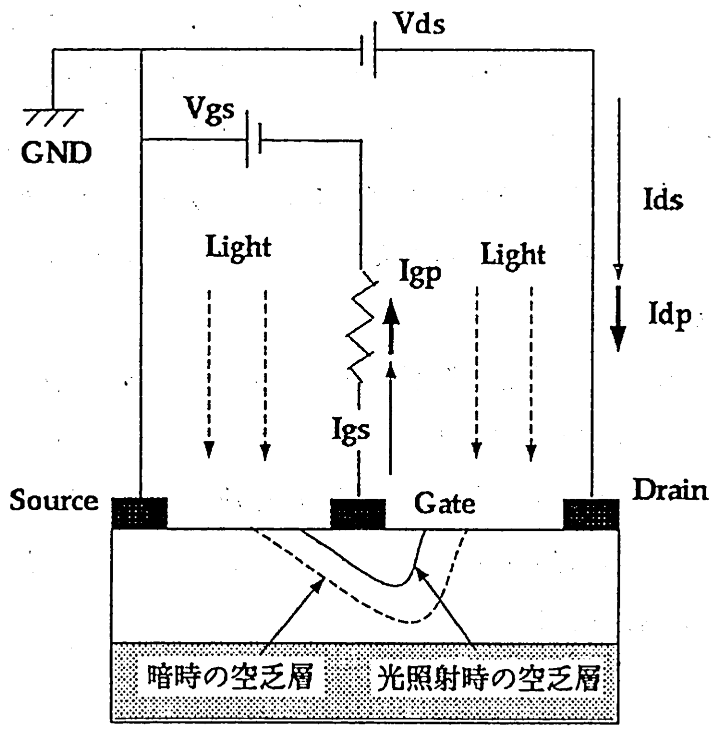


図2 光照射時のMESFETの応答

FET の光導電効果は, 光励起によるキャリアの増加で半導体の導電率が増加し, ドレイン・ソース間のバイアスによるキャリアの走行時間がそのライフタイムより短くなれば, 電流の増加を助長するというものである.

また, 光起電力効果については, 次の二つが考えられる.

- 外部起電力効果
- 内部起電力効果

ここでいう外部起電力効果とは, 例えば n チャネルのデバイスの場合, ゲート電極下の空乏層近傍にて生成されたキャリアのうち, 正孔が空乏層電界によってゲートへと掃き出され, 外部抵抗が存在する場合には, 逆バイアスを与えているゲートに対して正バイアスを印加するのと同等の効果があるというものである. つまり, 空乏層の幅が光照射によって縮小し電流の変化や相互コンダクタンスの変化を促す. 外部抵抗はゲート・ソース間の内部抵抗が大きいため, 大きく (数 $k\Omega$ 〜数 $M\Omega$) する必要がある.

一方内部起電力効果は, 光照射後, 活性層とバッファ層の間に存在する拡散障壁付近で吸収されたフォトンによって生じた電子-正孔対が, 電界によって高抵抗のバッファ層へ掃き出され, 開放起電力を形成するというものである. この起電力もゲートに対して正バイアスする効果があり, 空乏層幅を縮小する.

I-V 特性の変化

図3, 図4は, CW 光を MESFET のゲート電極近傍に照射した時の I-V 特性の変化を示す. 今回測定に使用した素子は C ～ Ku 帯用低雑音 N チャネル GaAs MESFET で, ゲート幅 $280\mu m$, ゲート長 $0.3\mu m$ となっている. 図5にこの素子のゲート電極部の拡大写真を掲載する. 光源としては, 波長 $780nm$ の半導体レーザを用いている.

LD を出た光は一度レンズで絞り込み, 2枚のミラーで反射させたあと, MESFET のゲート近傍に集光するためにもう一度レンズで絞っており, 資料とレンズとの間隔は約 $10mm$ 以下となっている. このためレーザからの光は幾分減衰しており, 2枚目のミラー反射後で $300\mu W$ 程度になっている. 以下でも, 光のパワーに関するデータは2枚目のミラー反射後の値となっている.

図3は $I_{ds}-V_{ds}$特性で, 各ゲート・バイアス条件に対し, 一様に数 m ～ 10mA 程度の電流増加が認められる. また, 光のパワーをある程度上げていくと光電流の増加は鈍化し, 飽和する傾向があることが確認された.

図4は $I_{ds}-V_{gs}$特性で, これより FET の特性を特徴づけるパラメータの一つ, 相互コンダクタンスの変化を評価できる. 数式的に相互コンダクタンス g_mは $g_m = dI_{ds}/dV_{gs}$と書ける. 同じ V_{gs}の変化に対し, 光照射時の電流変化の方が大きく相互コンダクタンスもより大きな値となる. 一般にデバイスの g_mが高いほど大きなゲインが得られ, 高周波特性も良いとされているので, 光照射により MESFET の特性が改善されていることがわかる.

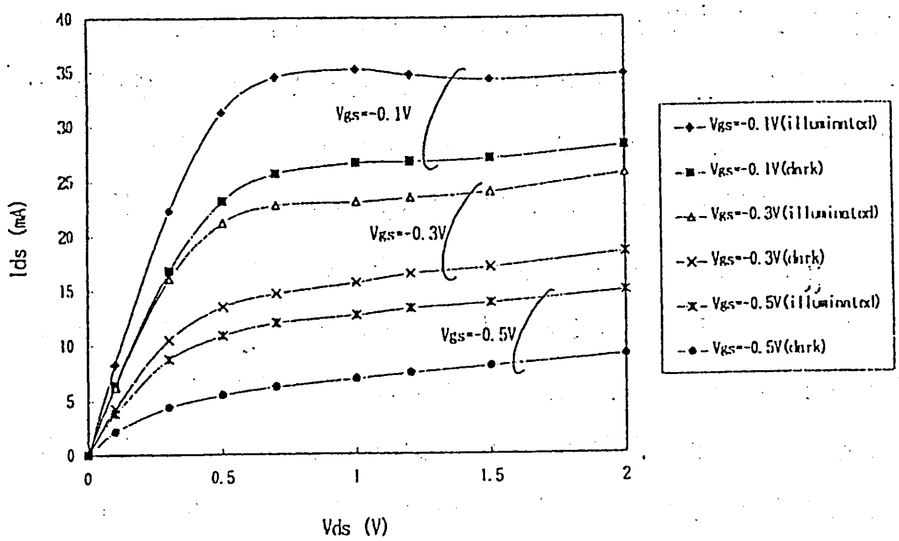


図 3 光照射時の $I_{ds} - V_{ds}$特性

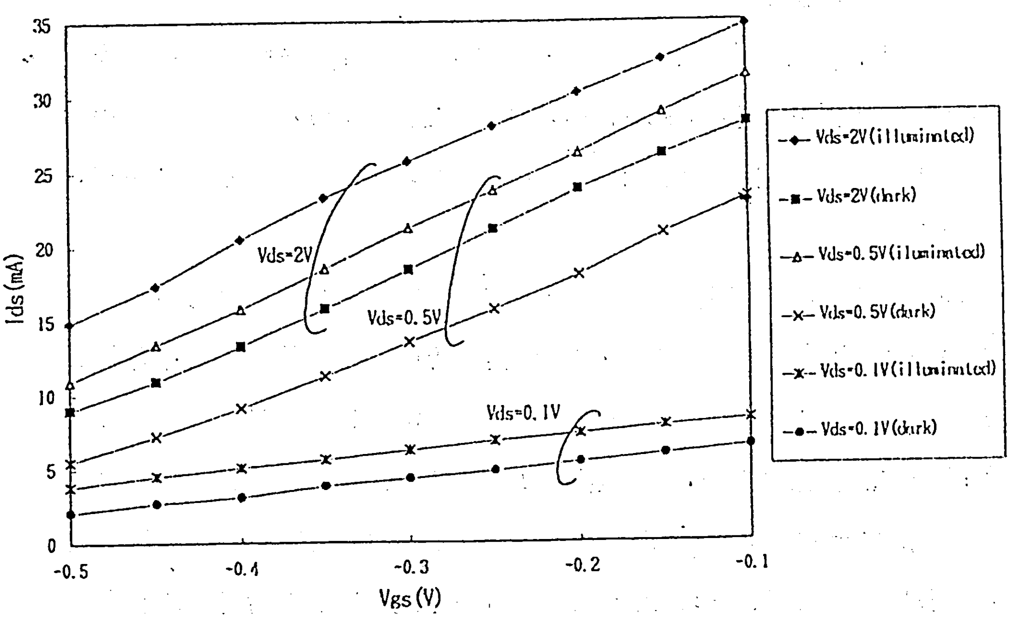


図 4 光照射時の $I_{ds} - V_{gs}$特性

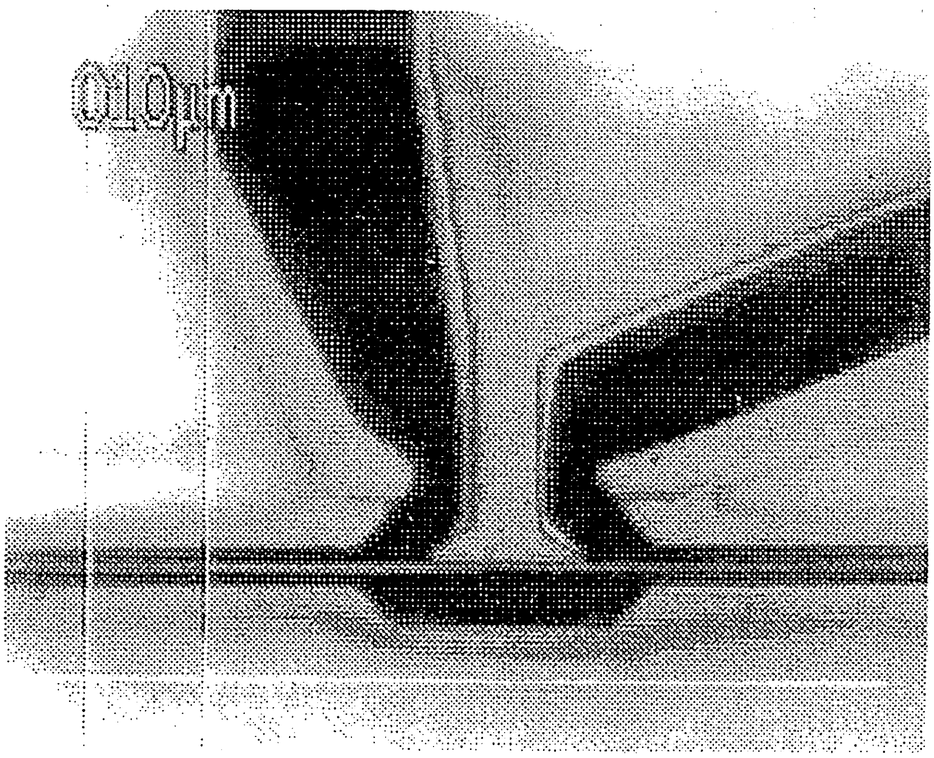


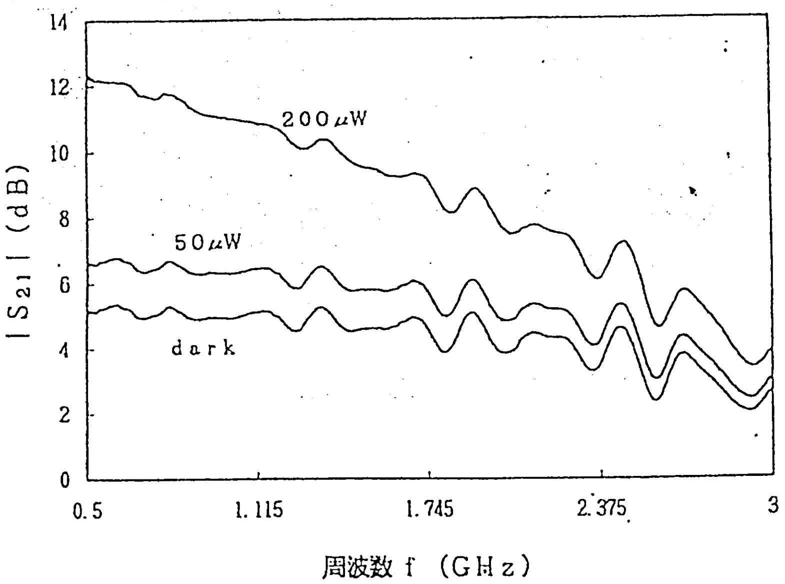
図 5 MESFET のゲート電極部の拡大写真

マイクロ波特性の変化

図6はネットワークアナライザを用いて測定したFETのマイクロ波特性の変化である．ここでは順方向利得を示すS_{21}の変化を見ている．(a)(b) 各図におけるFETへのバイアス条件は (a) $V_{gs}=-0.4V$, $V_{ds}=0.7V$, (b) $V_{gs}=-0.4V$, $V_{ds}=1.2V$である．

両図から，光照射によって増幅度が大きくなっているのがわかる．(a)(b) の比較により，$I_{ds}-V_{ds}$特性における変化の激しい付近の (a) の方が光照射に対しよりセンシティヴであるといえる．

図7は照射する光のパワーに対する増幅度の変化を周波数をパラメータにプロットしたものである．低周波側ではほぼ同程度のS_{21}の増加が見られるが高周波側ではその傾向が鈍化する．



(a) FETのマイクロ波特性 S_{21} ($V_{gs}=-0.4V$, $V_{ds}=0.7V$)

図８は光パワーに対するS_{21}の変化をゲート・ソース間電圧V_{gs}をパラメータにしてグラフ化したものである. 暗時の場合, $V_{gs}=-0.4V$の時は他の２条件の時よりS_{21}の値は小さいが, 光を照射することでゲインが増加し, $200\mu W$のレーザ照射に対して他のバイアス条件の場合とほぼ同じになる.

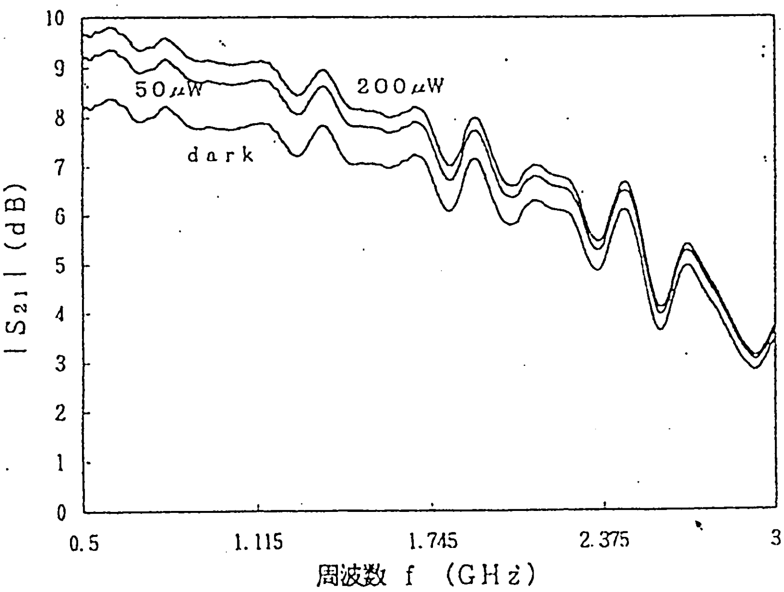


図 6 (b) FET のマイクロ波特性 S_{21} ($V_{gs}=-0.4V$, $V_{ds}=1.2V$)

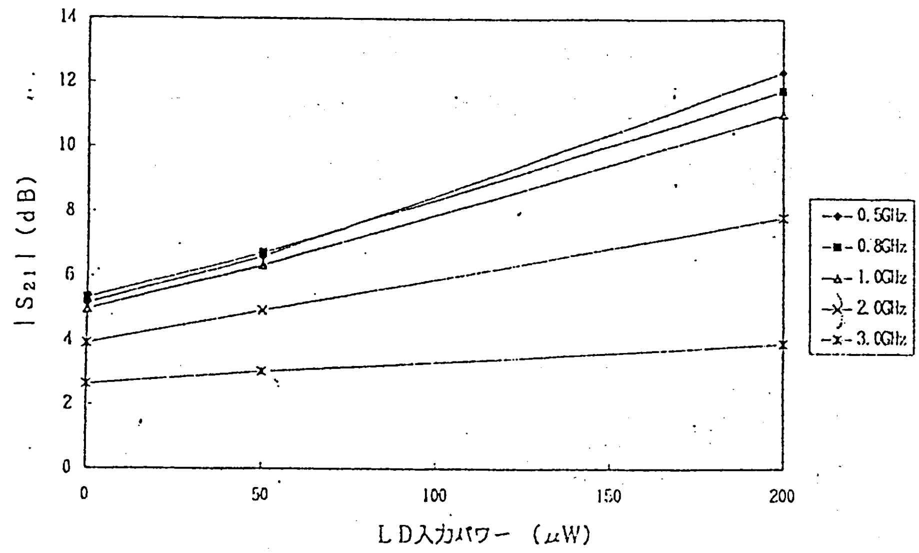


図 7 光パワーに対する S_{21}の変化 ($V_{gs} = -0.4V$, $V_{ds} = 0.7V$)

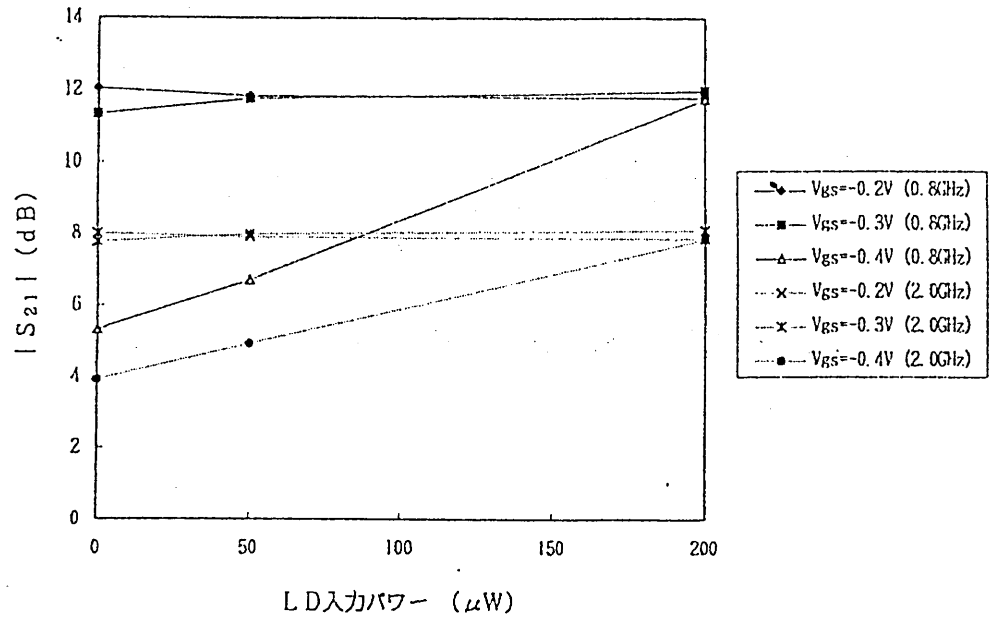


図 8 光パワーに対する S_{21}の変化 ($V_{ds} = 0.7V$)

周波数特性

図9は変調光を照射した際のMESFETの周波数応答を見たものである. ドレインの出力レベルの測定はスペクトラム•アナライザで行ない, 半導体レーザの変調周波数はω_1で, その2倍, 3倍高調波成分まで検出されている. 図よりその周波数特性は約$-20dB/dec$の直線にのることがわかる. また特性にハンプが存在するが, LDの特性がフラットなのでMESFETがこのような応答を示すと考えられる.

PDとどちらが感度が良いかは, どのような素子を用いるかや素子への照射条件(パワー, 入射角度など)によって異なり, さらにMESFETなどは光検出用に作製されているわけではないので単純に比較できないが, 高周波になるとPDの方が特性が良く, 低周波においてはMESFETやHEMTの方が感度が良いという報告もある[14].

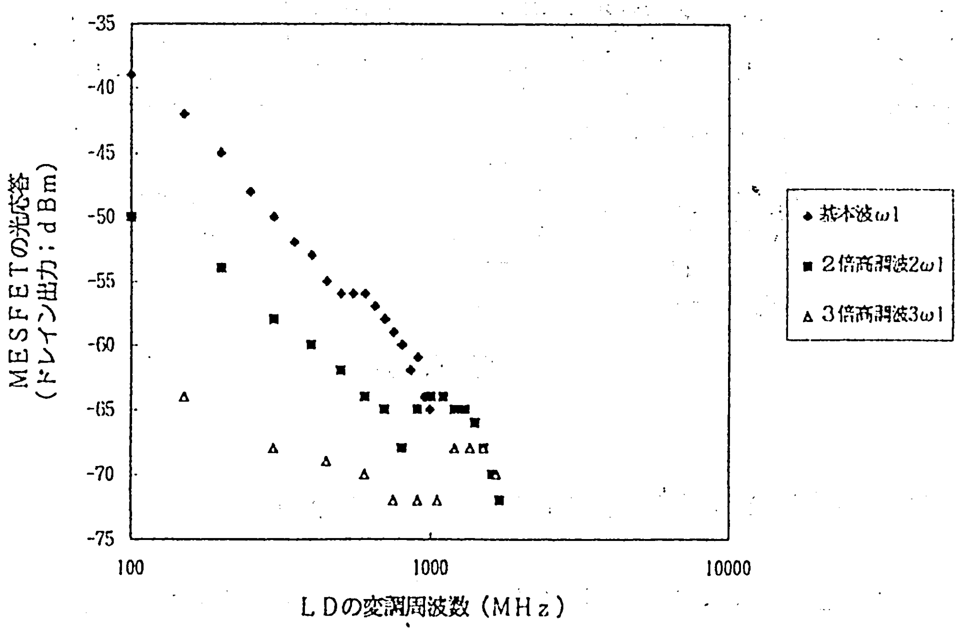


図9 変調光照射に対するMESFETの周波数応答

3.　光波とマイクロ波の直接ミキシング

図１０は変調光とマイクロ波の直接ミキシングを観測するための測定系である．半導体レーザ (LD) の波長は先と同じく 780nm, MESFET のゲート・ドレイン各端子は 50Ωで終端されている．

MESFET のゲート電極には，マイクロ波信号 (RF) で変調された光が照射され，同時に電気的に励振 (LO) される．その結果，光にのせた信号とゲートへの局発信号がミキシングを起こし，その中間周波数 (IF) を得ることができる．出力信号はドレイン端子から取り，各周波数成分のレベルの測定はスペクトラム・アナライザで行なった．

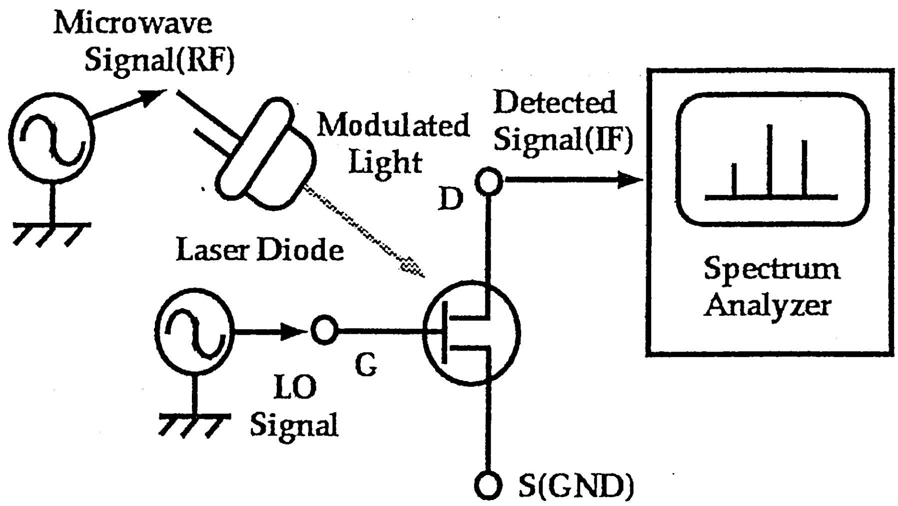


図 10 変調光とマイクロ波の直接ミキシング観測用システム

図１１の三つのスペクトル図は実際にミキシングが観測されたことを示す．各図の内容は，

(a) 変調周波数$\omega_1 = 812$ MHz の変調光のみをゲートに照射した場合,

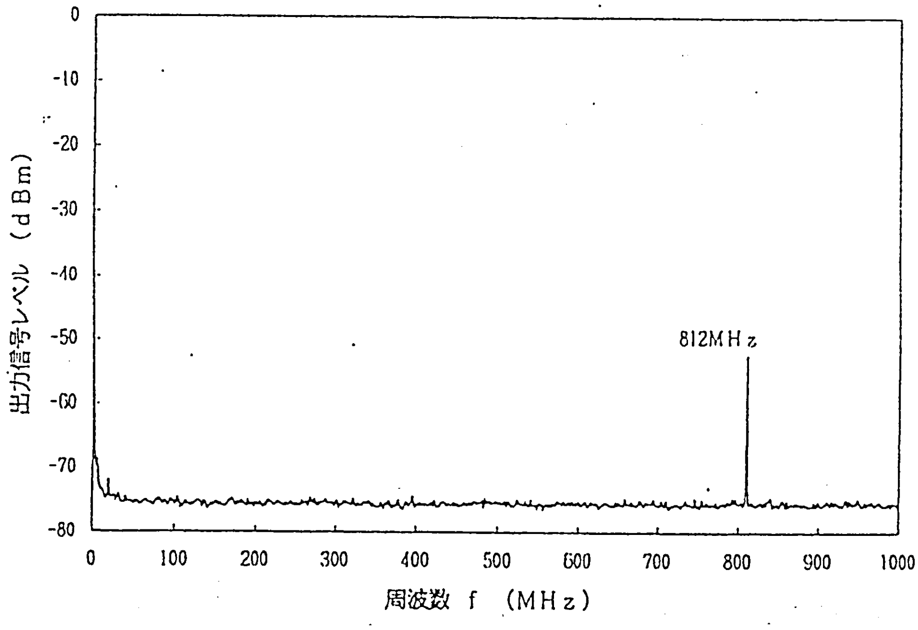
(b) 局発信号 (LO ; $\omega_2 = 712$ MHz) のみを印加した場合,

(c) MESFET に変調光, 局発信号を同時に加えた場合

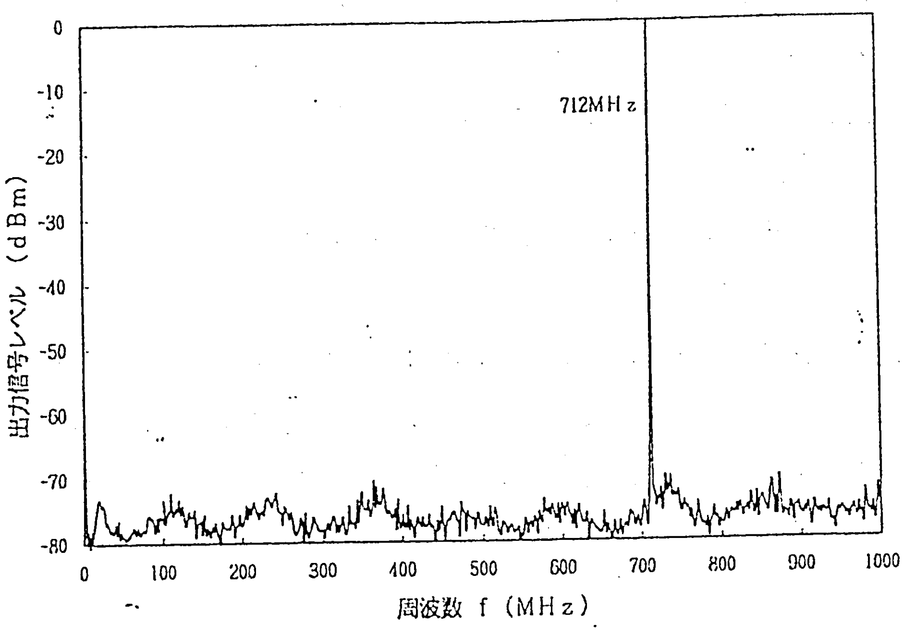
となっている.

(c) を見ると確かに 812MHz と 712MHz の差周波である 100MHz の信号が発生している.

GaAs MESFET や HEMT といった3端子デバイスは, その相互コンダクタンス g_m がゲート電圧に対し非線形な依存性を持っており, 更に光の強度に応じて g_mが変化することが, このようなミキサとしての動作を可能にしていると考えられる.



(a) 変調光のみをゲートに照射した場合



(b) 局発信号のみを印加した場合

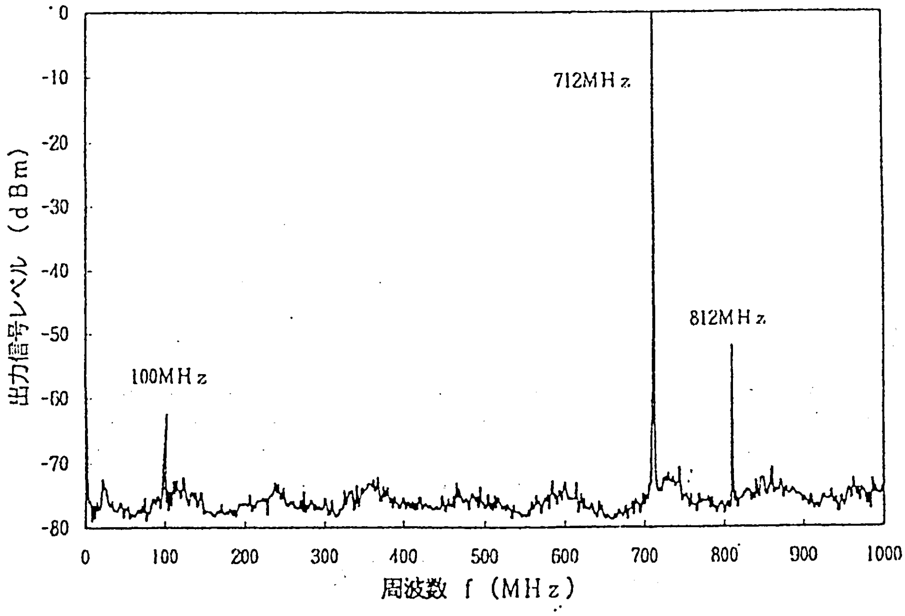


図 11 (c) 変調光, 局発信号を同時に加えた場合

RF および IF 周波数特性

図１２は MESFET を前述のようなミキサとして用いた場合の RF 周波数特性 (IF が一定となるよう LO を変化させた時の RF と IF 出力レベルとの周波数特性) であり, SCM 信号を受信する際などに必要と考えられる特性である.

一方図１３ (a) は, LO を固定し RF を変化させた時の RF と IF 出力レベルとの周波数特性で, IF は RF の変化とともに変化する. これは, 一つのチャネルのみを送受信するコンバータに要求される周波数特性である.

IF のレベルは, MESFET のゲート・ドレイン両バイアス, LD のバイアス (V_{LD}) などにも依存し, 予備実験の結果最適と思われる $V_{ds} = 1.0V$, $V_{gs} = -0.3V$, $V_{LD} = 3.3V$ に設定している. また, LD の変調信号レベルは 10 dBm, LO は-10 dBm で固定されている.

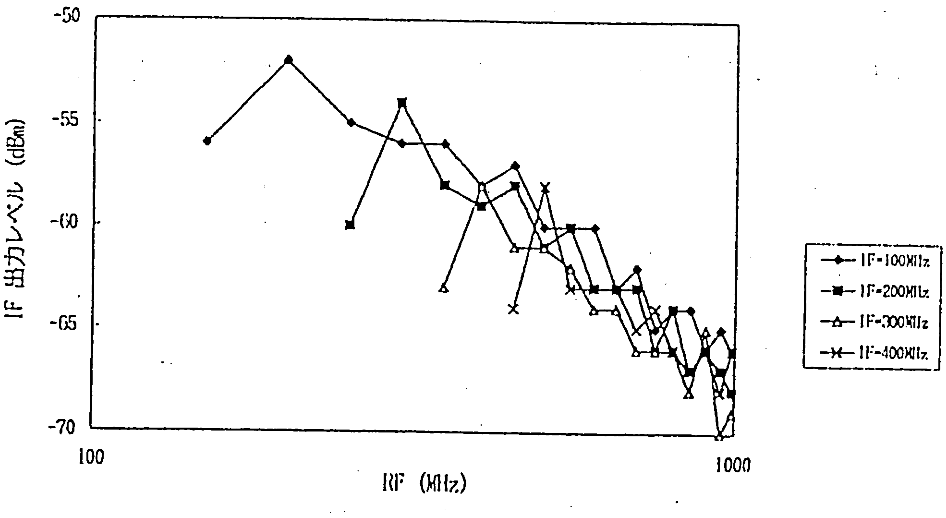
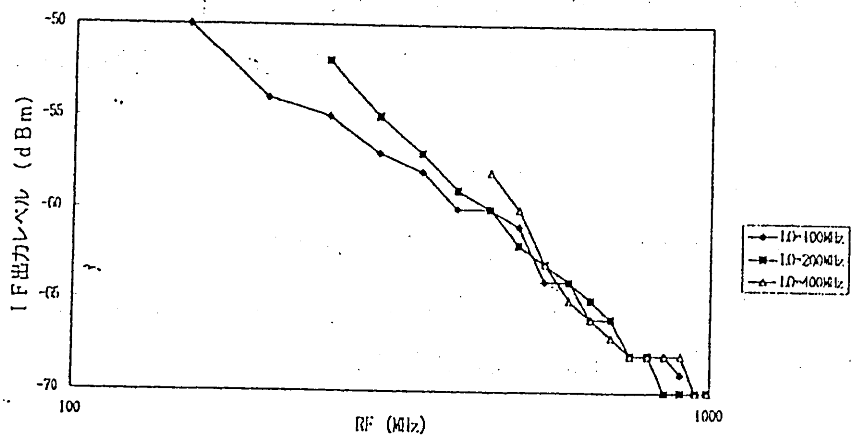


図 12 光波／マイクロ波直接ミキシング時の FET の RF 周波数特性

両特性とも, RF が高周波側にふれると IF の値にさほど依存しなくなる傾向があり, 大まかには図８同様$-20dB/dec$の直線にのると思われる.

一方図１３ (b) は, LO を固定し RF を変化させた時の IF と IF 出力レベルとの周波数特性で図１３ (a) の見方を変えたものであり, LO の周波数が高くなるほど IF のレベルは減少する傾向が認められる.



(a) 光波／マイクロ波直接ミキシング時の IF 周波数特性 (横軸 RF)

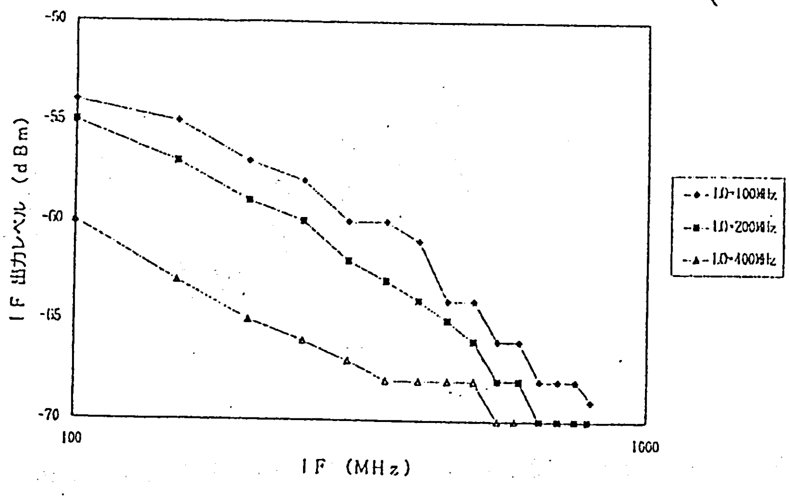


図 13 (b) IF 周波数特性 (横軸 IF)

インターセプトポイント

図１４はゲート端子への入力のうち，局発信号 (LO ; $\omega_2 = 712$ MHz) のレベルを変化させた時のω_2, $2\omega_2$, および LD の変調周波数$\omega_1 = 812$ MHz との差周波成分$\omega_1 - \omega_2 = 100$ MHz と和周波成分$\omega_1 + \omega_2 = 1524$ MHz の出力レベルの変化を示している．

同様に，図１５は LD の変調信号電力を変化させた時の，図１６は MESFET に光を照射する前にアテネータを挿入し光学的にパワーを変化させた時のω_1, $2\omega_1$, および$\omega_1 - \omega_2$, $\omega_1 + \omega_2$の出力レベルの変化を示している．

図１４より基本波成分ω_2と２次相互変調ひずみ$2\omega_2$の傾きの比は１：２となり，一方図１５よりω_1, $2\omega_1$の傾きは１：１で等しいことがわかる．ミキシングさせた際には差・和両成分は２次成分であるはずだが，傾きは基本成分と同じになっている．

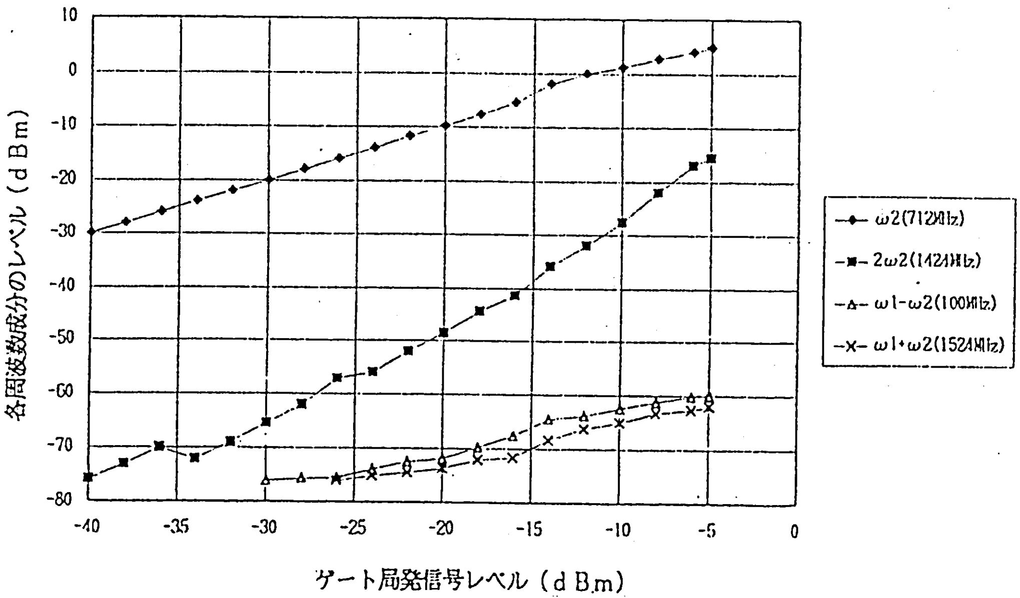


図 14 ミキシング成分の LO 信号レベル依存性

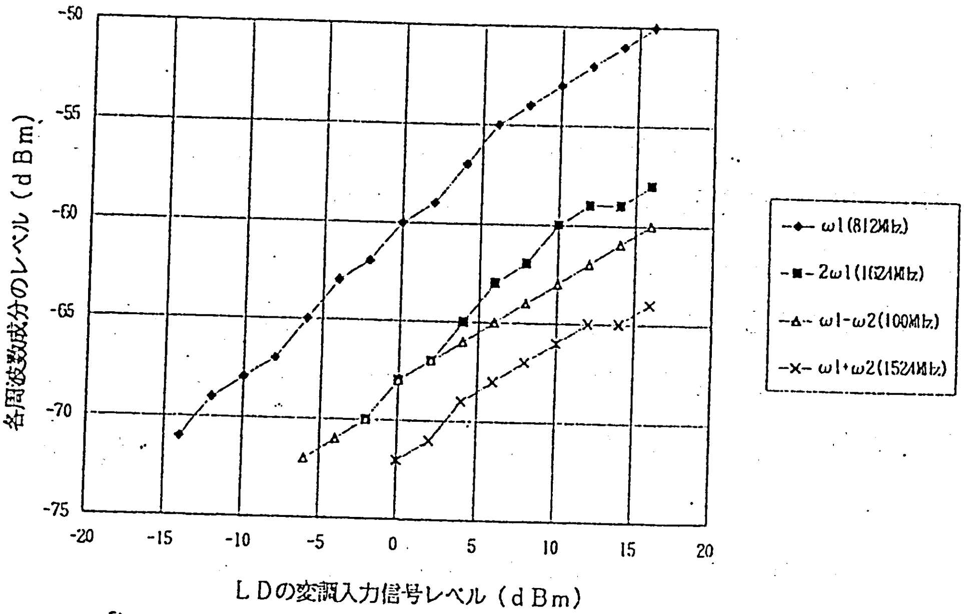


図 15 ミキシング成分の LD 変調電力依存性

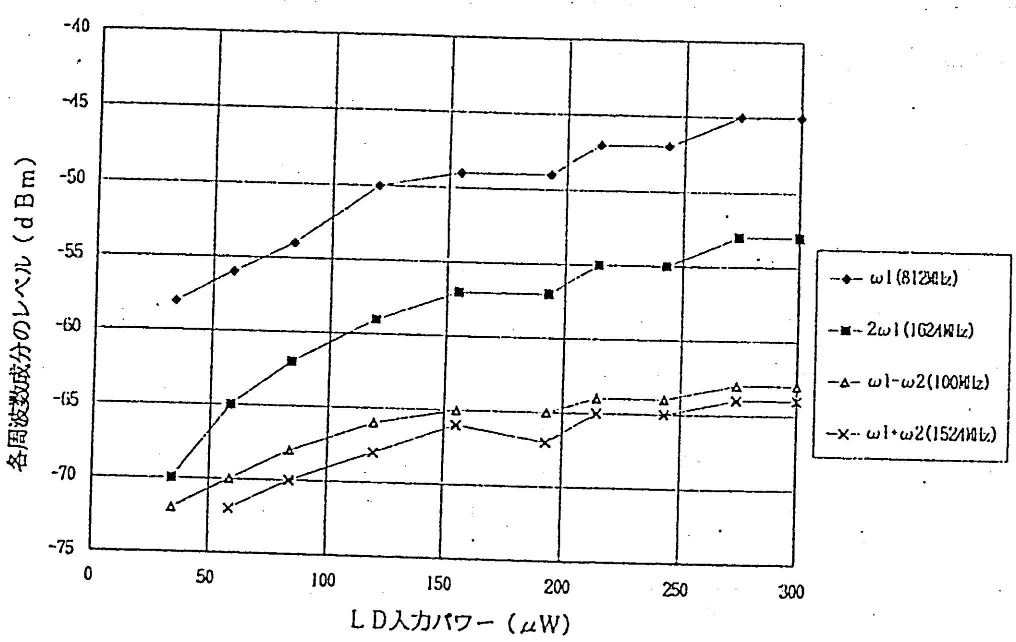


図 16 ミキシング成分の光パワー依存性

4.　２変調光とマイクロ波の直接ミキシング

前章で述べた変調光とマイクロ波の直接ミキシングの測定系に更に半導体レーザ (波長 787nm) をもう一つ光源として加え，ゲートへの変調光入力を２入力とすることを考える．図１７はこのための測定系を示す．

各々の半導体レーザの変調周波数を別々に設定し (ω_1, ω_2)，ゲート電極近傍に照射するとω_1, ω_2ともに検出できる．また，ω_1の変調光照射時にω_2の変調光を追加しても，元々検出されているω_1の信号にはほとんど変化はない．更に$\omega_1 - \omega_2$の差周波成分も検出されなかった．

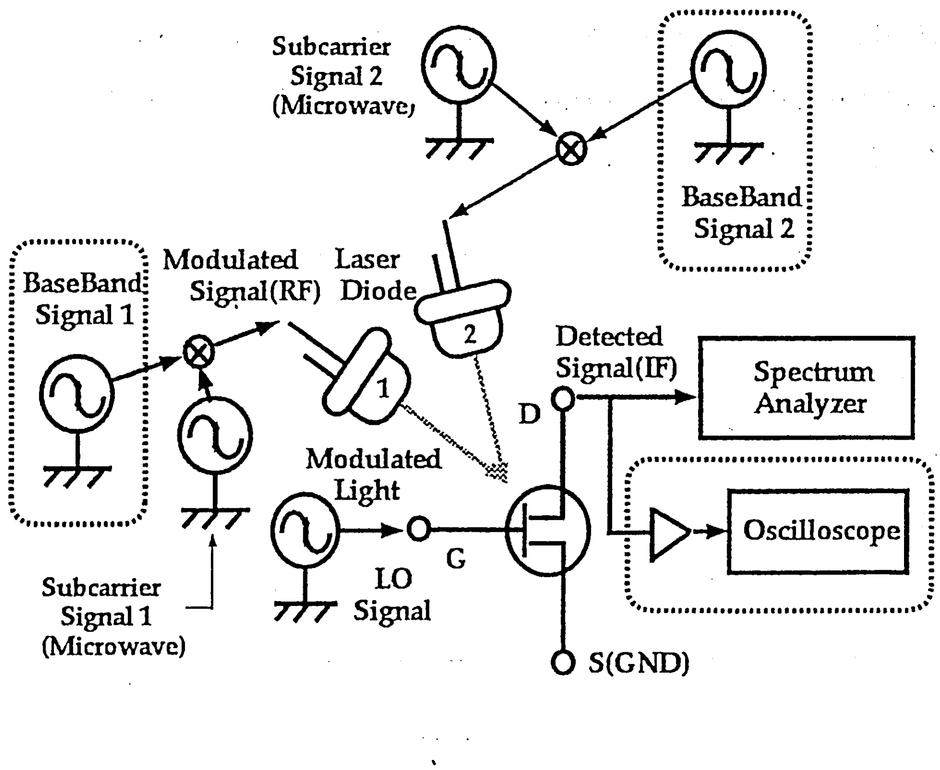


図 17　２変調光とマイクロ波の直接ミキシング観測用システム

図１８はω_2を 796 MHz に固定し，更に LO も 796 MHz に設定した時に，LD の変調周波数ω_1を 796.1 MHz から徐々に高周波側に遷移させた場合の$\omega_1 - \omega_2$成分のレベルをプロットしたものである．ω_1, ω_2の差が 1 MHz より近付くと差周波成分のレベルが急増する．また，796 MHz の変調光を照射せず LO だけの印加に限っても同じ結果になる．これは，直接ミキシングは光の印加による MESFET の非線形性の変化によるのではなく，電気的な励振による非線形性の変化に依存することを示唆する．

図１９は図１８と同じ測定条件の下でω_1の変調周波数を$\omega_1 = 796.1$ MHz, $\omega_1 = 796.3$ MHz, $\omega_1 = 797$ MHz に選び，ゲートに印加するω_2の LO の信号レベルを変化させた時の IF 成分の変化を見たものである．IF 成分は局発信号が大きいと飽和し，傾きは図１４～１６と同様ほぼ１次となる．

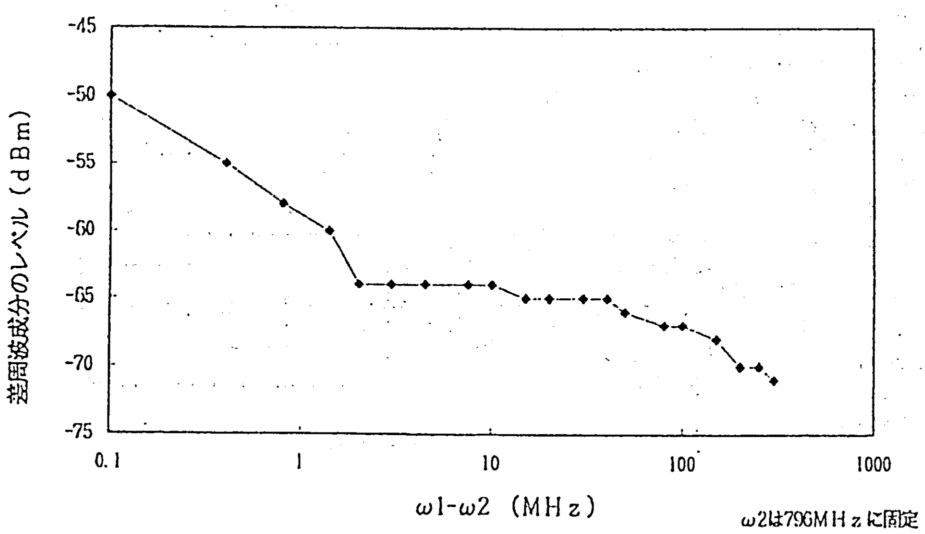


図 18 2光波サブキャリア信号の分離特性

図２０は同様に，ゲートに光を入射する前にアテネータを挿入し，光学的に光のパワーを変化させた時の IF レベルの変化を見たものである．どの場合も同様な変化をしているが，興味深いのはω_1(RF) のレベルよりも IF 成分の方が大きくなる場合があり，この傾向はω_1とω_2の差が小さいほど顕著となる．

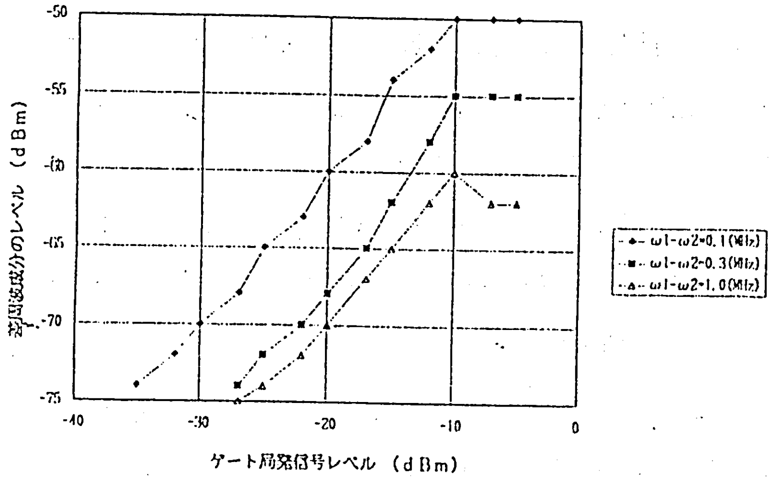


図 19 ２変調光照射時の IF 成分の LO レベル依存性

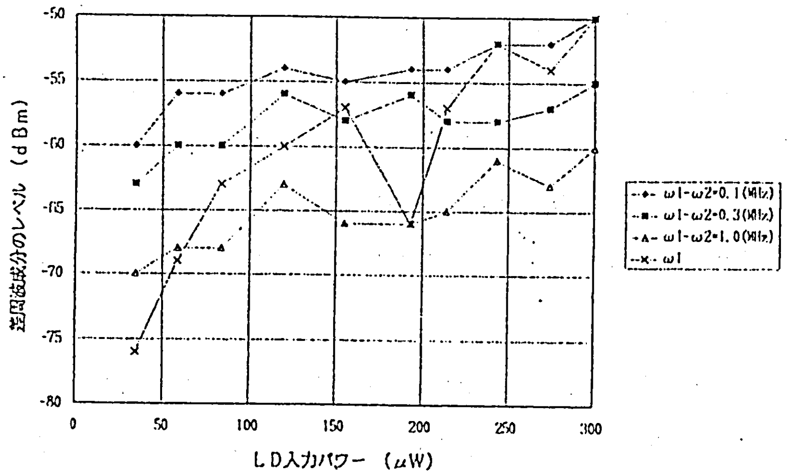


図 20 ２変調光照射時の IF 成分の光パワー依存性

今までに述べた光波とマイクロ波の直接ミキシングの応用として，光を変調するマイクロ波信号をサブキャリアとして捉え，これに音声•映像信号などをのせた場合に，その信号検出を高効率に行なうことが考えられる．現在のサブキャリア多重(SCM)方式を用いた強度変調／直接検波方式の光通信システムにおける受信器は，高速のフォトダイオードとプリアンプ，更にダウンコンバート用のミキサによって構成されているが，マイクロ波帯においては回路の寄生容量やインピーダンス不整合によって，光検出器とミキサ間の電気的結合がとりにくく，これが受信器の効率や周波数応答を悪化させる要因となっている [11]. GaAs MESFET などの3端子デバイスを光検出器兼ミキサとして用いることで受信器構成を高効率化•簡素化できる可能性があり，更にゲート電極に印加する LO さえ適当にチューンすれば所望のチャンネルの信号を選択するようなことも1つのデバイスで実現することも考えられる．

これまでの半導体レーザの変調信号をサブキャリア信号と見立て，これを低周波の信号で変調することを考える．よって，図１７は一種のサブキャリア多重を実現する系と見ることができる．

今までの結果より，数 MHz 以上の間隔をおいた２本のサブキャリア信号に別々の信号をのせ，これを２光波入力として MESFET に照射し，同時に LO をどちらかのサブキャリア周波数にセットすれば，互いに影響を及ぼすことなくそのチャネルの信号を検出できることが予想される．

ここではω_1 =988 MHz とω_2 =904 MHz をサブキャリア周波数として選び，各々に 100 kHz の方形波と 50 kHz の正弦波をのせ，図１７の

測定系中のパラメータを表1のように設定する.

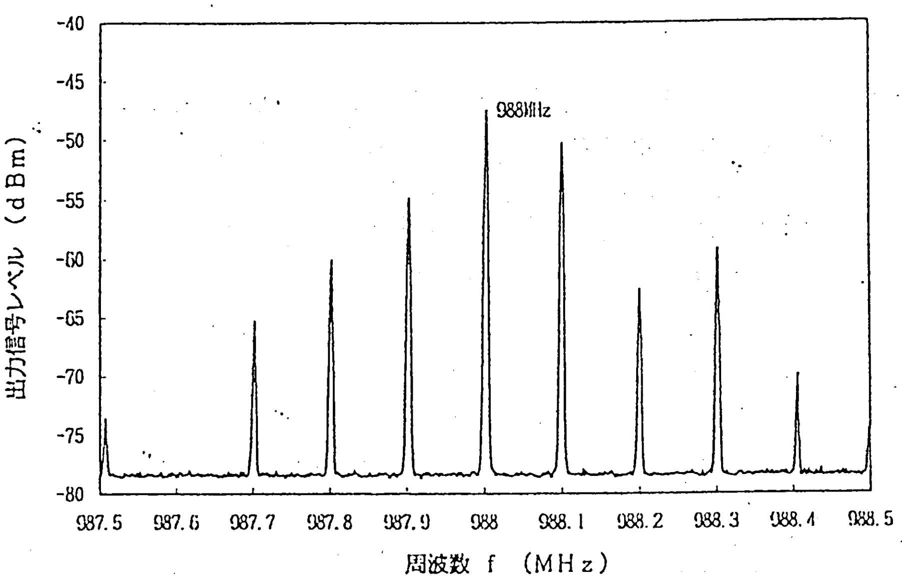
表1 2光波サブキャリア多重信号とマイクロ波の直接ミキシング

サブキャリア周波数 サブキャリア信号電力	ω_1 988 MHz 11.11 dBm	ω_2 904 MHz 17.04 dBm
低周波信号 (原信号) 周波数 振幅	方形波 100 kHz 1.1 V	正弦波 50 kHz 200 mV
LD バイアス 光パワー	3.23 V 370 μW	3.48 V 430 μW
ゲート局発信号	-5.0 dBm	
FET バイアス V_{ds} FET バイアス V_{gs}	1.0 V -0.285 V	

図2 1はLO無印加時, MESFETによって検出されたω_1, ω_2付近の信号のスペクトルである.

図2 2はLOをω_1にセットした時のdc付近のスペクトルと復調された100 kHzの方形波である. 波形のひずみの原因は, 発振器の変調帯域が40 kHzであることと, MESFETへのバイアス供給と高周波信号の観測のためにドレイン側に挿入したバイアスティーのカットオフが100 kHzであることが考えられる.

図2 3はLOをω_2にセットした時に観測されたスペクトルと波形である. LDの相互変調ひずみを緩和するためにサブキャリア信号を大きくとれなかったため, 図2 2に比べ信号レベルは小さい. 更にバイアスティーの効果もあるが, 各々LOのチューニングによって, 波形のレベルは小さいが, 独立したチャネルの信号の検波・復調に成功している.



(a) MESFET で検出されたω_1付近のスペクトル (方形波変調)

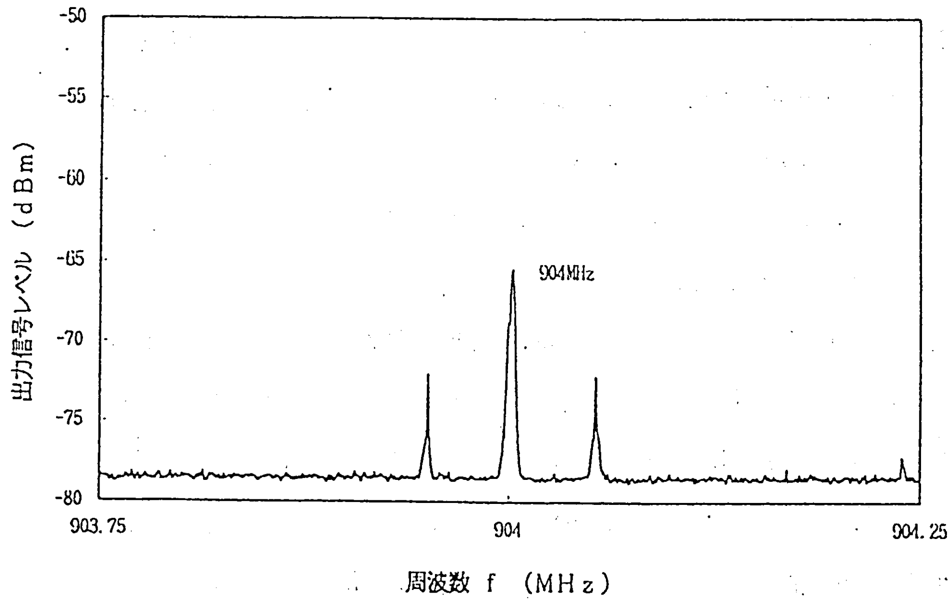
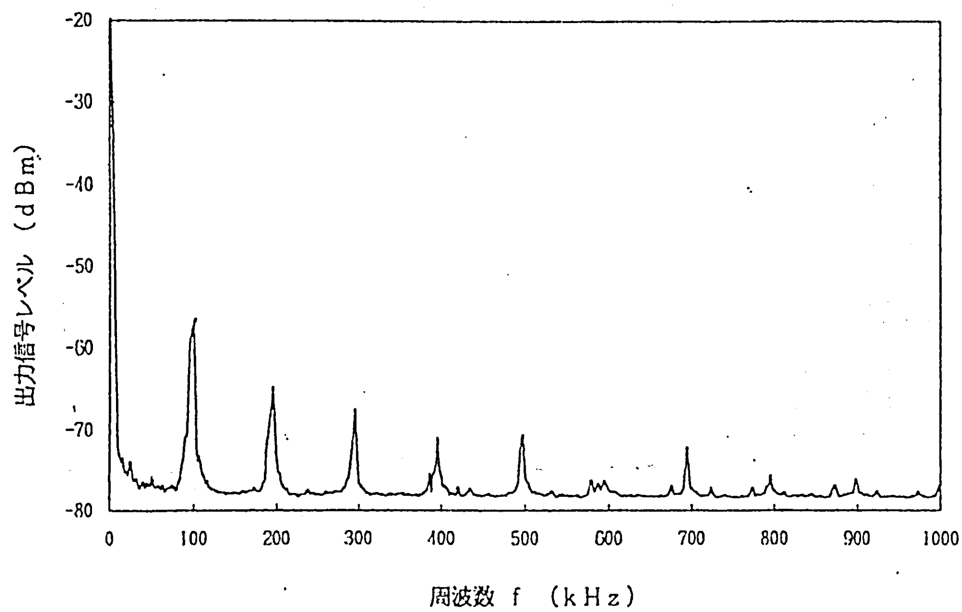


図 21 (b)MESFET で検出されたω_2付近のスペクトル (正弦波変調)



(a) ミキシング時の dc 近傍のスペクトル (方形波変調)

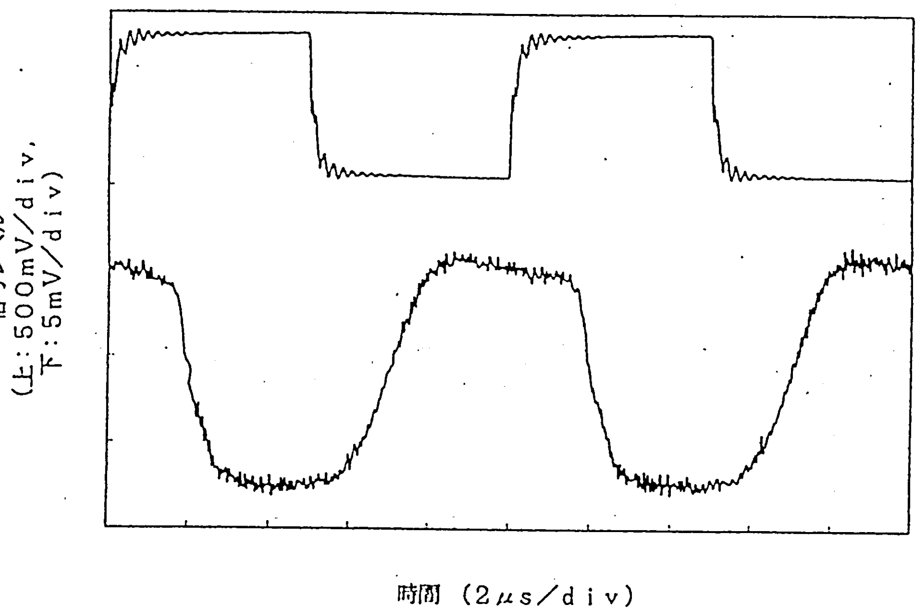
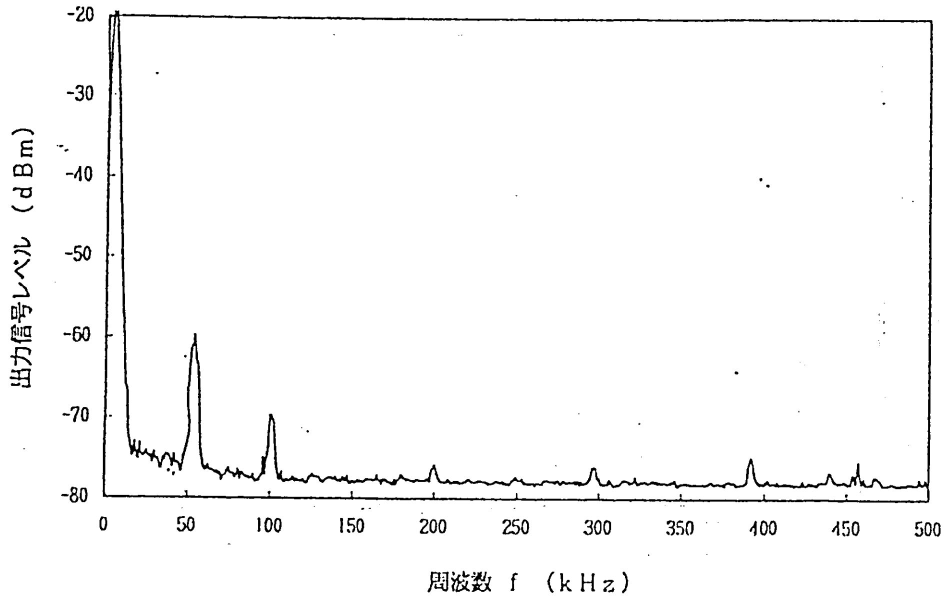


図 22 (b) 復調した波形 (下側) と原信号 (上側)(方形波変調)



(a) ミキシング時の dc 近傍のスペクトル (正弦波変調)

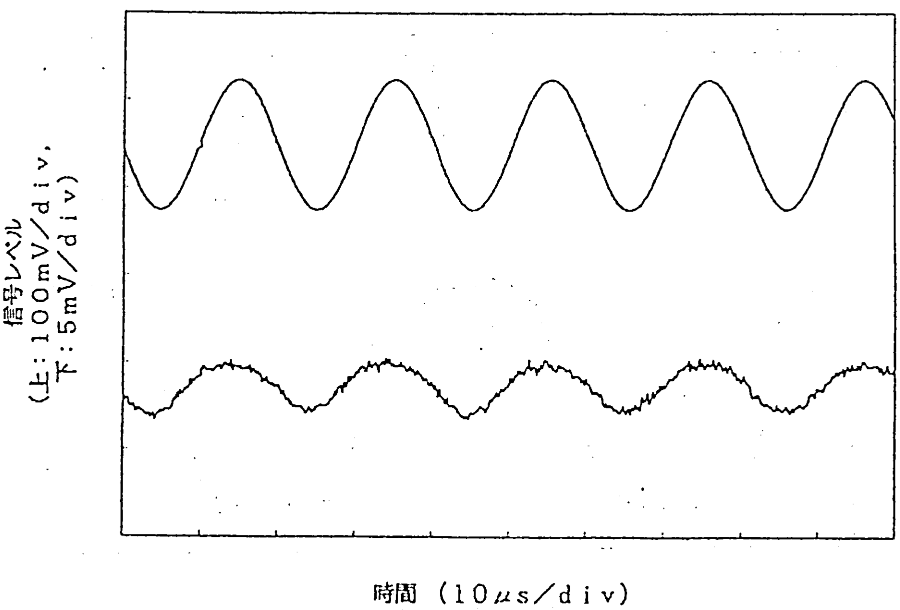


図 23 (b) 復調した波形 (下側) と原信号 (上側)(正弦波変調)

5. むすび

光波とマイクロ波の直接ミキシングとその応用について述べた. GaAs MESFET などの3端子デバイスに光検出器およびミキサの機能を同時に持たせることで, 検波•復調を同時に行なうなど新しい受信方式への応用や受信器の高効率化•簡素化が図れる可能性がある.

MESFET に光照射することで, その静特性において出力電流の増加や相互コンダクタンスの改善といった変化が見られ, マイクロ波特性についても S_{21} の増加が確認された.

またマイクロ波信号 (RF) で変調された光を GaAs MESFET のゲート電極近傍に照射し, 同時に電気的にゲート端子を励振 (LO) することで, 光にのせたマイクロ波信号と直接ミキシングを起こさせその中間周波数 (IF) が得られることが明らかとなった.

更にサブキャリア多重 (SCM) 方式を用いた強度変調／直接検波方式の光通信システムにおける受信器に, 光波とマイクロ波の直接ミキシングを応用することを考えた. サブキャリア多重の方法として2光波による多重を試み, LO を適当にチューンすることで独立したチャネルの信号成分が検波•復調できることを示した.

今後は, 光検出器およびミキサとしての MESFET の特性を改善するため, その設計パラメータの抽出が必要である. また, 光波とマイクロ波の直接ミキシングを応用した新しい受信方式の検討が課題となる.

参考文献

[1] P. R. Herczfeld, Guest Ed., "Special issue on applications of light-wave technology to microwave devices, circuits, and systems," IEEE Trans. Microwave Theory Tech., vol. MTT-38, no.5, pp465-466, May 1990.

[2] P. R. Herczfeld, A. S. Daryoush, A. Rosen, A. K. Sharma, V. M. Contarino, "Indirect Subharmonic Optical Injection Locking of a Millimeter-Wave IMPATT Oscillator, " IEEE Trans. Microwave Theory Tech., vol. MTT-34, no.12, pp1371-1376 Dec 1986.

[3] A. A. A. de Salles, "Optical control of GaAs MESFET's, "IEEE Trans. Microwave Theory Tech., vol. MTT-31, no.10, pp812-820, Oct 1983.

[4] R. N. Simons, "Microwave Performance of an Optically Controlled AlGaAs/GaAs High Electron Mobility Transistor and GaAs MESFET, " IEEE Trans. Microwave Theory Tech., vol. MTT-35, no.12, pp1444-1455, Dec 1987.

[5] A. A. Salles and J. R. Forrest,"Initial Observations of Optical Injection Locking of GaAs Metal Semiconductor Field Effect Transistor Oscillators's, " Appl. Phys. Lett., vol.38, no.5, pp392-394, Mar. 1981.

[6] A. J. Seeds and A. A. A. de Salles, "Optical control of microwave

semiconductor devices," IEEE Trans. Microwave Theory Tech., vol. MTT-38, no.5, pp577-585, May 1990.

[7] Yukio Yamamoto, Ken-ichi Kawasaki, and Tatsuo Itoh,"A MESFET-Controlled X-Band Active Bandpass Filter, "IEEE Microwave GuidedWave Lett. vol.1, no.5, pp110-111, May 1991.

[8] A. S. Daryoush, P. R. Herczfeld, Z. Turski, and P. K. Washi, "Comparison of Indirect Optical Injection-Locking Techniques of Multiple X-Band Oscillators, " IEEE Trans. Microwave Theory Tech., vol. MTT-34, no.12, pp1363-1370, Dec .1986.

[9] A. J. Seeds, "Optical Technologies for Phased Array Antennas," IEICE Trans. Electron., vol. E76-C, no.2, pp198-206 Feb. 1993.

[10] 今井伸明, 末松英治, 川村博史, 松井一浩, 小川英一, "パーソナル通信用光／マイクロ・ミリ波変換回路およびミリ波ファイバリンク," 信学技報, LQE94-83, pp79-84, Jan. 1995.

[11] Z. Urey, D. Wake, D. J. Newson, I. D. Henning,"Comparison of InGaAs transistors as optoelectronic mixers", Electron. Lett., vol. 29, 20, pp1796 -1797 Sept. 1993.

[12] T. Berceli, P. R. Herczfeld, A. Paolella, "A new high-efficiency optical-microwave mixing", 23rd European Microwave Conference Proceedings, Madrid, Spain , pp317-319, vol.1, Sept. 1993.

[13] T. Berceli,"A new optical reception method using microwave subcarriers", 24th European Microwave Conference Proceedings, pp1679-1684, Cannes, France, Sept. 1994.

[14] S. Banba, E. Suematsu, H. Ogawa, "Fundamental properties of HEMT photodetector for use in fiber optic links", 23rd European Microwave Conference Proceedings, Madrid, Spain, pp747-750 vol. 1, Sept. 1993.

輻射科学研究会資料
RS 95-10

ランダム金属表面上の表面プラズモンモードの励振 –局在現象–

小倉 久直、王 志良
(京都大学 工学部 電子工学教室)

1995 年 10 月 6 日
輻射科学研究会
(大阪電気通信大学)

Surface Plasmon Mode on Random Rough Metal Surface — Localization Effect

H. Ogura and Z. L. Wang*

Department of Electronics, Kyoto University

Yoshida, Kyoto 606 Japan

Abstract

The random wave fields at the resonant scattering on the surface of a random rough grating are numerically calculated by the stochastic functional approach. The wave localization on the surface can be clearly observed from the spatial distribution of the random wave fields, although in the present time the convergent results have not been reached, due to the approximation used in the iterative calculation for higher dimensional stochastic integrals and the limitation of the computer capacity. The stronger wave localization can be expected for more rough surfaces.

In recent years, there has been considerable interest in the study of wave scattering from randomly rough surfaces by various approximate or rigorous electromagnetic theories.[1–3] Moreover, a special attention has been attracted into the backscattering enhancement and the localization effect by the rough surfaces. To show the backscattering enhancement, only the incoherent scattering distribution from an ensemble of randomly rough surfaces needs to be calculated by an average process. However, to investigate the localization effect, the random wave field scattered by a realization of rough surfaces has to be calculated. As pointed out by Saillard and Maystre,[4] the problem of rigorous computation of the field scattered

*On leave from the National Key Laboratory of Optical Fiber Communication, University of Electronic Science and Technology of China, Chengdu 610054, People's Republic of China

by random rough surfaces is one of the most difficult to handle in the discipline of electromagnetism and optics, owing to the need for dealing with surfaces having a large number of illuminated asperities. Due to this difficulty, merely a few papers have been devoted to the study of the real localization effect by the so-called beam-simulation method,[5–7] in which only the surface with a finite length of about a few tens of wavelengths was considered.

In a previous paper,[8] we have shown by the stochastic functional approach that the enhanced backscattering from a silver film with a random rough surface can be explained by a "double" scattering process of the "dressed" or "renormalized" plasmon modes which already involves the multiple scattering effects. In this approach, the random wave fields are represented in terms of the Wiener-Hermite orthogonal functionals (Hermite polynomial of the Gaussian random measure), hence in principal, we can produce the random wave fields by introducing the Gaussian random numbers for the complex Gaussian random measure. In this communication, we report the first results of the random wave fields calculated in this way, for the same structure studied in Ref.8. Different from the beam-simulation method, our approach can treat a very long surface (about a few thousands of wavelengths), depending on the number of the Gaussian random numbers to simulate the Wiener-Hermite integrals. By this method we will see in the following that the wave localization is formed as a result of the "multiple" scattering of the "dressed" plasmon modes. However, in the present time, the amplitudes of the random wave fields we obtained become larger and larger with the increase of the order of the Wiener kernels used in the calculations. Fortunately, the shape of the spatial distributions of the random fields on the surface remains almost unchanged after a certain order. From these spatial distributions, the wave localization can be clearly observed.

For simplicity, we consider a random grating represented by a narrow-band homogeneous random field having the spectrum only in the neighborhood of $\lambda = \pm 2\lambda_r \equiv \pm 2\mathrm{Re}\lambda_{p0} \simeq \pm 2\mathrm{Re}\lambda_p$ where λ_p is the plasmon pole of the silver, such as

$$\begin{aligned} |F(\lambda)|^2 &= |F_0(\lambda + 2\lambda_r) + F_0(\lambda - 2\lambda_r)|^2 \\ &= \sigma^2 \frac{\ell}{2\sqrt{\pi}} \left[\mathrm{e}^{-\ell^2(\lambda+2\lambda_r)^2} + \mathrm{e}^{-\ell^2(\lambda-2\lambda_r)^2} \right], \qquad 2\lambda_r \ell \gg 1 \end{aligned} \tag{1}$$

where $F_0(\lambda) = \overline{F_0(-\lambda)}$ denotes a narrow-band spectral function taking values only in the neighborhood $\mho$ of $\lambda = 0$ such that $\lambda / 2\lambda_r \ll 1$: namely,

$$F_0(\lambda) \simeq 0, \quad \lambda \in \mho^c \tag{2}$$

Thus, we can write

$$F(\lambda) = F_0(\lambda + 2\lambda_r) + F_0(\lambda - 2\lambda_r) \tag{3}$$

The spectral representation for the random grating can therefore be written as a narrow-band homogeneous process with the carrier frequency $2\lambda_r$:

$$\begin{aligned} f(\mathrm{T}^x\omega) &= \mathrm{e}^{\mathrm{i}2\lambda_r x}\int_{\mho} \mathrm{e}^{\mathrm{i}\mu x} F_0(\mu)\mathrm{d}B(2\lambda_r + \mu) + \mathrm{e}^{-\mathrm{i}2\lambda_r x}\int_{\mho} \mathrm{e}^{-\mathrm{i}\mu x}\overline{F_0(\mu)}\mathrm{d}\overline{B(2\lambda_r + \mu)} \\ &= \mathrm{e}^{\mathrm{i}2\lambda_r x}\int_{\mho} \mathrm{e}^{\mathrm{i}\mu x}\mathrm{d}\beta_2(\mu) + \mathrm{e}^{-\mathrm{i}2\lambda_r x}\int_{\mho} \mathrm{e}^{-\mathrm{i}\mu x}\mathrm{d}\overline{\beta_2(\mu)} \end{aligned} \tag{4}$$

where $\mathrm{d}\beta_2(\lambda)$ denotes the modified Gaussian random measure defined as follows:

$$\mathrm{d}\beta(\lambda) \equiv F(\lambda)\mathrm{d}B(\lambda) \tag{5}$$

and introduce the notation

$$\begin{aligned} \mathrm{d}\beta_2(\mu) &\equiv \mathrm{d}\beta(2\lambda_r + \mu) = F_0(\mu)\mathrm{d}B(2\lambda_r + \mu) \\ \mathrm{d}\overline{\beta_2(\mu)} &= \mathrm{d}\beta(-2\lambda_r - \mu) = \overline{F_0(\mu)}\mathrm{d}\overline{B(2\lambda_r + \mu)} \end{aligned} \tag{6}$$

where $\mathrm{d}B(\lambda)$ is the complex Gaussian random measure, and can be simulated by Gaussian random numbers in the numerical calculations. The multiple Wiener integral with respect to $\mathrm{d}\beta_2(\mu)$ can be similarly defined, and the subtraction of the diagonal parts from the multiple integration can be made approximately.

For the random grating, the Wiener-Itô expansion for the stochastic wave field in [8] can be greatly simplified as follows. First from Eq.(39) of [8] we can put

$$\mathbf{E}(\lambda|\lambda_0) \equiv F(\lambda)\mathbf{E}'(\lambda|\lambda_0) \tag{7}$$

where

$$\begin{aligned} \mathbf{E}(\lambda|\lambda_0) &= \mathbf{E}_1(\lambda|\lambda_0) + \mathbf{P}(\lambda|\lambda_0)\frac{1}{\Delta^*(\lambda_0)}\mathbf{E}_0(\lambda_0) \\ &= F(\lambda)\left[\mathbf{E}'_1(\lambda|\lambda_0) + \mathbf{P}'(\lambda|\lambda_0)\frac{1}{\Delta^*(\lambda_0)}\mathbf{E}_0(\lambda_0)\right] \end{aligned} \tag{8}$$

and $\mathbf{E}'_1(\lambda|\lambda_0)$ and $\mathbf{P}'_1(\lambda|\lambda_0)$ are slowly varying in λ compared to the narrowband spectral function $F(\lambda)$, so that we may regard $\mathbf{E}'(\lambda|\lambda_0)$ as a constant matrix. The definitions of the symbols can be easily found in Ref. [8]. Furthermore, in the case of the resonant incidence such that $\lambda_0 = \lambda_r (> 0)$, the random wave fields from the first-order Wiener kernels can then be written as

$$\begin{aligned} \Psi_1(x,\omega|\lambda_r) &= \mathrm{e}^{-\mathrm{i}\lambda_r x}\int_{\mho} \mathrm{e}^{-\mathrm{i}\mu x}\frac{1}{\Delta^*(\lambda_r + \mu)}\mathbf{E}'(2\lambda_r + \mu| - \lambda_r)\mathrm{d}\overline{\beta_2(\mu)} \\ &\simeq \mathrm{e}^{-\mathrm{i}\lambda_r x}\int_{\mho} \mathrm{e}^{-\mathrm{i}\mu x}\frac{1}{\Delta^*(\lambda_r + \mu)}\mathbf{E}\mathrm{d}\overline{\beta_2(\mu)} \end{aligned} \tag{9}$$

where we have introduced the constant matrix:

$$\mathbf{E} \equiv \mathbf{E}'(2\lambda_r | -\lambda_r) = \mathbf{E}'(-2\lambda_r | \lambda_r) \tag{10}$$

Similarly, for the random wave fields from the higher-order Wiener kernels, we have

$$\begin{aligned}
&\Psi_2(x,\omega \mid \lambda_r) \\
\simeq\ & e^{i\lambda_r x} \int\int_{\mho} e^{i\mu x} \frac{1}{\Delta^*(\lambda_r+\mu)} \mathbf{P} \frac{1}{\Delta^*(\lambda_r+\mu_2)} \mathbf{E} d\beta_2(\mu_1+\mu_2) d\overline{\beta_2(\mu_2)}
\end{aligned} \tag{11}$$

$$\begin{aligned}
&\Psi_3(x,\omega \mid \lambda_r) \\
\simeq\ & e^{-i\lambda_r x} \int\int\int_{\mho} e^{-i\mu_1 x} \frac{1}{\Delta^*(\lambda_p+\mu_1)} \mathbf{P} \frac{1}{\Delta^*(\lambda_p+\mu_2)} \mathbf{P} \frac{1}{\Delta^*(\lambda_p+\mu_3)} \mathbf{E} \\
&\times d\overline{\beta_2(\mu_1+\mu_2)} d\beta_2(\mu_2+\mu_3) d\overline{\beta_2(\mu_3)}
\end{aligned} \tag{12}$$

$$\begin{aligned}
&\Psi_4(x,\omega \mid \lambda_r) \\
\simeq\ & e^{i\lambda_r x} \int\int\int\int_{\mho} e^{i\mu_1 x} \frac{1}{\Delta^*(\lambda_p+\mu_1)} \mathbf{P} \frac{1}{\Delta^*(\lambda_p+\mu_2)} \mathbf{P} \frac{1}{\Delta^*(\lambda_p+\mu_3)} \mathbf{P} \frac{1}{\Delta^*(\lambda_p+\mu_4)} \mathbf{E} \\
&\times d\beta_2(\mu_1+\mu_2) d\overline{\beta_2(\mu_2+\mu_3)} d\beta_2(\mu_3+\mu_4) d\overline{\beta_2(\mu_4)}
\end{aligned} \tag{13}$$

$$\begin{aligned}
&\Psi_5(x,\omega \mid \lambda_r) \\
\simeq\ & e^{-i\lambda_r x} \int \cdots \int_{\mho} e^{-i\mu_1 x} \frac{1}{\Delta^*(\lambda_p+\mu_1)} \mathbf{P} \frac{1}{\Delta^*(\lambda_p+\mu_2)} \mathbf{P} \\
&\times \frac{1}{\Delta^*(\lambda_p+\mu_3)} \mathbf{P} \frac{1}{\Delta^*(\lambda_p+\mu_4)} \mathbf{P} \frac{1}{\Delta^*(\lambda_p+\mu_5)} \mathbf{E} \\
&\times d\overline{\beta_2(\mu_1+\mu_2)} d\beta_2(\mu_2+\mu_3) d\overline{\beta_2(\mu_3+\mu_4)} d\beta_2(\mu_4+\mu_5) d\overline{\beta_2(\mu_5)}
\end{aligned} \tag{14}$$

where we have put

$$\mathbf{P} \equiv \mathbf{P}'(-2\lambda_p | \lambda_p) = \mathbf{P}'(2\lambda_p | -\lambda_p) \tag{15}$$

In all these stochastic integrals the diagonal parts have to be subtracted in order to give the Wiener-Hermite integrals. From the above equations, It is obvious that the odd-order integrals give the backward travelling dressed plasmon modes and the even-order ones are forward travelling modes.

Eqs.(11)-(14) can be summarized in a much concise form as the following :

$$\Psi_{n(\mathrm{odd})}(x,\omega \mid \lambda_r) = \mathrm{e}^{-\mathrm{i}\lambda_r x}\int_{\mho} \mathrm{e}^{-\mathrm{i}\mu x}\frac{1}{\Delta^*(\lambda_r+\mu)}\mathrm{PdN}_{n-1}(\mu), \quad n=3,5,7,\cdot \tag{16}$$

$$\Psi_{n(\mathrm{even})}(x,\omega \mid \lambda_r) = \mathrm{e}^{\mathrm{i}\lambda_r x}\int_{\mho} \mathrm{e}^{\mathrm{i}\mu x}\frac{1}{\Delta^*(\lambda_r+\mu)}\mathrm{PdM}_{n-1}(\mu), \quad n=2,4,6,\cdots \tag{17}$$

where $\mathrm{dM}_n(\mu), \mathrm{dN}_n(\mu)$ are the random measures which satisfy the recursive equations:

$$\mathrm{dM}_1(\mu) \equiv \int_{\mho} \mathrm{d}\beta_2(\mu+\mu_1)\frac{1}{\Delta^*(\lambda_r+\mu_1)}\mathrm{E}\overline{\mathrm{d}\beta_2(\mu_1)} \tag{18}$$

$$\mathrm{dN}_{n+1}(\mu) = \int_{\mho} \overline{\mathrm{d}\beta_2(\mu+\mu_1)}\frac{1}{\Delta^*(\lambda_r+\mu_1)}\mathrm{PdM}_n(\mu_1) \quad n=1,3,5,\cdots \tag{19}$$

$$\mathrm{dM}_{n+2}(\mu) = \int_{\mho} \mathrm{d}\beta_2(\mu+\mu_1)\frac{1}{\Delta^*(\lambda_r+\mu_1)}\mathrm{PdN}_{n+1}(\mu_1), \quad n=1,3,5,\cdots \tag{20}$$

and can be numerically calculated by an iterative procedure with the two-dimensional integration. The total random wave fields are then obtained by the addition of the fields from the different orders and can be expressed as the sum of the forward and backward propagating plasmon waves:

$$\begin{aligned}\Psi(x,\omega|\lambda_r) &= \sum_{n=1}^{\infty}\Psi_n(x,\omega|\lambda_r) &(21)\\ &= \mathrm{e}^{\mathrm{i}\lambda_r x}\mathrm{V}(x,\omega|\lambda_r)+\mathrm{e}^{-\mathrm{i}\lambda_r x}\mathrm{W}(x,\omega|\lambda_r) &(22)\end{aligned}$$

$$\mathrm{V}(x,\omega|\lambda_r) = \int_{\mho} \mathrm{e}^{\mathrm{i}\mu x}\frac{1}{\Delta^*(\lambda_r+\mu)}\mathrm{PdM}(\mu) \tag{23}$$

$$\mathrm{W}(x,\omega|\lambda_r) = \int_{\mho} \mathrm{e}^{-\mathrm{i}\mu x}\frac{1}{\Delta^*(\lambda_r+\mu)}\mathrm{PdN}(\mu) \tag{24}$$

where the random measures $\mathrm{dM}(\mu), \mathrm{dN}(\mu)$ are given by

$$\begin{aligned}\mathrm{dM}(\mu) &= \sum_{n=1}^{\mathrm{odd}}\mathrm{dM}_n(\mu) &(25)\\ \mathrm{dN}(\mu) &= \sum_{n=2}^{\mathrm{even}}\mathrm{dN}_n(\mu) &(26)\end{aligned}$$

We show in Fig.1-3 the random wave fields on the surface of a random grating numerically calculated by Eq.(22) for three different values of the normalized roughness $k\sigma$. The various parameters used in the calculations are the same as in Ref.[8], except for the normalized correlation length $kl = 20.0$. The random wave fields for the summation up to the various orders of the Wiener kernels are separately plotted to show how the wave localization forms with the increase of the order. Although the amplitudes of the random wave fields become larger and larger with the increase of the order, the shape of the spatial distributions of the wave fields on the rough surface remains almost unchanged after reaching at a certain order. From these figures, the wave localization or the localized modes indicated by the large field amplitudes around somewhere can be clearly observed. It can be also noted that the localization length becomes shorter as the roughness of the surface increases, which means the stronger localization can occur for more rough surface. For the structure considered here, the localization length is about one hundred wavelengths for $k\sigma = 0.02$, thirty wavelengths for $k\sigma = 0.05$ and ten wavelengths for $k\sigma = 0.1$.

In conclusion, we have shown by the stochastic functional approach that the localization of the plasmon waves on the surface of a random rough silver grating can occur as a result of the "multiple" scattering of the "dressed" plasmon modes, even though the Wiener-Ito expansion for the random wave fields used in the present calculations can not give the convergent results for the amplitudes of the fields at the resonant scattering. The reason responsible for the divergence of the results is believed to attribute to the fact that we can not rigorously make the numerical subtraction of the diagonal terms involved in the higher-order Wiener-Hermite differentials and that the errors due to inaccurate diagonal subtraction are accumulated as we go to the higher-order stochastic integration. To give a more clear understanding of the localization effect, we are making the efforts to search for a more effective expansion than the Wiener-Ito expansion used in the present case.

References

[1] P.Sheng, ed., *Scattering and Localization of Classical Waves in Random Media*, World Scientific, London (1990)

[2] M.Nieto-Vesperinas and J.C.Dainty, *Scattering in Volumes and Surfaces*, North-Holland, Amsterdam (1990)

[3] D.Maystre and J.C.Dainty, *Modern Analysis of Scattering Phenomena*, Hilger, New York (1991)

[4] M.Saillard and D.Maystre, *J. Opt. Soc. Am.* **A7**, 982 (1990)

[5] M.Saillard, *Opt. Commun.* **96**, 1 (1993)

[6] D.Maystre and M.Saillard, *J. Opt. Soc. Am.* **A11**, 680 (1994)

[7] M.Saillard, *J. Opt. Soc. Am.* **A11**, 2704 (1994)

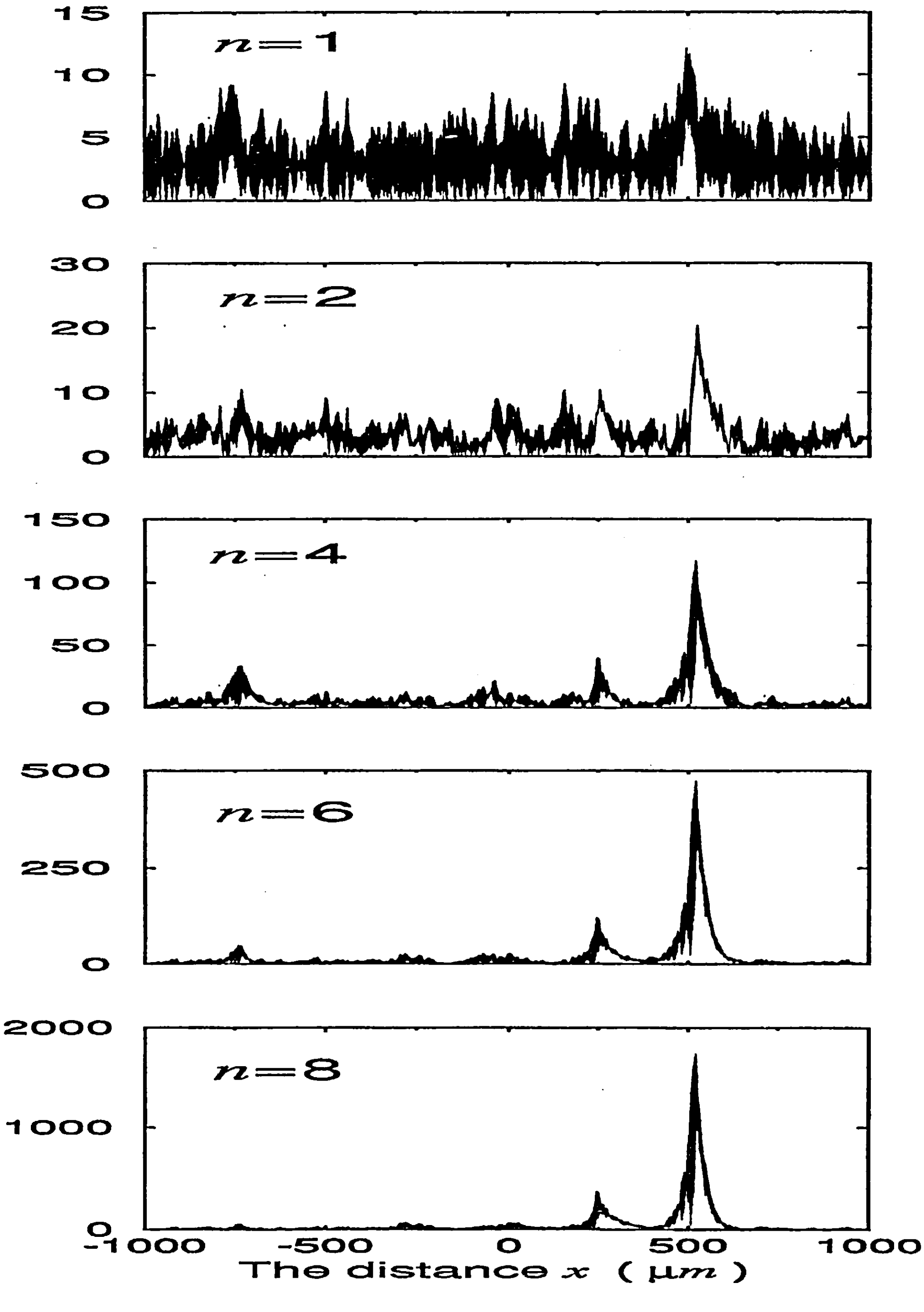
[8] H.Ogura and Z.L.Wang, *Phys. Rev.* **B**, submitted for publication

Figure Captions

Figure 1 The spatial distribution of the amplitude of the random wave field on the surface of a random rough grating for the same structure considered in [8]. The Bragg space-frequency of the grating is twice of the plasmon space-frequency. The incident wave is at the plasmon angle and the wavelength is 0.6328 μm. The dielectric constants and the thickness of the silver film are as the same in [8]. The normalized correlation length is $kl = 20.0$ and the normalized roughness is $k\sigma = 0.02$. n indicates the order of the Wiener kernel, up to which the random wave field is calculated.

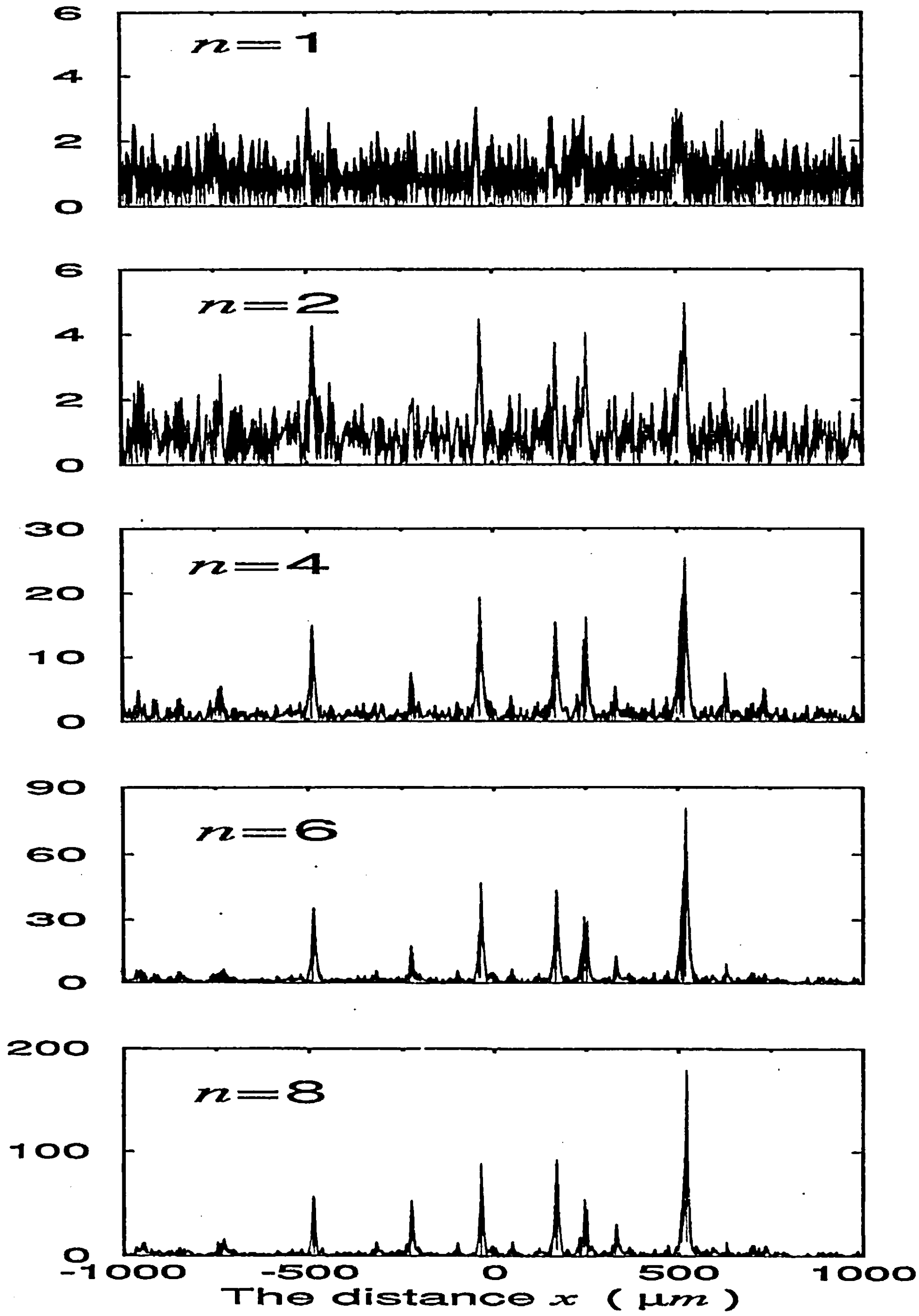
Figure 2 Same as Fig.1 but for $k\sigma = 0.05$.

Figure 3 Same as Fig.1 but for $k\sigma = 0.1$.



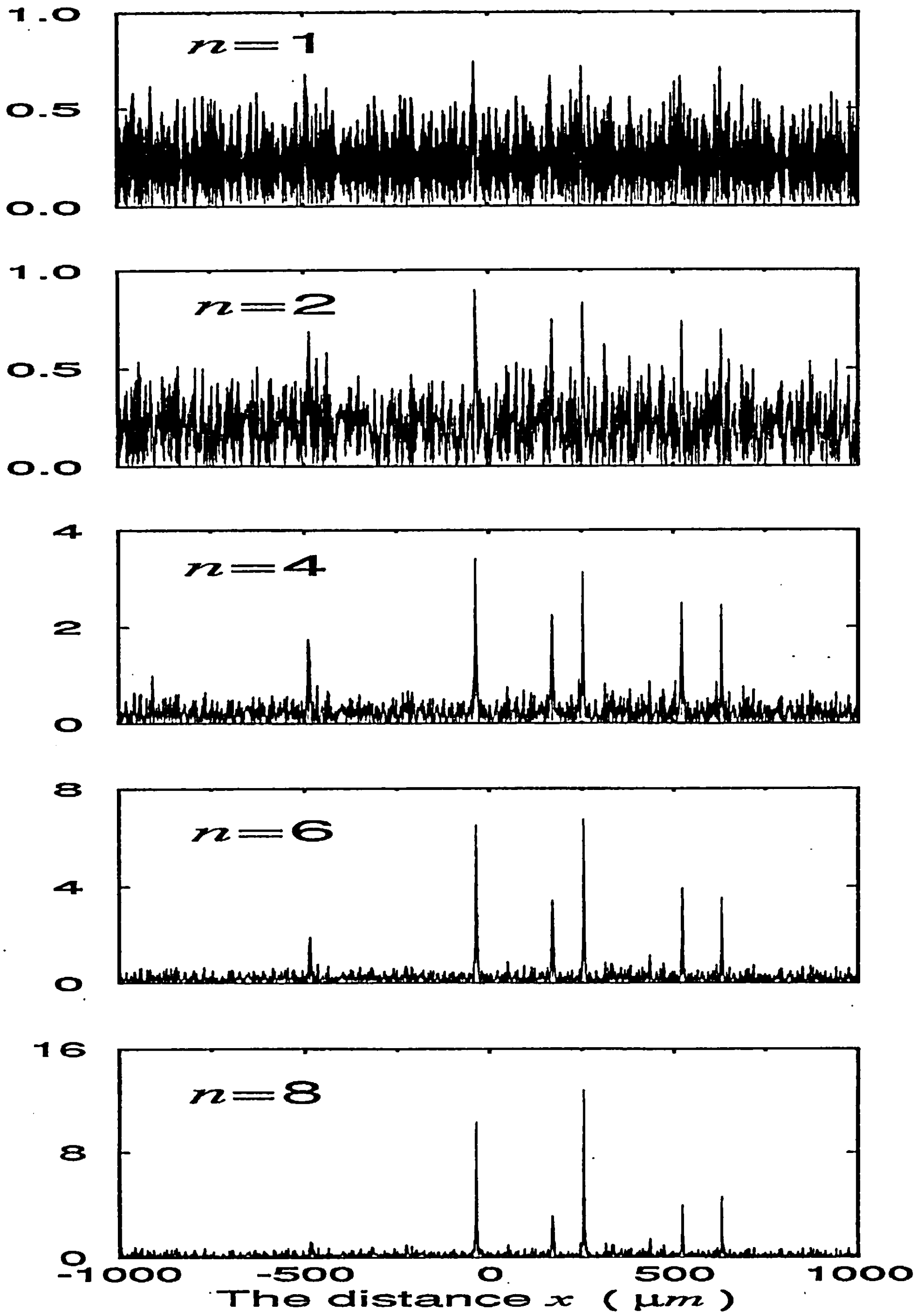
n=1
n=2
n=4
n=6
n=8
15
10
5
0
30
20
10
0
150
100
50
0
500
250
0
2000
1000
0
-1000
-500
0
500
1000
The distance x (μm)

Figure 1



n=1
n=2
n=4
n=6
n=8
6
4
2
0
30
20
10
90
60
200
100
-1000
-500
500
1000
The distance x (μm)

Figure 2



1.0
0.5
0.0
n=1
1.0
0.5
0.0
n=2
4
2
0
n=4
8
4
0
n=6
16
8
0
n=8
-1000
-500
0
500
1000
The distance x (μm)

Figure 3

輻射科学研究会資料 RS-95-11

ランダムな薄膜による平面波の散乱

Scattering of a plane wave from a thin film with volume disorder

中山　純一，　高　嵐　（京都工芸繊維大学）

Junich Nakayama and Gao Lan (Kyoto Institute of Technology)

1　まえがき

ランダム媒質中の波動伝搬の問題は、乱流大気中の電磁波·光波の伝搬·散乱の問題や霧や血球などの離散的な散乱体による光·音波の散乱などの実用的な問題と関係して古くから研究されてきた [1,2]。最近、薄膜技術の進展にともない、薄膜の厚さや表面の凹凸、誘電率のゆらぎなどの非接触、非破壊計測の方法として、また、薄膜製作過程の実時間モニターとして光散乱が研究されるようになっている [3-4]。

膜厚の計測法としては、偏光解析、干渉法、光エミッションなどがある [3] が、これらは膜厚、誘電率が一様であるとするものであり、表面のランダムな凹凸は測定誤差の要因となる。真空蒸着で製作した銀薄膜の場合、薄膜表面の不規則凹凸が光散乱の主たる原因である。しかし、表面を研磨した場合にもインコヒーレント散乱が生じ、その原因は誘電率のランダムな揺らぎであると指摘されている [5]。また、PbF_2の場合、薄膜が柱状に成長するので２次元的なランダム媒質となり、ボルン近似による理論的検討がなされている [6]。一方、Frilikher ら [7] は白色の誘電率ゆらぎをもつ薄膜による光散乱を多重散乱理論で解析し、強調された後方散乱が起こることを示している。

本論文は、ランダムな誘電率をもつ薄膜による TE 平面波の散乱を理論的に検討した。図１に示す層状構造においてランダムなゆらぎが一様ガウス確率場である場合、薄膜内部および外部の波動関数を Wiener 展開を用いて確率汎関数 [9,10] としてスペクトル表現する。内部の波動関数にかんする展開係数（Wiener 核）の方程式を導き、展開係数の解析性を用いて、内部および外部波動関数の展開係数を同時に定め、２次の Wiener 核まで決定した。０次と１次の Wiener 核を用いて、平面波入射に対するインコヒーレント散乱の角度分布を計算し、数値例を示した。薄膜の誘電率が基板の誘電率、真空の誘電率とは異なるため、薄膜表面及び裏面での多重反射が存在する。すなわち、１次近似解においても、薄膜内部では上向きの入射波が上下方向に散乱されるだけではなく、下向きの反射波も上下方向に散乱される。これら４つの散乱波は互いに干渉するため、薄膜が厚い場合、角度分布にはリップルが生じることが大きな特徴である。とくに、後方および鏡面反射方向には、散乱波の２つの成分の位相が合うため、インコヒーレント散乱が強調されうることを理論的に指摘している。

しかし、検討を始めたばかりで、理論的にも数値計算においても不十分な点が多いことをあらかじめお断りする。

2 問題の定式

図1に示すランダム薄膜によるTE波の散乱を考える。媒質1,3の誘電率をϵ_1、ϵ_3とし、媒質2の誘電率ϵ_2にはランダムな不均一性があるので、

$$\epsilon_2 = \bar{\epsilon_2}(1 + \epsilon_f(\mathbf{r}, \omega)) \tag{1}$$

とする。ここで、$\mathbf{r} = x\mathbf{e}_x + z\mathbf{e}_z$は2次元位置ベクトル、$\omega$は見本空間上の見本点を表す確率パラメータ、$\bar{\epsilon_2}$は平均誘電率、$\epsilon_f(\mathbf{r}, \omega)$は誘電率の相対的なゆらぎを表すランダム関数であり、強義の一様確率場であると仮定する。その平均はゼロ、分散をσ^2とする：

$$\langle \epsilon_f(\mathbf{r}, \omega) \rangle = 0, \quad \langle \epsilon_f^2(\mathbf{r}, \omega) \rangle = \sigma^2 \tag{2}$$

角括弧は平均を表す。強義の一様確率場であるので、2次元の移動$\mathbf{r} \to \mathbf{r} + \mathbf{a}$は、見本空間$\Omega$における見本点の移動に対応する。

$$\epsilon_f(\mathbf{r} + \mathbf{a}, \omega) = \epsilon_f(\mathbf{r}, T^{\mathbf{a}} \cdot \omega) \tag{3}$$

ここで、Tは見本点ωを別の見本点$T^{\mathbf{a}}\omega$に移す保測変換で群の性質を持つ。

$$T^{\mathbf{A}} T^{\mathbf{B}} = T^{\mathbf{A}+\mathbf{B}}, \quad T^0 = 1(identity) \tag{4}$$

図1に示す層状構造を考えているので、Tをx,z方向に分解して部分群T_xとT_zを考えると便利である。

$$T^{\mathbf{r}} = T^{x \cdot \mathbf{e}_x + z \cdot \mathbf{e}_z} = T_x^x T_z^z \tag{5}$$
$$T_x^0 = 1(identity), \quad T_x^a \cdot T_x^b = T_x^{a+b} \tag{6}$$
$$T_z^0 = 1(identity), \quad T_z^a \cdot T_z^b = T_z^{a+b}, \quad (-\infty < a, b < \infty) \tag{7}$$

TE波電界のy成分を$\Psi(\mathbf{r}, \omega)$とすれば、各媒質中で波動方程式

$$\begin{aligned}
[\nabla^2 + k_1^2]\Psi(\mathbf{r}, \omega) &= 0, \quad 0 < z \\
[\nabla^2 + k_2^2(1 + \epsilon_f(\mathbf{r}, \omega))]\Psi(\mathbf{r}, \omega) &= 0, \quad l \geq z \geq 0 \\
[\nabla^2 + k_3^2]\Psi(\mathbf{r}, \omega) &= 0, \quad z > l
\end{aligned} \tag{8}$$

を満たす。領域1での波動関数$\Psi_1(\mathbf{r}, \omega)$を入射平面波と散乱波$\Psi_s(\mathbf{r}, \omega)$の和

$$\Psi_1(\mathbf{r}, \omega) = e^{ip \cdot x + i\beta_1(p) \cdot z} + \Psi_s(\mathbf{r}, \omega) \tag{9}$$

$$p = k_1 \cdot \cos\theta, \quad \beta_1(p) = \sqrt{k_1^2 - p^2}, \quad Im[\beta_1(p)] \geq 0 \tag{10}$$

であるとする。平面波が入射すること、ランダム薄層がx方向に一様確率場であることから、散乱波もxに関する一様確率場と指数関数の積になる（Floquetの定理の拡張）。

従って、各領域での波動関数も x に関する一様確率場と指数関数の積で表現できる。すなわち、

$$
\begin{aligned}
\Psi_1(\mathbf{r},\omega) &= e^{ip\cdot x}\cdot[e^{i\beta(p)\cdot z}+u_1(z,T_x^x\cdot\omega)] && (11)\\
\Psi_2(\mathbf{r},\omega) &= e^{ip\cdot x}\cdot u_2(z,T_x^x\cdot\omega) && (12)\\
\Psi_3(\mathbf{r},\omega) &= e^{ip\cdot x}\cdot u_3(z,T_x^x\cdot\omega) && (13)
\end{aligned}
$$

ここで、$u_1(z,T_x^x\cdot\omega)$ と $u_2(z,T_x^x\cdot\omega)$、$u_3(z,T_x^x\cdot\omega)$ はいずれも x に関する一様確率場であり、zに関する非一様確率場である。

電磁界の連続性により、$z=0,l$での境界条件は

$$1+u_1(0,T_x^x\omega)=u_2(0,T_x^x\omega),\quad i\beta_1(p)+u_1'(0,T_x^x\omega)=u_2'(0,T_x^x\omega) \qquad (14)$$

$$u_2(l,T_x^x\omega)=u_3(l,T_x^x\omega),\quad u_2'(l,T_x^x\omega)=u_3'(l,T_x^x\omega) \qquad (15)$$

となる。ここで、プライムは zに関する微分を表す。

各領域での波動関数が x に関する一様確率場で表現できることを述べた。次にランダム薄層内での波動関数の z方向の形を決めよう。そこで、zに関する移動作用素 D_z^aを

$$D_z^a u_2(z,\omega)=u_2(z+a,T_z^{-a}\cdot\omega) \qquad (16)$$

で定義する。さらに、移動 D^aに関するフーリエ変換

$$\int_{-z}^{-z+l}e^{-isa}D_z^a u_2(z,\omega)da=e^{isz}\int_0^l e^{-isa}u_2(a,T_z^{-a+z}\omega)da=e^{isz}\cdot v(T_z^z\omega|s) \qquad (17)$$

を導入する。ここで、薄層の外では $u_2(z,\omega)=0$ であるので積分範囲は有限となる。この定義から、右辺の $v(T_z^z\omega|s)$ は zに関する一様確率場であり、D_z^aに関して不変である。

$$D_z^a v(T_z^z\omega|s)=v(T_z^z\omega|s) \qquad (18)$$

変換 (17) は、zに関する非一様確率場 $u_2(z,\omega)$ を zに関する一様確率場 $v(T_z^z\omega|s)$ に変換する。また、変換 (17) は複素 s 平面への変換とも考えられる。実際、積分範囲が有限であるため、$v(T_z^z\omega|s)$ は複素 s 平面上で解析的な関数となる。この解析性を基にして、後に、$v(T_z^z\omega|s)$ とその境界値を同時に定める。

(17) を s に関して積分すれば、逆変換の公式

$$\frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{\infty}e^{isz}v(T_z^z\omega|s)ds=\begin{cases}u_2(z,\omega), & 0\le z\le l\\ 0, & z<0,\quad z>l\end{cases} \qquad (19)$$

が得られる。これから、$u_2(z,\omega)$ と$\Psi_2(\mathbf{r},\omega)$ が一様確率場 $v(T_z^z\omega|s)$ により決定できることが分かる：

$$\Psi_2(x,z,\omega) = \frac{e^{ip\cdot x}}{2\pi}\int_{-\infty}^{\infty}e^{isz}v(T^{\mathbf{r}}\omega|s)ds \qquad (20)$$

以上により、散乱の問題は x と zに関する一様確率場 $v(T^{\mathbf{r}}\omega|s)$ が求めることに帰着することが分かった。そこで、$v(T_z^z\omega|s)$ が満たす方程式を導こう。(8) を (17) により、

$(-z,-z+l)$ の区間でフーリエ変換し、部分積分で境界値の影響を取り入れれば、$v(T_z^z\omega|s)$ の方程式

$$
\begin{aligned}
&[(ip+\nabla_x)^2+(is+\nabla_z)^2+k_2^2+k_2^2\cdot\epsilon_f(\mathbf{r},\omega)]v(T^{\mathbf{r}}\omega|s) \qquad (21)\\
&=-[e^{-isl}u_2'(l,T^{\mathbf{r}}T_z^{-l}\omega)-u_2'(0,T^{\mathbf{r}}\omega)]-(is+\nabla_z)[e^{-isl}u_2(l,T^{\mathbf{r}}T_z^{-l}\omega)-u_2(0,T^{\mathbf{r}}\omega)]\\
&=[i\beta_1(p)+u_1'(0,\omega)]+(is+\nabla_z)[1+u_1(0,T^{\mathbf{r}}\omega)]\\
&\quad -e^{-isl}[u_3'(l,T^{\mathbf{r}}T_z^{-l}\omega)+(is+\nabla_z)u_3(l,T^{\mathbf{r}}T_z^{-l}\omega)] \qquad (22)
\end{aligned}
$$

が得られる。ここで、$\nabla_x=\partial/\partial x$、$\nabla_z=\partial/\partial z$ と置いた。(22) は境界値の効果を表し、また、(15) を用いて、(22) を導いた。

3 ガウスゆらぎにたいする解の汎関数表現

誘電率のゆらぎがガウス過程で、スペクトル表現

$$\epsilon_f(\mathbf{r},\omega)=\epsilon_f(0,T^{\mathbf{r}}\cdot\omega)=\int_{R^2}e^{i\Lambda\mathbf{r}}G(\Lambda)dB(\Lambda,\omega), \qquad (23)$$

で与えられるものとする。ここで、$\Lambda=\Lambda_x\mathbf{e}_x+\Lambda_z\mathbf{e}_z$は 2 次元ベクトル、$dB(\Lambda,\omega)$ はΛ平面上での複素ガウスランダム測度で、その平均値は 0 で、δ相関を持つ。

$$dB(\Lambda,\omega)=dB^*(-\Lambda,\omega),\quad \langle dB(\Lambda,\omega)\rangle=0 \qquad (24)$$

$$\langle dB(\Lambda,\omega)dB^*(\Lambda',\omega)\rangle=\delta(\Lambda-\Lambda')d\Lambda d\Lambda' \qquad (25)$$

ここで、角括弧は平均を表す。(23) を満たすため、シフト $T^{\mathbf{r}}$に対する変換性は

$$dB(\Lambda,T^{\mathbf{r}}\omega)=e^{i\Lambda\mathbf{r}}\cdot dB(\Lambda,\omega) \qquad (26)$$

となる。以下では、スペクトル関数が等方性条件、$|G(\Lambda)|^2=|G(|\Lambda|)|^2$、を満たす場合を考える。この場合には、$\epsilon_f(\mathbf{r},\omega)$ の相関関数は、2点間の距離だけの関数となる：

$$R_\epsilon(|\mathbf{r}-\mathbf{r}'|)=\langle\epsilon_f(\mathbf{r},\omega)\epsilon_f(\mathbf{r}',\omega)\rangle=\int_{R^2}e^{i\Lambda(\mathbf{r}-\mathbf{r}')}|G(\Lambda)|^2d\Lambda=2\pi\int_0^\infty J_0(\Lambda|\mathbf{r}-\mathbf{r}'|)|G(\Lambda)|^2\Lambda d\Lambda \qquad (27)$$

次に、$u_1(z,T_x^x\omega)$ と $u_3(z,T_x^x\omega)$ を $dB(\Lambda,\omega)$ の確率汎関数と見なして、Wiener 展開する。$u_1(z,T_x^x\omega)e^{ipx}$と $u_3(z,T_x^x\omega)e^{ipx}$ が波動方程式 (8) と $|z|\to\infty$ での放射条件を満たすように次式のように展開する。

$$
\begin{aligned}
u_1(z,T_x^x\omega) &= A_0\cdot e^{-i\beta_1(p)z}+\int A_1(\Lambda)\cdot e^{i\Lambda_x\cdot x-i\beta_1(p+\Lambda_x)z}dB(\Lambda)\\
&\quad+\int\int A_2(\Lambda_1,\Lambda_2)\cdot e^{i(\Lambda_{x1}+\Lambda_{x2})\cdot x-i\beta_1(p+\Lambda_{x1}+\Lambda_{x2})z}h^{(2)}[dB(\Lambda_1),dB(\Lambda_2)]\\
&\quad+\cdots \qquad (28)
\end{aligned}
$$

$$
\begin{aligned}
u_3(z,T_x^x\omega) &= C_0\cdot e^{i\beta_3(p)z}+\int C_1(\Lambda)\cdot e^{i\Lambda_x\cdot x+i\beta_3(p+\Lambda_x)z}dB(\Lambda)\\
&\quad+\int\int A_3(\Lambda_1,\Lambda_2)\cdot e^{i(\Lambda_{x1}+\Lambda_{x2})\cdot x+i\beta_3(p+\Lambda_{x1}+\Lambda_{x2})z}h^{(2)}[dB(\Lambda_1),dB(\Lambda_2)]+\cdots
\end{aligned}
$$

$$\beta_3(p) = \sqrt{k_3^2 - p^2}, \qquad Im[\beta_3(p)] \geq 0 \tag{29}$$

ここで、$dB(\Lambda,\omega)$ をωを落として $dB(\Lambda_1)$ と書いた。A_0,C_0,$A_1(\Lambda)$,$C_1(\Lambda)$ などは Wiener 核と呼ばれる展開係数であり、また、$h^{(1)}$,$h^{(2)}$などは Wiener-Hermite 微分式である：

$$h^{(0)} = 1, \quad h^{(1)}[dB(\Lambda)] = dB(\Lambda), \quad h^{(2)}[dB(\Lambda), dB(\Lambda')] = dB(\Lambda)dB(\Lambda') - \delta(\Lambda+\Lambda')d\Lambda d\Lambda' \tag{30}$$

$$\begin{aligned} dB(\Lambda)h^{(n)}[dB(\Lambda_1),\cdots,dB(\Lambda_n)] &= h^{(n+1)}[dB(\Lambda), dB(\Lambda_1),\cdots,dB(\Lambda_n)] \\ &-\sum_{k=1}^{n} h^{(n-1)}[, dB(\Lambda_1),\cdots,dB(\Lambda_{k-1}), dB(\Lambda_{k+1}),\cdots,dB(\Lambda_n)] \\ &\times\delta(\Lambda+\Lambda_k)d\Lambda d\Lambda_k \end{aligned} \tag{31}$$

$$\begin{aligned} &\langle h^n[dB(\Lambda_{j_1}),\cdots,dB(\Lambda_{j_n})]h^{(m)}[dB(\Lambda_{i_1}),\cdots,dB(\Lambda_{i_m})]\rangle \\ &= \delta_{nm}\delta_{ij}^{(n)} d\Lambda_{j_1} d\Lambda_{j_2}\cdots d\Lambda_{j_n} d\Lambda_{i_1} d\Lambda_{i_2}\cdots d\Lambda_{i_n} \end{aligned} \tag{32}$$

$$h^{(n)}[dB(\Lambda_1, T^{\mathbf{r}}\omega),\cdots,dB(\Lambda_n, T^{\mathbf{r}}\omega)] = e^{i(\Lambda_1+\Lambda_2+\cdots+\Lambda_n)\mathbf{r}} h^{(n)}[dB(\Lambda_1,\omega),\cdots,dB(\Lambda_n,\omega)] \tag{33}$$

シフト (26)、(33) の性質により、たとえば、$u_1(z, T_x^x T_z^l\omega)$ の変換性は

$$\begin{aligned} u_1(z, T_x^x T_z^l\omega) &= A_0\cdot e^{-i\beta_1(p)z} + \int A_1(\Lambda)\cdot e^{i\Lambda_x\cdot x + i\Lambda_z l - i\beta_1(p+\Lambda_x)z} dB(\Lambda) \\ &+ \int\int A_2(\Lambda_1,\Lambda_2)\cdot e^{i(\Lambda_{x1}+\Lambda_{x2})\cdot x + i(\Lambda_{z1}+\Lambda_{z2})l - i\beta_1(p+\Lambda_{x1}+\Lambda_{x2})z} h^{(2)}[dB(\Lambda_1), dB(\Lambda_2)] \\ &+\cdots \end{aligned} \tag{34}$$

となることが容易に導ける。

同様に、$v(T^{\mathbf{r}}\omega)$ も $dB(\Lambda,\omega)$ の確率汎関数と見なして、Wiener 展開する。

$$\begin{aligned} v(T^{\mathbf{r}}\omega|s) &= F_0(s) + \int F_1(\Lambda|s)\cdot e^{i\Lambda\cdot\mathbf{r}} dB(\Lambda) \\ &+ \int\int F_2(\Lambda_1,\Lambda_2|s)\cdot e^{i(\Lambda_1+\Lambda_2)\cdot\mathbf{r}} h^{(2)}[dB(\Lambda_1), dB(\Lambda_2)] + \cdots \end{aligned} \tag{35}$$

$v(T^{\mathbf{r}}\omega|s)$ が s 平面上での解析関数であるためには、Wiener 核 $F_0(s)$,$F_1(\Lambda|s)$ なども s 平面上での解析関数でなければならない。下では、この性質を用いて、境界値と波動関数とを同時に定める。

(35),(28),(29) を (22) に代入して整理すると, 展開係数に関する一連の方程式が得られる。低次の方程式を書き下すと、次式となる。

$$\begin{aligned} &[k_2^2 - p^2 - s^2]F_0(s) + k_2^2\int G^*(\Lambda)F_1(\Lambda|s)d\Lambda \\ &= i[s+\beta_1(p)] + i[s-\beta_1(p)]A_0 - i[s+\beta_3(p)]e^{i(\beta_3(p)-s)l}C_0 \end{aligned} \tag{36}$$

$$[k_2^2 - (p+\Lambda_x)^2 - (s+\Lambda_z)^2]F_1(\Lambda|s)$$

$$
\begin{aligned}
&+k_2^2\cdot G(\Lambda)F_0(s)+2k_2^2\int G^*(\Lambda')F_2(\Lambda,\Lambda'|s)d\Lambda' \\
&=i[s+\Lambda_z-\beta_1(p+\Lambda_x)]A_1(\Lambda)-i[s+\Lambda_z+\beta_3(p+\Lambda_x)]e^{i(\beta_3(p+\Lambda_x)-\Lambda_z-s)l}C_1(\Lambda)
\end{aligned} \tag{37}
$$

$$
\begin{aligned}
&[k_2^2-(p+\Lambda_{x1}+\Lambda_{x2})^2-(s+\Lambda_{z1}+\Lambda_{z2})^2]F_2(\Lambda_1,\Lambda_2|s) \\
&+\frac{k_2^2}{2}[G(\Lambda_1)F_1(\Lambda_2|s)+G(\Lambda_2)F_1(\Lambda_1|s)]+3k_2^2\int G^*(\Lambda')F_3(\Lambda_1,\Lambda_2,\Lambda'|s)d\Lambda' \\
&=i[s+\Lambda_{z1}+\Lambda_{z2}-\beta_1(p+\Lambda_{x1}+\Lambda_{x2})]A_2(\Lambda_1,\Lambda_2) \\
&-i[s+\Lambda_{z1}+\Lambda_{z2}+\beta_3(p+\Lambda_{x1}+\Lambda_{x2})]e^{i[\beta_3(p+\Lambda_{x1}+\Lambda_{x2})-\Lambda_{z1}-\Lambda_{z2}-s]l}C_2(\Lambda_1,\Lambda_2) \\
&+\cdots
\end{aligned} \tag{38}
$$

これらの方程式を解いて、$A_0,C_0,A_1(\Lambda),C_1(\Lambda),F_0(s),F_1(\Lambda|s)$ などの展開係数を求めれば、逆に散乱波が確率過程として決定できる。後に、一つの解法例を示すが、これらの方程式の合理的な解法は未解決の点が多い。

4　コヒーレント波と光学定理、散乱断面積

前節では、確率汎関数として散乱波の表現を導いたが、本節では、統計量としてのコヒーレント波と光学定理、インコヒーレント散乱断面積を導く。

Wiener-Hermite 微分式の直交性により、コヒーレント波（平均波動）は

$$
\begin{aligned}
\langle\Psi_1(\mathbf{r},\omega)\rangle &= e^{ip\cdot x}\cdot[e^{i\beta_1(p)\cdot z}+A_0e^{-i\beta_1(p)\cdot z}] \\
\langle\Psi_2(\mathbf{r},\omega)\rangle &= \frac{e^{ip\cdot x}}{2\pi}\cdot\int_{-\infty}^{\infty}e^{isz}F_0(s)ds \\
\langle\Psi_3(\mathbf{r},\omega)\rangle &= C_0e^{i[p\cdot x+\beta_3(p)]\cdot z}
\end{aligned} \tag{39}
$$

となる。この関係から、A_0はコヒーレント反射係数、C_0はコヒーレント透過係数であることが分かる。

次に、光学定理を導こう。薄膜に損失がない場合には、保存則$Im[div(\Psi_2^*\cdot grad\Psi_2)]=0$を領域 (ABCD) で体積分してガウスの定理を適用する。AB 区間の長さを 2L とすれば、$L\to\infty$ の極限で関係式

$$
\lim_{L\to\infty}\frac{1}{2L}\left[\int_{-L}^{L}Im\left(\Psi_2^*(\mathbf{r},\omega)\frac{\partial\Psi_2(\mathbf{r},\omega)}{\partial z}\bigg|_{z=0}\right)dx-\int_{-L}^{L}Im\left(\Psi_2^*(\mathbf{r},\omega)\frac{\partial\Psi_2(\mathbf{r},\omega)}{\partial z}\bigg|_{z=l}\right)dx\right]=0 \tag{40}
$$

が成り立つ。$\Psi_2(\mathbf{r},\omega)$ は x に関する非定常な確率過程であるが、被積分関数は定常確率過程となるので、エルゴード定理を適用して、空間平均をアンサンブル平均に置き換えることが出来る。したがって、次式が得られる。

$$
\langle Im\left(\Psi_2^*(\mathbf{r},\omega)\frac{\partial\Psi_2(\mathbf{r},\omega)}{\partial z}\bigg|_{z=0}\right)\rangle-\langle Im\left(\Psi_2^*(\mathbf{r},\omega)\frac{\partial\Psi_2(\mathbf{r},\omega)}{\partial z}\bigg|_{z=l}\right)\rangle \tag{41}
$$

$$
=\langle Im\left(\Psi_1^*(\mathbf{r},\omega)\frac{\partial\Psi_1(\mathbf{r},\omega)}{\partial z}\bigg|_{z=0}\right)\rangle-\langle Im\left(\Psi_3^*(\mathbf{r},\omega)\frac{\partial\Psi_3(\mathbf{r},\omega)}{\partial z}\bigg|_{z=l}\right)\rangle=0 \tag{42}
$$

境界条件を適用して、(42) を導いた。(42) の右辺に$\Psi_1(\mathbf{r},\omega)$ と$\Psi_3(\mathbf{r},\omega)$ の Wiener 展開式を代入すれば、光学定理の表現がえられる：

$$\sin\theta = \sin\theta\cdot|A_0|^2 + \frac{Re\{\beta_3(k_1\cos\theta)\}}{k_1}|C_0|^2 + \frac{1}{2\pi}\int_{\pi}^{2\pi}\sigma_b(\phi|\theta)d\phi + \frac{1}{2\pi}\int_0^{\pi}\sigma_f(\phi|\theta)d\phi \quad (43)$$

ここで、θは入射角、ϕは散乱角であり、$\sigma_f(\phi|\theta)$ と$\sigma_b(\phi|\theta)$ は単位長さあたりの前方および後方散乱断面積で、それぞれ次式で与えられる。

$$\begin{aligned}\sigma_b(\phi|\theta) &= 2\pi k_1\sin^2\phi\Big[\int_{-\infty}^{\infty}|A_1(k_1(\cos\phi-\cos\theta)\mathbf{e}_x+\lambda_z\mathbf{e}_z)|^2 d\lambda_z \\ &\quad +2!\int\int\int_{-\infty}^{\infty}|A_2((k_1\cos\phi-k_1\cos\theta-\lambda'_x)\mathbf{e}_x+\lambda_z\mathbf{e}_z,\Lambda')|^2 d\lambda_z d\Lambda'+\cdots\Big] \quad (44)\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\sigma_f(\phi|\theta) &= \frac{2\pi k_3^2\sin^2\phi}{k_1}\Big[\int_{-\infty}^{\infty}|C_1((k_3\cos\phi-k_1\cos\theta)\mathbf{e}_x+\lambda_z\mathbf{e}_z)|^2 d\lambda_z \\ &\quad +2!\int\int\int_{-\infty}^{\infty}|C_2((k_3\cos\phi-k_1\cos\theta-\lambda'_x)\mathbf{e}_x+\lambda_z\mathbf{e}_z,\Lambda')|^2 d\lambda_z d\Lambda'+\cdots\Big] \quad (45)\end{aligned}$$

後に、1次の wiener 核を用いて散乱断面積を具体的に計算する。

5 近似解の構成

本節では、方程式 (36)-(38) を解いて低次の Wiener 核を近似的に求めよう。
(37) に於いて、積分項と右辺を無視すれば

$$F_1(\Lambda|s) \approx -\frac{k_2^2 G(\Lambda)F_0(s)}{k_2^2-(p+\Lambda_x)^2-(s+\Lambda_z)^2} \quad (46)$$

となる。これは、s 平面上で極を持つため、$F_1(\Lambda|s)$ の近似解とならないが、$F_0(s)$ への補正として使うことができる。(46) を (36) へ代入すれば、

$$\begin{aligned}&[k_2^2-p^2-s^2+m(\sqrt{p^2+s^2})]F_0(s) \\ &= i[s+\beta_1(p)]+i[s-\beta_1(p)]A_0 - i[s+\beta_3(p)]e^{i(\beta_3(p)-s)l}C_0 \quad (47)\end{aligned}$$

ここで、$m(\sqrt{p^2+s^2})$ は多重散乱の効果を表す関数で、マスオペレータと呼ばれる。等方なランダム媒質に対しては

$$\begin{aligned}m(\sqrt{p^2+s^2}) &= k_2^4\int_{R^2}\frac{|G(\Lambda)|^2}{(s+\Lambda_z)^2+(p+\Lambda_x)^2-k_2^2}d\Lambda \quad (48)\\ &= \frac{i\pi k_2^4}{2}\int_0^{\infty}H_0^{(1)}(k_2 r)\cdot J_0(r\cdot\sqrt{p^2+s^2})\cdot R_\epsilon(r)\cdot r\cdot dr \quad (49)\end{aligned}$$

となる。ガウス形相関関数

$$R_\epsilon(r) = \sigma^2\cdot\exp\left[-\left(\frac{r}{\kappa}\right)^2\right] \quad (50)$$

を仮定して、マスオペレータ $m(k_2)$ を計算した例を図2に示す。ここで、κは相関距離であり、σ^2はゆらぎの大きさを表す。

さて、(47) から、3つの未知量 $F_0(s), A_0, C_0$を同時に決定しよう。(47) において、$F_0(s)$ の係数のゼロ点は

$$s \approx \pm\bar{\beta}_2(p), \quad \bar{\beta}_2(p) = \sqrt{k_2^2 - p^2 + m(k_2)} \tag{51}$$

である。(47) の解 $F_0(s)$ が解析的であるためには、$s = \pm\bar{\beta}_2(p)$ のとき右辺もゼロにならなければならない。このことと (47) から、$F_0(s), A_0, C_0$が満たすべき方程式がえられる。

$$\mathrm{D}(s,p) \cdot \begin{bmatrix} F_0(s) \\ A_0 \\ C_0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -i(s + \beta_1(p)) \\ -i[\bar{\beta}_2(p) + \beta_1(p)] \\ i[\bar{\beta}_2(p) - \beta_1(p)] \end{bmatrix} \tag{52}$$

ここで、$\mathrm{D}(s,p)$ は 3×3 行列であり、

$$\mathrm{D}(s,p) = \begin{bmatrix} [s - \bar{\beta}_2(p)][s + \bar{\beta}_2(p)] & i(s - \beta_1(p)) & -i(s + \beta_3(p))e^{i[\beta_3(p) - s]l} \\ 0 & i[\bar{\beta}_2(p) - \beta_1(p)] & -i[\bar{\beta}_2(p) + \beta_3(p)]e^{i[\beta_3(p) - \bar{\beta}_2(p)]l} \\ 0 & -i[\bar{\beta}_2(p) + \beta_1(p)] & i[\bar{\beta}_2(p) - \beta_3(p)]e^{i[\beta_3(p) + \bar{\beta}_2(p)]l} \end{bmatrix} \tag{53}$$

$$det[\mathrm{D}(s,p)] = [s - \bar{\beta}_2(p)][s + \bar{\beta}_2(p)] \cdot \Delta(p) \cdot e^{i\beta_3(p)l} \tag{54}$$

また、$\Delta(p)$ は薄膜内での多重反射を表す関数である。

$$\Delta(p) = [\bar{\beta}_2(p) + \beta_1(p)][\bar{\beta}_2(p) + \beta_3(p)]e^{-i\bar{\beta}_2(p)l} - [\bar{\beta}_2(p) - \beta_1(p)][\bar{\beta}_2(p) - \beta_3(p)]e^{i\bar{\beta}_2(p)l} \tag{55}$$

(52) を解けば、0次の Winer 核 $F_0(s), A_0, C_0$が同時に決定できる。

$$A_0 = -\frac{[\bar{\beta}_2(p) - \beta_1(p)][\bar{\beta}_2(p) + \beta_3(p)]e^{-i\bar{\beta}_2(p)l} - [\bar{\beta}_2(p) + \beta_1(p)][\bar{\beta}_2(p) - \beta_3(p)]e^{i\bar{\beta}_2(p)l}}{\Delta(p)} \tag{56}$$

$$C_0 = \frac{4\beta_1(p)\bar{\beta}_2(p)e^{-i\beta_3(p)l}}{\Delta(p)} \tag{57}$$

$$F_0(s) = \frac{2i\beta_1(p)}{\Delta(p)}Q_0(s,p) \tag{58}$$

$$Q_0(s,p) = \left\{[\bar{\beta}_2(p) - \beta_3(p)]\frac{e^{-isl} - e^{i\bar{\beta}_2(p)l}}{s + \bar{\beta}_2(p)} + [\bar{\beta}_2(p) + \beta_3(p)]\frac{e^{-isl} - e^{-i\bar{\beta}_2(p)l}}{s - \bar{\beta}_2(p)}\right\} \tag{59}$$

明らかに、$Q_0(s,p)$ と $F_0(s)$ は複素 s 平面上で解析的な関数である。(58) を (39) に代入し、逆 Fourier 変換すれば、薄膜内でのコヒーレント波が決定できる。

$$\langle\Psi_2(\mathrm{r},\omega)\rangle = -\frac{2\beta_1(p) \cdot e^{ipx}}{\Delta(p)}\left\{[\bar{\beta}_2(p) - \beta_3(p)]e^{-i\bar{\beta}_2(p)\cdot(z-l)} + [\bar{\beta}_2(p) + \beta_3(p)]e^{i\bar{\beta}_2(p)\cdot(z-l)}\right\}, \quad (0 < z < l) \tag{60}$$

右辺第1項は下向きに伝搬する平面波であり、第2項の上向きに伝搬する平面波であるので、薄膜内部での多重反射を表す事が分かる。伝搬にともないランダム媒質により散乱さ

れるのでコヒーレント波は、指数的に減衰する。そのような減衰の効果は'Renormailized'された波数$\bar{\beta}_2(p)$の虚数部によって表される。

0次の解が決定できたので、次に1次の解を求めよう。(38)において積分項と右辺を無視して$F_2(\Lambda_1,\Lambda_2|s)$を求め、それを(37)に代入すれば、$F_1(\Lambda|s)$の方程式

$$[k_2^2-(p+\Lambda_x)^2-(s+\Lambda_z)^2+m\left(\sqrt{(p+\Lambda_x)^2+(s+\Lambda_z)^2}\right)]F_1(\Lambda|s)+k_2^2G(\Lambda)F_0(s)$$
$$\approx i[s+\Lambda_z-\beta_1(p+\Lambda_x)]A_1(\Lambda)-i[s+\Lambda_z+\beta_3(p+\Lambda_x)]e^{i(\beta_3(p+\Lambda_x)-\Lambda_z-s)l}C_1(\Lambda) \quad (61)$$

が得られる。ただし、$F_2(\Lambda_1,\Lambda_2|s)$を含む積分項を無視した。複素$s$平面上で、$F_1(\Lambda|s)$の係数のゼロ点は

$$s \approx -\Lambda_z\pm\bar{\beta}_2(p+\Lambda_x) \quad (62)$$

である事を用いると、(61)から$F_1(\Lambda|s)$,$A_1(\Lambda)$,$C_1(\Lambda)$に関する方程式が得られる。

$$\mathrm{D}(s+\Lambda_z,p+\Lambda_x)\cdot\begin{bmatrix}F_1(\Lambda|s)\\A_1(\Lambda)\\C_1(\Lambda)\end{bmatrix}=k_2^2G(\Lambda)\begin{bmatrix}F_0(s)\\F_0(-\Lambda_z+\bar{\beta}_2(p+\Lambda_x))\\F_0(-\Lambda_z-\bar{\beta}_2(p+\Lambda_x))\end{bmatrix} \quad (63)$$

これを解けば、1次のWiener核が決定できる。

$$\begin{aligned}A_1(\Lambda) &= \frac{ik_2^2G(\Lambda)}{\Delta(p+\Lambda_x)}\left[[\bar{\beta}_2(p+\Lambda_x)-\beta_3(p+\Lambda_x)]\cdot e^{i\beta_2(p+\Lambda_x)l}F_0(-\Lambda_z+\bar{\beta}_2(p+\Lambda_x))\right.\\&\quad\left.+[\bar{\beta}_2(p+\Lambda_x)+\beta_3(p+\Lambda_x)]\cdot e^{-i\beta_2(p+\Lambda_x)l}F_0(-\Lambda_z-\bar{\beta}_2(p+\Lambda_x))\right] \quad (64)\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}C_1(\Lambda) &= -e^{-i\beta_3(p+\Lambda_x)l}\frac{ik_2^2G(\Lambda)}{\Delta(p+\Lambda_x)}\left[[\bar{\beta}_2(p+\Lambda_x)+\beta_1(p+\Lambda_x)]\cdot F_0(-\Lambda_z+\bar{\beta}_2(p+\Lambda_x))\right.\\&\quad\left.+[\bar{\beta}_2(p+\Lambda_x)-\beta_1(p+\Lambda_x)]\cdot F_0(-\Lambda_z-\bar{\beta}_2(p+\Lambda_x))\right] \quad (65)\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}F_1(\Lambda|s) &= -\frac{k_2^2G(\Lambda)}{\Delta(p+\Lambda_x)}\left[\frac{F_0(-\Lambda_z+\bar{\beta}_2(p+\Lambda_x))-F_0(s)}{s+\Lambda_z-\bar{\beta}_2(p+\Lambda_x)}Q^{(+)}(s+\Lambda_z,p+\Lambda_x)\right. \quad (66)\\&\quad\left.-\frac{F_0(-\Lambda_z-\bar{\beta}_2(p+\Lambda_x))-F_0(s)}{s+\Lambda_z+\bar{\beta}_2(p+\Lambda_x)}Q^{(-)}(s+\Lambda_z,p+\Lambda_x)+F_0(s)\cdot Q_0(s+\Lambda_z,p+\Lambda_x)\right]\end{aligned}$$

$$Q^{(\pm)}(s,p)=[\beta_1(p)+\beta_3(p)]e^{-isl}+[s-\beta_1(p)][\pm\bar{\beta}_2(p)-\beta_3(p)]\frac{e^{-isl}-e^{\pm i\beta_2(p)l}}{s\pm\bar{\beta}_2(p)} \quad (67)$$

$$Q^{(+)}(s,p)-Q^{(-)}(s,p)=[s-\beta_1(p)]\cdot Q_0(s,p) \quad (68)$$

(67)から明らかに$Q^{(\pm)}(s,p)$は複素s平面上での解析関数である。

同様の近似を用いると、$F_2(\Lambda,\Lambda'|s)$の方程式は、

$$\begin{aligned}&[k_2^2-(p+\Lambda_x+\Lambda'_x)^2-(s+\Lambda_z+\Lambda'_z)^2+m\left(\sqrt{(p+\Lambda_+\Lambda'_x)^2+(s+\Lambda_z+\Lambda'_z)^2}\right)]F_2(\Lambda,\Lambda'|s)\\&+\frac{k_2^2}{2}(G(\Lambda)F_1(\Lambda'|s)+G(\Lambda')F_1(\Lambda|s))\\&\approx i[s+\Lambda_z+\Lambda'_z-\beta_1(p+\Lambda_x+\Lambda'_x)]A_2(\Lambda,\Lambda')\\&-i[s+\Lambda_z+\Lambda'_z+\beta_3(p+\Lambda_x+\Lambda'_x)]e^{i(\beta_3(p+\Lambda_x+\Lambda'_x)-\Lambda_z-\Lambda'_z-s)l}C_2(\Lambda,\Lambda') \quad (69)\end{aligned}$$

となる。$F_2(\Lambda, BL'|s)$ の係数の根は、

$$s \approx -\Lambda_z - \Lambda'_z \pm \bar{\beta}_2(p+\Lambda_x+\Lambda'_x) \tag{70}$$

であるから、(69) から $F_2(\Lambda,\Lambda'|s)$, $A_2(\Lambda,\Lambda')$,$C_2(\Lambda,\Lambda')$ に関する方程式

$$\begin{aligned}
\mathrm{D}(s+\Lambda_z+\Lambda'_z, p+\Lambda_x+\Lambda'_x)\cdot &\begin{bmatrix} F_2(\Lambda,\Lambda'|s) \\ A_2(\Lambda,\Lambda') \\ C_2(\Lambda,\Lambda') \end{bmatrix} \\
= \frac{k_2^2}{2} &\begin{bmatrix} GF_1(\Lambda,\Lambda'|s) \\ GF_1(\Lambda,\Lambda'|-\Lambda_z-\Lambda'_z+\bar{\beta}_2(p+\Lambda_x+\Lambda'_x)) \\ GF_1(\Lambda,\Lambda'|-\Lambda_z-\Lambda'_z-\bar{\beta}_2(p+\Lambda_x+\Lambda'_x)) \end{bmatrix}
\end{aligned} \tag{71}$$

が得られる。ここで、式を簡単にするため

$$GF_1(\Lambda,\Lambda'|s) = G(\Lambda)F_1(\Lambda'|s) + G(\Lambda')F_1(\Lambda|s) \tag{72}$$

と置いた。

(71) を解いて、$A_2(\Lambda,\Lambda')$ と $C_2(\Lambda,\Lambda')$ を求めると

$$\begin{aligned}
A_2(\Lambda,\Lambda') \;=\; & i\frac{k_2^2}{2\Delta(p+\Lambda_x+\Lambda'_x)}\Big[[\bar{\beta}_2(p+\Lambda_x+\Lambda'_x) - \beta_3(p+\Lambda_x+\Lambda'_x)] \\
& \times GF_1\left(\Lambda,\Lambda'|-\Lambda_z-\Lambda'_z+\bar{\beta}_2(p+\Lambda_x+\Lambda'_x)\right)\cdot e^{i\beta_3(p+\Lambda_x+\Lambda'_x)l} \\
& +[\bar{\beta}_2(p+\Lambda_x+\Lambda'_x) + \beta_3(p+\Lambda_x+\Lambda'_x)] \\
& GF_1\left(\Lambda,\Lambda'|-\Lambda_z-\Lambda'_z-\bar{\beta}_2(p+\Lambda_x+\Lambda'_x)\right)\cdot e^{i\beta_3(p+\Lambda_x+\Lambda'_x)l}\Big]
\end{aligned} \tag{73}$$

$$\begin{aligned}
C_2(\Lambda,\Lambda') \;=\; & -ie^{-i\beta_3(p+\Lambda_x+\Lambda'_x)}\frac{k_2^2}{2\Delta(p+\Lambda_x+\Lambda'_x)}\Big[[\bar{\beta}_2(p+\Lambda_x+\Lambda'_x) + \beta_1(p+\Lambda_x+\Lambda'_x)] \\
& \times GF_1\left(\Lambda,\Lambda'|-\Lambda_z-\Lambda'_z+\bar{\beta}_2(p+\Lambda_x+\Lambda'_x)\right) \\
& +[\bar{\beta}_2(p+\Lambda_x+\Lambda'_x) - \beta_1(p+\Lambda_x+\Lambda'_x)] \\
& GF_1\left(\Lambda,\Lambda'|-\Lambda_z-\Lambda'_z-\bar{\beta}_2(p+\Lambda_x+\Lambda'_x)\right)\Big]
\end{aligned} \tag{74}$$

となる。

6 数値計算例

前節で、0 次、1 次、2 次の Wiener 核を求めたので、コヒーレント反射係数・散乱断面積などの統計量を計算できる。しかし、散乱断面積の 2 次オーダーを計算するには、3 重積分が必要となるので、以下では A_1、C_1のみを用いて散乱断面積を計算した。

S_i基板の上に S_iC薄膜が生成される場合を想定し、各媒質の比誘電率を

$$\epsilon_1 = 1, \quad \bar{\epsilon}_2 = 6.7, \quad \epsilon_3 = 11.8, \quad \sigma^2 = 1.0\times 10^{-4} \tag{75}$$

として数値計算を行った。もう一つの例として、空気に挟まれたガラス層を想定し、

$$\epsilon_1 = 1, \quad \bar{\epsilon}_2 = 2.25, \quad \epsilon_3 = 1, \quad \sigma^2 = 1.0 \times 10^{-4} \tag{76}$$

とした。

図 3-6 は後方散乱断面積$\sigma_b(\phi|\theta)$ 前方散乱断面積$\sigma_f(\phi|\theta)$ を散乱角ϕの関数として描いたものである。図 3 は S_iC薄膜の厚さ lが 10μの場合、相関距離κを変えて描いたものである。相関距離が短くなるとインコヒーレント散乱が角度方向に広がること、リップルを持つこと、また、後方（$\phi = \pi + \theta$）および鏡面反射方向 ($\phi = 2\pi - \theta$) に緩やかな強調散乱が起こることなどが分かる。S_i基板層へのインコヒーレント散乱では，散乱角が臨界角

$$\phi_c = \cos^{-1}\left(\sqrt{\frac{\bar{\epsilon}_2}{\epsilon_3}}\right) = \cos^{-1}\left(\sqrt{\frac{6.7}{11.8}}\right) = 41.10 \text{ Deg.} \tag{77}$$

より小さいとき、S_iC層でカットオフ（全反射）となるため、 $\phi_c < \phi < 180 - \phi_c$ に限定される．図 4 は相関距離κが 0.1μの場合、S_iC薄膜の厚さ d を変えて描いたものである。薄い場合 ($d = 1\mu$) には、空気層側にリップルは現れないが、$d = 5\mu$では後方（$\phi = \pi + \theta$）および鏡面反射方向 ($\phi = 2\pi - \theta$) に緩やかな強調散乱が起こることなどが分かる。図 5、6 はガラス層の場合であるが、インコヒーレント散乱がリップル特性を持つことを示している。

このように、薄膜の場合には散乱特性にリップルを持つことが大きな特徴である。特に、鏡面反射方向と後方散乱方向に緩やかな強調散乱が起こることを示している。このような現象が生じる原因について考えよう。薄膜の比誘電率$\bar{\epsilon}_2$が媒質 1,3 の誘電率とは大きく異なる場合には、薄膜内で上下方向への多重反射が存在する。例えば、薄膜内部に 1 個の散乱体が存在する場合、図 7 に示すように、後方散乱に寄与する散乱過程は 4 つある。このような 4 つの散乱波が互いに干渉するため、散乱特性にリップルを持つと考えられる。後方散乱（$\phi = \pi + \theta$）の場合に寄与する散乱過程は (a)(b)(c)(d) の 4 つである。このうち、(b) と (c) は伝搬経路の長さが同じで同相で加え合わされるので、強調された後方散乱が発生しうる事になる。また、鏡面反射方向（$\phi = 2\pi - \theta$）の場合に寄与する散乱過程は図 7 の (e)(f)(g)(h) の 4 つであり、(f) と (g) は伝搬経路の長さが同じで同相で加え合わされるので、強調された散乱が発生しうる事になる。

図 8 は光学定理の厚さ l依存性を描いたものである。薄膜表面からの反射波と薄膜裏面からの反射波が干渉するため、コヒーレント散乱電力は振動する。このような振動はインコヒーレント散乱電力にも現れている。厚さ lの増加とともに、入力電力と全散乱電力 (SUM) との差（エネルギー誤差）が大きくなっている。この点を改善するには、近似解の構成法を検討する必要がある。2 次の Wiener 核を考慮して計算すること、エネルギー誤差を小さくする近似解の構成法を検討することなどは今後の課題としたい。

Reference

1 V. I. Tatarski, 'The effects of trubulent atomosphere on wave propagation', IPST, Jerusalem, (1971)

2 A. Ishimaru, *Wave propagation and scattering in random media*, Vol. 2, Academic, New York, (1978)

3 吉田貞史、矢嶋弘義、'薄膜·光デバイス'、東京大学出版会、(1994)

4 P. Bussemer, K. Hehl, and S. Kassam, 'Theory of light scattering from rough surfaces and interfaces and from volume inhomogeneities in an optical layer stack' Waves in random media, Vol. 1, pp.207-221, (1991).

5 J. M. Elson, 'Theory of light sacttering from a rough surface with an inhomogeneous dielectric permittivity', Phys. Rev. B 30 pp.5460-5480, (1984)

6 S. Kassam, A. Duparre, K. Hehl, P. Bussemer, and J. Meubert, 'Light scattering from the volume of optical thin films: theory and experiment', Appl. Optics, Vol.31, pp.1304-1331, (1992).

7 V. Freilikher, M. Pustilnik, I. Yurkevich and A. A. Maradudin, 'Wave scattering from a thin film with volume disorder: reflection and transmission',Opt. Comm. 110, pp.263-268, (1994)

8 T. J. Dalton, W.T. Conner, and H. H. Sawin, 'Interferometric Real-Time measurement of uniformity for plasma etching', J. Electrochem. 141, pp. 1897-1900, (1994).

9 長谷川信也、小倉久直、中山純一、'ランダム薄層による反射と透過'、電磁界理論研究会資料 EMT-80-37、(1980)

10 中山純一、小倉久直、長谷川信也、'三次元ランダム薄層による反射と透過', 電磁界理論研究会資料、EMT-81-57,pp. 99-108, (1981)

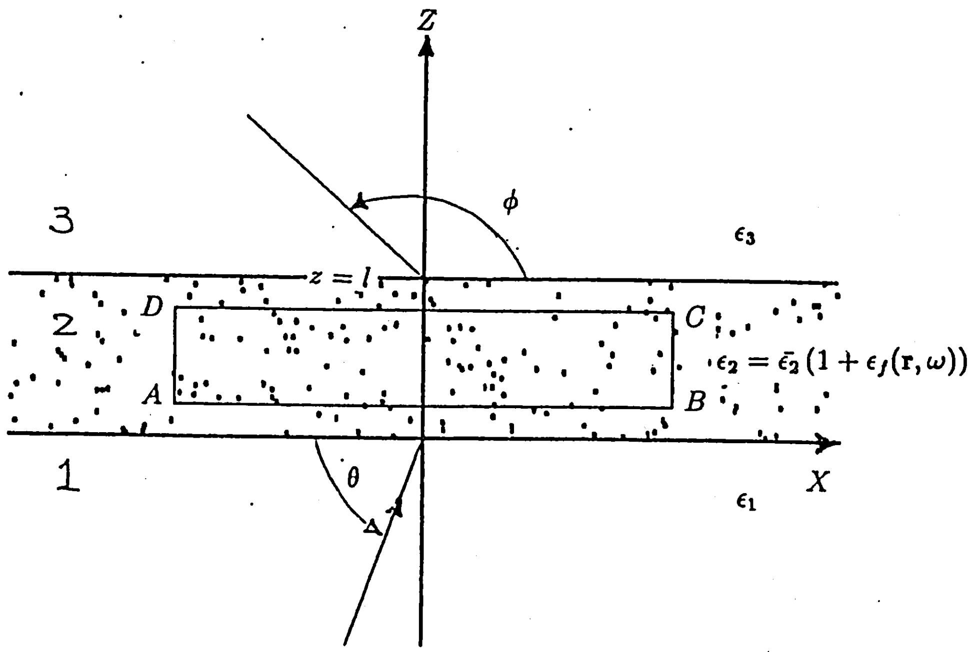


図1　ランダム媒質の薄膜（厚さ l）による TE 平面波の散乱。θ と ϕ は、入射角と散乱角。長方形 ABCD は、光学定理を導くための積分領域。

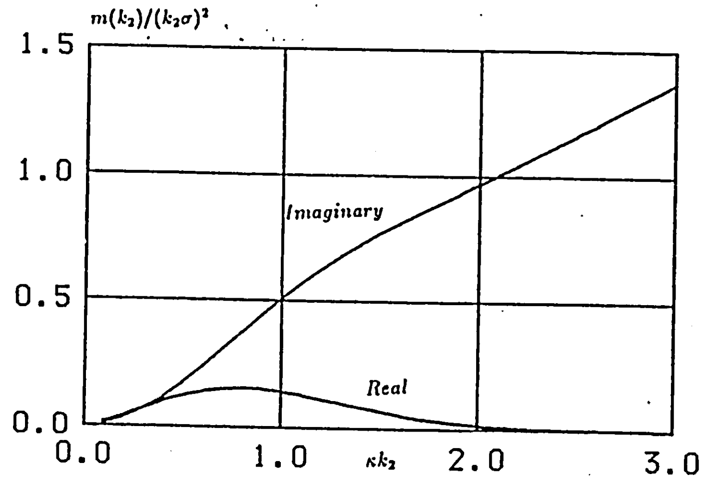


図2　ガウス形相関関数にたいするマスオペレータ $m(k_2)$ の計算例。$m(k_2)$ の虚部が正であるので、コヒーレント波は減衰する。

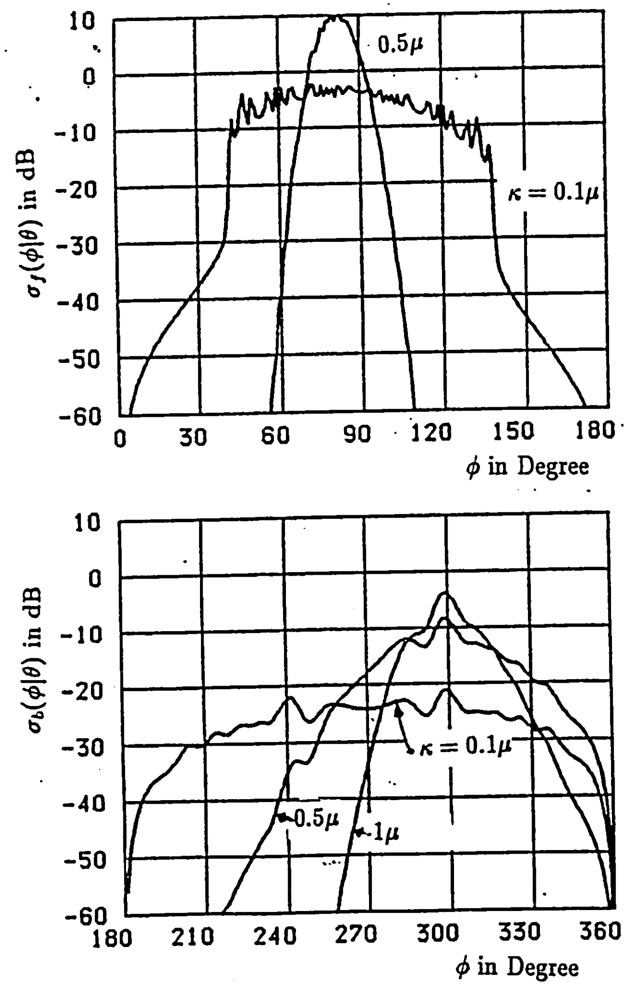


図3　散乱断面積 (SiC)。$l = 10\mu, \bar{\epsilon}_2 = 6.7$, $\epsilon_3 = 11.8$, $\theta = 60$ Deg. 入射波の波長 $0.6328\mu m$ に対する特性。相関距離κが短くなるにつれ、インコヒーレント散乱が広い角度領域に広がる。リップルを持ち、また、後方 ($\phi = \pi + \theta$) および鏡面反射方向 ($\phi = 2\pi - \theta$) に緩やかな強調散乱が起こることに注意。

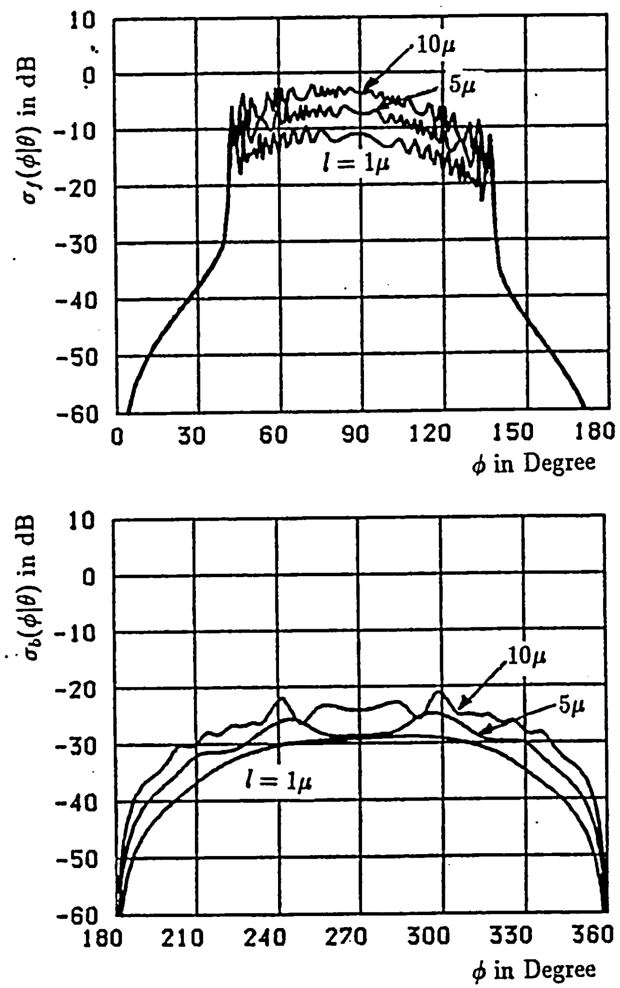


図4　散乱断面積 (SiC)。$\kappa = 0.1\mu, \bar{\epsilon}_2 = 6.7$, $\epsilon_3 = 11.8$, $\theta = 60$ Deg. 厚さ lを変えた場合。

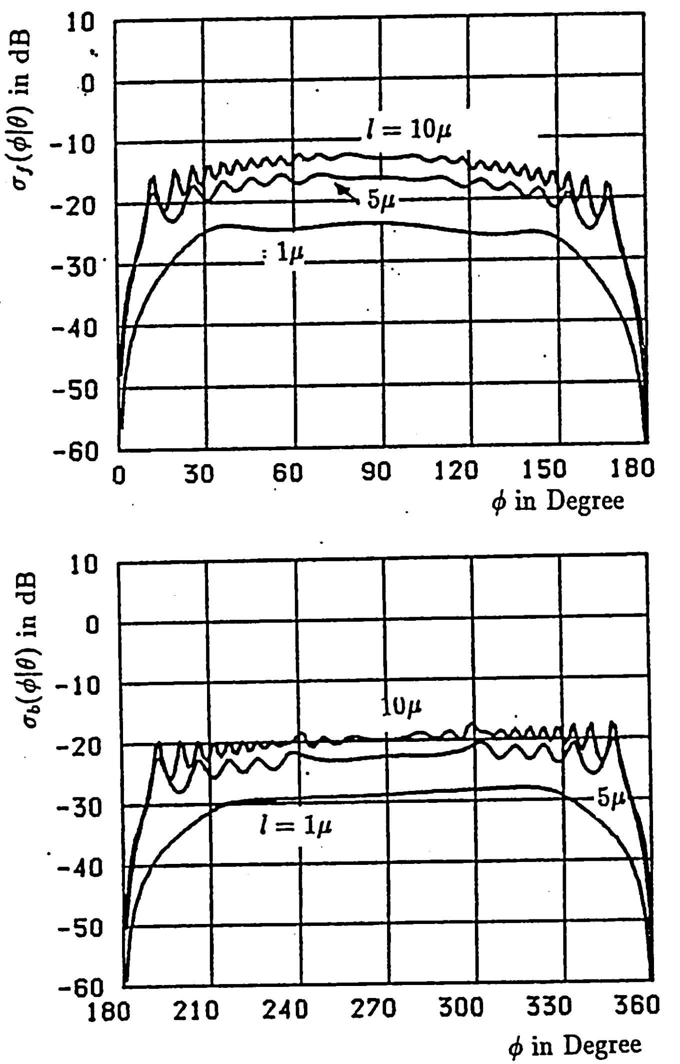


図6　散乱断面積$\kappa = 0.1\mu, \bar{\epsilon}_2 = 2.25,\ \epsilon_3 = 1, \theta = 60$ Deg.
厚さ lを変えた場合。

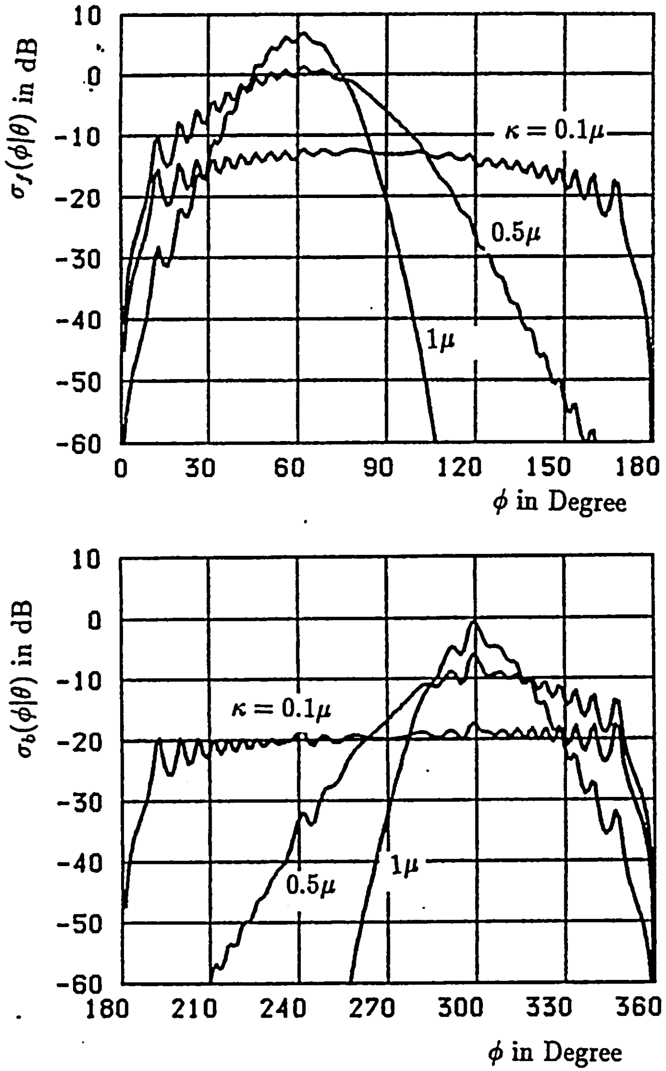


図5　散乱断面積 $l = 10\mu, \bar{\epsilon}_2 = 2.25,\ \epsilon_3 = 1, \theta = 60$ Deg.
相関距離κを変えた場合

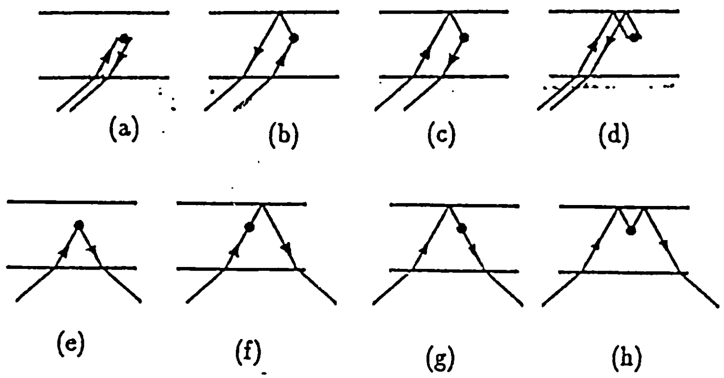
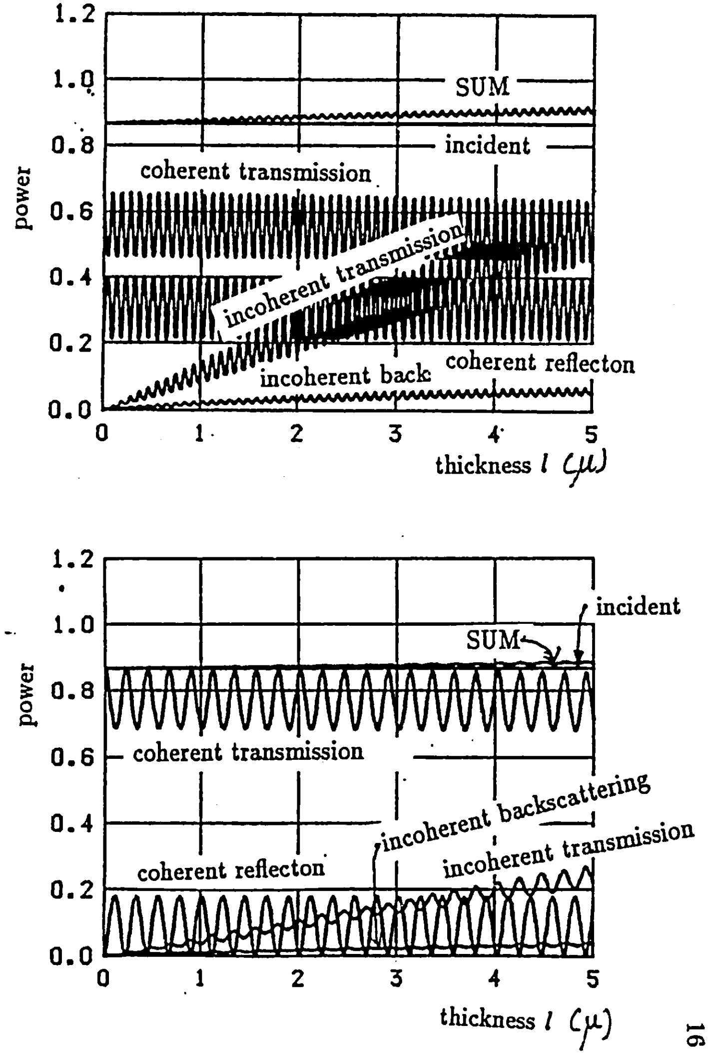


図7 後方散乱過程 (a)(b)(c)(d) と鏡面反射方向への散乱過程 (e)(f)(g)(h)。(b)(c) では、経路長が同じであり、散乱波が同相で加算される。また、(f)(g) でも、経路長が同じであり、散乱波が同相で加算される。

図8　光学定理の厚さ依存性、$\kappa = 0.2\mu$、$\theta = 60$ Deg. (a)S_iC の場合。(b) ガラスの場合。インコヒーレント散乱の電力は１０倍して表示している。入射電力 (incident) は $\sin(60^\circ) = 0.866$。薄膜表面 (z=0) からの反射波と薄膜裏面 (z=l) からの反射波が干渉するため、厚さ l の増加とともにコヒーレント電力が振動する。コヒーレント透過電力に比例してインコヒーレント散乱の電力が振動している。また、厚さ l の増加とともにエネルギー誤差が増加している。



輻射科学研究会資料（ＲＳ９５－１２）

導波管並列給電誘電体装荷
円偏波平面アンテナ

津川哲雄　（大阪工業大学電子工学科）

杉尾嘉彦　（摂南大学工学部電気工学科）

１９９５年１０月　６　日

大阪電気通信大学寝屋川学舎Ｒ２００号室

導波管並列給電誘電体装荷円偏波平面アンテナ

Circularly Polarized Dielectric-Loaded Planar Antenna
Excited by Parallel Feeding Waveguide Network

津川哲雄
大阪工業大学
Tetsuo Tsugawa
Osaka Institute of Technology

杉尾嘉彦
摂南大学
Yoshihiko Sugio
Setsunan University

あらまし

円形または方形の導波管開口の前方に誘電体柱を装荷し，かつ開口導波管を側面から他の方形導波管で励振する平面アンテナについて論じる．給電回路系を導波管回路網で構成するのは，回路損失を極力小さくして開口効率を上げたいためである．誘電体を装荷して素子利得を増大させた場合のアレイアンテナについて，素子間隔とグレイチングローブの関係，素子数の低減，並列給電法，円偏波素子の構成法，高開口効率化等の問題について論じている．具体的には，開口効率９０％以上，１ｄＢ以下の軸比帯域および１－ｄＢダウンの利得帯域がいずれも中心周波数の５％以上，その上素子数が通常の１／３～１／４に低減された平面アンテナの実現性について論じている．

1．まえがき

1997年8月に次世代の放送衛星COMETS（実験用衛星）が打ち上げられるが，この放送周波数は20.7GHzであり，受信用アンテナの利得としては約42dBi 必要で，もしも開口効率が65%のパラボラアンテナを使うならば直径75cmのものが必要とされている．開口効率が90%の平面アンテナであれば56cm角でよいことになる．

これまで主に12GHz帯において30dB前後の利得の各種の平面アンテナが報告されてきた．それらはクランク型マイクロストリップラインアンテナ[(1)]，トリプレート型マイクロストリップスロットアンテナ[(2)]，ラジアルラインスロットアンテナ[(3)]，ラジアルライン ンヘリカルアンテナ[(4)]，などである．(2) は並列給電であるため周波数帯域幅も広くかつ開口効率も90%以上が得られているが，それ以外の平面アンテナはいずれも直列給電型であるため40dBi以上の利得のアンテナを構成する場合には帯域制限を受ける欠点がある．(2)のトリプレート型も給電回路がストリップラインであるため導体損が増えて開口効率を90%以上にすることは極めて困難になる．

素子利得を高くすることによって素子間隔を１波長以上にすると共にグレイチングローブのレベルを低減しかつアレーアンテナの素子数をも大幅に低減し更に高開口効率にする試みがなされている[(5)−(6)]．これらはいずれも各素子アンテナの前方に誘電体柱を装荷して素子利得を高くしてアレー化したもので，素子アンテナとしてマイクロストリップパッチを用いた素子間隔1.5 波長の三角配列64 素子円偏波アレイでは，最大利得31dBi，開口効率83%，1-dBダウンの利得の周波数帯域幅660MHz（5.6%），周波数11.7-12.0GHz で1.2dB 以下の軸比，が得られている[(5)]．開口効率が90% を越えないのは，各素子への給電回路としてマイクロストリップ線路を用いているため，その線路損失のためである．他方この欠点を克服するため，素子アンテナとして円形導波管開口を用いかつその側面を他の方形導波管で励振した素子間隔1.5 波長の正方形配列16 素子直線偏波アレーでは，最大利得26.5dBi，開口効率96%，1-dB ダウンの利得の周波数帯域幅1.5GHz，周波数12.25-12.75GHz で−40dB 以下の交差偏波レベル，といった優

れた結果が得られている[6].

本論文は，誘電体を装荷して素子利得を増大させた場合のアレーアンテナについて，その考え方とこれまでの結果を概括した後，方形導波管開口をその側面から他の方形導波管回路網で励振する円偏波平面アンテナにおける，円偏波素子の構成法，素子間隔とグレイチングローブ，並列給電法，素子数の低減，および高開口効率化等の問題について論じたものである．周波数は12GHz帯としたが，この種のアンテナ（考え）は20GHzあるいはそれ以上のミリ波や光波の領域にも適用可能であると期待される．横方向と縦方向とで利得を稼ぐいわゆる" Volume-planar antenna" すなわち" 立体平面アンテナ" とでも言うべき高開口効率な平面アンテナの開発を目的としたものである．

2．直線偏波平面アンテナ

素子アンテナとして，その前方に誘電体を装荷して素子利得を高くした円形導波管開口を用いかつその側面から他の方形導波管で励振し

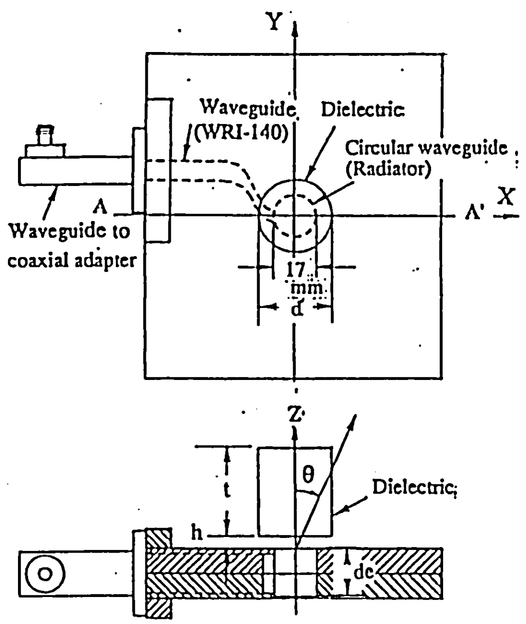


図1 誘電体装荷導波管開口素子アンテナ（直線偏波）

Fig.1 Geometry of an element dielectric loaded antenna.

た１素子アンテナを図１に示す(6)．導波管開口は厚さ１０ｍｍの二枚のアルミニューム板から出来ている．一枚には底のある直径１７ｍｍの円形空洞パイプを設け，その側面に他の方形導波管の広い壁面の半分に相当する深さの溝が接続されている．他方の板には同じ直径の貫通した円形空洞パイプと同じ溝が設けられている．これらを重ね合わせることにより図１のような素子アンテナを構成している．その利得および放射特性をそれぞれ図２および図３に示す．図２から利得は誘

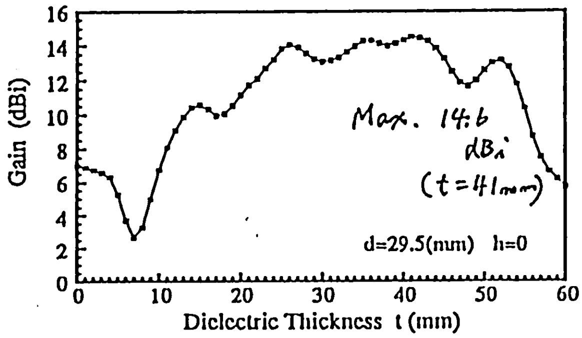


図２　素子アンテナの利得対装荷誘電体厚

Fig.2　Element antenna gain vs thickness of the loaded dielectric.

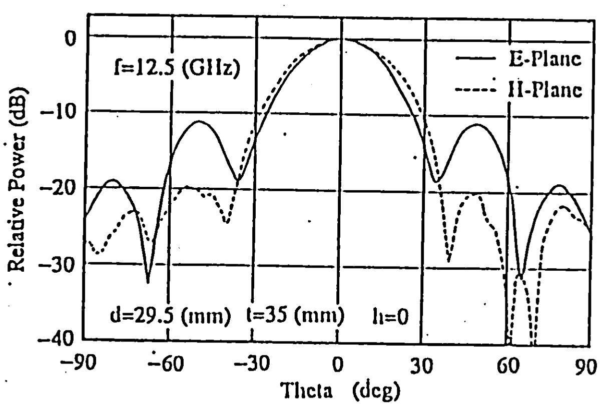
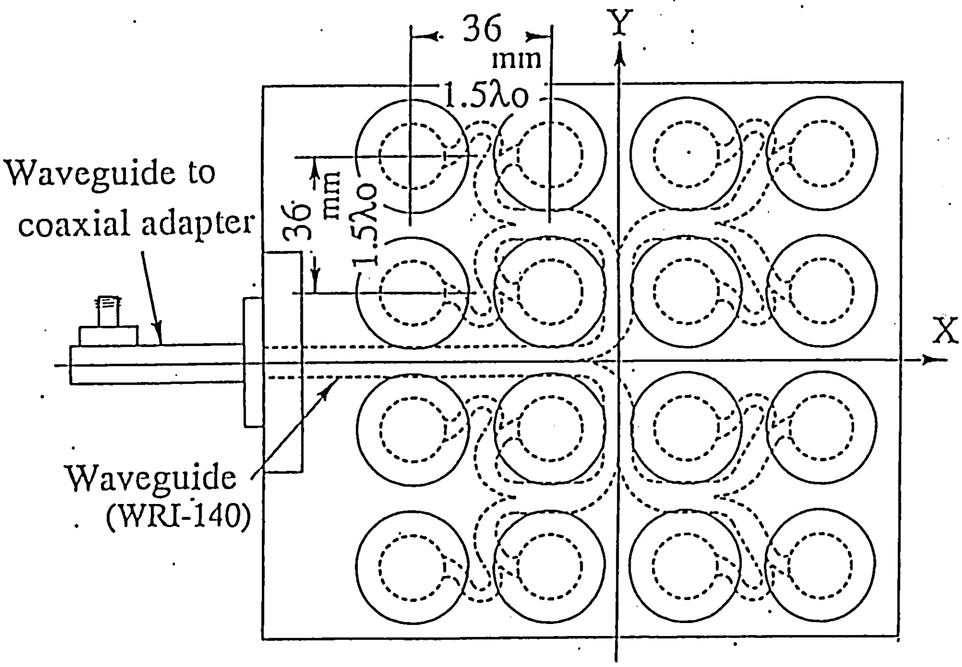


図３　素子アンテナの放射パターン

Fig.3　Radiation patterns of the element antenna.

電体（ポリプロピレン；比誘電率 ε_r = 2.26）の厚さを適当に選ぶことによって，導波管開口のみの時（約7dB）より誘電体を装荷したときには約7dB上昇して14dB 以上に出来ることが分かる．また図３にE面およびＨ面の放射特性を示しているが，E面における第一サイドローブが少し高くなっている．しかしながら図４のように素子間隔を1.5波長で16素子の正方形配列にすると，図５－６に示すようにグレイチングローブも低減されて良好な放射パターンが得られ，かつ開口効率も最大96%が得られている．この時の利得の1-dB ダウンの周波数帯域幅は1.5GHzであり，交差偏波レベルは－40dB以下であった．また，リターンロスは11.9GHz－12.9GHzにおいて－15dB以下であった[6].



Aperture area = $(36 \times 4)^2$ = 20,736 mm^2
h = 0, t = 35mm, d = 29.5mm

図４　導波管並列給電誘電体装荷16素子平面アンテナ

Fig.4 The 16-element dielectric loaded planar antenna excited by parallel feeding waveguide network.

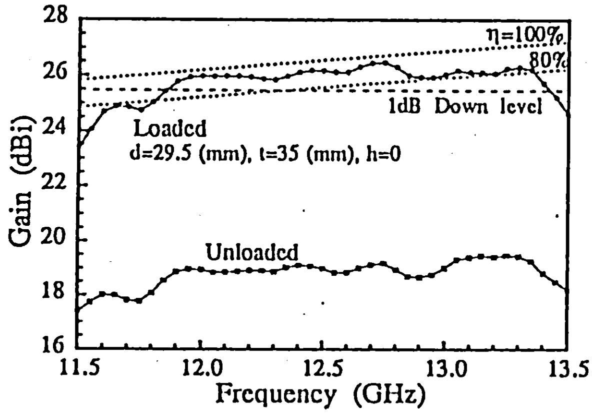
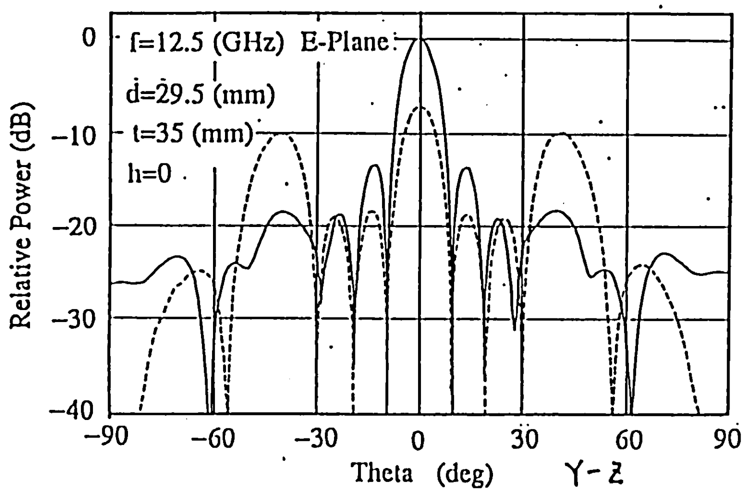
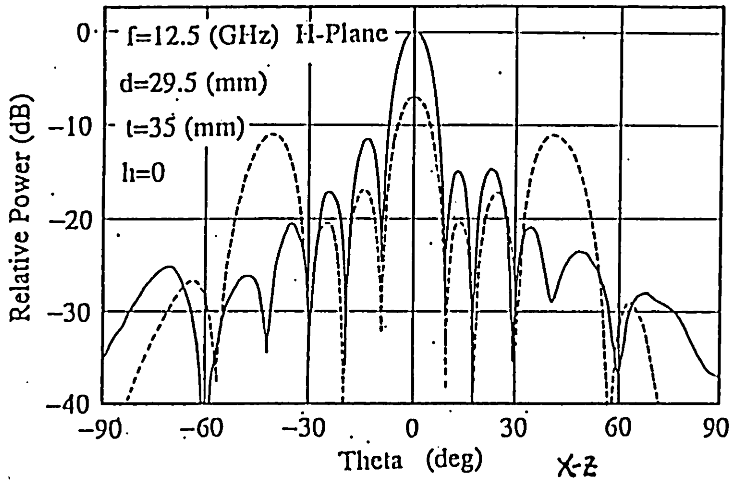


図５　16素子アンテナの利得特性

Fig.5　Gain of the 16-element dielectric loaded planar antenna.



(a) E 面 (E-plane)



(b) H 面 (H-plane)

図６　16素子アンテナの放射パターン

Fig.6 Radiation Patterns of the 16-element dielectric loaded antenna.

この平面アンテナの4倍の64素子平面アンテナを図７に，その利得特性を図８に示す．この場合最大開口面効率95%，利得の1-dBダウンの周波数帯域幅1GHzが得られている．

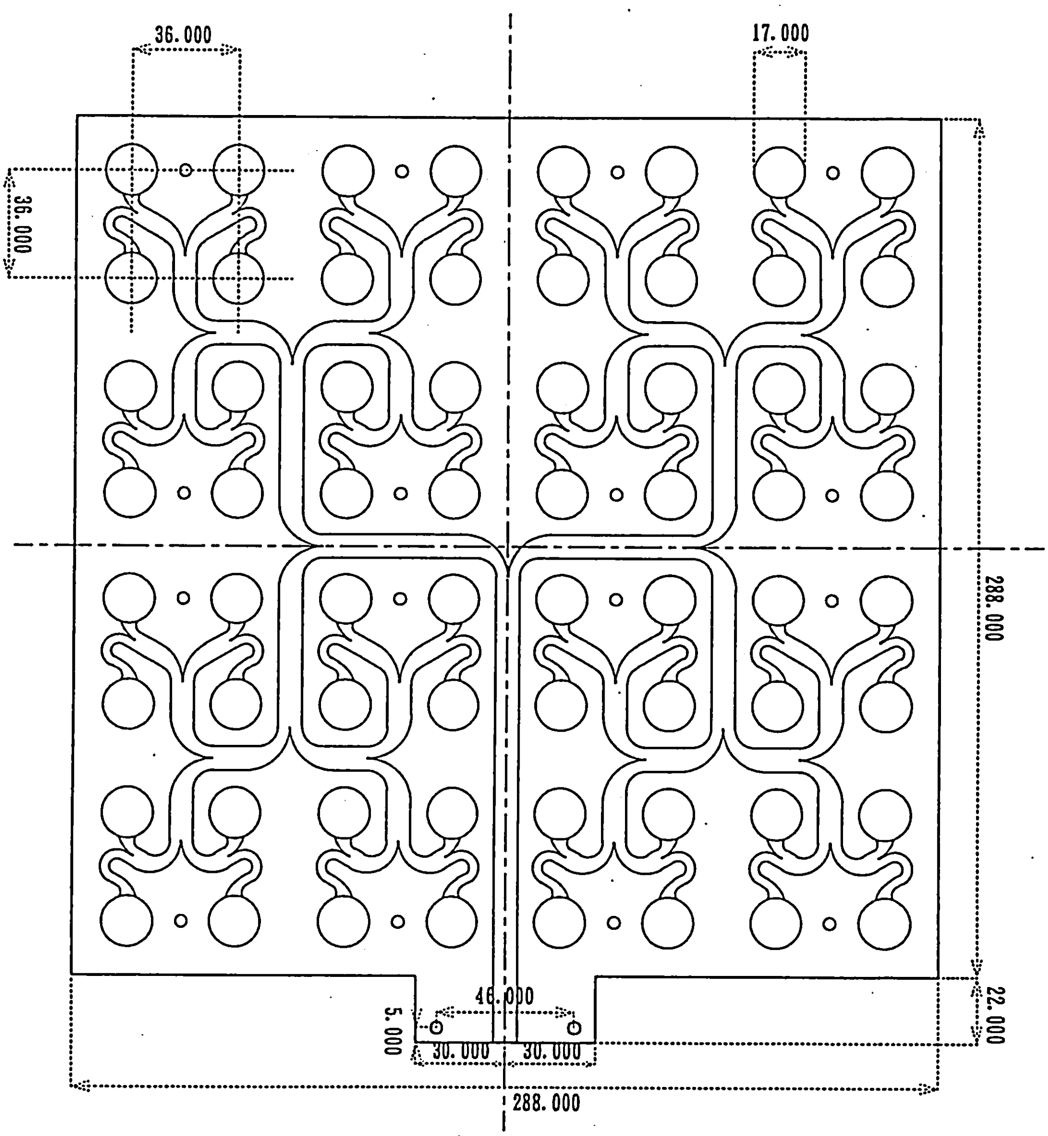


図７　導波管並列給電誘電体装荷64素子平面アンテナ
Fig.7 The 64-element dielectric loaded planar antenna excited by parallel feeding waveguide network.

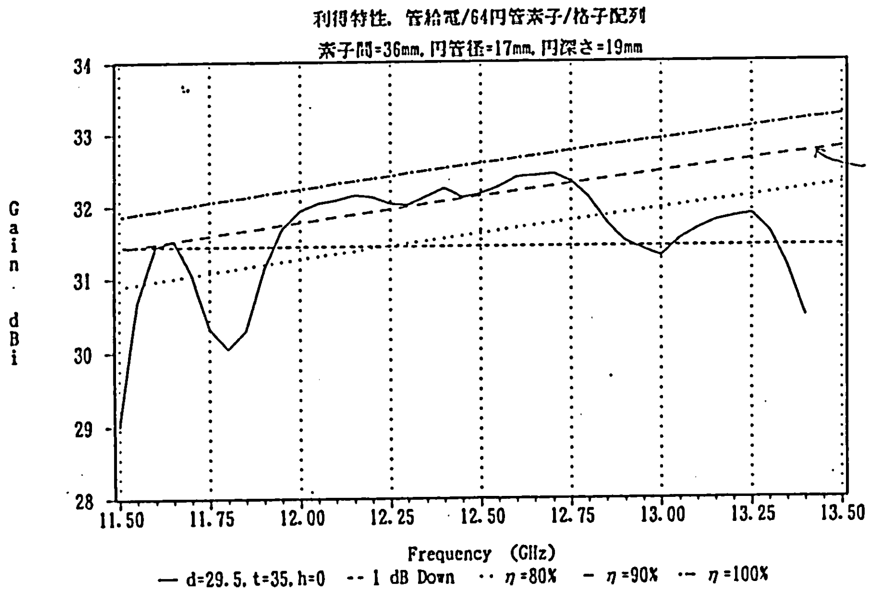


図８　64素子平面アンテナの利得特性

Fig.8 Gain of the 64-element dielectric loaded planar antenna.

以上のようにこの種の平面アンテナは高開口効率，広い周波数帯域幅といった優れた特性を持つことが分かる．

３．円偏波平面アンテナ

３．１　円偏波素子の例

短い導波管を円偏波の放射素子とする方法は幾つか考えられ，その例を図９に示す．この図は偏波子を内装した，あるいは変形された方形や円形の放射用導波管開口を側面から他の方形導波管で給電した場合の上面図である．これらを大別すると，ピン（またはポスト）を設ける方法（a,b.c），ダイポールを挿入する方法（d,e,f），誘電体板を挿入する方法（g,h,i），管壁に凸部を設ける方法（j,k），管壁に窪みを設ける方法（l,m,n），楕円や方形導波管への給電位置を適当に選ぶ方法（o,p）等が考えられる．

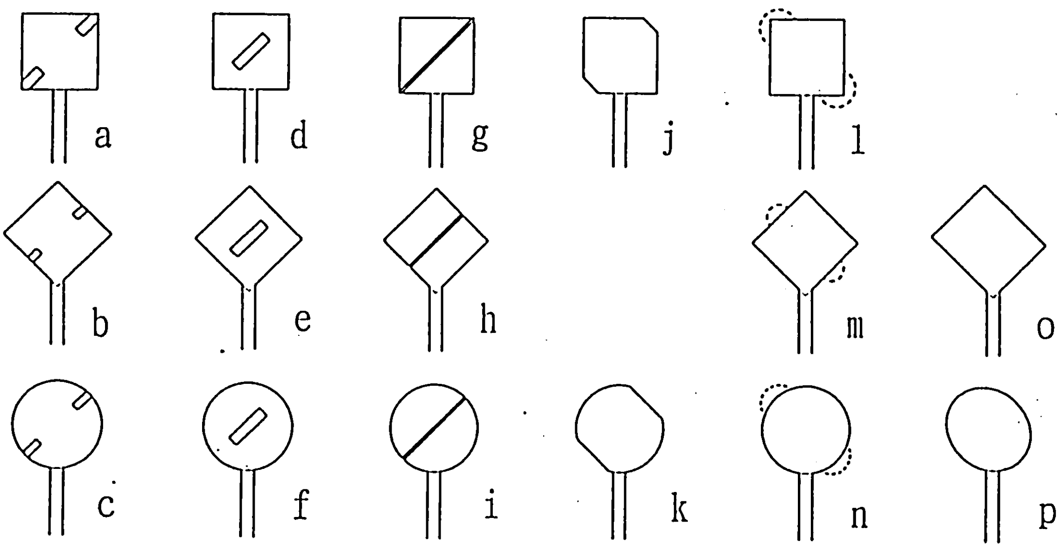
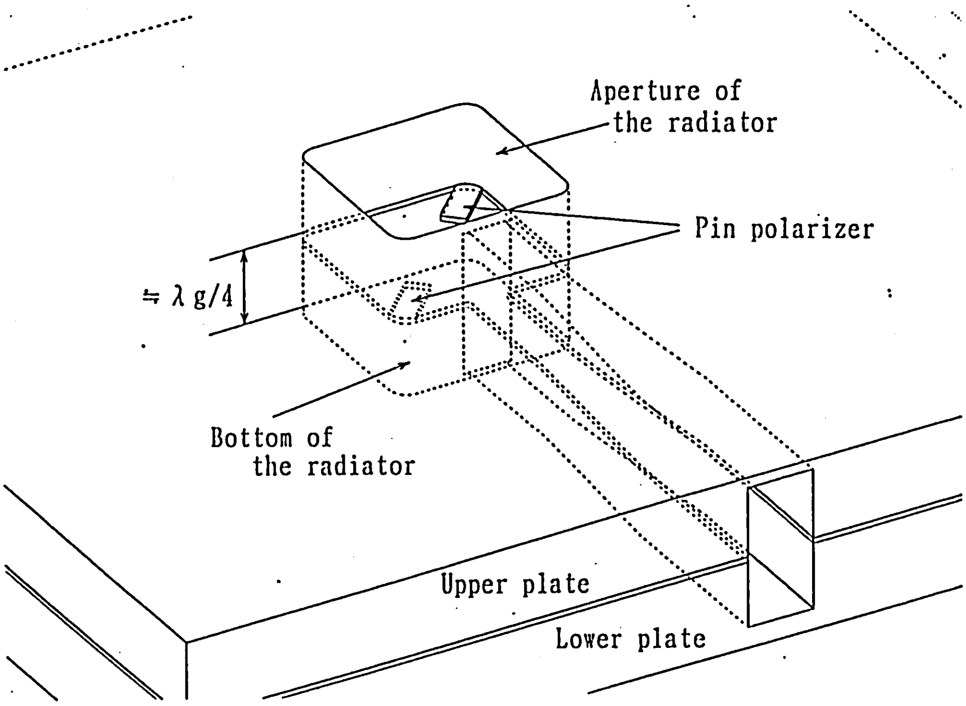


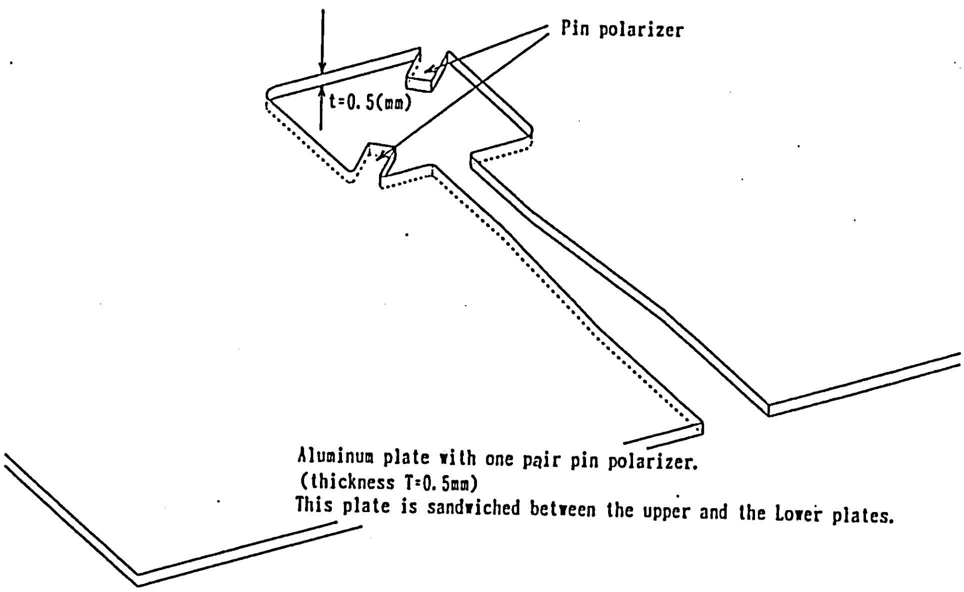
図９　導波管開口円偏波素子アンテナ
Fig.9 The various circularly polarized waveguide aperture antennas.

３．２　1素子導波管開口円偏波アンテナ

図9に示した円偏波素子アンテナの幾つかは既にその特性を確認済みであるが(7)，ここでは最も基本的な図9aの場合について論じる．試作した導波管開口，励振導波管部，およびピン偏波子の構造を図10に示す．この場合も図１の時と同じく，導波管開口も励振の方形導波管部も厚さ10mmの二枚のアルミニューム板から出来ている．ピン偏波子は厚さ0.5mmのアルミニューム板に打ち抜きで構成され，さらにこれを上記二枚のアルミニューム板でサンドイッチしている．サンドイッチされるアルミニューム板の代わりにフィルム基板を使っても良いし，図9dのようなダイポールをフィルム基板を使って宙に浮かせても良い．



(a) 素子アンテナの構成(the element antenna)



(b) ピン偏波子(Pair pin polarizer)

図１０　1素子アンテナの構成図

Fig.10 Arrengement of the element antenna.

1素子の誘電体装荷アンテナの構成図を図11に示す．放射素子としての導波管の深さは約 $\lambda g/2$（λg は管内波長）とするが，これは給電する方形導波管の長辺より少し長めに取ると良い（誘電体を開口部に密着させる場合）．図には示されていないが，この放射用方形導波管の底の深さは可変になっている．給電点即ち，給電導波管と放射導波管の結合部において，給電導波管の中心部が放射導波管の底から $\lambda g/4$ に位置するようにすれば良い．給電導波管は，給電回路として位相を考慮する必要があるので導波管の狭辺を規格の１／３にしてある．

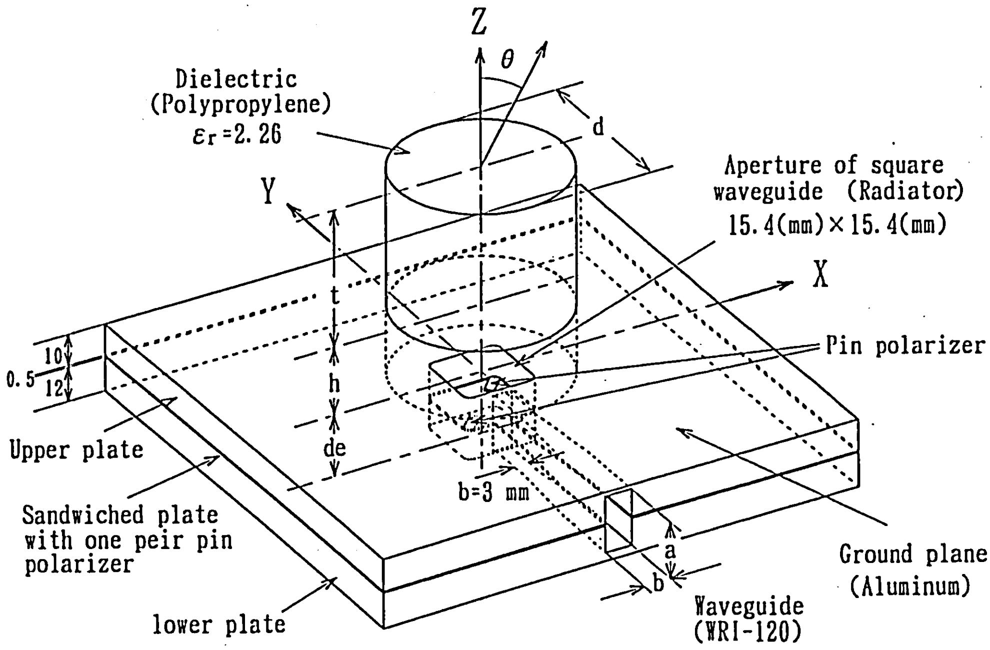
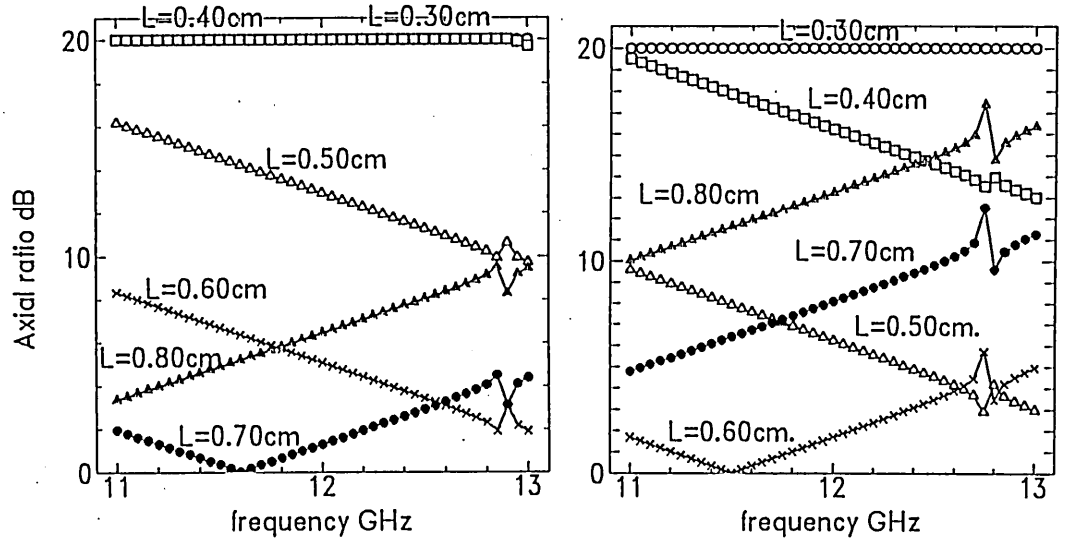


図11　1素子導波管開口誘電体装荷円偏波アンテナ

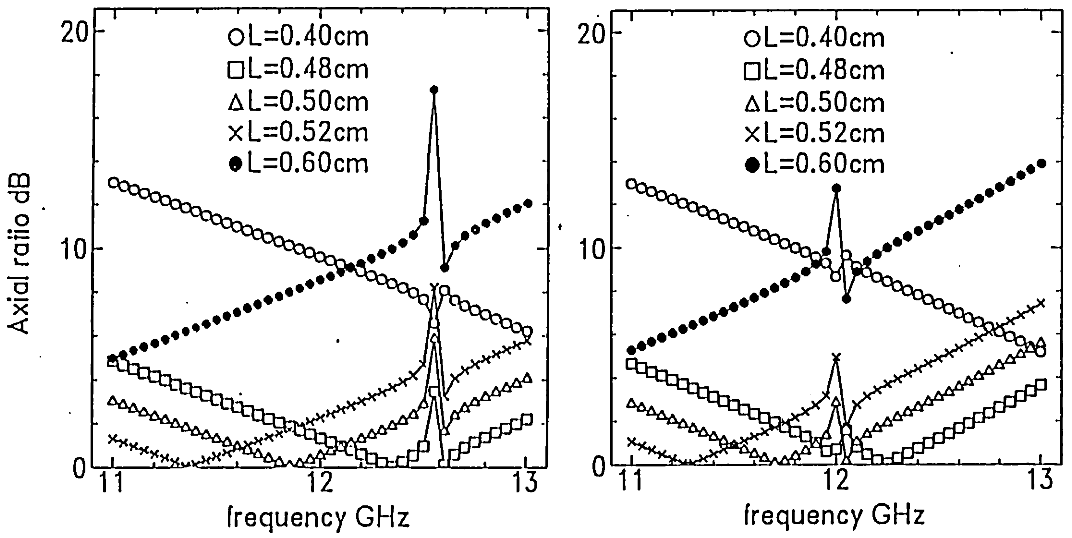
Fig.11　Geometry of the single element circulary polarized dielectric loaded antenna fed by the waveguide.

３．３　ピン寸法の決定

まずピンの寸法の見当をつけるため，誘電体を装荷しない1素子の



(a) A=B=14.5mm, de=19.5mm (b) A=B=14.5mm, de=20.0mm



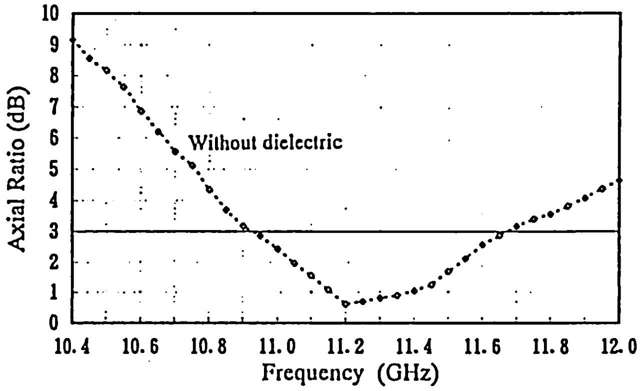
(c) A=B=14.5mm, de=21.0mm (d) A=B=15.5mm,de=21.0mm

W=2mm, zo= -10.025mm, xo=0.0

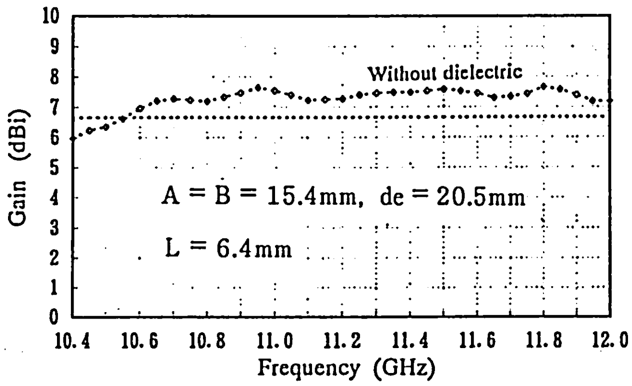
図12 1素子導波管開口アンテナの軸比特性（誘電体非装荷）

Fig.12 The axial ratio of single element waveguide aperture antenna.

場合の放射電磁界の軸比特性を，ピンの幅w＝2mm（一定）にして長さLのみを変えて理論的にはその厚さ0とし，実験的には厚さ0.5mmとして調べた．この場合理論値，実験値共傾向が良く合っているので計算結果のみを図12に示す．A,Bは放射導波管の開口寸法で以下ではA=Bとしている．計算に際しては，給電する方形導波管の給電点におけるTE10 モードに対する入力アドミッタンスに関する変分表示式を導き，各開口部の電磁界を仮定しかつ決定してから遠方界の軸比を計算した[8]．放射導波管内の電磁界は空洞共振器のダイアディックグリーン関数を用いて表示し，外部空間も半無限空間のダイアディック



(a) 軸比（Axial ratio）



(b) 利得（Gain）

図13　1素子導波管開口アンテナの軸比および利得特性

Fig.13 The axial ratio and the gain of the single element circularly polarized antenna fed by the waveguide.

クグリーン関数を用いて表わした．給電開口部はTE_{10}モードのみ，放射開口部はTE_{10}とTE_{01}の二つのモードのみを仮定した．特性上の急峻な変化は共振器モードの影響の為である．軸比の0dBの位置はピンの長さによってかなり変化する．また放射導波管の長さにも影響されるが，この長さが一定であれば開口寸法を少し変えても軸比はほとんど変化しないことが分かる．また実験結果の一例を図13に示す．軸比，利得特性共に良好な結果を得ている．実際の１素子誘電体装荷ア

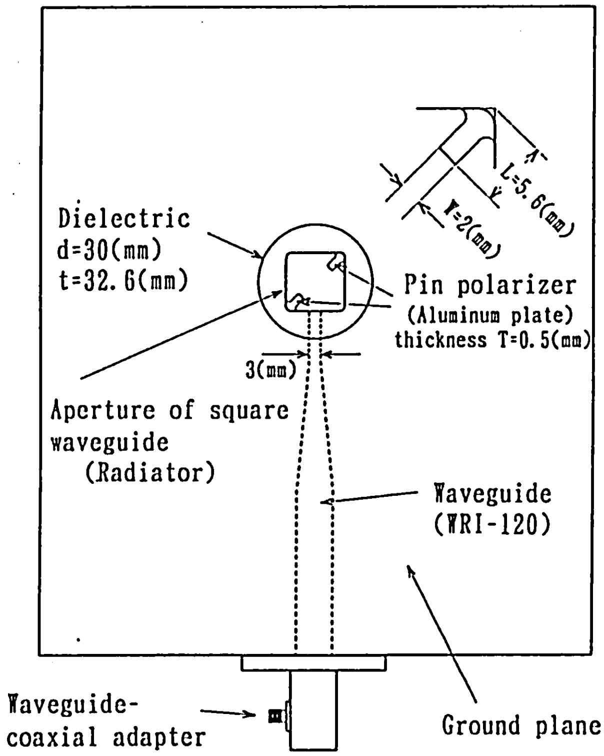
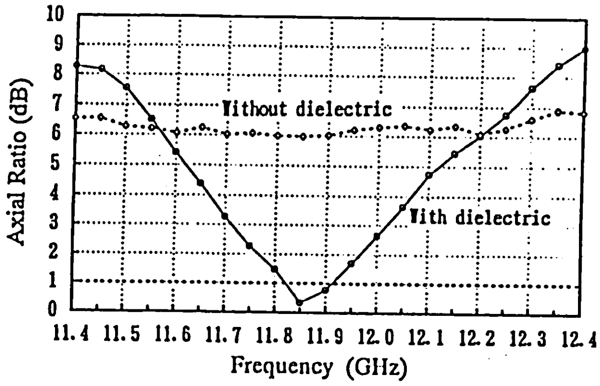


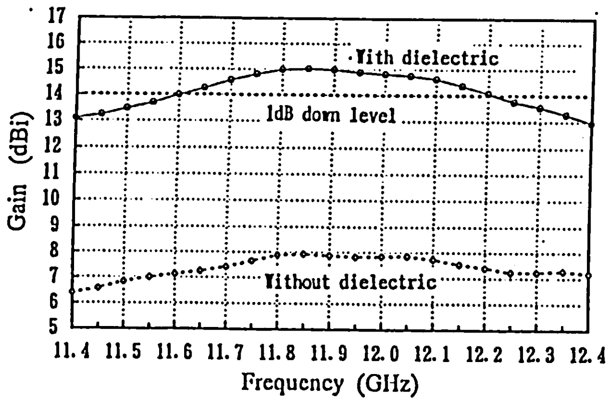
図14　1素子導波管開口誘電体装荷円偏波アンテナの正面図
Fig.14 The top view of the single element dielectric loaded antenna.

ンテナの正面図を図14に示す．この場合，後で配列アンテナを考えているので利得と素子間隔の関係から，開口寸法A=B=15.4mm，誘電体の直径d=30mm,その厚さt=32.6に選び，さらに誘電体装荷時に円偏波となるようにピンの長さや導波管の深さをL=5.6mm, de21.4mmに

選んでいる．誘電体は放射導波管の開口部に密着させられている（h=0）．軸比および利得特性を図15に，入力特性を図１６に示している．また放射パターンは図17のようになる．



(a)　軸比（Axial ratio）



(b)　利得（Gain）

図15　1素子導波管開口誘電体装荷円偏波アンテナの軸比と利得
Fig.15 The axial ratio and the gain of the single element circularly polarized dielectric loaded antenna fed by the waveguide.

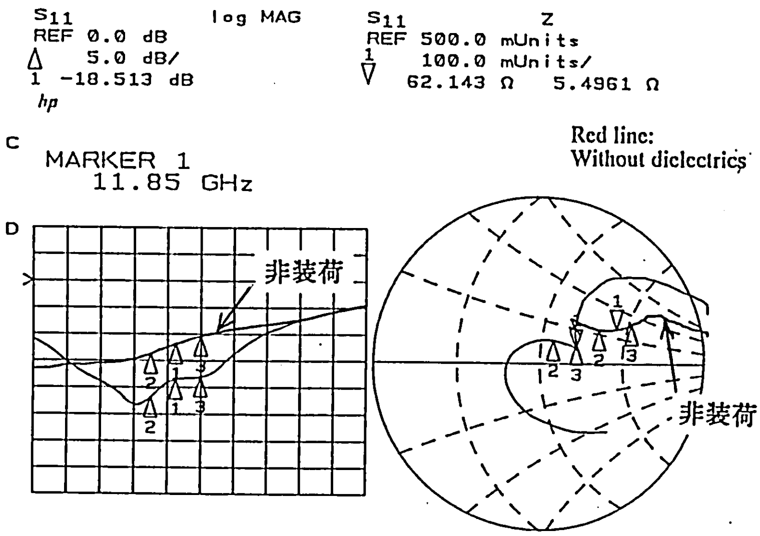


図16　1素子導波管開口誘電体装荷円偏波アンテナの入力特性
Fig.16 The input characteristics of the single element circularly polarized dielectric loaded antenna fed by the waveguide.

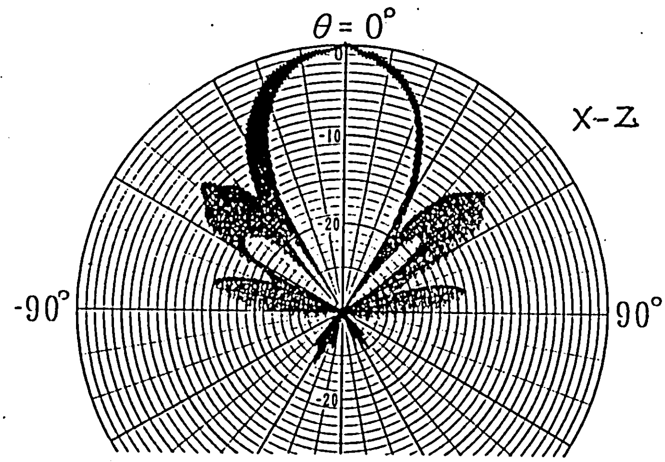


図17　1素子導波管開口誘電体装荷円偏波アンテナの放射パターン
Fig.17 Theradiation pattern of the single element circularly polarized dielectric loaded antenna fed by the wadeguide.

３．４　導波管並列給電誘電体装荷円偏波４素子平面アンテナ

前節の最後で決定した寸法を用いて４素子の平面アンテナの構成例の正面図を図18に示した．これは正方形配列であるが，三角配列にしても良い．点線は導波管回路を示す．P1, P2, P3 においてE分岐されている．素子ＡとＣが同相で給電されるためにはP2, P3の電界が同じ向きになる必要があるから，分岐P1からP2の距離より，P1からP3の距離の方が管内波長において$\lambda_g/2$だけ長くしてある．また，分岐P2から素子ＡとB，分岐P3から素子ＣとDにも図のように$\lambda_g/4$だけ距離差を付けることによって放射電界のベクトルの向きが一致するように設計してある．

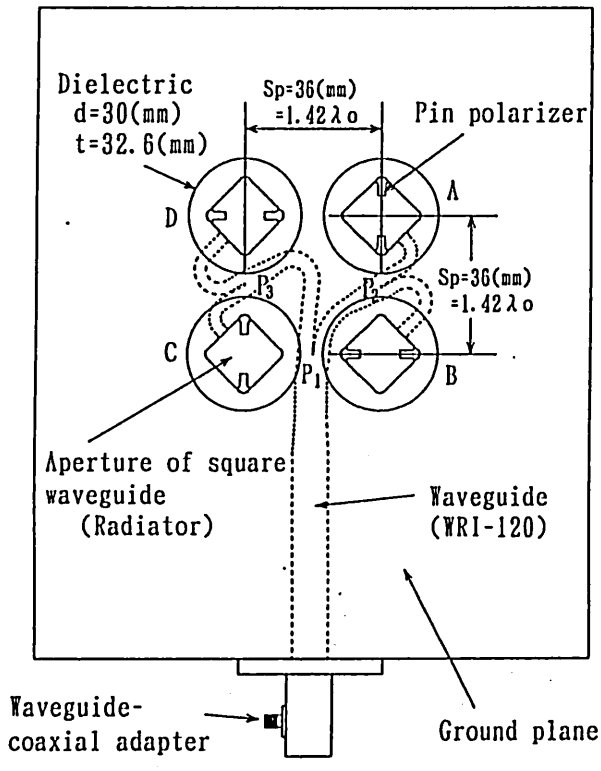
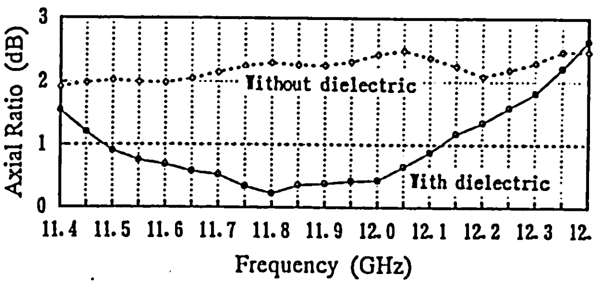


図18　導波管並列給電誘電体装荷4素子円偏波平面アンテナ

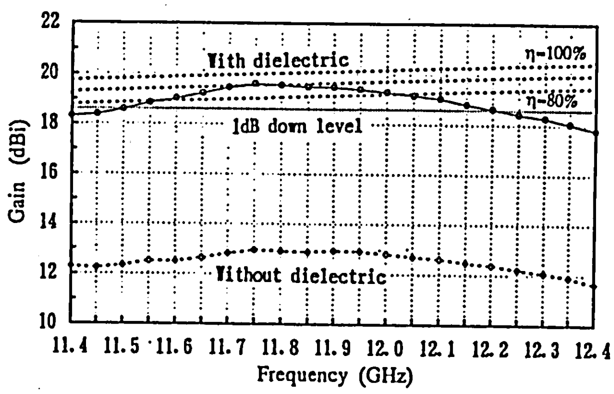
Fig.18 The front view of the 4-element circularly polarised dielectric loaded planar antenna excited by parallel feeding waveguide network.

この時の軸比および利得特性を図19に示す．誘電体非装荷時の利得は12.8dBi，装荷時は周波数が少しずれているが19.6dBiでそれらの差は6.8dBであった．1素子アンテナの場合には7.1dBの差となっているので，0.3dB分がグレイチングローブや分岐ロスになっていると思われる．誘電体装荷時の最大開口効率は約91%となる．1dBダウンの周波数帯域幅は700MHz (5.9%) であった．

誘電体装荷時の軸比が1dB以下である周波数帯域幅は640MHz (5.4%) であった．誘電体非装荷時でもペア素子効果により軸比が改善されていることが分かるが，さらに小さく抑えることができるものと思われる．



(a) 軸比 (Axial ratio)



(b) 利得 (Gain)

図19 誘電体装荷4素子円偏波平面アンテナの軸比と利得

Fig.19 The axial ratio and the gain of the 4-element circularly polarized dielectric loaded planar antenna excited by parallel feeding waveguide network.

図20に誘電体装荷および非装荷時のリターンロス特性を示す．

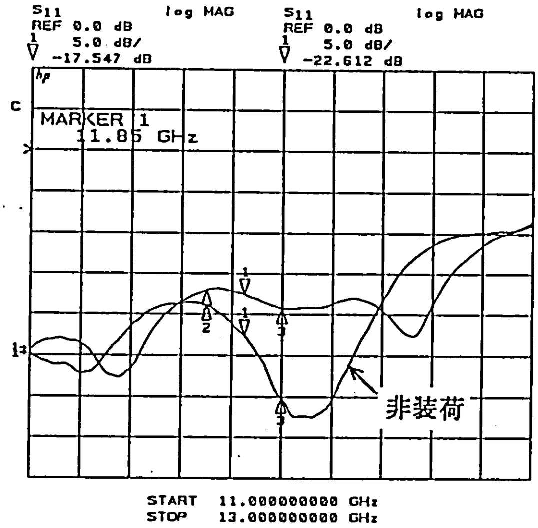


図20　4素子円偏波平面アンテナのリターンロス特性
Fig.20 The return loss of the 4-element circularly polarized planar antenna excited by parallel feeding waveguide network.

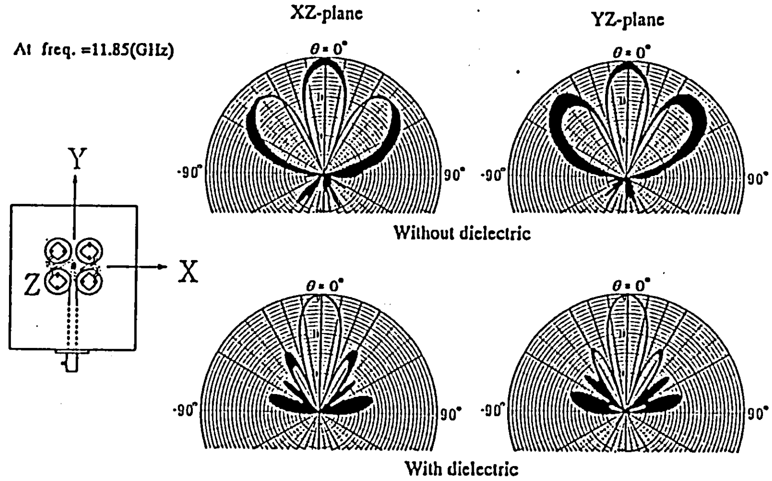


図21　誘電体装荷4素子円偏波平面アンテナの放射パターン．
Fig.21 The radiation patterns of the 4-element circularly polarized planar antenna excited by parallel feeding waveguide network.

誘電体非装荷時の特性より装荷時の特性が悪化している．多分誘電体を装荷することによる相互結合のため，各素子からの反射が生じてそれらが総和されたものと考えられる．したがって，もう少し素子間隔を調整すれば反射を小さく出来て開口効率も高くできる可能性がある．

放射パターンを図21に示す．誘電体非装荷時に現れていたグレイチングローブが装荷することによってほぼ抑圧されていることが分かる．

3．5　16素子以上の平面アンテナ

以上見てきたように，素子利得を高くして素子間隔を十分に広げることによって損失の少ない導波管給電回路の使用を可能にしたこのアレー構成法は，40dBを越す高利得，高開口効率かつ広帯域な円偏波平面アンテナの開発の可能性を示唆している．現在16素子を試作し，64素子の構成を検討中であるが，期待どうりの結果が得られれば次に20GHz帯の利得が40dBiを越える平面アンテナの開発を目指している．

4．まとめ

(1) 導波管開口の前方に誘電体柱を装荷した各素子アンテナを他の方形導波管で並列に給電出来る円偏波平面アンテナを提案した．

(2) この考えは，素子利得を高くすることによって素子間隔を広げて1.5波長程度にしても十分にグレイチングローブを低減できること，さらに素子間隔が広がったため線路損失の少ない導波管回路網でも給電できる，かつ素子数も通常の1/3～1/4に低減できる，という観点に立つものである．

(3) 放射導波管の中に円偏波子としてペアピンを挿入した場合の利得および軸比特性を主に実験的に明らかにした．一部は計算結果も示した．

(4) この研究が”立体平面アンテナ”とでも呼ぶ，限りなく100%に近い開口効率をもつ平面アンテナの開発の出発点になればと思う．

謝辞

日頃ご指導をいただく大阪大学名誉教授　牧本利夫先生，東京工芸大学教授　小西良弘先生，大阪大学　西村貞彦先生，また色々とご討論いただく関西電子工業振興センターのマイクロ波システム研究会の皆様に深謝致します．

文献

(1) S.Nishimura, Y.Sugio and T.Makimoto: "Crank-Type CircularlyPolarized Microstrip Line Antenna", IEEE AP-S Symposium Digest, Vol.1, No.83CH1860-6, pp.162-165, May 1983

(2) R.M.Sorbello, A.I.Zaghloul, J.E.Effland and D.F.DiFonzo: "A High-Efficiency Flat Plate Array for Direct Broadcast Satellite Applications", 18th European Microwave Conference Proceedings, pp.295-299, September 1988

(3) 安藤　真，笹沢英生，西片　聡，後藤尚久："ラジアルラインスロットアンテナにおけるスロット設計"，信学論B, VolJ71-B, No.11, pp.1345-1351, 1988年11月

(4) H.Nakano, H.Takeda, Y.Kitamura, H.Mimaki and J.Yamauchi: "Low-Profile Herical Array Antenna Fed from a Radial Waveguide", IEEE Trans., AP, Vol.40, No.3, pp.279-284, March 1992

(5) 津川哲雄，杉尾嘉彦，牧本利夫："誘電体装荷平面アンテナ"，信学論B, VolJ75-B-II, No.3, pp.208-210, 1992年3月

(6) T.Tsugawa, M.Kawahara, Y.Sugio and Y.Yamada: "Experimental Study of Dielectric Loaded Planar Antenna Fed by Waveguide Network", 1994 IEEE AP-S Symposium Digest, Vol.I, No.94CH3466-0, pp.480-483, June 1994

(7) T.Tsugawa, Y.Sugio and Y.Yamada: "Circularly Polarized Dielectric-Loaded Planar Antenna Excited by Waveguide Aperture", PIERS 1995 Proceedings, p.599, July 1995

(8) Y.Sugio, O.Imanishi and T.Tsugawa: "Analysis of Dielectric-Loaded Planar Antenna Fed by an Aperture", PIERS 1995 Proceedings, p.597, July 1995

輻射科学研究会資料
RS95-13

反転$\Delta\beta$結合器の光分波器への応用

伊藤 一成　　　岸岡 清

大阪電気通信大学·応用電子工学科

於 大阪電気通信大学
平成７年１０月６日（金）

1．まえがき

光波長分波器は光波長多重伝送システムのなかで最も重要な構成要素の１つであり、その素子の特性、性能がシステムの性能を左右することから、種々の構造のものが提案され、その実験も盛んに行われている。分波器をその構造で大別すると、プリズム、回折格子、レンズ、ファイバアレイなどを用いた微小光学素子形 [1] と誘電体基板上に製作される平板導波路形 [2] に分けられる。前者はチャネル数を大きくできるが、製作時の精密な位置合わせ、光回路のサイズ、環境に対する安定性の面で問題が多い。後者は小形で、安定性、量産性に優れ、光集積回路への適用という観点から注目を集めている。平板導波路形に着目すると、Y分岐 [3] 、[4] 並びに方向性結合器を用いたもの [5]-[9] が数多く報告されている。中でも、方向性結合器を用いたものは高い消光比が期待できる反面、その特性が結合器のパラメータに対して敏感なため、厳しい製作精度が要求される。結合器の製作誤差を補償する手段として $LiNbO_3$ 結晶の持つ電気光学効果を利用した反転 $\Delta\beta$ 結合器 [10] が従来から広く用いられている。反転 $\Delta\beta$ 結合器では、電極に電圧を印加して、導波路間の位相不整合量を制御することによって出力光の強度比の誤差が補正される。しかし、その調整機能は１波長に於いてのみ有効であり、複数の波長を扱う波長分波器には適用できない。

本報告では、この難点を改善した２波長に於いて出力光の調整が可能な反転 $\Delta\beta$ 結合器の実験結果が述べられる。筆者らは、すでに、反転 $\Delta\beta$ 結合器に結合係数の大きさを制御できる機能を持たせれば、２波長に於いて同時に出力光の調整が可能であることを示している [11] 、[12] 。ここでは、提案された２波長で動作する反転 $\Delta\beta$ 結合器を用いた波長分波器の動作原理を述べるとともに、波長分波器への適用に先立つ予備実験として、$\lambda_1 = 1.297\mu m$ と $\lambda_2 = 1.523\mu m$ の両波長に於いて、出力光パワーを等分配 (1:1) 、及び λ_1、λ_2 ともに 1:2 に分配する実験を行い、その結果を報告する。今回の実験では、パラメータの設定が適当ではなく、分波器としての動作、即ち、λ_1 で分岐比 0:1 、λ_2 で分岐比 1:0 の動作にまでは至らなかったものの、実験の結果では、２波長において設計通りの所望の分岐比が得られる動作が確認されており、波長分波器への応用が可能であることが示される。

2．動作原理

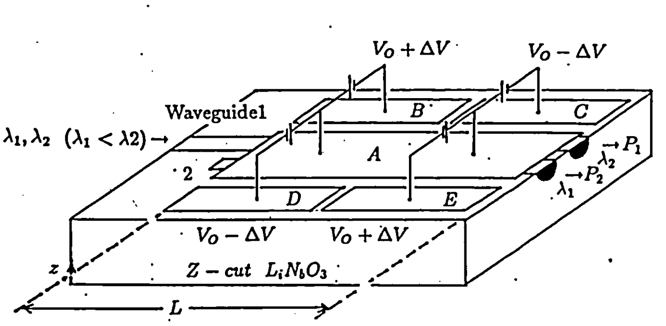


図１　反転 $\Delta\beta$ 結合器を用いた光波長分波器

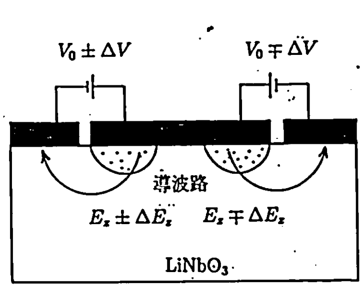


図２　分波器の断面

結合係数の調整機能を持った反転$\Delta\beta$結合器を用いた光波長分波器を図1に示す[13]。導波路1と2が結合器を構成しており、Lは結合器の相互作用長である。基板にはZカット$LiNbO_3$結晶が用いられ、導波路はTi拡散によって作られている。以下ではTEモードによる動作が仮定される。電界は、導波路上に配置された電極Aと導波路外に配置された電極B〜Eによって印加される。図2には光分波器の断面が示されている。電極AとB〜E間に印加されているバイアス電圧V_Oによって、電極Aの下の2つの導波路には同じ強さの電界が印加され、この電界により生じる電気光学効果によって両導波路に同一の屈折率変化が与えられる。V_Oを変えると導波路内の屈折率が変わり、これにより導波路の界の集中の度合いを制御して導波路間の結合係数の大きさを調整することができる。さらに、電極A-Bと電極A-E間の電圧を$+\Delta V$、電極A-Cと電極A-D間の電圧を$-\Delta V$だけバイアス電圧から変化させると、結合器の前半部$(0 < Z < \frac{L}{2})$では、導波路1の屈折率は増加し、反対に導波路2では減少する。後半部$(\frac{L}{2} < Z < L)$では、前半部とは逆に導波路1の屈折率が減少し導波路2では増加する。2つの導波路間の屈折率の差は導波路間に位相不整合量$\Delta\beta$を生じさせ、前半部と後半部で2つの導波路間の位相不整合量の符号が逆転した、所謂、反転$\Delta\beta$結合器として動作させることができる。すなわち、図1に示された電極を持った結合器はΔVとV_Oを調整することにより、結合係数の大きさの制御機能を持った反転$\Delta\beta$結合器の動作をする。

以下では、2波長λ_1と$\lambda_2(\lambda_1 < \lambda_2)$で動作する波長分波器について考える。導波路1に入力されたλ_1, λ_2の光のうち、λ_1の光が導波路2に、λ_2の光が導波路1にそれぞれ出力される条件は、λ_1では$\otimes$-state(Cross-state)、λ_2では$\ominus$-state(Bar-state)であることを考慮して、

$$\otimes - state;\ \frac{Y^2}{X^2+Y^2}\sin^2\frac{\pi}{4}\sqrt{X^2+Y^2} = \frac{1}{2} \qquad (1)$$

$$\ominus - state;\ \frac{X^2}{(\frac{4\nu}{\gamma})^2} + \frac{Y^2}{(\frac{4\nu}{\alpha})^2} = 1, \quad \nu = 1, 2, ... \qquad (2)$$

$$X = \frac{2\kappa L}{\pi}, \quad Y = \frac{\Delta\beta}{\pi}, \qquad (3)$$

$$\alpha = \frac{\kappa_2}{\kappa_1}, \quad \gamma = \frac{\Delta\beta_2}{\Delta\beta_1} \qquad (4)$$

と表される。ここで結合係数κと位相不整合量$\Delta\beta$の添字1、2はそれぞれλ_1とλ_2での値であることを示す。式(2)の$\ominus$-stateの条件をλ_1での量(X,Y)で表現するために、κ_1とκ_2の比αと、$\Delta\beta_1$と$\Delta\beta_2$の比γが導入されている。こうすることにより、2つの条件式の根軌跡を同一面(X-Y面)に描くことが可能となる。α、γはV_OおよびΔVの値には殆ど依存せず導波路パラメータのみによって決まる定数である。その決定方法については後に詳しく述べられる。図3には$\alpha = 1.63$、$\gamma = 0.66$とした場合の根軌跡が描かれている。実線が$\otimes$-state[式(1)]、破線が$\ominus$-state[式(2)]の根軌跡をそれぞれ表している。ここで用いられているαとγの値は後に実験で用いられる結合器によって決定された値である。実線と破線の各交点では式(1)と(2)の条件が同時に満足され、分波器の動作が得られる。すなわち交点での$\Delta\beta_1$、κ_1の値をΔVとV_Oを調整して結合器に与えれ

ば、結合器は分波器として働くことになる。

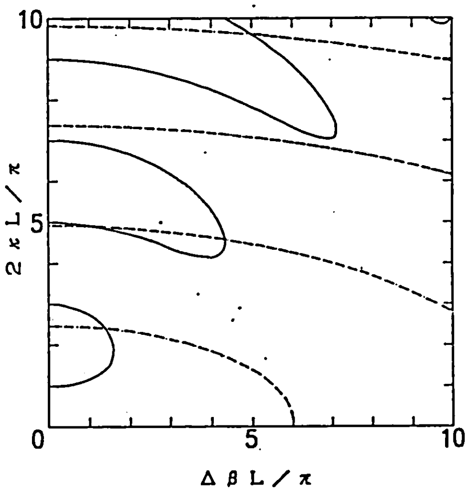


図3　κー$\Delta\beta$ダイヤグラム

(λ_1:⊗-state,λ_2:⊖-state)

図4にはλ_1、λ_2におけるV_Oと結合係数との関係（実測値）がプロットされている。また、図5にはΔVと位相不整合量との関係（実測値）がプロットされている。これらのプロットよりαとγの値が2つの直線の傾きの比として得られる。さらに、上の根軌跡の交点より得られたκ_1と$\Delta\beta_1$の値を与えるのに必要なV_OとΔVの値を読みとることができる。

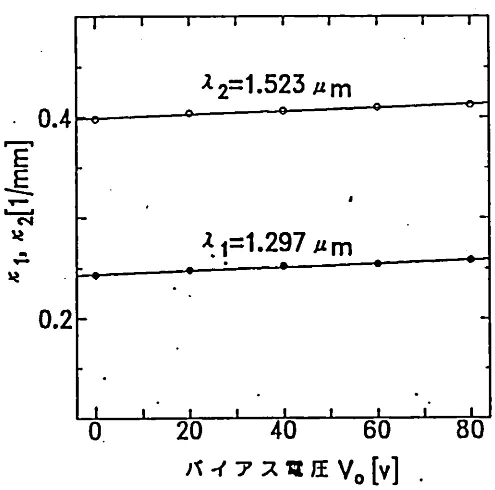


図4　V_oに対するκの変化

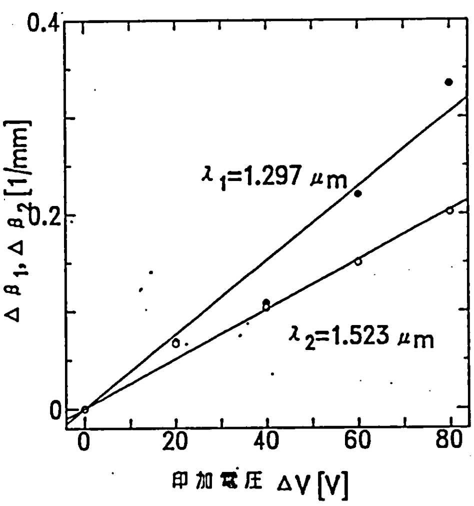


図5　ΔVに対する$\Delta\beta$の変化

上では、λ_1において⊗-state、λ_2において⊖-stateとなる動作を考えたが、V_OとΔVの値を変えるだけで、逆の出力、即ち、λ_1で⊖-state、λ_2で⊗-stateとなる動作を得ることができる。電圧を瞬時に切換えることにより、スイッチング動作も期待できる。あるいは、２波長ともに⊗-stateまたは⊖-stateとなる結合器として動作させることもできる [12]。さらに、２つの波長に於いて任意の分岐比を得ることもできる。各動作では式(１)、(２)に対応する条件式が異なる。表１には、λ_1、λ_2における結合器の幾つかの分岐比に対する条件式が示されている。図６には、この中、２波長ともに⊗-stateとなる場合の根軌跡が、また図７には、２波長ともに等分配となる場合の根軌跡がそれぞれ描かれている。いずれの図に於いても、実線がλ_1における根軌跡、破線がλ_2における根軌跡を表している。

表１ 分岐比に対する２波長の条件式

	分岐比 ($P_1:P_2$)	条件式
λ_1	1:0	Eq.(2) X、Yはλ_2での値
λ_2	0:1	Eq.(1) 〃
λ_1	1:0	Eq.(2)
λ_2	1:0	Eq.(2) αY、γXをY、Xに代入
λ_1	0:1	Eq.(1)
λ_2	0:1	Eq.(1) αY、γXをY, Xに代入
λ_1	1:1	$(1-2\frac{Y^2}{X^2+Y^2}sin^2\frac{\pi}{4}\sqrt{X^2+Y^2})^2=\frac{1}{2}$
λ_2	1:1	αY、γXを上式のY、Xに代入
λ_1	1:2	$(1-2\frac{Y^2}{X^2+Y^2}sin^2\frac{\pi}{4}\sqrt{X^2+Y^2})^2=\frac{1}{3}$
λ_2	1:2	αY、γXを上式のY、Xに代入

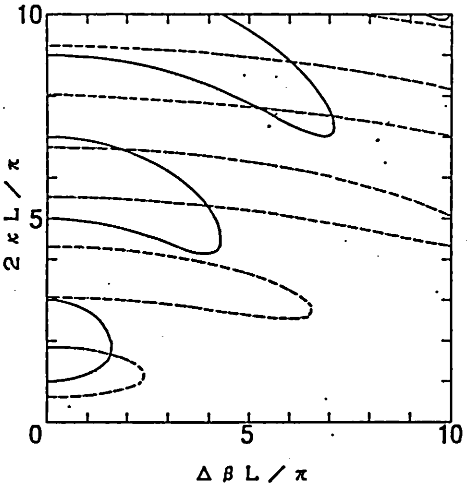


図６　２波長において⊗-state

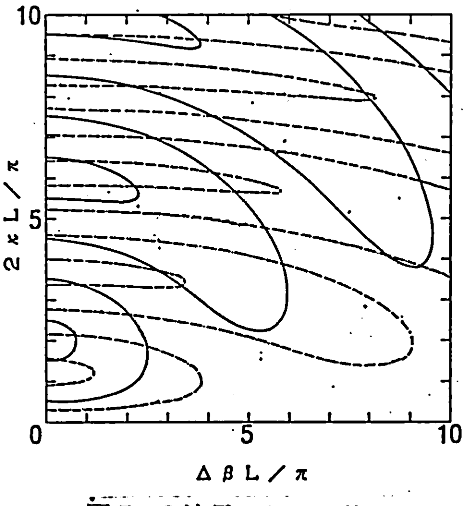


図７　２波長において等分配

3．パラメータの設計値

この節では、λ_1において⊗-state(パワー比 0:1)、λ_2 において⊖-state(パワー比 1:0) の分岐比を得る場合 (2 波長分波；Case1)、両波長においてともに 1:1 の分岐比を得る場合 (Case2)、さらに、両波長で 1:2 の分岐比を得る場合 (Case3) についてパラメータの設計が行われる。まず、結合器を製作するのに必要な導波路パラメータの設計値が与えられ、次に製作された結合器に対して、所望の分岐比を得るための Vo と△V の値を決定するのに用いる $V_O-\kappa$、$\Delta V-\Delta\beta$のプロット (図 4 、5) を得る方法が述べられる。

3．1　結合器の設計

結合器を構成する Ti 拡散導波路は基板上に DC スパッタによって Ti ストリップを形成し、温度 1000°Cで Ti イオンを基板内に拡散させることによって形成される。拡散温度と拡散時間が一定という条件の下では、Ti ストリップの膜厚を制御することによって屈折率変化を制御できる。したがって、導波路幅、導波路間隔を固定しておくと、結合器の結合係数は Ti 膜厚に依存することになる [14] 。図 8 に Ti ストリップ幅 6.0μm 、導波路間隔 13.0 μm(center to center) の導波路からなる結合器の波長 1.297μm と 1.523μm での結合係数の Ti 膜厚依存性がプロットされている。この図より所望の結合係数の値を得るための Ti 膜厚の値が決定できる。

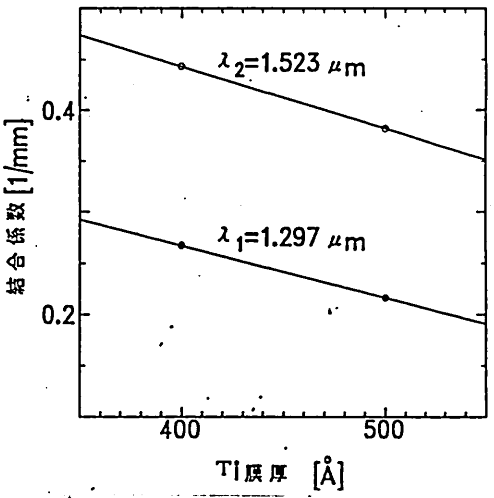


図 8　Ti 膜厚に対する結合係数変化

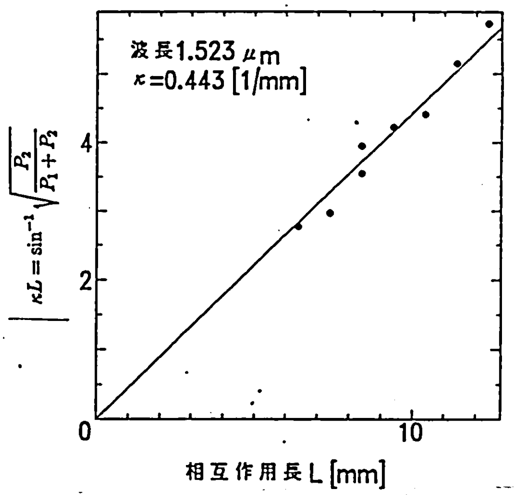


図 9　L に対する $\sin^{-1}\sqrt{\frac{P_2}{P_1+P_2}}$ の測定値

結合係数の測定は以下の様にして行われた。相互作用長Lが異なった10組の結合器を同一基板上に同一条件の下で製作し、順次出力の相対強度を測定する。結合器の結合係数κ、相互作用長Lと相対強度$\frac{P_2}{P_1+P_2}$の間には

$$\kappa L = \sin^{-1}\sqrt{\frac{P_2}{P_1+P_2}} \qquad (5)$$

の関係が成り立つので、各Lに対する$\sin^{-1}\sqrt{\frac{P_2}{P_1+P_2}}$の測定値をプロットすると、その傾きから$\kappa$の値を知ることができる[15]。図9にはその一例として、Tiの膜厚400Å、導波路幅6.0μm、導波路間隔13.0μm、の結合器の波長1.523μmでのプロットが示されている。これより、得られるκの値は0.443mm^{-1}である。

3．2　κおよび$\Delta\beta$の印加電圧に対する依存性

ここでは、図4のプロットを作るための方法が述べられる。ΔVに対する$\Delta\beta$の値は、以下に述べられる方法で測定される。V_Oを印加しない状態で電極A-C、D間にΔVのみを印加して、結合器を反転$\Delta\beta$結合器として動作させ、ΔVを変えながら出力光の相対強度が測定される。反転$\Delta\beta$結合器おける$\Delta\beta$と相対強度$\frac{P_1}{P_1+P_2}$の関係は、

$$\frac{P_1}{P_1+P_2} = \left(1 - 2\frac{\kappa^2}{\kappa^2+(\frac{\Delta\beta}{2})^2}\sin^2\frac{L}{2}\sqrt{\kappa^2+(\frac{\Delta\beta}{2})^2}\right)^2 \qquad (6)$$

で与えられる。κの値がΔVに依存しないと仮定すると、出力光の相対強度$\frac{P_1}{P_1+P_2}$を測定すると、上式より$\Delta\beta$の値を推定することができる。その結果はすでに図5に示されている。

V_Oに対するκの値は以下に述べられる方法で測定される。電極Aと電極B～E間にバイアス電圧V_Oのみを印加し、V_Oに対する出力光の相対強度が測定される。得られた出力光の相対強度を式(5)に代入することで、各電圧に対するκの値が求められる。その結果はすでに図4にプロットしてある。

以上の結果から、表2に結合器のパラメータの設計値を示し、表3に、Case1～3の動作に必要なV_O、ΔVの設計値が示されている。いずれの場合においても図3に示したと同様の$\kappa-\Delta\beta$ダイヤグラム(根軌跡)を描き、その交点を読みとって得られた値である。

表2 結合器のパラメータの設計値

導波路幅	6.0μm
導波路間隔	13.0μm
Ti膜厚	400 Å
相互作用長	9.5μm
電極幅	20.0μm
電極間隔	8.0μm

表3 Case1～3に於けるV_OとΔVの設計値

	case1	case2	case3
α		1.63	
γ		0.66	
$d\kappa_1/dV_O$		1.8×10^{-4} mm·V^{-1}	
$d\Delta\beta_1/d\Delta V$		3.8×10^{-3} mm·V^{-1}	
$\Delta\beta L/\pi$	1.39	0.32	0.69
$2\kappa L/\pi$	2.38	1.53	1.54
V_O [V]	830	54	60
ΔV [V]	120	29	60

4．素子の製作

(１)Ti ストリップの形成

導波路は Ti の熱拡散によって作られる。拡散のイオン源となる Ti のストリップが $LiNbO_3$ 基板上に、DC スパッタによる Ti の製膜技術と RIE (Reactive Ion Etching) により作られる。Ti の膜厚は、400Å である。Ti のスパッタは、ガス圧 2×10^{-2}Torr の Ar ガス中で行われる。電流は 300mA 、スパッタ時間は 78 秒である。エッチングのマスクにはフォトレジスト (Shipley S-1300-31) が用いられる。条件はプリベーク (80°C 20 分) 、ポストベーク (160°C 60 分) である。エッチングには CF_4ガスが用いられ、条件は、圧力 $70P_a$、高周波電力 150W で時間は 15 分である。エッチング後、フォトレジストは剥離液 (Shipley 1112A) を用いて除去される。

(２)Ti の熱拡散

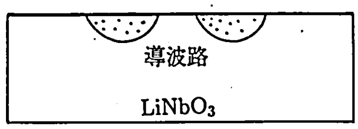


図１０ (a) Ti 拡散導波路の作成

Ti ストリップの完成後、電気炉内で熱拡散が行われる。拡散は、Ar ガス雰囲気中で、$1000°C$、6 時間行われる。基板は、拡散後、O_2雰囲気内で自然冷却される。図１０ (a) には、拡散後の基板の断面が示されている。図中の半月状の部分が Ti 拡散導波路である。

(３) 電極の形成

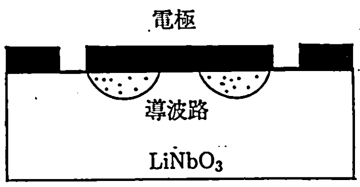


図１０ (b) 電極の作成

導波路が形成された後、結合器上に電極が製作される。電極用 Ti 膜の製作手順は (1) と同様である。図１０ (b) には、電極作成後の基板の断面が示されている。図中の黒色部分が電極であり、結合器上と結合器外にそれぞれ製作されている。

(4) バイコールガラス絶縁膜の作成

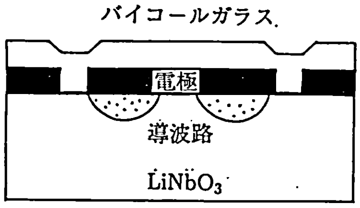


図１０(c) バイコールガラスによる絶縁層の作成

電極表面は空気中の水分や塵、埃による電極間の絶縁破壊を防ぐためにrf-スパッタで作成したバイコールガラス膜(膜厚0.1μm)で覆われる。図１０(c)には、素子完成後の基板の断面が示されている。Ti電極(黒色部分)表面は、絶縁膜であるバイコールガラス(白色部分)で覆われている。

図7には製作された素子の表面の写真が示されている。写真の黒い部分が電極にあたり、写真では確認できないが電極A下には結合器が存在する。

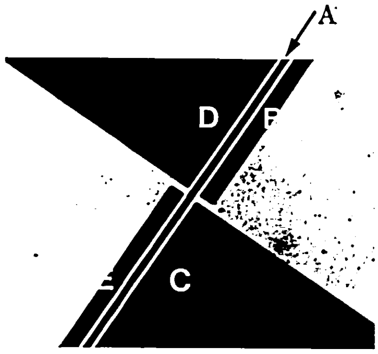


図１１ 製作された素子の電極の写真

5. 実験結果

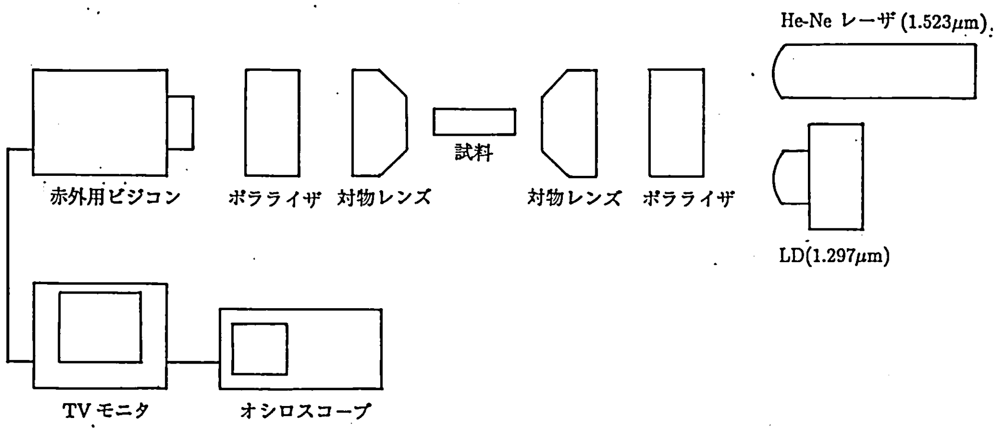


図１２　測定系

印加電圧に対する出力光の相対強度の測定は、図１２に示される測定系で行われる。光源には、波長 $1.297\mu m$ の半導体レーザ (HK-2304 島津製作所) と波長 $1.523\mu m$ の He-Ne ガスレーザ (NEO-15R4 日本科学エンジニアリング) が用いられる。TE モードで動作させるために、レーザの出力光はポラライザにより偏光されて素子に入力される。出力端面の近視野像が対物レンズ (×10) で赤外用ビジコン (Beam Finder3 浜松ホトニクス) の撮像面に拡大投影され、TV モニタで観察される。

図１３に分岐比が 1:1(Case2) 、図１４に分岐比が 1:2(Case3) が達成された状態での出力端面の近視野像の写真が示されている。素子に適切な V_O、ΔVを与えることで所望の分岐比が得られている事がわかる。この時の、V_O、ΔVの値は、表４に示されている。各導波路からの出力光パワーは TV カメラのビデオ映像信号の電圧値に比例するので、これを利用して出力光強度比は、オシロスコープのスクリーンに現れるビデオ映像信号の電圧値を読みとることで測定された。

(a)1.297μm　　(b)1.523μm

図１３　Case2 の近視野像の写真

(a)1.297μm　　(b)1.523μm

図１４　Case3 の近視野像の写真

表4 Case2,3 における V_O、ΔVの実験値

	Case2	Case3
V_O	70	70
ΔV	30	80

素子の出力光強度比の V_Oに対する依存性は小さい。実際、上の２つの場合 (Case2 、3) の動作於いても V_Oは同じ電圧で動作している。実験では V_Oの値を～ 10V 程度変えても出力光比には殆ど変化は見られなかった。この特性を考慮すると、分岐比の広い範囲に渡って V_Oを一定値に保って、ΔVだけを変えれば、所望の特性が得られると期待できる。図１５には、V_Oを一定値 70V に保って、ΔVを変えて測定された出力光強度の相対比がプロットされている。ΔVを変えることによって、両波長で任意の分岐比が得られることがわかる。

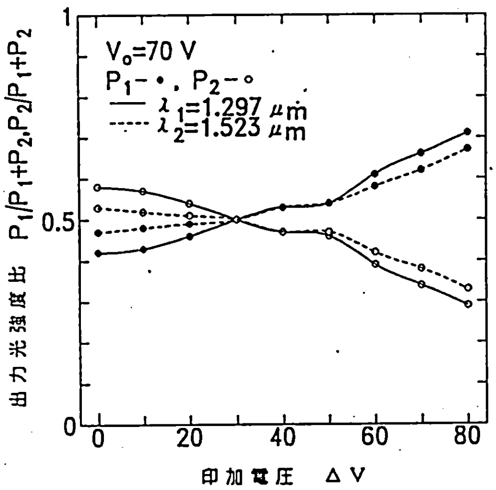


図１５　ΔVに対する分配比の変化 (V_o=70 V)

Case2 では、ΔVの値は設計値とよく一致しているが、V_Oについては設計値との間に 16V の差がある。一方、Case3 については、V_OとΔVともに設計値との間に～ 20V の差がある。この様に、印加電圧 V_OおよびΔVが設計値と異なるのは、以下に述べる理由によるものである。製作された結合器を構成する導波路には製作誤差のために、幅にわずかな違いが存在する。従って、ΔVを印加しない状態でも位相不整合量$\Delta\beta$が存在している。しかし、κのバイアス電圧に対する依存性の測定 (図４) では、バイアス電圧が印加されない状態では、不整合量は無いと仮定してκの値を算出している。電圧 V_Oを印加された状態でのκの値もその値に基づいて決定された。この意味で図４のプロットには誤差が存在する。これが設計値と、実際の印加電圧との間に差を生じさせる主原因となっている。

６．検討

実験結果から、提案された構造では、２波長同時に出力光の調整が可能であることが示されたが、TE モードが使用されたため、有効に電気光学効果を利用することができず、大きな印加電圧を必要とした。TE モードを用いた理由は、TM モードでは、電極の構造上バッファ層が必要となり、そのため、大きな DC ドリフトの影響が現れたためである。製作された素子では、170V 以上の電圧を印加すると、電極間で結晶の破損が観察され、これが印加電圧の制約となった。そのために、今回製作された素子では、分波器としての動作を実現するにいたらなかったが、パラメータの最適化を図ることにより、TE モードでも低い印加電圧に於いて２波長分波器の動作をするものと期待できる。

7．まとめ

導波路間の位相不整合量と結合係数の大きさの２つのパラメータを制御できる反転$\Delta\beta$結合器を実現し、２波長に対して所望の分岐比が得られる動作が確認された。今回の実験では、高い印加電圧が必要となったため、波長分波器の動作は得られなかったが、パラメータを最適化することにより、反転$\Delta\beta$結合器の特徴である製作誤差の補正が２波長で可能な高性能な光分波器が実現できると期待される。

参考文献

[1]K.Aoyama and J.Minowa: "Optical demultiplexer for a wavelength division multiplexing system", Appl. Opt., Vol.18, No.8, pp.1253-1258 (1979).

[2]R.C.Alferness and R.V.Schmidt: "Tunable optical waveguide directional coupler filter", Appl. Phys. Lett., Vol.33, No.2, pp.161-163 (1978).

[3] 根上, 芳賀, 山本: "非対称Y分岐を用いた導波形光波長分波器", 信学論誌, Vol. J72-C-1, No.1, pp.20-29 (1989).

[4]K.Kishioka and H.Ochiai: "Wavelength demultiplexer utilizing stratified waveguides with a tapered buffer layer", IEICE Trans. on Electron., Vol.E76-C, No.10, pp.1491-1497 (1993).

[5]H.C.Cheng and R.V.Ramaswamy: "Symmetrical directional coupler as a wavelength de/multiplexer: theory and experiment", IEEE J. Quantum Electron., Vol.27, No.3, pp.567-574 (1991).

[6]K.Imoto,H.Sano and M.Miyazaki: "Guided-wave multi/demultiplexers with high stopband rejection", Appl. Opt., Vol.26, No.19, pp.4214-4219 (1987).

[7]K.Kishioka and Y.Yamamoto: "Extinction ratio adjustment for the coupler-type wavelength demultiplexer made by K^+-ion diffused waveguides", IEICE Trans. on Electron., Vol.E77-C, No.11, pp.1752-1758 (1994).

[8]K.Kishioka and G.L.Yip: "A novel three-wavelength demultiplexer utilizing the two- and three-guide couplers", J.Lightwave Tech., Vol.11, No.2, pp.234-240 (1993).

[9]K.Kishioka: "Improvement of the power spectral response in the three-guided coupler demultiplexer", Appl.Opt., Vol.29, No.3, pp.360-366 (1990).

[10]H.Kogelnik and R.V.Schmidt: "Switched directional couplers with alternating $\Delta\beta$", IEEE J. Quantum Electron., Vol.QE-12, No.7, pp.396-401 (1976).

[11] 岸岡: "反転$\Delta\beta$方向性結合器の光分波器への応用についての検討", 信学会春季大会, C-237 (1992).

[12] 岸岡: "反転$\Delta\beta$方向性結合器を用いた光分波器の検討", 応用物理 微小光学研究会, Microoptics News, Vol.9, No.2, pp7-12 (1991).

[13] 岸岡, 伊藤: "反転$\Delta\beta$結合器を用いた光波長分波器の設計", 電気関係関西支部大, G10-1（平成７年１１月発表予定）.

[14]C.H.Bulmer and W.K.Burns: "Polarization characteristics of $LiNbO_3$ channel waveguide directional couplers", J.Lightwave. Tech., Vol.LT-1, No.1, pp.227-236(1983).
[15]M.D.Feit and J.A.Fleck.Jr: "Comparison of calculated and measured performance of diffused channel-waveguide couplers", J.Opt. Am., Vol.73, pp.1296-1304 (1983).

輻射科学研究会資料
RS 95 - 14

分散性光ファイバによる
波長依存性のない光ファイバカプラ

森下克己　　　　上田豊

大阪電気通信大学

1995年10月6日（金）
於　大阪電気通信大学

分散性光ファイバによる 波長依存性のない光ファイバカプラ

森下克己　　　　上田豊
大阪電気通信大学

１．はじめに

光ファイバを用いた光通信や光計測の分野において、光システムを構築するために種々の光デバイスが必要とされている。光デバイスは平板形と光ファイバ形に分けられるが、光ファイバ形のデバイスは光ファイバとの接続の容易さ、低損失性、整合性の良さから注目されている。その中でも、光ファイバカプラは光を合分波するものとして重要なデバイスであり、大きく分けて波長依存性を持ったものと波長依存性のないものとがある。

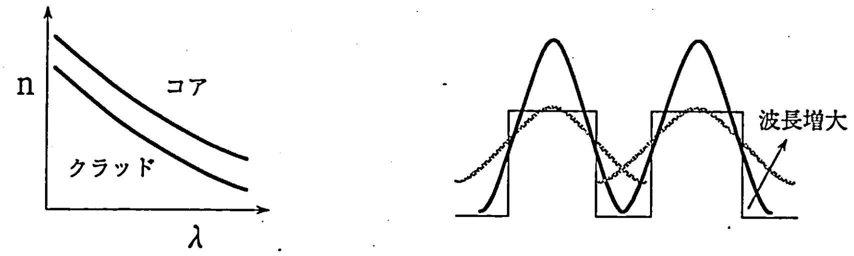
波長依存性のないカプラは、波長に対して光の結合の度合いが一定のものである。動作原理として４つの方法が提案されている。外径や屈折率分布の異なる２本の光ファイバを用いて導波モード間に位相不整合を生じさせ広帯域化を図るといった異種光ファイバカプラ[1]～[3]、導波モードの構造対称性を利用した光ファイバＹ分岐[4]、コアとクラッド間の屈折率差に波長依存性を持たせ、波長変化による導波モードの界分布の広がりを抑えた分散性光ファイバカプラ[5][6]、２つのカプラを縦続接続することで互いの波長依存性を打ち消し合うようにした縦続接続光ファイバカプラ[7]～[10]の４種類である。異種光ファイバカプラでは大きな光分岐が得られず、光ファイバＹ分岐では1/2の光結合に限られ、縦続接続光ファイバカプラでは適切な位相差を与えるのが困難であるといった欠点がある。

これに対し、分散性光ファイバによるカプラでは、光の分岐量を自由に設定でき、比較的広帯域にできるといった利点がある。しかしながら、分散性光ファイバを用いたカプラの実験的な報告は少ない[11]。本報告では、波長が長くなるにしたがってコアとクラッドの屈折率差が大きくなるような分散性光ファイバを製作し、それを用いたカプラの製作を行ない、その特性を調べたのでその結果を示す。

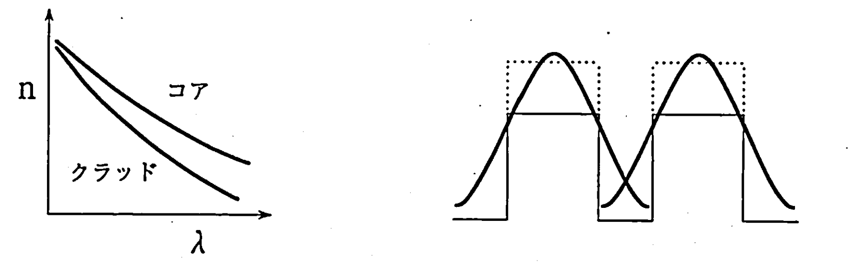
2．分散性光ファイバカプラの原理

通常、通信で用いられている石英系光ファイバは、図１（ａ）のようにコアとクラッドの屈折率差が波長に対してほぼ一定したものとなっている。このような光ファイバでは、波長が長くなるにしたがって導波モードの界分布が広がるために、カプラに利用した場合、波長増大とともに界分布の重なりが増し結合係数が大きくなる。したがって、石英系光ファイバを用いたカプラは長波長ほど結合が強くなり、波長により結合の度合いが異なり、波長依存性をもったものとなる。

分散性光ファイバはコアとクラッド材に屈折率分散の異なった材料を用いて作られており、コアとクラッドの屈折率差が波長により異なるものである。分散性光ファイバには３種類のものが提案されている[6]。その中には図１（ｂ）のように波長が長くなるにしたがって屈折率差が大きくなるものがある。このような分散性光ファイバでは長波長での光のコアへの閉じ込めが強くなり、界分布の広がりが抑えられる。この分散性光ファイバをカプラに利用した場合、波長が長くなっても界分布が広がらず、結合係数の増大が抑えられ波長依存性の少ないものとなる。



（ａ）通常の光ファイバによるカプラ



（ｂ）波長依存性のない分散性光ファイバカプラ

図１　屈折率分散および導波モードの界分布

3．分散性光ファイバ

3.1　分散性光ファイバの製作

コア材とクラッド材の選択にあたっては、屈折率分散が分っており、光ファイバに製作できるという条件から、市販されている光学ガラスの中から選ぶことにした。波長が長くなるにしたがって屈折率差が大きくなるように、コアガラスとクラッドガラスを選定した。また、線引き工程時にコアガラスとクラッドガラスが調和して溶融延伸されるように熱的性質の近いもの、つまり転移温度と線膨張係数の近いものを選定した。今回は、コア材にBaCED4(Hoya)、クラッド材にF11(Ohara)を選んだ。それぞれの屈折率分散曲線を図2に示す。実線がコア材BaCED4(Hoya)で、破線がクラッド材F11(Ohara)である。

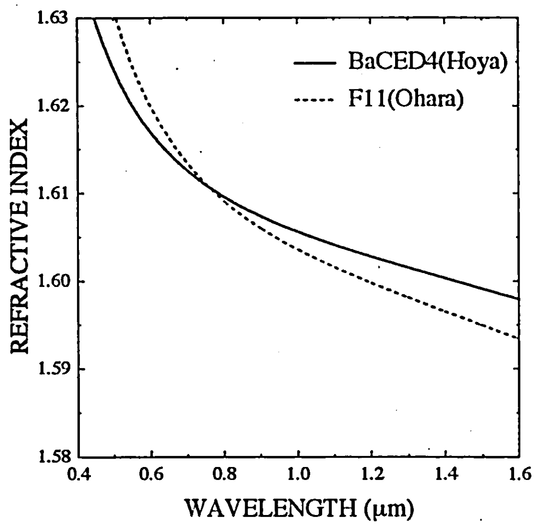


図2　バルク状光学ガラスの屈折率分散曲線

表1　ガラスの熱的性質

	コアガラス BaCED4(Hoya)	クラッドガラス F11(Ohara)
転移点	645℃	590℃
線膨張係数	71×10^{-7}/K	89×10^{-7}/K

この組み合わせでは、波長0.76μm付近に屈折率分散曲線の交点があり、これよりも長い波長の光は導波すると考えられる。波長が長くなるにしたがって屈折率差が大きくなっているために、導波モードの界分布の広がりが抑えられると推定される。また、それぞれのガラスの熱的性質を表1に示す。転移温度差は55℃、線膨張係数差は20%である。選定したバルク状光学ガラスからコアとなるコアロッドとクラッドとなるクラッドチューブを削り取り、ロッドインチューブ法により光ファイバに線引きした。

3.2　分散性光ファイバの特性

製作した分散性光ファイバは、波長0.76μmよりも短いところでクラッドの屈折率の方がコアのそれよりも高くなっているために光は導波せず、それよりも長波長側で単一モードファイバに近いものとなるように設計した。図３は、製作した分散性光ファイバに波長0.633μmの光を入射したときの断面写真である。この写真からコアに閉じ込められている導波モードが存在することが分かる。バルク状ガラスでは波長0.633μmでコアの屈折率はクラッドよりも低く、光は導波しない。したがって、光ファイバに線引きしたときに屈折率が変動し、コアの屈折率がクラッドよりも高くなったものと考えられる。

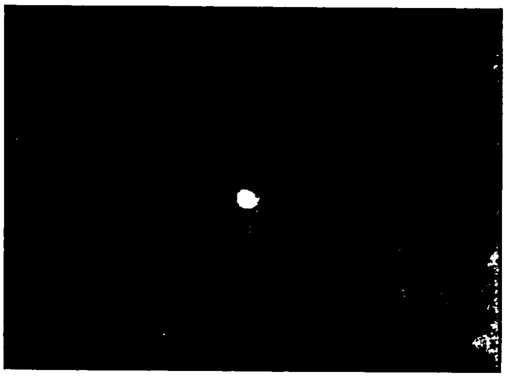


図３　光ファイバの断面写真（波長0.633μmの光を入射）

そこで、この波長においてＲＮＦ法（Refracted Near Field Method）により光ファイバの屈折率分布を測定した。図４に製作した分散性光ファイバの屈折率分布を示す。破線が0.633μmにおけるバルク状ガラスの屈折率分布、実線がファイバ状ガラスの屈折率分布をそれぞれ示す。この図よりバルク状ガラスよりもファイバ状ガラスの方が屈折率が低いことが分かる。また、今回のガラスの組み合わせではコア材(BaCED4)よりもクラッド材(F11)の方が屈折率の低下の度合いが大きかった。これは、光ファイバ製造時の線引き工程で受けた冷却速度が、バルクガラス製造時よりも急速であったことと、ガラスの種類によって急冷による屈折率低下の度合いが異なることによると思われる[12]。

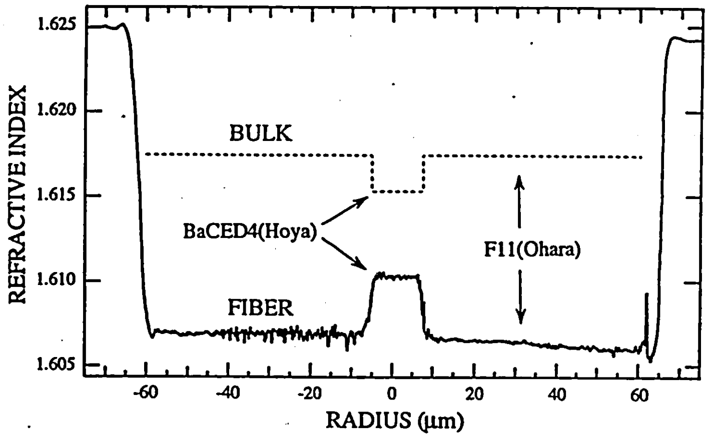


図４　波長0.633μmにおける屈折率分布

急冷による屈折率低下が全波長域において同じだけ起きたと仮定し、屈折率分散曲線を平行移動させたものを図５に示す。クラッド材F11の方がコア材BaCED4よりも屈折率の低下量が大きかったために、コアの屈折率がクラッドよりも相対的に大きくなり、屈折率分散曲線の交点は0.76μmから0.52μmへと短波長側へ移動したと考えられる。

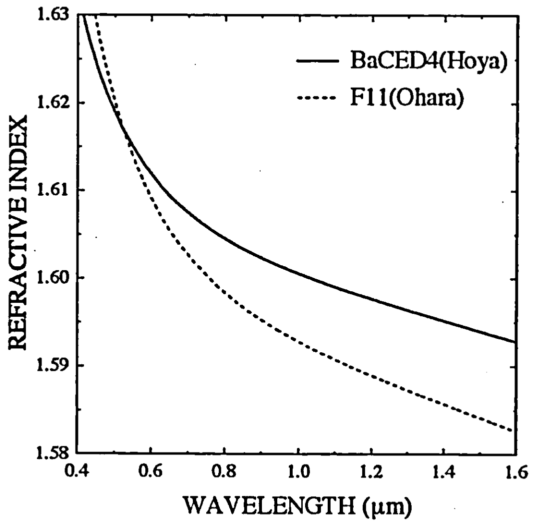


図５　ファイバ状ガラスの屈折率分散曲線

図６は、図２と図５の屈折率分散曲線を用い、コア半径6.25μmとして波長に対する規格化周波数Vを計算したものである。ただし、

$$V = ka\sqrt{n_{co}^2 - n_{cl}^2} \qquad (1)$$

であり、kは真空中の波数、aはコア半径、n_{co}はコアの屈折率、n_{cl}はクラッドの屈折率である。設計時と光ファイバにしたときの規格化周波数を２本の曲線は示している。クラッドガラスF11の屈折率が相対的に大きく低下したために、光ファイバのV値が設計時よりも全波長域で大きくなっている。V値の波長に対する低下の割合は通常のファイバよりも小さくなっているので、カプラを製作したときの波長変化は通常のものよりは少なくなると思われる。しかしながら、V値が大きくなったために、コア内を伝搬するモードの数が増加したと思われる。

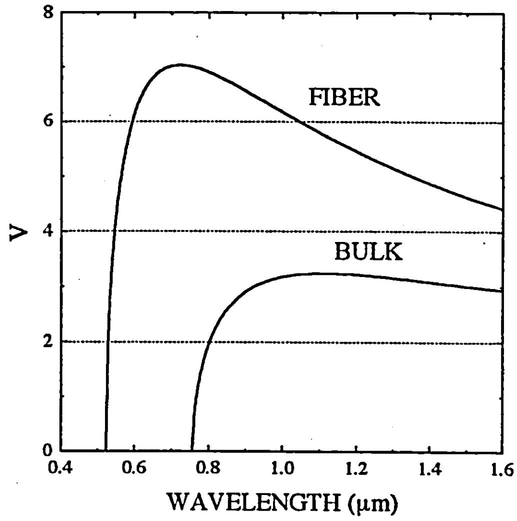


図６　波長に対する規格化周波数

図７はステップ形光ファイバの分散曲線を示す。ただし、

$$B = \frac{\beta^2 / k^2 - n_{cl}^2}{n_{co}^2 - n_{cl}^2} \qquad (2)$$

であり、βは導波モードの伝搬定数である。波長0.633μmでは、V＝6.6であり、伝搬可能なモード数は７つと推定される。

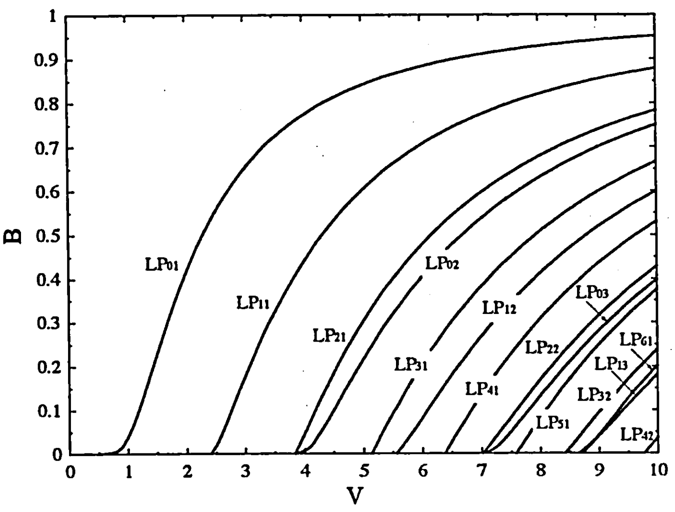


図７　ステップ形ファイバの分散曲線

屈折率差と導波モード数の確認のために、波長0.633μmのHe-Neレーザ光を光ファイバ端面から入射し、光ファイバ側面の研磨部から高屈折率のプリズムで導波光を放射させてモードラインを観測した。その観測写真を図８に示す。少し見にくいが、７本のモードラインが確認できる。

図８　製作した分散性光ファイバのモードライン（波長0.633μm）

これは推定したモード数と一致しており、波長0.633μmで図４のような屈折率差が起きていることがわかる。この分散性光ファイバは波長0.7μm付近までは波長が長くなるにしたがって導波モード数が増え、それよりも長波長側では導波モード数は減少する。

次に、この光ファイバの伝送損失をカットバック法により測定した。図９は、波長に対する光ファイバ１cm当りの伝送損失である。損失は波長0.7〜1.7μmにおいて0.12〜0.2dB/cmとかなり大きなものであった。コアとクラッドガラスの材料損失は測定された伝送損失の約10分の１程度であるので[13][14]、大部分はコアとクラッドとの境界面の構造不完全による損失であると思われる。したがって、母材のロッドとチューブの表面を研磨することによって構造不完全を少なくすれば伝送損失を下げることができると思われる。また、波長1.4μm付近での損失のピークはＯＨ基による吸収損失と思われる。

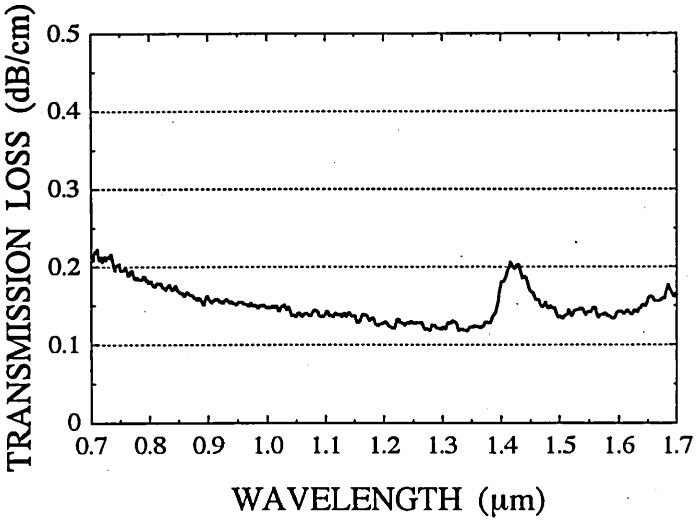


図９　製作した分散性光ファイバの伝送損失

４．光ファイバカプラの製作とその波長特性

製作した分散性光ファイバを用いて研磨形のカプラを製作した。光ファイバの一部を湾曲した溝のついたアクリル板に埋め込み固定した。次に、光ファイバに光を入射した状態でその出力電力をモニタしながら、アクリル板と一緒に光ファイバのコア近傍まで研磨を行なった。研磨した２本の光ファイバの側面を重ね合わせ、結合させることでカプラを作った。

光ファイバの一端から白色光を入射して2つの出力端の電力を測定し、カプラの出力電力の比（分岐比）の波長特性を調べた。比較として、通常の石英系光ファイバを用いて同様にカプラを製作した。図１０は分散性光ファイバBaCED4/F11によるカプラと石英系光ファイバによるカプラの分岐比の波長特性である。実線が分散性光ファイバBaCED4/F11によるもので、破線が通常の石英系光ファイバによるものである。分散性光ファイバによるカプラの分岐比は、波長1.15～1.65μm間（帯域幅500nm）においておよそ0±5dBであった。通常の石英系光ファイバによるカプラでは、±5dBでの波長範囲はおよそ250nmと狭くなっている。製作した分散性光ファイバは多モードであり、単一モードファイバとは単純には比較できない。励振のモード分布が分からなければ、屈折率差増大による結合の抑制効果は正確には明らかにならない。しかしながら、低次モードが比較的大きな電力を持っていると考えられるので、結合増大は抑えられていると思われる。

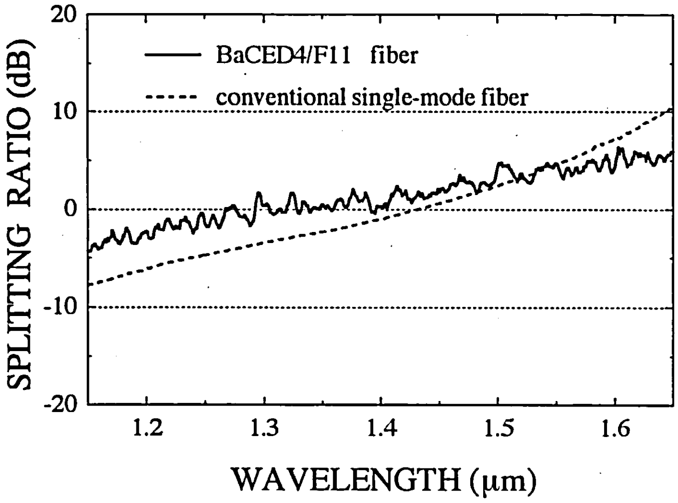


図１０　カプラの分岐比の波長特性

５．まとめ

分散性光ファイバを製作し、波長依存性のないカプラに応用した。製作した分散性光ファイバBaCED4/F11は、線引き後の屈折率変動により屈折率差が大きくなり設計どうりのものができなかった。製作された分散性光ファイバは波長0.7μm付近までは、波長が長くなるにしたがって導波モード数が増加し、それよりも長波長では導波モード数は減少するという通常の光ファイバとは著しく異なる性質を持つことが分かった。また、分散性光フ

ァイバの伝送損失は0.12dB/cm以上とかなり大きかった。大部分はコア・クラッド境界面の不整によって起こされていると考えられ、母材表面を研磨することによって伝送損失を減少させることができると思われる。

分散性光ファイバを用いて製作したカプラの分岐比の波長特性は、石英系光ファイバで製作したカプラよりも波長依存性の小さいものとなった。このことは、カプラを製作する上で、波長増大とともにコアとクラッドの屈折率差が大きくなるような分散性光ファイバを用いれば波長依存性を抑えることができるということを示した。

今後は、単一モードでしかも波長に対して規格化周波数の変動が小さい分散性光ファイバを製作し、それを用いて分岐比の変動量が少ない低損失のカプラを製作する予定である。

謝辞

分散性光ファイバの線引きおよび屈折率分布測定について御援助を頂きました三菱電線工業（株）の田中紘幸氏および御前俊和氏に深謝致します。

参考文献

[1] D. B. Mortimore： "Wavelength-flattened fused couplers," *Electron. Lett.*, 21, 17, pp.742-743 (Aug. 1985).

[2] R. G. Lamont, K. O. Hill and D. C. Johnson： "Tuned-port biconical-taper fiber splitters : fabrication from dissimilar low-mode-number fibers," *Opt. Lett.*, 10, 1, pp.46-48 (Jan. 1985).

[3] C. D. Hussey and T. A. Birks： "Fabrication of wavelength-flattened tapered couplers using polishing for cladding removal," *Electron. Lett.*, 24, 17, pp.1072-1073 (Aug. 1988).

[4] J. D. Minelley and C. D. Hussey： "Single-mode fibre Y-junction beam-splitter," *Electron. Lett.*, 23, 20, pp.1087-1088 (Sep. 1987).

[5] K. Morishita, M. S. Yataki and W. A. Gambling： "Wavelength-insensitive couplers using dispersive material," *Opt. Lett.*, 12, 7, pp.534-535 (July 1987).

[6] K. Morishita： "Optical fiber devices using dispersive materials," *IEEE J. Lightwave Technol.*, 7, 1, pp.198-201 (Jan. 1989).

[7] 森下克己、田原武司： "All-fibre Mach-Zehnder interferometer : application as wavelength-insensitive coupler," 1991年電子情報通信学会春季全国大会, C-245, 1991年3月

[8] F. Gonthier, D. Ricard, S. Lacroix and J. Bures： "New design for wavelength-flattened 2×2 tapered fused couplers for single- and few-mode fibers," *Technical Digest of Integrated Photonics Research Topical Meeting*, Monterey, MC3 (Apr. 1991).

[9] K. Morishita and T. Tahara： "Wavelength-insensitive couplers in the form of all-fibre Mach-Zehnder interferometer," *Electron. Lett.*, 27, 13, pp.1200-1202 (June 1991).

[10] F. Gonthier, D. Ricard, S. Lacroix and J. Bures： "Wavelength-flattened 2×2 splitters made of identical single-mode fibers," *Opt. Lett.*, 16, 15, pp.1201-1203 (Aug. 1991).

[11] 森下克己、上田豊： "波長依存性のない分散性光ファイバカプラ," 1995年電子情報通信学会春季全国大会, C-232, 1995年3月.

[12] 泉谷徹朗： "光学ガラス," 共立出版株式会社, 1984.

[13] Hoya Optical Glass カタログ, 1985.

[14] Ohara Optical Glass カタログ, 1987.

輻射科学研究会資料
RS 95-15

一般化放射公式によるミリ波放射電磁界の計算法

加藤 哲哉、中島 将光
(京都大学 工学部)

1995 年 12 月 22 日
輻射科学研究会

一般化放射公式によるミリ波放射電磁界の計算法

加藤 哲哉、中島 将光
京都大学工学部

1　まえがき

現在、核融合開発研究において、ミリ波による核融合プラズマの電子サイクロトロン共鳴加熱が検討されている。これは、核融合反応に十分なプラズマ温度を得るために、大電力ミリ波を照射してプラズマ中の電子を共鳴振動させて加熱するものである。そのため、大電力のミリ波ジャイロトロンおよび伝送系の開発が行なわれているが、近年、ますます伝送モードの高次・複雑化、装置の大型化が進んでいる。Whispering gallery mode（WG モード）に代表される高次で複雑な姿態をもつミリ波を実際にプラズマ加熱に用いるためには、アンテナやモード変換素子によって直線偏波ビームもしくはガウスビームに変換する必要がある。そのようなアンテナや素子の研究・開発には、ミリ波放射開口面からの放射ビームパターンの計算が必要であるが、その際ミリ波の波長が十分短くないので回折効果を考慮しなくてはならない。

時間的に正弦振動する電磁界が空間中を伝搬する場合、空間中のある閉曲面上の全ての点での電磁界の振幅・位相・伝搬方向が分かれば、その閉曲面内部の任意の点での電磁界振幅は Fresnel-Kirchhoff の式により完全に記述される。これを基に、伝送系もしくはアンテナのミリ波放射部分に仮想的な開口部を仮定し、アンテナもしくは素子からの放射電磁界強度を数式によって表現することができる。しかし、その数式中には面積分が含まれており、WG モードのような仮想開口面上で振幅・位相が複雑に変化するような場合には、これをそのまま計算機を用いて計算するのには大変な計算時間を要する。

そこで二重積分の値を近似計算により簡単に求める方法が必要となる。一つの方法として、電磁界の線形性を利用して開口を幾つかの細かい部分開口に分割して計算する方法が考えられる。分割によって各々の部分開口内部での電磁界分布がごく単純な形とみなせるようになり、既知の近似計算公式が使えるようになる。各々の部分開口からの放射電磁界を計算した後、それらの総和をとれば、電磁界の線形性により元の開口からの放射電磁界が求まる。本研究ではこれを部分領域解析法と呼ぶ。しかし、従来の近似公式を用いる計算法では、開口面上での振幅・位相変化の程度によっては満足のいく計算結果を得られなくなる。

本研究では部分領域解析法における新しい近似計算方法を考え、二、三のモデルを用いて計算を行なったところ、比較的よい結果を得ることが出来た。特に、従来の方法では開口面上での位相変化や開口面に対する観測点の角度変化に対して、良い結果を得ることが出来なかったが、それが改善された。以下では、この近似計算法を一般化放射公式もしくは単に一般化公式と呼び、その手法、計算結果の幾つかを示す。

2　部分領域解析法

2.1　基本式

まえがきでも触れたが、ミリ波放射の解析においては回折効果を考慮しなくてはならない。回折効果を扱う上で基本となるのが Fresnel-Kirchhoff の式である。

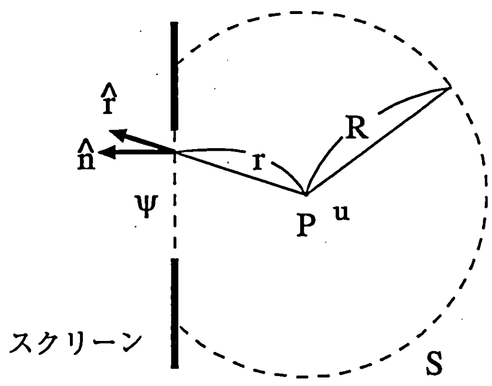


図 1: スクリーン回折におけるフレネル–キルヒホッフの積分領域

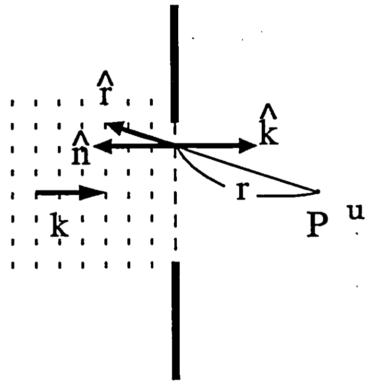


図 2: 平面波入射の場合

以下では電磁波の時間的変化を $e^{j\omega t}$ (ω : 角周波数) で表すと規約するものとする。電磁界はベクトルであるが、簡単のためそのうちの一成分だけをとって、スカラー量について考える。すると、図1 のようなスクリーンによる回折を表す Fresnel-Kirchhoff の式は次のようになる [1]。

$$u = \int_S \left(G\frac{\partial\psi}{\partial n} - \psi\frac{\partial G}{\partial n} \right) d\mathrm{S} = \int_S \{ G(\hat{\mathrm{n}}\cdot\mathrm{grad}\,\psi) - \psi(\hat{\mathrm{n}}\cdot\mathrm{grad}\,G) \}\, d\mathrm{S} \tag{1}$$

$G = \dfrac{e^{-jkr}}{4\pi r}$: グリーン関数 , k : 波数 , $\hat{\mathrm{r}}, \hat{\mathrm{n}}$ は図1の向きの単位長ベクトル

ここで u は観測点 P における電界ベクトルもしくは磁界ベクトルの一成分であり、位相も含めて複素数で表現される。ψ は u に対応した開口面上での電磁界ベクトル成分である。又、S は積分を行なう面であり球面の一部と開口面からなる。Sommerfeld の放射条件が満たされているような一般的な場合には、図1 において R→ ∞ とすると球面上の積分値は 0 となり開口面上の積分のみを実行すればよい。

式 (1) 中の grad G は

$$\mathrm{grad}\,G = -\left(\frac{1}{r} + jk\right)\hat{\mathrm{r}}\,G \tag{2}$$

と書ける。

さらに、図 (2) のようにψとして平面波を仮定すると

$$\psi = e^{-j\mathbf{k}\mathbf{r}} \ ,\ \mathbf{k} = (k_x, k_y, k_z)\ ,\ k = \sqrt{k_x^2 + k_y^2 + k_z^2} \tag{3}$$

と書けて、

$$\mathrm{grad}\,\psi = -j\mathbf{k}\psi \tag{4}$$

となる。式 (2)、式 (4) を式 (1) に代入すると

$$u = jk\int_S \left\{ \left(\frac{1}{jkr} - 1 \right)\hat{\mathrm{r}} + \hat{\mathrm{k}} \right\}\cdot\hat{\mathrm{n}}\ \psi G\ d\mathrm{S} \tag{5}$$

となる。

大抵の場合、式 (5) は以下のような近似が成り立つとして議論が進められる。

- $kr >> 1$ が成り立つ。
- 平面波は開口面に対して垂直入射とみなせる。
- 近軸上近似が成り立つ。すなわち、観測点 Pが開口面に対して垂直方向とみなせる。

これらの近似の成り立つもとでは、式 (5) は

$$u = \mathrm{j}2k \int_{\mathrm{S}} \psi \ \mathrm{G} d\mathrm{S} = \mathrm{j}2k \int_{\mathrm{S}} \psi \ \frac{\mathrm{e}^{-\mathrm{j}kr}}{4\pi r} \ d\mathrm{S} \tag{6}$$

となる。

2.2 部分領域解析法

開口からの放射電磁界を最も正確に表しているのは式 (1) であるが、ψのベクトル微分を求め、さらにそれを面積分する必要があり、計算時間の点で非現実的である。そこで計算時間短縮の一つの方法として以下のような方法がとられる。

電磁波を放射する開口領域を幾つかに分割し、それぞれ独立に放射電磁界を求める。電磁界は空気中では線形とみなせるから、それらの和をとれば元の開口からの放射電磁界が得られる。これを部分領域解析法と呼ぶ。分割によってそれぞれの部分領域内で、振幅が高々直線的にしか変化しない平面波が入射しているとみなせるものとし、さらにその領域からの放射電磁界が（振幅変化のない）平面波の場合の式 (6) で表されるものとする[1]。式 (6) は式 (1) に比べると簡単な形になっているのである程度計算時間が短縮できる。しかし、それでもまだ二重積分が含まれており、計算機でそのまま計算するとψの形によっては依然として大変な時間を要する。

そこで、被積分関数を適当に置き換えて、積分演算のかわりに解析的公式を用いてさらなる計算時間の短縮をはかる。実際に考えられている計算法として、Fresnel 公式、Fraunhoffer 公式、漸近公式などの公式を用いた方法がある [2, 3]。しかし、Fresnel 公式と Fraunhoffer 公式は正しく解の求まる領域が開口面の垂直方向に限られる。漸近公式は開口面の垂直方向以外でも正しいが、それもある特定の方向に限定されてしまう。さらに、これらの公式は部分開口内の入射電磁波が、垂直入射の平面波などといったごく単純な仮定のもとで導かれたものであり、実際の複雑な変化をする電磁界に対して用いると、どうしても誤差が生じる。

2.3 一般化放射公式

部分領域解析法においては、開口面に対して広い角度の範囲で近傍解まで計算でき、しかも部分領域内の電磁界のある程度の変化にも対応できるような公式が望まれる。そこで本論文では一般化放射公式（一般化公式）という新しい公式を導入する。以下にその計算法について述べる。

[1]ただし、前節で述べたように式 (6) を導く際に幾つかの仮定をもとに近似をしており、これらの仮定が成り立たない場合式 (5) で計算する必要がある。しかし、式 (5) と式 (6) の違いは、係数

$$\left\{ \left(\frac{1}{\mathrm{j}kr} - 1 \right) \hat{\mathrm{r}} + \hat{\mathrm{k}} \right\} \cdot \hat{\mathrm{n}} \tag{7}$$

が 2 とみなせるかどうかだけであり、本質的な計算である

$$u = \int_{\mathrm{S}} \psi \ \frac{\mathrm{e}^{-\mathrm{j}kr}}{r} \ d\mathrm{S} \tag{8}$$

には大きく影響しない。

そこで以下の計算例の一部では明らかにこれらの近似が成り立たない場合についても式 (6) で計算を行なっている。しかし、正確な電磁界分布を求める場合には当然式 (5) で計算すべきである。

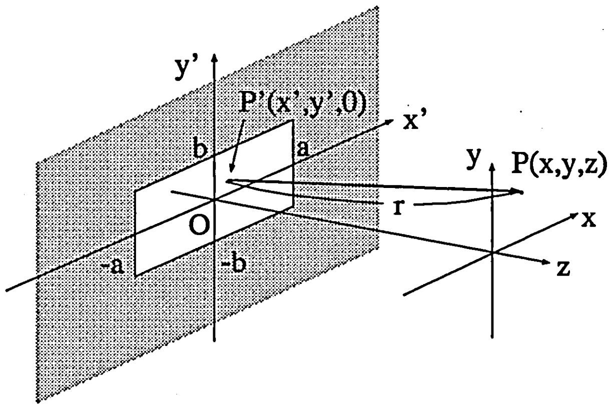


図 3: 長方形開口

まず、開口をそれぞれの内部で凹凸のない長方形領域に分割する。その場合の Fresnel-Kirchhoff の式の近似式（式(6)）は図3のように座標軸をとると次のようになる。

$$u(x,y,z) = \mathrm{j}2k \int_{-b}^{b} \int_{-a}^{a} \frac{\mathrm{e}^{-\mathrm{j}kr}}{4\pi r}\ \psi(x',y')\ dx'dy' \tag{9}$$

$$r = \sqrt{(x-x')^2 + (y-y')^2 + z^2} \tag{10}$$

ここで改めて次のように置く。

$$u(x,y,z) = \int_{-b}^{b} \int_{-a}^{a} f(x,y,z\ :x',y')\ dx'dy' \tag{11}$$

$$f(x,y,z\ :x',y') = \mathrm{j}2k \frac{\mathrm{e}^{-\mathrm{j}kr}}{4\pi r}\ \psi(x',y') \tag{12}$$

ここで f を適当な関数に置き換えるわけであるが、前述したように ψ の位相変化も表せる形の関数が望ましい。さらに積分が容易な関数という条件を考慮することにより、f が次のように置けると仮定する。

$$f(x,y,z\ :x',y') = \mathrm{e}^{\xi(x,y,z)x' + \eta(x,y,z)y' + \zeta(x,y,z)} \tag{13}$$

ただし ξ、η、ζ は、x、y、z によって定まる複素定数である。すると式(11)式より

$$\begin{aligned} u(x,y,z) &= \int_{-b}^{b} \int_{-a}^{a} \mathrm{e}^{\xi x' + \eta y' + \zeta}\ dx'dy' = \mathrm{e}^{\zeta} \cdot \int_{-a}^{a} \mathrm{e}^{\xi x'} dx' \cdot \int_{-b}^{b} \mathrm{e}^{\eta y'} dy' \\ &= \mathrm{e}^{\zeta} \cdot \frac{\mathrm{e}^{a\xi} - \mathrm{e}^{-a\xi}}{\xi} \cdot \frac{\mathrm{e}^{b\eta} - \mathrm{e}^{-b\eta}}{\eta} \end{aligned} \tag{14}$$

となり、放射電磁界が解析的に求まる。ξ、η、e^{ζ} は式(13)が成立するものとして

$$\xi = \left\{ \left. \frac{\partial f(x,y,z\ :x',y')}{\partial x'} \right|_{(x,y,z\,:x',y')} \right\} \cdot \frac{1}{f(x,y,z\ :x',y')} \tag{15}$$

$$\eta = \left\{ \frac{\partial f(x,y,z\ :x',y')}{\partial y'} \bigg|_{(x,y,z:x',y')} \right\} \cdot \frac{1}{f(x,y,z\ :x',y')} \tag{16}$$

$$e^{\zeta} = f(x,y,z\ :0,0) \tag{17}$$

により定めることができる。

この公式では式(15)と式(16)によって式(12)の置き換えのための定数ξ,ηを決定している。その際、長方形領域内のfを代表する点として領域内の一点(x',y')をとり、その点のfの関数値と微係数の値によって定数決定している。以下ではその点を$(x',y')=(0,0)$、つまり長方形領域の中心に選ぶことにする。

3 一次元スリットからの放射電磁界の計算

ここでは、より簡単な例としてy'軸方向に変化の無い一次元スリット（図4）に一般化公式を適用してFuresnel-Kirchhoffの式の近似式（式(6)）による結果と比較する。このような一次元スリットを考えた場合、式(6)は面積分ではなく一変数の積分による表現に簡単化される。

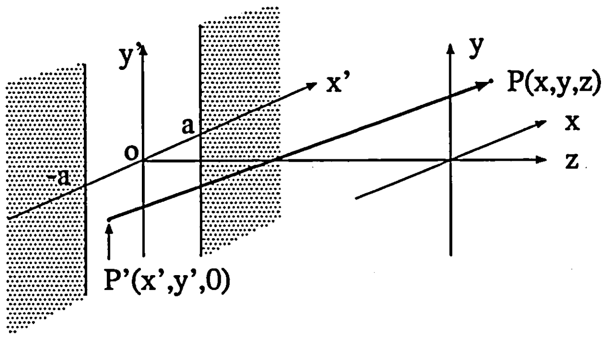


図4: 一次元スリット

本節では、まず単純な変化しかしないスリット面上電磁界分布を仮定し、スリットを単一開口とみなして放射電磁界を計算する。次に、ある程度大きなスリットを幅の小さい部分スリットに分割してそれぞれの放射電磁界を求めた後に、それらを合成する方法で計算を行なってみる。

3.1 単一部分開口からの放射電磁界の計算

一次元スリットの場合の部分領域解析法は、元のスリットを幅の小さい部分スリットに分割して、それぞれの部分からの放射電磁界を計算して合成する、という手順になる。一般化公式はスリットを分割した後のある程度単純な電磁界分布の開口に対して適用される。前章で述べたように、分割によって直線的な振幅変化をもった平面波がスリットに対してある角度をもって入射しているとみなせるとする。(図5)。この分割後を想定した電磁界分布からの放射電磁界をFresnel-Kirchhoffの式の近似式と一般化公式の二通りの方法によって計算し、結果を比較する。

3.1.1 一次元スリットの場合の Fresnal-Kirchhoff の式近似式と一般化公式

図4のような y' 軸方向に無限の長さを持つ1次元スリット開口による電磁波（ミリ波）の回折を考える。この場合の Fresnel-Kirchhoff の式の近似式（式(6)）は次のようになる。

$$u(x,y,z) = \mathrm{j}2k\int_{-a}^{a}\int_{-\infty}^{\infty}\frac{\mathrm{e}^{-\mathrm{j}kr}}{4\pi r}\ \psi(x',y')dy'dx' \tag{18}$$

$$r = \sqrt{(x-x')^2+(y-y')^2+z^2}$$

今、ψ が y' に依存せず x' のみの関数で表されると仮定すると、式(18) は第2種0次 Hankel 関数 $H_0^{(2)}(\chi)$ を用いて次の様に書ける [1, 3]。

$$u(x,z) = -\frac{k}{2}\int_{-a}^{a}\psi(x')\,H_0^{(2)}(k\rho)dx' \tag{19}$$

第2種0次 Hankel 関数は $k\rho \gg 1$ のとき

$$H_0^{(2)}(k\rho) \simeq \sqrt{\frac{2}{\pi k\rho}}\,\mathrm{e}^{\mathrm{j}(\frac{\pi}{4}-k\rho)} \tag{20}$$

と漸近展開できる。従って、観測点 P における電磁界強度は

$$\begin{aligned} |u(x,z)|^2 &= \frac{k^2}{4}\left|\int_{-a}^{a}\psi(x')\,H_0^{(2)}(k\rho)dx'\right|^2 \\ &= \frac{1}{\lambda}\left|\int_{-a}^{a}\psi(x')\,\frac{\mathrm{e}^{-\mathrm{j}k\rho}}{\sqrt{\rho}}dx'\right|^2 \end{aligned} \tag{21}$$

となる。これが一次元スリットの場合の、式(6) に相当する式であり、これが厳密解を与えるものとする。

次に、上式に一般化公式を適用する。式(19) において新しい関数 $f(x')$ を次のように置く。

$$f(x') = -\frac{k}{2}\psi(x')\,H_0^{(2)}(k\rho) \tag{22}$$

さらに前節と同様に $f(x')$ が次のように置けると仮定する。

$$f(x') = \mathrm{e}^{\xi(x,y,z)x'+\zeta(x,y,z)} \tag{23}$$

すると u が次のように求まる。

$$u(x,z) = \int_{-a}^{a}\mathrm{e}^{\xi x'+\zeta}\ dx' = \mathrm{e}^{\zeta}\cdot\frac{\mathrm{e}^{a\xi}-\mathrm{e}^{-a\xi}}{\xi} \tag{24}$$

従って、観測点 P における電磁界強度は

$$|u(x,z)|^2 = \left|\mathrm{e}^{\zeta}\cdot\frac{\mathrm{e}^{a\xi}-\mathrm{e}^{-a\xi}}{\xi}\right|^2 \tag{25}$$

となる。ξ、e^{ζ} はそれぞれ式(23) が成り立つとして

$$\xi = \left\{\left.\frac{\partial f}{\partial x'}\right|_{x'=0}\right\}\cdot\frac{1}{f(0)} \tag{26}$$

$$\mathrm{e}^{\zeta} = f(0) \tag{27}$$

により定める。

3.1.2　条件の設定

Fresnel-Kirchhoff の式の近似式である式 (21) を厳密解とし、式 (25) の結果と比較する。条件は以下のように設定した。

- 波長 $\lambda = 3$mm (周波数約 100GHz) のミリ波
- スリット幅 $2a$ は λ (3mm)、5λ (15mm)、10λ (30mm) の三通り
- 観測点と開口面の距離 z は 5λ (1.5cm)、20λ (6cm)、50λ (15cm)、200λ (60cm) の四通り

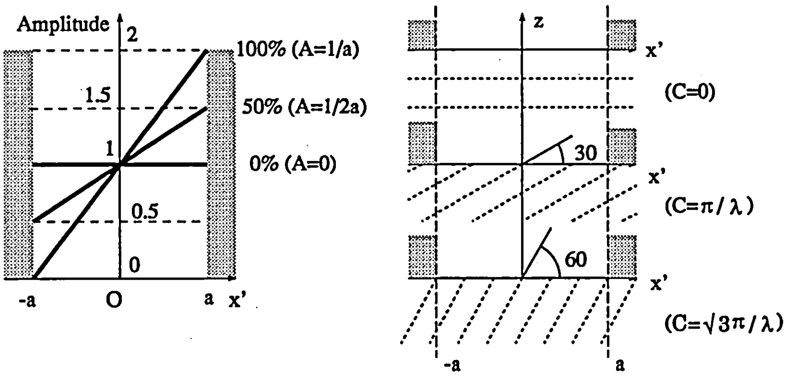


図 5: 電磁界分布のモデル

スリット面上の電磁界分布のモデルは、既に述べたように直線的な振幅変化をもった平面波がスリットに対してある角度をもって入射するものを考える。これを式で書くと次のようになる。

$$\psi(x') = (\mathrm{A}x' + \mathrm{B})\,\mathrm{e}^{\mathrm{j}\mathrm{C}x'} \tag{28}$$

ここで A、B、C、は実定数である。このモデルに関する条件として

- スリットの中心 $x' = 0$ の点での振幅を 1 とし (B=1)、スリットの両端 $x' = -a$ と $x' = a$ における振幅が、1 及び 1 のとき（A=0、傾斜 0 %)、0.5 及び 1.5 のとき（A=1/2a、傾斜 50 %)、0 及び 2 のとき（A=1/a、傾斜 100 %）の三通り（図 5左）
- 平面波の入射角は 0°(C= 0)、30°(C= π/λ)、60°(C= $\sqrt{3}\pi/\lambda$) の三通り（図 5右）

を考える（図 5)。

但し、前章の脚注で述べたように、入射角を 30°、60° とするのは式 (6) を導く際の近似条件に明らかに反する。しかし、この場合は式 (7) の値が 2 より小さい一定値に置き換わるだけあり、式 (19) と一般化公式の結果を比較する上では問題とならないので、これをそのまま用いた。

3.1.3　計算結果と考察

前節で設定した様々な条件についての計算結果を比較すると、式 (21) と式 (25) による計算結果はおおまかな部分では一致しているが、条件によっては大きな違いがみられることもある。以下では、設定した各条件について特徴的な結果を幾つか示して両者を比較してみる。

1. 入射角を変えた場合　図6は全く振幅変化のない平面波が、異なる入射角でスリットに入射する場合を比較したものである。3通りの入射角のいずれにおいても両者はほぼ完全に一致している。

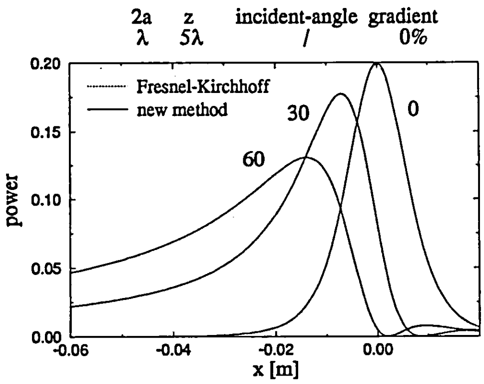


図 6: 一次元スリット・・・ 入射角を変えた場合

2. 振幅の傾斜を変えた場合　図7、図8及び図6の入射角0°の曲線は、振幅の傾斜の条件のみを変えて、他の条件は全く同じにしてある。これらを比較すると、振幅に傾斜を持たせるとFresnel-Kirchhoffの式と一般化公式の計算結果の間に誤差が生じているのが分かる。

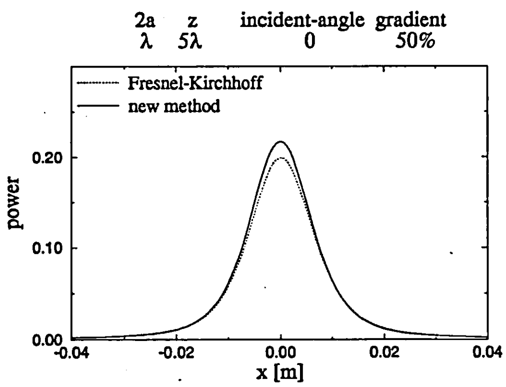


図 7: 振幅の傾斜を変えた場合 (1)

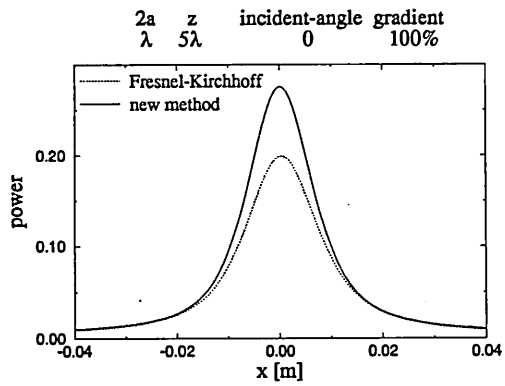


図 8: 振幅の傾斜を変えた場合 (2)

3. スリット幅及び観測点距離を変えた場合　図9、図10はスリット面と観測点の距離だけを変えて比較してみたものである。これらの図より観測点の距離が近過ぎると誤差を生じることが分かる。さらに、これらの図と、図6の入射角0°の曲線を比較すると、誤差のなくなる距離というのがスリット

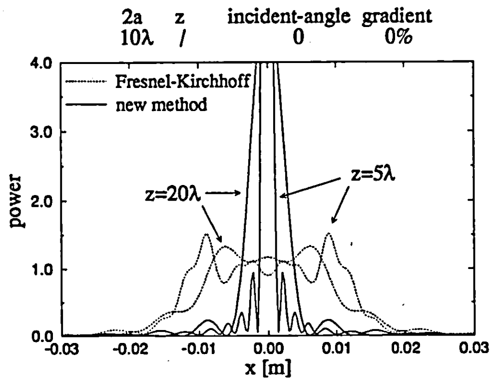


図 9: 観測点距離を変えた場合 (1)

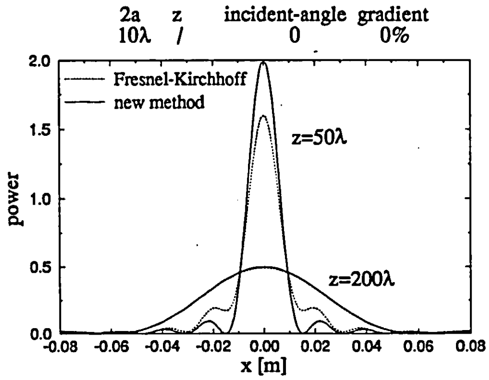


図 10: 観測点距離を変えた場合 (2)

の幅に依存していることが分かる。図 9、図 10のスリット幅10λという条件では、計算した四通りの中では $z = 200\lambda$ まで距離をとらないと一致していない。それに対しスリット幅をλの図 6 の入射角0°の曲線では、スリット幅以外の条件については同じであるのに $z = 5\lambda$ という近い距離でも厳密解と一致している。よって、スリット幅を大きくすると一般化公式によって正しく放射電磁界を計算できる領域がスリットから遠く離れた領域に限定されると考えられる。逆にスリットから近い領域の放射電磁界を計算するにはスリットを幅の小さい部分スリットに分割する必要があると考えられる。

4. 開口面に対する観測点の角度を変えた場合　従来の近似公式の中には、開口面に対してある特定の角度に対してのみ正しい、というものもある。しかし、一般化公式においてはそのような角度依存性は見られない。

尚、計算時間についての比較であるが、一次元スリットの場合 Furesnel-Kirchhoff の式の近似式で計算する場合も十分速いので、余り意味のある比較はできなかった。

以上で比較してきたことをまとめると次のように言える。一般化公式では、開口面に対しての角度依存性がなく、開口面上の位相の変化に対しても一次変化の程度であれば対応できる。また、スリット幅に対して相対的に非常に短い距離の放射電磁界は計算できないが、これはスリットを細かく分割して計算することでカバーできる。よって、これらの点に関して言えば従来の近似公式と同じか、もしくは優れていると言える。

しかし振幅の変化がある場合には、それが直線的な変化という単純な形であっても無視できない誤差を生じるので、この部分については改善の余地がある。

3.2 計算方法の改良

本節では、振幅の傾斜があっても厳密解に近い結果が得られるように一般化公式による計算方法を改良する。2章の最後でも述べたが、一般化公式は開口面上の一点の電磁界分布及びその傾きの値をもとにして、Fresnel-Kirchhoff の式の被積分関数を指数関数に置き換えている。その際、開口面上の一点のみの情報しか用いていないことが誤差の原因となると考えられる。そこで、開口面上の多数の点の情報を反映させるように計算法を改良した所、以下のような方法によって幾分改善された。

3.2.1 計算方法の改良

一次元スリットの場合、式 (23) において $f(x')$ を指数関数に置き換える際、できるだけ近似誤差が小さくなるようにしてやれば、振幅が変化しているときでも良い結果が得られると考えられる。そこで次式において両辺の誤差が$-a < x' < a$ の範囲全体でなるべく小さくなるように複素定数 α、γ を定めて、$\psi(x')$ を右辺の形に置き換えて計算を行なう。

$$\psi(x') \simeq \mathrm{e}^{\alpha x'+\gamma} \tag{29}$$

α、γ の決定は以下のようにして行なう。
　まず α 、γ を次式のようにそれぞれ実部と虚部に分けて考える。

$$\alpha = \alpha_r + \mathrm{j}\alpha_i \tag{30}$$

$$\gamma = \gamma_r + \mathrm{j}\gamma_i \tag{31}$$

ここでα_r、α_i、γ_r、γ_i は実定数である。すると式 (29) は

$$\begin{aligned}\psi(x') &\simeq \mathrm{e}^{(\alpha_r+\mathrm{j}\alpha_i)x'+(\gamma_r+\mathrm{j}\gamma_i)} \\ &= \mathrm{e}^{(\alpha_r x'+\gamma_r)} \cdot \mathrm{e}^{\mathrm{j}(\alpha_i x'+\gamma_i)}\end{aligned} \tag{32}$$

となる。これを次のように二つの式に分けて考える。

$$|\psi(x')| \simeq \mathrm{e}^{(\alpha_r x'+\gamma_r)} \tag{33}$$

$$\frac{\psi(x')}{|\psi(x')|} \simeq \mathrm{e}^{\mathrm{j}(\alpha_i x'+\gamma_i)} \tag{34}$$

上二式から α_r、α_i、γ_r、γ_i の四つの定数を定める。
　まず式 (33) から α_r、γ_r を決定する。ここで前節のように $x' = 0$ の一点のみの f の関数値と微係数の値によって近似するのではなく、$-a < x' < a$ の範囲を n 等分したそれぞれの中心点 $x'_1, x'_2, \cdots, x'_n$ をとって最小二乗法の考え方を用いて近似を行なう。
　式 (33) の両辺の自然対数を取ると

$$\log|\psi(x')| \simeq \alpha_r x' + \gamma_r \tag{35}$$

$x' = x'_m$ での上式の両辺の値の差、つまり誤差 ϵ_m は

$$\epsilon_m = \alpha_r x'_m + \gamma_r - \log|\psi(x'_m)| \tag{36}$$

とかける。これを 2 乗して m に対して和をとり

$$\epsilon = \sum_m^n \epsilon_m^2 = \sum_m^n \{\alpha_r x'_m + \gamma_r - \log|\psi(x'_m)|\}^2 \tag{37}$$

とする。この ϵ が最小となる α_r、γ_r を求めるために次の連立方程式を解く。

$$\begin{cases} \dfrac{\partial\epsilon}{\partial\alpha_r} = 0 \\ \dfrac{\partial\epsilon}{\partial\gamma_r} = 0 \end{cases} \tag{38}$$

上式の左辺を計算すると

$$\frac{\partial\epsilon}{\partial\alpha_r}=2\{\sum_m^n(x_m')^2\}\alpha_r+2\{\sum_m^n x_m'\}\gamma_r-2\sum_m^n x_m'\log|\psi(x_m')| \tag{39}$$

$$\frac{\partial\epsilon}{\partial\gamma_r}=2\{\sum_m^n x_m'\}\alpha_r+2n\gamma_r-2\sum_m^n\log\{|\psi(x_m')|\} \tag{40}$$

従って α_r、γ_r は次式により求まる。

$$\begin{pmatrix}\alpha_r\\ \gamma_r\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}\sum_m^n(x_m')^2 & \sum_m^n x_m'\\ \sum_m^n x_m' & n\end{pmatrix}^{-1}\begin{pmatrix}\sum_m^n x_m'\log|\psi(x_m')|\\ \sum_m^n\log|\psi(x_m')|\end{pmatrix} \tag{41}$$

次に式 (34) から α_i、γ_i を定めるが、実際の計算には $\mathrm{j}\alpha_i$、$\mathrm{e}^{\mathrm{j}\gamma_i}$ が分かれば十分なのでこれらの値を求める。式 (34) の両辺を x' で微分すると

$$\frac{\partial}{\partial x'}\left(\frac{\psi(x')}{|\psi(x')|}\right)\simeq \mathrm{j}\alpha_i\mathrm{e}^{\mathrm{j}(\alpha_i x'+\gamma_i)}=\mathrm{j}\alpha_i\left(\frac{\psi(x')}{|\psi(x')|}\right) \tag{42}$$

先程と同じように $-a<x'<a$ の範囲の中から $x_1',x_2',\cdots,x_n'$ の n 個の点をとり、上式から $\mathrm{j}\alpha_{im}$ を次のように定義する。

$$\mathrm{j}\alpha_{im}=\left\{\frac{\partial}{\partial x'}\left(\frac{\psi(x')}{|\psi(x')|}\right)\Big|_{x'=x_m'}\right\}\cdot\left(\frac{\psi(x_m')}{|\psi(x_m')|}\right)^{-1} \tag{43}$$

上式から n 個の $\mathrm{j}\alpha_{im}$ を求めその平均を $\mathrm{j}\alpha_i$ とする。すなわち

$$\mathrm{j}\alpha_i=\frac{1}{n}\sum_m^n\left[\left\{\frac{\partial}{\partial x'}\left(\frac{\psi(x')}{|\psi(x')|}\right)\Big|_{x'=x_m'}\right\}\cdot\left(\frac{\psi(x_m')}{|\psi(x_m')|}\right)^{-1}\right] \tag{44}$$

求めた $\mathrm{j}\alpha_{im}$ と式 (34) から $\mathrm{e}^{\mathrm{j}\gamma_{im}}$ を次のように定義する。

$$\mathrm{e}^{\mathrm{j}\gamma_{im}}=\frac{1}{\mathrm{e}^{\mathrm{j}\alpha_i x_m'}}\cdot\frac{\psi(x_m')}{|\psi(x_m')|} \tag{45}$$

$\mathrm{j}\alpha_i$ と同様 n 個の $\mathrm{e}^{\mathrm{j}\gamma_{im}}$ の平均を $\mathrm{e}^{\mathrm{j}\gamma_i}$ とする。

$$\mathrm{e}^{\mathrm{j}\gamma_i}=\frac{1}{n}\sum_m^n\left\{\frac{1}{\mathrm{e}^{\mathrm{j}\alpha_i x_m'}}\cdot\frac{\psi(x_m')}{|\psi(x_m')|}\right\} \tag{46}$$

式 (41)、(44)、(46) から定まった各定数によって ψ を式 (29) の右辺に置き換えて計算する。

3.2.2 計算と結果及び考察

本節で修正する前の方法をタイプ 1 (type1)、修正後の方法をタイプ 2 (type2) として、前節と全く同じように条件を変えて計算を行なった。タイプ 2 で近似に用いる点の数 n は 3 とした。

振幅の傾斜を変えた場合　図 11 は、修正前のタイプ 1 で比較的大きな誤差のあった条件についてタイプ 2 も含めて比較したものである。タイプ 1 では大きな誤差があるが、タイプ 2 の方がかなり厳密解に近い結果になっているのが分かる。

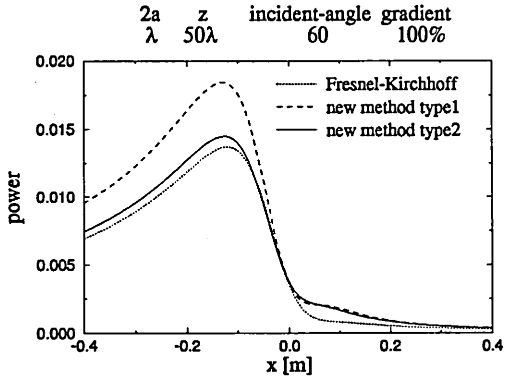


図 11: タイプ 1 とタイプ 2 の比較…振幅の傾斜を変えた場合

その他の条件を変えた場合　設定した各パラメータについて、上述の振幅の傾斜以外の条件についてはタイプ 1 とタイプ 2 で違いは見られなかった。

従って、タイプ 2 の計算法によって電磁界分布の変化に対して、より柔軟に対応できると考えられる。しかし、タイプ 2 でもタイプ 1 同様、近傍解は計算できない。そこで、スリットをさらに分割して計算をしてみる。

3.3 スリットを分割して計算した場合

前節までで、厳密解と誤差のあった条件についてスリットを分割して計算した結果を示す。

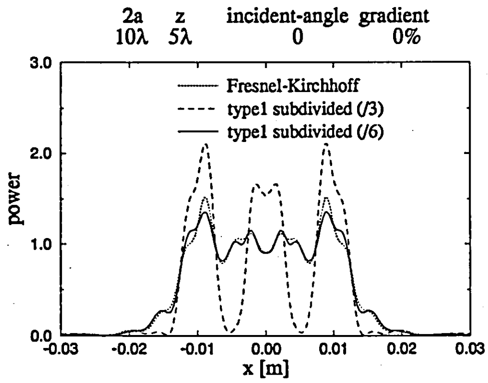


図 12: スリット幅を分割した場合 (1)

図 (12) は図 (9) の $z = 5\lambda$の条件についてスリット幅を 3 分割、6 分割してタイプ 1 で計算した結果である。図 (9) では全く正しく求まっていないが、分割によって厳密解に近付いているのが分かる。この条件では振幅が一定なのでタイプ 1 とタイプ 2 では結果は変わらない。

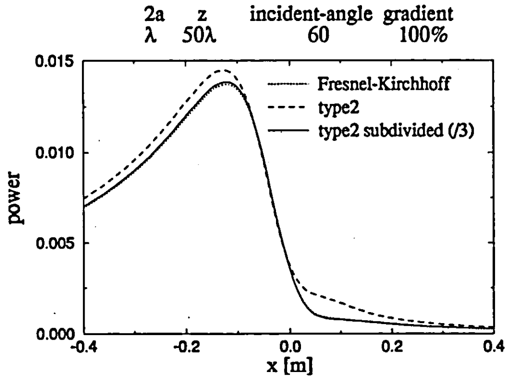


図 13: スリット幅を分割した場合 (2)

図 (13) は図 (11) と同じ条件についてスリット幅を 3 分割してタイプ 2 で計算した結果である。ここでも分割によって、厳密解とほとんど同じ結果が得られているのが分かる。

以上の結果から一次元スリットの場合の一般化放射公式による放射電磁界計算についてまとめると、式 (28) で表されるような開口面上電磁界分布に対しては、スリット幅を分割するなどして、近傍から遠方まで距離、角度に依らない範囲の解を計算できると言える。

逆に各部分スリット内で式 (28) のような簡単な形とみなせるくらいまでスリット幅を分割すれば、かなり複雑な開口面上分布からの放射電磁界も計算できるはずである。

4 一般的な開口からの放射電磁界の計算

前章で計算した一次元スリットの場合を参考にして、一般的な開口からの放射電磁界計算を行なう。計算のモデルとして WG モードの Vlasov アンテナを考える。開口面上の電磁界の振幅変化を考えた場合前章で修正したタイプ 2 の方がより適していると思われるのでこれを二次元開口の場合に適用し、Freasnel-Kirchhoff の式及びタイプ 1 と比較する。

4.1 一般化公式の長方形開口への適用

一般化公式による長方形開口からの放射電磁界の計算手法はすでに第 2 章で示しており、開口を凹凸の無い長方形領域に分割すれば式 (14)~(17) から計算できる（タイプ 1）。その際、一次元スリットの場合と同じように式 (13) 中の$\psi(x', y')$ を次式により近似して置き換えたものをタイプ 2 とする。

$$\psi(x', y') = \mathrm{e}^{\alpha x' + \beta y' + \gamma} \tag{47}$$

ここでα、β、γ は複素定数である。上式を次のように二つに分ける。

$$|\psi(x', y')| = \mathrm{e}^{\alpha_r x' + \beta_r y' + \gamma_r} \tag{48}$$

$$\frac{\psi(x',y')}{|\psi(x',y')|} = \mathrm{e}^{\mathrm{j}(\alpha_i x' + \beta_i y' + \gamma_i)} \tag{49}$$

これらの式から前章と同様にして実定数α_r、β_r、γ_r 及び複素定数$\mathrm{j}\alpha_i$、$\mathrm{j}\beta_i$、$\mathrm{e}^{\mathrm{j}\gamma_i}$ を定める。長方形領域の内部 $(-a < x' < a$、$-b < y' < b)$ から n 個の点 $(x'_m, y'_m)|_{m=1,2,\cdots,n}$ をとって近似を行なうとすると定数は次のように定まる。

$$\begin{pmatrix} \alpha_r \\ \beta_r \\ \gamma_r \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \sum_m^n (x'_m)^2 & \sum_m^n x'_m y'_m & \sum_m^n x'_m \\ \sum_m^n x'_m y'_m & \sum_m^n (y'_m)^2 & \sum_m^n y'_m \\ \sum_m^n x'_m & \sum_m^n y'_m & n \end{pmatrix}^{-1} \begin{pmatrix} \sum_m^n x'_m \log|\psi(x'_m, y'_m)| \\ \sum_m^n y'_m \log|\psi(x'_m, y'_m)| \\ \sum_m^n \log|\psi(x'_m, y'_m)| \end{pmatrix} \tag{50}$$

$$\mathrm{j}\alpha_i = \frac{1}{n}\sum_m^n \left[\left\{ \frac{\partial}{\partial x'} \left(\frac{\psi(x',y')}{|\psi(x',y')|} \right) \Big|_{x'=x'_m,\, y'=y'_m} \right\} \cdot \left(\frac{\psi(x'_m,y'_m)}{|\psi(x'_m,y'_m)|} \right)^{-1} \right] \tag{51}$$

$$\mathrm{j}\beta_i = \frac{1}{n}\sum_m^n \left[\left\{ \frac{\partial}{\partial y'} \left(\frac{\psi(x',y')}{|\psi(x',y')|} \right) \Big|_{x'=x'_m,\, y'=y'_m} \right\} \cdot \left(\frac{\psi(x'_m,y'_m)}{|\psi(x'_m,y'_m)|} \right)^{-1} \right] \tag{52}$$

$$\mathrm{e}^{\mathrm{j}\gamma_i} = \frac{1}{n}\sum_m^n \left\{ \frac{1}{\mathrm{e}^{\mathrm{j}(\alpha_i x'_m + \beta_i y'_m)}} \cdot \frac{\psi(x'_m,y'_m)}{|\psi(x'_m,y'_m)|} \right\} \tag{53}$$

一例として、図 (14のような単一長方形開口に平面波が垂直入射した場合の回折電磁波像の計算結果を図 (15) と図 (16) に示す。計算は本研究室のワークステーション端末で行なった。そのときのユーザーモード CPU 時間と実時間を参考に示す。両図ではほとんど変わらない結果が得られている。しかし、計算時間については一様照射という単純な例でもユーザーモード CPU 時間で約 300 倍、実時間で約 60 倍という計算時間の開きがあるのがわかる。

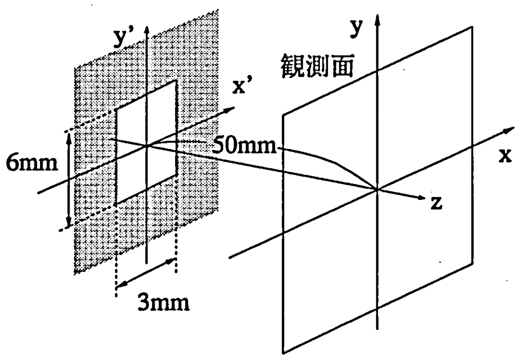


図 14: 開口による回折の一例

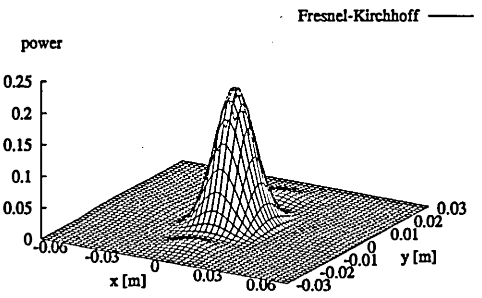


図 15: Fresnel-Kirchhoff の式の近似式による計算結果

ユーザーモード CPU 時間	314.1	(秒)
実時間	5:30	

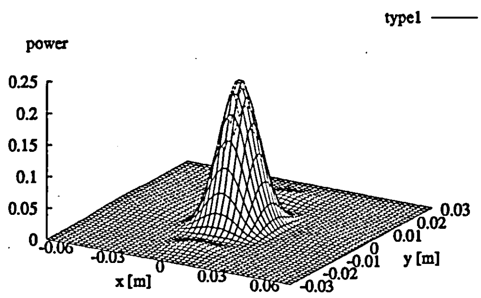


図 16: タイプ 1 による計算結果

ユーザーモード CPU 時間	1.0	(秒)
実時間	0:05	

4.2 Vlasov アンテナからの放射電磁界の計算

二次元開口の電磁界分布のモデルとして WG モードの Vlasov アンテナ [2, 4–6] を考えることにする。以前筆者の所属する研究室では Vlasov アンテナの開口部に長方形型の仮想波源を考え、FFT を用いた解析法によってその放射電磁界を計算した [4]。ここではその仮想波源からの放射電磁界を一般化公式によって計算してみる。

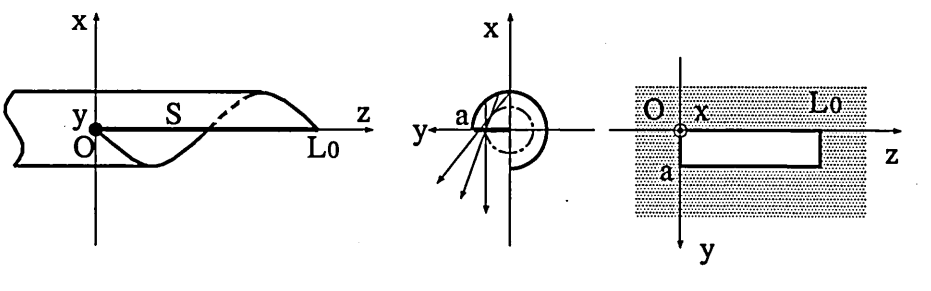


図 17: Vlasov アンテナの仮想開口

$$\mathrm{TE}_{15,2}\text{モード}\ (\chi'_{15,2} = 22.14)$$

$$\begin{aligned} a &= 17mm \\ f &= 140.0\mathrm{GH_Z}(\text{波長}\lambda = 2.14mm) \\ L_0 &= 89.6\lambda\,(\simeq 20\mathrm{cm}) \end{aligned}$$

4.2.1 Vlasov アンテナの仮想波源

Vlasov アンテナは図 17 のように円筒導波管の管壁を螺旋状に一周分カットしたものであり、その開口部に図 17 の右端のような長方形型の仮想波源を考えることができる。図において a は円筒導波管の半径であり L_0 はカットされた導波管の管軸方向の切口の長さである。WG モードの電磁波は導波管中を図の z 軸方向に回転しながら伝搬してゆき、開口部で仮想波源を通過して右端の図の紙面向こう側（x 軸の負の領域）に放射される。仮想波源上での電磁界分布が導波管中の場合のまま保存されるとすると、この長方形開口上における $\mathrm{TE}_{m,n}$モードの WG モードの主偏波成分 E_y は次式のように表される [2, 4, 5]。

$$E_y(y,z) = -\frac{\omega\mu m}{k_c^2}A_{mn}\frac{J_m(k_c y)}{y}\,\mathrm{e}^{-\mathrm{j}m\varphi}\mathrm{e}^{-\mathrm{j}\beta z} \tag{54}$$

ここで J_m は m 次の第 1 種 Bessel 関数である。上式において係数 $\{-\omega\mu m A_{mn}/k_c^2\}$ は任意の定数値をとるからこれを 1 とし、又、φ も任意であるから 0 とすると次式のようになる。

$$E_y(y,z) = \frac{J_m(k_c y)}{y}\,\mathrm{e}^{-\mathrm{j}\beta z} \tag{55}$$

但し

$$k = \frac{2\pi}{\lambda}\ ,\ k_c = \frac{\chi'_{mn}}{a}\ ,\ \beta = \sqrt{k^2 - k_c^2} \tag{56}$$

であり、χ'_{mn} は $J'_m = 0$ の n 番目の根である。

ここでは $\mathrm{TE}_{15,2}$モード（$\chi'_{15,2} = 22.14$）を考えることにし、タイプ 1 とタイプ 2 で観測点の $|E_y|^2$ を計算する。条件として a = 17mm、周波数 f = 140.0GHz（波長 λ = 2.14mm）とすると、$L_0 = 89.6\lambda\,(\simeq 20\mathrm{cm})$ で与えられる。

4.2.2 計算と結果及び考察

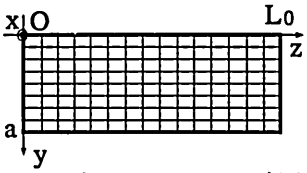
近似に用いる点の数 n は、一次元スリットのときの $n = 3$ を二次元に適用して $n = 3^2 = 9$ とし、それらの点は各部分領域を 3×3 の 9 等分した長方形のそれぞれの中心にとる。

観測面は $x = -50\lambda$ の平面（仮想開口に平行な平面上）とする。これは、Vlasov アンテナからの放射ミリ波を反射する反射鏡の置かれる場所である。

計算法、領域分割数を様々に変えて計算した中から幾つかの結果を図 18から図 24に示す。図 18 は Fresnel-Kirchhoff の式の近似式による計算の結果でこれが厳密解であると考えられる。また、図 24は以前に FFT を用いた計算法により計算した結果である。

計算精度 図 19と図 20はそれぞれタイプ 1 とタイプ 2 で仮想開口を 40 分割して計算した結果である。タイプ 2 では大体、図 18と同じ概形が得られているが、タイプ 1 では全く正しく計算されていないことが分かる。分割数を増やして 72 分割で計算した図 21と図 22を見ると、この場合にはタイプ 1 でも似たような結果になっているのが分かる。ただし、タイプ 1 の場合、分割数を増やしても必ずしも厳密解に近付くとは限らず、場合によっては分割数が少ない方が厳密解に近いこともあり、開口面上の電磁界分布にあわせて、うまく開口を分割する必要があると考えられる。

図 23はタイプ 2 で開口 100 分割し、観測点を増やして計算した結果である。FFT を用いた計算法による図 24と比較すると、単位が異なるためグラフのオーダーは違っているが非常によく似た概形になっていることが分かる。



ユーザーモード CPU 時間
39609.1 (秒)

実時間
11:00:14

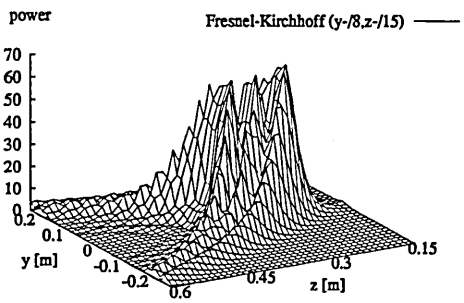
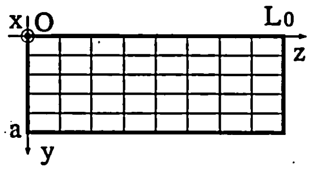
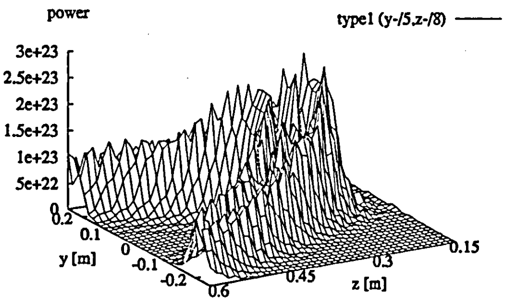


図 18: 式 () による計算結果 (120 分割)





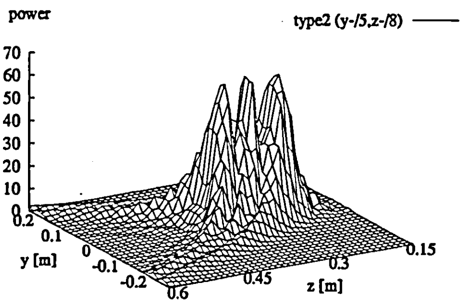
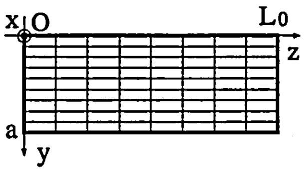


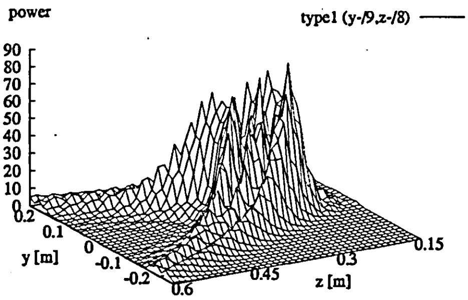
図 19: タイプ 1 (40 分割)

ユーザーモード CPU 時間	40.1	(秒)
実時間	0:43	

図 20: タイプ 2 (40 分割)

ユーザーモード CPU 時間	14.2	(秒)
実時間	0:18	





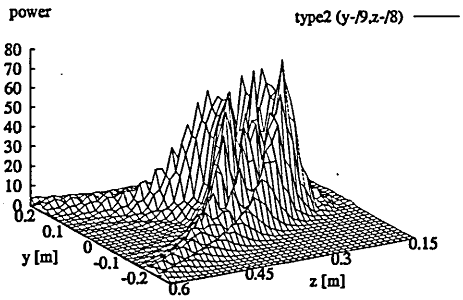
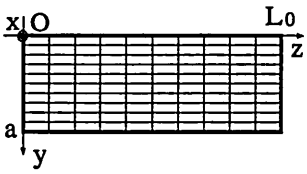
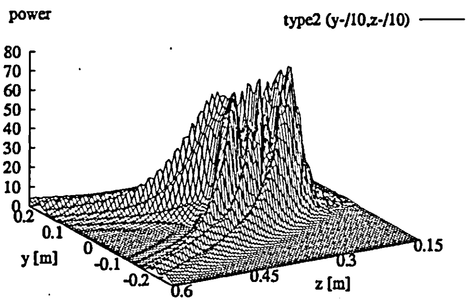


図 21: タイプ 1 (72 分割)
ユーザーモード CPU 時間　66.4　(秒)
実時間　1:09

図 22: タイプ 2 (72 分割)
ユーザーモード CPU 時間　23.9　(秒)
実時間　0:28





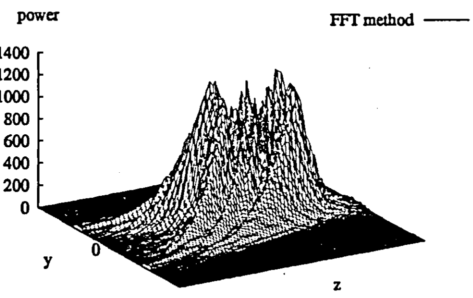


図 23: タイプ 2 (100 分割)
ユーザーモード CPU 時間　104.6　(秒)
実時間　2:54

図 24: FFT を用いた計算法による結果

計算時間　図18から図22に示した計算時間は、本研究室のワークステーションの同一端末上で計算したときのものである。実時間は計算機の負荷状況によって左右されると思われるので、ユーザーモード CPU 時間を比較の目安にする。その場合、厳密解と考えられる図 (18) とほぼ一致していると思われるタイプ 2 による図 (22) の二つを比べると、後者のほうが前者よりも 1000 倍以上速く計算を終えていることが分かる。ただ、この二つでは開口の分割数が違うので単純な比較は出来ない。部分領域解析法では原理的に部分開口ごとの並列処理が可能でるあるから、その場合には各部分領域のなかで最も時間のかかる開口同士の比較が必要である。

また、同じ分割数ではタイプ 1 よりもタイプ 2 のほうが速いこともわかる。これは、タイプ 2 の方がタイプ 1 よりも余分な計算手順を踏んでいることを考えると矛盾しているように思われるが、開口面上の電磁界を表す関数に Bessel 関数が含まれているためであると考えられる。すなわち、実際にプログラムを実行する場合、Bessel 関数の値を級数展開によって求めるのであるが、高次の Bessel 関数の場合この級数計算に大きな時間を要してしまう。タイプ 2 では電磁界分布を指数関数に近似したあとはこの級数計算を行なわなくなるのでタイプ 1 よりも計算時間が少なくなっていると考えられる。従って、実際に導波系を解析する場合、特に円筒導波管や同軸導波管で電磁界分布が高次の Bessel 関数や Hankel 関数で表される場合には、タイプ 2 の計算方法は計算時間の短縮にも効果的と言える。

5　結び

本稿では回折効果を踏まえたミリ波放射電磁界の計算方法について一般化放射公式という新しい公式をもちいた計算方法について述べた。

まず回折理論の基礎となる Fresnel-Kirchhoff の式を出発点とし、広範囲に適用できる比較的簡単な、数値解析用一般化放射公式を導入した。この一般化公式を用いて、ある程度理想的なモデルとして一次元スリット、実際に研究されているモデルとして WG モードの Vlasov アンテナを用いて計算、比較を行ない、かなり満足のいく結果を得た。

現在、核融合開発の電子サイクロトロン共鳴加熱研究部門ではさらに高次の円筒導波管伝搬モード、あるいは同軸導波管伝搬モードの利用が検討されており、今後はこういった導波系の解析に一般化公式を応用することが考えられる。

本稿で議論してきたことは、もともとミリ波導波系研究の必要から行なわれてきたことであるが、ミリ波に限らず、回折効果を含めた放射電磁界解析の際の数値計算の際に適用できると考えられる。

本研究の一部は、日本原子力研究所の援助を受けて行なわれました。ここに深く感謝致します。

参考文献

[1] 飯塚 啓吾、光工学（共立出版、1977）2 章

[2] Masamitsu Nakajima and Paul R. Winning , "A High-Speed Numerical Analysis Technique for Millimetre Wave Aperture Antennae", Mem. Fac. Eng., Kyoto Univ. Vol.54, No.4 (1992), 279-298

[3] 中島 将光、"ECRH 用ミリ波伝送系の設計に関する解析手法"、日本原子力研究所委託研究報告書 (1994)

[4] 白川 浩一、" 大電力ミリ波ビーム放射系に関する研究 –平面波展開とFFT による数値計算の高速化–"、修士論文、京都大学工学部電子工学科 (1992)

[5] Osami Wada , Masanori Hashimoto and Masamitsu Nakajima , "Calculation of radiation from a quasi-optical reflector antenna for whispering gallery mode", Int.J.Electronics, (1988), Vol.65, No.3, 725-732

[6] Masashi Iima , Motoyasu Sato , Yoshihisa Amano , Sakuji Kobayashi , Masamitsu Nakajima , Masanori Hisamoto , Osami Wada , Keishi Sakamoto , Makoto Shiho , Takashi Nakajima , Manfred Thumm , Annemarie Jacobs , Walter Kasparek , "Measurement of radiation field from an improved efficiency quasi-optical converter for whispering-gallery mode", Contribution to 14th International Conference on Inerared and Millimeter waves, (1989)

光放射圧とその応用

浮田　宏生
立命館大学　理工学部

1．はじめに

光ピンセット技術が各方面で注目されている[1-5]。操作対象となる微粒子は，透明で，屈折率がまわりの媒質より高く，静電力や熱作用が除去されておれば，固体だけでなく液体や生体細胞でもよい。また，光源としては各種固体レーザのほか，半導体レーザも使用でき[6]，光ファイバーによる光操作も報告されている[7]。

光トラップの力は pN/mW 程度である。微粒子にはこのほかに重力，浮力，熱運動力などが作用する（図1）[8]。光ピンセットするには，ミクロン領域の粒子では（重力）ー（浮力）に，それより小さいメゾスコピック領域の粒子では熱運動に打ち勝つだけの光トラップ力が必要になる。重力や浮力は粒径の3乗に比例して増大し，小粒子では熱運動が大きいので，とうぜん捕捉しやすい寸法（通常物体で数μm程度）がある。現在までに光操作の報告例がある寸法は20nm～50μmである。

本解説では，光ピンセットの理論と実験，微小力測定など基礎科学への適用例，産業応用への試みについて紹介する。

2．光ピンセットの理論と実験

光で微小物体をピンセットする前に，光の圧力がどの程度の大きさになるか，測定法を紹介する。

2.1 光圧測定法

光圧は，光子の運動量変化を保存するために作用する力である。この力をねじりばね法により，図2で測定できる[9]。ねじれを利用した偶力のモーメントを測るわけである。

ガラス上にアルミニウムを蒸着したターゲットを，金のワイヤでつるす。このアルミミラーに光を照射し，その圧力でミラーを回転する。この回転による光ビームの振れを，遠くに置いたスケール上に拡大し，光の移動量として測定する。真空度が低い場合は，まわりの分子の熱運動（輻射圧）が優勢であるが，真空度が高くなると，この分子の熱効果がなくなるので，振れは一定値に近づく。これが，純粋な光圧で，このときの真空度は，10^{-5} mmHg程度である。

このような光の圧力を物体のトラップ（捕捉）に利用できることを理論的，実験的に最初に示したのは，ベル研究所のAshkinである。以下に概要を示す。

2.2 光ピンセットの理論

光を強く集光・照射した場合，物体に及ぶ光圧の総量は，物体屈折率が周辺媒質より少し大きい場合，物体を焦点に引きつけるように作用する。光トラップの原理を図3に示す[10]。同図 (a) ではガウス型強度分布のレーザー光が，透明微小球の中心より少し上の位置に，高倍率対物レンズで集光されている。

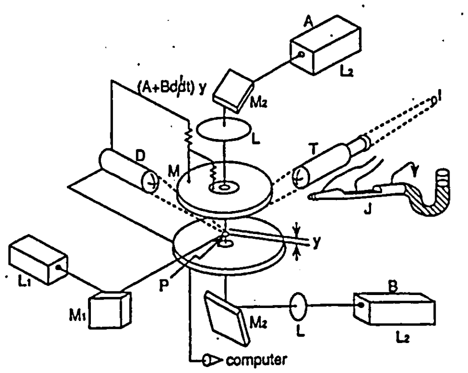


図1　微小球に作用する各種の力[8]

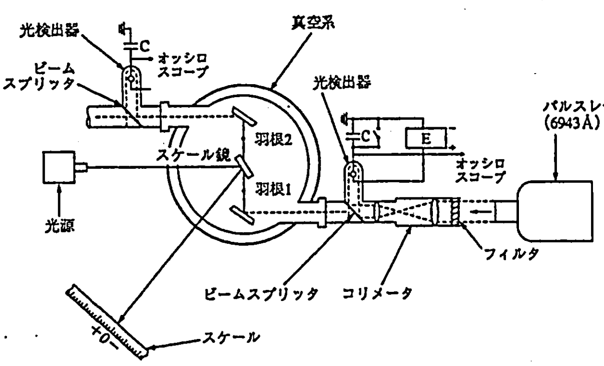
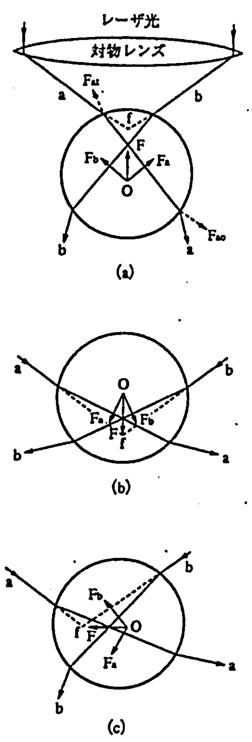


図2　光圧測定法[9]



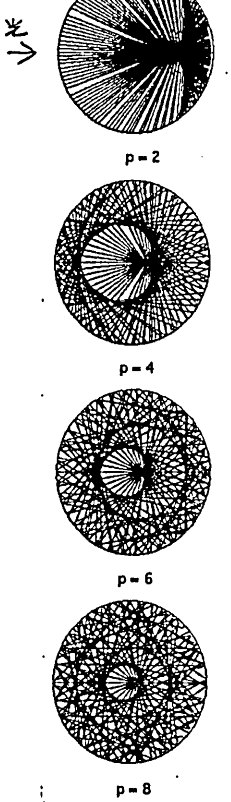


図3 光トラップの原理[10]　図5 微小球に対する多重反射光線の追跡例[11]

球の寸法が波長より十分大きい場合，光線光学により以下のように計算される。

光線aは粒子表面で反射，屈折される。粒子と媒質の屈折率差が小さい場合，反射は極めて小さいので省略し，屈折のみを考える。屈折された光線aの運動量保存則により，入射面では力 Fat が面に垂直方向に作用する。また，出射面では力 Fao が垂直方向に作用する。両者の合力として力Fa が生じる。光線bも同様である。このFa, Fb をすべての光線について積分すれば，球全体に作用する力を計算できる。この結果，球全体には上向きの力Fが作用することになる。

同図 (b), (c) はレーザー光が微小球の中心より少し下，あるいは光軸からずれた位置に集光された場合である。光圧の総量ははいずれも焦点に向く方向に作用することがわかる。

ここで，F=Q(nP/c)で，光の圧力を定義する。このQは微小物体の大きさ，比屈折率などで異なってくる無次元の係数で，トラッピング効率と呼ばれる。また，n は微小物体と周りの媒質の屈折率の比（比屈折率），　P は入射光パワー，c は光速である。つまり，このQをいろいろの場合について計算してやればよい。

実際には，図4のモデルにより，光線の微小球への入射方向の力Fs（拡散力）とそれに垂直な力 Fg(勾配力）にわけて，　物体内での多重反射を考慮して計算する。多重反射の光線追跡結果の一例を図5に示す[11]。また，図6に計算結果の一例を示す。同図から，光圧は微小球の端の位置に光を集光照射した場合がもっとも大きく，球の中心に近づくにつれて，

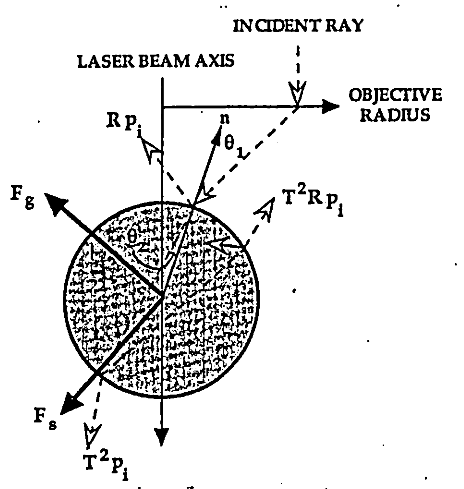


図4 光圧計算のためのモデル

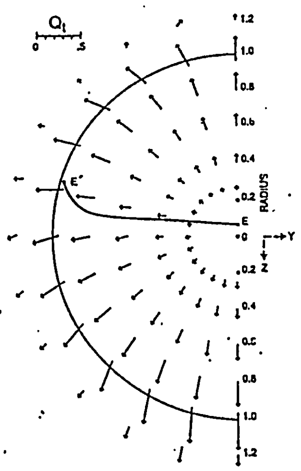


図6 球の各部における光圧の作用[10]／集光位置を変えた場合の球全体に作用する光圧の大きさと方向が示されている。

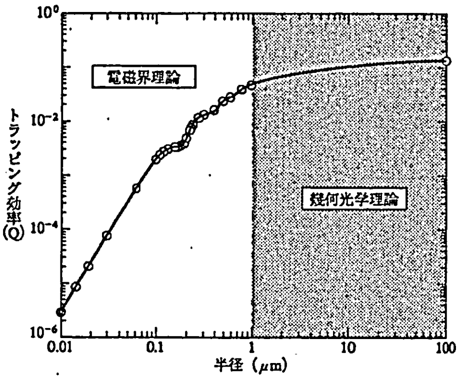


図７ 光圧（トラッピング効率Q）と微小球の半径の関係(12)／半径が１μmより小さくなると，粒径の３乗に比例してQが急激に減少する（電磁界解析）。一方，幾何光学では半径が10μm以上でQが一定になる。グラフは水中に分散されたポリスチレン球に作用するトラッピング効率で，波長は1.06μm，集光角は120°である。

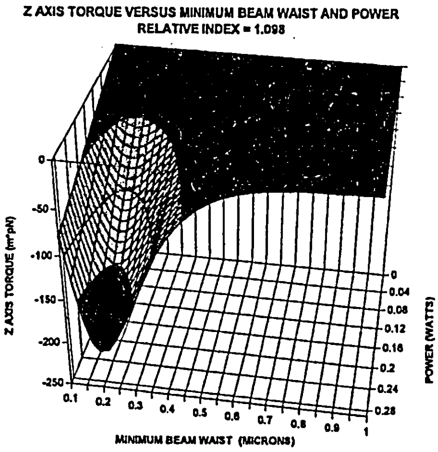


図８ 光圧トルク（図13の形状）の解析例(13)

小さいことがわかる。中心では当然ながら零である。ここで Qt は拡散力Qsと勾配力Qgの合力である。

結局，光軸方向を考えると，光圧は粒子の位置によって異なるので，粒子に加わる重量と浮力の差と，この力が釣合う位置で粒子はトラップされる。

なお，波長よりも小さい粒子に対しては，Maxwell の電磁界理論を適用する(12)。両者は図７のように適用領域がわけられ，補完関係にある。

本節の最後に，後述する光圧による回転トルクの解析例を紹介しておく。図15の外形状異方性光圧回転体に対する，光線光学によるトルクの計算結果である(13)。われわれの実験結果とよく一致するとしている。

2.2 光ピンセットの実験

実験には，図９に示すように，光学顕微鏡にダイクロイックミラーを配置し，側面からNd:YAGレーザー（波長が1.06μmなので生体に対し吸収が非常に少ない）などのトラッピング用レーザー光を同（光）軸で導入する。物体上での光パワーは1mW～100mW程度で，高倍率レンズ（N.A.=1.25程度）を使用して急峻なエネルギー勾配を得る。

手軽に利用できる微粒子としては，ポリスチレンラテックス球（屈折率n=1.59, 密度r=1.05g/cm^3），ガラス球（n=1.5, r=2.2），ガラスロッド，ZnO（n=2.0, r=5.67），GaP（n=3.1, r=4.13），Si（n=3.5, r=2.33）などがあり，水（n=1.33）やエタノール（n=1.36）に分散して使用する。この他，液滴，植物細胞，神経細胞なども利用できる。

レーザー光でこれら微小物体をトラップするには，対物レンズまたは試料ステージを操作し，レーザー光を微小物体近傍に誘導する。微小物体は引き込まれるようにして焦点近くの位置にトラップされる。形状異方性物体の場合は，瞬時に回転を開始する。対物レンズを上方向に移動すると，微小物体も焦点の移動に追従する。

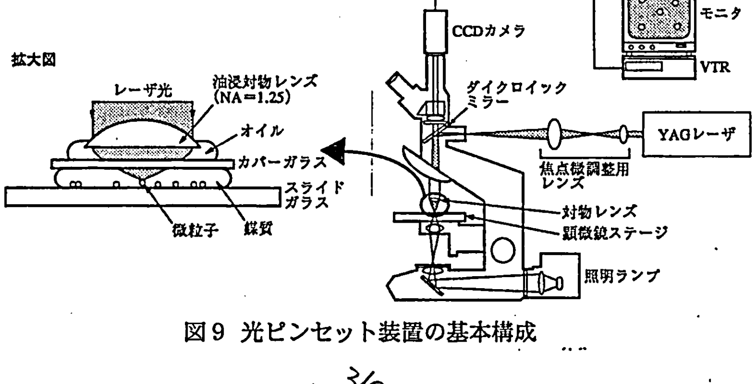


図９ 光ピンセット装置の基本構成

表1 微小物体に対する光の力作用と応用

分類	光の力作用	適用例
基礎科学	トラップ	1. 物理学：レビテーションによる光圧測定(1980) 2. 生物学：繊維組織中のバクテリアの移動速度測定(1987) (20) 3. 生物学：鞭毛モータのトルク測定(1989) (14) 4. 化学： 微小領域での化学反応制御(1992) (2) 5. 生物学：ミオシン分子のステッピング運動測定(1994) (15) 6. 光学：微小球レーザの発振制御(1994) (4) 7. 光学：エバネッセント波による粒子の駆動(1992) (1) 8. マイクロ理工学：微粒子の回転速度測定(1995) (16) 9. マイクロ理工学：微粒子の抗力係数測定(1995) (17)
産業応用	加減速 トラップ トルク	1. 宇宙工学：光圧推進ソーラセイル（提案） 2. 応用光学：微粒子の移動(1986) (18) 3. 生物学：細胞融合(1992) (21) 4. 応用光学： 微粒子の配列、接着(1992) (19, 22) 5. 機械工学：光圧回転、光圧モータの提案(1994) (23, 24) 6. 応用光学：光ファイバーによる光トラップ(1995) (7) 7. 機械工学：内形状異方性物体による光圧回転(1994) (25) 8. 機械工学：光圧モータのトルク計算(1995) (13)

3．基礎科学への適用

本技術はピンセットする対象によりいろいろの応用が考えられる。大別すると，微小力測定を主目的とした基礎科学への適用と産業応用を目的とした適用がある。表1は，このような光の力作用の応用例である。本章では，前者の微小力測定について要約する。

生物学

図10は，鞭毛モータの回転トルク測定例である。実験では，鞭毛の直径が非常に小さく（20 nm）光ピンセットがむつかしいので，べん毛のほうをガラスに固定する。すると，鞭毛のかわりに本体のほうが回る。本体を光ピンセットし，そのときの光パワーによる光圧から，逆に鞭毛モータのトルクを測定する[14]。

また，最近，単一ミオシン分子のステッピング運動の測定から，8nmのステッピングと5～6pNの力が実験的に明かにされた[15]。

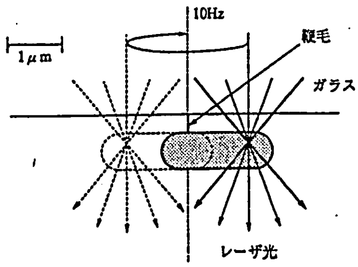


図10 鞭毛モータの回転トルクの測定[14]

化学

図11は，新技術事業団の増原プロジェクトが提案している極微変換システムである[2]。化学反応には，イオンが濃い，pHが低い，温度が高い場所といった，反応に都合のよい条件を備えた反応場が必要である。微細加工技術でこの反応場を作り，光ピンセットで捕捉した物質をつぎつぎと送り込むようなシステムを想定している。同図に示すように，物質を送りこむ捕捉用のレーザ（連続発振YAG）や反応励起用のレーザ（QスイッチYAG）があり，光化学的機能をもった微小反応物質を輸送したり，化学反応を誘起したりする。反応のようすは左上の検出系で分光測定により観測し，下の基板からは電気化学的測定も可能である。

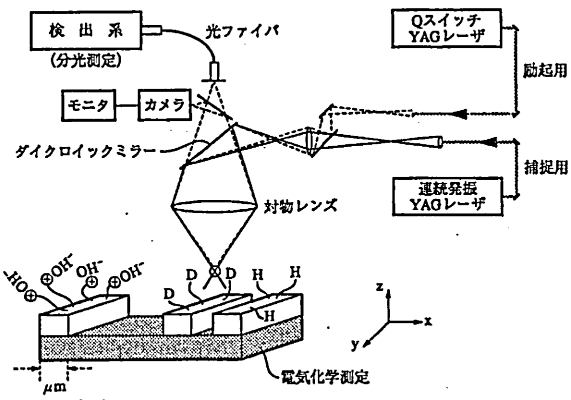


図11 光圧のマイクロ化学への応用[2]

以上のように，このシステムでは微小場で，光で反応を制御し，高選択・高効率な物質変換が可能になる。光ピンセットは，化学でいう，かくはん，添加，分別などの操作を，微小空間で行うことになる。

たとえば，光ピンセットで捕捉したピレン吸着プラスチック微粒子に，紫外のナノ秒パルスレーザを照射すると，プラスチック微粒子に穴があく。マイクロカプセルの場合には，カプセル内の液の放出制御が可能になる。

光学

微小球レーザの発振制御例を示す。球形共振器としては，レーザ用色素であるローダミンBをドープしたプラスチック微粒子を用い，それを水中に分散する。微粒子の界面近傍で入射した光が，微粒子内で全反射をくり返し，光が微粒子を1周して位相がそろうと共振が生じ，レーザ発振する。発振している微粒子に，別のレーザでトラップした，発振していない微粒子を近づけると，光のトンネル現象が起こり，発振が停止する。このように，マイクロ微粒子を光共振器とした微粒子レーザには，微小な空間光スイッチや光メモリなどの応用が開けるとしている[4]。

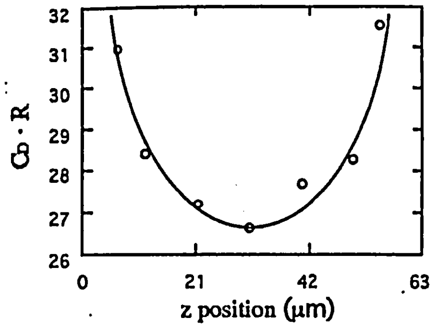


図12 微粒子の抗力係数の測定[17]

マイクロ理工学

微小物体の回転数測定[16]や抗力係数測定（図12）[17]などの測定例が報告されている。図12によると，流体中の微粒子の抗力係数(C_D)とレイノルズ数(R)の積は2枚のガラス板の近傍で大きく，中央部で最小になっている。この最小値は壁面間隔が狭くなるほど小さくなる。この結果は，微粒子に壁面力が作用していることを表わしている[17]。マイクロ領域では，摩擦，粘性などがわれわれの生活空間であるマクロ領域とは異なる。光トラップ技術は，このようなマイクロ理工学解明の有力な手段になる可能性がある[5]。

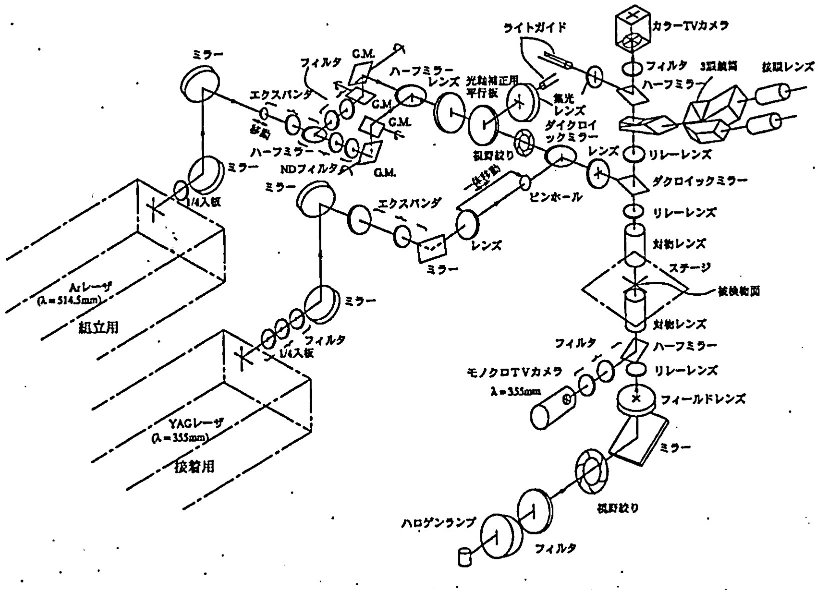


図13 マルチビームによる光操作システムの構成図／捕捉用のアルゴン（Ar）レーザはハーフミラーで2つに分けられ，2次元ガルバノミラーで自在に走査される。一方，接着用にはYAGレーザの第3高調波（紫外光）を利用する。

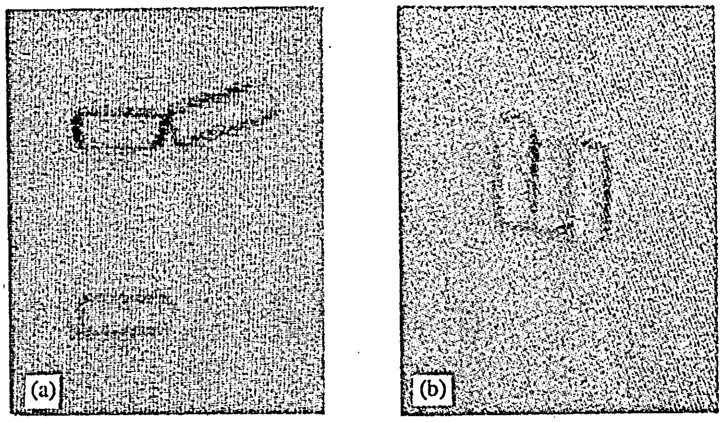


図14 光圧による構造物の組立て／ガラスロッドをべつべつのレーザ光で捕捉・接触させた後，紫外レーザを接触部に照射し，溶液中に溶かした光重合物質を固化して接着する。

4．産業応用

微粒子移動

光ピンセット技術を使うと，空気中で浮遊する微粒子を捕捉したり排除したりすることができる。半導体製造における汚染粒子の除去や熱核融合における燃料ペレットの非接触遠隔操作などに利用できるといわれている。また，光ピンセットでべつべつに捕捉した微粒子を衝突させたり，移送させたりできる[18]。さらに，光ピンセットとして微小物体を1個，1個つかむのではなく，光強度分布に応じた微粒子の集合体として捕捉できる[19]。これにより微粒子の操作が効率的になる。

細胞融合

細胞は大きさが数μm程度で光ピンセットしやすいし，操作が非接触であるというメリットがある。このため，当初から一番強力に応用研究が進められてきた分野である。例えば，ベル研のアシキンらの1987年の実験例がある[20]。

サンプルの箱にバクテリア（細菌）が入れてあり，観察用に下から照明し，上からトラッピング用の光を照射し，細胞を捕捉する。また，繊維組織の中を移動するミトコンドリアをトラップし，移動のようすを観測したり，移動速度を測定したりする。速度は，10数μm/秒であった。

東北大学の佐藤俊一，稲場文男先生らの細胞融合例[21]も有名である。まず，2つの細胞をトラップして接触させ，次に接触させた部位に紫外光を照射して，細胞を融合する。

構造物の組立て

複数の光ビームを使用すれば，複数の微小構造物を結合することも可能で，将来，マイクロマシンの組み立てに利用できる可能性がある。また，構造物の形を工夫すると，光の圧力でそれを回転できることも明かになっている。

図13は，試作した光操作システムの構成図である。原型は，新技術事業団増原プロジェクトの三澤さん（現徳島大学工学部）らにより開発された[22]。

捕捉用のアルゴン(Ar)レーザ(波長514,5nm)は，ハーフミラーで2つに分けられ，それぞれが2次元に動くミラーで自在に走査される。これらのビームは，再び光軸をそろえ，対物レンズでサンプルに照射され，微粒子をトラップするとともに任意の位置へ移動される。

接着加工用のレーザ光には，YAGレーザの第3高調波（紫外光で波長は355nm)を用い，捕捉用レーザ光と同軸にしてサンプルに照射される。このシステムを利用すると，微小物体を接着硬化できる。

図14はこのシステムによる実験例である。光重合用高分子材をエタノール溶液に混ぜ，分散したガラスロッド（直径3μm）をべつべつのレーザ光で捕捉，接触させた後，紫外レーザを接触部に照射して微小物体を接着硬化する。同様の操作をくり返すことにより，複雑なマイクロ構造物を組み立てることができる。

なお，この光ピンセットによる非接触組み立てを可能にするには，対象となる微小物体の物性，形状，トラップ状態，光のかげになる部分の処理，トラップした物体を穴に挿入できるかなど，光圧によるハ

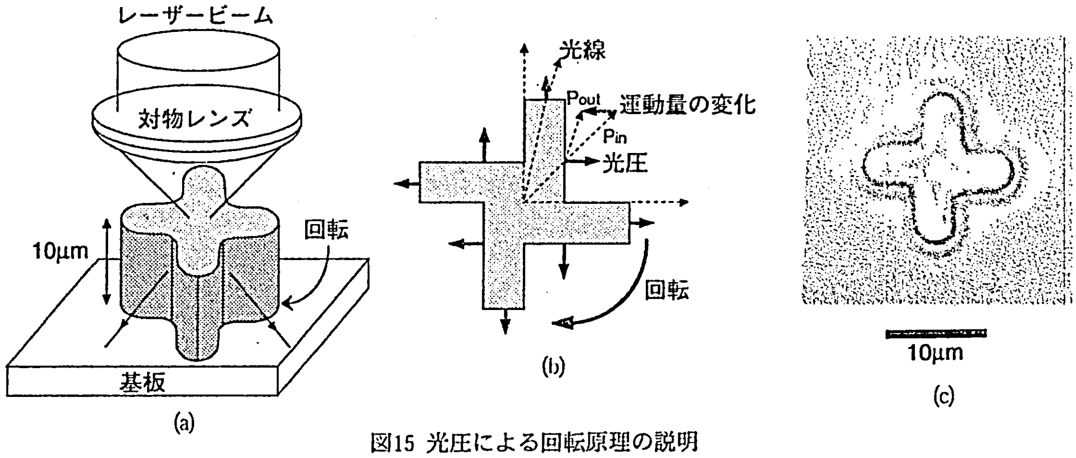


図15 光圧による回転原理の説明

ンドリング条件を明確にしなければならない。今後の課題である。いずれにしろ，このような方法で，従来のマイクロマシニング（平面加工）では作製できなかった３次元構造物を作製できる可能性がある。

回転駆動

図15の左は，光トラップのようす，中央はマイクロ物体の断面図，右は試作した光圧回転体である。図に示すように，光圧は光が物体に入る入射面と，物体から出る出射面で，それぞれの面に垂直方向に作用する。

入射面は平面であり光軸に垂直なので，光圧の方向は光軸に平行になり，回転トルク成分がない。出射面に作用する光圧は，光軸に垂直なので回転トルクを発生するが，光軸を通る面に対して対称な形状の場合は左右の光圧が相殺され，回転成分はゼロになる。

そこで，中央図に示すように，光軸断面の形状が鏡面に対して非対称な形状とした。同図で１ブロックの面に相当する(i), (ii), (iii) の光圧を考える。面(i), に対しては，光が屈折して出て行くとき，光圧が図のように面に垂直に作用し，右回転トルクを発生する。面 (ii)に作用するトルクは面(i)に較べれば僅少である。面 (iii) は，回転軸（中心）を通る面なので，光はこの面から出射せず，光圧が発生しない。

したがって，この物体に作用する回転トルクの総計は，右向きの光圧であり，実験によれば物体は設計通り右回転する[23]。回転方向はもちろん異方性の形により制御できる[24]。

回転速度は入射パワーに比例し，大きい開口角（NA ）の対物レンズで強く集光した場合，回転速度が早くなりることが実験的に確かめられている（図16）。大きい開口角のレンズでは集光角が大きいため，物体側面から出射する光量が多く，回転トルク発生効率が高いためである。この回転速度は，形状異方性物体の形状設計，軽量化，周辺媒質の低粘性

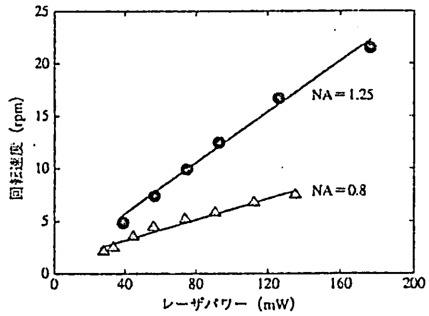


図16 光回転速度のレーザパワー依存性

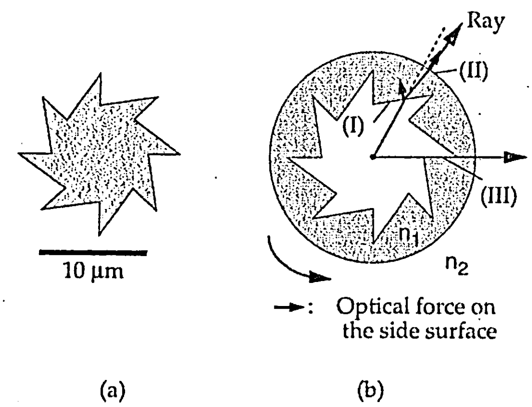


図17 光圧回転体 (a)外形状異方性, (b)内形状異方性

化などによりさらに向上する。

また，このような異方性を回転体の内部に付与し，内部形状で光トルクを発生させ，外部形状を回転力の伝達など別の目的に使用することも可能である（図17）[25]。

5．おわりに

光ピンセット理論は，現在までに光線光学による基本的考え方がほぼ明かになっている。今後は目的に応じた材料や形状に適用されるとともに，光圧トルクなどの解析[13]が進むと予想される。

光ピンセットの応用は，ひとつには生物学，化学，物理学，マイクロ理工学などの基礎分野がある。主として微小力の測定に適用され，ミクロンからメゾスコピックの領域で，新現象を解明し，それが将来，マイクロマシン固有の設計に役立つものと期待されている。

光ピンセット応用のもうひとつは，医療，応用光学，機械工学などの分野で各種の試みがあり，操作対象や操作手法が一段と広がっている。一例として，光トラップ&光圧回転は，マイクロマシンなど電気的アクセスが困難な分野で，マイクロ駆動源として注目される[3]。

なお，本稿では原子やイオンを対象とした光トラップについては省略させていただいた。文献(1)を参照されたい。

最後に，共同研究を進めてきたNTT境界領域研究所の日暮栄治氏に深謝する。

文　献

(1) レーザトラップ特集，光学，21 ,No.2, (1992)

(2) 増原極微変換プロジェクト編：マイクロ化学，化学同人，(1993)

(3) 浮田宏生，日暮栄治："光マニピュレーションーマイクロ駆動源ー"，応用物理，63，pp.483-486，(1994)．

(4)三澤弘明：微粒子の光捕捉・操作とレーザ発振，応用物理，63，pp.898-905,（1994）．

(5) 浮田宏生："ここまできた光技術ーオプトメカトロニクスの最前線ー"，講談社ブルーバックス，（1995）．

(6) G.J.Escandon, Y.Liu, G.J.Sonek and M.W.Berns: "Beam Magnification and the Efficiency of Optical Trapping with 790-nm AlGaAs Laser Diodes", IEEE Photonics Technology Letters, 6 ,pp.592-600, (1994).

(7) E.R.Lyons and G.J.Sonek : "Confinement and bistability in a tapered hemispherically lensed optical fiber trap",Appl. Phys. Lett., 66 , pp.1584-1586 (1995).

(8) M. Lewitters, S. Arnold and G. Oster: "Radiometric levitation of micron sized spheres", Appl.Phys. Lett., 40, pp.455-459, (1982)

(9) M.Stimmer, Z.I. Slawsky and R.E. Grantham: "Torsion Pendulum Photometer", Review of Scientific Instrument, 35, pp.311-313, (1964).

(10) A.Ashkin : "Forces of a single-beam gradient laser trap on a dielectric sphere in the ray optics regime", Biophysical Journal, 61 , pp.569-582 (1992).

(11) C. Saloma and Ma. O. Cambaliza : "Single-Gaussian-beam interaction with a dielectric microsphere: radiation forces, mulpiple internal reflections, and caustic structures",Appl. Opt., 34 , p.3522-3528 (1995).

(12) W. H. Wright, G. J. Sonek and M. W. Berns: "Radiation trapping forces on microshperes with optical tweezers", Appl. Phys. Lett., 63 , pp.715-717 (1993).

(13) R. C. Gauthier: "Ray optics model and numerical computations for the radiation pressure micromotor", Appl. Phy. Lett.,67 ,pp.2269-2271, (1995).

(14) Steven M. Block, David F. Blair and Howard C. Berg: Compliance of bacterial falgella measured with optival tweezers, Nature, 338 , pp.514-518 (1989).

(15) J.T.Finer, R.M.Simmons and J.A.Spudich: "Single myosin molecule mechanics: piconewton forces and nanometre steps", Nature, 368 , pp.113-118 (1994).

(16) A.Yamamoto and I.Yamaguchi: "Measurement and Control of Optically Induced Rotation of Anistropic Shaped Particles", Jpn. J. Appl. Phys.,34 , pp.3104-3108 (1995).

(17) M. Miwa, H. Misawa, H. Araki and T. Yoshimura: "Laser Manipulation Techniqu and Its Role in Study of Micromachine", Proceedings of the International Symposium on Microsystems, Intelligent Materials and Robots, September 27-29,1995,Sendai,Japan.

(18) A.Ashkin , J.M.Dziedzic , J.E.Bjorkholm and Steven Chu : "Obzervation of a single-beam gradient force optical trap for dielectric particles," Opt.Lett., 11 , pp.288-290 (1986).

(19) 三澤弘明，笹木敬司：レーザ走査マイクロマニピュレーション，光学，21，pp.91-92 (1992)．

(20) A.Ashkin , J.M.Dziedzic , T.Yamane : "Optical trapping and manipulation of single celles using infrared laser beams," Nature, 330 ,pp.769-771 (1987).

(21) 佐藤俊一，稲場文男：レーザ光による細胞プロセシング，レーザ研究，20，pp.2～10, (1992)

(22) H.Misawa, K.Sasaki, M.Koshioka, N.Kitamura, and H.Masuhara: " Multibeam laser manipulation and fixation of micropeгticles," Appl. Phys. Lett., 60 , pp.310-312 (1992).

(23) E. Higurashi, H. Ukita, H. Tanaka and O. Ohguchi: "Optically induced rotation of micro-objects fabricated by surface micromashining", Appl. Phy. Lett.,64 ,pp.2209-2210, (1994).

(24) 日暮栄治，浮田宏生，大口修，松浦徹，板生清："フッ素化ポリイミドによる形状異方性マイクロ物体の作製と光圧回転特性"，精密工学会誌，61，pp.1021-1024 (1995).

(25) E. Higurashi, O. Ohguchi, H. Ukita and T. Tamamura: "Optical manipulation of low-refractive-index micro-objects by their internal shape anistropy", 1995 OSA Annual Meeting / Interdisciplinary Laser Science Conference (ILS-XI Program), ThAAA4, p.168.

輻射科学研究会資料

移動体通信システム用受動部品の小型化技術

－ 低損失高周波誘電材料を中心として －

平成７年１２月２２日

日本板硝子大阪本社

株式会社 村田製作所

脇野喜久男

Miniaturization Techniques of Microwave Components for Mobile Communications Systems

– using low loss Dielectrics –

Kikuo WAKINO
Murata Manufacturing Company Limited
2-26-10, Tenjin, Nagaokakyo-Shi, Kyoto, 617 Japan

Abstract

The high dielectric constant ceramics with extremely low loss is playing the important role in the field of microwave communication systems ; as a key material of the temperature stable high Q resonators and filters for the satellite transponder, satellite broadcasting receiver and many other microwave communication equipment ; as a key material for the miniaturized components program of cellular radio system both for the base stations and terminals, such as dielectric resonators, multilayer substrates for MCM, antenna element and others. In this report a history and recent topics of the low loss and temperature stable dielectric ceramics with respect to the composition and its characteristics, the basis for a design of the resonator and filter, and an application will be reviewed. The explanation of the recent progress of the multilayer filter modules and SAW devices are also described.

I. INTRODUCTION

After the utilization of the microwave as a communication media, especially for the satellite communication and land mobile radio systems, has become popular, the miniaturization and reduction of the weight of the oscillators and filters were pointed out as the important subject for innovation.

The key board and display of the portable telephone terminal are requested a proper size for the ease of operation as a human interface between man and machine, but the other device or component are expected to be as small as possible. Battery, antenna, antenna filter and earphone are the representatives of the bulky devices in telephone terminal. A great deal of effort of the reduction in size and weight of these devices have been continued to design the light weight pocket size telephone terminals. The antenna filter of the base station for micro cell system is also the urgent subject to be miniaturized.

Meanwhile, in the low frequency area from the audio frequency up to few hundreds MHz, the temperature compensating ceramic capacitor were developed in Germany in 1930s and widely used for the stabilization of a electronic circuits such as LC resonance circuit, CR timing circuit etc. Fortunately, temperature compensating ceramic capacitor (so called Class I type ceramic capacitor) showed enough high Q value (approximately 2000 - 10000) compared to that of inductor (usually 200 - 700, 1000 at most), and by this reason, a special attention to improve the Q value of class I ceramic capacitor was not considered until at the end of 1960s when the application to microwave equipment started.

The research and development work of a temperature stable dielectric materials for the microwave application started at about 1970, referring the technology of class I ceramic capacitors at beginning. And in the present decade, the Q values of these materials have been remarkably improved. Extremely low loss dielectric materials at microwave frequency with specific dielectric constant from 20 to 95 are now available.

The advantage of use of a dielectric material is their capability to reduce the size of the microwave components and devices. It due to the phenomenon that the propagation velocity of electromagnetic wave is retarded by $1/\sqrt{K}$ in the dielectric material, accordingly the wavelength of electromagnetic wave is reduced to $1/\sqrt{K}$ in the dielectrics compared to that in the free space, where K is the relative dielectric constant.

The word "dielectric resonator" was described on the paper by Richtmyer [1] in 1939, where he showed theoretically that the ring shaped dielectrics could work as a resonator.

In the 1960s, several pioneers investigated the behavior of dielectrics at microwave frequencies and tried to apply them to the microwave device. For example, the dielectric loss at microwave frequency of $SrTiO_3$ was measured and its mechanism discussed by Silverman et.al. [2], and far infrared dispersion was investigated by Spitzer et.al. [3].

A.Okaya and L.F.Barash measured the dielectric constant and Q of TiO_2 and $SrTiO_3$ single crystals from room temperature down to 50 K at GHz range, using the commensurate transmission line method in 1962.[4]

The simple but accurate measurement method for dielectric characteristics at microwave frequency were developed by Hakki and Coleman using the network analyzer and parallel metal plate sample holder [5], and this method was improved by Y.Kobayashi [6]. This invention accelerated the progress of material research.

The first microwave filter using TiO_2 ceramics was designed by S.B.Cohn [7] in 1968. But this filter was not put into practical use because it's large temperature variation of pass band frequency of about 450 ppm/^oC.

Two conceptions to solve the above mentioned temperature drift of resonant frequency may practically be thought out, one is to develop the temperature stable dielectric material and another is to make composite material which constituents compensate their temperature drift of performance to each other.

Y.Konishi [8] and Ploudre [9] developed stacked resonator using two opposite signed temperature characteristic dielectric disks. But this type resonator was not used in practice, because of the too precise and careful controls of material, processing and machining were required to achieve the reproducible mass production conditions.

We have developed the low loss and temperature stable dielectric ceramics for microwave application referring the composition of class I ceramic capacitor materials in 1974, and reported the paper of the temperature stable 4.8 GHz microwave filter built with the dielectric resonators in 1975 on MTT-S meeting at Palo Alto. [10]

Along with the development of the improved microwave materials, new designing and manufacturing techniques of microwave devices have been proposed and applied to realize the miniaturization of the dielectric filters, hybrid circuits oscillators and others.

On the other hand, in the elastic vibration and sound wave technology area, the new materials, the design and manufacturing technique of the low attenuation and temperature stable resonator and the extension of the operating frequency have made a great progress using the piezoelectric crystals and ceramics. Utilization of mechanical filter started at low frequency from a few kHz to a few MHz and its operating frequency gradually broadened up to 100 MHz. Remarkable extension of operating frequency range was triggered by the innovation of SAW technology. The current upper limit of operating frequency of SAW device attained over 1 GHz. The propagation velocity of sound is 5 - 6 order slower compared to that of electromagnetic wave, so that the geometrical size of SAW device of the desired frequency could be far small compared to the size of a electromagnetic device with the same frequency.

Meanwhile, the multilayer type LC microwave modules are now coming back in some area because of it's spurious response free characteristics, small size and low cost, supported by the progress of the multilayer ceramic capacitor technology.

These devices are the key components for the miniaturization of the microwave equipment today and contributing in the reduction of size, weight and cost of the equipment.

II. HISTORICAL WORKS of DIELECTRIC RESONATORS and FILTERS

Fig. 1 shows the scheme of dielectric resonator proposed by R.D.Richtmyer [1] in 1939. It resonates when the average length in the circumference is equal to nλ, where λ is the wave length of electromagnetic wave along with the circle in the dielectric ring and n is integer. This is quite analogous to the de Brogri's electron orbital scheme in the atomic structure.

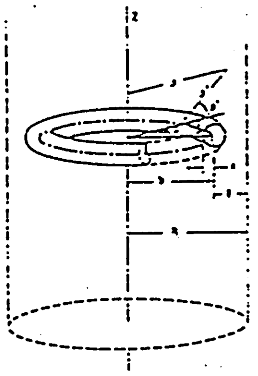


Fig. 1. Dielectric resonator proposed by Richtmyer [1]

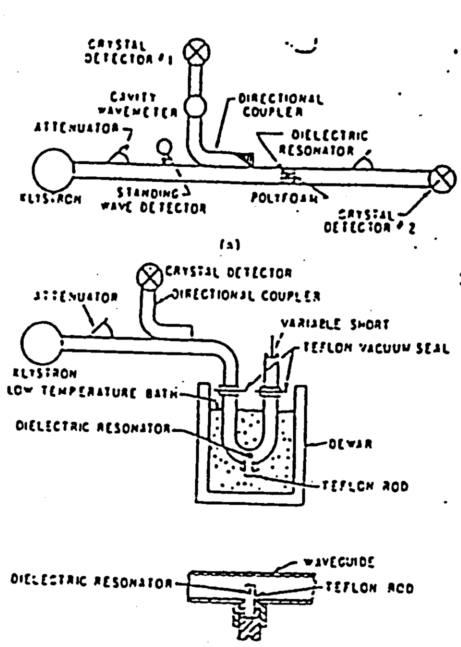
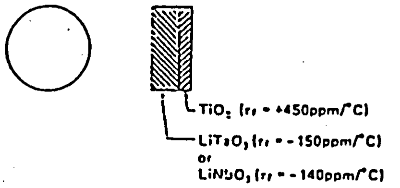


Fig. 2. Microwave set-up (a) for characteristics measurement (b) for temperature effect measurement [4]

Fig. 2. shows the block diagrams of the measurement system for the dielectric resonator proposed by A. Okaya et. al. in 1962. [4]. The resonant frequencies of several modes of rectangular type resonator were measured by the standing wave detection. He found that TiO_2 has the extremely low loss at microwave, but has large temperature deviation of resonant frequecy due to the temperature change of dielectric constant. In this report, he also showed the conception for the application of dielectric resonator as a microwave component briefly.

Fig. 3 shows the concept of a composite resonator proposed by Y.Konishi in 1970 [7] . Disk 1 and 2 are made of TiO_2 and $LiNbO_3$ respectively. The τ_fs are positive (+450 ppm/^{o}C) for TiO_2 and negative (−140ppm/^{o}C) for $LiNbO_3$, and then they compensate the temperature change of resonant frequency each other. This type resonator requires very accurate controls of material preparation and geometrical dimensions to achieve a good temperature stability and reproducibility. Another difficulty of this type resonator is that it has somewhat low Q value due to the fairly high dielectric loss of $LiNbO_3$.



Y. Konishi (Nippon Hoso Kyokai) 1970
J.K. Plourde (Bell Laboratories) 1973

Temperature compensation by the combination of $LiNbO_3/TiO_2$ or $LiTaO_3/TiO_2$

Fig. 3. Composite dielectric resonator [7]

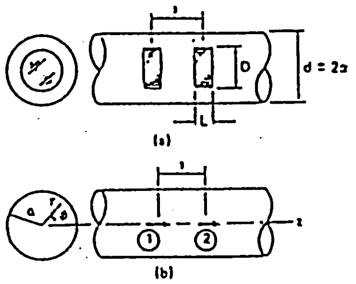


Fig. 4. Dielectric resonator filter proposed by S.B.Cohn Axially oriented dielectric disks in a circular wave guide. (a)Coupled resonator. (b) Equivalent magnetic dipoles. [6]

Fig. 4 shows the microwave filter composed by a dielectric resonator which developed by S.B.Cohn in 1968 [6]. The dielectric resonators are placed in the cylindrical cut-off waveguide, therefore electromagnetic wave lower than cut-off frequency can not propagate through this guide. But, in the region where dielectric resonator is placed, electromagnetic wave which resonates with this region can propagate and store the energy proportionally to the Q value of this region. Since the trapping of electromagnetic energy is not perfect due to the open ends, a small portion of stored energy leaks out (leaked out electromagnetic wave decades exponentially in the outside of resonator region) and can couple with next joining resonator through the coupling by the overlapping of evanescent tail. This scheme of the coupling is quite similar to the coupling between adjacent quantum well or Schokley's scheme of energy trapped mechanical filter. The coupling coefficient, which relates to band width, can be adjusted by changing the distance between dielectric resonator,

III DIELECTRIC MATERIALS for MICROWAVE

3.1. Representative Materials for Microwave

Since 1940s, the composition of class I ceramic capacitor, $MgTiO_3$ - $CaTiO_3$, BaO - TiO_2 systems have been well known as well as TiO_2 ceramics as mentioned before, these composition could be referred as a starting material for microwave application.

These are the member of perovskite group or a compound structured with oxygen octahedral frame work. Although it is not always right, it is considered that the oxygen octahedral frame work including some what small size positive ion (Ti^{4+}) in the center has the close relation with the origin to cause the negative temperature change of the dielectric constant (consequently, the positive temperature change of resonant frequency).

Beside these material, several similar, modified and different concept materials were developed by many investigators during last two decades.

Table I shows the characteristics of the representative dielectric materials currently available. In the table, Q is the reciprocal of dielectric loss tangent, $\tan\delta$, and τ_f is the temperature coefficient of resonant frequency which is given by the following equation.

$$\tau_f = -\frac{1}{2}\tau_K - \alpha \qquad (1)$$

where,

τ_K : temperature coefficient of the dielectric constant

α : linear thermal expansion coefficient of the dielectrics

Table 1 Representative Materials for Microwave Application

Materials	K	Q·f GHz	τ_f ppm/°C	reference
$MgTiO_3$ - $CaTiO_3$	21	55,000	+10 ~ −10	[11]
$Ba(Sn,Mg,Ta)O_3$	25	200,000	+5 ~ −5	[12]
$Ba(Zn,Ta)O_3$	30	168,000	+5 ~ −5	[13]
$Ba(Zr,Zn,Ta)O_3$	30	100,000	+5 ~ −5	[14]
$(Zr,Sn)TiO_4$	38	50,000	+5 ~ −5	[15]
$Ba_2Ti_9O_{20}$	40	32,000	+10 ~ +2	[16]
BaO-PbO-Nd_2O_3-TiO_2	90	5,000	+10 ~ −10	[15]

3.2. I.R. Reflectance and Microwave Properties

In general, the theory of solid state physics tell us that the materials which have the higher melting temperature shows the higher hardness, higher elastic constant, higher Q value and so on.

According to the classical dispersion theory, the complex dielectric constant at a frequency ω, $\varepsilon^*(\omega)$, is expressed by the following equation, [3],[17]

$$\varepsilon^*(\omega) - \varepsilon(\infty) = \sum_i \frac{\omega_i^2 \cdot 4\pi\rho_i}{\omega_i^2 - \omega^2 - j\gamma_i\omega} \tag{2}$$

where $\varepsilon(\infty)$ is the dielectric constant at very high frequency, actually at a visible light and equal to the square of reflective index, ω_i, ρ_i and γ_i are the eigenfrequency, intensity and damping factor of the i-th harmonic oscillator respectively.

This equation is separated into a real and imaginary parts as follows,

$$\varepsilon'(\omega) = n^2 - k^2 = \omega(\infty) + \sum_i \frac{4\pi\rho_i \cdot \omega_i^2 \cdot (\omega_i^2 - \omega^2)}{(\omega_i^2 - \omega^2)^2 + (\gamma_i \cdot \omega)^2} \tag{3}$$

and

$$\varepsilon''(\omega) = 2nk = \sum_i \frac{4\pi\rho_i \cdot \omega_i^2 \cdot (\gamma_i \cdot \omega)^2}{(\omega_i^2 - \omega^2)^2 + (\gamma_i \cdot \omega)^2} \tag{4}$$

where n is the refractive index and k is the extinction coefficient respectively. The summation is taken over the lattice oscillators.

The normal incidence reflectivity is given by Frenel's formulas

$$R = \{(n-1)^2 + k^2\} / \{(n+1)^2 + k^2\} \tag{5}$$

and $\varepsilon(\infty)$ is given using the reflectivity R at visible light (for example at 4000 cm^{-1}) by the equation

$$\varepsilon(\infty) = (1 + R)^2 / (1 - R)^2 \qquad (6)$$

Fig. 5 - 7 show the measured and calculated reflectance spectra of $BaZrO_3$, $Ba(Zn,Ta)O_3$ and $Ba(Zr,Zn,Ta)O_3$ ceramics. The reflectance spectra measured at 40 K is also shown in Fig. 6. Table 2 shows the dispersion parameters used for the calculations of the reflectivity at room temperature in Figs. 5 - 7.[18].

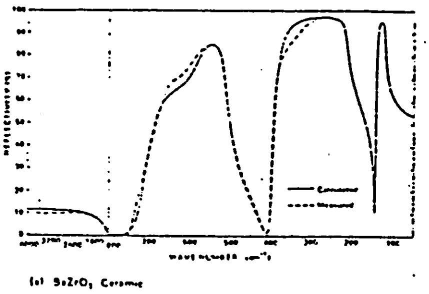


Fig. 5. IR reflection spectra of $BaZrO_3$

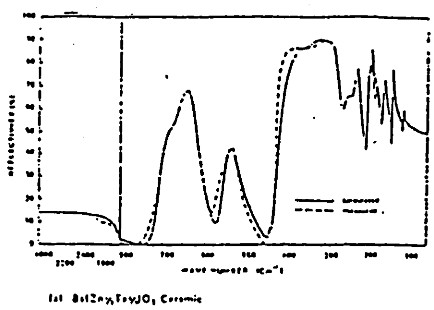


Fig. 6. IR reflection spectra of $Ba(Zn,Ta)O_3$

On $Ba(Zn,Ta)O_3$, the relation among the far-infrared reflection spectra, dispersion parameters of lattice vibrations and microwave dielectric properties were investigated [17],[18]. We can estimate the dielectric characteristics at microwave frequency from the results of the infrared reflectivity spectrum data in fairly good agreement, by the help of the conclusion of this analysis.

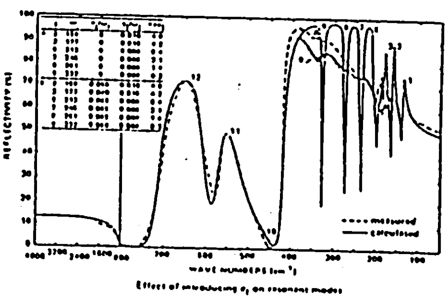


Fig. 7. IR reflection spectra of $Ba(Zr,Zn,Ta)O_3$

For the analysis of the spectra of $Ba(Zr,Zn,Ta)O_3$ solid solution, we proposed to introduce the parameter σ_i, assuming that ω_i deviates with Gaussian distribution of standard deviation of σ_i to achieve a better agreement with experimental data. Because of the reason that, in spite of the attenuation between 150 and 400 cm^{-1} is small (γ is small), the separation of the peaks were not obvious. Introducing the Gaussian distribution parameter σ_i into $\omega_i s$, the wide spread reflectance spectra were well fit with the measured spectrum data.

From these results, the dielectric constant and upper limit of Q value at microwave frequency can be estimated by the reflectance spectrum data independently from the measurement at microwave frequency. This method would provide the good means to sort out the candidates of new low loss materials without the help of the complicated microwave measurement.

Table 2. Dispersion Parameter obtained by the Trial Adjustment to the Reflectivity

i	$Ba(Zn_{0.33}Ta_{0.67})O_3$			$Ba(Zr_{0.05}Zn_{0.32}Ta_{0.63})O_3$				$(Sr_{0.1}Ba_{0.9})(Zr_{0.1}Zn_{0.3}Ta_{0.6})O_3$			
	ω_i cm^{-1}	$\gamma_i\omega_i$	$4\pi\rho_i$	ω_i cm^{-1}	σ_i/ω_i	$\gamma_i\omega_i$	$4\pi\rho_i$	ω_i cm^{-1}	σ_i/ω_i	$\gamma_i\omega_i$	$4\pi\rho_i$
1	111	0.015	0.400								
2	135	0.019	2.600	134	0.000	0.030	3.700	136	0.000	0.050	3.600
3	156	0.040	3.800	158	0.050	0.010	4.000	164	0.050	0.050	3.500
4	176	0.055	3.500	177	0.040	0.015	4.200	178	0.050	0.050	4.200
5	186	0.017	2.800	186	0.000	0.033	2.000	186	0.000	0.055	2.800
6	193	0.020	0.400	193	0.000	0.030	0.800	194	0.000	0.060	2.000
7	223	0.038	3.100	212	0.065	0.008	6.400	212	0.065	0.080	6.200
8	243	0.140	3.900	245	0.065	0.008	3.100	243	0.065	0.060	4.000
9	273	0.058	3.500	281	0.065	0.008	1.400	280	0.065	0.060	1.600
10	344	0.090	0.030	332	0.060	0.006	0.300	340	0.050	0.030	0.200
11	433	0.008	0.002	434	0.000	0.016	0.002				
12	520	0.060	0.600	538	0.000	0.065	0.900	548	0.000	0.080	1.000
13	618	0.033	0.600	613	0.000	0.038	0.500	622	0.000	0.045	0.500
14	670	0.060	0.030								
		ε_∞=5.00				ε_∞=4.70					ε_∞=5.20

Next, in the eq. (2) all absorption edges, $\omega_i s$, which correspond to i-th optical resonance modes of lattice vibration, are in the frequency ranges of infrared or far infrared. Consequently, $\omega_i s$ are approximately 2 order higher than the microwave frequency. Accordingly, we can assume that $(\omega/\omega_i)^2 << 1$ and simplify eq. (2) as follows.

$$\varepsilon'(\omega) - \varepsilon(\infty) = \sum_i 4\pi\rho_i \qquad (7)$$

$$\tan\delta = \frac{\varepsilon''}{\varepsilon'} = \frac{\Sigma_i (4\pi\rho_i / \omega_i)}{\omega(\infty) + \Sigma_i 4\pi\rho_i} \cdot \omega \qquad (8)$$

where ε' *and* ε'' are the real and imaginary part of the dielectric constant.

Considering eq. (7) and (8), it is predicted that the dielectric constant is unchanging at microwave frequency and dielectric loss increases proportionately to frequency. Therefore the product $(Q\cdot f)$ is inherent in each material. Fig. 8 shows the frequency dependence of K and $(Q\cdot f)$ for representative materials. The dielectric losses of these materials increase proportionately to the frequency as expected by eq. (8). In this figure, the $(Q\cdot f)$ of $(Zr,Sn)TiO_4$ or $MgTiO_3$-$CaTiO_3$ material seems to deteriorate at lower frequency. It is because of the reason that the resonators with lower frequency have larger dimensions (54 mm dia. x 50 mm thick is needed for 1 GHz resonance in the case of $(Zr,Sn)TiO_4$ resonator, while those sizes are smaller than 10 mm dia. × 4 mm thick for the frequency higher than (6 GHz), and that the large resonators are apt to have lattice imperfection such as oxygen vacancies and/or other type imperfection in the core of the dielectric blocks.

The $(Zr,Sn)TiO_4$ has a better linearity of temperature dependence of the resonant frequency compared with other two materials. In general, the material which has the lower dielectric constant shows the less quadratic or higher order term on temperature dependence.

A.A.Maradudin described that the attenuation factor $\gamma_i s$ in the dispersion equation are proportional to the absolute temperature and to the square of the third unharmonic term in crystal Hamiltonian Φ_3. [20]. In general, lattice imperfection increases the attenuation term $\gamma_i s$.

$$\gamma \propto |\Phi_3|^2 \cdot T + \ldots \qquad (9)$$

3.3 Currently used Materials

1) The $MgTiO_3$-$CaTiO_3$ system is well known as the material for the temperature compensating ceramic capacitor since 1920s. This material is composed of the mixture of $MgTiO_3$ (τ_f = −50 ppm/°C) and $CaTiO_3$ (τ_f = +900 ppm/°C). K value and τ_f could be roughly predicted as the mathematical average of each constituent's character weighted by volumetric fractions. Fig. 9 shows the dielectric characteristics at 7 GHz of this system.

2) BaO-4TiO_2 is also widely used as a class I (NP-0) ceramic capacitor dielectrics of K = 36 since the beginning of 1950s. BaO-TiO_2 system shows complicated phase relation with composition and a variety of properties. A famous $BaTiO_3$ (the first ferroelectric oxide material, which has a very high K of more than 1000 and piezo-electricity) is the most significant example. A slightly different $Ba_2Ti_9O_{20}$ ceramics was reported in 1974 as a high-K and high-Q resonator material by H.M.O'Bryan, Fig. 10. [16]. This system was modified by the addition of WO_3 to improve Q value.[21].

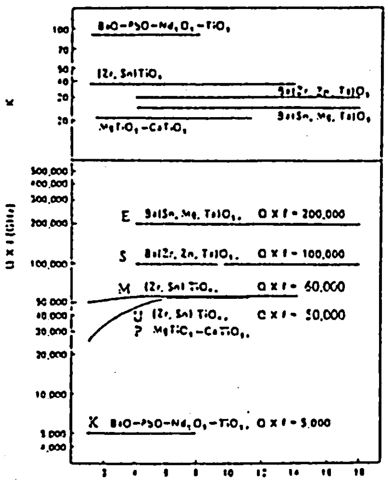


Fig. 8. Frequency dependence of K an Q value of representative resonator materials

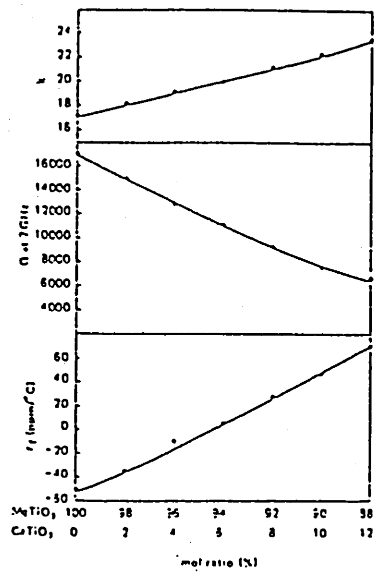
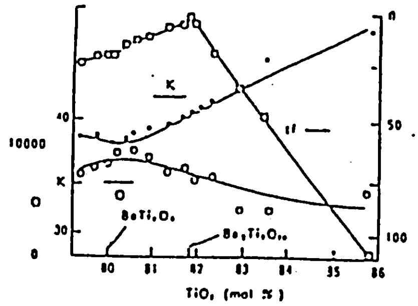


Fig. 9. Dielectric properties of MgTiO3-CaTiO3 system.



K=40, $\tau_f \approx 2$ ppm/°C, Q > 8000 at 4 GHz.

Fig. 10. Microwave Properties of the BaO-TiO_2 System.

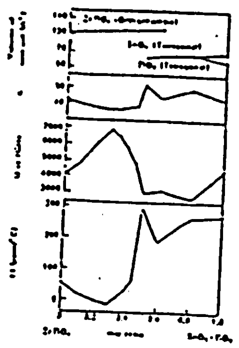


Fig. 11. Microwave Properties and Lattice Parameter of $ZrTiO_4$-SnO_2-TiO_2 System.

3) $(Zr_{0.8}Sn_{0.2})TiO_4$ has a high Q and good temperature stability. The characteristics of this system is shown in Fig. 11.[15]. Its phase relation was reported in 1981.[22]. The effects of the donor and acceptor ions on tanδ of this material were investigated and it was shown that the donor decreases the tanδ at microwave frequencies [23].

4) $Ba(Zn_{1/3}Ta_{2/3})O3$ material is the representative material having extremely high Q value. The $Ba(Zn,Ta)O_3$-$Ba(Zn,Nb)O_3$ system was presented in 1977, Fig. 12 [24]. Since then, many researchers have investigated the material with complex perovskite structure. Among this type of material, $Ba(Zn,Ta)O_3$ and $Ba(Mg,Ta)O_3$ [25] have the highest possibility of obtaining the Q value higher than 10,000 and 20,000 at 10 GHz for each respective material. These materials are used for applications at higher frequencies from 10 GHz to mm-wave range.

5) The BaO-PbO-Nd_2O_3-TiO_2 material has high dielectric constant of 90 [15]. Although the material has a lower Q value compared with other materials, this material is widely used at lower frequencies around 1 GHz, and its Q value of 5,000 is just sufficiently high for the application at these frequencies. TiO_2 rich part of the system BaO-Nd_2O_3-TiO_2 was investigated and the ternary system of $BaNd_2Ti_5O_{14}$ and $BaNd_2Ti_3O_{11}$ was investigated [26].

The system BaO-Sm_2O_3-TiO_2 is the newly developed material which has K of 77 and Q of 10,000 at 1 GHz which is higher than that of BaO-PbO-Nd_2O_3-TiO_2 system [27].

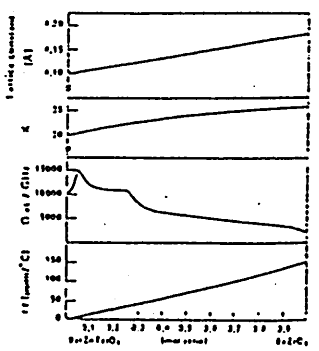


Fig. 12 Lattice Constant and dielectric Characteristics of $Ba(ZnTa)O_3$-$BaZrO_3$ System.

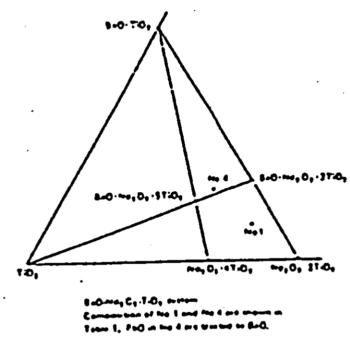


Fig. 13. Phase-Diagram of BaO-PbO-Nd_2O_3-TiO_2

As it is mentioned above, the dielectric materials with dielectric constant from 20 to 90 are now available for practical use. [28] These materials can be selected considering the balance between the requirements for various applications and their peculiarities such as K value (relate to the size of a device), Q value and the temperature stability of the operating frequency.

3.4 High Power Characteristics

If a nonlinearity exists in the dielectric constant , higher harmonic distortion is generated. This will cause the trouble that the signal leaks to neighbor channel due to the intermodulation between the neighboring channels : so called cross talk.

To avoid this cross talk problem, the extremely small nonlinicar characteristics is required for the resonator, for example, the third harmonic generation is expected to be less than −150 dB under operating condition.

We developed special fixture for measuring a extremely low distortion level [29], since such a high sensible measurement system was not available in the market.

Fig. 14 shows the schematic drawing of the measurement apparatus. Two input powers with frequencies ω_1 and ω_2 are injected through the connectors of both end of the test fixture. The 3rd intermodulation distortion levels is calculated by comparing the output powers through the center connector with intermodulation frequency $(2\omega_2 - \omega_1)$ and with frequency ω_1.

Fig 15 shows the measurement results for the three kinds of resonator materials with $(Zr,Sn)TiO_4$, BaO-PbO-Nd_2O_3-TiO_2 and $MgTiO_3$-$CaTiO_3$. High purity $(Zr,Sn)TiO_4$ has very low distortion level, and is used for the filters of cellular base stations.[30].

Fig. 14 Schematic Construction Drawing of third harmonic Distortion Measurement

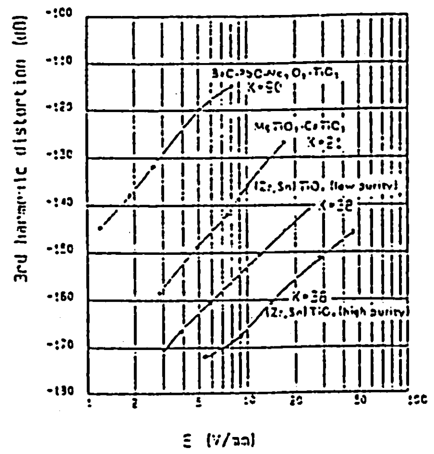


Fig. 15. Third harmonic Distortion of several Materials.

IV. DIELECTRIC RESONATOR

The advantage of the use of the dielectric resonator are the miniaturization of resonator without a significant degradation of unloaded Q and the temperature stabilization of the resonant frequency without the use of expensive gold plated invar.

Dielectric resonator resonates with multiple frequencies, at which the boundary conditions fulfill the requirement of Maxwell's equation, similar to the air cavity, although the mode chart for dielectric resonator is quite complicated compared to that of the simple air cavity.

In general, if the resonator is symmetric and uniform, a spherical type resonator will be most simple in resonance mode spectrum and has less number of higher harmonic resonance, but the cylindrical type resonator and cavity may be most practical because it has the fairly less number of higher harmonics compared to the rectangular type resonator and is easy to manufacture. Intensive works of the mode analysis and the preparation of the mode chart on the cylindrical resonator system were investigated. [31]-[34]. We can select an appropriate mode for the designing of particular application, for example, higher Q is most important, smaller in size is most important, intermediate in size and Q is desirable and so on.

4-1. Typical Single Mode Resonator

4.1.1. Three Fundamental Mode Resonator

The typical resonators which are most commonly used are the following three fundamental mode ones. Fig. 16. shows the electric and magnetic distribution of the three fundamental modes, $TE_{01\delta}$, TM_{010} and TEM. Table 3 summarizes the distinctive characteristics among these three mode.

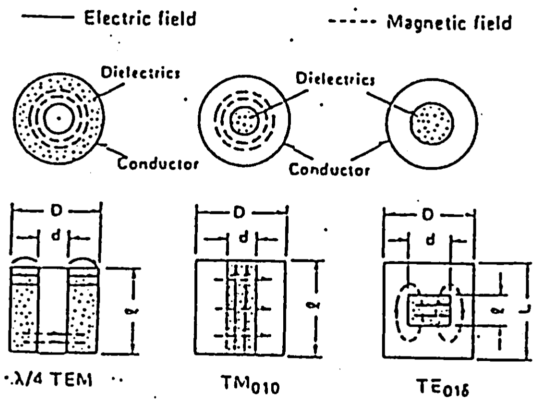


Fig. 16 The three fundamental modes of commonly used dielectric resonator

Table 3. Comparison of character between modes

mode	distinctive characteristics
$TE_{01\delta}$	highest Q, largest size
TM_{010}	medium Q, medium size
TEM	lowest Q, smallest size

The unloaded Q of the dielectric resonator shielded with metal cavity is given by the following equation, here the loss due to the radiation is neglected.

$$\frac{1}{Q_0} = \frac{1}{Q_d} + \frac{1}{Q_c} \qquad (10)$$

where

Q_0 : Q unloaded

Q_d : Q due to the dielectric loss

Q_c : Q due to the conductor loss

TEM mode has the largest size reduction effect (more than 1/20 in volume) but has the largest degradation effect on Q value. On the other hand, $TE_{01\delta}$ mode does not reduce the size of resonator so tremendously (1/3 - 1/5 of conventional cavity), but realizes the highest Q value among these three modes. Because, the electric current density on the metal for TEM mode resonator is much larger than in the cases of $TE_{01\delta}$ or TM_{01} mode resonator.

Fig. 17. shows the energy concentration of the electric and magnetic energy trapped in the $TE_{01\delta}$ mode resonator placed in the center of the metal cavity with air spacing. As it is seen in this figure, more than 95 % of the stored electric energy and almost 60 % of the magnetic energy are concentrated in the dielectric resonator, the current density on the metal wall is much reduced and hence the current loss is decreased. If the loss of dielectrics is extremely low, for the TE or TM mode, we can design the resonator, which is smaller in size but higher in Q compared to the air cavity resonator of same frequency.

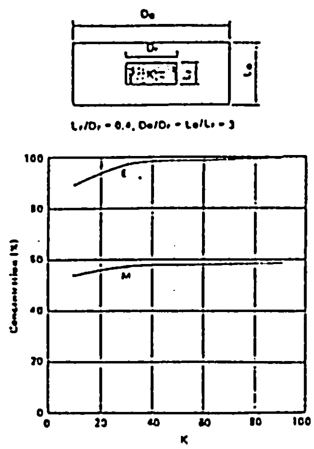


Fig. 17. Concentration of Electromagnetic Energy in the DR loaded cavity

On the other hand, the degradation of unloaded Q due to current loss for TEM mode is dominant and the dielectric loss is far small, we can select the higher K material even which has the fairly large loss tangent, compromising the size and unloaded Q for more miniaturization.

4.1.2. The Influence of the Physical Size on Unloaded Q

For the simplicity, we consider an air cavity without loading of any material and the similar figure cavity which is wholly filled with low loss dielectrics.

The physical dimension of the dielectric resonator with a fixed frequency has remarkable influence on the unloaded Q. The definition of unloaded Q is shown in equation (11), expressed as the ratio of the stored energy to power loss.

$$Q_0 \equiv \frac{W_s \omega_0}{P_{loss}} \qquad (11)$$

Equation (12) - (14) are derived from the Maxwell's equations. Here we assume that the stored energy in resonance of a small sized cavity filled up with the lossless dielectric or magnetic material equal to that of the original air cavity. The parameters without " ' " are for the original air cavity and with " ' " are for the material filled resonator in the following equations.

$$W_s = \frac{1}{2}\iiint \mu_0 |H_0(r)|^2 dV$$

$$P_{loss} = \frac{1}{2}\iint R_s |H_0(r)|^2 dS \tag{12}$$

$$W_s' = \frac{1}{2}\iiint \mu_0 \mu_r |H'_0(r')|^2 dV'$$

$$P'_{loss} = \frac{1}{2}\iint R_s |H'_0(r')|^2 dS' \tag{13}$$

$$dV' = \frac{dV}{\left(\sqrt{\varepsilon_r \mu_r}\right)^3} \tag{14}$$

From the equal stored power assumption ;

$$W'_s = W_s \tag{15}$$

and then, the relation between the power losses P_{loss} and P'_{loss} are expressed as follows ;

$$P'_{loss} = \sqrt{\frac{\varepsilon_r}{\mu_r}} P_{loss} \tag{16}$$

Hence the equation (17) is obtained from equations (11), (15) and (16).

$$Q' = \sqrt{\frac{\mu_r}{\varepsilon_r}} Q \tag{17}$$

Although it is not realistic, if we could develop a low loss and high permeability magnetic material at microwave frequency range, we will be able to make the small size high Q resonator with somewhat high impedance. Unfortunately, we do not have such a material at this moment.

When we miniaturize the cavity resonator utilizing the low loss dielectric material with a permeability of $\mu_r = 1$, the size dependency of unloaded Q of the small sized resonator is given by equation (18).

$$Q \propto V^{1/3} \propto \varepsilon_r^{-1/2} \tag{18}$$

Some examples of the practical resonators reported by Awai et al [35] are shown in Fig. 18 and Fig. 19, Q values of which are approximately proportional to the cubic root of the volume. Fig. 18 shows multipole bandpass filter by tandem connection of quarter lambda waveguide resonators. Fig. 19 shows direct-coupled dielectric waveguide bandpass filter which is the variation of filter shown in Fig. 18.

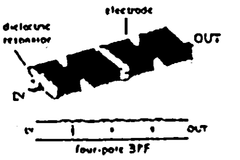


Fig. 18. Multipole BPF by tandem connection of quarter waveguide resonator [35].

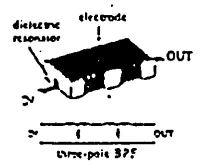


Fig. 19. Direct coupled dielectric Waveguide.

4.2. Multi-mode Resonator

Another effective space saving techniques is to use a resonator which is multiplexed in the mode.[36]-[41] We can utilize two different multiplexing way, one is to use the orthogonal arranged dominant mode resonators and the other is to use the coupling between the different mode of one resonator.

4.2.1. Spherical TE_{101} Triple Mode Resonator

For a spherical TE mode, we can define three orthogonal fundamental resonance modes, which are degenerated, but it is possible to force to couple with the help of the coupling rod or other element which give the perturbation on the electromagnetic field distribution. Hence, the dominant modes of a spherical TE mode resonator corresponds to three individual resonators in the dominant mode, the volume and the weight of the filters can be reduced by about one third in substance.

One realistic structure of the TE_{101} triple mode dielectric resonator shown in Fig. 20 consists of three dielectric rings, for concentration of the electromagnetic field in each dominant mode [39]. In this way, spurious or higher order modes are removed. Coupling adjusters are used for tuning the coupling strength between triple modes.

The equivalent circuit, a series of three filters, of the TE_{101} triple mode dielectric bandpass filter is shown in the same figure.

4.2.2. TM_{110} Multimode Resonator

A structure of the TM_{110} triple mode dielectric resonator [40] is shown in Fig. 21. Three dominant modes are orthogonal and multiplexed in the intersecting space where their field distributions are independent to each other. The size of the filters is reduced to almost one third in volume. The small rods on the axis are used for tuning the resonant frequencies. Slant metal screws are used for adjusting coupling between triple modes.

The equivalent circuit of the TM_{110} triple mode dielectric bandpass filter is shown in the same figure. These three one-pole bandpass filters work independently to each other in the common space.

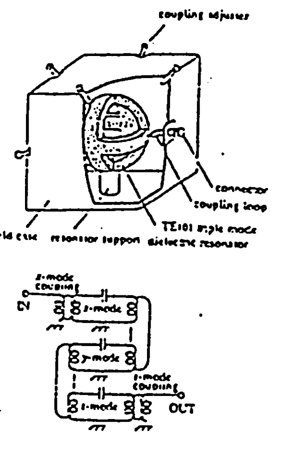


Fig. 20. Structure and Equivalent circuit of the Spherical TE_{101} Triple Mode Dielectric Bandpass Filter

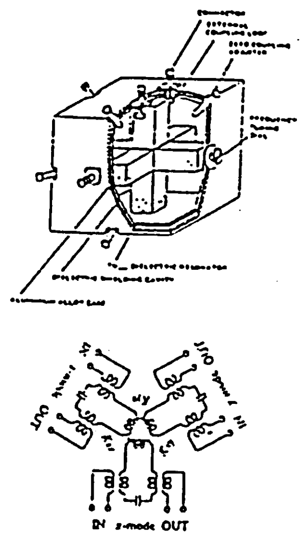


Fig. 21. Structure and Equivalent Circuit of the TM_{110} Triple Mode Dielectric Bandpass Filter

4.2.3. Image Resonator

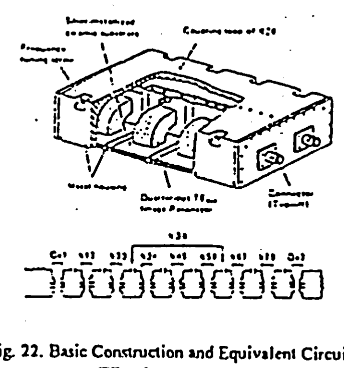


Fig. 22. Basic Construction and Equivalent Circuit of quarter-cut $TE_{01\delta}$ Image Resonator Filter

Another effective way for the miniaturization is to use the image resonator technique. The construction and equivalent circuit of the quarter-cut $TE_{01\delta}$ image resonator filter is shown in Fig. 22. [42]. The dielectric resonator filter is composed of one quarter part of an original $TE_{01\delta}$ mode dielectric ring resonator. As a shielding conductor, two metalized ceramic substrates are used to eliminate the stress due to the thermal expansion between resonator and cavity. The filter is one third to one fifth in the. volume compared to the conventional cavity filters. The another feature of this structure is, the metalized substrate walls for mirror images work as the heat conductor between resonator and the heat sink or heat radiator which allow higher power operation.

V. FILTERS and MULTIPLEXERS

Microwave filter using $TE_{01\delta}$ and TEM mode dielectric resonator were being developed since the middle of 1970s. Recently, other modes such as TM mode or HE mode have become popular in filter design also [43]. Since the most portion of electromagnetic energies are stored in the resonator, the influences of metallic shield (such as deformation, temperature change, current loss and so on) are suppressed, the expensive invar and gold-plating are not required. More over, since the value of τ_f is adjustable by changing the composition of the material, the dielectric resonator has great advantage which can compensate the temperature drift of resonant frequency adopting to the surrounding circuits in total.

5.1 Small Signal Filters

5.1.1 $TE_{01\delta}$ mode Filter

Big advantage of this mode is that the resonator shows lowest degradation of unloaded Q. The practical dielectric resonator loaded microwave filter was reported by Murata on MTT-S meeting in 1975, at Palo Alto.[9]. Fig. 23 shows the schematic construction of this 4.8 GHz filter. Since then, many researchers developed wide varieties of microwave filters and Multiplexers for the microwave links and satellite communication systems.

Fig. 24. shows the schematic structure of the duplexer for the marine satellite systems.[44].

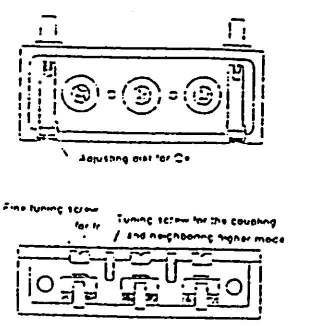


Fig. 23. Schematic Structure of 4.8 GHz $TE_{01\delta}$ mode Filter [9].

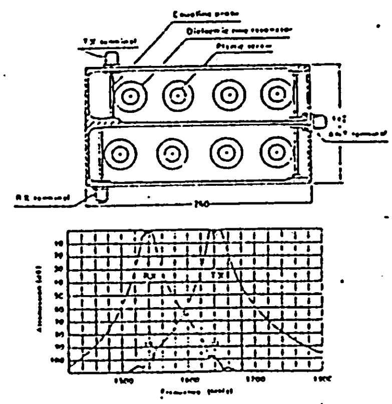


Fig. 24. Schematic Structure of Diplexer for Mari-sat.

The multimode filter design technique using the coupling effect between the desired hybrid modes of one resonator was developed and put in practical use by Fiedziuszko. This work highly contributed to the miniaturization and reduction of weight of satellite transponders. [36].

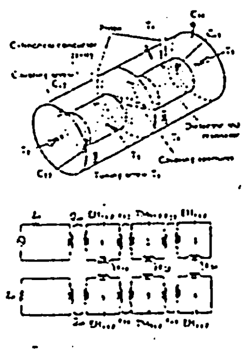


Fig. 25. Schematic Drawing of multimode Filter proposed by Kobayashi

5.1.2 TM mode filter

Since the unloaded Q of this mode is fairly worse compared to $TE_{01\delta}$ mode, the simple TM mode filter is not commonly used, even this is smaller in size than the $TE_{01\delta}$ mode one. Fig. 25 shows the structure of the 6 pole multiplexed filter developed by Y. Kobayashi. Each section is consist of the triple multiplexed resonator of one $TE_{01\delta}$ and two $HE_{11\delta}$ modes. Tow sections are coupled through the coupling slots punched on the separating metal wall. [41]

5.1.3 TEM mode filter.

Distinctive characteristics of this mode can minimize the volume of the resonator, but carries with it the demerit of tremendous degradation of Q. As explained in 4.1.1, the Q value of this type resonator is approximately proportional to $V^{1/3}$, and hence man should decide the adequate design compromising the contradictory relation between the size and unloaded Q for his application.

5.1.3.1 Duplexer for Cellular Mobile Radio

Cellular mobile radio phones at 800 MHz band have become popular in many countries. We have reported several times on bandpass filters using coaxial TEM mode. [45]-[49] Fig. 26 and 27 show first generation and latest model of antenna duplexer for cellular radio respectively. The size and weight of antenna duplexer for mobile telephone terminals were reduced to about 1/10 in the last 7 years. Fig. 28 shows the trend of the size and weight of a filter and duplexer for cellular mobile radio terminal.

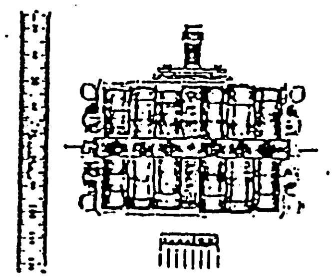


Fig. 26. Antenna Diplexer for AMPS system.

Fig. 26. shows the first generation of a antenna duplexer for the car terminal of AMPS system. Cu plated quarter wave TEM mode resonators are placed in an aluminum dicast case. Resonators and input/output terminals are coupled capacitively with coupling plate (printed capacitors array).

Fig. 27. shows the latest antenna duplexer for the handy terminal of the micro cellular system or PHS. Basic structure is almost same with Fig. 27 but every parts were reduced in size and all unnecessary parts were removed for the further miniaturization and cost reduction. The direct coupled monoblock type resonators or duplexer are also used in instead of the isolated resonators and coupling circuit. The choice which type resonators are chosen, some what depend on the taste of the designer, the circumstances and convenience of the production line also.[50]

The new type monoblock duplexer , which has the coupling circuit applied on the open end face by printing technique was developed by Motorola.

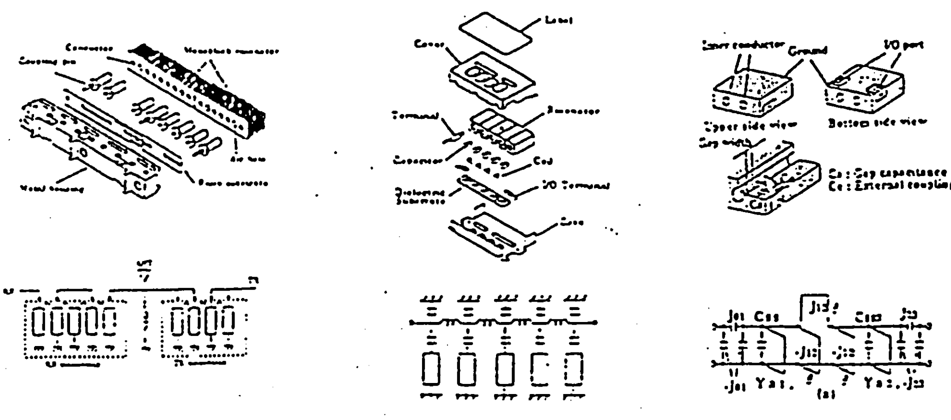


Fig. 27. Schematic Drawing of Antenna Filter for PHS and Micro-cell System.

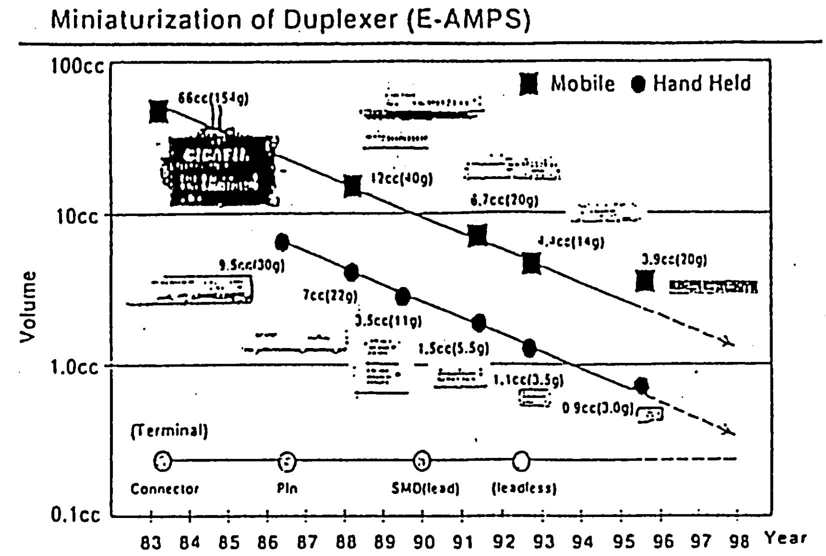


Fig. 28. Time Trend of Filter and Duplexer for Terminal

5.1.4 Elliptic Bandpass Filter

Elliptic design was introduced to achieve sharp cut characteristics same as in the case of cavity type filter.

The structure and equivalent circuit for the 6-pole canonical BPF is shown in Fig. 29. This filter is constructed by placing dual-mode dielectric resonators coaxially in a TE_{11} cut off circular wave guide.[43]. Arrows of resonant modes M_1 to M_6 in Fig. 29 indicate the direction of electric polarization of the $EH_{11\delta}$ mode. The metal separators with coupling slot between sections are eliminated then this design realizes the low loss characteristics.

Fig. 30 shows the construction of a monoblock type elliptic function filter for SHF communication. [51]. Six resonators of K=30 were used for this filter. The first and sixth resonators, and the second and fifth resonators were coupled by the coaxial cables each other. The unloaded Q of the resonator is 8,500 . The insertion loss and temperature coefficient of the filter are 0.5 dB at 6,740 MHz and −1 ppm/°C respectively.

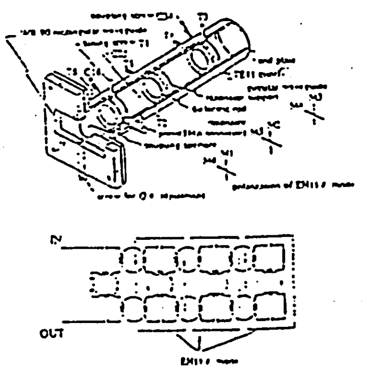


Fig. 29 Structure and Equivalent Circuit of 6-pole Canonical Dual Mode Dielectric Rod BPF

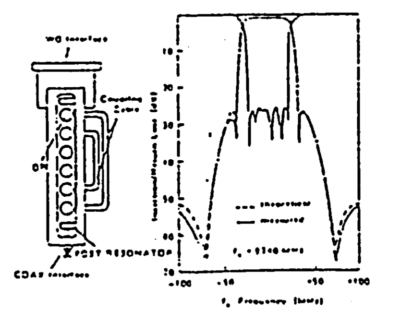


Fig. 30. Schematic Drawing of block type canonical Filter for SHF

5.2. High Power Filters

5.2.1 Filters for Cellular Base Stations

The timely increasing of channel number of the base stations for cellular system is an urgent subject to solve the strong demand of mobile telephone. Miniaturization of base station equipment is strongly required for the saving of floor space in the town area.

The reduced size transmitter multiplexer was developed by combining the channel dropping filter and high power antenna filters [52],[53] These filters are composed of the high purity $(Zr,Sn)TiO_4$ resonator which has Q value higher than 40,000 at 900 MHz.

Fig. 31 shows the construction of the channel dropping filter. The shielding cavity is made of the ceramics metalized with fired silver. This filter has high stability versus both temperature and high power of 60 W. Center frequency of this filter is adjusted to the desired value at site even under operation, by rotating the tuning screw.

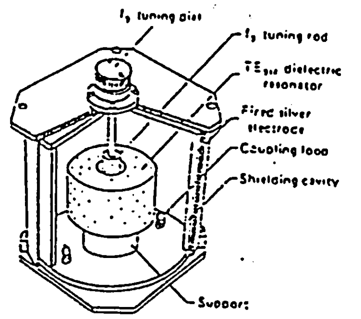


Fig. 31 Construction of tunable channel dropping filter for Cellular Base Station.

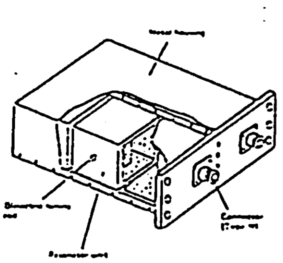


Fig. 32. Construction of TM_{110} mode Antenna Filter for Cellular Base Station.

Fig. 32 shows the TM_{110} dual mode high power duplexer for base stations.[54]. Under the RF power of 500 W, the temperature rise of this filter was 15 /°C. the increase of insertion loss was 0.03 dB, and the level of the third-order intermodulation was less than −170 dBc which is the limit of the sensitivity of the measurement system. In the construction of a 4-section TX filter, one TM_{110} dual mode and two TM_{110} single mode dielectric resonators are placing in a same direction in a TE_{10} cut off rectangular waveguide. Three dual TM_{110} mode resonators are used in the same way in 6-section R_X filter section. The size of this filter was miniaturized to 250×140× 60 mm (about 1/5 of the conventional comb line filter). This is about 60% of the duplexer using TM_{110} single mode resonator only, and about 20% of conventional air cavity type duplexers.

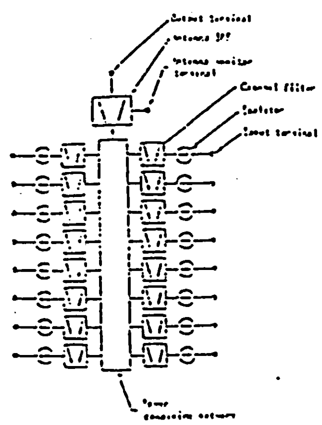


Fig. 33. Schematic Diagram of 16 channel Power Combiner for cellular Base Station.

By using 16 channel dropping filters and

TM_{110} high power filter, the transmitter multiplex power combiner was constructed, Fig. 33. The maximum insertion loss from the input port of the isolator to the output terminal of the antenna filter is 2.4 dB and the size of the multiplexer is miniaturized to 260× 225× 1,600 mm.

VI. OTHER APPLICATION

6. 1 Multilayer Circuit Module

Combining planer circuit, ceramic substrate and packaging and multilayer ceramic capacitor technologies, several type of microwave components and modules have been developed. Low temperature sintering ceramic technology firable in reducing atmosphere enabled us to design the Cu wired multilayer substrate. The cofirable multilayer ceramics of different kind materials, (insulators, dielectrics, ferrite and so on). provide the varieties of design flexibility for sophisticated circuit modules..

6.1.1 Chip LC Filter

Fig. 34. shows the schematic drawing of constriction and characteristics of semi lumped circuit LC filter. The size and volume are 5.7 x 5.0 x 2.5 mm and 0.07 cm^3 respectively. The insertion loss is less than 4 dB.

Fig. 35. shows the schematic construction of a example of multilayer circuit module (MCM) substrate.

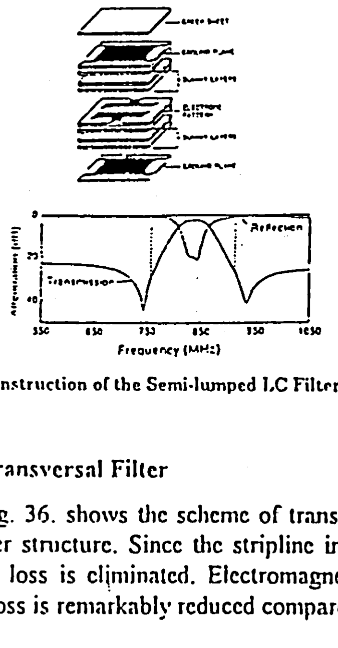


Fig. 34 Construction of the Semi-lumped LC Filter

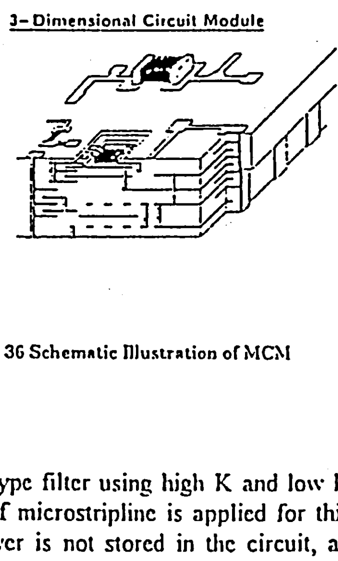


Fig. 36 Schematic Illustration of MCM

6.1.2. Transversal Filter

Fig. 36. shows the scheme of transversal type filter using high K and low loss dielectric multilayer structure. Since the stripline instead of microstripline is applied for this design, the radiation loss is eliminated. Electromagnetic power is not stored in the circuit, and hence the current loss is remarkably reduced compared to the case of resonant type filter. [55]

6.2 Dielectric Resonator Oscillator

Using dielectric resonator, we can produce temperature stable oscillators either of fixed or tunable frequency. [56]

Fig. 37 shows the block diagram of X-band voltage controlled oscillator (VCO) using $TE_{01\delta}$ mode dielectric resonator. The smaller temperature deviation of a oscillating frequency and the lower phase noise content in output signal are achieved with the higher Q resonator and weaker coupling between resonator and FET.

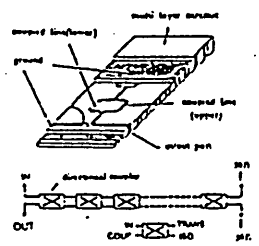


Fig. 36 Structure of Transversal filter

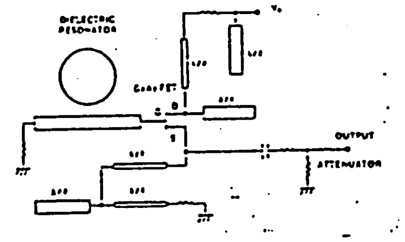


Fig. 37 Blockdiagram of VCO controlled by Dielectric Resonator.

6.3 Surface Acoustic Wave (SAW) Devices

Although SAW is not a pure electromagnetic phenomena, several SAW devices are becoming popular and contributing in the field of microwave for miniaturization of equipment. The big advantage of SAW device is the capability of the miniaturization of devices, due to the slow propagation velocity compared to that of electromagnetic wave. Rayleigh or pseudo Rayleigh wave easily exited along the surface of electro strictive or piezoelectric material using interdigital electrodes. LiNbO3, K(Ta,Nb)O3, quartz, ZnO and PZT ceramics are most popular as the substrate material for SAW devices. In corporation with LSI technology, the resent progress of fine pattern lithographic technology promoted the rising up of the operating frequency of SAW devices tremendously. Fig. 38. shows the trend of the frequency of SAW filters.

The decline of insertion loss due to the degradation of electrode have been solved by the alloying or epitaxial growing technology of the electrode material. Fig. 39 shows the power aging results under the far high power compared to normal operating power.

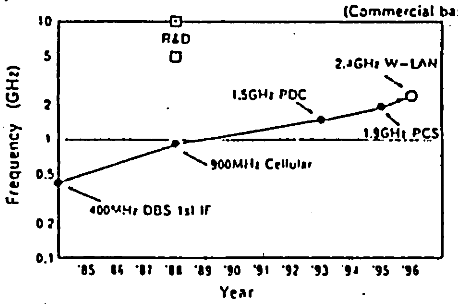


Fig. 38 Time Trend of Frequency Range of SAW Filter

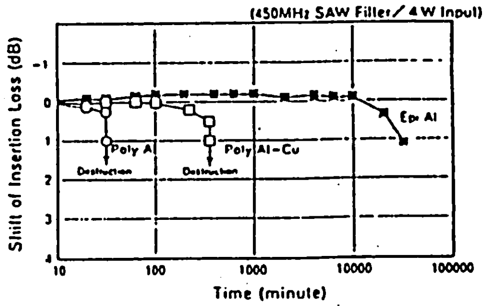


Fig. Power Aging Test o under high Power Operation

Fig. 40. shows the representative data of a typical example of 900 MHz SAW filter.

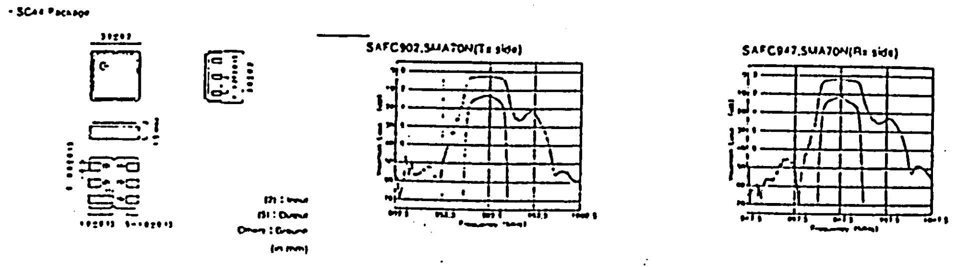


Fig. 40 Footprint Drawing and typical Characteristics of 900 MHz SAW Filter.

6.4 Dielectric antenna

Several type distinctive antennas can be designed using the adequate dielectric material depend on the operation frequency and application. Fig. 41 shows a microstripline antenna for the receiver of global positioning system using dielectric substrate. Dielectric ceramic loaded stripline antenna has big advantages such as small size, fairly narrow but enough wide frequency characteristics, and a good temperature stability. The GPS receiver need to catch the signals from three or four different satellites at a same time, this antenna has axially symmetric gain characteristics around vertical axis, which is greatly desirable to receive the signal from any direction simultaneously.

Fig. 42 shows the schematic structure and directivity data of dielectric chip antenna or mobile telephone terminals. The gain is little bit lower than the conventional pig-tail antenna, still high enough for microcell system. This type antenna would be the key for future miniaturization for hand set.

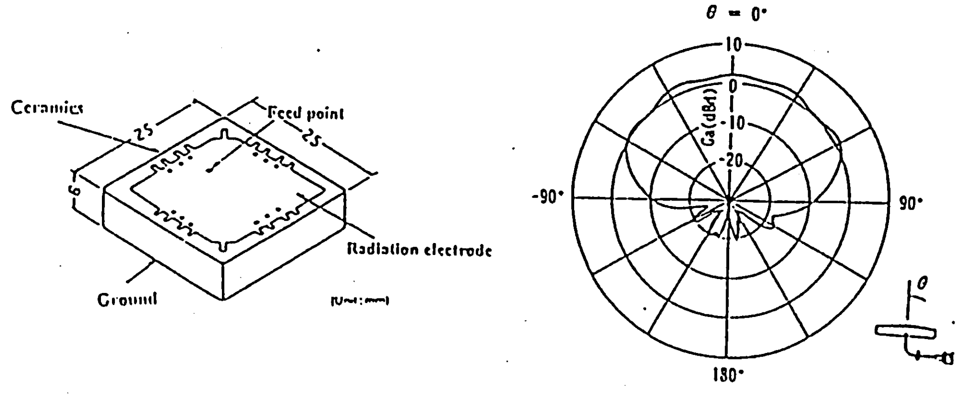


Fig. 41 Structure and directivity of GPS Antenna

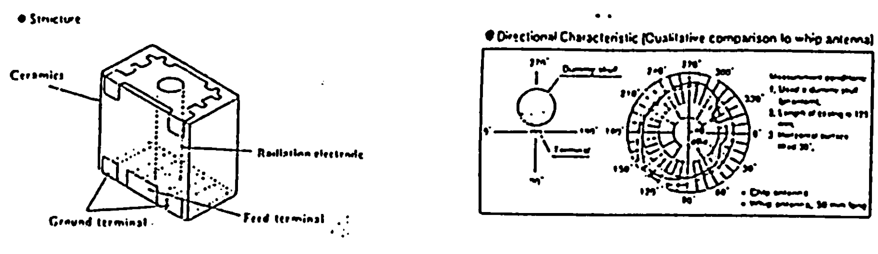


Fig. 42 Schematic Structure directivity data of Chip Dielectric Antenna for PHS.

VII. CONCLUSIONS

The idea of a dielectric resonator and microwave device using it have been proposed since 1930's by several pioneers but not realized until 1970's, until the wide use of microwave as communication media become popular. The most strong motivation of the popularization of dielectric resonator is t he practical use of mobile telephone system. The high grade requirements, electrical performance, low cost, small and light, easy to use and so on, accelerated the progress of all related technology, the material and process, the simulation and design technologies, production techniques etc.

Extremely low loss, temperature stable microwave ceramics have been aggressively investigated and made remarkable progress for the past 15 years. Using these improved dielectric ceramics, small size, temperature stable and low loss microwave bandpass filter, antenna duplexer, power combiner, fixed and variable frequency oscillators were developed.

These miniaturized microwave devices contribute for popularization of mobile and portable communication equipment greatly.

The unloaded Q of a cavity resonator filled up with dielectric material is ideally proportional to the cubic root of its volume. Using dielectric resonators to reduce resonator size should be evaluated by taking this volume dependency into account.

Utilization of multimode resonator method is effective to reduce the size of resonators. Some miniaturization examples of resonator filter are shown by using multimode such as spherical TE_{101} triple, TM_{110} triple, TM_{110} dual, HE_{11} dual and TM_{11} dual mode.

Image resonator filter is also effective to reduce the size of filter and effective for the relatively high power operation.

Microwave devices such as dielectric antennas or oscillators are expected to contribute in the field of the satellite communication systems. GPS system, wireless LAN and so on.

The transversal filter dose not employ a resonator, so that the filter characteristics can be composed by using couplers having comparatively low Q. The transversal filter is close to planer circuit structure and by be more adaptable for millimeter wave device and miniaturization rather than a dielectric resonator filter.

SAW devices will be the key device for wrist size equipment for super miniaturization.

Since it is still under development stage, the use of superconductor is omitted in this report. If the reliable, easy operable, less expensive cooling equipment or device were developed, the high selective, low noise microwave circuit will be manufactured. In such a age, the planer type device will be the most important component.

ACKNOWLEDGMENT

The research and development work of microwave ceramics and device had been triggered by the request from Professor Y. Kobayashi of Saitama University with many suggestions and advice. Regarding designing technology for filters, we greatly owe to Dr. Y. Konishi's advice. These works are the fruits of all related engineer's corporation in Murata, Dr. Toshio Nishikawa, Dr. Youhei Ishikawa, Dr. Haruo Matsumoto, Dr. Hiroshi Tamura, Dr. Kenji Tanaka, and many others.

The research and development of SAW divece device were proceeded by the group of Dr. Satoru Hujishima under the guidance of Professor Akira Kawabata and Dr. Tadashi Shiosaki of Kyoto University in corporation of Mr. Seiichi Arai, Dr. Michio Kadota, Mr. Eiji Ieki and many of others in Murata.

I would like to express my hearty thanks to all of these gentlemen.

References

[1] R.D.Richtmyer, "Dielectric Resonators," J. Appl. Phys., vol., 15, pp., 391-398 (1939)

[2] B.D.Silverman, "Microwave absorption in Cubic Strontium Titanate," Phys. Rev., vol., 125, pp., 1921-30 (1962)

[3] W.G.Spitzer, R.C.Miller, D.A.Kleinman, and L.E.Howarth, "Far Infrared Dielectric Dispersion in $BaTiO_3$, $SrTiO_3$, and TiO_2," Phys. Rev., vol., 126, pp., 1710-21 (1962)

[4] B.W.Hakki and P.D.Coleman, " A Dielectric Resonator Method of Measuring Inductive Capacitance in the Millimeter Range," IRE Trans. on MTT, MTT-8, pp.,402-410 (1960)

[5] Y.Kobayashi and M.Katoh, "Microwave Measurement of Dielectric Properties of Low-Loss Materials by the Dielectric Resonator Method," IEEE Trans. on MTT, MTT-33, pp., 586-92 (1985)

[6] S.B.Cohn, "Microwave Filters containing High-Q Dielectric Resonators." G-MTT Symposium Digest, pp., 49-53. (1965) ; "Microwave Bandpass Filters containing High-Q Dielectric Resonators," IEEE Trans. on MTT, MTT-16, n-227 (1968)

[7] Y.Konishi, "Microwave Dielectric Resonator," Tech. Report of NHK (Nippon Hohsoh Kyoukai), pp., 111-117 (1971) (in Japanese)

[8] J.K.Plourde, " Temperature Stable Microwave Dielectric Resonators Utilizing Ferroelectrics," IEEE MTT-S Digest, pp.,202-205(1973)

[9] K.Wakino, T.Nishikawa, S.Tamura and Y.Ishikawa, "Microwave Bandpass Filters Containing Dielectric Resonator with Improved Temperature Stability and Spurious Response," IEEE MTT-S. Int, Microwave Symp. Dig., pp., 63-65 (1975)

[10] A.Okaya and L.F.Barash, "The Dielectric Microwave Resonator." Proc. IRE, vol., 50, pp., 2081-2092, October (1962)

[11] K.Wakino, M.Katsube, H.Tamura, T.Nishikawa, and Y.Ishikawa, "Microwave Dielectric Materials," Joint Convention Record for Four Institute of Electrical Engineers Japan, No., 235 (1977) (in Japanese)

[12] H.Tamura, D.A.Sagala, and K.Wakino, "High-Q Dielectric Resonator Material for Millimeter-Wave Frequency," Proc. of the 3rd US-Japan Seminar on Dielectric and Piezoelectric Ceramics, pp., 69-72 (1986)

[13] S.Kawashima, M.Nishida, I.Ueda, and H.Ouchi, "$Ba(Zn,Ta)O_3$ Ceramic with Low Dielectric Loss," J. Am. Ceram. Soc., vol., pp., 66, 421-23 (1983)

[14] H.Tamura, T.Konoike, and K.Wakino, "Improved High-Q Dielectric Resonator with Complex Perovskite Structure," J. Am. Ceram. Soc., vol., 67, C-59-61 (1984)

[15] K.Wakino, K.Minai, and H.Tamura, "Microwave Characteristics of $(Zr,Sn)TiO_4$ and $BaO-PbO-Nd_2O_3-TiO_2$ Dielectric Resonator," J. Am. Ceram. Soc., vol., pp., 67, 278-81 (1984)

[16] H.M.O'Bryan,Jr., J.Thomson,Jr.. and J.K.Plourde, "A New $BaO-TiO_2$ Compound with Temperature-Stable High Permittivity and Low Microwave Loss," J. Am. Ceram. Soc., vol., 57, pp., 450-53 (1974)

[17] K.Wakino, M.Murata, and H.Tamura, "Far Infrared Reflection Spectra of $Ba(Zn,Ta)O_3-BaZrO_3$ Dielectric Resonator Material," J. Am. Ceram. Soc., vol., 69, pp., 34-37 (1986)

[18] K.Wakino, D.A.Sagala, and H.Tamura, "Far Infrared Reflection Spectra of $Ba(Zn,Ta)O_3-BaZrO_3$ Dielectric Resonator Material," Proc. of 6th IMF: Jpn. J. Appl. Phys., vol., 24 Suppl., 24-2, pp., 1042-44 (1985) ; H.Tamura, D.A.Sagala, and K.Wakino, "Lattice Vibration of $Ba(Zn_{1/3}Ta_{2/3})O_3$ Crystal with Ordered Perovskite Structure," Jpn. J. Appl. Phys., vol., 25 [6] pp., 787-91 (1986)

[19] H.Tamura, H.Matsumoto, and K.Wakino, "Low Temperature Properties of Microwave Materials," Jpn. J. Appl. Phys., vol., 28, Suppl., 28-2, pp., 21-23 (1989)

[20] A.A.Maradudin and A.E.Fein, "Scattering of Neutrons by an Anharmonic Crystal," Phys. Rev. vol.128, pp.2589-2595 (1962)

[21] S.Nishigaki, S.Yano, H.Kato, T.Hirai, and T.Nonomura, "$BaO-TiO_2-WO_3$ Microwave Ceramics and Crystalline $BaWO_4$," J. Am. Ceram. Soc., vol,. 71, pp., C-11-17 (1988)

[22] G.Wolfram and H.E.Goebel, "Existence Range, Structural and Dielectric Properties of $Zr_xTi_ySn_zO_4$ Ceramics (x+y+z=4)," Mat. Res. Bull., vol., 16, pp., 1455-63 (1981)

[23] N.Michiura, T.Tatekawa, Y.Higuchi, and H.Tamura, "Role of Donor and Acceptor Ions in the Dielectric Loss Tangent of $(Zr_{0.8}Sn_{0.2})TiO_4$ Dielectric Resonator Material," J. Am. Ceram. Soc., vol., 78, pp., 793-96 (1995)

[24] S.Kawashima, M.Nishida, I.Ueda, H.Ouchi, and S.Hayakawa, "Dielectric Properties of $Ba(Zn,Ta)O_3$-$Ba(Zn,Nb)O_3$ Ceramic," Proc. Ferroelectric Mater. and Appl., vol., 1,pp., 293-96 (1977)

[25] S.Nomura, K.Toyama, and K.Tanaka, "$Ba(Mg_{1/3}Ta_{2/3})O_3$ Ceramics with Temperature-stable High Dielectric Constant and Low Microwave Loss," Jpn. J. Appl. Phys., vol., 21 pp., L624-626 (1982)

[26] D.Kolar, Z.Stadler, S.Gaberscek, and D.Suvorov, "Ceramic and Dielectric Properties of Selected Compositions in the $BaO-Nd_2O_3-TiO_2$ System," Ber.Dt. Keram.Ges., vol., 55, pp., 346-48 (1878)

[27] S.Nishigaki, H.Kato, S.Yano, and R.Kamimura, "Microwave Dielectric Properties of $(Ba,Sr)O-Sm_2O_3-TiO_2$ Ceramics," Am.Ceram.Soc., Ceramic Bulletin, vol., 66, pp., 1405-10 (1987)

[28] K.Wakino, "Recent Development of Dielectric Resonator Materials and Filters in Japan," Proc. of The Second Sendai Int. Conference, YAGI Symposium on Advanced Technology Bridging the Gap between Light and Microwaves, pp. 187-196 (1990)

[29] T.Nishikawa, Y.Ishikawa, J.Hattori, and Y.Ida, "Measurement Method of Intermodulation Distortion of Dielectric Materials by Using Resonator Method," IEICE Jpn. vol., J27-C-I, pp., 650-58 (1989) (in Japanese); H. Tamura, J. Hattori, and T. Nishikawa, and K. Wakino, "Third Harmonic Distortion of Dielectric Resonator Materials," Jpn. J. Appl. Phys., 28, 178-181 (1989)

[30] H.Tamura, J.Hattori, T.Nishikawa, and K.Wakino, "Third Harmonic Distortion of Dielectric Resonator Material," Jpn. J. Appl. Phys., vol., 28, pp., 2528-31 (1989)

[31] D.L.Rebsch, D.C.Webb, R.A.Moore and J.D.Cowlishaw, "A Mode Chart for accurate Design of Cylindrical Dielectric resonators," IEEE Trans., MTT-S, MTT-13, pp. 468-469, (1965)

[32] W E.Courtney, "Analysis and Evaluation of a Method of Measuring the Complex Permittivity and permeability of Microwave Insulators," IEEE Trans., MTT-S, MTT-18, pp. 476-485 (1970)

[33] Y.Kobayashi and S.Tanaka, "Resonant Mode of a Dielectric Rod Resonator short-circuited at both Ends by parallel conducting Plates," IEEE Trans. vol., MTT-28, 10, pp., 1077-1085 (1980)

[34] K.A.Zaki and A.E.Atia, "Modes in Dielectric-loaded Waveguides and Resonators," IEEE Trans., vol., MTT-31, 12, pp., 1039-1045 (1983); K.A.Zaki and C.Chen, "New Results in Dielectric-loaded Resonators," IEEE Trans., vol., MTT-34, 7, pp., 815-824 (1986)

[35] T.Hara, D.Ying and I.Awai, "Direct-coupled Dielectric Waveguide BPF," Proc. IECIE Japan C-138 (1993)

[36] S.J.Fiedziuszko, "Dual-mode Dielectric Resonator loaded Cavity Filters" IEEE Trans., col., MTT-30, pp., 1311-1316 (1982)

[37] L.Young, "Microwave Filters - 1965," IEEE Trans., vol., MTT-13, 5, pp., 489-507 1965

[38] R.Levy and S.B.Cohn, "A History of Microwave Filter Research, Design, and Development," IEEE Trans., vol., MTT32, 9, pp., 1055-1067 (1984)

[39] H.Tanaka, H.Nishida and Y.Ishikawa, "Spherical Dielectric Resonator coupled with NRD Guide," Proc. IECIE Japan, C-103 (1991)

[40] T.Nishikawa, K.Wakino, H.Wada and Y.Ishikawa, "800 MHz Band Dielectric channel dropping Filter using TM_{110} triple mode Resonator," IEEE MTT-S Dig., K-5, pp. 289-292 (1985)

[41] S.Komatsu and Y.Kobayashi, "Design of Bandpass Filters using Triple-Mode Dielectric Rod Resonators," IECIE Japan, C-1, pp. 96-103 (1995)

[42] T.Nishikawa, K.Wakino, K.Tsunoda and Y.Ishikawa, "Dielectric High-Power Bandpass Filter using Quarter-cut $TE_{01\delta}$ Image Resonator for Cellular Base Station," IEEE MTT-S Dig., D-2, pp. 133-136 (1987)

[43] A.E.Williams and A.E.Atia, "Dual-mode Canonical Waveguide Filters," IEEE Trans., vol., MTT-25, No. 12 (1977)

[44] T.Kimura, K.Kobayashi,N.Ohkoumyou, T.Nishikawa.T.Tamura and Y.Itoh, "Diplexer of Earth Station for the Marine Satllite Communication Systems," IECIE Japan, MW77-96, Nov. pp. 55 (1977)

[45] K.Wakino, T.Nishikawa, H.Matsumoto and Y.Ishikawa, "Miniaturized Bandpass Filters using Half Wave Dielectric Resonators with Improved Spurious Response," IEEE MTT-S, Cat. No. 78CH1355-7, pp. 230-232 (1978)

[46] K.Wakino, T.Nishikawa, H.Matsumoto and Y.Ishikawa, "Quarter Wave Dielectric Transmission Line Duplexer for Land Mobile Communications," IEEE MTT-S, Cat. No. 79CH1439, pp. 278-280 (1979)

[47] K.Wakino, T.Nishikawa and Y.Ishikawa, "Miniaturized Duplexer for Land Mobile Communication High Dielectric Ceramics," IEEE MTT-S, Cat. No. 0149-645X81, pp. 185-187 (1981)

[48] K.Wakino and Y.Konishi, "Bandpass Filter with Dielectric Materials used for Broadcasting Channel Filter," IEEE Trans. Broadcasting vol. BC-6 (1980)

[49] K.Wakino, "High Frequency Dielectrics and Their Applications," Proc. IEEE Intnl. Symp. on Application of Ferroelectrics, pp. 97-106 (1986)

[50] H.Matsumoto, " H.Matsumoto, H.Ogura and T.Nishikawa, "A miniaturized Dielectric Monoblock Bandpass Filter for 800 MHz Band Cordless Telephone System," IEEE MTT-S Dig., p. 249-252 (1994) ; H.Katoh, H.Matsumoto and T.Nishikawa, "A miniaturized and high Performance Dielectric Monoblock Filter for Digital Cordless Telephone System," Proc. Asia-Pacific Microwave Conf., 2-3, pp. 71-74 (1994) ; H.Masumoto, T.Tsujiguchi and T.Nishikawa," A miniaturized Dielectric Monoblock Duplexer matched by the buried impedance transforming Circuit," IEEE MTT-S, Dig. pp. 1539-1542 (1995)

[51] H.Sei et al, "Dielectric Resonator Bandpass Filters," IECE Tech. Rep. Japan, MW85-35 (1986)

[52] Y.Ishikawa, J.Hattori, M.Andoh and T.Nishikawa, "800 MHz high Power Duplexer using TM Dual-Mode Dielectric Resonators," IEEE MTT-S Dig., II-3, pp. 11617-1620 (1992)

[53] Y.Ishikawa, J.Hattori, M.Andoh and T.Nishikawa, "800 MHz high power Bandpass Filter using TM dual Mode Dielectric Resonators," 21st Europ. Microwave Conf. Proc., vol. 2 pp. 1047-1052 (1991)

[54] K.Wakino, T.Nishikawa, Y.Ishikawa, and H.Tamura, "800 MHz Band Miniaturized Channel Dropping Filter Using Low Loss Dielectric Resonator," IEEE Tokyo Section. Denshi Tokyo, 24, 72-75 (1985)

[55] T.Hiratsuka and E.Ogawa, "Transversal Filters using directional Couplers," Proc. IEICE Japan. C-124, (1992) ; T.Hiratsuka and E.Ogawa, "Characteristics of a Ku-band transversal Filter using directional Couplers," IEICE Japan, C-94, (1993)

[56] K.Wakino, T.Nishikawa, S.Tamura and H.Tamura, "An X-band GaAs FET Oscilator using a Dielectric Resonator," Proc. 37th Annual Frequency Control Symposium. (1983)

輻射科学研究会資料
RS 95-20

弾性方形導波路中の
ステップ状不連続部の一解析法

桂　隆俊　　辻　幹男　　繁沢　宏
（同志社大学　工学部）

１９９６年3月１１日

1. まえがき

近年、弾性波および弾性表面波を用いた伝送線路や回路素子として、小型で複雑な構造を有するものが用いられるようになり、これらの特性を忠実に知ることができる解析法が要求されるようになってきた。回路素子を構成する場合の基本問題として、弾性導波路に不連続部が存在したときの伝送特性の解析（不連続問題の解析）は重要であるが、その解析は弾性波問題の複雑さから現在のところ二次元問題としてなされているのがほとんどである[1]-[8]。また、三次元構造を取り扱った場合でも、フロッケの定理を適用できる無限長の周期構造を有する不連続問題が解かれているにすぎない[9][10]。

筆者等はこのような理由から三次元弾性導波路不連続問題の基礎的研究の一つとして、弾性方形導波路におけるステップ状不連続部を取り上げ、三次元有限要素法で解くための定式化を行い、基本縦モードについてその伝送特性を明らかにしてきた[11]。本文では、同じく三次元方形導波路の基本モードである屈曲波モードについてステップ状不連続部の段差が伝送特性に与える影響を、三次元有限要素法を用いて詳細に検討する。また、三次元導波路断面における屈曲波モードの粒子変位の振舞いをもとにした不連続部の近似モデルを提案し、三次元有限要素法解析による計算結果との比較検討からその有用性についても述べる。

2. 基本方程式と有限要素法による離散化

2.1 不連続部の解析

図1に示すような不連続部の境界Γ_1, Γ_2に入出力（2開口）の半無限長弾性導波路が接続された三次元弾性導波路不連続部に対する伝達問題を考える。不連続部は境界Γによって囲まれた内部領域Ωで表され、Γはz軸（波の伝搬方向）に垂直である導波路開口面Γ_1, Γ_2（この境界に半無限長の一様導波路が接続されている）、自由

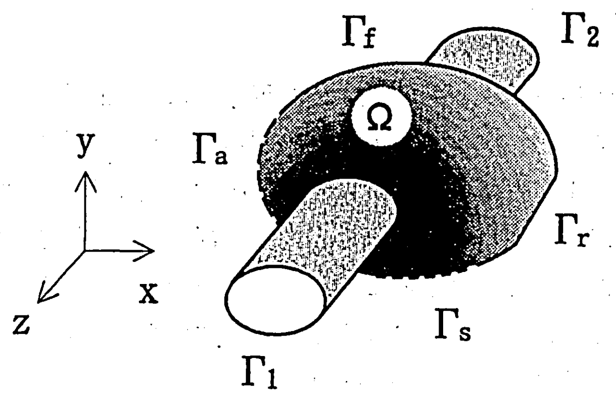


図１　不連続部Ωを有する三次元弾性波導波路

境界面Γ_f、剛体面Γ_rで構成されているものとする。なお、対称面が存在する系においては対称条件を満たす境界をΓ_sまた反対称条件を満たす境界をΓ_aとして境界Γに含めて考える。粒子変位$\boldsymbol{u}$、応力$\boldsymbol{T}$、ひずみ$\boldsymbol{S}$、媒質密度ρ_mおよび弾性定数テンソル$[c]$を用いて、弾性波の支配方程式および関係式を表すと次のようになる。

$$\nabla \cdot \boldsymbol{T} + \omega^2 \rho_m \boldsymbol{u} = 0 \tag{1}$$

$$\boldsymbol{S} = \nabla_s \boldsymbol{u} \tag{2}$$

$$\boldsymbol{T} = [c]\boldsymbol{S} \tag{3}$$

ここで、$\nabla\cdot$, ∇_sはAuldの表記法[12]に従うものとする。また各境界における境界条件は境界面上の単位法線ベクトルを$\boldsymbol{n}$とし、境界面に働く応力を$\boldsymbol{T}_n$とすると次式で与えられる。

$$\boldsymbol{T}_n = 0 \qquad (\text{on } \Gamma_f) \tag{4}$$

$$\boldsymbol{u} = 0 \qquad (\text{on } \Gamma_r) \tag{5}$$

$$\boldsymbol{u}\cdot\boldsymbol{n}=\boldsymbol{n}\times\boldsymbol{T}_n=0 \qquad (\text{on } \Gamma_s) \tag{6}$$

$$\boldsymbol{T}_n\cdot\boldsymbol{n}=\boldsymbol{n}\times\boldsymbol{u}=0 \qquad (\text{on } \Gamma_a) \tag{7}$$

いま、領域Ωを10接点四面体二次要素を用いて分解した後、(1)式にガラーキン法を適用し,部分積分を行うと次式を得る。

$$\iiint_{\Omega_e}\left(\frac{\partial\{N\}}{\partial x}T_{rx}+\frac{\partial\{N\}}{\partial y}T_{ry}+\frac{\partial\{N\}}{\partial z}T_{rz}-\omega^2\rho_m\{N\}u_r\right)d\Omega_e$$

$$-\iint_{\Gamma_e}\{N\}\left(T_{rx}n_x+T_{ry}n_y+T_{rz}n_z\right)d\Gamma_e=\{0\}$$

$$(r=x,y,z) \tag{8}$$

ただし、$\iiint_{\Omega_e} d\Omega_e$は四面体領域における積分、$\iint_{\Gamma_e} d\Gamma_e$は要素の境界における積分、$\{N\}$は要素内で定義される形状関数の列ベクトル、$\{0\}$は零列ベクトル、$n_x$, $n_y n_z$は外向き単位法線ベクトル$\boldsymbol{n}$のx, y, z成分である。

(2),(3)式を(8)式に代入して、粒子変位u_rを形状関数$\{N\}$を用いて各要素内で二次関数で近似し、境界条件および境界Γ_1、Γ_2がz軸に垂直であることを考慮して、部分構造法[13][14]を用いてすべての要素について重ね合せるとともに、境界Γ_i $(i=1,2)$ 上の応力T_{xz}, T_{yz}, T_{zz}を境界Γ_iに接する四面体要素の面上において二次関数で近似し離散化すると、次のような行列方程式が得られる。

$$[A]\begin{bmatrix}\{u_x\}_1\\ \{u_y\}_1\\ \{u_z\}_1\\ \{u_x\}_2\\ \{u_y\}_2\\ \{u_z\}_2\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}[B]_1\{T_{xz}\}_1\\ [B]_1\{T_{yz}\}_1\\ [B]_1\{T_{zz}\}_1\\ [B]_2\{T_{xz}\}_2\\ [B]_2\{T_{yz}\}_2\\ [B]_2\{T_{zz}\}_2\end{bmatrix} \tag{9}$$

$$[B]_i = (-1)^i \sum_{e'} \iint_{\Gamma_{ie'}} \{N\}_i \{N\}_i^T \, d\Gamma_{ie'} \tag{10}$$

ただし、 $[A]$ は部分構造法を用いることによって生成される係数行列、$\{u_x\}_i, \{u_y\}_i, \{u_z\}_i, \{T_{xz}\}_i, \{T_{yz}\}_i, \{T_{zz}\}_i$ はそれぞれ境界Γ_i上の節点における$u_x, u_y, u_z, T_{xz}, T_{yz}, T_{zz}$の値からなる列ベクトルであり、それぞれの境界条件を満たすことによって除外される節点値の考慮がなされているものとする。また、$\{N\}_i$は境界Γ_i上の要素における形状関数であり、$\sum_{e'}$ は境界Γ_i上の要素e'についての和を表す。

一方、導波路が相反線路表示可能な性質を持つ場合[15]、図１のに接続する導波路における界分布は、もし三次元弾性導波路の固有モード関数が分かっているならば、次のようにモード展開できる[16]。

$$\begin{bmatrix} u_{x,i} \\ u_{y,i} \\ T_{zz,i} \end{bmatrix} = \sum_m \left(a_{im} e^{-j\beta_{im} z} + b_{im} e^{j\beta_{im} z} \right) \begin{bmatrix} u_{x,im} \\ u_{y,im} \\ T_{zz,im} \end{bmatrix} \tag{11}$$

$$\begin{bmatrix} -T_{xz,i} \\ -T_{yz,i} \\ u_{z,i} \end{bmatrix} = \sum_m \left(a_{im} e^{-j\beta_{im} z} - b_{im} e^{j\beta_{im} z} \right) \begin{bmatrix} -T_{xz,im} \\ -T_{yz,im} \\ u_{z,im} \end{bmatrix} \tag{12}$$

ここで、mは固有モードの次数、a_{im}, b_{im}は各モードの振幅係数、β_{im}は伝搬定数である。また、$u_{r,im}$, $T_{rz,im}$($r = x, y, z$) は導波路iの断面内におけるm次のモードの粒子変位、応力の固有モード関数を表す。

従って、いま考えている伝達問題の解を得るには、まず導波路1の境界Γ_1から単位振幅のp次モードが入射した場合の(11),(12)式を(9)式に適合するように離散化する。そして、これと(9)式とを組み合わせることによって導かれる連立一次方程式から、境界Γ_i ($i =$

1,2) 上の節点における粒子変位および応力が求められる。つまり、導波路断面における界分布が求まることから、一様導波路の固有モードとの直交性を利用すれば、不連続部での各モードの透過、反射係数が導出できることになる[11]。

さて、以上の解析で最も重要なことは先に述べたように、導波路の固有モード関数が分かっていなければならない。二次元導波路の場合にはそれらは解析的に求められるが、三次元導波路の場合には解析的に解くことはできず、数値計算で求めざるを得ない。それゆえ、本文では次節で述べるように固有モード関数の導出にも有限要素法を用いることにする。

2.2 固有モードの解析

ここでは、固有関数を各要素内で二次多項式で近似表現することを考える。そのためには導波路の断面を三角形三次要素を用いて分割する必要がある。これは、有限要素法により直接求められる固有関数は粒子変位ベクトルのみであり、不連続部の解析で必要となる応力ベクトルについては一次の微分演算子を含む(2)(3)式を用いて間接的に求めねばならないことに起因している。つまり、粒子変位ベクトルから応力ベクトルを求める際には近似多項式の次数が一次下がることにから、固有モード解析には三次要素を用いている。

一様導波路(z方向に伝搬)の固有モードを求める場合、支配方程式(1)の汎関数Fは次式で与えられる。

$$F=\iint_{\Gamma_i}\left\{S^{*}\cdot T-\omega^{2}\rho_{m}u*\cdot u\right\}d\Gamma_{i} \tag{13}$$

ただし、$*$は複素共役を意味し、$\iint_{\Gamma_i}d\Gamma_i$は導波路$i$の断面$\Gamma_i$における積分を表す。そこで、導波路断面上の粒子変位ベクトル$\boldsymbol{u}_i$を、Γ_i上の要素内で定義される三次の形状関数$\{N_3\}_i$を用いて次のように展開する。

$$u_i=\begin{bmatrix}\{N_3\}_i & \{0\} & \{0\}\\ \{0\} & \{N_3\}_i & \{0\}\\ \{0\} & \{0\} & \{N_3\}_i\end{bmatrix}^T\begin{bmatrix}\{u_x\}_i\\ \{u_y\}_i\\ \{u_z\}_i\end{bmatrix}\equiv[N_3]_i^T\{u\}_i \tag{14}$$

ここで、$\{u_x\}_i,\{u_y\}_i,\{u_z\}_i$は$\Gamma_i$上の要素内における粒子変位の節点値である。(14)式を(13)式に代入し、変分原理を適用すると次の行列方程式が得られる[11]。

$$\left[[K_0]-j\beta[K_1]+\beta^2[K_2]\right]\{u_i\}=\{0\} \tag{15}$$

ただし、$[K_j]$はρ_m, $[c]$および$\{N_3\}_i$からなる行列であり、βは位相定数である。上式を$j\beta$に関して線形化[17]すると次の固有値方程式が得られる。

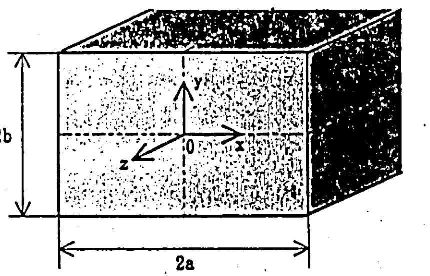
$$\begin{bmatrix}[0] & [1]\\ [K_2]^{-1}[K_0] & -[K_2]^{-1}[K_1]\end{bmatrix}\begin{bmatrix}\{u\}_i\\ j\beta\{u\}_i\end{bmatrix}=j\beta\begin{bmatrix}\{u\}_i\\ j\beta\{u\}_i\end{bmatrix} \tag{16}$$

従って、(16)式を解き、$[N_3]_i$を用いれば導波路iにおける固有モードの粒子変位ベクトル$\boldsymbol{u}_{m,i}$が求められる。ただし、ここで求まる$\boldsymbol{u}_{m,i}$は三次多項式近似の固有関数である。これより、$\boldsymbol{u}_{m,i}$, $\boldsymbol{T}_{m,i}$ともに二次近似の固有関数を得るには、まず三次の固有関数から二次要素節点上の粒子変位ベクトルおよび応力ベクトルを求め、次いでこれらの結果と二次要素の形状関数$[N_2]_i$を用いることにより求めるべき二次多項式の固有モード関数が得られる。(詳細は文献[11]に示してある。) このモード関数を用いれば、2.1節の方法で三次元不連続部の伝達問題が解けることになる。

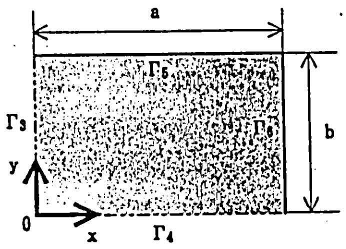
3. 数値計算結果

3.1 方形導波路の分散特性

まず、ステップ状不連続部に接続されている一様方形弾性導波路の分散特性を(16)式から求める。図2(a)に示すような方形導波路を伝搬する固有モードの解析は導波路構造が$y=0$のxz面および$x=0$のyz面に関して対称性を有することから解析領域は同図(b)に示す1/4ですむ。この場合、対称面に課す境界条件としては、粒子が対称面に関し、対称に変位する場合と反対称に変位する場合の2つが存在する。以後、前者を対称条件、後者を反対称条件と呼ぶことにする。したがって、対称面を考慮して解析する場合には対称性の組み合わせにより、3つの組に分けることができ、それぞれの場合についてその分散特性を求めたのが図3(a)(b)(c)である。ここでは断面形状が$a/b=1$である正方形断面のアルミニウム導波路（ρ_m=2.69[g/cm^3]）を考えており、図(a)はxz面、yz面ともに対称条件、図(b)はxz面が対称、yz面が反対称条件、図(c)はxz面、yz面ともに反対称条件を課した場合の結果である。いま、基本モードの



(a)



(b)

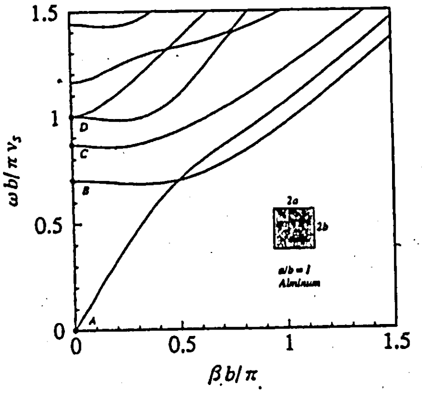
図2　(a)弾性方形導波路と(b)その解析領域

みに注目して零周波数に近い点Aにおける各々の粒子変位分布を示すと図4 (a) (b) (c)のようになる。図において、細い点線で示した格子が波の伝搬が起こる前の粒子変位の位置、太い実線（変形した格子）が粒子変位の断面内成分（u_x, u_y）の大きさ、細い点線の格子点より斜め方向に伸びている実線が粒子変位の伝搬方向成分（u_z）の大きさを示している。これらの図より、図(a)が縦モード、図(b)が屈曲波モード、図(c)がねじれ波モードであることがわかる[17]。これらの基本モードの中で縦モードのステップ状不連続問題についてはすでに報告しており[11]、その特性は低周波領域では導波路断面内で一様な縦方向振動のみで近似したモード[19]を用いれば、特性インピーダンスの異なる伝送線路の接続問題として充分に近似できることを確認している[20]。従って、次節では基本屈曲波モードの不連続問題について検討を行う。なお、ねじれ波モードについては別の機会に発表させて頂く。

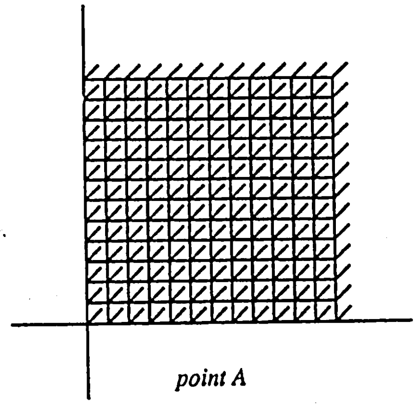
3.2　基本屈曲波モードの伝送特性

図5に示すような凸状不連続部に基本屈曲波モードが入射した場合の伝送特性を求める。ここでは、ステップ状不連続部の断面形状の変化による伝送特性への影響を調べるために、$d/b=1.5$, $c/b=1.2$に固定し、導波路断面の形状a/bを変化させることにする。

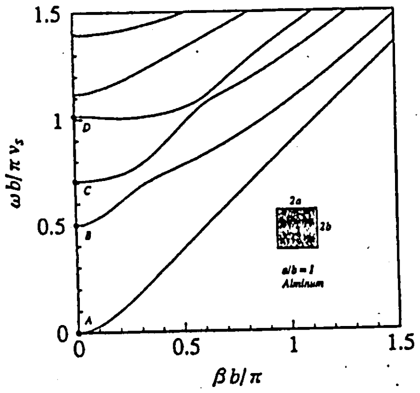
まず、この不連続問題を解析する前に導波路断面の形状a/bを変化させたときの方形導波路の分散特性を図6に示す。図において横軸は高さbで規格化した位相定数$\beta b/\pi$を、また縦軸もbで規格化した角周波数$\omega b/\pi v_s$(v_sは横波の速度)をとっており、基本モードのみが伝搬できる $0 \leqq \omega b/\pi v_s \leqq 0.1$の周波数範囲について特性を示している。図4(b)に示した零周波数付近の屈曲波モードの粒子変位の振る舞いから考えて、高さbを一定として導波路断面の横幅aを広げていくと、二次元平行平板を伝搬する基本対称SH波の位相定数に漸近することが予想される。つまり、縦の高さに比べ横の長さが充分に大きい$a/b \to \infty$の場合には三次元基本屈曲波モードは二次元



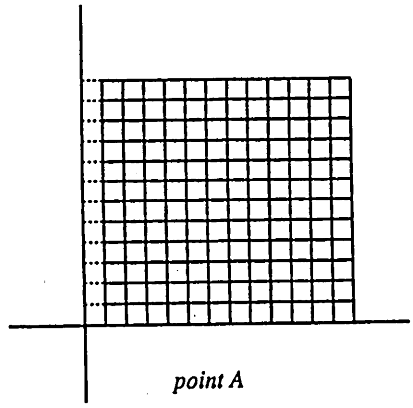
(a) *xz*面-対称, *yz*面-対称



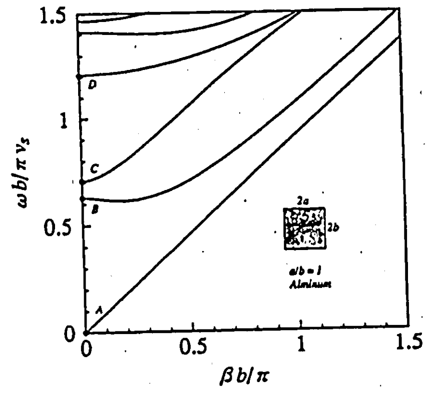
(a) 基本縦波モード



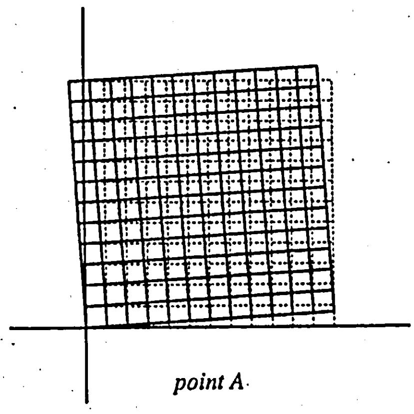
(b) *xz*面-対称, *yz*面-反対称



(b) 基本屈曲波モード



(c) *xz*面-反対称, *yz*面-反対称



(c) 基本ねじれ波モード

図3　対称条件を変えたときの分散特性

図4　基本モードの粒子変位（$a/b=1, \beta b/\pi=0.001$）

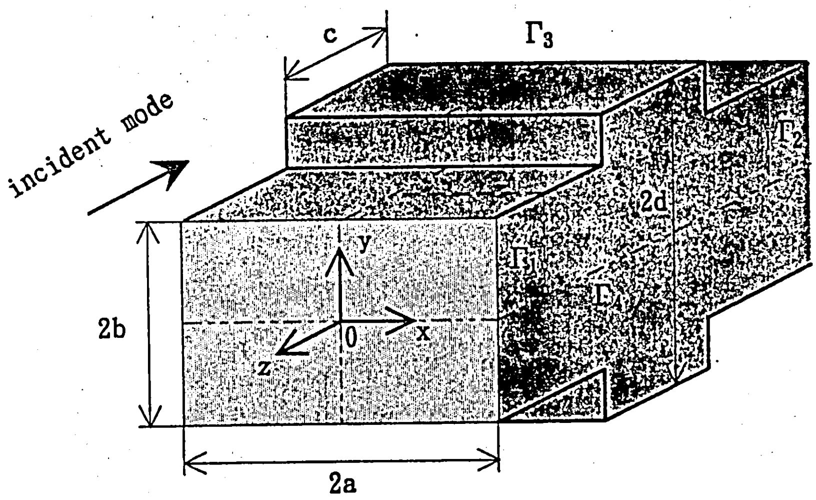


図５　方形弾性導波路凸状不連続部

基本対称ＳＨ波モードで近似できると考えられる。そこで図６では二次元基本対称ＳＨ波の位相定数を比較のために太い実線で示した。

図より*a/b*が大きくなるにつれて三次元基本屈曲波モードの位相定数は二次元基本対称ＳＨ波モードのそれに漸近していっているが、零周波数付近の特性の傾きが両者の間で大きく異なっていることがわかる。すなわち、二次元基本対称ＳＨ波モードの特性曲線は原点付近である傾きを持っているのに対し、三次元基本屈曲波モードのの傾きはいずれの*a/b*の値の曲線に対しても零になっている。このことは、たとえ*a/b*の値を非常に大きくしても三次元基本屈曲波モードの性質は二次元基本対称ＳＨ波モードのそれに近づかないことを意味している。この性質の違いを明確にするために周波数を変化させた場合の粒子変位分布を*a/b*=4の場合について求めたのが図７である。図より周波数が高くなるにつれて導波路断面内における横

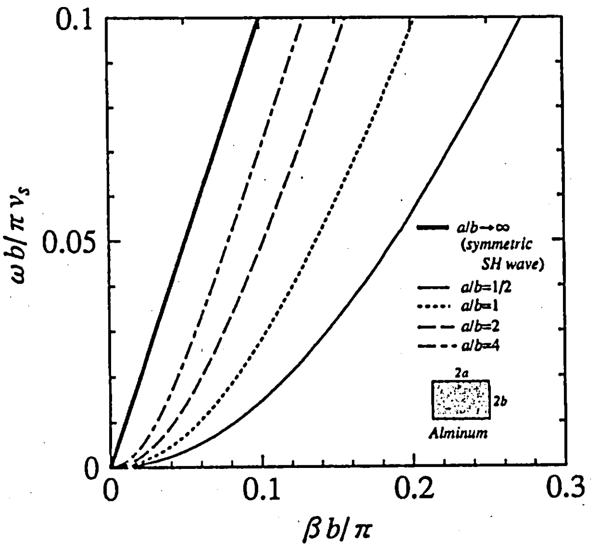
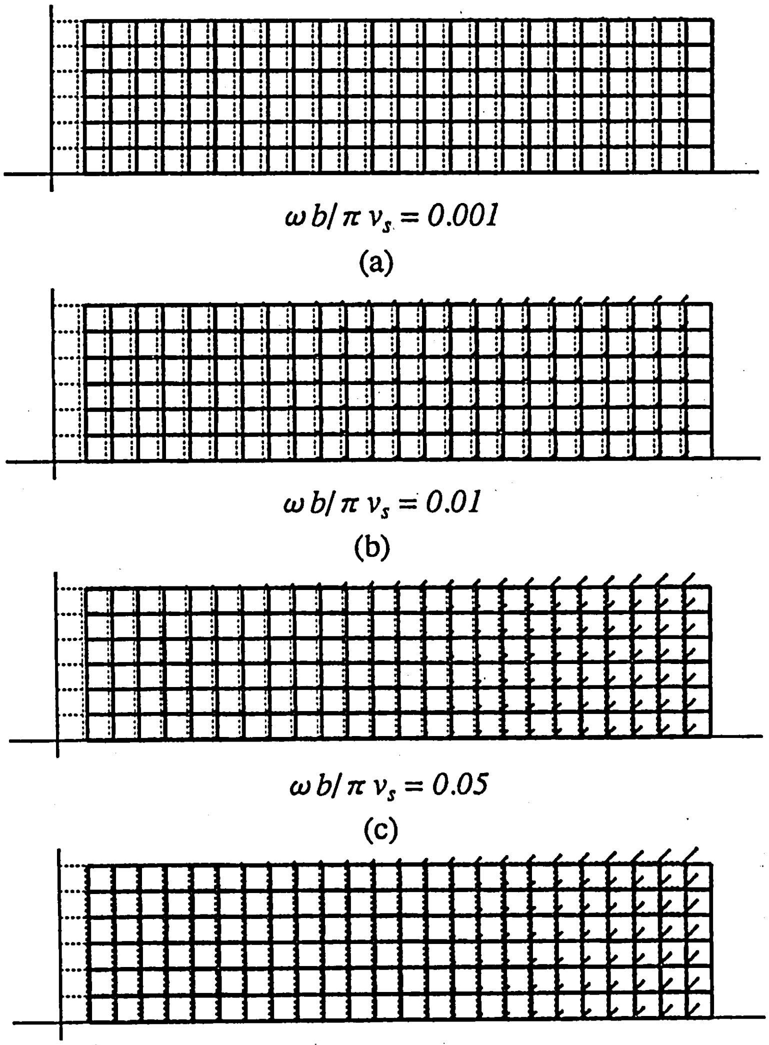


図６　*a/b*を変えたときの基本屈曲波モードの分散特性

方向の粒子変位u_xに加えて、伝搬方向の粒子変位u_zが導波路側面の自由境界表面付近で顕著に現れている。しかも、粒子変位の高さ方向への変化がほとんど無視できることから三次元基本屈曲波モードの性質は横幅$2a$を一定とすると高さ$2b$にはほとんど依存しないことが考えられる。そこで、aで規格化したとき、つまりaを一定として高さbを変化させたときのx方向の粒子変位強度分布を求めると図８のようになる。予想されるように、その分布はa/bの値に依らずほとんど同じ分布になり、それらは高さ方向（y方向）に無限に広がる厚さ$2a$の二次元平板導波路を伝搬するラム波のそれと一致する。そこで、図６の位相特性を導波路の高さではなく、幅aで規格化したものにプロットし直すと図９が得られる。これより、三次元基本屈曲波モードの位相定数はほぼ導波路幅$2a$のみに依存し、高さ$2b$には依存しないこと，また破線で示した二次元反対称ラム波のそれと特性がほぼ一致することから、その性質はＳＨ波でなくラム波に近いと結論付けられる。



$\omega b / \pi v_s = 0.001$

(a)

$\omega b / \pi v_s = 0.01$

(b)

$\omega b / \pi v_s = 0.05$

(c)

$\omega b / \pi v_s = 0.1$

(d)

図７　基本屈曲波モードの粒子変位の周波数依存性

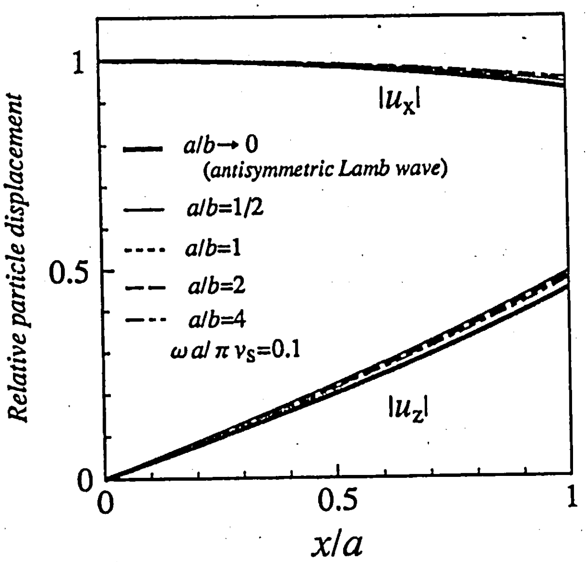


図８　x軸方向に沿った粒子変位の強度分布

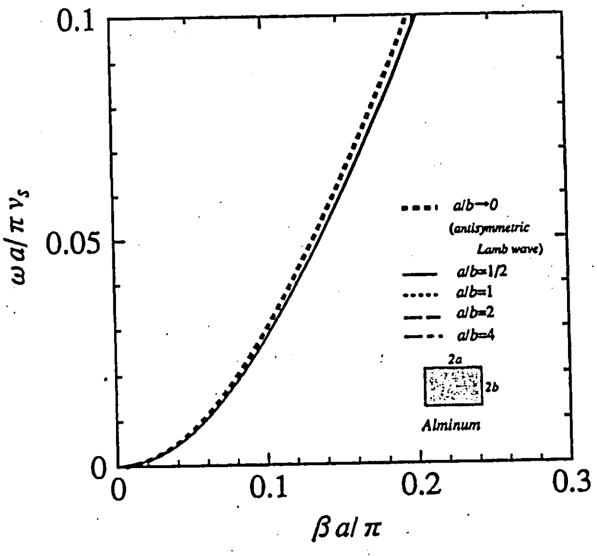
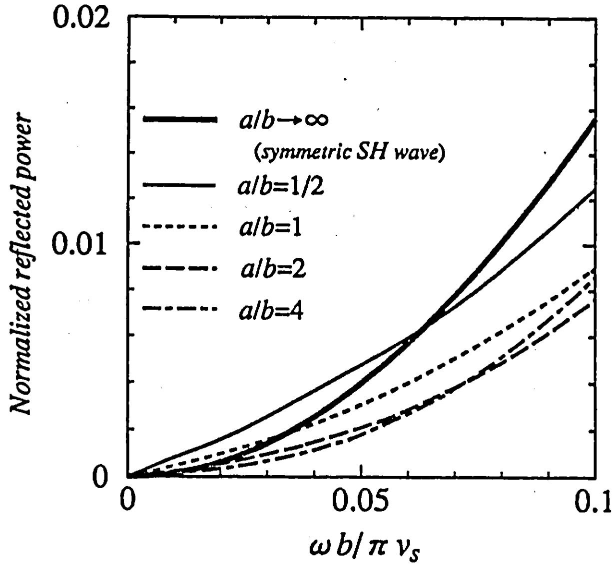
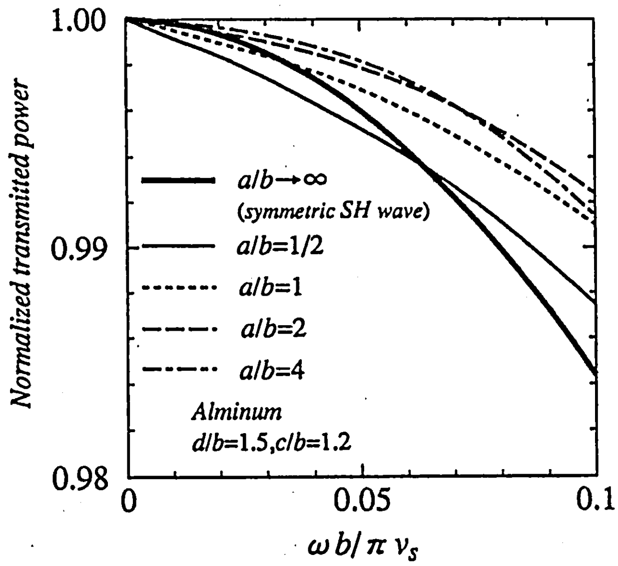


図９　横幅aで規格化した分散特性

次に図５に示す不連続部の境界Γ_1側から三次元基本屈曲波モードが入射した場合の反射、透過特性を図10(a)(b)に示す。図中で太い実線で示したものが$a\rightarrow\infty$として基本対称ＳＨ波の二次元モデルを用いて近似的に反射、透過特性を求めたものである。前述の分散特性の検討からも予測されるように両者の傾向は全く一致せず、簡単な二次元モデルでの近似は困難であることがわかる。そこで、先程の検討で得られた三次元基本屈曲波モードがラム波の性質を持つことに着目した不連続問題の近似解法を考える。まず、入出力導波路を伝搬する三次元基本屈曲波モードは、同じ幅$2a$を持つ二次元平板を伝搬するラム波とほぼ同じ粒子変位を持つことから、二次元ラム波でもって三次元基本屈曲波モードを近似する。このとき、近似導波路は高さ方向（y方向）に無限に広がっており、このままでは同じ方向に不連続が存在する図５の問題は解くことができない。従って、二次元ラム波の伝搬を保ちつつも導波路の高さ$2b$の情報も残る導波路を考える必要がある。これは、三次元導波路の上下の境界面(xz面)を自由境界面から対称条件が成り立つ面に置き換えることで実現できる。図11(a)(b)はこのラム波近似を用いた不連続部の解析結果と三次元有限要素法による正確な結果の比較をしたものである。両者はよく一致しており、ここで提案する近似解法が有効であることがわかる。本近似解法で用いる二次元ラム波の粒子変位ならびに応力は解析的に求めることが可能であり、三次元不連続問題を直接解く場合に比べて計算時間は大幅に短縮され、図５のように凸状不連続部を組み合わせた有限長周期構造のCAD等への本近似解法の適用が可能となる。

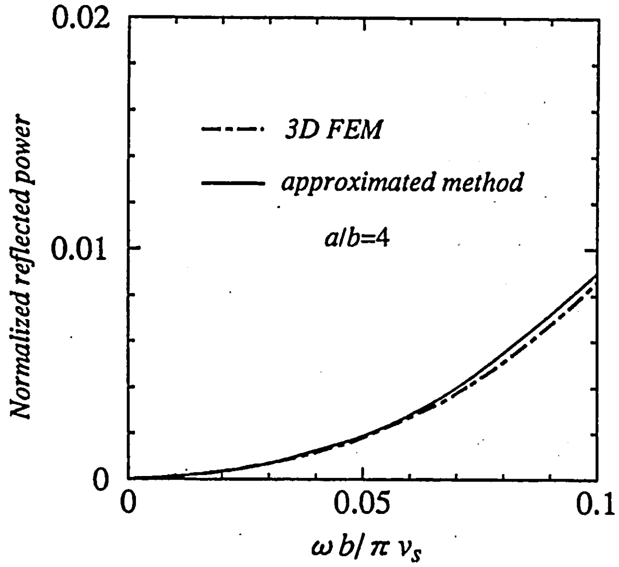


(a) 反射特性

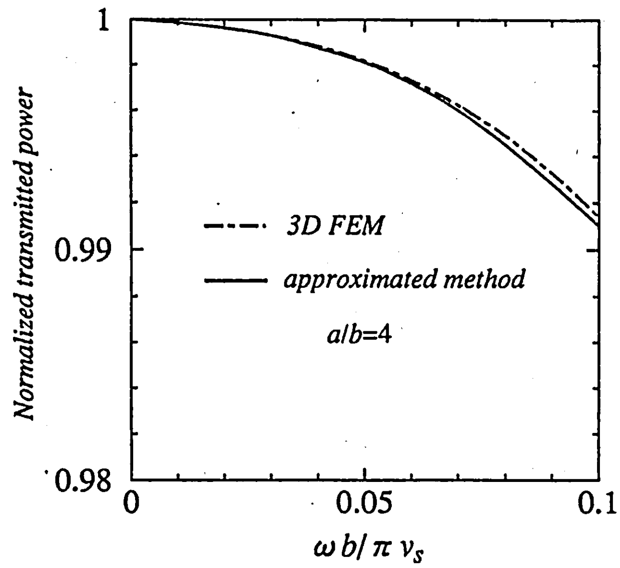


(b) 透過特性

図10　凸状不連続部における基本屈曲波モードの伝送特性



(a) 反射特性



(b) 透過特性

図11 二次元ラム波に基づく近似解析結果と
三次元有限要素法による解析結果の比較

4．むすび

有限要素法を用いて三次元弾性方形導波路のステップ状不連続部の解析を行った。ここでは弾性方形導波路の３つの基本モードの中で特に屈曲波モードを取り上げ、凸状不連続部における反射、透過特性を示した。その際、屈曲波モードが二次元平板を伝搬するラム波で近似できることを明らかにするとともに、ラム波の伝搬に基づく不連続部の近似モデルを提案し、その有用性も示した。

今後は有限長周期構造について詳細な検討を行うとともに、ねじれ波モードについても解析を行う予定である。

謝　辞

本研究の一部は、平成７年度文部省科学研究費補助金（課題番号06650431）の援助の下に行われたことを付記し、謝意を表する。

文　　献

[1] M. Koshiba, M. Okada, H. Morita, and M. Suzuki, "Finite-element analysis of discontinuity problem of SH modes in an elastic plate waveguides," Electron. Lett., vol.17, pp.480-481, June 1981.

[2] M. Koshiba, M. Okada, H. Morita, and M. Suzuki, "Finite-element analysis of discontinuity problem of SH-type modes in piezoelectric plate," Trans. IECE Japan, vol.E65, pp.522-528, Sept. 1982.

[3] Z. Abduljabbar, S.K. Datta, and A.H. Shah, "Diffraction of horizontally polarized shear waves by normal edge cracks in a plate," J. Appl. Phys., vol.54, pp.461-472, Feb. 1983.

[4] M. Koshiba, T. Miki, and M. Suzuki, "Boundary element analysis of the discontinuities in an elastic plate waveguide for SH waves," Trans. IECE Japan, vol.E66, pp.5633-564, Sep. 1983.

[5] M. Koshiba, S. Karakida, and M. Suzuki, "Finite-element analysis of edge resonance in a semi-infinite elastic plate," Electron. Lett., vol.19, pp.256-257, March 1983.

[6] 佐藤真一, 牧本利夫, "段付き圧電弾性波導波系における散乱係数の変分表示式", 信学論, vol.58-B, pp.231-238, May 1975.

[7] B.A. Auld and E.A. Tsao, "A variational analysis of edge resonance in a semi-infinite plate," IEEE Trans. Sonics Ultrason., vol.SU-24, pp.317-326, Sept. 1977.
[8] B.A. Auld and T. Tan, "Symmetrical Lamb wave scattering at a symmetrical pair of thin slots," 1977 IEEE Ultrason. Symp. Proc., pp.61-66, 1977.
[9] 長谷川弘治, 岡田昌己, 小柴正則, "周期構造弾性波導波路の3次元有限要素法解析", 1994年電子情報通信学会春季大会, A-439, March 1994.
[10] H.P. Zidek, A.R. Baghai-Wadji, and F.J. Seifert, "Full-wave 3D analysis of singly and doubly periodic SAW structures," 1992 IEEE Ultrason. Symp. Proc., pp.11-14, 1992.
[11] 桂隆俊, 辻幹男, 繁沢宏, "弾性波方形導波路におけるステップ状不連続部の有限要素法解析", 電気学会電磁界理論研資, EMT-95--44, Dec. 1995.
[12] B.A. Auld, *Acoustic Fields and Waves in Solids*, A Wiley-Interscience Pub., 1972.
[13] O.C. Zienkiewicz, *The Finite Element Methods*, 3rd Ed., McGraw-Hill, London, 1977.
[14] 長谷川弘治, 小柴正則, 鈴木道雄, "有限長周期構造弾性波導波路の有限要素法解析", 信学論(C), vol.J69-C, pp.865-873, July 1986.
[15] T. Makimoto and S. Sato, "Generalized treatment of piezoelectric waveguide," Proc. IEEE, vol.60, pp.733-734, June 1972.
[16] S. Sato and T. Makimoto, "Stationary expressions for scattering coefficients at uniform piezoelectric waveguide junction," Proc. IEEE, vol.61, pp.1648-1650, Nov. 1973.
[17] D.A. Gignac, "Solution of a complex quadratic eigenvalue problem," Int. J. Numer. Math. Eng., vol.11, pp.99-106, Nov. 1977.
[18] T. Katura, M. Tsuji, and H. Shigesawa, "A new understanding for characterizing acoustic rectangular-rod waveguides and 3D discontinuities," 1996 IEEE Intern'l Microwave Symp., San Francisco, June 1996 (to be presented).
[19] 日本学術振興会弾性波素子技術第150委員会, "弾性波素子技術ハンドブック," オーム社, 1991.
[20] 桂　隆俊, "ステップ状不連続を有する弾性方形導波路の伝送特性に関する基礎的研究," 同志社大学修士論文, 1996.

輻射科学研究会資料

RS95-21

非対称分岐導波路からなる光サーキュレータの数値的検討

黒田尚志　北村敏明　下代雅啓　沢新之輔

大阪府立大学工学部

1996年3月11日

1　まえがき

情報通信の分野で伝送の大容量かつ高速化が求められている現在、光導波路や光回路素子に関する研究が活発に行なわれているが、中でも、光アイソレータあるいは光サーキュレータといった光非相反素子は光信号処理システムを構築する上で必要不可欠なデバイスの一つである。

光アイソレータは、光源の半導体レーザの特性が反射光によって不安定になることを防ぐための手段として、いかなるシステムにおいてもその必要性が高い。これに対して、光サーキュレータは、現状での需要はそれほど多くはないが、双方向通信や単方向性光増幅器等の実現といった将来の光通信の高度な展開において重要な役割を果たすものと考えられる。

光サーキュレータについては、従来、重フリントガラスとグラントムソンプリズムを組み合わせた 4 端子光サーキュレータ、フリントガラス内での光の多重反射を利用したファラデー回転子と方解石の三角プリズムを用いた光レーダシステム用光サーキュレータ等が報告されているが [1][2] 、構造が複雑であるばかりでなく、非導波型ゆえに集積化に適していないという難点を有する。一方、素子の小型化、集積化、動作の安定化等の観点から、非相反材料を用いた導波型光サーキュレータも数多く提案されている [3]-[5]。

本研究では、非相反物質を含まない非対称分岐導波路からなる光サーキュレータを提案する。本研究で提案する光サーキュレータは、Y 分岐導波路と X 分岐導波路の組み合わせによって構成されており、光集積回路に適した構造であると考えられる。

以下では、まず、光サーキュレータの基本的構成要素である、Y 分岐導波路ならびに X 分岐導波路の特性を詳細に解析を行ない、各々について最適の構造パラメータを決定する。そして、それに基づいて 4 端子光サーキュレータを構成し、その特性を数値的に検討する。解析には差分ビーム伝搬法を用いる [6]-[8]。

2　解析モデルと動作原理

2.1　解析モデル

本研究で提案する光サーキュレータの構造を図 1 に示す。本光サーキュレータは、長さ L_1+L_2 の四つの Y 分岐導波路と長さ $2L_5$ の一つの X 分岐導波路を組み合せた構造となっており、導波路はすべて、y 方向に一様なスラブ導波路であると仮定する。また、図 1 に示した構造パラメータについては、コアの屈折率を $n_1=1.52$、クラッドの屈折率を $n_2=1.51$、入出力 Port の導波路のコア幅を $d_f=5\lambda$ とし、光波の波長 λ は 1.0μm とする。また、x_0、x_1、y_0 および y_1 については、$x_0+x_1=d_f$ および $y_0+y_1=d_f$ なる条件のもとで良好な特性が得られるよう適当に設定する。入出力 Port は 0 次モードと 1 次モードの二つのモードが伝搬し得るようなコア幅をもつものとする。そのほかの導波路のコア幅は、0 次モードしか伝搬できないようなコア幅となっている。さらに、各分岐の分岐角については、分岐部の長さ、放射損失、モードソーティング特性 (p.3 参照) 等を考慮して、適度に小さな値に設定する必要がある。

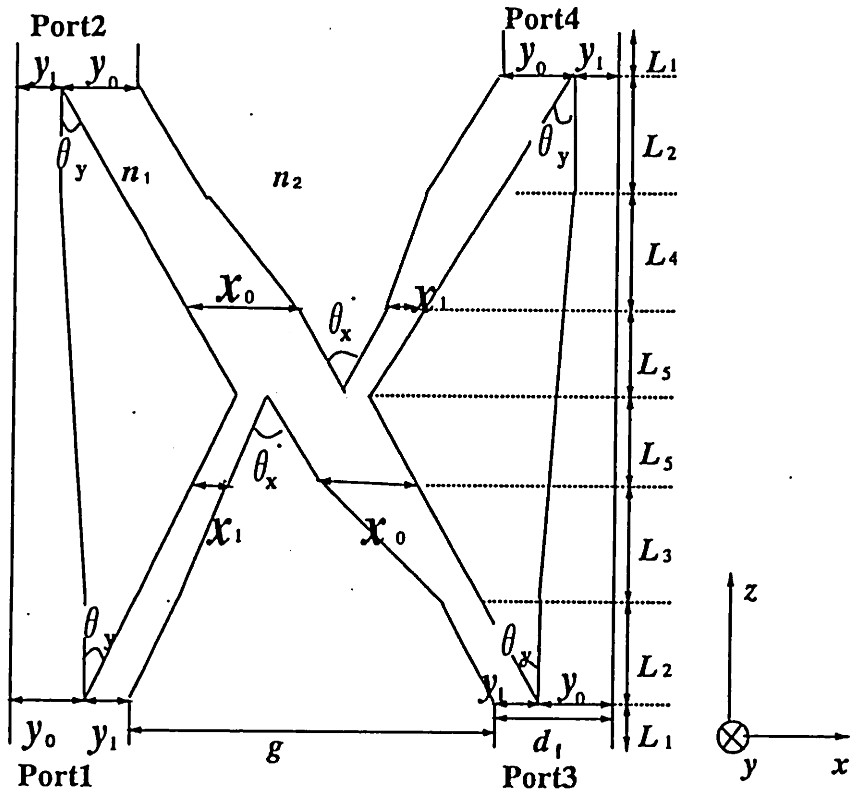


図１　光サーキュレータの構造

2.2　動作原理

図１の構造に含まれるＹ分岐導波路の分岐路のうち、コア幅の大きい分岐路の伝搬定数をβ_{yb}、コア幅の小さい分岐路の伝搬定数をβ_{yl}とすると、次の関係が成立している。

$$\beta_{yb} > \beta_{yl} \tag{1}$$

同じくＸ分岐導波路の分岐路において、コア幅の大きい分岐路の伝搬定数をβ_{xb}、コア幅の小さい分岐路の伝搬定数をβ_{xl}とすると、同様に次の関係が成立している。

$$\beta_{xb} > \beta_{xl} \tag{2}$$

また、入出力Portの導波路の０次モードの伝搬定数をβ_0、１次モードの伝搬定数をβ_1とすると、両者は不等式

$$\beta_0 > \beta_1 \tag{3}$$

を満足する。

図1に含まれるような分岐角の小さい分岐導波路の場合、分岐部から分岐路への構造の変形にともなうモードの移行は、"最も伝搬定数の近い極所正規モードの間で起きる"という法則に従う [9][10]。以下では、この法則をモードソーティングと呼び、これに基づいて本光サーキュレータの動作原理を説明する。

まず、Port1 から0次モードを入射した場合、式 (1) および (3) の関係を満たすモードソーティングにより、Y分岐導波路の分岐部から、コア幅の広い分岐路へと伝搬し、そのまま Port2 側のY分岐導波路の分岐部に到達する。その分岐部では、同じく式 (1) および (3) の関係を満たすモードソーティングにより Port2 の1次モードに変換され、そして出力 Port より出射する。

次に、Port2 から0次モードを入射した場合、式 (1) および (3) の関係より、Y分岐導波路の分岐部ではコア幅の広い分岐路を選択し、X分岐導波路の分岐部に到達する。この分岐部では、式 (2) の関係を満たすモードソーティングにより、X分岐導波路のコア幅の広い分岐路を選択し、そのまま Port3 側のY分岐導波路の分岐部に到達する。この分岐部では、式 (1) および (3) の関係を満たすモードソーティングにより Port3 の1次モードに変換され、出力ポートより出射する。

また、Port3 および4から入射した場合は、それぞれ Port1 および2から入射した場合と同様に説明できる。

以上の定性的特性から、Port1 → 2、2 → 3、3 → 4、4 → 1 という、4Port サーキュレータの動作が期待できるが、各 Port への入力は0次モードであるのに対して、出力はすべて1次モードとなっている。ところで、光信号処理系においてはほとんどの場合、光源と受光素子は分離されているのが望ましく、各入出力 Port に同様の非対称Y分岐導波路を接続することにすれば、すべての Port の光波を0次モードに変換することができる。したがって、図1の構造において、出力 Port から1次モードが出射することに対する懸念はほとんど必要ないものと思われる。

3　解析結果

本研究では、図1に示した全体構造の解析に先立って、まず最初に、光サーキュレータの基本的構成要素であるY分岐導波路およびX分岐導波路の解析を行ない、図1の構造パラメータ x_0、x_1、y_0および y_1を決定する。

図2に、解析の対象となるY分岐導波路を示す。ただし、同図では d_f=5λとし、分岐部の放射損失、モードソーティング特性、導波路長等を詳しく検討した結果、$\theta_y=0.2^\circ$ と設定している。また、Branch1 および2を十分分離し、導波路間隔を広くとるために L_2=3500λ としている。

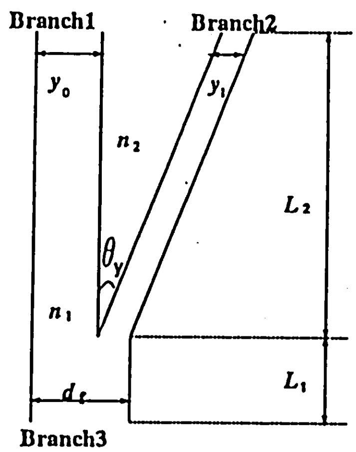


図2　分流Ｙ分岐導波路の解析モデル

図3は、Branch3から0次モードを入射した場合のBranch1のコア幅y_0(ただし、$y_0+y_1 = d_f$)と出力電力の関係を示したグラフである。ただし、出力電力は、各Branchから0次モードとして出力される電力のみを評価し、入射電力によって正規化している。また、実線および一点鎖線はそれぞれBranch1および2からの出力電力を示している。

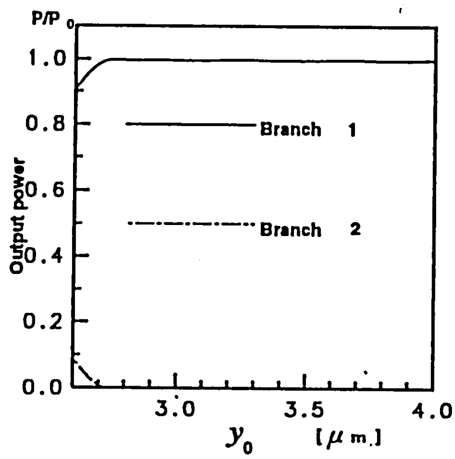


図3　Ｙ分岐導波路の分流特性

図3より、y_0が約2.8λ以上で、入射電力が最も効率よくBranch1へ伝送されていることがわかる。

次に、図4に示すように、図2の入射側と出力側を入れ替えたＹ分岐導波路における合流特性を解析する。

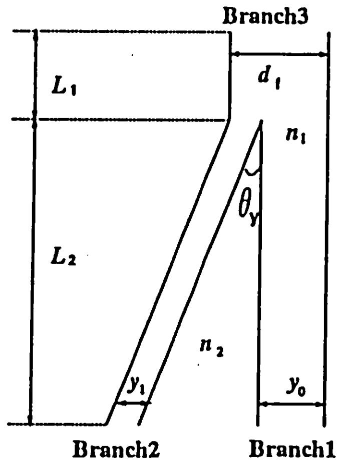


図４　合流Ｙ分岐導波路の解析モデル

図５は、Branch1から０次モードを入射した場合のBranch2のコア幅y_1（ただし、$y_0+y_1=d_f$）とBranch3からの出力電力の関係を示したグラフである。また、図６は、Branch2から０次モードを入射した場合のBranch1のコア幅y_0(ただし、$y_0+y_1=d_f$）とBranch3からの出力電力の関係を示したグラフである。ただし、ここでも出力電力は入射電力によって正規化されており、実線および一点鎖線はそれぞれ、１次モードおよび０次モードとして出力される電力を示している。

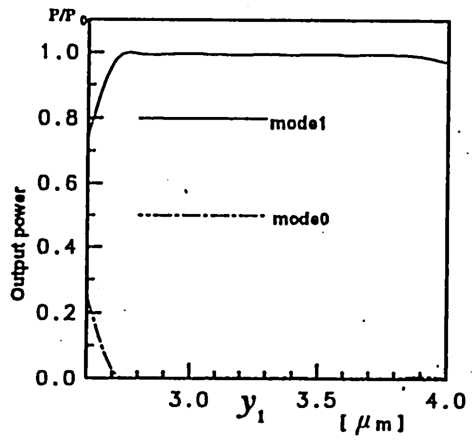


図５　Ｙ分岐導波路のBranch1から入射した場合の合流特性

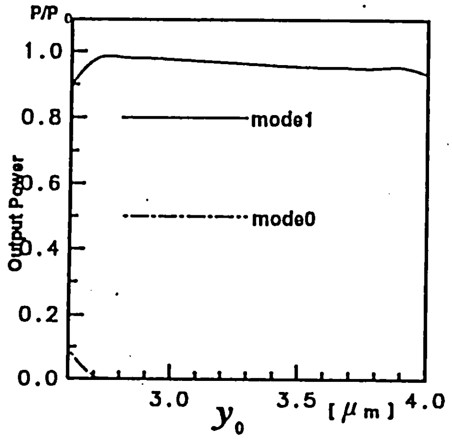


図6　Y分岐導波路のBranch2ら入射した場合の合流特性

図5および6より、入射Branchと異なるBranchのコア幅、すなわち、それぞれy_1およびy_0がともに2.8λ付近で、入射電力が最も効率よくBranch3へ伝送されていることがわかる。以上の結果から、Y分岐導波路の構造パラメータをy_0 =2.8λおよびy_1 =2.2λと設定する。

図7は、図1に含まれるX分岐導波路の主要部を示したものである。ここでは、コア幅については$x_0+x_1=5\lambda$、また分岐角については、Y分岐と同様の検討からθ_x =0.4°と設定している。さらに、Branch1および2、ならびに、Branch3および4の間隔を十分大きくとるために、L_5=860λとしている。

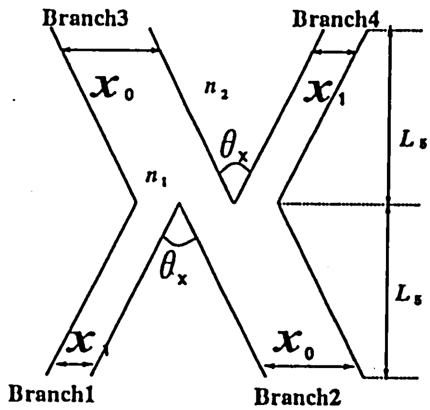


図7　X分岐導波路の解析モデル

図8および9は、それぞれBranch1および2から0次モードを入射した場合のBranch3および4からの出力電力とコア幅x_0との関係を示したグラフである。ただし、出力電力は

0 次モードとして出力される電力を示しており、ここでも入射電力によって正規化されている。ただし、実線および一点鎖線はそれぞれ Branch3 および 4 からの出力電力を示している。

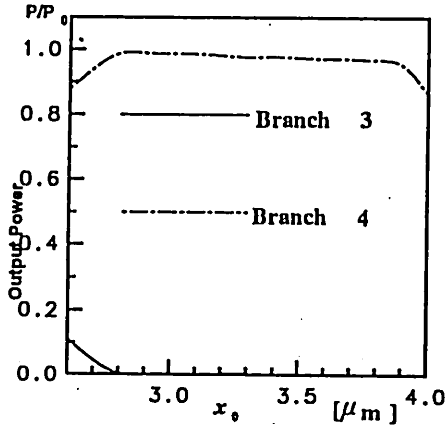


図 8　X 分岐導波路の Branch1 から入射した場合の出力特性

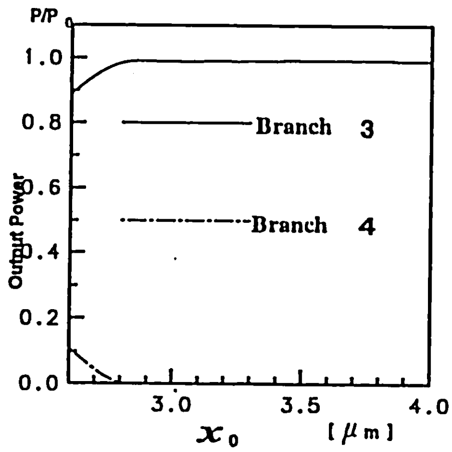


図 9　X 分岐導波路の Branch2 から入射した場合の出力特性

図 8 および 9 は、両者ともにコア幅 x_0が約 2.9 λ以上で、ほぼ最大、一定の消光比が得られることを示しており、この X 分岐導波路のモードソーティング特性は良好であることがわかる。したがって、X 分岐導波路に関する構造パラメータは x_0=2.9λおよび x_1 =2.1λと定める。

以上のように設定した構造パラメータをまとめると表1のようになる。ここで、L_3およびL_4の領域は、設計されたY分岐導波路およびX分岐導波路をなめらかに接続するために設けたテーパ構造である。

表1　光サーキュレータの構造パラメータ

$\lambda = 1.0\ \mu\mathrm{m}$	$n_1 = 1.52$	$n_2 = 1.51$	$y_0 = 2.8\ \lambda$	$y_1 = 2.2\ \lambda$
$x_0 = 2.1\lambda$	$x_1 = 2.9\ \lambda$	$\theta_x = 0.4^\circ$	$\theta_y = 0.2^\circ$	$g=33.23\lambda$
$L_1 = 300\ \lambda$	$L_2 = 3500\ \lambda$	$L_3 = 400\ \lambda$	$L_4 = 570\ \lambda$	$L_5 = 860\ \lambda$

図1の光サーキュレータにおいて、各Portから0次モードを入射した場合の、出力電力を表2に示す。ただし、出力電力はすべて入射電力によって正規化されている。

表2　光サーキュレータ出力Portからの出力電力

Port1から入射

出力	Port2	Port4
0次モード	1.978×10^{-3}	1.694×10^{-3}
1次モード	0.9910	2.646×10^{-6}
合計	0.9929	0.0016
消光比	-27.92[dB]	

Port2から入射

出力	Port1	Port3
0次モード	8.155×10^{-4}	1.178×10^{-3}
1次モード	6.654×10^{-5}	0.9862
合計	0.0008	0.9873
消光比	-30.91[dB]	

Port3から入射

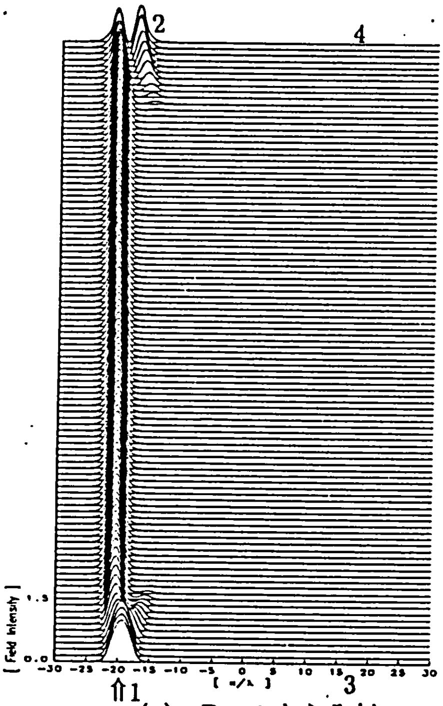
出力	Port2	Port4
0次モード	1.698×10^{-3}	1.950×10^{-3}
1次モード	3.507×10^{-6}	0.9908
合計	0.0016	0.9927
消光比	-27.92[dB]	

Port4から入射

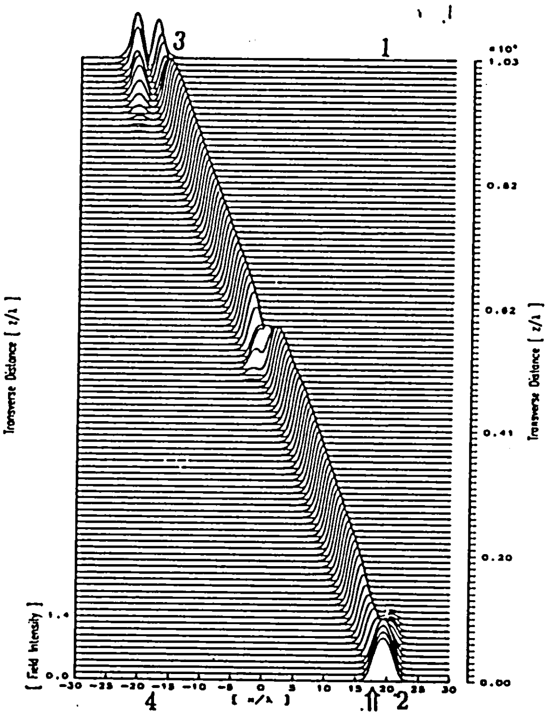
出力	Port1	Port 3
0次モード	3.654×10^{-2}	9.618×10^{-4}
1次モード	0.9473	3.426×10^{-6}
合計	0.9838	0.0009
消光比	-30.38[dB]	

以上の結果から、図1の構造は各Portへの0次モード入射に対して1次モードを出力する、Port1→2→3→4→1型光サーキュレータとしての良好な特性を与えていることがわかる。また、Port1または3から入射した場合の出力電力と、Port2または4から入射した場合の出力電力を比較すると、損失は後者のほうが大きくなっていることがわかる。これは、Port2または4から入射した場合は、X分岐導波路を通るために余分な放射損失を被ることになり、出力電力の総和がわずかに低下したものと考えられる。

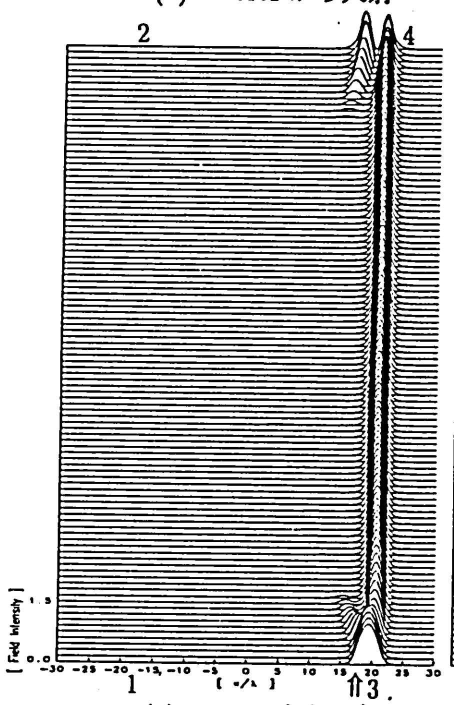
つぎに、各Portから0次モードを入射した場合の伝搬波形を図10に示す。表2に示した数値データにおいて放射損失が極めて少ないことは、これらの伝搬波形からも容易に確認できる。



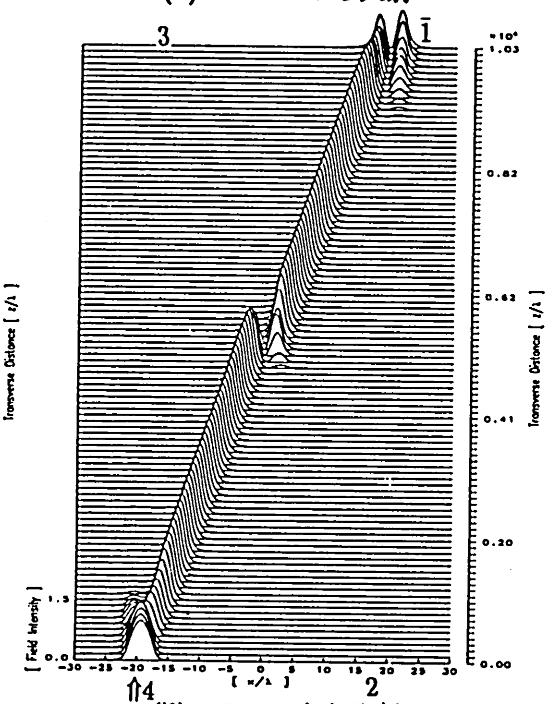
(a)　Port1 から入射



(b)　Port2 から入射



(c)　Port3 から入射



(d)　Port4 から入射

図 10　各 Port に 0 次モードを入射した場合の伝搬波形

表1の構造パラメータでは、光サーキュレータの全長が10290λとなり、かなり大きなものとなってしまう。そこで、L_2を短くすることによる構造の短縮を考える。数値シミュレーションを実行した結果、L_2 =1440λおよびg=18.84λとし、それ以外の構造パラメータについては表1と同一に設定する。これによって、光サーキュレータの全長が10290λから6170λまで短縮される。各導波路から0次モードを入射した場合の出力電力を表3に示す。ただし、各出力電力は入射電力によって正規化されている。

表3　短縮した光サーキュレータ (L_2=1440 λ) の出力Portからの出力電力

Port1から入射

出力	Port2	Port4
0次モード	1.910×10^{-3}	1.517×10^{-3}
1次モード	0.9910	2.007×10^{-6}
合計	0.9929	0.0015
消光比	-28.20[dB]	

Port2から入射

出力	Port1	Port3
0次モード	4.791×10^{-3}	3.773×10^{-3}
1次モード	1.833×10^{-4}	0.9826
合計	0.0049	0.9863
消光比	-23.03[dB]	

Port3から入射

出力	Port2	Port4
0次モード	4.645×10^{-3}	1.703×10^{-3}
1次モード	9.397×10^{-6}	0.9881
合計	0.0046	0.9898
消光比	-23.32[dB]	

Port4から入射

出力	Port1	Port3
0次モード	2.561×10^{-2}	1.120×10^{-3}
1次モード	0.9557	2.448×10^{-5}
合計	0.9813	0.0011
消光比	-29.50[dB]	

以上の結果から、L_2=1440λとしたことによって、所望のPortからの出力電力がわずかに減少しているものもあるが、消光比は依然として高い値を示しており、光サーキュレータとしての機能は十分満足できるものである。また、所望Portからの出力電力の低下は、放射損失の増加につながっているわけでなく、もう一方のPortからのわずかな出力の増加に帰着している。これが消光比のわずかな低下をもたらしている。構造パラメータをさらに改善することによって、高い消光比を保ちながら構造をより一層短縮することは可能であると思われる。

つぎに、L_2=1440λとし、各Portから0次モードを入射した場合の伝搬波形を図11に示す。これらの図より、L_2=1440λに短縮しても図10の伝搬波形とほとんど変わらない伝搬波形が得られていることがわかる。

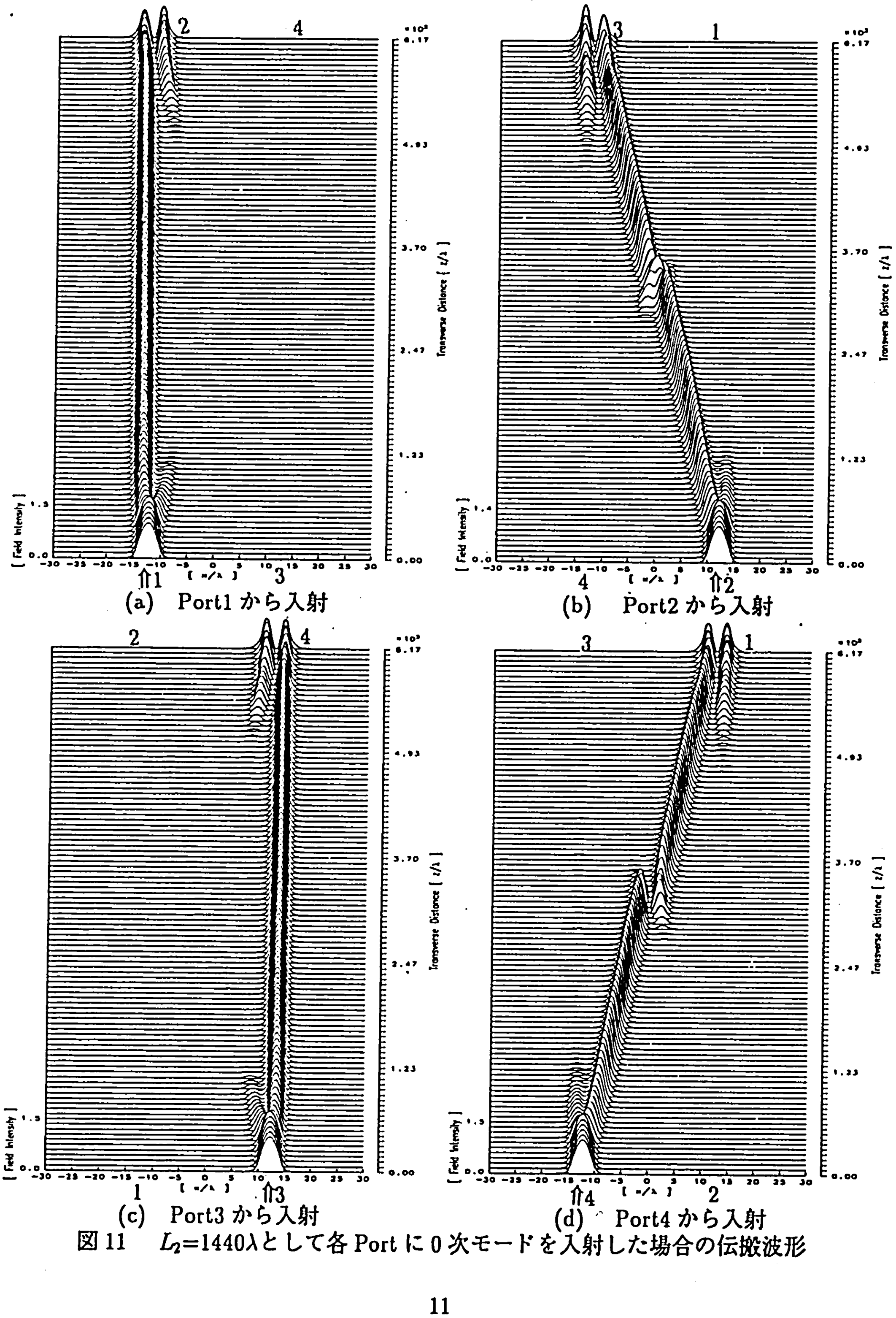


図 11　L_2=1440λとして各 Port に 0 次モードを入射した場合の伝搬波形

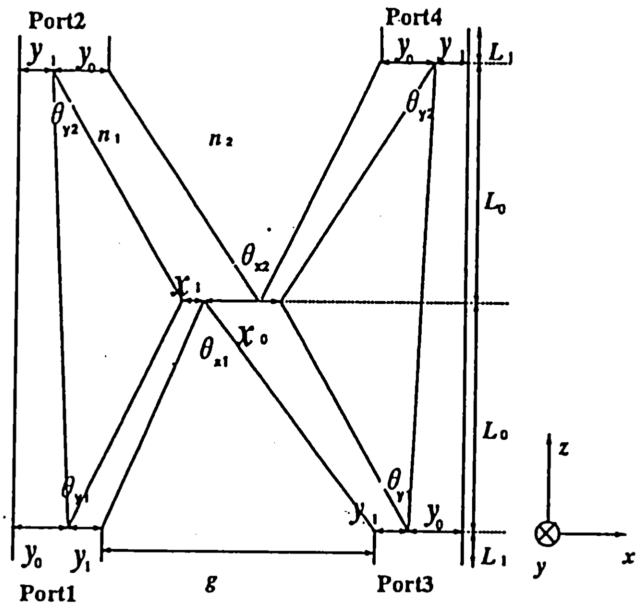


図 12　単純化した光サーキュレータの構造

図 1 の構造は、全体が八つのセクションからなっており、かなり複雑な構造である。そこで、テーパ構造を図 12 に示すように単純化したものについて検討する。同図における構造パラメータは表 4 のように設定している。この場合、全長は 6200λとなる。

表 4　単純化した光サーキュレータの構造パラメータ

$\lambda = 1.0\ \mu$m	$n_1 = 1.52$	$n_2 = 1.51$	$y_0 = 2.8\ \lambda$	$y_1 = 2.2\ \lambda$
$x_0 = 2.1\lambda$	$x_1 = 2.9\ \lambda$	$L_1 = 300\ \lambda$	$L_0 = 2800\ \lambda$	$\theta_{x1} = 0.410^\circ$
$\theta_{x2} = 0.387^\circ$	$\theta_{y1} = 0.200^\circ$	$\theta_{y2} = 0.199^\circ$	$g = 19.54\lambda$	

各 Port から 0 次モードを入射した場合の、出力電力の解析結果を表 5 に示す。ただし、出力電力は入射電力によって正規化されている。

表 5　単純化した光サーキュレータの出力 Port からの出力電力

Port1 から入射

出力	Port2	Port4
0 次モード	2.370×10^{-3}	9.890×10^{-4}
1 次モード	0.9923	2.903×10^{-5}
合計	0.9946	0.0010
消光比	-29.97[dB]	

Port2 から入射

出力	Port1	Port3
0 次モード	2.400×10^{-3}	4.156×10^{-2}
1 次モード	2.429×10^{-3}	0.9423
合計	0.0048	0.9839
消光比	-23.11[dB]	

Port3 から入射

出力	Port2	Port4
0 次モード	4.154×10^{-2}	3.010×10^{-2}
1 次モード	9.531×10^{-5}	0.9214
合計	0.0416	0.9515
消光比	-13.59[dB]	

Port4 から入射

出力	Port1	Port3
0 次モード	9.847×10^{-4}	3.004×10^{-2}
1 次モード	0.9569	1.876×10^{-3}
合計	0.9578	0.0319
消光比	-14.77[dB]	

この結果より、単純化した構造では、図 1 の構造に比べて消光比はわずかに低下していることがわかる。特に、Port3 および 4 から入射した場合の低下は著しいようである。単純化した構造においては、各分岐のコア幅は、分岐部を離れるとただちに線形的に変化する。特に、Port3 および 4 の分岐に関しては、狭い方は広くなり、広い方は狭くなっている。したがって、分岐間の分離が十分に達成されるまでに、両者の等価屈折率の値が近くなり、その結果、分岐間に弱い結合が生じ、狭い方の分岐にもわずかながら電力が分配されることになる。これが、Port3 および 4 から入射したときの消光比の低下をもたらしていると考えられる。

図 13 に、単純化した光サーキュレータの各 Port から 0 次モードを入射した場合の伝搬波形を示す。望ましくない Port への結合電力は、数値的には入射電力の数パーセント程度の値ではあるが、図 13 の伝搬波形を見ると視覚的に十分認識できる程度の量となっており、無視しきれないことがわかる。

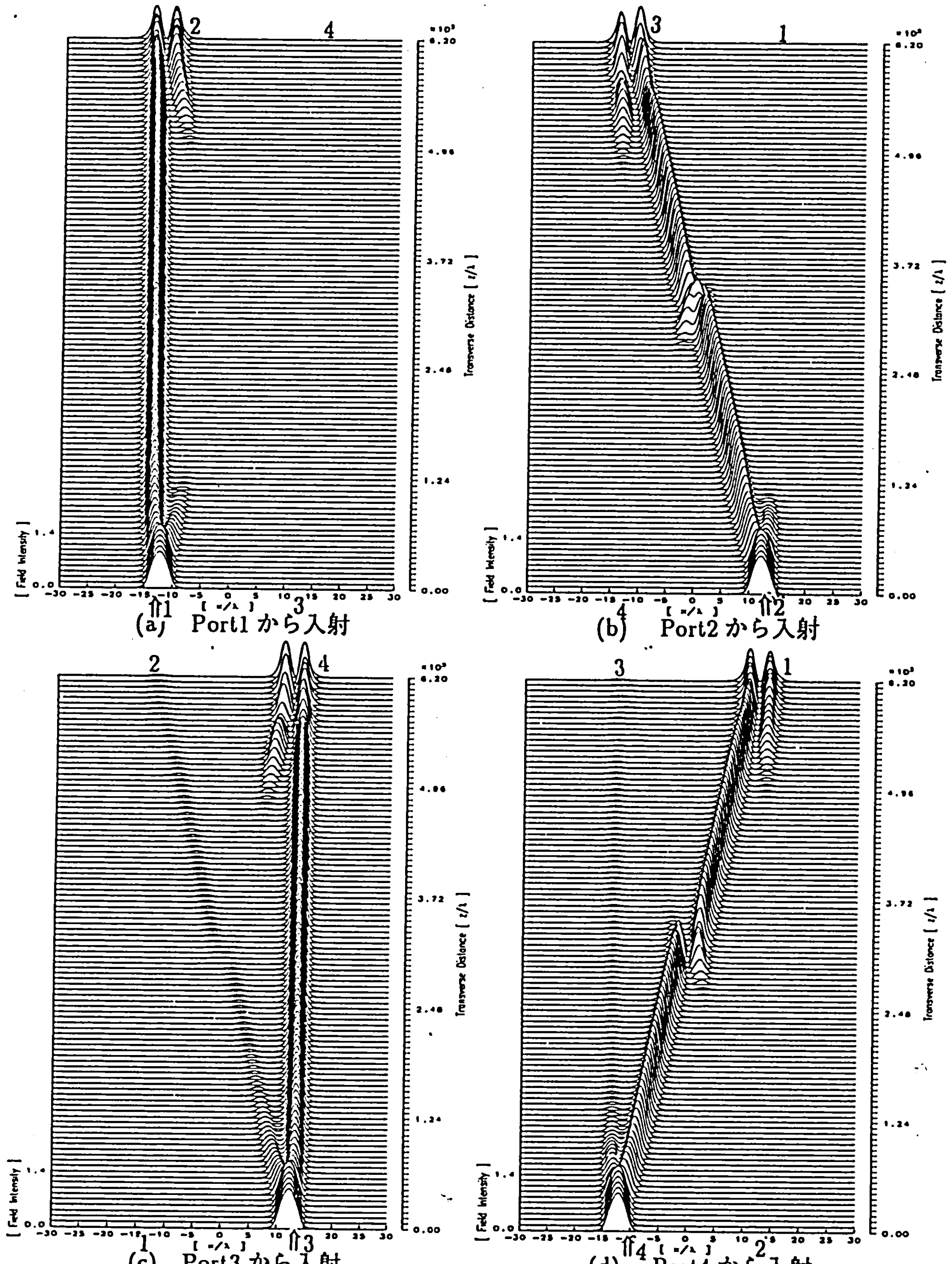


図 13　単純化した光サーキュレータの各 Port に 0 次モードを入射したの場合の伝搬波形

4　まとめ

本論文では、非相反物質を含まない非対称分岐導波路からなる光サーキュレータを提案した。まず、光サーキュレータを構成するための基本構造であるＹ分岐導波路およびＸ分岐導波路の特性を解析し、各々の最適な構造パラメータを決定した。そして、その構造を基本にして光サーキュレータを構成し、数値シミュレーションに基づいてその特性を数値的に検討した。また、光サーキュレータの全長を短縮することについても検討し、光サーキュレータとして良好な機能が得られることを明らかにした。

参考文献

[1] 渋川篤, 小林盛男, "光ファイバ通信用小形光サーキュレータ", 信学技法, OQE79-20, pp.15-21, May. 1979.

[2] 白崎正孝, 桑原秀夫, 小保方武, "偏光依存性のない小型光サーキュレータ", 信学技法, OQE79-100, pp.37-42, Nov. 1979.

[3] K. Matsubara and H. Yajima, "Analysis of Y-branching Optical Circulator Using Magnetooptic Medium as a Substrate", J. Lightwave Technol.,vol.9, no.9, pp.1061-1067, Sep. 1991.

[4] T. Mizuno, K. Oochi, T. Harada, and Y. Naito "Measurement of optical nonreciprocal phase in a Bi-substituted $Gd_3Fe_5O_{12}$ film and application to waveguide-type optical circulator", J. Lightwave Technol.,vol.LT-4, pp.347-352, Mar. 1986.

[5] M. Koshiba and Y. Tsuji, "A Finite Element Beam Propagation Method for Strongly Guiding Longitudially Varying Optical Waveguides", Proc. OFSET'95. Tianjin. China, vol.2-2, pp.b74-b80, Sep. 1995.

[6] Y. Chung and N. Dagli , "An Assessment of Finite Difference Beam Propagation Method", IEEE J. Quantum Electron., vol.QE-26, no.8, pp.1335-1339, Aug. 1990.

[7] G. R. Hardley, "Transparent Boundary Condition for Beam Propagation Method", IEEE J. Quantum Electron., vol.QE-28, no.1, pp.363-370, Jan. 1992.

[8] G. R. Hardley, "Transparent Boundary Condition for Beam Propagation", Opt. Lett., vol.16, no.9, pp.624-626, Nov. 1986.

[9] 沢新之輔, 岸岡清, 里村裕, 下代雅啓, "光工学概論", 朝倉書店, pp.139-144, 1995.

[10] H. Yajima, "Coupled Mode Analysis of Dielectric Planar Branching Waveguides", IEEE J. Quantum Electron., vol.QE-14, no.10, pp.749-755, Oct. 1978.

輻射科学研究会資料
RS 95-22

周期構造ミリ波放射アンテナの解析
Theoretical Analysis of a Leaky mm-Wave Antenna Consisting of a Double Periodic Corrugation.

ドルケン　ユヌス　　東内　優一　　張　年錫
Dolkun Yunus　　Yuuichi Tounai　　Nion Sock Chang

大阪電気通信大学　工学部
Osaka Electro-Communication University

572　大阪府寝屋川市初町 18-8
18-8 Hatsu-chou, Neyagawa, Osaka 572, Japan

平成8年 3月 11日

あらまし　本報告は、接地された金属板上に誘電体と層状磁性薄膜を配置し、上部と下部に異なる周期構造を施してミリ波放射アンテナを構成させ、外部直流磁界を印加した条件のもとで放射特性を摂動法のよって解析したものである。解析では、*MSS*(*multiple space scale*)　法を併用しており、入射波、放射波と導波の結合関係式、振幅輸送方程式を導出し、アンテナとした場合の放射効率、放射角度の表現式を求めた。放射波周波数帯域で上、下部周期構造の波数（波長）が異なった値を与えた場合について数値計算を行い、結合係数、漏れ波係数、放射効率と放射角度の周期比K　に依存することを示し、これらを従来の片面に周期構造を設けたアンテナや二重周期構造アンテナの特性と比較している。また下層の誘電体を磁性体に置き換えた場合についても解析を行なっている。

1．まえがき

周期構造の系を伝搬する電磁波の振舞いは興味深い特性を持っている。その特性はいろいろなデバイスに利用されている。特に、デバイスを形成する媒質は誘電体、磁性体などで、これらを用いた放射アンテナも実用化されている。この中で誘電体、磁性体スラブを用いて構成された漏れ波アンテナ、更に一層加えた層状構造で下部に周期構造を設けた金属板接地のもの、あるいは逆に上部を周期構造化し、下部金属化したものに対する理論的な解析及び実験結果があるほか、一層あるいは二層の系で二重周期化した場合の解析も報告されている［1,5,9,11］。そしてこのような構造は従来のアンテナに比べて良い放射特性が期待されている。

本研究では、この種アンテナの特性改善を目指して接地された金属上に誘電体と層状磁性薄膜、あるいは磁性体と磁性体薄膜を配置し、上部と下部に異なる周期構造を施してミリ波放射アンテナを構成させ、その放射特性調べることによって片面だけに周期構造を設けたアンテナや同じ周期の二重周期構造を付加したアンテナ［4,9,11］等と比較し、最適な動作特性を持つ構造を見出すことを目的としている。

解析は、*MSS* 法[5]を含む摂動法を用いて理論的に取り扱っている。得られた結果は導波と放射波の結合関係、放射効率、放射角度等の波数比$K(K_1/K_2)$の影響を含めた磁界依存性の関係式の定式化で、そして放射波が存在する周波数帯域で上下部周期構造の波数が異なる値を与えた場合の放射効率、放射角度並びに結合係数、漏れ波係数等について数値計算を行なうと同時に従来のアンテナと比較し、それらの間の差異について検討を行なっている。

2．解析

2.1　問題の定式化

図（1）に示すように厚みはh、dとした層状磁性体、誘電体スラブ線路の両側面にそれぞれ異なる正弦状の周期構造を設けたアンテナモデルを考える。図で示したように上層は磁性体で飽和磁化はM_s、透磁率はμ_f、誘電率をε_fとする。下層は誘電体で、金属板により接地されている。誘電体層の誘電率をε_dとする。磁性体をz方向に外部直流磁界H_zで磁化した場合にy方向（長さ方向）に伝搬するTEモード）の漏れ波を取り扱う。また解が時間的に$e^{-j\omega t}$で変化し、z方向には一様（$\partial/\partial z=0$）と仮定する。TEモードを構成する電磁界成分E_z、H_x、H_yに関して*MSS* 法を組み合わせた摂動法を利用して解析を行なう。

両周期構造表面の変調指数をそれぞれη_1、η_2とし、波長をλ_1、λ_2とすると各層の伝搬方向に対する変化は次式のように表される。

$$x_1=h(y)=h(1+\delta\eta_1\cos K_1 y) \tag{2.1}$$

$$x_2=d(y)=d\{-1+\delta\eta_2\cos(K_2 y+\phi)\} \tag{2.2}$$

$$K_1=2\pi/\lambda_1、K_2=2\pi/\lambda_2$$

K_1、K_2は各周期の波数を示す。ϕは上層と下層の位相差を示す。δは*MSS* 法で用いられる摂動パラメー

タである。
図1の系を伝搬する波動を*Maxwell*の方程式で書くと次のようになる。

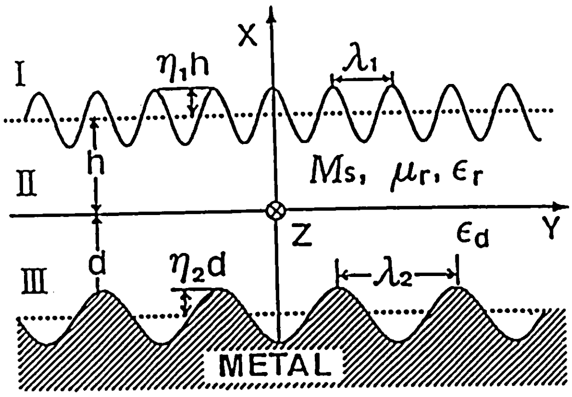


Fig.1

$$\nabla\times E_r = j\omega\mu_0\tilde{\mu}H_r \tag{2.3}$$
$$\nabla\times H_r = -j\omega\varepsilon_0\varepsilon_r E_r \tag{2.4}$$

ここで$\tilde{\mu}$は磁性体のテンソル透磁率である。

$$\tilde{\mu} = \begin{bmatrix} \mu & -j\kappa & 0 \\ j\kappa & \mu & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \tag{2.5}$$

$$\mu = 1 + \frac{\omega\omega_m}{\omega_0^2-\omega^2} \qquad \kappa = \frac{\omega\omega_m}{\omega_0^2-\omega^2} \qquad \omega_0 = \gamma\mu_0 H_0 \qquad \omega_m = \gamma\mu_0 M_s$$

ところで、γ 、$\mu_0 M_s$、$\mu_0 H_0$はそれぞれ磁気回転比、飽和磁化、外部直流磁界を示す。

進行方向がy方向であるTEモードの場合を考え（$E_{yr}=0$）、これを*Maxwell*方程式に適用して整理すると次の微分方程式(*Helmholtz*)を得る。

$$\left(\frac{\partial^2}{\partial x^2}+\frac{\partial^2}{\partial y^2}+\omega^2 k^2\varepsilon_r\mu_f\right)E_{zr} = 0 \tag{2.6}$$

また磁界成分をE_zで表すと

$$H_{yr} = -\frac{1}{j\omega\mu_0\mu_f}\left(\frac{\partial}{\partial x}+j\kappa_f\frac{\partial}{\partial y}\right)E_{zr} \tag{2.7}$$

$$H_{xr} = -\frac{1}{j\omega\mu_0\mu_f}\left(\frac{\partial}{\partial y}-j\kappa_f\frac{\partial}{\partial x}\right)E_{zr} \tag{2.8}$$

ただし

$$\mu_f = \frac{\mu^2-\kappa^2}{\mu} \qquad \kappa_f = \frac{\kappa}{\mu} \qquad k = \omega\sqrt{\varepsilon_0\mu_0}$$

（２．６）－（２．８）式は自由空間と誘電体層の場合にも適用できる。ただしこの時$\kappa_f = 0$、$\mu_f = 1$となる。

添え字rはそれぞれの領域を表す。

$r = a$	自由空間	$(x > h)$
$r = f$	磁性体層	$(0 < x < h)$
$r = d$	誘電体層	$(-d < x < 0)$

周期構造を持つ導波路の厳密的な解析は一様な構造の導波路の場合に比べて極めて難しくなるため、ここでこのような構造を持つ導波路を系統的に解析する有効な手法の一つである*MSS* 法を含む摂動法を利用する。この方法は空間高調波との相互作用による波動の時間的、空間的な変化を多変数表示する法と周期構造の表面における境界条件を摂動展開する手法を併用したものである。したがって、まず展開パラメータδを用いて次式のように変数変換を行なう。

$$y_0 = y,\quad y_1 = \delta y,\quad y_2 = \delta^2 y \tag{2.9}$$

よって、電界成分$E_{zrn}(x,y)$は次式のように展開できる。

$$\begin{aligned} E_{zrn}(x,y) &= E_{zr0}(x,y_0,y_2) + \delta E_{zr1}(x,y_0,y_2) \\ &\quad + \delta^2 E_{zr2}(x,y_0,y_2) + \cdots \end{aligned} \tag{2.10}$$

また、連鎖定理によりy方向について微分展開をすると次のように表される。

$$\frac{\partial}{\partial y} = \frac{\partial}{\partial y_0} + \delta\frac{\partial}{\partial y_1} + \delta^2\frac{\partial}{\partial y_2} + \cdots \tag{2.11}$$

式（２．１０）、（２．１１）で$\delta^n (n \geq 3)$に比例する高次の摂動項のの影響は無視している。
$\delta^n (n = 0,1,2)$はそれぞれの摂動項を表す。

*Helmhotz*方程式（２．６）に（２．１０）と（２．１１）を代入すると次式のようになる。

$$\left(\frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y_0^2} + \varepsilon_r \mu_f k^2\right) E_{zrn} = 0 \qquad r = a,f,d.\ n = 0,1 \tag{2.12}$$

$$\left(\frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y_0^2} + \varepsilon_r \mu_f k^2\right) E_{zr2} = -2\frac{\partial E_{zr0}}{\partial y_0 \partial y_2} \qquad r = a,f,d \tag{2.13}$$

を得る。式（２．１２）はδ^nの零次、一次項に対応する微分方程式（波動方程式）で、式（２．１３）は二次項に対応する微分方程式を表す。

同じようにして（２．１０）と（２．１１）を（２．７）と（２．８）に代入すれば、磁界成分H_{xrn}、H_{yrn}の各磁界に対する式を表せる。

2.2 境界条件

電界Eと磁界Hの接線成分が各境界面で連続であることから、それぞれの境界条件式が得られる。$x=0$面においては*corrugation*がないため容易に導かれるが、$x=h$と$x=-d$の面に関して図2のような仮定をすると、この二つの境界表面は図に示した正弦状の溝により次式のような傾きを持っていると考えられる。

$$\frac{dx_i}{dy}=\tan(\phi_i)\quad\left[\lim\frac{\Delta x_i}{\Delta y}=\tan(\phi_i)\right]\quad i=1,2 \tag{2.14}$$

したがって、境界条件は（２．１５）、（２．１７）のようになる。

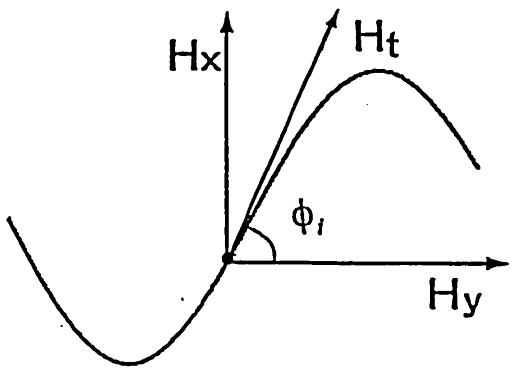


Fig. 2

$x=h(y)$	$E_{za}=E_{zf}$	(2.15a)
	$H_{ya}+\tan(f_1)H_{za}=H_{yf}+\tan(f_1)H_{xf}$	(2.15b)
$x=0$	$E_{zf}=E_{zd}$	(2.16a)
	$H_{yf}=H_{yd}$	(2.16b)
$x=d(y)$	$E_{zd}=0$	(2.17a)
	$H_{yd}+\tan(\phi_2)H_{xd}=0$	(2.17b)

（２．１７）において、$x=-d$の下部は金属であるので電界の接線成分が零となる。

次に境界条件の摂動計算を考える。$x=0$における電磁界のδ^0、δ^1、δ^2次の境界条件は、式（２．１６ａ）、（２．１６ｂ）から容易に導かれる。一方、*corrugation*の表面$x_1=h(1+\delta\eta_1\cos K_1 y)$、$x_2=d\{-1+\delta\eta_2\cos(K_2 y+\phi)$における境界条件（２．１５）、（２．１７）には摂動法を適用すると共にδに関して*Taylor*展開を行なう。具体的にx_1、x_2における電磁界の値は$x=h$、$x=-d$回りで*Taylor*展開を行なうことによって近似する。従って、（２．１５）～（２．１７）式を次式のような等価的な境界条件式に直せる。

$x=h$

$0(\delta^0)$:

$$E_{a0} = E_{f0} \tag{2. 18a}$$

$$\frac{\partial}{\partial x}E_{a0} = \frac{1}{\mu_f}\left(\frac{\partial}{\partial x} + j\kappa_f\frac{\partial}{\partial y}\right)E_{f0} \tag{2. 18b}$$

$0(\delta^1)$:

$$E_{a1} + h\eta_1\cos(K_1y)\frac{\partial}{\partial x}E_{a0} = E_{f1} + h\eta_1\cos(K_1y)\frac{\partial}{\partial x}E_{f0} \tag{2. 18c}$$

$$\begin{aligned}&h\eta_1K_1\sin(K_1y)\frac{\partial}{\partial y_0}E_{a0} + \frac{\partial}{\partial x}\left\{E_{a1} + h\eta_1\cos(K_1y)\frac{\partial}{\partial y_0}E_{a0}\right\}\\&= \frac{1}{\mu_f}\left\{h\eta_1K_1\sin(K_1y)\left(\frac{\partial}{\partial y_0} - j\kappa_f\frac{\partial}{\partial x}\right)\right.\\&\left.+\left(\frac{\partial}{\partial x} + j\kappa_f\frac{\partial}{\partial y_0}\right)\left(E_{f1} + h\eta_1\cos(K_1y)\frac{\partial}{\partial x}E_{f0}\right)\right\}\end{aligned} \tag{2. 18d}$$

$0(\delta^2)$:

$$\begin{aligned}&E_{a2} + h\eta_1\cos(K_1y)\frac{\partial}{\partial x}E_{a1} + \frac{1}{2}\{h\eta_1\cos(K_1y)\}^2\frac{\partial^2}{\partial x^2}E_{a0}\\&= E_{f2} + h\eta_1\cos(K_1y)\frac{\partial}{\partial x}E_{f1} + \frac{1}{2}\{h\eta_1\cos(K_1y)\}^2\frac{\partial^2}{\partial x^2}E_{f0}\end{aligned} \tag{2. 18e}$$

$$\begin{aligned}&\frac{\partial E_{a2}}{\partial x} + h\eta_1\cos(K_1y)\frac{\partial E_{a1}}{\partial x} + h\eta_1\sin(K_1y)\frac{\partial E_{a1}}{\partial y_0} +\\&+\frac{1}{2}(h\eta_1)^2\frac{\partial}{\partial x}\left[\cos^2(K_1y)\frac{\partial^2 E_{a1}}{\partial x^2}\right]\\&+(h\eta_1)^2K_1\sin(K_1y)\frac{\partial}{\partial y_0}\left[\cos(K_1y)\frac{\partial E_{a0}}{\partial x}\right]\\&= \frac{1}{\mu_f}\left\{\frac{\partial E_{f2}}{\partial x} + j\kappa_f\left(\frac{\partial E_{f2}}{\partial y_0} + \frac{\partial E_{f0}}{\partial y_2}\right)\right.\\&+h\eta_1\left(\frac{\partial}{\partial x} + j\kappa_f\frac{\partial}{\partial y_0}\right)\left[\cos(K_1y)\frac{\partial E_{f1}}{\partial x}\right]\\&+h\eta_1K_1\sin(K_1y)\left(\frac{\partial}{\partial y_0} - j\kappa_f\frac{\partial}{\partial x}\right)E_{f1}\\&+\frac{1}{2}h^2\eta_1^2\left(\frac{\partial}{\partial x} + j\kappa_f\frac{\partial}{\partial y_0}\right)\left[\cos^2(K_1y)\frac{\partial^2 E_{f0}}{\partial x^2}\right]\\&+\frac{1}{2}h^2\eta_1^2K_1\sin(K_1y)\left(\frac{\partial}{\partial y_0} - j\kappa_f\frac{\partial}{\partial x}\right)\cos(K_1y)\frac{\partial E_{f0}}{\partial x}\end{aligned} \tag{2. 18f}$$

$x = 0$

$0(\delta^n)$:

$$E_{dn}=E_{fn} \qquad n=0,1,2 \tag{2.19a}$$

$$\frac{1}{\mu_f}(\frac{\partial}{\partial x}+j\kappa_f\frac{\partial}{\partial y_0})E_{fn}=\frac{\partial E_{dn}}{\partial x} \qquad n=0,1 \tag{2.19b}$$

$0(\delta^2)$:

$$\frac{\partial E_{d2}}{\partial x}=\frac{1}{\mu_f}\{\frac{\partial E_{f2}}{\partial x}+j\kappa_f(\frac{\partial E_{f2}}{\partial y_0}+\frac{\partial E_{f0}}{\partial y_2})\} \tag{2.19c}$$

$x=-h$

$0(\delta^0)$:

$$E_{d0}=0 \tag{2.20a}$$

$0(\delta^1)$:

$$E_{d1}+d\eta_2\cos(K_2y+\phi)\frac{\partial}{\partial x}E_{d0}=0 \tag{2.20b}$$

$0(\delta^2)$:

$$E_{d2}+d\eta_2\cos(K_2y+\phi)\frac{\partial}{\partial x}E_{d1}+\frac{1}{2}d^2\eta_2^2\cos^2(K_2y+\phi)\frac{\partial^2}{\partial x^2}E_{d0}=0 \tag{2.20c}$$

磁界に対する境界条件式は計算上必要ないから省略する[13､14､16]。系の振舞いを明らかにするために各次界における波動方程式を解くことにする。

2.3 零次界

零次界は導波路が周期構造を含まない伝送系で基本伝搬波である。零次界の波動方程式（２．１２）より各領域での解を次のように仮定する。

$$E_{a0}=N_gA_0e^{-k_1(x-h)}e^{j\beta y_0} \qquad h<x<\infty \tag{2.21a}$$

$$E_{f0}=N_g(B_0\frac{\cos k_2x}{\cos k_2h}+C_0\frac{\sin k_2x}{\sin k_2x})e^{j\beta y_0} \qquad 0<x<h \tag{2.21b}$$

$$E_{d0}=N_gD_0\frac{\sin k_3h(x+d)}{\sin k_3hd}e^{j\beta y_0} \qquad -d<x<0 \tag{2.21c}$$

ここで、k_1、k_2、k_3はx方向の波数で、それらの値は（２．２１）式を（２．１２）に代入することによって得られる。

$$k_1^2=\beta^2-k^2, \quad k_2^2=\varepsilon_f\mu_fk^2-\beta^2, \quad k_3^2=\beta^2-\varepsilon_dk^2,$$

振幅A_0、B_0、C_0とD_0は導波と周期構造によって励起される*Floquet*モードとの結合によるものでy_2のゆるやかな関数である。零次界の各領域での境界条件式（２．１８ａ）、（２．１８ｂ）、（２．１９ａ）、（２．１９ｂ）、（２．２０ａ）、（２．２０ｂ）を（２．２１）式に適用してまとめると次のような*Matrix*方程式を得る。

$$[M][F_o]=0 \tag{2.22}$$

ここで$[F_0]$はA_0、B_0、C_0とD_0を要素とした4×1 *Matrix*である。$[M]$は4×4 *Matrix*で、各要素は式（２．２３）となる。

$$
\begin{aligned}
&m_{14}=m_{24}=m_{31}=m_{41}=0\\
&m_{11}=-m_{12}=-m_{13}=m_{32}=1\\
&m_{24}=-\mu_1 k_1 \qquad m_{22}=k_2\tan k_2 h+\kappa_f\beta\\
&m_{23}=\kappa_f\beta-k_2\cot k_2 h \qquad m_{34}=-\cot k_2 h\\
&m_{42}=-\kappa_f\beta \qquad m_{43}=k_2\cot k_2 h\\
&m_{44}=-\mu_f k_3\cos k_2 h\coth(k_3 d)
\end{aligned}
\tag{2.23}
$$

零次界の分散関係式は$[M]$の各要素を代入し、$\det M=0$とすることによって得られる。

$$
\begin{aligned}
&\frac{1}{m_f}\{k_2^2-k_f b(m_f k-k_f b)\}\tan k_2 \mathrm{h}\tanh(k_3 d)-k_2 k_3\\
&+k_3(\kappa_f\beta-k_1\mu_f)\tan k_2 h-k_1 k_2\tanh(k_3 d)=0
\end{aligned}
\tag{2.24}
$$

この式に対する数値計算によって分散特性を得られ、伝搬波数と導波、放射波の存在する帯域などを決められる[10]。

零次界振幅間の関係式は次式のようになる。

$$B_0=\frac{1}{k_2}\cos k_2 h(R\sin k_2 h+k_2\cos k_2 h)A_0 \tag{2.25}$$

$$C_0=\frac{1}{k_2}\sin k_2 h(k_2\sin k_2 h-R\cos k_2 h)A_0 \tag{2.26}$$

$$D_0=\frac{1}{k_2}(R\sin k_2 h+k_2\cos k_2 h)A_0 \tag{2.27}$$

ところで

$$R=\mu_f k_1-\kappa_f\beta \tag{2.28}$$

ここで、式（２．２１）での振幅に関する定数N_gに対して次のような表現をして置く。N_gは基本モードの電力と関わる規格化定数で、y方向へ伝搬する導波モードのz方向で単位長さあたりの*Poynting*電力P_{gy}が$|A_0|^2$になるように定義する。 この定義に従って計算を行なうとN_gの値を次式で与えられる。

$$N_g^2=\frac{1}{U}4\omega\mu_0\mu_f k_1 k_2^3 k_3 \tag{2.29}$$

ここで

$$
\begin{aligned}
&U=k_1\cos^2 k_2 h(S^2 k_2 W\mu_f+k_3 V)+k_2^3 k_3\beta\mu_f\\
&V=k_2 h\beta(S^2+T^2)+k_2(\beta R-\kappa_f k_2^2)/\cos^2 k_2 h+S(\kappa_f k_2 S-\beta T)\\
&W=\coth(k_3 d)-k_3 d/\sinh^2(k_3 d)
\end{aligned}
$$

$$S=R\tan k_2 h+k_2 \tag{2.30}$$

$$T=k_2\tan k_2 h+R \tag{2.31}$$

2.4 一次界

周期構造を波動が伝搬すると空間高調波数の相互作用により入射、導波、放射波の結合がおこり、波動の阻止帯が生じる。 この３つのモードの結合関係を導出するために一次界での解析を行なう。一次界は、コルゲーションによって励起れる*Floquet* モードに対応し、一次界の境界条件（２．１８）を考察することにより $\beta_{11}=\beta-(K_1+K_2)$ と $\beta_{12}=\beta+(K_1+K_2)$ は伝搬方向yにおける波数であることがわかる。 さらにx方向の漏れ波を考慮すれば、一次界波動方程式の解を二つの*Floquet* モードの和として仮定することができる。

$$E_{a1}=N_r\left\{A_i e^{-j\alpha_1(x-h)}+A_r e^{j\alpha_1(x-h)}\right\}e^{j\beta_{11}y_0}+A_l e^{-\alpha_2(x-h)}e^{j\beta_{12}y_0}$$
$$\infty>x>h \tag{2.32a}$$

$$E_{f1}=(B_{11}\frac{\cos\alpha_3 x}{\cos\alpha_3 h}+C_{11}\frac{\sin\alpha_3 x}{\sin\alpha_3 h})e^{j\beta_{11}y_0}+(B_{12}\frac{\cos\alpha_4 x}{\cos\alpha_4 h}+C_{12}\frac{\sin\alpha_4 x}{\sin\alpha_4 h})e^{j\beta_{12}y_0}$$
$$h>x>0 \tag{2.32b}$$

$$E_{d1}=(D_{11}\frac{\cos\alpha_5(x+d)}{\cos\alpha_5 d}+E_{11}\frac{\sin\alpha_5(x+d)}{\sin\alpha_5 d})e^{j\beta_{11}y_0}$$
$$(D_{12}\frac{\cos\alpha_6(x+d)}{\cos\alpha_6 d}+E_{12}\frac{\sin\alpha_6(x+d)}{\sin\alpha_6 d})e^{j\beta_{12}y_0}$$
$$0>x>-d \tag{2.32c}$$

式（２．３２ａ）でのA_iとA_rは規格化された入射モードと放射モードの振幅であり、A_lは導波モードの振幅である。 ここで、A_iを既知値と仮定する。N_rはN_gと同様に$\pm x$方向に伝搬する入射波と放射波の*Poynting*電力がそれぞれ$|A_i|^2$と$|A_r|^2$に等しいように選んだ規格化定数である。

定義にしたがって計算を行なうとN_rは次式で与えられる。

$$N_r^2=\frac{2\omega\mu_0}{\alpha_1} \tag{2.33}$$

式（２．３２）でのα_1–α_6は、x方向の波数であり、式（２．１２）と（２．３２）より以下のような関係が得られる。

$$\alpha_1^2=k^2-\beta_{11}^2、\quad \alpha_2^2=\beta_{12}^2-k^2、\quad \alpha_3^2=\mu_f\varepsilon_f k^2-\beta_{11}^2$$
$$\alpha_4^2=\mu_f\varepsilon_f k^2-\beta_{12}^2、\quad \alpha_5^2=\varepsilon_d k^2-\beta_{11}^2、\quad \alpha_6^2=\varepsilon_d k^2-\beta_{12}^2$$

B_{11}–E_{12}は振幅定数で、式（２．３２）に一次界の境界条件式（２．１８ｃ），（２．１８ｄ），（２．１９ａ），（２．１９ｂ）と（２．２０ｂ）を適用することによって次のようにA_0、A_iで表せる。

$$B_{11}\frac{1}{\cos\alpha_3 h}=D_{11}+E_{11} \tag{2.34}$$

$$B_{12}\frac{1}{\cos\alpha_4 h}=D_{12}+E_{12} \tag{2.35}$$

$$D_{11}=-\frac{1}{2}d\eta_2 k_3 N_g\frac{\cos\alpha_5 d\cdot\cos k_2 h}{k_2\sinh(k_3 d)}SA_0 e^{j(K_1 y_0-\varphi)} \tag{2.36}$$

$$D_{12} = -\frac{1}{2} d\eta_2 k_3 N_g \frac{\cos\alpha_6 d \cdot \cos k_2 h}{k_2 \sinh(k_3 d)} S A_0 e^{-j(K_1 y_0 - \varphi)} \tag{2.37}$$

$$B_{11} = \frac{M_1}{M}\left\{\frac{1}{2} h\eta_1 e^{jK_2 y_0} N_g A_0 (P_1 + j\mu_f \alpha_1 P) - 2j\mu_f \alpha_1 N_r A_t\right\}$$
$$+(\alpha_3 \cot\alpha_3 h - \kappa_f \beta_{11} - j\mu_f \alpha_1)\frac{\mu_f \alpha_5 \cos\alpha_3 h}{M \sin\alpha_5 d \cos\alpha_5 d} D_{11} \tag{2.38}$$

$$C_{11} = \frac{M_2}{M}\left\{\frac{1}{2} h\eta_1 e^{jK_2 y_0} N_g A_0 (P_1 + j\mu_f \alpha_1 P) - 2j\mu_f \alpha_1 N_r A_t\right\}$$
$$+(\alpha_3 \cot\alpha_3 h + \kappa_f \beta_{11} + j\mu_f \alpha_1)\frac{\mu_f \alpha_5 \cos\alpha_3 h}{M \sin\alpha_5 d \cos\alpha_5 d} D_{11} \tag{2.39}$$

$$B_{12} = \frac{1}{N}\left\{\frac{1}{2} h\eta_1 e^{-jK_2 y_0} N_g A_0 (P_2 - \mu_f \alpha_2 P) N_1\right\}$$
$$-\frac{1}{N}\left\{(\kappa_f \beta_{12} - \mu_f \alpha_2 - \alpha_4 \cot\alpha_4 h)\cdot\frac{\mu_f \alpha_6 \cos\alpha_4 h}{\sin\alpha_6 d \cos\alpha_6 d} D_{12}\right\} \tag{2.40}$$

$$C_{12} = \frac{1}{N}\left\{\frac{1}{2} h\eta_1 e^{-jK_2 y_0} N_g A_0 (P_2 - \mu_f \alpha_2 P) N_2\right\}$$
$$+\frac{1}{N}\left\{(\alpha_4 \tan\alpha_4 h + \kappa_f \beta_{12} - \alpha_2 \mu_f)\cdot\frac{\mu_f \alpha_6 \cos\alpha_4 h}{\sin\alpha_6 d \cos\alpha_6 d} D_{12}\right\} \tag{2.41}$$

$$A_t = \frac{1}{2} h h_1 N_g A_0 e^{-jK_2 y_0}\left\{(P_2 - a_2 m_f)\frac{N_1 + N_2}{N} + P\right\} + \frac{a_4 a_6 m_f D_{12}}{N \sin a_4 h \sin a_6 d \cos a_6 d} \tag{2.42}$$

$$A_r = \frac{1}{2} h\eta_1 e^{jK_2 y_0}\left\{(P_1 + j\mu_f \alpha_1 P)\frac{M_1 + M_2}{M} + P\right\}\frac{N_g}{N_r}$$
$$-(1 + 2j\mu_f \alpha_1 \frac{M_1 + M_2}{M}) A_t + \frac{\mu_f \alpha_3 \alpha_5 \cos\alpha_3 h}{M N_r \sin\alpha_3 \sin\alpha_5 d \cos\alpha_5 d} D_{11} \tag{2.43}$$

ここで

$M_1 = \alpha_3 \cot\alpha_3 h$、　$M_2 = \alpha_5 \mu_f \cot\alpha_5 d + \kappa_f \beta_{11}$

$M = -(a_3 \tan a_3 h + k_f b_{11} - j a_1 m_f) M_1 + (a_3 \cot a_3 h - k_f b_{11} - j m_f a_1) M_2$

$N_1 = \alpha_4 \cot\alpha_4 h$、　$N_2 = \alpha_6 \mu_f \cot\alpha_6 d + \kappa_f \beta_{12}$

$N = -(a_4 \tan a_4 h + k_f b_{12} - a_2 m_f) N_1 + (a_4 \cot a_4 h - k_f b_{12} + m_f a_2) N_2$

$P = k_1 - R$

$P_1 = k_2^2 + k_1^2 \mu_f + K_1 (1 - \mu_f)\beta - \kappa_f R(\beta - 2K_1)$

$P_2 = k_2^2 + k_1^2 \mu_f - K_1 (1 - \mu_f)\beta - \kappa_f R(\beta + 2K_1)$

式（2．42）にD_{11}の値を代入すると導波モード振幅A_0、入射波モード振幅A_i、放射波モード振幅A_rの関係式（2．43）が得られる。

$$A_r = (C_{rg1} + C_{rg2})A_0 + C_{rr}A_i = C_{rg}A_0 + C_{rr}A_i \tag{2.43}$$

ここでC_{rg1}、C_{rg2}はそれぞれの波動間の結合係数(*coupling coefficient*)を表し、C_{rr}は反射係数(*reflection coefficient*)である。それぞれの値は以下のようになる。

$$C_{rg1} = \frac{1}{2}h\eta_1 e^{jK_2 y_0}\left\{(P_1 + j\mu_f\alpha_1 P)\frac{M_1 + M_2}{M} + P\right\}\frac{N_g}{N_r}$$

$$C_{rg2} = -\frac{1}{2}d\eta_2 e^{jK_2 y_0}e^{-jd}\frac{k_3\alpha_3\alpha_5\mu_f S\cos k_2 h}{k_2 M\sin(\alpha_3 h)\sin(\alpha_5 d)\sinh(k_3 d)}\frac{N_g}{N_r}$$

$$C_{rr} = -(1 + 2j\alpha_1\mu_f\frac{M_1 + M_2}{M}) = -\frac{M^*}{M}$$

M^*は　Mの複素共役数を表す。
誘電体層を磁性体に置き換えた場合結合係数と反射係数は次式となる。

$$C'_{rg1} = \frac{1}{2}h\eta_1 e^{jK_2 y_0}\left\{(P_1 + j\mu_1\alpha_1 P)\frac{M'_1 + M'_2}{M'} + P\right\}\frac{N_g}{N_r}$$

$$C'_{rg2} = -\frac{1}{2}d\eta_2 e^{jK_2 y_0}e^{-jd}\frac{k_3\alpha_3\alpha_5\mu_1 S\cos k_2 h}{k_2 M'\sin(\alpha_3 h)\sin(\alpha_5 d)\sin(k_3 d)}\frac{N_g}{N_r}$$

$$C'_{rr} = -(1 + 2j\alpha_1\mu_1\frac{M'_1 + M'_2}{M'}) = -\frac{M'^*}{M'}$$

ここで

$$M'_1 = \alpha_3\mu_2\cot\alpha_3 h、\qquad M'_2 = \alpha_5\mu_1\cot\alpha_5 d + \beta_{11}(\mu_2\kappa_1 - \mu_1\kappa_2)$$

$$M' = -(\alpha_3\tan\alpha_3 h + \kappa_f\beta_{11} - j\alpha_1\mu_f)M'_1 + (\alpha_3\cot\alpha_3 h - \kappa_f\beta_{11} - j\mu_f\alpha_1)M'_2$$

式（2．43）は系の結合を表す重要な関係式である。

2.5 二次界

導波、一次入射波、放射波がどのように結合するかを知るためにそれらの振幅間の関係式、振幅輸送方程式を導出し検討を行なう。一次界で述べたように励起された導波モードの*TE*波は周期構造によって空気中へ放射し、ｙ方向に伝搬するに従って指数的に減少する。そこで、非同次微分方程式（2．26）の特解を次のように仮定する。

$$E_{a2} = \phi_a(x)e^{j\beta y_0} \qquad h < x < \infty \tag{2.44 a}$$

$$E_{f2} = \phi_f(x)e^{j\beta y_0} \qquad 0 < x < h \tag{2.44 b}$$

$$E_{d2} = \phi_d(x)e^{j\beta y_0} \qquad -d < x < 0 \tag{2.44 c}$$

ここで、$\phi_a(x)$、$\phi_f(x)$、$\phi_d(x)$はxとy_2の関数である。式（2．44）を式（2．13）代入すると振幅

$\phi_a(x)$、$\phi_f(x)$、$\phi_d(x)$に対する微分方程式を得る。

$$(\frac{\partial^2}{\partial x^2}-k_1^2)\phi_a(x)=-2j\beta N_g\frac{\partial A_0}{\partial y_2}e^{-k_1(x-h)} \qquad h<x<\infty \tag{2.45a}$$

$$(\frac{\partial^2}{\partial x^2}+k_2^2)\phi_f(x)=-2j\beta N_g(\frac{\partial B_0}{\partial y_2}\frac{\cos k_2x}{\cos k_2h}+\frac{\partial C_0}{\partial y_2}\frac{\sin k_2x}{\sin k_2h})$$
$$o<x<h \tag{2.45b}$$

$$(\frac{\partial^2}{\partial x^2}-k_3^2)\phi_d(x)=-2j\beta N_g\frac{\partial D_0}{\partial y_2}\frac{\sinh k_3(x+d)}{\sinh(k_3d)}$$
$$-d<x<o \tag{2.45c}$$

式（２．４５）をそれぞれの領域で解くと（２．４６）のようになる

$$\phi_a(x)=A_2e^{-k_1(x-h)}+j\beta\frac{1}{k_1}xN_g\frac{\partial A_0}{\partial y_2}e^{-k_1(x-h)}$$
$$h<x<\infty \tag{2.46a}$$

$$\phi_f(x)=-j\beta\frac{1}{k_2}xN_g\left\{\frac{\partial B_0}{\partial y_2}\frac{\sin k_2x}{\cos k_2h}-\frac{\partial C_0}{\partial y_2}\frac{\cos k_2x}{\sin k_2h}\right\}+\frac{\cos k_2x}{\cos k_2h}B_2+\frac{\sin k_2x}{\sin k_2h}C_2$$
$$0<x<h \tag{2.46b}$$

$$\phi_d(x)=-j\beta\frac{1}{k_3}(x+d)N_g\frac{\partial D_0}{\partial y_2}\frac{\cosh k_3(x+d)}{\sinh(k_3d)}+\frac{\sinh k_3(x+d)}{\sinh(k_3d)}D_2$$
$$+\frac{\cosh k_3(x+d)}{\cos(k_3d)}E_2 \qquad -d<x<0 \tag{2.46c}$$

ここで$A_2\sim E_2$は積分定数である。
特解(２．４４)と(２．４６)に二次界の境界条件式(２．１８ｃ)、(２．１９ｃ)、(２．２０ｃ)を適用し、積分(任意)定数$A_2\sim E_2$によって整理すると *Matrix* 方程式(２．４７)を得る。

$$[M][F_2]=[u] \tag{2.47}$$

$[M]$は4×4 *Matrix* で、各要素は(２．２３)と同じである。$[F_2]$は4×1 *Matrix* で、要素は$A_2\sim D_2$である。$[u]$は4×1 *Matrix* で、各要素は次式のようになる。

$$u_1=-j\beta h(\frac{1}{k_1}+\frac{R}{k_2^2})N_g\frac{\partial A_0}{\partial y_2}+\frac{1}{2}h\eta_1\{N_r(A_i-A_r)j\alpha e^{-jK_2y_0}+\alpha_2A_1e^{jK_2y_0}\}$$
$$-(\frac{1}{2}h\eta_1)^2(k_1^2+k_2^2)N_gA_0-\frac{1}{2}h\eta_1\{\alpha(B_{11}\tan\alpha_3h-C_{11}\cot\alpha_3h)e^{-jK_2y_0}$$
$$+\alpha_4(B_{12}\tan\alpha_4h-C_{12}\cot\alpha_4h)e^{jK_2y_0}\} \tag{2.48a}$$

$$u_2 = -j\beta\{\mu_f(\frac{1}{k_1}-h)+h-\frac{\kappa_f}{\beta}+\frac{R}{k_2^2}(1-h\kappa_f\beta)\}N_g\frac{\partial A_0}{\partial y_2}$$
$$+(\frac{1}{2}h\eta_1)^2\{k_1\mu_f(k_1^2+k_2^2)-2k_1^2\kappa_f\beta)\}N_g A_0$$
$$+\frac{1}{2}h\eta_1[\{\mu_f N_r(\alpha_1^2-k_1\beta_{11})(A_i+A_r)+(B_{11}+C_{11})(k_1\beta_{11}-\alpha_3^2)$$
$$+\kappa_f\alpha_3(B_{11}\tan\alpha_3 h-C_{11}\cot\alpha_3 h)(2k_1+\beta_{11})\}e^{-jK_2y_0}$$
$$+\{A_1\mu_f(k_1\beta_{12}-\alpha_2^2)-(B_{12}+C_{12})(k_1\beta_{12}+\alpha_4^2)$$
$$+(B_{12}\tan\alpha_4 h-C_{12}\cot\alpha_4 h)\kappa_f d_4(\beta_{12}-2k_1)\}e^{jK_2y_0}] \qquad (2.48b)$$
$$u_3 = -j\beta\frac{1}{k_3}N_g d\coth(k_3 d)\frac{\partial B_0}{\partial y_2}+E_2\cos k_2 h \qquad (2.48c)$$
$$u_4 = -j\beta[\frac{\kappa_f}{\beta}+\mu_f\{\frac{1}{k_3}\coth(k_3 d)+d\}]\frac{\partial B_0}{\partial y_2}N_g$$
$$-j\beta\frac{1}{k_2}N_g\cos k_2 h\frac{\partial C_0}{\partial y_2}+\mu_f k_3\cos k_2 h\tanh(k_3 d)E_2 \qquad (2.48d)$$

式(２．４８ｃ)と(２．４８ｄ)での未定定数E_2は$x=-d$の境界条件式(２．２０)と式(２．４４ｃ)、(２．４５ｃ)、(２．２１ｃ)、(２．３２ｃ)によって得られる。

$$E_2 = -\frac{1}{2}d\eta_2\cosh(k_3 d)[\frac{\alpha_5 E_{11}}{\sin\alpha_5 d}\{e^{-jK_1y_0}e^{j\phi}+e^{-j(K_1+2K_2)y_0}e^{-j\phi}\}$$
$$+\frac{\alpha_5 E_{12}}{\cos\alpha_6 d}\{e^{j(K_1+2K_2)y_0}e^{j\phi}+e^{jK_1y_0}e^{-j\phi}\}] \qquad (2.49)$$

次に連立方程式(２．４７)の解について考える*。逆 *Matrix* $[\mathrm{M}]^{-1}$を用いて計算を行なうと（２．４７）より

$$|\mathrm{M}|A_2 = M_{11}u_1+M_{21}u_2+M_{31}u_3+M_{41}u_4 \qquad (2.50a)$$
$$|\mathrm{M}|B_2 = M_{12}u_1+M_{22}u_2+M_{32}u_3+M_{42}u_4 \qquad (2.50b)$$
$$|\mathrm{M}|C_2 = M_{13}u_1+M_{23}u_2+M_{33}u_3+M_{43}u_4 \qquad (2.50c)$$
$$|\mathrm{M}|D_2 = M_{14}u_1+M_{24}u_2+M_{34}u_3+M_{44}u_4 \qquad (2.50d)$$

$M_{11}\sim M_{44}$は *Matrix* $[\mathrm{M}]$の余因数展開項である。

$A_2\sim D_2\neq 0$、$|\mathrm{M}|=0$であるから式（２．４７）の解を持つための存在する一つの条件として（２．５０a）～（２．５０d）式のどちらかの右辺が零であると選らんでもよいので、その中の一つについて式(２．５１)を解くことにする。

逆＊マトリクスの各要素は$|M|_{ij}$と表現することが多いが、ここではM_{ij}とした

$$M_{11}u_1+M_{21}u_2+M_{31}u_3+M_{41}u_4=0 \tag{2.51}$$

ここで、余因数$M_{11}, M_{21}, M_{31}, M_{41}$は式（２．２３）より式(２．５２)となる。

$$M_{11}=\begin{vmatrix} k_2\tan k_2h & \kappa_f\beta-k_2\cot k_2h & 0 \\ 1 & 0 & -\cos k_2h \\ \kappa_f\beta & k_2\cot k_2h & \mu_f k_3\cos k_2h\coth(k_3d) \end{vmatrix}$$

$$=\frac{\mu_f k_1 k_2^2}{S\sin k_2h} \tag{2.52a}$$

$$M_{21}=\begin{vmatrix} -1 & -1 & 0 \\ 1 & 0 & -\cos k_2h \\ -\kappa_f\beta & k_2\cot k_2h & -\mu_f k_3\cos k_2h\coth(k_3d) \end{vmatrix}$$

$$=\frac{k_2^2}{S\sin k_2h} \tag{2.52b}$$

$$M_{31}=\begin{vmatrix} -1 & -1 & 0 \\ k_2\tan k_2h+\kappa_f\beta & \kappa_f\beta-k_2\cot k_2h & 0 \\ -\kappa_f\beta & k_2\cot k_2h & -\mu_f k_3\cos k_2h\coth(k_3d) \end{vmatrix}$$

$$=-\frac{1}{\sin k_2h}\mu_f k_1 k_2^2\coth(k_3d) \tag{2.52c}$$

$$M_{41}=\begin{vmatrix} -1 & -1 & 0 \\ k_2\tan k_2h+\kappa_f\beta & \kappa_f\beta-k_2\cot k_2h & 0 \\ 1 & 0 & -\cos k_2h \end{vmatrix}$$

$$=\frac{k_2}{\sin k_2h} \tag{2.52d}$$

式(２．５１)に式(２．５２)、(２．４８)を代入し、振幅関係式(２．２５)、(２．２６)と(２．２７)及び零次界分散関係式(２．２４)と一次界、二次界での振幅定数A_1、B_{11}、C_{11}、B_{12}、C_{12}、E_2の値を用いると式(２．５３)のような振幅間の関係式、振幅輸送方程式を得る。

$$\frac{\partial A_0}{\partial y_2}=(C_{gg1}+C_{gg2})A_0+(C_{gr1}+C_{gr2})A_l=C_{gg}A_0+C_{gr}A_l \tag{2.53}$$

同じく、２層磁性体スラブにした場合にも（２．５４）のような式が得られる。

$$\frac{\partial A_0'}{\partial y_2}=(C_{gg1}'+C_{gg2}')A_0'+(C_{gr1}'+C_{gr2}')A_l'=C_{gg}'A_0'+C_{gr}'A_l' \tag{2.54}$$

ここで$C_{gg1}(C_{gg1}')$と$C_{gg2}(C_{gg2}')$は上層と下層のそれぞれの消失係数（*extinction coeffi cient*）で、$C_{gr1}(C_{gr1}')$, $C_{gr2}(C_{gr2}')$はそれぞれの結合係数である．値は次のようのなる($C_{gg1}', C_{gg2}', C_{gr1}', C_{gr2}'$の値はここ

に示しない）。

$$C_{gg1} = j\left(\frac{1}{2}h\eta_1\right)^2 k_1 k_2^3 k_3 \frac{Q_1}{U}$$

$$C_{gg2} = -j\left(\frac{1}{2}h\eta_1\right)\left(\frac{1}{2}d\eta_2\right)k_1 k_2^2 k_3^2 S\mu_f \frac{\cos k_2 h}{U\sinh(k_3 d)}Q_2$$
$$+ j\left(\frac{1}{2}d\eta_2\right)^2 k_1 k_2 k_3^2 S^2 \mu_f \frac{Q_3}{U}\cos^2 k_2 h$$

$$C_{gr1} = \frac{\alpha_1\mu_f}{MU}h\eta_1 k_1 k_2^3 k_3 e^{-jk_2 y_0} Q_4 \frac{N_r}{N_g}$$

$$C_{gr2} = -\frac{\alpha_1\mu_f}{MU}d\eta_2 k_1 k_2^2 k_3^2 S \frac{\alpha_3\alpha_5\mu_f + \cos k_2 h}{\sin\alpha_3 h \sin\alpha_5 d \sinh(k_3 d)}\frac{N_r}{N_g}(e^{-j(K_1 y_0 - \phi)}$$
$$+ e^{-j\{(K_1+2K_2)y_0+\phi\}})$$

ここで

$$Q_1 = 2\kappa_f \beta K_1^2 + \mu_f P\{k_1(j\alpha_1 - \alpha_2) - 2K_1(K_1+K_2) + \alpha_2^2 - \alpha_1^2\}$$
$$+ (P_1 + j\alpha_1\mu_f P)\frac{G_1}{M} + (P_2 - \alpha_1\mu_f P)\frac{G_2}{N}$$

$$Q_2 = \frac{\alpha_3\alpha_5}{M\sin\alpha_3 h \sin\alpha_5 d}[(P_1 + j\alpha_1\mu_f P)(e^{-j(K_1-K_2)y_0}e^{j\phi}$$
$$+ e^{-j(K_1+K_2)y_0}e^{-j\phi}) - \{\mu_f(\alpha_1^2 - \beta_{11}K_1 - j\alpha_1 k_1) + R(\kappa_f\beta_{11} + j\alpha_1\mu_f)$$
$$-\kappa_f(K_1 - K_2)(\kappa_f\beta_{11} + j\alpha_1\mu_f) + \beta_{11}\mu_1 - \alpha_3^2\}e^{j(K_1-K_2)y_0}e^{-j\phi}$$
$$+ \frac{\alpha_4\alpha_6}{N\sin\alpha_4 h \sin\alpha_6 d}[(P_2 - \alpha_2\mu_f P)\{e^{j(K_1+K_2)y_0}e^{j\phi} + e^{j(K_1-K_2)y_0}e^{-j\phi}\}$$
$$-\{\mu_f(\alpha_2 k_1 + \beta_{12}K_1 - \alpha_2^2) + R(\kappa_f\beta_{12} - \alpha_2\mu_f)$$
$$+\kappa_f(K_1 - K_2)(\kappa_f\beta_{12} - \beta_{12}K_1 - \alpha_4^2\}e^{-j(K_1-K_2)y_0}e^{j\phi}$$

$$Q_3 = \alpha_5\cot\alpha_5 d\left[\frac{\mu_f\alpha_5}{M\sin\alpha_5 d\cos\alpha_5 d}(\alpha_3\cot\alpha_3 h - \kappa_f\beta_{11} - j\alpha_1\mu_f) - 1\right]$$
$$\cdot\{1 + e^{-2j(K_2 y_0 + \phi)}\} + \alpha_6\cot\alpha_6 d\left[\frac{\mu_f\alpha_6}{N\sin\alpha_6 d\cos\alpha_6 d}(\alpha_4\cot\alpha_4 h\right.$$
$$\left.-\kappa_f\beta_{11} + \alpha_2\mu_f) - 1\right]\{1 + e^{2j(K_2 y_0 + \phi)}\}$$

$$Q_4 = \{P + \kappa_f(K_1 - K_2)\}M + (M_1 + M_2)[P_1 + j\alpha_1\mu_f P$$
$$+\kappa_f K_1(\beta_{11}K_1 - R + j\alpha_1\mu_f) - (\mu_f - 1)K_2(\beta + \beta_{11})]$$

ここで

$$G_1 = (M_1 + M_2)[\alpha_3^2 - \mu_f\alpha_1^2 + \beta_{11}K_1(\mu_f - 1) + j\alpha_1\mu_f k_1]$$
$$+\alpha_3[R + \kappa_f(K_2 - K_1)](M_1\tan\alpha_3 h - M_2\cot\alpha_3 h)$$

$$G_2 = (N_1+N_2)[\alpha_4^2 - \mu_f\alpha_2^2 + \beta_{12}K_1(\mu_f - 1) - \alpha_2\mu_f k_1] + \alpha_4[R+\kappa_f(K_1-K_2)](N_1\tan\alpha_4 h - N_2\cot\alpha_4 h)$$

一次界で導出された式(２．４３)と振幅輸送方程式(２．５３)は、入射波、導波、放射波の振幅関係を４つのパラメータC_{gg}，C_{rg}，C_{rr}，C_{gr}によってまとめたもので、系の結合関係を表す重要な方程式組である。従って波動の振る舞いはこの二式によって説明できる。消失係数C_{gg}を分解すると実部であるC_{ggr}が放射波の関数であることがわかる、これを漏れ波係数という[5,6,11]。

周期構造のために導波路内の波が放射波に散乱されることに基づくので、系を漏れ波アンテナとして考える場合、入射波を無視して解析を行う。式(２．４３)と(２．６９)に$A_i = 0$を代入すると次式になる。

$$A_r = C_{rg}A_0 \tag{2.55}$$

$$\frac{\partial A_0}{\partial y_2} = (-C_{ggr} + jC_{ggi})A_0 \tag{2.56}$$

ここでC_{ggr}, C_{ggi}はC_{gg}の実数部と虚数部である。

周期構造が、導波路の有限の長さ（0→L，Lは波長に比べて十分に大きいとする）にわたって存在し，この両端で起こる影響を無視できると仮定すると、放射効率Q_0を次のような定義で決められる。

$$Q_0 = \frac{\int_0^L |A_r|^2 dy_2}{|A_0|^2_{y_2=0}} \tag{2.57}$$

即ち、$y_2 = 0$点に入射する導波電力に対して、L長さの周期構造部から放射される全電力の割合を放射効率とする。

よって

$$Q_0 = -\frac{|C_{rg}|^2}{2C_{ggr}}(e^{-2C_{ggr}L} - 1) = \frac{|C_{rg}|^2}{2C_{ggr}}(1 - e^{-2C_{ggr}L}) \tag{2.58}$$

式(２．５８)からわかるように高い放射効率を得るために、C_{ggr}が大きく、$C_{rg} \sim 2C_{ggr}$にすることがポイントとなる。即ち漏れ波係数と共に結合係数によって放射効率を決められる。

放射波の放射角度は、導波と漏れ波成分との関係から定義できる［１］。式（２．５８）にyのわずかな変化y_2を考慮し、式(2. 55)を代入すると、放射波の位相定数は$e^{j\alpha_1(x-h)}$、$e^{j\beta_{11}y_0}$、$e^{jC_{ggi}y_2}$となり、放射角度は

$$\theta = \arcsin\frac{\beta_{11} + C_{ggi}}{k} \tag{2.59}$$

となる。

以上得られた放射効率と放射角度の式は漏れ波放射アンテナの特性を示す主要なパラメータで、外部直流

磁界 H_0 に依存する。

3．数値計算

異なる周期構造を持つ２層スラブ線路の放射特性を明らかにするためにここで、式(2．４３)、(2．５３)、(2．５８)と(2．５９)を中心に数値計算を行う。全ての計算で、次の物理パラメータを共通とする。

$$M_s = 1500Gauss,\ \lambda_1 = 2.2mm,\ h = 1.0mm,\ d = 0.8mm$$

$$\eta_1 = \eta_2 = 0.11,\ y_0 = 1/8\lambda_1,\ L = 150mm,\ \varepsilon_f = 14.6$$

$$\varepsilon_d = 1.9,\ \phi = 0$$

系を放射アンテナとして取り扱う場合、まず放射モードが存在する周波数帯域を決める必要がある。式(2．５９)からわかるように放射モードは $\left|\beta_{11} + C_{ggi}\right| \le k$ の周波数帯のみ存在する。ここで $\left|\beta_{11}\right| >> \left|C_{ggi}\right|$ と仮定すれば、放射モードの存在する条件を次のように伝搬定数で書き直すことができる。

$$\begin{gathered}\left|\beta - (K_1 + K_2)\right| \le k \\ (K_1 + K_2) - k \le \beta \le (K_1 + K_2) + k\end{gathered} \tag{3.1}$$

式(3．１)は、放射モードの存在する周波数帯域を上下層の周期構造波数(波長) $K_1(\lambda_1)$, $K_2(\lambda_2)$ によって決めることを示す。本章では K_1 と K_2 の放射特性に対する割合を数値計算によって調べる。

図３は M_s と H_0 を一定にし，K をパラメータと周波数に対する C_{ggr} の変化特性を示したものである。簡単のために上部周期 K_1 をある値で固定し（$\lambda_1 = 2.2$mm）、下部の波数 K_2 を $K = K_1 / K_2$ として計算をする.

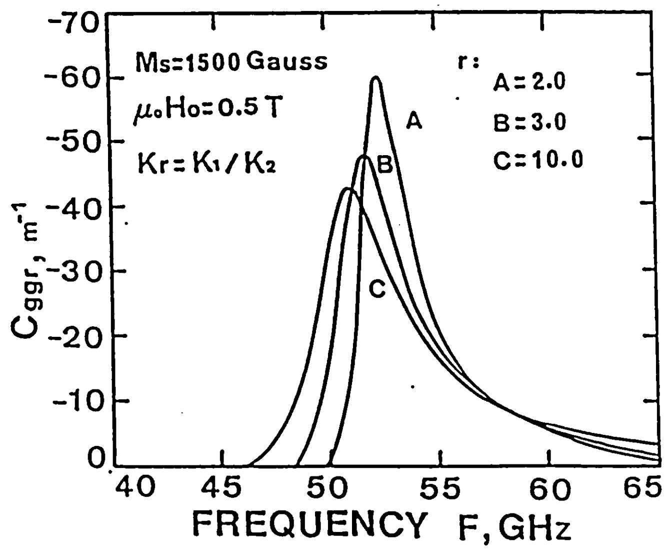


Fig.3

計算結果はA、B、Cカーブであり、Aは$K=2$、Bは$K=3$、Cは$K=10$を与えたときの特性を示している。この三つのカーブとも周波数に強く依存するが、この領域での最大点とそれに対応する周波数がそれぞれ違う値になっている。Cカーブのとき$C_{zzr\max}$が44/mで、それに対応する周波数が50GHzであったものが、Aカーブで$C_{zzr\max}$が60/mで、周波数が53.2GHzまで変わる。また波数比Kを減少させることによって高い周波数領域に移動するとともにカーブの幅がだんだん狭くなってくる。この原因は$C_{zzr\max}$がだんだん大きくなってきたためであると考える。つまり、この三つの場合を比べてみると、$K=2$のとき即ち、下層の波長が上層のそれのほぼ2倍になるところで漏れ波係数が一番大きくなると言える。

図４はM_sとH_0を一定にし、Kをパラメータとして結合係数の動作周波数に対する変化特性を示したものである。カーブA、B，Cは周期比Kに２、３、１０を与えたときの特性を示している。図３と同じ様にいずれの場合でも動作周波数に強く依存し、それぞれ違う最大点と動作周波数を持っていることがわかる。しかも、Kを減少させることにつれてだんだん高い周波数帯域に移動する。しかし、Kの値によって現れる$C_{rz\max}$に対応する動作周波数は$C_{zzr\max}$の場合と比べてやや低い帯域となっている。例えば$K=2$のときの結果を比較して見ると$C_{rz\max}$は52.5GHz、$C_{zzr\max}$は53.2GHzに対応していることがわかる。

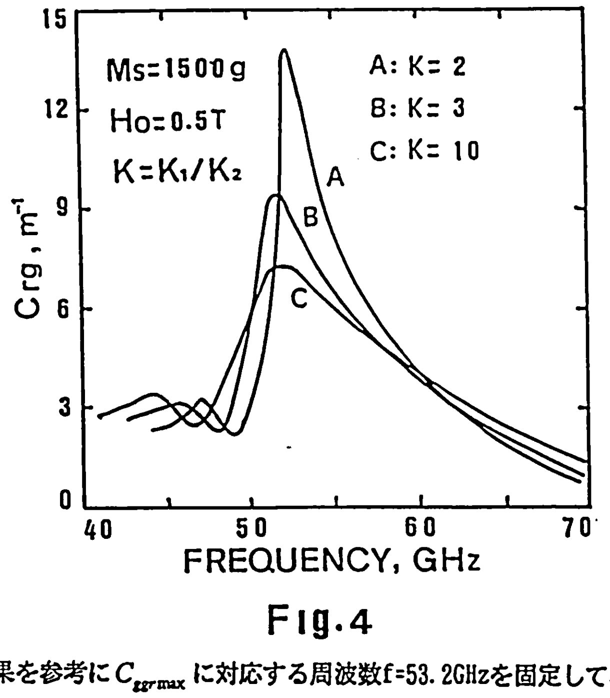


Fig.4

次ぎに図３での結果を参考に$C_{zzr\max}$に対応する周波数f=53.2GHzを固定して、式(2．58)によって放射効率Q_0の外部直流磁界H_0に対する変化特性を調べた。その結果は図５で示している。カーブA、B、Cは外部直流磁界H_0を0〜1.6Tまで変化させた時の異なる波数比Kに対する放射特性である。それぞれの最大値は$K=10$の時80%、$K=2$の時89%で最大でその増量はほぼ10%近くになる。いずれの場合もH_0が1.4〜1.6T近くで急に小さくなり、しかもKによってその値は変わってくる。即ち、Aの場合で1.4Tの近くであったものが、Cの場合は1.6Tの近くに移動し、共振磁界に近いときの主ビーム幅がそれぞれ異なることを示す。つまり、放射効率はH_0に依存すると共にある範囲で波数比Kにも依存すると言える。

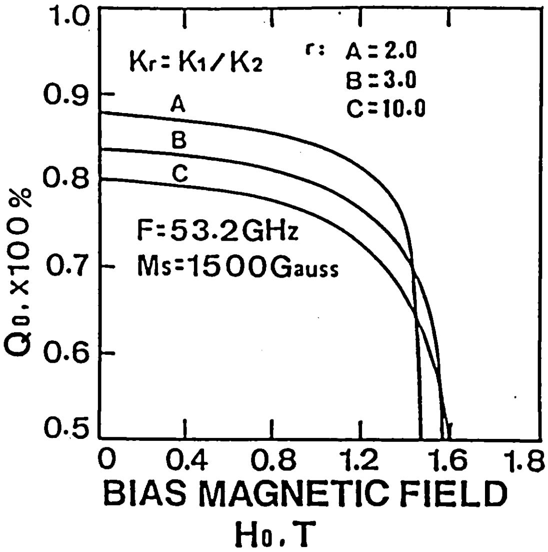


Fig. 5

図6は式(2．59)にしたがって、放射角度の外部直流磁界に対する変化を示したものである。用いたパラメータは図5と同様である。図で示したように外部直流磁界 H_0 を0～1.6Tまで変化させる $K=2,3,10$ のときの放射角度の変化はそれぞれA、B、Cのようになり、ほぼ平行的にマイナスからプラスの方向へ移動する。この結果を図5での結果と比較すると放射効率の高い点が放射角度のマイナス値に対応することがわかる。また、放射角度θが著しく変わるところはAカーブのとき1.4T、Cカーブのとき1.6Tあたりで、放射効率 Q_0 の変化点とも一致する。しかし、K はそれぞれ放射角度の変化範囲にはあまり影響が無い。以上の計算結果から放射効率と同じく波数比 K は放射角度にも影響を及ぼすことが分かる。

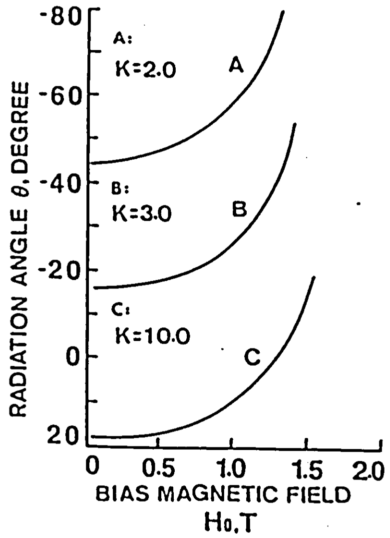


Fig. 6

以上の計算結果により、用いられたパラメータの中から図7で示された値を選んで上部と下部の波数比 $K=K_1/K_2$ と放射効率 Q_0 との関係を調べた。ここで $K_1(2\pi/\lambda_1)$ を一定にし、$K_2(2\pi/\lambda_2)$ を K によって変化させた。図での結果により $K=2$ 以外のところで($K<2$, $K>2$)放射効率が比較的に小さくなることが分かる。そして、下層の周期構造の波長が上層の波長の2倍になるところで、最大の放射効率が得られ、89%まで達する。なお、$K=1$, ($\lambda_1=\lambda_2$) においてほぼ79%で、参考論文 [8、11、12] と一致している。

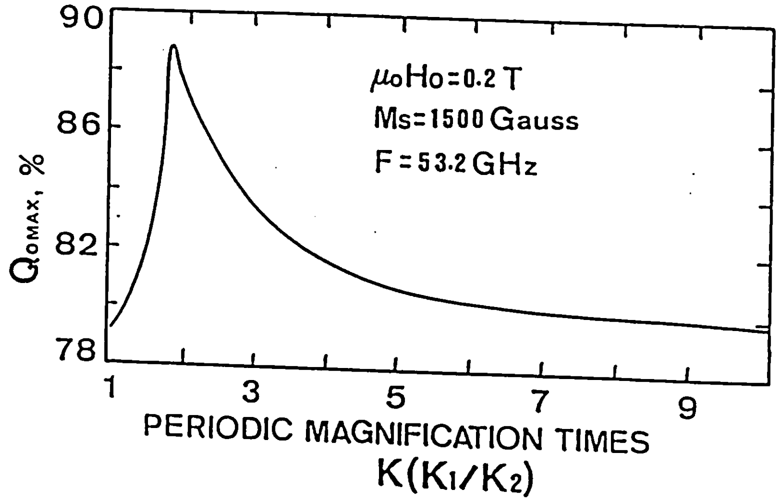


Fig. 7

4. おわりに

異なる周期構造を付加した誘電体・磁性体スラブ線路に対して*MSS*法を含む摂動法を用いて解析を行なった。零次界から分散関係式、一次解から入射波、導波、放射波の振幅関系式、二次界から振幅輸送方程式を導出し、これらの結果を用いて漏れ波アンテナの放射効率と放射角度等を定式化した。放射波の存在する周波数帯域で、図(3)-(7)で示されたパラメータを用いて C_{zzr}、C_{rz}、Q_0、θ等がある範囲内で上下層周期構造の波数比 K に依存する事実を示した。また、与えられた K の値に対して C_{zzr}、Q_0、θがお互い関連性を持つこともわかった。

しかし、構造がかなり複雑なため数値計算も複雑になり、物理的な意味は明確でない点があるが、ここで用いられたパラメータで見る限り、結果として $K=2$ の場合には、$C_{zzr\max}(-60/m)$ と $Q_{0\max}(89\%)$ に対応すると言える。ただし, C_{rz} を同時に検討することが重要である. なお、の結果は、片側周期構造、そして二重周期構造磁性体・誘電体スラブ線路の放射特性に比べて明らかに優れている[4、7]。

また二層周期構造アンテナのユニバーサルなモデルの試みとして誘電体層を磁性体に置き換えた場合の理論的な解析を行なった。これについては口述する。

参考文献

[1] T.Ohira, M.Tsutsumi and N. Kumagai, "Radiation of millimeter waves from a grooved ferrite image line," Proc, IEEE, Vol 70, pp. 682-683 (June 1982).

[2] T. Itoh, "Application of gratings in a dielectric waveguide for leaky-wave antennas and band-reject filters," IEEE Trans. Microwave Theory Tech.,Vol. MTT-25, pp. 1134-1137 (Dec. 1977).

[3] N. S. Chang and S. Erkin, "Characteristics of a high Q filter composed of a magnetic thin-film layered structure with periodic corrugation," Intermag' 87 conf.,FG-12 (Apr. 1987) Tokyo, Japan.

[4] N. S. Chang and S. Erkin, "Millimeter wave radiation by a double periodic layered magnetic slab," Tech. Rept. IEICE (Japan) EMT-87-96, pp. 47 (1987).

[5] W. S. Park and S. R. Seshadri,"Theory of the grating coupler for a grounded-dielectric slab waveguide," Proc. IEE, Vol. 132, H, pp. 149-156 (June 1985).

[6] W. S. Park and S. R. Seshadri,"Reradiation from a grating coupler for a grounded-dielectric slab waveguide," Proc. IEE, Vol. 133, H, pp. 10-17 (Feb. 1986).

[7] 阿爾肯斯地克、　張　年錫　" 周期構造層状磁性体スラブイメージ線路ミリ波放射アンテナの解析" 電情通誌 B-2、J73 -B-2pp.197-204(Apr.1990)

[8] N. S. Chang and Y. Matsuo,"Analysis of opticalguided waves in periodically corrugatioed dielectric film waveguide by pertubation method," IECE 66,10, pp. 585 (1983).

[9] 張　年錫、阿爾肯斯地克 "周期構造層状磁性膜イメージ線路の摂動法による解析" 昭和 61 信学光電波部門全大、65

[10] S. Erkin, N. S. Chang, H. Mahera and M. Tsutsumi,"Characteristic of millimeter wave radiation in a corrugated ferrite slab structure" IEEE, Trans. MTT-36, 3, pp. 568-575 (March 1988).

[11] S. Erkin, N. S. Chang,"An analysis of millimeter wave image line radiation antenna consisting of a magnetic layered structure with periodic corrugation," Tech. Rept. IEICE (Japan), AP-87-4, 3, pp. 23 (1987).

[12] N. S. Chang and S. Erkin,"A rigorous analysis of a magnetic thin-film layered structure with a sinusoidal surface corrugation" J. Appl. Phys., Vol.61, No.8, 15 April 1987

[13] N. S. Chang and Dolkun Yunus,"Theoretical analysis of a leaky wave antenna consisting of layered magnetic and dielectric slab lines with periodic-corrugation" OFSE'T, Oct.1995 (Tianjin China) pp. A94-A99

[14] Nion Sock Chang and Dolkun Yunus,"Analysis of a mm-wave antenna consisting of layered magnetic and dielectric slabs with periodic corrugation", 電気学会電磁界理論研究会資料,EMT-95- 51 (1995)

[15] 張　年錫、里村　" 周期構造を持つ誘電体導波路の解析" , 電気学会電磁界理論研資,EMT-85-64 (1985)

[16] 張　年錫、ドルケン　ユヌス" 異なる周期構造を持つ層状磁性体誘電体スラブ線路の放射特性の解析" 1995 年電信会春季大会 (95.3)

RS 95-23

低コヒーレンス光干渉を用いた屈折率と厚さ同時測定

田尻秀幸*　白石偉久*　近江雅人　春名正光

大阪大学医学部保健学科　医用工学講座
*大阪大学大学院工学研究科　電子工学専攻

1996年3月11日
輻射科学研究会

1. まえがき

SLD（ｽｰﾊﾟﾙﾐﾈｯｾﾝﾄﾀﾞｲｵｰﾄﾞ）を光源とするマイケルソン干渉計は、光源のコヒーレンス長Δl_cで決まる分解能（～10μm）で反射面を識別でき、微小領域における有力な診断法として利用できる（例えば光導波路の診断）［1-3］。最近、生体光診断の分野でも、この低コヒーレンス光干渉法が注目されており、網膜下組織の検出・可視化［4,5］や眼径の測定［6,7］を始め、皮下組織の高精度検出の基礎実験［8,9］が進められている。しかしながら、これまでの低コヒーレンス干渉計では、基本的に測定サンプルの光路長n×t（nは屈折率、tは厚さ）が測定できるにすぎない。

一方、屈折率nおよび厚さtの高精度測定法として、偏光解析を用いたエリプソメータ[10]が汎用されている。しかし、測定対象物は厚さが概ね10μm以下の薄膜に限定されており、また、平行ビーム照射部分（約10mmφ）における平均的なnおよびtが測定できるにすぎない。

そこで我々は、この低コヒーレント光干渉に基づく新たなn、t同時測定法（測定サンプルおよび集光レンズ走査法）を提案した[11]。本稿では、実際に即した測定手順、および測定サンプル走査法の測定精度について述べ、我々の提案を裏付ける基礎実験結果を呈示する[12]。

2. 測定原理と測定系

透明板の屈折率nと厚さtの同時測定を行うには、その前面と後面の光路差n×t以外に、これと独立なもう一つの測定量を用意すればよい。実際には、SLD光をレンズで透明板に集光して、その前面および後面に焦点合わせされた状態での二つの面の光路差を測定する。二つの面の焦点合わせには、集光レンズを固定して透明板を移動する「測定サンプル走査法」と透明板を固定して集光レンズを移動する「レンズ走査法」がある。いずれの場合も、測定量として、"光路差"以外に、前面と後面との焦点合わせに必要な"透明板またはレンズの移動距離"が生じる。これら二つの測定量からn、tを算出することができる。

測定系を図1に示す。光源には、発振中心波長λ_c=839nm、発振波長スペクトラム幅$\Delta\lambda$=17nm（FWHM）のSLDを使用した。この干渉系の特性を評価するために、測定サンプルの位置にミラーを置いて、平行光ビームを照射し、可干渉距離Δl_cを実測した。参照光ミラーを移動して得られる干渉信号強度の変化を図2に示す。Δl_c=24μmであり、これは$\Delta\lambda$をもとにした計算値（18μm）と良く一致する［13］。

図1の測定系において、ビームスプリッタで二等分された光の一方は20倍（または10倍）の対物レンズでステージ上に置かれた測定対象物（透明板）に集光される。他方の光はステージ上のPZTに固定されたミラーに照射される。PZTには周波数f（=500Hz）の振動が加えられ、

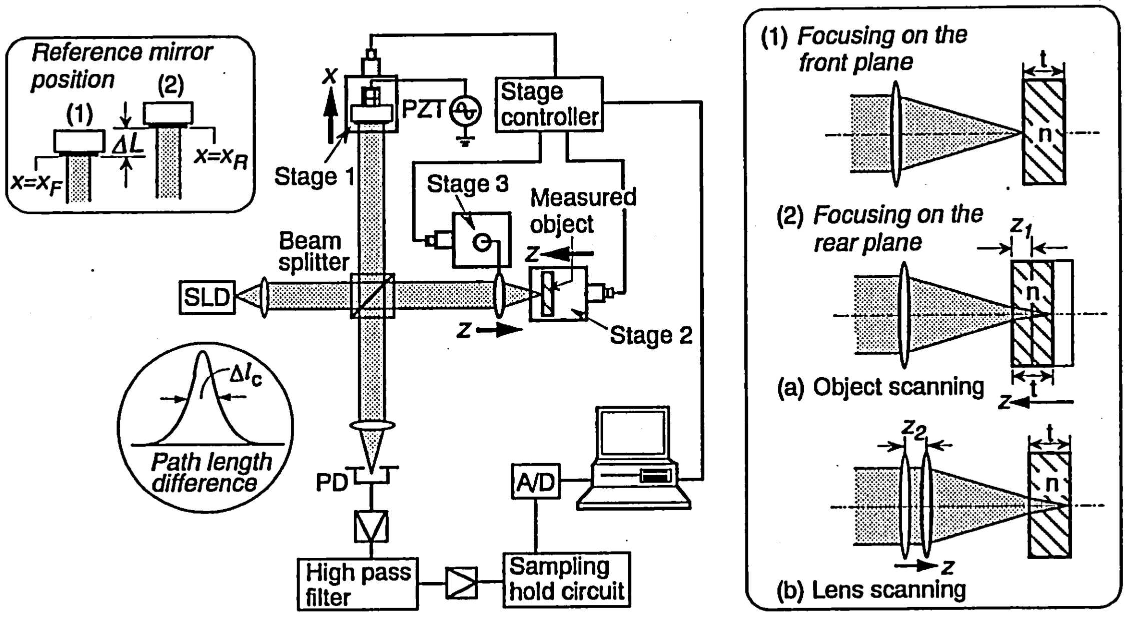


図1　屈折率と厚さ同時精密測定の基本構成と原理

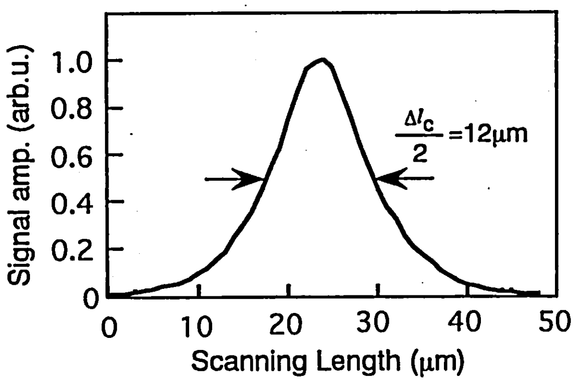


図２　SLDの可干渉距離測定

ミラーからの反射光（参照光）を位相変調する。測定対象物からの反射光（信号光）と参照光は合波・干渉してPDでヘテロダイン検波される。検出信号は高域通過フィルタを通してサンプリングホールド回路に導き、周波数fの交流信号振幅の最大値を抽出し、10ビットのディジタル信号に変換してPCに記録する。

透明板の屈折率n、厚さtの測定においては、まず、光を透明板の前面に集光し、参照光と信号光アームの光路差が0となるように、ミラー位置を調整する（図１の(1)の状態）。次に､｢サンプル走査法｣では、ステージ２を移動して透明板をレンズに近づけ、その後面に焦点合わせする（(2)の状態）。このときの透明板の移動距離をz_1とする。この状態で干渉系の二つのアームの光路差が再び0となるように、参照光ミラーをΔL_1だけ移動する。一方、「レンズ走査法」では、ステージ３を用いて集光レンズを距離z_2移動して後面に焦点合わせし、かつミラーをΔL_2移動する。これらの操作により得られた二つの測定量ΔL_1（ΔL_2）、およびz_1（z_2）より屈折率n、厚さtを求めることができる。

3．屈折率nと厚さtの算出

3.1 測定サンプル走査法

図３(a)に測定サンプル走査法の集光状態を示す。まず、光を透明板の前面に焦点合わせした状態（図中の点線）を基準として、透明板を距離z_1だけレンズに近づけ、その後面に光が集光された状態（図中の実線）を考える。透明板に対する光の入射角、入射位置をθおよび r 、屈折角をϕとすると、スネルの法則より、

$$\sin\theta = n \times \sin\phi \tag{1}$$

$$z_1 = \frac{r}{\tan\theta} = t \times \frac{\tan\phi}{\tan\theta} \tag{2}$$

である。式(1)、(2) より

$$z_1 = t \times \sqrt{\frac{1-\sin^2\theta}{n^2-\sin^2\theta}} \tag{3}$$

となる。

次に、参照光ミラーの移動距離ΔL_1を求める。ΔL_1は光を透明板の前面（z=0面）に焦点合わせした場合（図中の点線）と透明板をz_1だけ移動して後面に焦点合わせした場合（図中の実線）との光路差であり、$z=z_1$面を基準として、二つの焦点FとF'との光路差に等しい。レンズ通過後の集束光（または発散光）の位相は、レンズ中心軸を通る光線で代表して考えることができるので、

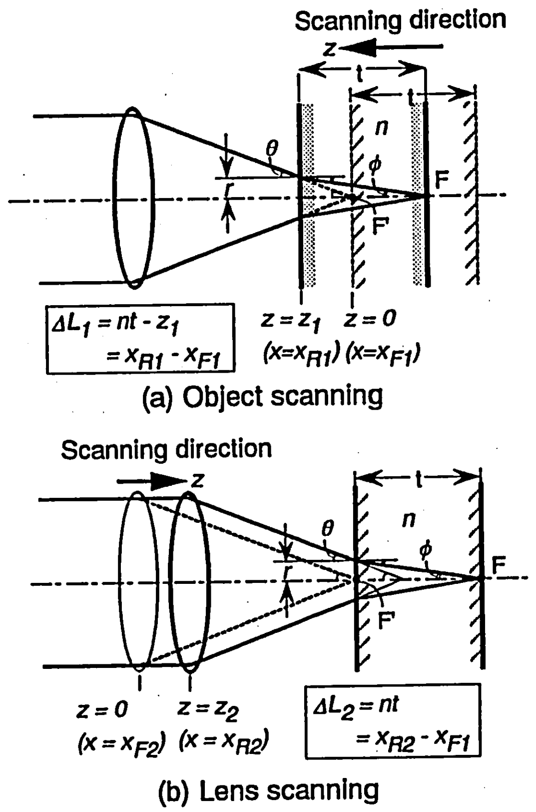


図３　SLD入射光ビームの集光状態
(a)サンプル走査法、(b)レンズ走査法

$$\Delta L_1 = n \times t - z_1 \quad (4)$$

である。ここで、サンプルを移動するので、光路差ΔL_1はz_1によって変化する。式(3)、(4)よりtを消去して、

$$n^2 = \frac{1}{2}\left\{ \sin^2\theta + \sqrt{\sin^4\theta + 4\left(1-\sin^2\theta\right)\times\left(1+\frac{\Delta L_1}{z_1}\right)^2} \right\} \quad (5)$$

を得る。ここで、$\sin\theta$はレンズの開口数NAである。また、その厚さtは式(4)より得られ、

$$t = \frac{\Delta L_1 + z_1}{n} \quad (6)$$

となる。

3.2 レンズ走査法

図4(b)から、測定サンプル走査法と同様に、

$$z_2 = z_1 = t \times \sqrt{\frac{1-\sin^2\theta}{n^2-\sin^2\theta}} \quad (7)$$

となることが分かる。またΔL_2は後面と前面の焦点FとF'との光路差であるので、z_2に無関係に一定となり、

$$\Delta L_2 = n \times t \quad (8)$$

である。このように、ビームスプリッタ（BS）に対して透明板の位置が固定されている場合には、その間にあるレンズを移動しても光路差ΔL_2は変化しない。式(7)、(8)より、屈折率nは

$$n^2 = \frac{1}{2}\left\{ \sin^2\theta + \sqrt{\sin^4\theta + 4\left(1-\sin^2\theta\right)\times\left(\frac{\Delta L_2}{z_2}\right)^2} \right\} \quad (9)$$

で与えられ、厚さtは、

$$t = \frac{\Delta L_2}{n} \quad (10)$$

となる。

4. 測定精度

$\sin^2\theta \ll 1$の近似のもとで、式(5)、(9)における各測定量の許容誤差を$\delta\Delta L_1$（$\delta\Delta L_2$）、δz_1（δz_2）とすると、

$$|\delta\Delta L_1| = |\delta\Delta L_2| \sim 2t\cdot n \times \Delta_n \quad (11)$$

$$|\delta z_1| \sim \frac{2t\cdot n}{\left(n^2-1\right)} \times \Delta_n \quad (12)$$

$$|\delta z_2| \sim \frac{2t}{n} \times \Delta_n \quad (13)$$

$$|\delta\zeta| = \frac{2\cdot n^2}{\zeta(n^2-1)} \times \Delta_n \quad (14)$$

が得られる。ここで、Δ_n=(δn/n)は屈折率の測定誤差である。厚さt=1mmのサンプルに対して、Δ_n=0.1%を得るためのnに対する各測定許容誤差の変化を図4に示す。n<2.4であれば、実験に用いた1μm／ステップの微動ステージでΔ_n=0.1%の精度が得られる。一方、0.1μm／ステップのステージを用いれば、サンプル厚さt≧100μmにおいてΔ_n=0.1%を確保できる。なお、レンズNAの許容誤差δζはtに依存せず、ζ=NA<0.25で≧0.01である。

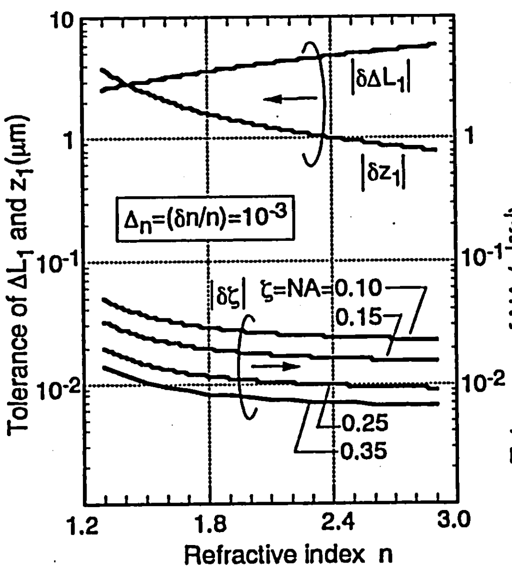


図4　屈折率nに対する各測定許容誤差の変化

5. 測定上のポイント

5.1 反射面における照射ビーム集光の検出

測定上のポイントは、SLD光が透明板の前面あるいは裏面に集光されるステージ2または3の位置を、いかにして精度良く決定するかである。このために、後述のように、サンプルまたは集光レンズを走査する。したがって、レンズ焦点付近にサンプルの反射平面があるとして（図5(a)）、このときに得られる干渉信号強度の変化を把握しておく必要がある。

レンズ焦点が反射面上にあるとき((2)の状態)、レンズ通過後の反射光は平行ビームとなり、干渉信号強度は最大となる。一方、反射面がレンズ焦点の外（(1)の状態）、または内（(3)の状態）にあるときには、レンズ通過後の反射光は収束または発散ビームとなるので、干渉信号強度は著しく減少する。

反射面にミラーを用いたときの実験結果を図5(b)に示す。干渉信号強度パターンの半値全幅ΔzはレンズのNAによって決まり、×20対物レンズ（NA = 0.30）ではΔz=17μm、×10レンズ（NA=0.20）ではΔz=47μmである。このように、

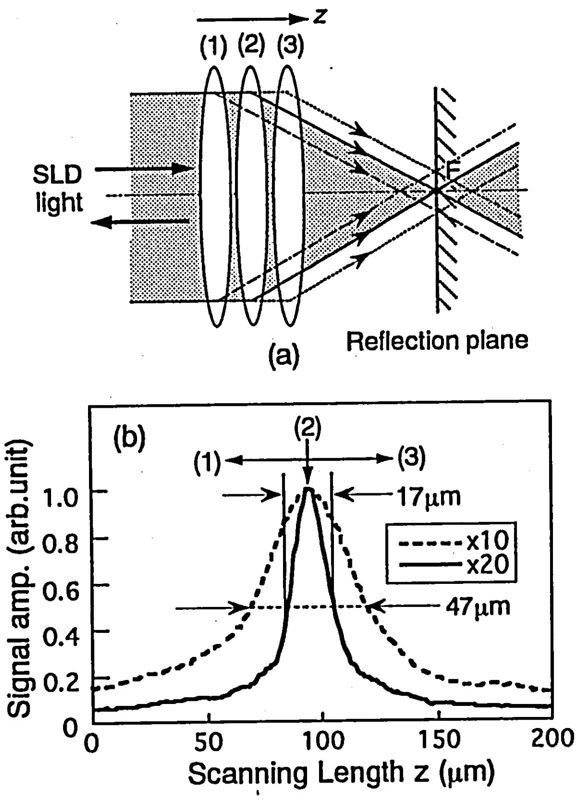


図5 レンズ焦点付近における干渉信号強度の検出　(a)モデル図、(b)実験結果

レンズ焦点が反射面上にあるときの干渉信号強度ピークは鋭い。したがって、測定サンプルまたは集光レンズを走査することによって、入射SLD光が透明板の前面または後面に集光されるステージ2、3の位置を、精度良く特定することができる。

5.2 測定サンプル走査法

まず、透明板の前面近傍にレンズの焦点合わせを行い、検出可能な干渉信号強度が得られる状態で、透明板を搭載したステージ2を走査すると、図6に示すような信号強度パターンが検出できる。さらに、ステージ1を前後にδx_1（実験ではδx_1=5μm）づつ移動し、同様にステージ2を走査して信号強度パターンを記録する。これらの信号強度パターンの包絡線は、図5(b)に示した干渉信号強度の変化に一致する。この結果から、信号強度パターンのピークが最大となるステージ2の位置によって$z=0$が特定でき、これに対応するステージ1の位置が$x=x_{F1}$である。なお、各々の信号強度パターンの半値全幅は、SLD自身のコヒーレンス長$\Delta l_c/2$(=12μm)に等しい。透明板の後面においても、全く同様にして、$z=z_1$および$x=x_{R1}$を求めることができる。

以上の測定から、所望の量ΔL_1（$=x_{R1}-x_{F1}$）およびz_1が得られ、式(5)、(6)より、透明板のnおよびtが算出できる。

5.3 レンズ走査法

図7にレンズ走査法における干渉信号強度パターン群を示す。まず、レンズを透明板の前面に焦点合わせし、集光レンズ（ステージ3）を走査すると、図5(b)に一致する干渉信号強度パターンが得られる。次に、参照光ミラー位置を前後にδx_2（$\delta x_2 \sim \Delta l_c/10 \approx 2.5$ μm）づつ移動しながら、集光レンズを繰り返し走査して信号強度パターンを記録する。レンズ走査法では、各信号強度パターンのピーク位置は常に$z=0$である。また、ピーク強度が最大となる参照光ミラー（ステージ1）の位置が$x=x_{F2}$である。全く同様に、後面に焦点合わせして、$z=z_2$および$x=x_{R2}$が特定でき、光路差$\Delta L_2= x_{R2}-x_{F2}$（$=n\times t$）が求められる。

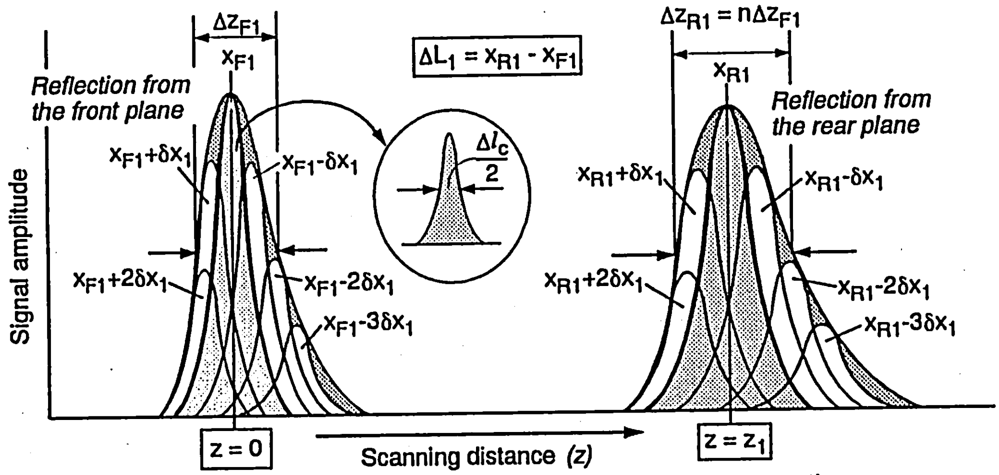


図６　サンプル走査法における干渉信号強度パターン群

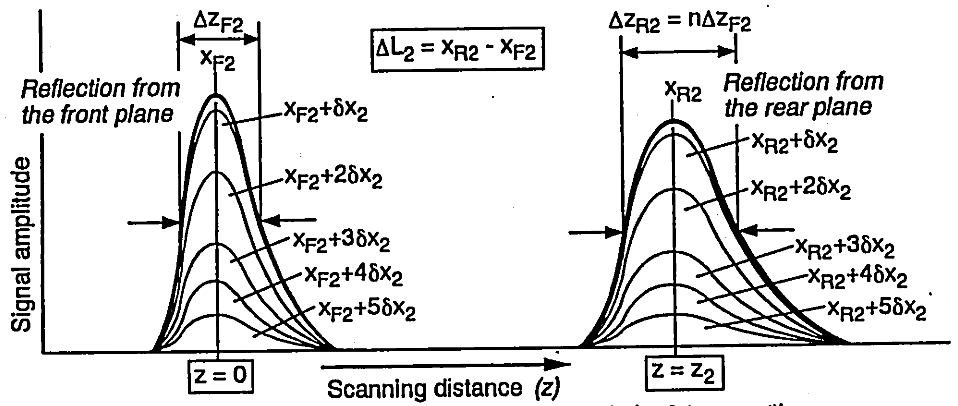


図７　レンズ走査法における干渉信号強度パターン群

6. 集光レンズの開口数NAの測定

6.1　測定方法

n、t 同時測定法では、レンズNA（=sinθ）が既知であることが条件である。しかしながら、SLDの空間コヒーレンスは不完全であり、かつ入射ビームの拡がり具合によって実効的なレンズNAは変化する。したがって、n、t の同時測定に先立って、測定系に用いるレンズの実効NA（$=NA_{eff}$）を測定する必要がある。式(5)より、

$$\sin\theta = \sqrt{\frac{n^4-(1+\frac{\Delta L_1}{z_1})^2}{n^2-(1+\frac{\Delta L_1}{z_1})^2}} \qquad (15)$$

である。これは、屈折率nが既知の測定サンプルを用いて集光レンズのNA_{eff}が測定できることを示すものである。NA_{eff}の測定におけるΔL_1、z_1の測定許容誤差$\delta\Delta L_1$、δz_1はNA_{eff}の測定誤差$\delta\zeta$に対して、式(11)-(14)より

$$|\delta\Delta L_1| = \frac{t(n^2-1)}{n}\zeta\times\delta\zeta\ ,$$
$$|\delta z_1| = \frac{t(n^2-1)^2}{n^4}\zeta\times\delta\zeta \qquad (16)$$

である。波長λ=839nmで屈折率nが既知の測定サンプルとして厚さt =1mmの石英板（n=1.4527）を取り上げる[14]。式(16)から計算したΔL_1、z_1の測定許容誤差を図８に示す。但し、NAの測定誤差は図４の結果を踏まえて$\delta\zeta$=0.01とした。1μm／ステップのステージを用いると、NA>0.26の範囲でレンズの実効NAを精度良く測定できることが分かる。

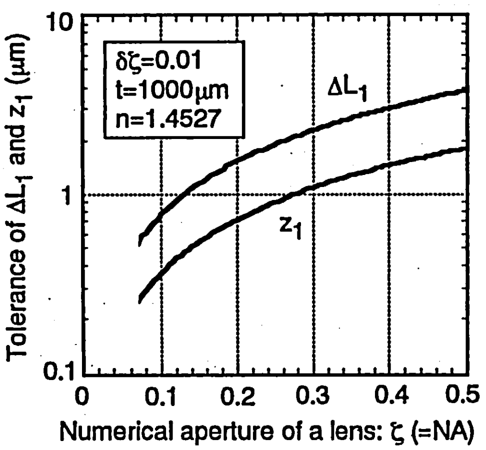
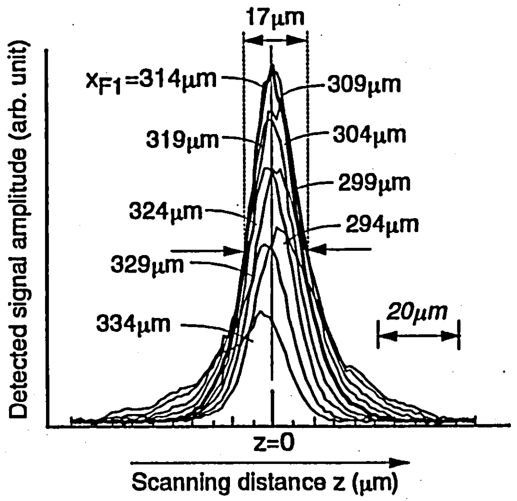


図8　レンズNAに対するΔL_1、z_1の測定許容誤差

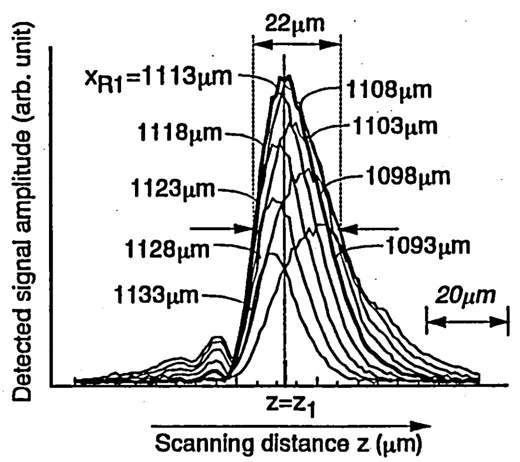
6.2　測定結果

実験では、×20対物レンズでSLD光を集光した。まず、ビーム径6mmのSLD光を石英板の前面近傍に焦点合わせして、参照光ミラーの位置を5μmづつ変え、ステージ2でサンプルを繰り返し走査した。ここで得られた干渉信号強度パターン群を図9(a)に示す。信号強度が最大となるサンプル（ステージ2）の位置から$z=0$が決まり、これに対応する参照光ミラー（ステージ1）の位置が$x=x_{F1}=314\mu m$である。同様に、石英板の後面付近に集光して図9(b)の信号強度パターン群が得られ、$z=z_1$および$x=x_{R1}=1113\mu m$を特定した。これら二つのパターン群の中から、各々信号強度が最大ピークをもつパターンを選び（図9(c)）、$z_1=692\mu m$、$\Delta L_1=x_{R1}-x_{F1}=799\mu m$が求められ、式(15)からレンズの実効NAとして$NA_{eff}=0.273$を得た。

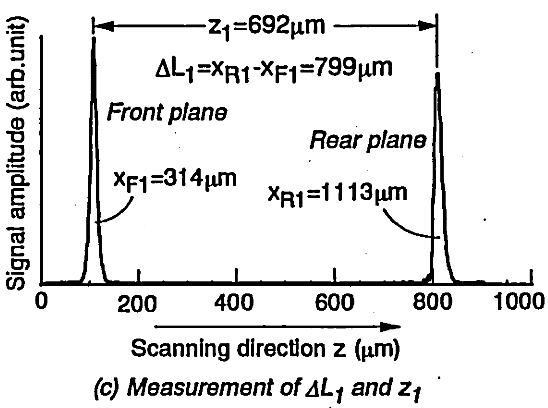
ビーム径4mmの場合を含めて、結果を表1にまとめてある。ビーム径6mmでは所定の×20レンズのNAは0.3であるが、NA_{eff}の実測値はSLDの空間コヒーレンスを反映して、所定値より小さくなる。また、ΔL_1とz_1から式(6)より算出した石英板の厚さtはマイクロメータゲージによる測定値と一致する。なお、ビーム径4mmでは、所定のレンズNAは0.2であり、NA_{eff}の測定精度はビーム径6mmのそれに比べて劣る。このような低NAの測定においては、サンプル厚tを大きくして、ΔL_1、z_1の測定許容誤差を≧1μmとすれば良い（式(16)、図8を参照）。



(a) Reflection from the front plane



(b) Reflection from the rear plane



(c) Measurement of ΔL_1 and z_1

図9　溶融石英板における干渉信号強度パターン群とz_1、ΔL_1の測定

表1　溶融石英板を用いたレンズの実効NAの測定結果

Measured object	SLD light beam focusing: Focusing lens	SLD light beam focusing: Beam diameter	Measured values: Optical path difference ΔL_1	Object moving distance z_1	Effective lens NA NA_{eff} c)	Object thickness: t_m d)	Object thickness: Error Δ_t e)
Fused quartz plate *index* n_s=1.4527 a) *thickness* t_s=1026μm b)	×20 microscope objective	6mmϕ	799μm	692μm	0.273	1026μm	±0%
		4mmϕ	791μm	698μm	0.199	1025μm	−0.1%

a) ns: *the calculated value from the Sellmeier equation* [14, 15].
b) ts: *the measured value with a micrometer gauge.*
c) NA_{eff} *is calculted by eq. 4 in the text.*
d) $t_m = (\Delta L_1 + z_1) / n_s$　e) $\Delta_t = (t_m - t_s) / t_s$

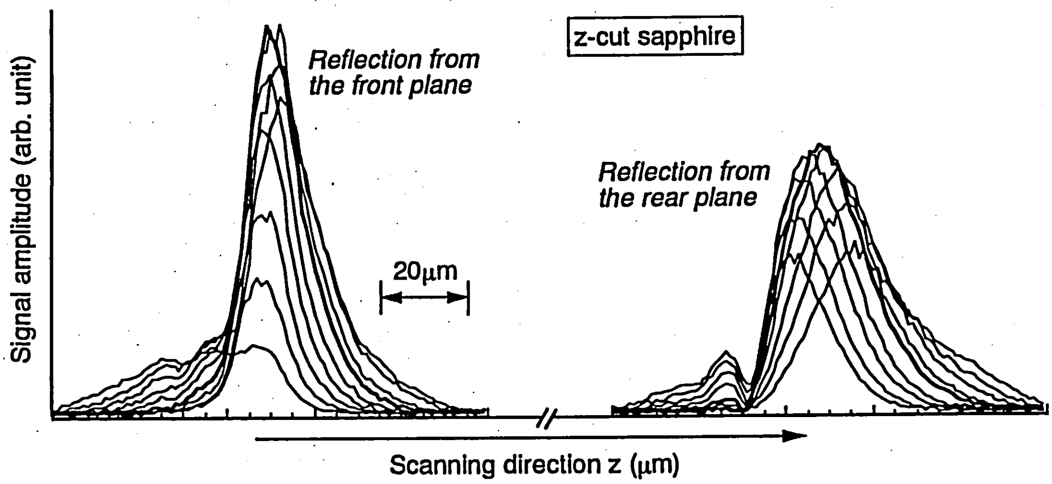


図10　サファイア板における干渉信号強度パターン群

表2　透明板の屈折率nと厚さt同時測定結果

Measured object: Material	Index n_s a)	Thickness t_s b)	Measured values: Optical path difference ΔL_1	Object moving distance z_1	Index: n_m	Index: Error $\Delta_n = \frac{n_m - n_s}{n_s}$	Thickness: t_m	Thickness: Error $\Delta_t = \frac{t_m - t_s}{t_s}$
z-cut sapphire	n_o=1.7594 (n_e=1.7515)	997μm	1196μm	554μm	1.7540	−0.3%	997μm	±0%
z-cut $LiTaO_3$	n_o=2.1514 (n_e=2.1557)	494μm	842μm	220μm	2.1636	+0.6%	491μm	−0.6%
Slide glass	1.5075 c)	1132μm	983μm	732μm	1.5138	+0.4%	1133μm	+0.1%

a) n_s: *the calculated value from proper Sellmeier equations* [14].
b) t_s : *the measured value with a micrometer gauge.*
c) *The estimated value from the index at the wavelength of 633nm.*

7．透明板の屈折率と厚さ同時測定

測定サンプルとしては、n=1.5～2.2の光学材料を選び、ZカットAl_2O_3（サファイア）、Zカット$LiTaO_3$およびスライドガラスを用いた。測定では、ビーム径6mmのコリメート光を×20対物レンズで集光し、前章で述べた結果をもとに、レンズ実効NAを0.273とした。厚さt～1mmのサファイアの場合の実験結果を図10に示す。前述の石英板と同様に、サンプルの前面と後面における信号強度パターン群の中から、各々最大ピークをもつものを選び、ΔL_1=1196μm、z_1=554μmを得た。これらの測定量から、式(1)および(2)を用いてn、tを算出した。他のサンプルも含めた結果を表２に示す。nの測定値（n_m）はセルマイヤ方程式から得られる値（n_s）と[14,15]、そしてtの測定値（t_m）はマイクロメータゲージで測定した厚さ（t_s）と比較した。

～1mm厚のサファイアにおける屈折率および厚さの測定誤差はΔ_n=-0.3%、Δ_t=±0%である。Δ_nが所定の誤差（0.1%）を越えた要因の一つは、サファイア自体の複屈折もさることながら、検出信号に含まれるノイズの影響が大きい。このノイズは参照光の位相変調に用いているPZTの不安定性に起因する。また、実験に際しては、光軸（またはサンプル走査方向）と測定サンプル面との傾き角αが測定精度に影響を及ぼす。図11に、αによって生ずる屈折率の測定誤差$\Delta_{n\alpha}$を示す。$\Delta_{n\alpha} \leqq$ 0.1%を得るには、傾き角をα≦6mradに調整する必要がある。一方、～0.5mm厚の$LiTaO_3$では、測定誤差はサファイアの2倍である。なお、スライドガラスについては、Δ_t=0.1%であり、満足すべき結果が得られている。

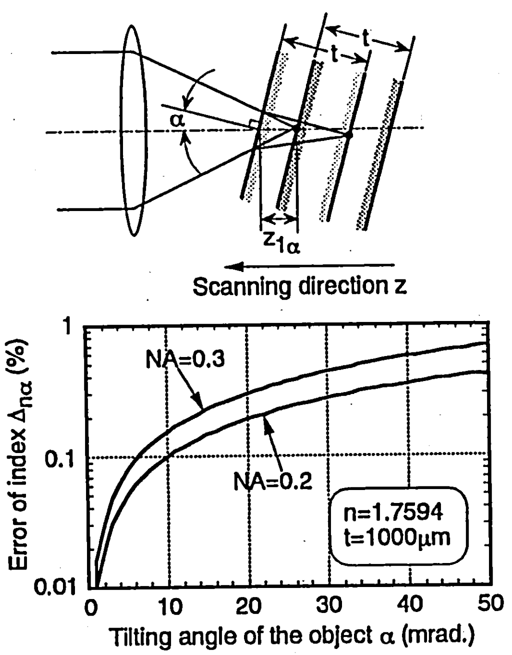


図11　サンプルの傾き角αによって生じる屈折率の測定誤差

8．まとめ

以上、SLDを光源とする低コヒーレント干渉光学系をもとに、新たな屈折率nと厚さt同時測定法を提案すると共に、実際に即した測定手順、および基礎実験結果を示した。現状の測定系で、厚さ～1mmの透明板において測定精度≧0.3%を確認し、本測定法の有効性を実証した。0.1μm／ステップのステージを用いれば、サンプル厚≧100μmに対して、測定精度0.1%が確保できる。

本測定法は、とくに従来のエリプソメータではカバーできない厚さ（t≧100μm）の光学材料のn、t同時測定に有用である。また、本測定法では、屈折率が層状に変化するサンプルのn、t同時測定も可能である。

さらに、集光ビーム照射であるので、反射面が粗面であっても本手法を適用することができ、現在、各種生体組織の屈折率測定、構造検出を試みている。

謝辞：　日頃ご指導頂く本学工学部・西原浩教授、光学系の整備にご協力頂く同・林由樹雄技官に感謝します。本研究の一部は文部省科学研究費・試験研究(B)(2)（課題番号#07555018）の援助を受けている。記して謝意を表する。

参考文献

[1] K. Takada, I. Yokohama, K. Chiba and J. Noda: Appl. Opt., 26, 9 (1987) 1603.

[2] R. C. Youngquist, S. Carr and D. E. N. Davies: Opt. Lett., 12, 3 (1987) 158.

[3] H. H. Gilgen, R. P. Novak, R. P.Salathe, W. Hodel and P. Beaud: J. Lightwave Technol. 7, 8 (1989) 1225.

[4] D. Huang, E. A. Swanson, C. P. Lin, J. S.

Schuman, W. G. Stinson, W. Chang, M. R. Hee, T. Flotte, K. Gregory, C. A. Puliafito and J. G. Fujimoto, Science: 254, 22 (1991) 1178.
[5] J. A. Izatt, M. R. Hee, G. M. Owen, E. A. Swanson and J. G. Fujimoto: Opt. Lett., 19, 8 (1994) 590.
[6] A. F. Fercher, K. Mengedoht and W. Werner: Opt. Lett., 13, 3 (1988) 186.
[7] W. Drexler, C. K. Hitzenberger, H. Sattmann and A. F. Fercher: Opt. Eng., 34, 3 (1995) 701.
[8] 白石、近江、春名、西原：平成7年秋季第56回応用物理学会学術講演会　26a-SN-11 (1995).
[9] 白石、近江、春名：電子情報通信学会MEとﾊﾞｲｵｻｲﾊﾞﾈﾃｨｯｸｽ研究会資料,MBE95-116 (1995-12).
[10] 久保田広他編「光学技術ハンドブック」2.4 偏光解析（pp. 256-264）.
[11] 近江、白石、田尻、春名：電子情報通信学会光ｴﾚｸﾄﾛﾆｸｽ研究会資料　OPE95-116 (1995-12).
[12] 田尻、白石、近江、春名：電子情報通信学会光ｴﾚｸﾄﾛﾆｸｽ研究会資料　OPE95-121 (1996-1).
[13] E. A. Swanson, D.Huang, M. R. Hee, et al., Opt. Lett., 17, No.22, (1992) 151.
[14] 工藤：「分光学的性質を主とした基礎物性図表」、共立出版 (1972).
[15] 水内：阪大博士論文　p.21 (1994).

輻射科学研究会資料
RS 95-24

不規則金属表面による光散乱の偏光度特性

花登 弘和, 小倉 久直
(京都大学 工学部)

1996 年 3 月 11 日
輻射科学研究会
(同志社大学)

不規則金属表面による光散乱の偏光度特性

花登 弘和, 小倉 久直
京都大学 工学部

1　まえがき

レーザーのように干渉性のよい光が粗面で散乱されるとスペックルパターンが現れる．これは粗面で散乱した光が干渉して，互いに強めあったり弱めあったりする結果生ずるものである．精度のよい光学機器を製作するためには，スペックル現象が問題となってくる．そこで最近では不規則金属表面による光の散乱に関心が持たれており，表面プラズモンの励振，後方強調散乱の確認などが主題となっている [1][2].

1次元不規則表面による光の散乱を記述するのに TE 波入射や TM 波入射を考えるだけでは不十分である．なぜなら TE 波を入射した場合は散乱波も TE 波であり，TM 波を入射した場合は散乱波も TM 波であるので散乱波の偏波に関しては何の情報も得られないからである．しかし，+45°直線偏波を入射すると散乱方向によって様々な偏光状態をもつ光が散乱されるので，偏波に関しても多くの情報が得られる．光の偏波の表し方には様々な方法があるが，ストークスパラメータを用いた方法は散乱波の強度と偏光状態を4個の独立なパラメータによって完全に記述することができるのでよく用いられる方法である [3].

本研究では無限に広がる不規則な1次元金属表面による光の散乱を確率汎関数法 [4][5][6] を用いて解析する．確率汎関数法はガウス非線形理論と統計的なフロケの定理に基づいており次のような利点がある．第1に初等的な摂動法では発散が生じる場合でも，多重散乱の効果を自然な形で組み込むことによって発散を抑えることができる．第2にウィーナ・伊藤展開の展開係数であるウィーナ核を用いて，偏波を考慮に入れた散乱統計量を簡単に計算することができる．確率汎関数法を用いて不規則な銀表面における TM 波の散乱と表面プラズモンの励振についてはこれまでにも研究され，様々な結果が得られている [7]．しかし TM 波入射や TE 波入射を考えるだけではウィーナ核に含まれる振幅の情報しか活用できていない．

そこで本研究では+45°直線偏波入射を考えることによりウィーナ核に含まれる位相の情報を有効に活用し，散乱波の偏光状態を解析することを主な目的とした．

2　不規則表面と波動場の表現

2.1　1 次元不規則表面の表現

無限に広がる 1 次元不規則表面を考える．ここでいう 1 次元表面とは 2 次元的な広がりを持ってはいるが，ある方向に対しては一定の振幅を持つため 1 次元的に扱える表面を意味する．今，考える表面は xy 平面上において y 方向には一定であり，x 方向には不規則性を持つものとする (図 1参照)．不規則表面の関数は次のように与えられる．

$$z = f(x, \omega) \tag{1}$$

ただし ω は見本空間 Ω の 1 つの見本点を表すパラメータである．

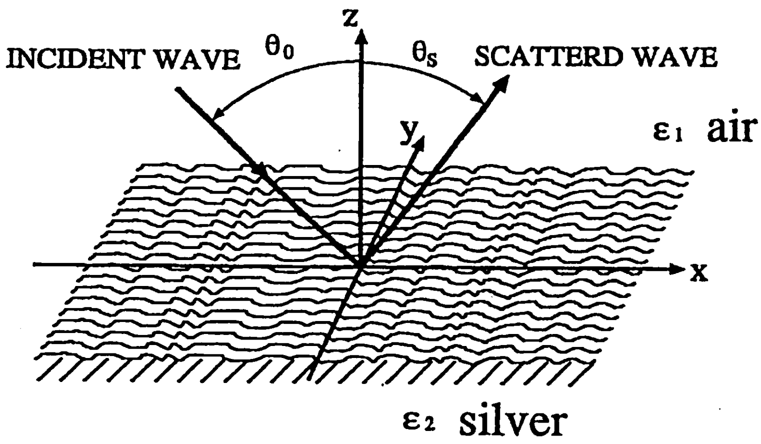


図 1: 1 次元不規則表面

確率過程 $f(x, \omega)$ が定常なガウス過程であるとすると次のようにスペクトル表現で書くことができる．

$$\begin{aligned} z &= f(x, \omega) \equiv f(\mathrm{T}^x \omega) \\ &= \int_{-\infty}^{\infty} \mathrm{e}^{\mathrm{i}\lambda x} F(\lambda) \mathrm{d}B(\lambda, \omega), \ \overline{F(\lambda)} = F(-\lambda) \end{aligned} \tag{2}$$

ここで，T^a は $\omega \to \omega' = \mathrm{T}^a \omega$ のように Ω 内の見本点を変化させるシフトを表し

$$\mathrm{T}^{a+b} = \mathrm{T}^a \mathrm{T}^b, \quad \mathrm{T}^0 = \mathrm{I} \quad (\text{恒等変換}) \tag{3}$$

の性質を持つ. また $\mathrm{d}B(\lambda,\omega)$ は複素ガウスランダム測度を表し, $\langle\ \rangle$ を Ω 空間内の平均値とすると次のような性質を持つ.

$$\begin{aligned}\langle \mathrm{d}B(\lambda)\rangle &= 0\\ \langle \overline{\mathrm{d}B(\lambda)}\mathrm{d}B(\lambda')\rangle &= \delta(\lambda-\lambda')\mathrm{d}\lambda\mathrm{d}\lambda'\\ \overline{\mathrm{d}B(\lambda)} &= \mathrm{d}B(-\lambda)\end{aligned} \tag{4}$$

式 (2), (4) を用いると不規則表面は次のような性質を持つことがわかる.

$$\langle f(\mathrm{T}^x\omega)\rangle = 0 \tag{5}$$

$$R(x) = \langle f(\mathrm{T}^a\omega)f(\mathrm{T}^{x+a}\omega)\rangle = \int_{-\infty}^{\infty} \mathrm{e}^{\mathrm{i}\lambda x}|F(\lambda)|^2\mathrm{d}\lambda \tag{6}$$

$$R(0) = \int_{-\infty}^{\infty} |F(\lambda)|^2\mathrm{d}\lambda \equiv \sigma^2 \tag{7}$$

$|F(\lambda)|^2$ は不規則表面のスペクトル密度を表し, σ^2 は $f(\mathrm{T}^x\omega)$ の分散, すなわち不規則表面の粗さを表す.

2.2 +45° 直線偏波入射に対する波動場の表現

2.2.1 偏波

空気中から不規則な銀表面に光を入射した時の散乱波について考える. 散乱波とは空気中へ反射される波動だけでなく銀内部へ透過していく波動をも含む。入射波は平面波であり, 不規則表面の溝 (y 軸に平行) に対して垂直に入射するものとする. すなわち, 入射波数ベクトルは xz 平面内にあるものとする. このとき, 散乱波も入射平面内にあるので, 散乱波数ベクトルは xz 平面内にある. 入射波数ベクトルと散乱波数ベクトルは次のように表現できる (図 2参照).

$$\text{入射波数ベクトル}\quad \boldsymbol{k}_0 = (\lambda_0, 0, -\mu_1(\lambda_0)) \tag{8}$$

$$\text{空気への散乱波数ベクトル}\quad \boldsymbol{k}_1 = (\lambda, 0, \mu_1(\lambda)) \tag{9}$$

$$\text{銀への散乱波数ベクトル}\quad \boldsymbol{k}_2 = (\lambda, 0, -\mu_2(\lambda)) \tag{10}$$

ただし, ϵ_1 を空気の比誘電率, ϵ_2 を銀の比誘電率, k を真空中の波数として

$$k_1 = |\boldsymbol{k}_1| = \sqrt{\epsilon_1}k,\ k_2 = |\boldsymbol{k}_2| = \sqrt{\epsilon_2}k \tag{11}$$

$$\mu_1(\lambda) \equiv \sqrt{{k_1}^2-\lambda^2},\ \mu_2(\lambda) \equiv \sqrt{{k_2}^2-\lambda^2} \tag{12}$$

である. つまり λ は波数ベクトルの x 成分であり $\mu_1(\lambda)$, $\mu_2(\lambda)$ は z 成分である.

次に電界ベクトルを入射面に平行な成分 (TM) と入射面に垂直な成分 (TE) に分解するため, TE 方向の単位ベクトルである TE 偏波ベクトル $e_{\mathrm{TE}}(k)$ と TM 方向の単位ベクトルである TM 偏波ベクトル $e_{\mathrm{TM}}(k)$ とを定義する.

$$e_{\mathrm{TE}}(k) \equiv \frac{k \times e_z}{|k \times e_z|} \tag{13}$$

$$e_{\mathrm{TM}}(k) \equiv \frac{k \times e_{\mathrm{TE}}(k)}{|k \times e_{\mathrm{TE}}(k)|} \tag{14}$$

ただし, e_z は z 方向の単位ベクトルである. k と $e_{\mathrm{TE}}(k)$ と $e_{\mathrm{TM}}(k)$ は互いに直交しており

$$[k, e_{\mathrm{TE}}(k), e_{\mathrm{TM}}(k)] \tag{15}$$

が右手系をなす (図 2参照).

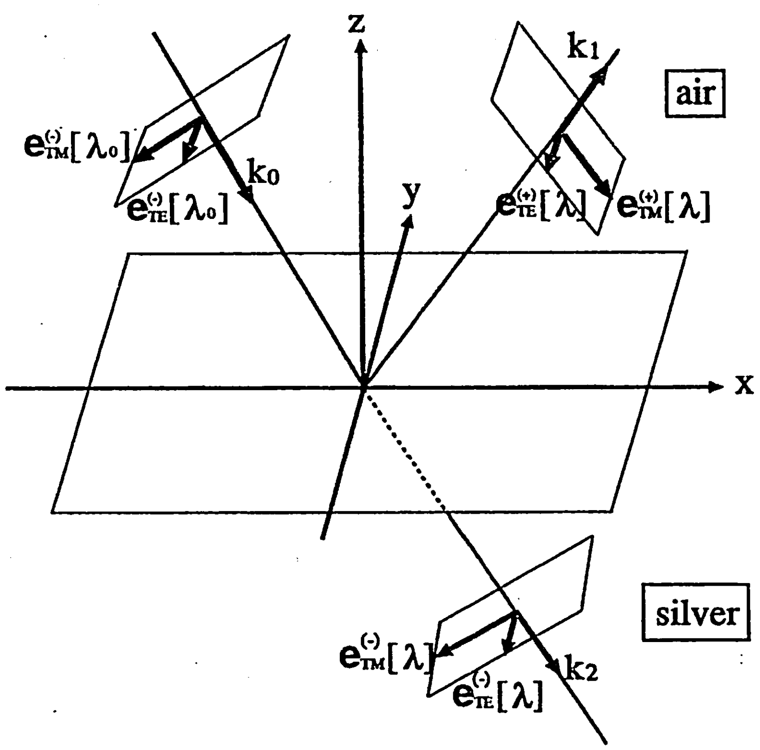


図 2: 波数ベクトルと偏波ベクトル

偏波ベクトルの引数として k のかわりに波数ベクトルの x 成分 λ を用いることができる. ただし, 下向きの波動 (波数ベクトルの z 成分が負) の偏波ベクトルに対し

ては添字 (−) をつけ, 上向きの波動 (波数ベクトルの z 成分が正) の偏波ベクトルに対しては添字 (+) をつけて区別する. 式 (8)〜(10),(13),(14) を用いると入射波, 散乱波に対する TE 偏波ベクトルおよび TM 偏波ベクトルは次のように書き直せる.

入射波
$$e_{\mathrm{TE}}^{(-)}[\lambda_0] \equiv e_{\mathrm{TE}}(k_0) = (0,-1,0) \tag{16}$$
$$e_{\mathrm{TM}}^{(-)}[\lambda_0] \equiv e_{\mathrm{TM}}(k_0) = \left(-\frac{\mu_1(\lambda_0)}{k_1}, 0, -\frac{\lambda_0}{k_1}\right) \tag{17}$$
空気への散乱波
$$e_{\mathrm{TE}}^{(+)}[\lambda] \equiv e_{\mathrm{TE}}(k_1) = (0,-1,0) \tag{18}$$
$$e_{\mathrm{TM}}^{(+)}[\lambda] \equiv e_{\mathrm{TM}}(k_1) = \left(\frac{\mu_1(\lambda)}{k_1}, 0, -\frac{\lambda}{k_1}\right) \tag{19}$$
銀への散乱波
$$e_{\mathrm{TE}}^{(-)}[\lambda] \equiv e_{\mathrm{TE}}(k_2) = (0,-1,0) \tag{20}$$
$$e_{\mathrm{TM}}^{(-)}[\lambda] \equiv e_{\mathrm{TM}}(k_2) = \left(-\frac{\mu_2(\lambda)}{k_2}, 0, -\frac{\lambda}{k_2}\right) \tag{21}$$

これを用いて, +45°直線偏波の偏波ベクトル$e_{+45°}$および−45°直線偏波の偏波ベクトル$e_{-45°}$は次のように表現できる.

$$e_{+45°} \equiv \frac{e_{\mathrm{TE}} + e_{\mathrm{TM}}}{\sqrt{2}} \tag{22}$$
$$e_{-45°} \equiv \frac{e_{\mathrm{TE}} - e_{\mathrm{TM}}}{\sqrt{2}} \tag{23}$$

2.2.2 波動場の形とウィーナ・伊藤展開

空気中の波動の電界ベクトルを $\boldsymbol{E}_1$ とし, 銀内部の波動の電界ベクトルを $\boldsymbol{E}_2$ とする. これらは, それぞれの媒質中において次の波動方程式を満足しなければならない.

$$\nabla^2 \boldsymbol{E}_1 + k_1{}^2 \boldsymbol{E}_1 = 0 \tag{24}$$
$$\nabla^2 \boldsymbol{E}_2 + k_2{}^2 \boldsymbol{E}_2 = 0 \tag{25}$$

空気中の磁界ベクトルを $\boldsymbol{H}_1$ とし, 銀内部の磁界ベクトルを $\boldsymbol{H}_2$ とすると, 不規則表面上においては次の境界条件を満足しなければならない.

$$\boldsymbol{n} \times \boldsymbol{E}_1 = \boldsymbol{n} \times \boldsymbol{E}_2 \tag{26}$$
$$\boldsymbol{n} \times \boldsymbol{H}_1 = \boldsymbol{n} \times \boldsymbol{H}_2 \tag{27}$$

ただし, $\boldsymbol{n}$ は不規則表面上の法線ベクトルである. 上の境界条件は, 電界および磁界の接線成分が不規則表面上で連続でなければならないことを意味する. 磁界ベクトル $\boldsymbol{H}$ はマクスウェルの方程式

$$\nabla \times \boldsymbol{E} = -\mathrm{i}\omega\mu \boldsymbol{H} \tag{28}$$

によって電界ベクトルと結びつけられるので, 境界条件 (26),(27) は電界ベクトルのみの式に帰着することができる.

式 (16),(17) の偏波ベクトルを用いると, +45°直線偏波の入射波の電界ベクトル $\boldsymbol{E}_0(x,z|\lambda_0)$ は

$$\boldsymbol{E}_0(x,z|\lambda_0)=\frac{\boldsymbol{e}_{\rm TE}[\lambda_0]+\boldsymbol{e}_{\rm TM}[\lambda_0]}{\sqrt{2}}\mathrm{e}^{\mathrm{i}\lambda_0 x-\mathrm{i}\mu_1(\lambda_0)z} \tag{29}$$

と表せる. 任意の波動場 $\psi(x,\omega)$ に対するシフト作用素 D^a を次式で定義する.

$$\mathrm{D}^a\psi(x,\omega)\equiv\psi(x+a,\mathrm{T}^{-a}\omega) \tag{30}$$

入射電界ベクトル $\boldsymbol{E}_0(x,z|\lambda_0)$ に D^a を作用させると

$$\mathrm{D}^a\boldsymbol{E}_0(x,z|\lambda_0)=\mathrm{e}^{\mathrm{i}\lambda_0 a}\boldsymbol{E}_0(x,z|\lambda_0) \tag{31}$$

となるので, $\boldsymbol{E}_0(x,z|\lambda_0)$ は固有値 $\mathrm{e}^{\mathrm{i}\lambda_0 a}$ を持つ D^a の固有関数である. 波動方程式 (24),(25) と境界条件 (26),(27) は $\mathrm{D}^a\boldsymbol{E}_1,\mathrm{D}^a\boldsymbol{E}_2$ に対しても成り立つので, $\boldsymbol{E}_1,\boldsymbol{E}_2$ が解ならば $\mathrm{D}^a\boldsymbol{E}_1,\mathrm{D}^a\boldsymbol{E}_2$ も解となる. 従って$\boldsymbol{E}_1,\boldsymbol{E}_2$ は $\boldsymbol{E}_0(x,z|\lambda_0)$ と同じく, 固有値 $\mathrm{e}^{\mathrm{i}\lambda_0 a}$ を持つ D^a の固有関数でなければならない. すなわち, $\boldsymbol{E}_1,\boldsymbol{E}_2$ は次のように $\mathrm{e}^{\mathrm{i}\lambda_0 x}$ と定常過程の積に書き直すことができる.

$$\boldsymbol{E}_1(x,z;\omega|\lambda_0) = \mathrm{e}^{\mathrm{i}\lambda_0 x}\left[\frac{\boldsymbol{e}_{\rm TE}[\lambda_0]+\boldsymbol{e}_{\rm TM}[\lambda_0]}{\sqrt{2}}\mathrm{e}^{-\mathrm{i}\mu_1(\lambda_0)z}+\boldsymbol{U}_1(\mathrm{T}^x\omega,z|\lambda_0)\right] \tag{32}$$

$$\boldsymbol{E}_2(x,z;\omega|\lambda_0) = \mathrm{e}^{\mathrm{i}\lambda_0 x}\boldsymbol{U}_2(\mathrm{T}^x\omega,z|\lambda_0) \tag{33}$$

定常過程 $\boldsymbol{U}_1(\mathrm{T}^x\omega,z|\lambda_0),\boldsymbol{U}_2(\mathrm{T}^x\omega,z|\lambda_0)$ はガウス不規則表面 $f(\mathrm{T}^x\omega)$ の汎関数である. 従って $\boldsymbol{U}_1(\mathrm{T}^x\omega,z|\lambda_0),\boldsymbol{U}_2(\mathrm{T}^x\omega,z|\lambda_0)$ はガウスランダム測度 $\mathrm{d}B(\lambda)$ の多変数直交多項式, すなわち多変数エルミート多項式によって直交展開できる [8]. これが, ウィーナ·伊藤の展開定理である. 定常過程 $\boldsymbol{U}_1(\mathrm{T}^x\omega,z|\lambda_0),\boldsymbol{U}_2(\mathrm{T}^x\omega,z|\lambda_0)$ は TE 偏波成分と TM 偏波成分に分けてウィーナ・伊藤展開できる.

$$\boldsymbol{U}_1(\mathrm{T}^x\omega,z|\lambda_0) = \sum_{n=0}^{\infty}\boldsymbol{U}_1{}^n(\mathrm{T}^x\omega,z|\lambda_0) \tag{34}$$

$$\begin{aligned}\boldsymbol{U}_1{}^n(\mathrm{T}^x\omega,z|\lambda_0) = \int\cdots\int\{&\boldsymbol{e}_{\rm TE}^{(+)}[\lambda_0+\cdots+\lambda_n]A_n^{\rm TE}(\lambda_1,\cdots,\lambda_n|\lambda_0)\\ &+\boldsymbol{e}_{\rm TM}^{(+)}[\lambda_0+\cdots+\lambda_n]A_n^{\rm TM}(\lambda_1,\cdots\lambda_n|\lambda_0)\}\\ &\mathrm{e}^{\mathrm{i}(\lambda_1+\cdots+\lambda_n)x}\mathrm{e}^{\mathrm{i}\mu_1(\lambda_0+\cdots+\lambda_n)z}\hat{\mathrm{h}}_n[\mathrm{d}B(\lambda_1),\cdots,\mathrm{d}B(\lambda_n)]\end{aligned} \tag{35}$$

$$\boldsymbol{U}_2(\mathrm{T}^x\omega,z|\lambda_0) = \sum_{n=0}^{\infty}\boldsymbol{U}_2{}^n(\mathrm{T}^x\omega,z|\lambda_0) \tag{36}$$

$$
\begin{aligned}
U_2{}^n(\mathrm{T}^x\omega, z|\lambda_0) \;=\; & \int\cdots\int\{e_{\mathrm{TE}}^{(-)}[\lambda_0+\cdots+\lambda_n]C_n^{\mathrm{TE}}(\lambda_1,\cdots,\lambda_n|\lambda_0) \\
& +e_{\mathrm{TM}}^{(-)}[\lambda_0+\cdots+\lambda_n]C_n^{\mathrm{TM}}(\lambda_1,\cdots\lambda_n|\lambda_0)\} \\
& \mathrm{e}^{\mathrm{i}(\lambda_1+\cdots+\lambda_n)x}\mathrm{e}^{-\mathrm{i}\mu_2(\lambda_0+\cdots+\lambda_n)z}\hat{\mathrm{h}}_n[\mathrm{d}B(\lambda_1),\cdots,\mathrm{d}B(\lambda_n)] \quad (37)
\end{aligned}
$$

ここで $A_n(\lambda_1,\cdots,\lambda_n|\lambda_0), C_n(\lambda_1,\cdots,\lambda_n|\lambda_0)$ は $\lambda_1,\cdots,\lambda_n$ に関して対称であり n 次ウィーナ核と呼ばれる. 式 (35),(37) の n 重積分は n 重ウィーナ積分と呼ばれる. 積分内の指数関数は $\mathrm{e}^{\mathrm{i}\lambda_0 x}U_1(\mathrm{T}^x\omega,z|\lambda_0), \mathrm{e}^{\mathrm{i}\lambda_0 x}U_2(\mathrm{T}^x\omega,z|\lambda_0)$ が波動方程式 (24),(25) を満たすように選んである. また $\hat{\mathrm{h}}_n[\mathrm{d}B(\lambda_1),\cdots,\mathrm{d}B(\lambda_n)]$ は n 変数の複素エルミート多項式を用いた $\mathrm{d}B(\lambda)$ の n 変数多項式であり, 以下に低次のものを示す.

$$\hat{\mathrm{h}}_0 = 1 \quad (38)$$

$$\hat{\mathrm{h}}_1[\mathrm{d}B(\lambda)] = \mathrm{d}B(\lambda) \quad (39)$$

$$\hat{\mathrm{h}}_2[\mathrm{d}B(\lambda_1),\mathrm{d}B(\lambda_2)] = \mathrm{d}B(\lambda_1)\mathrm{d}B(\lambda_2) - \delta(\lambda_1+\lambda_2)\mathrm{d}\lambda_1\mathrm{d}\lambda_2 \quad (40)$$

$$
\begin{aligned}
&\hat{\mathrm{h}}_3[\mathrm{d}B(\lambda_1),\mathrm{d}B(\lambda_2),\mathrm{d}B(\lambda_3)] = \mathrm{d}B(\lambda_1)\mathrm{d}B(\lambda_2)\mathrm{d}B(\lambda_3) \\
&-[\delta(\lambda_1+\lambda_2)\mathrm{d}\lambda_1\mathrm{d}\lambda_2\mathrm{d}B(\lambda_3) + \delta(\lambda_2+\lambda_3)\mathrm{d}\lambda_2\mathrm{d}\lambda_3\mathrm{d}B(\lambda_1) + \\
&\delta(\lambda_3+\lambda_1)\mathrm{d}\lambda_3\mathrm{d}\lambda_1\mathrm{d}B(\lambda_2)] \quad (41)
\end{aligned}
$$

$\mathrm{d}B(\lambda)$ は式 (4) の性質を持つので, 多変数エルミート多項式の直交性を用いると平均に関する次の直交性が得られる.

$$
\begin{aligned}
&\left\langle \overline{\hat{\mathrm{h}}_n[\mathrm{d}B(\lambda_1),\cdots,\mathrm{d}B(\lambda_n)]}\hat{\mathrm{h}}_m[\mathrm{d}B(\mu_1),\cdots,\mathrm{d}B(\mu_m)]\right\rangle \\
&= \delta_{nm}\delta_{ij}^n\mathrm{d}\lambda_1\cdots\mathrm{d}\lambda_n\mathrm{d}\mu_1\cdots\mathrm{d}\mu_n \quad (42)
\end{aligned}
$$

$$\delta_{ij}^n \equiv \sum_{all\ pair\,(i,j)}\prod \delta(\lambda_i-\mu_j) \quad (43)$$

δ_{ij}^n は 2 組の n 個の添字 $(\lambda_1,\cdots,\lambda_n),(\mu_1,\cdots,\mu_n)$ から 1 つずつ取り出した添字の対 (λ_i,μ_j) に対して $\delta(\lambda_i-\mu_j)$ をつくり, そのような $\delta(\lambda-\mu)$ の n 個の積をすべての組合せについて加えることを意味する. 例えば $n=2$ のときは

$$\delta_{ij}^2 = \delta(\lambda_1-\mu_1)\delta(\lambda_2-\mu_2) + \delta(\lambda_1-\mu_2)\delta(\lambda_2-\mu_1) \quad (44)$$

となる.

以上より式 (32)~(37) をまとめると空気中の電界ベクトル $\boldsymbol{E}_1$ および銀内部の電界ベクトル $\boldsymbol{E}_2$ は次のように表現できる.

$$
\begin{aligned}
&\boldsymbol{E}_1(x,z;\omega|\lambda_0) \\
&= \frac{1}{\sqrt{2}}\{e_{\mathrm{TE}}^{(-)}[\lambda_0] + e_{\mathrm{TM}}^{(-)}[\lambda_0]\}\mathrm{e}^{\mathrm{i}\lambda_0 x - \mathrm{i}\mu_1(\lambda_0)z}
\end{aligned}
$$

$$
\begin{aligned}
&+ \quad \{e_{\mathrm{TE}}^{(+)}[\lambda_0]A_0^{\mathrm{TE}}(\lambda_0) + e_{\mathrm{TM}}^{(+)}[\lambda_0]A_0^{\mathrm{TM}}(\lambda_0)\}\mathrm{e}^{\mathrm{i}\lambda_0 x + \mathrm{i}\mu_1(\lambda_0)z} \\
&+ \quad \int \{e_{\mathrm{TE}}^{(+)}[\lambda_0+\lambda_1]A_1^{\mathrm{TE}}(\lambda_1|\lambda_0) + e_{\mathrm{TM}}^{(+)}[\lambda_0+\lambda_1]A_1^{\mathrm{TM}}(\lambda_1|\lambda_0)\} \\
&\qquad \mathrm{e}^{\mathrm{i}(\lambda_0+\lambda_1)x+\mathrm{i}\mu_1(\lambda_0+\lambda_1)z}\mathrm{d}B(\lambda_1) \\
&+ \quad \int\int \{e_{\mathrm{TE}}^{(+)}[\lambda_0+\lambda_1+\lambda_2]A_2^{\mathrm{TE}}(\lambda_1,\lambda_2|\lambda_0) + e_{\mathrm{TM}}^{(+)}[\lambda_0+\lambda_1+\lambda_2]A_2^{\mathrm{TM}}(\lambda_1,\lambda_2|\lambda_0)\} \\
&\qquad \mathrm{e}^{\mathrm{i}(\lambda_0+\lambda_1+\lambda_2)x+\mathrm{i}\mu_1(\lambda_0+\lambda_1+\lambda_2)z}\hat{\mathrm{h}}_2[\mathrm{d}B(\lambda_1),\mathrm{d}B(\lambda_2)] + \cdots
\end{aligned} \tag{45}
$$

$$
\begin{aligned}
&\boldsymbol{E}_2(x,z;\omega|\lambda_0) \\
&= \quad \{e_{\mathrm{TE}}^{(-)}[\lambda_0]C_0^{\mathrm{TE}}(\lambda_0) + e_{\mathrm{TM}}^{(-)}[\lambda_0]C_0^{\mathrm{TM}}(\lambda_0)\}\mathrm{e}^{\mathrm{i}\lambda_0 x - \mathrm{i}\mu_2(\lambda_0)z} \\
&+ \quad \int \{e_{\mathrm{TE}}^{(-)}[\lambda_0+\lambda_1]C_1^{\mathrm{TE}}(\lambda_1|\lambda_0) + e_{\mathrm{TM}}^{(-)}[\lambda_0+\lambda_1]C_1^{\mathrm{TM}}(\lambda_1|\lambda_0)\} \\
&\qquad \mathrm{e}^{\mathrm{i}(\lambda_0+\lambda_1)x-\mathrm{i}\mu_2(\lambda_0+\lambda_1)z}\mathrm{d}B(\lambda_1) \\
&+ \quad \int\int \{e_{\mathrm{TE}}^{(-)}[\lambda_0+\lambda_1+\lambda_2]C_2^{\mathrm{TE}}(\lambda_1,\lambda_2|\lambda_0) + e_{\mathrm{TM}}^{(-)}[\lambda_0+\lambda_1+\lambda_2]C_2^{\mathrm{TM}}(\lambda_1,\lambda_2|\lambda_0)\} \\
&\qquad \mathrm{e}^{\mathrm{i}(\lambda_0+\lambda_1+\lambda_2)x-\mathrm{i}\mu_2(\lambda_0+\lambda_1+\lambda_2)z}\hat{\mathrm{h}}_2[\mathrm{d}B(\lambda_1);\mathrm{d}B(\lambda_2)] + \cdots
\end{aligned} \tag{46}
$$

3 境界条件とウィーナ核の解

3.1 境界条件

1次元不規則表面の粗さが波長に比べて十分小さく，かつ滑らかである場合に境界条件 (26),(27) を近似することを考える．不規則表面上の法線ベクトル $\boldsymbol{n}$ は

$$
\boldsymbol{n} = \frac{\left(\frac{\mathrm{d}f}{\mathrm{d}x}, 0, -1\right)}{\sqrt{(\frac{\mathrm{d}f}{\mathrm{d}x})^2+1}} \tag{47}
$$

と表現できるので，式 (26),(27),(28),(47) を用いると不規則表面上の境界条件は次のようになる．

$$
\begin{aligned}
[\boldsymbol{E}_1]_y &= [\boldsymbol{E}_2]_y && (48) \\
[\boldsymbol{E}_1]_x + \frac{\mathrm{d}f}{\mathrm{d}x}[\boldsymbol{E}_1]_z &= [\boldsymbol{E}_2]_x + \frac{\mathrm{d}f}{\mathrm{d}x}[\boldsymbol{E}_2]_z && (49) \\
\frac{\mathrm{d}f}{\mathrm{d}x}\frac{\partial[\boldsymbol{E}_1]_y}{\partial x} - \frac{\partial[\boldsymbol{E}_1]_y}{\partial z} &= \frac{\mathrm{d}f}{\mathrm{d}x}\frac{\partial[\boldsymbol{E}_2]_y}{\partial x} - \frac{\partial[\boldsymbol{E}_2]_y}{\partial z} && (50) \\
\frac{\partial[\boldsymbol{E}_1]_z}{\partial x} - \frac{\partial[\boldsymbol{E}_1]_x}{\partial z} &= \frac{\partial[\boldsymbol{E}_2]_z}{\partial x} - \frac{\partial[\boldsymbol{E}_2]_x}{\partial z} \quad (\text{on } z = f(\mathrm{T}^x\omega)) && (51)
\end{aligned}
$$

ただし，$[\boldsymbol{E}]_i$ は電界の i 成分を表す．境界条件 (48), (50) は $[\boldsymbol{E}]_y$ のみに関する式であるので TE 偏波についての境界条件とみなすことができ，境界条件 (49), (51) は $[\boldsymbol{E}]_x, [\boldsymbol{E}]_z$ のみに関する式であるので TM 偏波についての境界条件とみなすことがで

きる．すなわち，1 次元不規則表面においては TE 偏波と TM 偏波は分離して解くことができる．1 次元不規則表面の粗さが波長に比べて十分小さく，かつ滑らかであると仮定すると $k^2\langle f^2\rangle = k^2\sigma^2 \ll 1$, $\left\langle |\frac{\mathrm{d}f}{\mathrm{d}x}|^2 \right\rangle = \frac{\sigma^2}{2l^2} \ll 1$ でなければならない．この条件のもとで式 (48)〜(51) を $z=0$ で展開し，f に関して 1 次までで近似すると $z=0$ における近似境界条件が得られる．

$$\text{(TE)} \qquad [\boldsymbol{E}_1]_y + f\frac{\partial [\boldsymbol{E}_1]_y}{\partial z} = [\boldsymbol{E}_2]_y + f\frac{\partial [\boldsymbol{E}_2]_y}{\partial z} \tag{52}$$

$$\begin{aligned} &\frac{\mathrm{d}f}{\mathrm{d}x}\frac{\partial [\boldsymbol{E}_1]_y}{\partial x} - \frac{\partial [\boldsymbol{E}_1]_y}{\partial z} - f\frac{\partial^2 [\boldsymbol{E}_1]_y}{\partial z^2} \\ &\quad = \frac{\mathrm{d}f}{\mathrm{d}x}\frac{\partial [\boldsymbol{E}_2]_y}{\partial x} - \frac{\partial [\boldsymbol{E}_2]_y}{\partial z} - f\frac{\partial^2 [\boldsymbol{E}_2]_y}{\partial z^2} \end{aligned} \tag{53}$$

$$\text{(TM)} \qquad [\boldsymbol{E}_1]_x + f\frac{\partial [\boldsymbol{E}_1]_x}{\partial z} + \frac{\mathrm{d}f}{\mathrm{d}x}[\boldsymbol{E}_1]_z = [\boldsymbol{E}_2]_x + f\frac{\partial [\boldsymbol{E}_2]_x}{\partial z} + \frac{\mathrm{d}f}{\mathrm{d}x}[\boldsymbol{E}_2]_z \tag{54}$$

$$\begin{aligned} &\frac{\partial [\boldsymbol{E}_1]_z}{\partial x} + f\frac{\partial^2 [\boldsymbol{E}_1]_z}{\partial x \partial z} - \frac{\partial [\boldsymbol{E}_1]_x}{\partial z} - f\frac{\partial^2 [\boldsymbol{E}_1]_x}{\partial z^2} \\ &\quad = \frac{\partial [\boldsymbol{E}_2]_z}{\partial x} + f\frac{\partial^2 [\boldsymbol{E}_2]_z}{\partial x \partial z} - \frac{\partial [\boldsymbol{E}_2]_x}{\partial z} - f\frac{\partial^2 [\boldsymbol{E}_2]_x}{\partial z^2} \quad (\text{on } z=0) \end{aligned} \tag{55}$$

これに式 (45),(46) を代入して未知関数 $\boldsymbol{U}_1, \boldsymbol{U}_2$ を求めるわけであるが，$f, \boldsymbol{U}_1 \boldsymbol{U}_2$ は定常な確率過程であるので $x=0$ の 1 点について解けば十分である．

3.2 階層方程式

式 (45),(46) を近似境界条件 (52)〜(55) に代入する．そこで多変数エルミート多項式の漸化式

$$\begin{aligned} \mathrm{d}B(\lambda)\hat{\mathrm{h}}_n[\mathrm{d}B(\lambda_1), \cdots, \mathrm{d}B(\lambda_n)] &= \hat{\mathrm{h}}_{n+1}[\mathrm{d}B(\lambda), \mathrm{d}B(\lambda_1), \cdots, \mathrm{d}B(\lambda_n)] \\ &+ \sum_{k=1}^{n} \hat{\mathrm{h}}_{n-1}[\mathrm{d}B(\lambda_1), \cdots, \mathrm{d}B(\lambda_{k-1}), \mathrm{d}B(\lambda_{k+1}), \cdots, \mathrm{d}B(\lambda_n)] \\ &\times \delta(\lambda + \lambda_k)\mathrm{d}\lambda \mathrm{d}\lambda_k \end{aligned} \tag{56}$$

を用いて，f (1 重ウィーナ積分) と $\boldsymbol{U}^n$ (n 重ウィーナ積分) の積を $n+1$ 重ウィーナ積分と $n-1$ 重ウィーナ積分に分解する．すると $\hat{\mathrm{h}}_n$ の直交性の式 (42) によって，次数の異なるウィーナ核の階層的な方程式を得ることができる．そしてその階層方程式はマトリクスの形にまとめることができる．TE 偏波は次のようなマトリクス階層方程式にまとめられる．

$(n=0)$

$$\boldsymbol{\Delta}^{\mathrm{TE}}(\lambda_0)\boldsymbol{A}_0^{\mathrm{TE}}(\lambda_0) + \int \boldsymbol{Q}^{\mathrm{TE}}(\lambda_1|\lambda_0+\lambda_1)\boldsymbol{A}_1^{\mathrm{TE}}(\lambda_1|\lambda_0)\mathrm{d}\lambda_1 = \boldsymbol{E}_0^{\mathrm{TE}}(\lambda_0) \tag{57}$$

$(n=1)$

$$\boldsymbol{\Delta}^{\mathrm{TE}}(\lambda_0+\lambda_1)\boldsymbol{A}_1^{\mathrm{TE}}(\lambda_1|\lambda_0)+\boldsymbol{P}^{\mathrm{TE}}(\lambda_1|\lambda_0)\boldsymbol{A}_0^{\mathrm{TE}}(\lambda_0) +2\int \boldsymbol{Q}^{\mathrm{TE}}(\lambda_2|\lambda_0+\lambda_1+\lambda_2)\boldsymbol{A}_2^{\mathrm{TE}}(\lambda_1,\lambda_2|\lambda_0)\mathrm{d}\lambda_2=\boldsymbol{E}_1^{\mathrm{TE}}(\lambda_1|\lambda_0) \tag{58}$$

$(n=2)$

$$\boldsymbol{\Delta}^{\mathrm{TE}}(\lambda_0+\lambda_1+\lambda_2)\boldsymbol{A}_2^{\mathrm{TE}}(\lambda_1,\lambda_2|\lambda_0) +\frac{1}{2}\left[\boldsymbol{P}^{\mathrm{TE}}(\lambda_2|\lambda_0+\lambda_1)\boldsymbol{A}_1^{\mathrm{TE}}(\lambda_1|\lambda_0)+\boldsymbol{P}^{\mathrm{TE}}(\lambda_1|\lambda_0+\lambda_2)\boldsymbol{A}_1^{\mathrm{TE}}(\lambda_2|\lambda_0)\right] +3\int \boldsymbol{Q}^{\mathrm{TE}}(\lambda_3|\lambda_0+\lambda_1+\lambda_2+\lambda_3)\boldsymbol{A}_3^{\mathrm{TE}}(\lambda_1,\lambda_2,\lambda_3|\lambda_0)\mathrm{d}\lambda_3=0 \tag{59}$$

$(n=3)$

$$\boldsymbol{\Delta}^{\mathrm{TE}}(\lambda_0+\lambda_1+\lambda_2+\lambda_3)\boldsymbol{A}_3^{\mathrm{TE}}(\lambda_1,\lambda_2,\lambda_3|\lambda_0) +\frac{1}{3}\left[\boldsymbol{P}^{\mathrm{TE}}(\lambda_1|\lambda_0+\lambda_2+\lambda_3)\boldsymbol{A}_2^{\mathrm{TE}}(\lambda_2,\lambda_3|\lambda_0)+ \boldsymbol{P}^{\mathrm{TE}}(\lambda_2|\lambda_0+\lambda_1+\lambda_3)\boldsymbol{A}_2^{\mathrm{TE}}(\lambda_1,\lambda_3|\lambda_0)+\boldsymbol{P}^{\mathrm{TE}}(\lambda_3|\lambda_0+\lambda_1+\lambda_2)\boldsymbol{A}_2^{\mathrm{TE}}(\lambda_1,\lambda_2|\lambda_0)\right] +4\int \boldsymbol{Q}^{\mathrm{TE}}(\lambda_4|\lambda_0+\lambda_1+\lambda_2+\lambda_3+\lambda_4)\boldsymbol{A}_4^{\mathrm{TE}}(\lambda_1,\lambda_2,\lambda_3,\lambda_4|\lambda_0)\mathrm{d}\lambda_4=0 \tag{60}$$

ただし, $\boldsymbol{A}_n^{\mathrm{TE}},\boldsymbol{E}_0^{\mathrm{TE}},\boldsymbol{E}_1^{\mathrm{TE}},\boldsymbol{\Delta}^{\mathrm{TE}},\boldsymbol{P}^{\mathrm{TE}},\boldsymbol{Q}^{\mathrm{TE}}$ は次のように定義する.

$$\boldsymbol{A}_n^{\mathrm{TE}}(\lambda_1,\cdots,\lambda_n|\lambda_0) \equiv \begin{bmatrix} A_n^{\mathrm{TE}}(\lambda_1,\cdots,\lambda_n|\lambda_0) \\ C_n^{\mathrm{TE}}(\lambda_1,\cdots,\lambda_n|\lambda_0) \end{bmatrix} \tag{61}$$

$$\boldsymbol{E}_0^{\mathrm{TE}}(\lambda_0) \equiv \frac{1}{\sqrt{2}}\begin{bmatrix} -1 \\ \mathrm{i}\mu_1(\lambda_0) \end{bmatrix} \tag{62}$$

$$\boldsymbol{E}_1^{\mathrm{TE}}(\lambda_1|\lambda_0) \equiv \frac{F(\lambda_1)}{\sqrt{2}}\begin{bmatrix} \mathrm{i}\mu_1(\lambda_0) \\ {k_1}^2-\lambda_0(\lambda_0+\lambda_1) \end{bmatrix} \tag{63}$$

$$\boldsymbol{\Delta}^{\mathrm{TE}}(\lambda) \equiv \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ \mathrm{i}\mu_1(\lambda) & \mathrm{i}\mu_2(\lambda) \end{bmatrix} \tag{64}$$

$$\boldsymbol{P}^{\mathrm{TE}}(\lambda_1|\lambda) \equiv F(\lambda_1)\begin{bmatrix} \mathrm{i}\mu_1(\lambda) & \mathrm{i}\mu_2(\lambda) \\ -{k_1}^2+\lambda(\lambda+\lambda_1) & {k_2}^2-\lambda(\lambda+\lambda_1) \end{bmatrix} \tag{65}$$

$$\begin{aligned} \boldsymbol{Q}^{\mathrm{TE}}(\lambda|\lambda_0+\lambda) &\equiv \boldsymbol{P}^{\mathrm{TE}}(-\lambda|\lambda_0+\lambda) \\ &= \overline{F(\lambda_1)}\begin{bmatrix} \mathrm{i}\mu_1(\lambda_0+\lambda) & \mathrm{i}\mu_2(\lambda_0+\lambda) \\ -{k_1}^2+\lambda_0(\lambda_0+\lambda) & {k_2}^2-\lambda_0(\lambda_0+\lambda) \end{bmatrix} \end{aligned} \tag{66}$$

TM 偏波も TE 偏波で求めたマトリクス階層方程式 (57)〜(60) と同じ形にまとめることができ, $\boldsymbol{E}_0^{\mathrm{TM}},\boldsymbol{E}_1^{\mathrm{TM}},\boldsymbol{\Delta}^{\mathrm{TM}},\boldsymbol{P}^{\mathrm{TM}},\boldsymbol{Q}^{\mathrm{TM}}$ は次式で定義される.

$$\boldsymbol{E}_0^{\mathrm{TM}}(\lambda_0) \equiv \frac{1}{\sqrt{2}}\begin{bmatrix} \frac{\mu_1(\lambda_0)}{k_1} \\ \mathrm{i}k_1 \end{bmatrix} \tag{67}$$

$$E_1^{\rm TM}(\lambda_1|\lambda_0) \equiv \frac{F(\lambda_1)}{\sqrt{2}}\begin{bmatrix} -\mathrm{i}\frac{k_1{}^2-\lambda_0(\lambda_0+\lambda_1)}{k_1} \\ k_1\mu_1(\lambda_0) \end{bmatrix} \tag{68}$$

$$\boldsymbol{\Delta}^{\rm TM}(\lambda) \equiv \begin{bmatrix} \frac{\mu_1(\lambda)}{k_1} & \frac{\mu_2(\lambda)}{k_2} \\ -\mathrm{i}k_1 & \mathrm{i}k_2 \end{bmatrix} \tag{69}$$

$$\boldsymbol{P}^{\rm TM}(\lambda_1|\lambda) \equiv F(\lambda_1)\begin{bmatrix} \mathrm{i}\frac{k_1{}^2-\lambda(\lambda+\lambda_1)}{k_1} & -\mathrm{i}\frac{k_2{}^2-\lambda(\lambda+\lambda_1)}{k_2} \\ k_1\mu_1(\lambda) & k_2\mu_2(\lambda) \end{bmatrix} \tag{70}$$

$$\begin{aligned} \boldsymbol{Q}^{\rm TM}(\lambda|\lambda_0+\lambda) &\equiv \boldsymbol{P}^{\rm TM}(-\lambda|\lambda_0+\lambda) \\ &= \overline{F(\lambda)}\begin{bmatrix} \mathrm{i}\frac{k_1{}^2-\lambda_0(\lambda_0+\lambda)}{k_1} & -\mathrm{i}\frac{k_2{}^2-\lambda_0(\lambda_0+\lambda)}{k_2} \\ k_1\mu_1(\lambda_0+\lambda) & k_2\mu_2(\lambda_0+\lambda) \end{bmatrix} \end{aligned} \tag{71}$$

3.3 ウィーナ核の近似解

ここではマトリクス階層方程式 (57)~(60) を近似的に解き, ウィーナ核を求めていく. マトリクス階層方程式 (57)~(60) は TE 偏波, TM 偏波に対して共通の方程式なので, 解く時には TE 偏波と TM 偏波を区別する必要はない. そこでこの節では式 (57)~(60) の上付き添字 TE は省略し, マトリクスは TE 偏波と TM 偏波で共通のものであるとする.

不規則表面の粗さ (分散) が σ^2 のオーダーであるとすると $F(\lambda)$ は σ^1 のオーダーである. $F(\lambda)$ の大きさをもとにして階層方程式 (57)~(60) におけるオーダーの評価をすると, $\boldsymbol{A}_n$ は少なくとも σ^n のオーダーであることがわかる. 不規則表面の粗さが十分小さいとすると, σ に関して高次の項を無視することによって階層方程式を低次のものから近似的に解くことができる. 以下にその解を示す.

$$\boldsymbol{A}_0(\lambda_0) \simeq \frac{1}{\boldsymbol{\Delta}^*(\lambda_0)}\boldsymbol{E}_0(\lambda_0) \tag{72}$$

$$\begin{aligned} \boldsymbol{A}_1(\lambda_1|\lambda_0) &\simeq \frac{1}{\boldsymbol{\Delta}^*(\lambda_0+\lambda_1)}\left[\boldsymbol{E}_1(\lambda_1|\lambda_0) - \boldsymbol{P}(\lambda_1|\lambda_0)\frac{1}{\boldsymbol{\Delta}^*(\lambda_0)}\boldsymbol{E}_0(\lambda_0)\right] \\ &\equiv \frac{1}{\boldsymbol{\Delta}^*(\lambda_0+\lambda_1)}\boldsymbol{E}(\lambda_1|\lambda_0) \end{aligned} \tag{73}$$

$$\begin{aligned} \boldsymbol{A}_2(\lambda_1,\lambda_2|\lambda_0) \simeq -\frac{1}{2\boldsymbol{\Delta}^*(\lambda_0+\lambda_1+\lambda_2)}&\left[\boldsymbol{P}(\lambda_1|\lambda_0+\lambda_2)\frac{1}{\boldsymbol{\Delta}^*(\lambda_0+\lambda_2)}\boldsymbol{E}(\lambda_2|\lambda_0)\right. \\ &\left.+\boldsymbol{P}(\lambda_2|\lambda_0+\lambda_1)\frac{1}{\boldsymbol{\Delta}^*(\lambda_0+\lambda_1)}\boldsymbol{E}(\lambda_1|\lambda_0)\right] \end{aligned} \tag{74}$$

$$\boldsymbol{E}(\lambda_1|\lambda_0) \equiv \boldsymbol{E}_1(\lambda_1|\lambda_0) - \boldsymbol{P}(\lambda_1|\lambda_0)\frac{1}{\boldsymbol{\Delta}^*(\lambda_0)}\boldsymbol{E}_0(\lambda_0) \tag{75}$$

ただし逆行列 $\boldsymbol{\Delta}^{-1}(\lambda)$ の代わりに $1/\boldsymbol{\Delta}(\lambda)$ と表記し, $\boldsymbol{M}(\lambda), \boldsymbol{\Delta}^*(\lambda)$ は次のように定義

した.

$$M(\lambda) \equiv \int Q(\lambda_1|\lambda+\lambda_1)\frac{1}{\Delta(\lambda+\lambda_1)}P(\lambda_1|\lambda)\mathrm{d}\lambda_1 \tag{76}$$

$$\Delta^*(\lambda) \equiv \Delta(\lambda) - M(\lambda) \tag{77}$$

3.4 TM 偏波の表面プラズモンモード

式 (57) より平坦面 ($\sigma^2 = 0$) に対する解を求める.

$$A_0(\lambda_0) = \frac{1}{\Delta(\lambda_0)}E_0(\lambda_0) \tag{78}$$

ここで $\Delta^{\mathrm{TE}}(\lambda), \Delta^{\mathrm{TM}}(\lambda)$ の行列式の根を考える.

$$\text{(TE)} \quad \mathrm{i}\mu_1(\lambda) + \mathrm{i}\mu_2(\lambda) = 0 \tag{79}$$

$$\text{(TM)} \quad \mathrm{i}\frac{k_2}{k_1}\mu_1(\lambda) + \mathrm{i}\frac{k_1}{k_2}\mu_2(\lambda) = 0 \tag{80}$$

仮に ϵ_1, ϵ_2 を実数であるとする. $\epsilon_1 > 0, \epsilon_2 > 0$ であれば式 (79),(80) はどちらも実数解を持たないが, $\epsilon_1\epsilon_2 < 0, \epsilon_1 + \epsilon_2 < 0$ であれば式 (80) だけが 2 個の実数解を持つ. その解を $\pm\lambda_{p0}$ とすると λ_{p0} は次式で与えられる.

$$\lambda_{p0} = k\sqrt{\frac{\epsilon_1\epsilon_2}{\epsilon_1 + \epsilon_2}} \tag{81}$$

媒質 1 が空気, 媒質 2 が銀であるので $\epsilon_1 = 1, \epsilon_2 < 0, 1 + \epsilon_2 < 0$ とすると

$$\mu_1(\lambda_{p0}) = \mathrm{i}\frac{\epsilon_1 k}{\sqrt{|-\epsilon_2| - \epsilon_1}} \equiv \mathrm{i}\alpha_1 \tag{82}$$

$$\mu_2(\lambda_{p0}) = \mathrm{i}\frac{-\epsilon_2 k}{\sqrt{|-\epsilon_2| - \epsilon_1}} \equiv \mathrm{i}\alpha_2 \tag{83}$$

となる. これは空気中では $\mathrm{e}^{-\alpha_1 z}$ ($z > 0$) で減衰し, 銀内部では $\mathrm{e}^{\alpha_2 z}$ ($z < 0$) で減衰する表面波を表す. λ_{p0} を銀-空気境界面における表面プラズモンモードと呼び, $1/\Delta^{\mathrm{TM}}(\lambda)$ を表面プラズモン伝搬子と呼ぶ. TE 偏波に対してはこのような表面波は存在しない. 式 (81) は比誘電率が複素数の場合にも拡張することができる. 例えば He-Ne レーザー周波数 (632.8 nm) では銀の比誘電率は$\epsilon_2 = -17.55 + \mathrm{i}0.404$ である. この時, 式 (81) より

$$\lambda_{p0} = (1.02975 + \mathrm{i}0.000716)k \tag{84}$$

である. λ_{p0} は正の虚部を持つので少しずつ減衰しながら伝搬していく表面波を表す.

表面に粗さがある場合 ($\sigma^2 > 0$) を考える．ここでは TM 偏波のみに注目する．$[\varDelta^{\mathrm{TM}}(\lambda)]^* \equiv \varDelta^{\mathrm{TM}}(\lambda) - M^{\mathrm{TM}}(\lambda)$ の行列式は $\pm\lambda_p$ に根を持つ．λ_p を衣を着た表面プラズモンモードと呼び，$[\varDelta^{\mathrm{TM}}(\lambda)]^*$ を衣を着た表面プラズモン伝搬子と呼ぶ．衣を着た表面プラズモンモードは mass operator $M^{\mathrm{TM}}(\lambda)$ を通して多重散乱効果を含んでいる．

衣を着た表面プラズモンモード λ_p は次のように計算できる．$M^{\mathrm{TM}}(\lambda)$ は σ^2 のオーダーであり，$\det[\varDelta^{\mathrm{TM}}(\lambda)]$ は $\lambda = \lambda_{p0}$ に根を持つので，$M^{\mathrm{TM}}(\lambda)$ は $M^{\mathrm{TM}}(\lambda_{p0})$ の値で近似する．$M^{\mathrm{TM}}(\lambda_{p0})$ の要素を $M_{ij}(i,j=1,2)$ と書くと

$$
\begin{aligned}
\det[\varDelta^{\mathrm{TM}}(\lambda)]^* &\simeq \left\{\frac{\mu_1(\lambda)}{k_1} - M_{11}\right\}\{\mathrm{i}k_2 - M_{22}\} - \left\{\frac{\mu_2(\lambda)}{k_2} - M_{12}\right\}\{-\mathrm{i}k_1 - M_{21}\} \\
&\simeq \left[\mathrm{i}\frac{k_2}{k_1}\mu_1(\lambda) + \mathrm{i}\frac{k_1}{k_2}\mu_2(\lambda)\right] \\
&\quad -\frac{\mu_1(\lambda)}{k_1}M_{22} - \mathrm{i}k_2M_{11} - \mathrm{i}k_1M_{12} + \frac{\mu_2(\lambda)}{k_2}M_{21} \qquad (85)
\end{aligned}
$$

ここで，σ^4 のオーダーの項は無視した．$-\frac{\mu_1(\lambda)}{k_1}M_{22}, \frac{\mu_2(\lambda)}{k_2}M_{21}$ は σ^2 のオーダーの項なので $\mu_1(\lambda), \mu_2(\lambda)$ をそれぞれ $\mu_1(\lambda_{p0}), \mu_2(\lambda_{p0})$ の値で近似する．

$$
\frac{k_2}{k_1}\mu_1(\lambda_{p0}) = -\frac{k_1}{k_2}\mu_2(\lambda_{p0}) = \lambda_{p0} \qquad (86)
$$

の関係を用いると，式 (85) は次のように書ける．

$$
\begin{aligned}
\det[\varDelta^{\mathrm{TM}}(\lambda)]^* &= \left[\mathrm{i}\frac{k_2}{k_1}\mu_1(\lambda) + \mathrm{i}\frac{k_1}{k_2}\mu_2(\lambda)\right] \\
&\quad -\frac{1}{k_2}\lambda_{p0}M_{22} - \mathrm{i}k_2M_{11} - \mathrm{i}k_1M_{12} - \frac{1}{k_1}\lambda_{p0}M_{21} \\
&= \left[\mathrm{i}\frac{k_2}{k_1}\mu_1(\lambda) + \mathrm{i}\frac{k_1}{k_2}\mu_2(\lambda)\right] \\
&\quad -\mathrm{i}k_1\left(M_{12} - \frac{1}{k}\sqrt{\frac{-1}{\epsilon_1+\epsilon_2}}M_{22}\right) - \mathrm{i}k_2\left(M_{11} - \frac{1}{k}\sqrt{\frac{-1}{\epsilon_1+\epsilon_2}}M_{21}\right) \\
&\equiv \left[\mathrm{i}\frac{k_2}{k_1}\mu_1(\lambda) + \mathrm{i}\frac{k_1}{k_2}\mu_2(\lambda)\right] - \mathrm{i}\xi \qquad (87) \\
\xi &\equiv k_1\left(M_{12} - \frac{1}{k}\sqrt{\frac{-1}{\epsilon_1+\epsilon_2}}M_{22}\right) + k_2\left(M_{11} - \frac{1}{k}\sqrt{\frac{-1}{\epsilon_1+\epsilon_2}}M_{21}\right)
\end{aligned}
$$

式 (87) から $\det[\varDelta^{\mathrm{TM}}(\lambda)]^* = 0$ を解きその解を $\pm\lambda_p$ とする．

$$
\begin{aligned}
\lambda_p &\simeq \lambda_{p0}\sqrt{1 + 2\lambda_{p0}\frac{1}{\epsilon_1 - \epsilon_2}\xi/k^2} \\
&\simeq \pm\lambda_{p0}\left(1 + \lambda_{p0}\frac{1}{\epsilon_1 - \epsilon_2}\xi/k^2\right) \qquad (88)
\end{aligned}
$$

これが，衣を着た表面プラズモンモードである．

4 コヒーレント散乱とインコヒーレント散乱

4.1 コヒーレント散乱

確率波動場においては，その平均部分をコヒーレント波と呼び，全体からコヒーレント波を除いたものをインコヒーレント波と呼ぶ．式 (45),(46) より空気中および銀内部のコヒーレント波の電界ベクトルはそれぞれ次のようになる．

$$
\begin{aligned}
\langle \boldsymbol{E}_1(x,z|\omega)\rangle &= \frac{1}{\sqrt{2}}\{e^{(-)}_{\mathrm{TE}}[\lambda_0]+e^{(-)}_{\mathrm{TM}}[\lambda_0]\}\mathrm{e}^{\mathrm{i}\lambda_0 x-\mathrm{i}\mu_1(\lambda_0)z} \\
&+ \{e^{(+)}_{\mathrm{TE}}[\lambda_0]A^{\mathrm{TE}}_0(\lambda_0)+e^{(+)}_{\mathrm{TM}}[\lambda_0]A^{\mathrm{TM}}_0(\lambda_0)\}\mathrm{e}^{\mathrm{i}\lambda_0 x+\mathrm{i}\mu_1(\lambda_0)z} \qquad (89)\\
\langle \boldsymbol{E}_2(x,z|\omega)\rangle &= \{e^{(-)}_{\mathrm{TE}}[\lambda_0]C^{\mathrm{TE}}_0(\lambda_0)+e^{(-)}_{\mathrm{TM}}[\lambda_0]C^{\mathrm{TM}}_0(\lambda_0)\}\mathrm{e}^{\mathrm{i}\lambda_0 x-\mathrm{i}\mu_2(\lambda_0)z} \qquad (90)
\end{aligned}
$$

コヒーレント波は入射波と鏡面反射方向の散乱波からなることがわかる．

4.2 インコヒーレント散乱

電力流を表す物理量としてポインティングベクトルがある．時間因子が $\mathrm{e}^{\mathrm{i}\omega t}$ のとき

$$\boldsymbol{P}=\frac{1}{2}\boldsymbol{E}\times\overline{\boldsymbol{H}} \qquad (91)$$

は複素ポインティングベクトルと呼ばれ，この実部は実効電力流の時間的平均値を意味する．今，空気中の電力流の z 成分を考えていく．複素ポインティングベクトル $\boldsymbol{P}$ を用いると空気中の電界ベクトルを $\boldsymbol{E}_1$，空気中の磁界ベクトルを $\boldsymbol{H}_1$ として z 方向の電力流は次式で与えられる．

$$\frac{1}{2}\mathrm{Re}\left[\boldsymbol{e}_z\cdot\left\langle \boldsymbol{E}_1\times\overline{\boldsymbol{H}_1}\right\rangle\right] \qquad (92)$$

$\boldsymbol{H}_1$ はマクスウェルの方程式 (28) によって，電界と結びつけられており次のように表現できる．

$$
\begin{aligned}
&\frac{\omega\mu}{k_1}\boldsymbol{H}_1(x,z;\omega|\lambda_0)\\
&= \frac{1}{\sqrt{2}}\{e^{(-)}_{\mathrm{TM}}[\lambda_0]-e^{(-)}_{\mathrm{TE}}[\lambda_0]\}\mathrm{e}^{\mathrm{i}\lambda_0 x-\mathrm{i}\mu_1(\lambda_0)z}\\
&+ \{e^{(+)}_{\mathrm{TM}}[\lambda_0]A^{\mathrm{TE}}_0(\lambda_0)-e^{(+)}_{\mathrm{TE}}[\lambda_0]A^{\mathrm{TM}}_0(\lambda_0)\}\mathrm{e}^{\mathrm{i}\lambda_0 x+\mathrm{i}\mu_1(\lambda_0)z}\\
&+ \int\{e^{(+)}_{\mathrm{TM}}[\lambda_0+\lambda_1]A^{\mathrm{TE}}_1(\lambda_1|\lambda_0)-e^{(+)}_{\mathrm{TE}}[\lambda_0+\lambda_1]A^{\mathrm{TM}}_1(\lambda_1|\lambda_0)\}\\
&\qquad \mathrm{e}^{\mathrm{i}(\lambda_0+\lambda_1)x+\mathrm{i}\mu_1(\lambda_0+\lambda_1)z}\mathrm{d}B(\lambda_1)\\
&+ \int\int\{e^{(+)}_{\mathrm{TM}}[\lambda_0+\lambda_1+\lambda_2]A^{\mathrm{TE}}_2(\lambda_1,\lambda_2|\lambda_0)-e^{(+)}_{\mathrm{TE}}[\lambda_0+\lambda_1+\lambda_2]A^{\mathrm{TM}}_2(\lambda_1,\lambda_2|\lambda_0)\}\\
&\qquad \mathrm{e}^{\mathrm{i}(\lambda_0+\lambda_1+\lambda_2)x+\mathrm{i}\mu_1(\lambda_0+\lambda_1+\lambda_2)z}\hat{\mathrm{h}}_2[\mathrm{d}B(\lambda_1),\mathrm{d}B(\lambda_2)]+\cdots \qquad (93)
\end{aligned}
$$

これを用いると z 方向の電力流 (92) は

$$
\begin{aligned}
&\frac{1}{2}\mathrm{Re}\left[e_z\cdot\left\langle \boldsymbol{E}_1(x,z;\omega|\lambda_0)\times\overline{\boldsymbol{H}_1(x,z;\omega|\lambda_0)}\right\rangle\right]\\
=\ &\frac{k_1}{2\omega\mu}\left[-\frac{\mu_1(\lambda_0)}{k_1}+\frac{\mu_1(\lambda_0)}{k_1}|A_0^{\mathrm{TE}}(\lambda_0)|^2+\frac{\mu_1(\lambda_0)}{k_1}|A_0^{\mathrm{TM}}(\lambda_0)|^2\right.\\
&+\int_{(\lambda_0+\lambda_1)<k_1{}^2}\frac{\mu_1(\lambda_0+\lambda_1)}{k_1}\left\{|A_1^{\mathrm{TE}}(\lambda_1|\lambda_0)|^2+|A_1^{\mathrm{TM}}(\lambda_1|\lambda_0)|^2\right\}\mathrm{d}\lambda_1\\
&+2\int\int_{(\lambda_0+\lambda_1+\lambda_2)<k_1{}^2}\frac{\mu_1(\lambda_0+\lambda_1+\lambda_2)}{k_1}\\
&\left.\left\{|A_2^{\mathrm{TE}}(\lambda_1,\lambda_2|\lambda_0)|^2+|A_1^{\mathrm{TM}}(\lambda_1,\lambda_2|\lambda_0)|^2\right\}\mathrm{d}\lambda_1\mathrm{d}\lambda_2\right]+\cdots\\
=\ &\frac{k_1}{2\omega\mu}\left[-\frac{\mu_1(\lambda_0)}{k_1}+\frac{\mu_1(\lambda_0)}{k_1}|A_0^{\mathrm{TE}}(\lambda_0)|^2+\frac{\mu_1(\lambda_0)}{k_1}|A_0^{\mathrm{TM}}(\lambda_0)|^2\right.\\
&+\int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}}k_1\cos^2\theta\left\{|A_1^{\mathrm{TE}}(\lambda-\lambda_0|\lambda_0)|^2+|A_1^{\mathrm{TM}}(\lambda-\lambda_0|\lambda_0)|^2\right\}\mathrm{d}\theta\\
&+2\int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}}k_1\cos^2\theta\int_{-\infty}^{\infty}\left\{|A_2^{\mathrm{TE}}(\lambda-\lambda_1,\lambda_1-\lambda_0|\lambda_0)|^2\right.\\
&\left.\left.+|A_2^{\mathrm{TM}}(\lambda-\lambda_1,\lambda_1-\lambda_0|\lambda_0)|^2\right\}\mathrm{d}\lambda_1\mathrm{d}\theta\right]+\cdots
\end{aligned}
\tag{94}
$$

となる．ただし，$\lambda=\lambda_0+\cdots+\lambda_n=k_1\sin\theta$ である．入射波の電力を 1 に規格化すると第 1 項 $-\frac{\mu_1(\lambda_0)}{k_1}$ は入射波の $-z$ 方向への電力流を表し，第 2 項 $\frac{\mu_1(\lambda_0)}{k_1}|A_0^{\mathrm{TE}}(\lambda_0)|^2$ と第 3 項 $\frac{\mu_1(\lambda_0)}{k_1}|A_0^{\mathrm{TM}}(\lambda_0)|^2$ はコヒーレント散乱電力流を表す．第 4 項以降は表面の粗さによって生じる揺らぎの部分であり，インコヒーレント散乱強度と呼ばれる．単位角あたりに散乱するインコヒーレント散乱強度をインコヒーレント散乱角度分布 $P(\theta_s|\theta_0)$ で表すと

$$
\begin{aligned}
P(\theta_s|\theta_0) &= k_1\cos^2\theta_s\left\{|A_1^{\mathrm{TE}}(\lambda-\lambda_0|\lambda_0)|^2+|A_1^{\mathrm{TM}}(\lambda-\lambda_0|\lambda_0)|^2\right\}\\
&+ 2k_1\cos^2\theta_s\int_{-\infty}^{\infty}\left\{|A_2^{\mathrm{TE}}(\lambda-\lambda_1,\lambda_1-\lambda_0|\lambda_0)|^2\right.\\
&\left.+|A_2^{\mathrm{TM}}(\lambda-\lambda_1,\lambda_1-\lambda_0|\lambda_0)|^2\right\}\mathrm{d}\lambda_1
\end{aligned}
\tag{95}
$$

となる．ただし，$\lambda=k_1\sin\theta_s,\lambda_0=k_1\sin\theta_0$である．式 (95) で与えられる全インコヒーレント散乱角度分布は直交する 2 方向の成分に分けることができる．以下に 3 通りの分け方を示す．

- TE 偏波成分 $P^{\mathrm{TE}}(\theta_s|\theta_0)$ と TM 偏波成分 $P^{\mathrm{TM}}(\theta_s|\theta_0)$ に分割

$$
P^{\mathrm{TE}}(\theta_s|\theta_0) = k_1\cos^2\theta_s|A_1^{\mathrm{TE}}(\lambda-\lambda_0|\lambda_0)|^2
$$

$$+ \quad 2k_1 \cos^2\theta_s \int_{-\infty}^{\infty} |A_2^{\mathrm{TE}}(\lambda-\lambda_1, \lambda_1-\lambda_0|\lambda_0)|^2 \mathrm{d}\lambda_1 \tag{96}$$

$$P^{\mathrm{TM}}(\theta_s|\theta_0) = k_1 \cos^2\theta_s |A_1^{\mathrm{TM}}(\lambda-\lambda_0|\lambda_0)|^2$$

$$+ \quad 2k_1 \cos^2\theta_s \int_{-\infty}^{\infty} |A_2^{\mathrm{TM}}(\lambda-\lambda_1, \lambda_1-\lambda_0|\lambda_0)|^2 \mathrm{d}\lambda_1 \tag{97}$$

- $+45°$直線偏波成分 $P^{+45°}(\theta_s|\theta_0)$ と$-45°$直線偏波成分 $P^{-45°}(\theta_s|\theta_0)$ に分割

$$P^{+45°}(\theta_s|\theta_0)$$

$$= k_1 \cos^2\theta_s \left| \frac{A_1^{\mathrm{TE}}(\lambda-\lambda_0|\lambda_0) + A_1^{\mathrm{TM}}(\lambda-\lambda_0|\lambda_0)}{\sqrt{2}} \right|^2$$

$$+ \quad 2k_1 \cos^2\theta_s \int_{-\infty}^{\infty} \left| \frac{A_2^{\mathrm{TE}}(\lambda-\lambda_1, \lambda_1-\lambda_0|\lambda_0) + A_2^{\mathrm{TM}}(\lambda-\lambda_1, \lambda_1-\lambda_0|\lambda_0)}{\sqrt{2}} \right|^2 \mathrm{d}\lambda_1 \tag{98}$$

$$P^{-45°}(\theta_s|\theta_0)$$

$$= k_1 \cos^2\theta_s \left| \frac{A_1^{\mathrm{TE}}(\lambda-\lambda_0|\lambda_0) - A_1^{\mathrm{TM}}(\lambda-\lambda_0|\lambda_0)}{\sqrt{2}} \right|^2$$

$$+ \quad 2k_1 \cos^2\theta_s \int_{-\infty}^{\infty} \left| \frac{A_2^{\mathrm{TE}}(\lambda-\lambda_1, \lambda_1-\lambda_0|\lambda_0) - A_2^{\mathrm{TM}}(\lambda-\lambda_1, \lambda_1-\lambda_0|\lambda_0)}{\sqrt{2}} \right|^2 \mathrm{d}\lambda_1 \tag{99}$$

- 右回り円偏波成分 $P^{\mathrm{R}}(\theta_s|\theta_0)$ と左回り円偏波成分 $P^{\mathrm{L}}(\theta_s|\theta_0)$ に分割

$$P^{\mathrm{R}}(\theta_s|\theta_0)$$

$$= k_1 \cos^2\theta_s \left| \frac{A_1^{\mathrm{TM}}(\lambda-\lambda_0|\lambda_0) + \mathrm{i}A_1^{\mathrm{TE}}(\lambda-\lambda_0|\lambda_0)}{\sqrt{2}} \right|^2$$

$$+ \quad 2k_1 \cos^2\theta_s \int_{-\infty}^{\infty} \left| \frac{A_2^{\mathrm{TM}}(\lambda-\lambda_1, \lambda_1-\lambda_0|\lambda_0) + \mathrm{i}A_2^{\mathrm{TE}}(\lambda-\lambda_1, \lambda_1-\lambda_0|\lambda_0)}{\sqrt{2}} \right|^2 \mathrm{d}\lambda_1 \tag{100}$$

$$P^{\mathrm{L}}(\theta_s|\theta_0)$$

$$= k_1 \cos^2\theta_s \left| \frac{A_1^{\mathrm{TM}}(\lambda-\lambda_0|\lambda_0) - \mathrm{i}A_1^{\mathrm{TE}}(\lambda-\lambda_0|\lambda_0)}{\sqrt{2}} \right|^2$$

$$+ \quad 2k_1 \cos^2\theta_s \int_{-\infty}^{\infty} \left| \frac{A_2^{\mathrm{TM}}(\lambda-\lambda_1, \lambda_1-\lambda_0|\lambda_0) - \mathrm{i}A_2^{\mathrm{TE}}(\lambda-\lambda_1, \lambda_1-\lambda_0|\lambda_0)}{\sqrt{2}} \right|^2 \mathrm{d}\lambda_1 \tag{101}$$

5　ストークスパラメータを用いた偏光状態

5.1　ストークスパラメータ

偏光状態を記述するものとしてストークスパラメータがある．ストークスパラメータは次式で与えられる 4 個の物理量からなる [9].

$$\begin{bmatrix} S_0 \\ S_1 \\ S_2 \\ S_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} P^{\mathrm{TM}} + P^{\mathrm{TE}} \\ P^{\mathrm{TM}} - P^{\mathrm{TE}} \\ P^{+45^\circ} - P^{-45^\circ} \\ P^{\mathrm{R}} - P^{\mathrm{L}} \end{bmatrix} \tag{102}$$

ここで $P^{\mathrm{TM}}, P^{\mathrm{TE}}, P^{+45^\circ}, P^{-45^\circ}, P^{\mathrm{R}}, P^{\mathrm{L}}$ は 4.2節で定義したそれぞれの偏波成分の強度を表す．S_0 は光の全強度を表しており，上の表現以外にも $S_0 = P^{+45^\circ} + P^{-45^\circ} = P^{\mathrm{R}} + P^{\mathrm{L}}$ などの表現ができる．入射波の強度を 1 に規格化すると+45°直線偏波の入射波のストークスパラメータは

$$\begin{bmatrix} S_0 \\ S_1 \\ S_2 \\ S_3 \end{bmatrix}^{+45^\circ} = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix} \tag{103}$$

と表せる．式 (96)～(101) を用いるとインコヒーレント散乱波のストークスパラメータはウィーナ核を用いた表現に書き直すことができる．

$$\begin{aligned}
S_0 &= k_1 \cos^2\theta_s \left\{ |A_1^{\mathrm{TE}}(\lambda-\lambda_0|\lambda_0)|^2 + |A_1^{\mathrm{TM}}(\lambda-\lambda_0|\lambda_0)|^2 \right\} \\
&+ 2k_1 \cos^2\theta_s \int_{-\infty}^{\infty} \left\{ |A_2^{\mathrm{TE}}(\lambda-\lambda_1, \lambda_1-\lambda_0|\lambda_0)|^2 \right. \\
&\quad \left. + |A_2^{\mathrm{TM}}(\lambda-\lambda_1, \lambda_1-\lambda_0|\lambda_0)|^2 \right\} \mathrm{d}\lambda_1 && (104) \\
S_1 &= k_1 \cos^2\theta_s \left\{ |A_1^{\mathrm{TM}}(\lambda-\lambda_0|\lambda_0)|^2 - |A_1^{\mathrm{TE}}(\lambda-\lambda_0|\lambda_0)|^2 \right\} \\
&+ 2k_1 \cos^2\theta_s \int_{-\infty}^{\infty} \left\{ |A_2^{\mathrm{TM}}(\lambda-\lambda_1, \lambda_1-\lambda_0|\lambda_0)|^2 \right. \\
&\quad \left. - |A_2^{\mathrm{TE}}(\lambda-\lambda_1, \lambda_1-\lambda_0|\lambda_0)|^2 \right\} \mathrm{d}\lambda_1 && (105) \\
S_2 &= 2k_1 \cos^2\theta_s \,\mathrm{Re}\left[A_1^{\mathrm{TE}}(\lambda-\lambda_0|\lambda_0) \overline{A_1^{\mathrm{TM}}(\lambda-\lambda_0|\lambda_0)} \right] \\
&+ 4k_1 \cos^2\theta_s \\
&\quad \int_{-\infty}^{\infty} \mathrm{Re}\left[A_2^{\mathrm{TE}}(\lambda-\lambda_1, \lambda_1-\lambda_0|\lambda_0) \overline{A_2^{\mathrm{TM}}(\lambda-\lambda_1, \lambda_1-\lambda_0|\lambda_0)} \right] \mathrm{d}\lambda_1 && (106) \\
S_3 &= 2k_1 \cos^2\theta_s \,\mathrm{Im}\left[A_1^{\mathrm{TM}}(\lambda-\lambda_0|\lambda_0) \overline{A_1^{\mathrm{TE}}(\lambda-\lambda_0|\lambda_0)} \right]
\end{aligned}$$

$$+\quad 4k_1\cos^2\theta_s \int_{-\infty}^{\infty}\mathrm{Im}\left[A_2^{\mathrm{TM}}(\lambda-\lambda_1,\lambda_1-\lambda_0|\lambda_0)\overline{A_2^{\mathrm{TE}}(\lambda-\lambda_1,\lambda_1-\lambda_0|\lambda_0)}\right]\mathrm{d}\lambda_1 \quad (107)$$

5.2 偏光度

レーザー光のように位相のそろった光は完全に偏光しているといえる．それに対して自然光は電界面における電界ベクトルの偏りがないので無偏光な光である．

ストークスパラメータにおいて，${S_0}^2={S_1}^2+{S_2}^2+{S_3}^2$ ならば完全偏光の光であり，${S_1}^2+{S_2}^2+{S_3}^2=0$ ならば無偏光の光である．一般の光はこの中間の状態であり部分偏光の光であるといえる．これを用いて一般のストークスパラメータは完全偏光の部分と無偏光の部分に分離することができる．

$$\begin{bmatrix} S_0 \\ S_1 \\ S_2 \\ S_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} ({S_1}^2+{S_2}^2+{S_3}^2)^{\frac{1}{2}} \\ S_1 \\ S_2 \\ S_3 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} S_0-({S_1}^2+{S_2}^2+{S_3}^2)^{\frac{1}{2}} \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (108)$$

右辺第 1 項は完全偏光の光を表しており，右辺第 2 項は無偏光の光を表している．式 (108) より完全偏光の強度は $({S_1}^2+{S_2}^2+{S_3}^2)^{\frac{1}{2}}$ であり，無偏光の強度は $S_0-({S_1}^2+{S_2}^2+{S_3}^2)^{\frac{1}{2}}$ であることがわかる．偏光度 P_{ol} を全強度に対する完全偏光の強度の比で定義すると

$$P_{ol} = \frac{\sqrt{{S_1}^2+{S_2}^2+{S_3}^2}}{S_0} \quad (109)$$

となる．偏光度は光がどの程度偏光しているかを示すパラメータで，完全偏光に対しては $P_{ol}=1$ であり，無偏光に対しては $P_{ol}=0$ である．

6 数値計算

6.1 インコヒーレント散乱角度分布

式 (98), (99) で示したようにインコヒーレント散乱強度を+45°直線偏波成分と−45°直線偏波成分に分けて数値計算した．表面のスペクトル密度としては次のガウス形を仮定した．

$$|F(\lambda)|^2=\frac{\sigma^2 l}{\sqrt{\pi}}\mathrm{e}^{-l^2\lambda^2} \quad (110)$$

パラメータとしては $kl=1.0, k\sigma=0.1$ とし入射角は $\theta_0=20°$ とした．インコヒーレント散乱波のうち 1 次ウィーナ核成分を図 3 に，2 次ウィーナ核成分を図 4 に示す．1

次ウィーナ核成分は散乱角が小さい領域では−45°直線偏波成分が支配的である．そして散乱角が大きくなるにつれて+45°直線偏波成分が−45°直線偏波成分の強度に近づくことがわかった．2次ウィーナ核成分では+45°直線偏波成分と−45°直線偏波成分が同程度であるが−45°直線偏波成分の強度がやや強い．これは2次ウィーナ核成分がほぼTM偏波のみであるが，少し−45°直線偏波状態にシフトしていることを表す．また2次ウィーナ核成分では入射方向への散乱波が特に強められる後方強調散乱が+45°直線偏波成分と−45°直線偏波成分のどちらでも見られた．

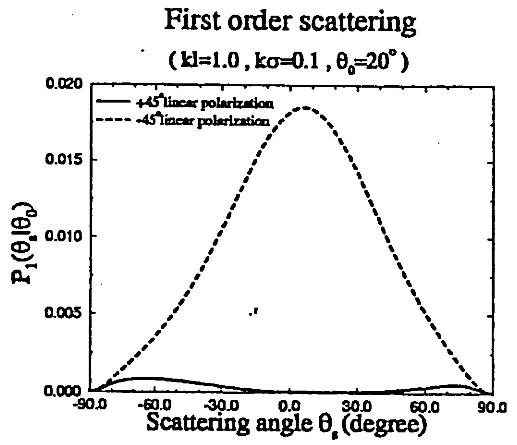


図 3: インコヒーレント散乱角度分布，1次ウィーナ核成分

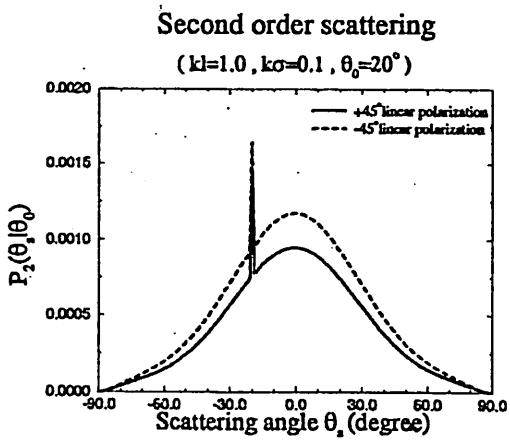


図 4: インコヒーレント散乱角度分布，2次ウィーナ核成分

6.2 ストークスパラメータと偏光度

式 (104)∼(107) で与えられるインコヒーレント波のストークスパラメータを前節と同じパラメータで数値計算した．その結果を図 5 に示す．S_0 は全強度を表し，$\theta_s = -20°$ の方向には後方強調散乱が見られる．S_1 はすべての散乱角にわたって正の値をとるのでTM偏波成分の強度がTE偏波成分の強度より強いことがわかる．特に散乱角 $|\theta_s|$ が大きい範囲で S_1 が大きい値をとるのはTM偏波の異常散乱に対応する．S_2 は負の値をとり，その絶対値は大きい．つまり散乱波はほぼ−45°直線偏波であることがわかる．S_3 は散乱角 $|\theta_s|$ が大きい範囲で負の値をとるがその絶対値は小さい．つまり散乱角 $|\theta_s|$ が大きい範囲では左回り円偏波状態に少しシフトしている．

図6では式 (109) で与えられる偏光度を散乱角 θ_s に対してプロットした．散乱角が小さい領域では偏光度が 0.9 程度まで低下しているが，散乱角 $|\theta_s|$ が大きい領域で

は偏光度がほぼ1である. 散乱角が小さい領域では1次ウィーナ核成分が$-45°$直線偏波状態であり, 2次ウィーナ核成分はTM偏波状態なので, 偏波の異なる波動が混ざり合うことにより偏光度が低下したものと思われる. また後方散乱方向 ($\theta_s = -20°$) へは2次ウィーナ核成分が周囲に比べて強められているので偏光度が特に低下している. つまり後方強調散乱は偏光度低下の原因になっていることがわかる.

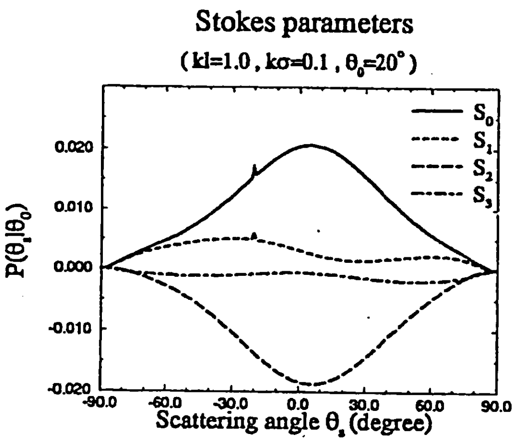


図 5: ストークスパラメータ

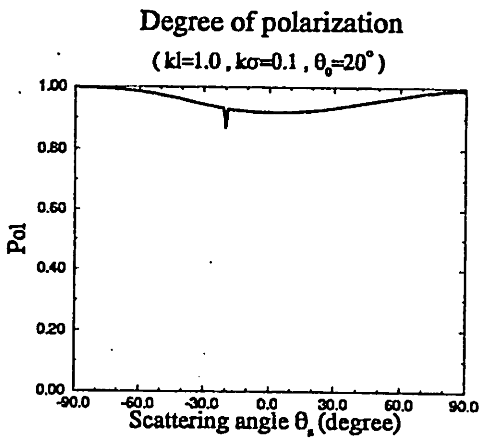


図 6: 偏光度

6.3 散乱波の偏光状態

散乱波は部分偏光の波動であるのでTM偏波とTE偏波の位相関係をきっちり決めることはできない. しかし前節で求めたストークスパラメータ S_1, S_2, S_3 を用いて散乱波の平均的な偏光状態を知ることができる. 散乱波の偏光状態は図7のように表す.

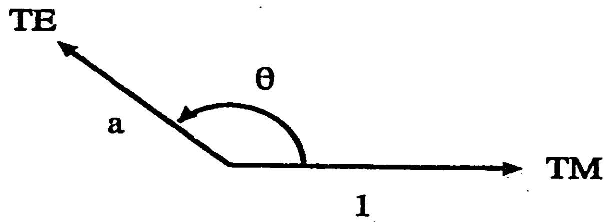


図 7: 散乱波の偏光状態の表し方

この図はTM偏波の振幅を1に規格化し, TE偏波の振幅と位相をTM偏波に対する相対的な値として書いた図である. 従って+45°直線偏波に対しては $(a,\theta)=(1,0^\circ)$, −45°直線偏波に対しては $(a,\theta)=(1,180^\circ)$ となる. また左回り円偏波に対しては $(a,\theta)=(1,90^\circ)$, 右回り円偏波に対しては $(a,\theta)=(1,270^\circ)$ である.

ストークスパラメータ S_1, S_2, S_3 はTE偏波の相対振幅 a, 相対位相 θ と次のように関連づけられる.

$$\frac{S_1}{\sqrt{{S_1}^2+{S_2}^2+{S_3}^2}} = \frac{1-a^2}{1+a^2} \tag{111}$$

$$\frac{S_2}{\sqrt{{S_1}^2+{S_2}^2+{S_3}^2}} = \frac{2a\cos\theta}{1+a^2} \tag{112}$$

$$\frac{S_3}{\sqrt{{S_1}^2+{S_2}^2+{S_3}^2}} = \frac{-2a\sin\theta}{1+a^2} \tag{113}$$

この相対振幅 a, 相対位相 θ をウィーナ核ごとに数値計算した. その結果を図9, 10, 11に示す. 図9は1次ウィーナ核成分の偏光状態を表し, 図10は2次ウィーナ核成分の偏光状態を表す. 図11は1次ウィーナ核成分に2次ウィーナ核成分を加えた全波動の偏光状態を表す. それぞれの図で横軸は散乱方向を表す λ とする. ただし $|\lambda|<1$ の領域では散乱角 θ_s と $\lambda = k_1\sin\theta_s$ の関係があるので, 同時に θ_s も示しておく.

まず1次ウィーナ核成分について考察する. $|\theta_s|\simeq 0^\circ$ の領域ではTE偏波の相対振幅がほぼ1であり, 相対位相がほぼ180° なので−45°直線偏波状態にあるといえる. 散乱角 θ_s が大きい範囲ではTE偏波の相対振幅が小さくなるのでほぼTM偏波状態になるが, 相対位相が90° に近くなるので平均的に左回り円偏波状態にシフトしている. また表面プラズモンモードに相当する $\lambda = 1.03$ 付近を境にして相対位相が90° から270° に変化していることがわかる.

$|\theta_s|\simeq 0^\circ$ でほぼ−45°直線偏波状態になることは完全導体を仮定すれば次のように説明できる. +45°直線偏波の入射波をTE偏波成分とTM偏波成分に分ける. 完全導体表面では電界の表面に沿った成分が0でなければならないので散乱波のTE偏波成分は入射波に対して逆相で散乱されるがTM偏波成分は入射波と同相で散乱される(図8参照). よって完全導体を仮定すれば散乱波がほぼ−45°直線偏波成分になることが説明できる. 以後、+45°直線偏波で入射し−45°直線偏波で散乱される現象を偏波の回転と呼ぶ。

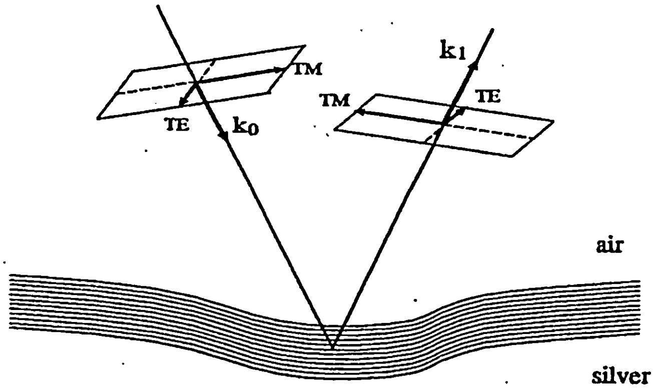


図 8: 偏波の回転

次に 2 次ウィーナ核成分について考察する. TE 偏波の相対振幅は 1 次ウィーナ核成分と比較するとかなり小さい値であることがわかる. つまりほとんどすべての散乱角にわたって TM 偏波状態になっている. また相対位相は 1 次ウィーナ核成分とよく似ており $|\theta_s| \simeq 0^\circ$ 付近では 180° になっている.

2 次ウィーナ核成分が 2 回散乱を表すと仮定すると, $+45^\circ$直線偏波の入射波は 2 度偏波の回転を受けて$+45^\circ$直線偏波で散乱されていくものと思われる. つまり TE 偏波の相対位相は 0° に近くなるものと思われる. しかし, 図 10の結果よりこの仮説は正しくないことがわかる. その理由を以下に説明する.

2 次ウィーナ核成分は { 入射波 → 中間状態 → 散乱波 } で示される 2 回散乱を表すものとする. そしてその中間状態は表面プラズモンモード付近 ($\lambda \simeq \pm 1.03$) が支配的になる. もし中間状態がちょうど表面プラズモンモードであれば散乱波はほぼ完全に TM 偏波だけとなるが, 中間状態が表面プラズモンモードから少しでもずれると散乱波に TE 偏波成分も含まれてくる. 今 $\{\theta_0 = 20^\circ \rightarrow \lambda(\text{中間状態}) \rightarrow \theta_s = 0^\circ\}$ の 2 回散乱を考える. 中間状態が $\lambda = 1.02$ の場合は TE 偏波の相対位相は $\{0^\circ \rightarrow 90^\circ \rightarrow 180^\circ\}$ と変化するので (図 12参照)2 次ウィーナ核成分における TE 偏波成分の相対位相は 180° になる. また中間状態が $\lambda = 1.04$ の場合は $\{0^\circ \rightarrow 270^\circ \rightarrow 540^\circ = 180^\circ\}$ と相対位相が変化するので (図 13参照) この場合も 2 次ウィーナ核成分における TE 偏波成分の相対位相は 180° になる. つまり 2 次ウィーナ核成分で TE 偏波の相対位相が $\theta_s \simeq 0^\circ$ 付近で 180° になっているのは $\lambda = 1.02, 1.04$ などの中間状態が効いているからであろうと思われる.

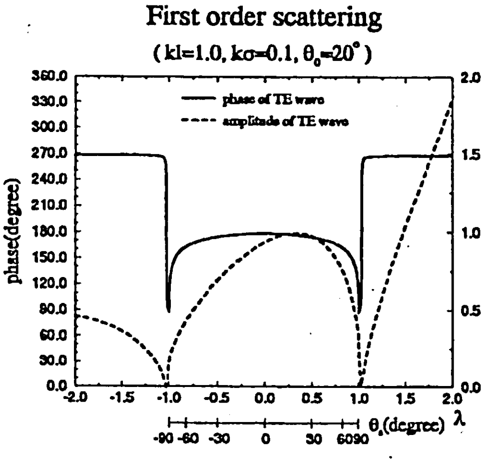


図 9: 1 次ウィーナ核成分の偏光状態

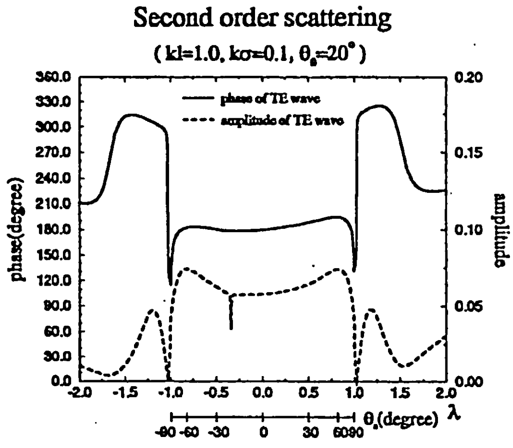


図 10: 2 次ウィーナ核成分の偏光状態

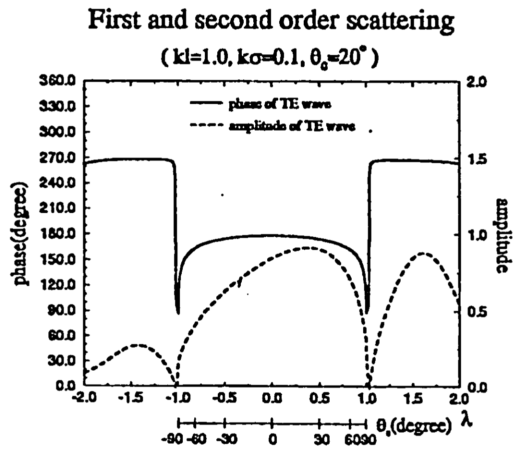


図 11: 1 次+2 次ウィーナ核成分の偏光状態

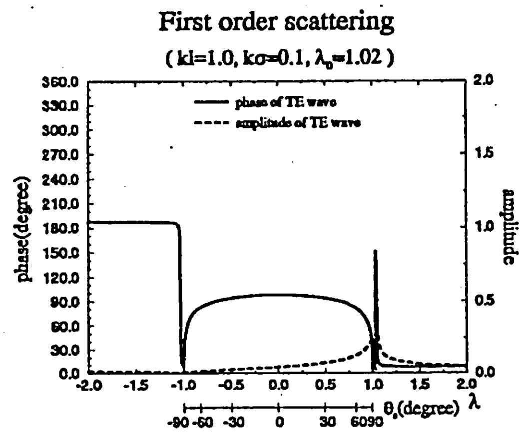


図 12: $\lambda_0 = 1.02$ の時の 1 次ウィーナ核成分の偏光状態

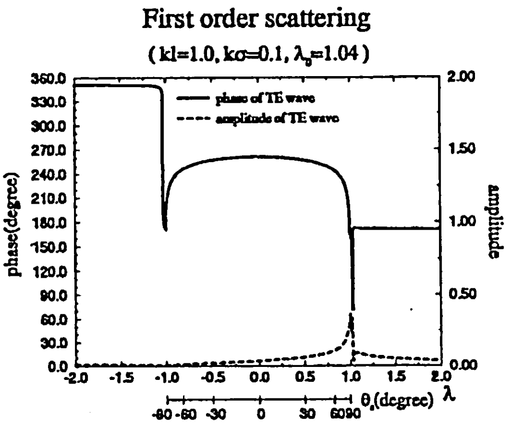


図 13: $\lambda_0 = 1.04$ の時の 1 次ウィーナ核成分の偏光状態

7 結び

本研究では不規則な 1 次元金属表面による光の散乱を確率汎関数法を用いて解析した. +45°直線偏波入射を考えることにより散乱波の強度だけでなく偏光状態をも明らかにした.

その結果, 1 次ウィーナ核成分がほぼ−45°直線偏波状態であり 2 次ウィーナ核成分がほぼ TM 偏波状態であることがわかった. また散乱角が大きい領域では少し左回り円偏波にシフトしていることがわかった.

確率汎関数法においてこれまではウィーナ核の位相を考慮に入れたことはなかったが, 本研究ではウィーナ核の位相を考慮に入れることによって散乱波の偏波に関して様々な結果が得られた. 今後は偏光状態を扱った実験との比較が必要であろうと思われる.

参考文献

[1] T.R.Michel, “Resonant light scattering from weakly rough random surfaces and imperfect gratings”, *J. Opt. Soc. Am.* **A11**, 1874-1885 (1994).

[2] K.A.O’Donnell and M.E.Knotts, “Polarization dependance of sacttering from one-dimensional rough surfaces”, *J. Opt. Soc. Am.* **A8**, 1126-1131 (1991).

[3] T.R.Michel, M.E.Knotts and K.A.O'Donnell, "Stokes matrix of a one-dimensional perfectly conducting rough surface", *J. Opt. Soc. Am.* **A9**, 585-596 (1992).

[4] J.Nakayama, K.Mizutani and M.Tsuneoka, "Scattering of electromagnetic waves from a perfectly conductive slightly random surface: Depolarization in back scatter", *J. Math. Phys.* **27**, 1435-1448 (1986).

[5] H.Ogura, T.Kawanishi, N.Takahashi and Z.L.Wang, "Scattering of electromagnetic waves from a slightly random surface — reciprocal theorem, cross-polarization and backscattering enhancement", *Waves in Random Media* **5**, 461-495 (1995).

[6] H.Ogura and Z.L.Wang, "Scattering of guided waves in a waveguide with a slightly rough boundary: Stochastic functional approach", *Phys. Rev.* **E50**, 5006-5016 (1994).

[7] J.Nakayama, K.Mizutani, H.Ogura and S.Hayashi, "Theory of light scattering from a random metal surface — Excitation of surface plasmons in a Ag film", *J. Appl. Phys.* **56**, 1465-1472 (1984).

[8] 小倉久直, 確率過程論 (コロナ社, 1978).

[9] M.Born and E.Wolf, *Principles of Optics*, Pergamon Press, Oxford (1975).