輻射科学研究会資料
RS87－1

電磁波散乱問題の積分方程式解法に関する一考察

豊田一彦，松原正則，熊谷信昭

（大阪大学　工学部）

昭和６２年５月８日

1．まえがき

積分方程式法は実用性の高い数値解法の一つであり，電磁波散乱問題に対しても広く用いられている．電磁波散乱問題に対する積分方程式は観測点の選び方により境界型積分方程式[1-4]と拡張型積分方程式[5-6]にわけられる．観測点を散乱体表面にとる境界型積分方程式は境界要素法のような簡単な数値解法の適用に適している．しかしながら，境界型積分方程式は電磁波の波数が系の固有波数に一致するときに唯一解をもたないという困難を有している．この困難を回避する方法として混合形の境界型積分方程式を用いる方法[3-4,7-8]と内部条件を追加した境界型積分方程式を用いる方法[9-11]がある．しかしながら，いずれの方法も計算量が多くなるという欠点がある．特に混合形を用いる方法ではグリーン関数の２階微分を含む項の処理が必要となる．

一方，観測点を散乱体内部にとる拡張型積分方程式は本質的に全ての波数に対して常に唯一解をもつ．しかしながら，拡張型積分方程式は従来Ｔマトリクス法という特殊な方法で解析されており，境界要素法のような簡単な数値解法は適用されていない．また，Ｔマトリクス法は散乱体の形状が球体から大きくずれるような場合には数値的に不安定になるという欠点をもつ．[12]境界要素法を拡張型積分方程式に適用する方法として散乱体内部に観測点を一様に配置する方法が考えられるが，この場合にもやはり数値的に不安定となる．

本報告では散乱体表面に近接した散乱体内部の閉曲面上に配置した観測点に対して拡張型積分方程式を適用し境界要素法を用いて数値解析する方法を提案する．この場合には偏平な散乱体に対しても数値的に不安定になることはないが特定の波数に対して唯一解が得られないという困難をもつ．しかしながら，この困難は本質的なものではなく，観測点を配置する散乱体内部の閉曲面の位置を少し変えることにより容易に回避することができる．本手法は理論的に簡明であり，また，積分方程式の一般的な数値解法である境界要素法の適用に適した方法である．

具体例として完全導体楕円柱，誘電体楕円柱および誘電体四角柱に平面波が入射した場合について数値計算を行い良い結果を得ている．

2．積分方程式

図１に示すようなｚ軸方向に一様な柱状散乱体について考察する．散乱体の横断面において散乱体表面をΓ，散乱体の外部および内部領域をそれぞれΩ_eおよびΩ_iとする．考察する系に存在する電磁波はＥ波（ＴＭ波）またはＨ波（ＴＥ波）とする．Ｅ波の場合，$E_x = E_y = H_z = 0$，Ｈ波の場合，$H_x = H_y = E_z = 0$である．Ｅ波の場合$f \triangleq E_z$，Ｈ波の場合$f \triangleq H_z$とおく．この時散乱体外部Ω_eの$f \triangleq f_e$はヘルムホルツの微分方程式

$$\nabla^2 f_e + k_e^2 f_e = -g_e \quad \text{in} \quad \Omega_e \qquad (1)$$

で与えられる．ここでk_eはΩ_eにおける波数であり，

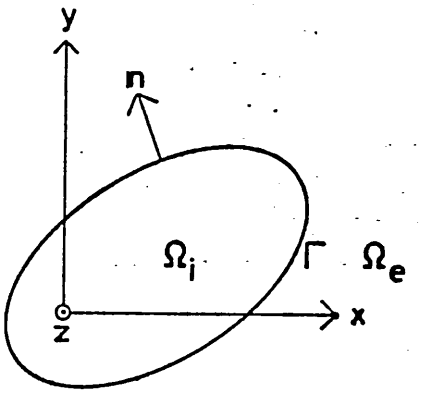


図１　柱状散乱体

g_eはΩ_e内に存在する波源である．散乱体が完全導体柱の場合，散乱体内部Ω_iには電磁波は存在しない．すなわち，$f_i=0$である．一方，誘電体柱の場合には散乱体内部Ω_iの$f \triangleq f_i$は

$$\nabla^2 f_i + k_i^2 f_i = 0 \qquad \text{in } \Omega_i \tag{2}$$

で与えられる．ここでk_iはΩ_iにおける波数である．
境界Γにおける境界条件は完全導体柱にE波が入射した場合

$$f_e = 0 \qquad \text{on } \Gamma \tag{3}$$

であり，完全導体柱にH波が入射した場合

$$\frac{\partial f_e}{\partial n} \quad (\triangleq \mathbf{n} \cdot \nabla f_e) = 0 \qquad \text{on } \Gamma \tag{4}$$

である．また，誘電体柱にE波が入射した場合

$$\begin{aligned} f_e &= f_i \\ \frac{1}{\mu_e}\frac{\partial f_e}{\partial n} &= \frac{1}{\mu_i}\frac{\partial f_i}{\partial n} \end{aligned} \qquad \text{on } \Gamma \tag{5}$$

であり，誘電体柱にH波が入射した場合

$$\begin{aligned} f_e &= f_i \\ \frac{1}{\varepsilon_e}\frac{\partial f_e}{\partial n} &= \frac{1}{\varepsilon_i}\frac{\partial f_i}{\partial n} \end{aligned} \qquad \text{on } \Gamma \tag{6}$$

である．ここで$\mathbf{n}$は境界Γに立てた外向き単位法線ベクトルである．また，μ_e，μ_i，ε_eおよびε_iはそれぞれΩ_eおよびΩ_iにおける透磁率および誘電率である．

ここで２次元の自由空間グリーン関数

$$G_k(\mathbf{p},\mathbf{q}) = -\frac{j}{4} H_0^{(2)}(k|\mathbf{p}-\mathbf{q}|) \tag{7}$$

を導入する．ここで$\mathbf{p}$は観測点の位置ベクトル，$\mathbf{q}$は源点の位置ベクトルである．また，$H_0^{(2)}(\cdot)$は０次の第２種ハンケル関数である．

グリーンの定理に式(１)および式(７)を代入して次式が得られる．

$\mathbf{p}\in\Omega_e$の場合

$$\oint_\Gamma \{G_{ke}(\mathbf{p},\mathbf{q}) \frac{\partial f_e(\mathbf{q})}{\partial n_q} - \frac{\partial G_{ke}(\mathbf{p},\mathbf{q})}{\partial n_q} f_e(\mathbf{q})\}\, dq = f_e^{inc}(\mathbf{p}) - f_e(\mathbf{p}) \tag{8}$$

$\mathbf{p}\in\Omega_i$の場合

$$\oint_\Gamma \{G_{ke}(\mathbf{p},\mathbf{q}) \frac{\partial f_e(\mathbf{q})}{\partial n_q} - \frac{\partial G_{ke}(\mathbf{p},\mathbf{q})}{\partial n_q} f_e(\mathbf{q})\}\, dq = f_e^{inc}(\mathbf{p}) \tag{9}$$

ここで，

$$f_e^{inc}(\mathbf{p}) \triangleq \int_{\Omega_e} G_{ke}(\mathbf{p},\mathbf{q}) g_e(\mathbf{q})\, d\Omega \tag{10}$$

である．また，グリーンの定理に式(２)および式(７)を代入して次式が得られる．

$\mathbf{p}\in\Omega_i$の場合

$$\oint_\Gamma \{G_{ki}(\mathbf{p},\mathbf{q}) \frac{\partial f_i(\mathbf{q})}{\partial n_q} - \frac{\partial G_{ki}(\mathbf{p},\mathbf{q})}{\partial n_q} f_i(\mathbf{q})\}\, dq = f_i(\mathbf{p}) \tag{11}$$

$\mathbf{p}\in\Omega_e$の場合

$$\oint_\Gamma \{G_{ki}(\mathbf{p},\mathbf{q}) \frac{\partial f_i(\mathbf{q})}{\partial n_q} - \frac{\partial G_{ki}(\mathbf{p},\mathbf{q})}{\partial n_q} f_i(\mathbf{q})\}\, dq = 0 \tag{12}$$

ここで，$\oint_\Gamma dq$は$\mathbf{q}$について境界Γにわたって線積分することを表し，$\int_{\Omega_e} d\Omega$は$\mathbf{q}$につい

て領域Ω_eにわたって面積分することを表す．また，$\partial/\partial n_q$はqについて境界Γにおいて法線微分することを表す．$f_e^{inc}(p)$は波源g_eによってpに生ずる入射界であり，散乱問題においては一般に既知の量である．

式(8)および式(11)はそれぞれΩ_eおよびΩ_i内の任意の点pにおけるfが境界Γ上のfおよび$\partial f/\partial n$によって与えられることを示している．また，式(9)および式(12)に境界条件式(3)～式(6)を適用すれば境界Γ上のfおよび$\partial f/\partial n$を決定するための拡張型積分方程式を得ることができる．完全導体柱にE波が入射した場合，式(9)に境界条件式(3)を適用して

$$\oint_\Gamma G_{ke}(p,q)\,\frac{\partial f_e(q)}{\partial n_q}\,dq = f_e^{inc}(p) \qquad ,\ p\in\Omega_i \tag{13}$$

を得る．完全導体柱にH波が入射した場合，式(9)に境界条件式(4)を適用して

$$-\oint_\Gamma \frac{\partial G_{ke}(p,q)}{\partial n_q}\,f_e(q)\,dq = f_e^{inc}(p) \qquad ,\ p\in\Omega_i \tag{14}$$

を得る．誘電体柱にE波またはH波が入射した場合，式(9)および式(12)に境界条件式(5)または式(6)を適用して

$$\oint_\Gamma \left\{G_{ke}(p,q)\,\frac{\partial f_e(q)}{\partial n_q} - \frac{\partial G_{ke}(p,q)}{\partial n_q}\,f_e(q)\right\} dq = f_e^{inc}(p) \qquad ,\ p\in\Omega_i \tag{15a}$$

$$\oint_\Gamma \left\{G_{ki}(p,q)\,\gamma\,\frac{\partial f_e(q)}{\partial n_q} - \frac{\partial G_{ki}(p,q)}{\partial n_q}\,f_e(q)\right\} dq = 0 \qquad ,\ p\in\Omega_e \tag{15b}$$

を得る．ここでγはE波の場合μ_i/μ_e，H波の場合$\varepsilon_i/\varepsilon_e$である．式(13)～式(15)の拡張型積分方程式を解いて境界Γ上のf_eおよび$\partial f_e/\partial n$を決定することができる．そしてΓ上のfおよび$\partial f/\partial n$がわかればそれらを式(8)および式(11)に代入してΩ_eおよびΩ_i内の電磁波fを知ることができる．

拡張型積分方程式式(13)～式(15)を解く場合，散乱体内部の全ての観測点pに対して式(13)～式(15a)が成り立つことを要請すれば拡張型積分方程式式(13)～式(15)は常に唯一解を持つ．実際の数値計算においては有限個の観測点pに対して式(13)～式(15)を適用することになる．この場合，Ω_i内の有限個のpの全てを特殊な位置に選べば特定の波数に対して唯一解が得られないがΩ_i内にほぼ一様に配置した有限個の観測点pに対して式(13)～式(15a)を適用すれば全ての波数に対して唯一解を得ることができる．[13] しかしながら，こ

の場合には境界Γからほぼ等距離にある点pが多くなり，積分方程式の核がqの滑らかな関数になるために数値的に不安定になる．数値的安定化のためには核がqの特異関数またはそれに近いことが望ましいので，全てのpが境界Γの近くに存在することが望ましい．そこで本報告では図２に示すようなΩiおよびΩe内の境界Γに近接した閉曲線Γiおよびγe上に全ての観測点を配置する方法を提案する．

本報告で提案する拡張型積分方程式は次式のようになる．

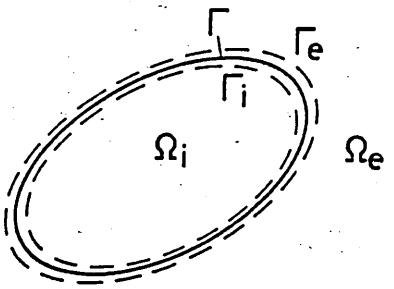


図２　閉曲線Γi，Γe

完全導体柱にE波が入射した場合

$$\oint_{\Gamma} G_{ke}(p,q)\,\frac{\partial f_e(q)}{\partial n_q}\,dq = f_e^{inc}(p) \qquad , p\in\Gamma_i \tag{16}$$

完全導体柱にH波が入射した場合

$$-\oint_{\Gamma} \frac{\partial G_{ke}(p,q)}{\partial n_q}\,f_e(q)\,dq = f_e^{inc}(p) \qquad , p\in\Gamma_i \tag{17}$$

誘電体柱にE波またはH波が入射した場合

$$\oint_{\Gamma} \{G_{ke}(p,q)\,\frac{\partial f_e(q)}{\partial n_q} - \frac{\partial G_{ke}(p,q)}{\partial n_q}\,f_e(q)\}\,dq = f_e^{inc}(p) \qquad , p\in\Gamma_i \tag{18a}$$

$$\oint_{\Gamma} \{G_{ki}(p,q)\,\gamma\,\frac{\partial f_e(q)}{\partial n_q} - \frac{\partial G_{ki}(p,q)}{\partial n_q}\,f_e(q)\}\,dq = 0 \qquad , p\in\Gamma_e \tag{18b}$$

これらの拡張型積分方程式式(16)～式(18)は次章で示すように特定の波数に対して唯一解をもたない．しかしながら，この困難は本質的なものではなく散乱体内部の閉曲線Γiの位置を少し変更することにより容易に回避することができる．

閉曲線Γiおよびγeを限りなく境界Γに近づけるとその極限において式(16)～式(18)はよく知られた境界型積分方程式式(19)～式(21)となる．

完全導体柱にE波が入射した場合

$$\int_{\Gamma} G_{ke}(\mathbb{p},\mathbb{q}) \frac{\partial f_e(\mathbb{q})}{\partial n_q} d\mathbb{q} = f_e^{inc}(\mathbb{p}) \qquad , \mathbb{p}\in\Gamma \qquad (19)$$

完全導体柱にH波が入射した場合

$$-\int_{\Gamma} \frac{\partial G_{ke}(\mathbb{p},\mathbb{q})}{\partial n_q} f_e(\mathbb{q})\, d\mathbb{q} + \frac{1}{2} f_e(\mathbb{p}) = f_e^{inc}(\mathbb{p}) \qquad , \mathbb{p}\in\Gamma \qquad (20)$$

誘電体柱にE波またはH波が入射した場合

$$\int_{\Gamma} \{G_{ke}(\mathbb{p},\mathbb{q}) \frac{\partial f_e(\mathbb{q})}{\partial n_q} - \frac{\partial G_{ke}(\mathbb{p},\mathbb{q})}{\partial n_q} f_e(\mathbb{q})\}\, d\mathbb{q} + \frac{1}{2} f_e(\mathbb{p}) = f_e^{inc}(\mathbb{p})$$

$$, \mathbb{p}\in\Gamma \qquad (21a)$$

$$\int_{\Gamma} \{G_{ki}(\mathbb{p},\mathbb{q}) \gamma \frac{\partial f_e(\mathbb{q})}{\partial n_q} - \frac{\partial G_{ki}(\mathbb{p},\mathbb{q})}{\partial n_q} f_e(\mathbb{q})\}\, d\mathbb{q} - \frac{1}{2} f_e(\mathbb{p}) = 0$$

$$, \mathbb{p}\in\Gamma \qquad (21b)$$

ここで $\int_{\Gamma} d\mathbb{q}$ は $\mathbb{q}=\mathbb{p}$ の近傍を除いて $\mathbb{q}$ について境界Γにわたって線積分することを表す．これらの境界型積分方程式式(19)～式(21)は常に唯一解を有する散乱問題式(1)～式(6)の直接積分により導かれたものであるにもかかわらず本質的に，すなわち，境界Γ上の全ての観測点$\mathbb{p}$に対して式(19)～式(21)を適用しても特定の波数に対して唯一解をもたない．

3．解の唯一性

前章に示した積分方程式式(16)～式(21)はいずれも微分方程式の直接積分，すなわち直接法で導かれ，境界Γ上の物理量fおよび$\partial f/\partial n$を未知量としているので解の存在については何ら疑問の余地なく解は常に存在する．しかしながら，解の唯一性は必ずしも保証されているわけではない．そこで，内部ディリクレ問題

$$\nabla^2 u + k_e^2 u = 0 \qquad \text{in } \Omega_i \qquad (22a)$$

$$u = 0 \qquad \text{on } \Gamma_i \qquad (22b)$$

を考える．境界Γ上の一重層分布ξ(q)を用いてu(p)が

$$u(p)=\oint_{\Gamma} G_{ke}(p,q)\xi(q)\,dq \quad , p\in\Omega_i \tag{23}$$

で与えられると仮定する．式(23)が式(22a)を満たしていることは直接代入により容易に確かめることができる．さらに式(23)が式(22b)を満たすためには

$$\oint_{\Gamma} G_{ke}(p,q)\xi(q)\,dq = 0 \quad , p\in\Gamma_i \tag{24}$$

でなければならない．

また，境界Γ上の二重層分布χ(q)を用いてu(p)が

$$u(p)=-\oint_{\Gamma} \frac{\partial G_{ke}(p,q)}{\partial n_q}\chi(q)\,dq \quad , p\in\Omega_i \tag{25}$$

で与えられると仮定する．式(25)が式(22a)を満たしていることは直接代入により容易に確かめることができる．さらに式(25)が式(22b)を満たすためには

$$-\oint_{\Gamma} \frac{\partial G_{ke}(p,q)}{\partial n_q}\chi(q)\,dq = 0 \quad , p\in\Gamma_i \tag{26}$$

でなければならない．

また，境界Γ上の一重層分布ξ(q)および二重層分布χ(q)を用いてu(p)が

$$u(p)=\oint_{\Gamma} \{G_{ke}(p,q)\xi(q)-\frac{\partial G_{ke}(p,q)}{\partial n_q}\chi(q)\}\,dq \quad , p\in\Omega_i \tag{27}$$

で与えられると仮定する．ただし，ξおよびχは

$$\oint_{\Gamma} \{G_{ki}(p,q)\gamma\,\xi(q) - \frac{\partial G_{ki}(p,q)}{\partial n_q}\chi(q)\}\,dq = 0 \quad , p\in\Gamma_e \tag{28a}$$

を満たすものとする．式(27)が式(22a)を満たしていることは直接代入により容易に確かめることができる．さらに式(27)が式(22b)を満たすためには

$$\oint_{\Gamma} \{G_{k_e}(\mathbf{p},\mathbf{q})\xi(\mathbf{q}) - \frac{\partial G_{k_e}(\mathbf{p},\mathbf{q})}{\partial n_q}\chi(\mathbf{q})\}\,dq = 0 \qquad , \mathbf{p}\in\Gamma_i \qquad (28b)$$

でなければならない．

式(22)は一般の波数に対しては唯一解$u=0$をもつ．したがって式(24)，式(26)および式(28)もまた一般の波数に対しては唯一解$\xi=\chi=0$をもつ．しかしながら，特定の波数，すなわち，$u=0$ on Γ_iで与えられる内部ディリクレ問題の固有波数に対しては式(22)，したがって式(24)，式(26)および式(28)は唯一解をもたず不定解となる．式(24)，式(26)および式(28)は積分方程式式(16)～式(18)の同次形である．したがって式(24)，式(26)および式(28)が唯一解を有していない$u=0$ on Γ_iで与えられる内部ディリクレ問題の固有波数に一致する波数の電磁波に対して拡張型積分方程式式(16)～式(18)もまた唯一解を有していない．しかしながら，この困難は本質的なものではなく，このような波数に対しては閉曲線Γ_iの位置を少し変更し，固有波数を移動することにより容易に回避することができる．この時Γ_eの位置はこのような困難とは無関係であり，Γ_eの位置は常に任意である．

一方，境界型積分方程式式(19)～式(21)は式(16)～式(18)において閉曲線Γ_iおよびΓ_eを限りなく境界Γに近づけた極限である．したがって，この証明からもわかるように境界型積分方程式は本質的に，すなわち，境界Γ上の全ての観測点$\mathbf{p}$に対して式(19)～式(21)を適用しても$u=0$ on Γで与えられる内部ディリクレ問題の固有波数に一致する波数の電磁波に対して唯一解を有していない．

4．数値計算例

4.1 楕円柱散乱体による平面波の散乱

図３に示すような楕円柱散乱体に＋x方向に伝搬する平面波$f^{inc}=\exp(-jk_e x)$が入射した場合について拡張型積分方程式式(16)～式(18)を境界要素法を用いて数値解析する．まず，境界Γ上にほぼ均一にN個の節点$\mathbf{q}_n$，$(n=1,2,\cdots,N)$を配し，境界Γ上の未知関数$(1/k_e)(\partial f_e/\partial n)$および$f_e$をN個の基底関数$S_n(\mathbf{q})$，$(n=1,2,\cdots,N)$を用いて

$$\frac{1}{k_e}\frac{\partial f_e(\mathbf{q})}{\partial n} = \sum_{n=1}^{N}\phi_n S_n(\mathbf{q}) \qquad , \mathbf{q}\in\Gamma$$

$$f_e(\mathbf{q}) = \sum_{n=1}^{N}\psi_n S_n(\mathbf{q}) \qquad (29)$$

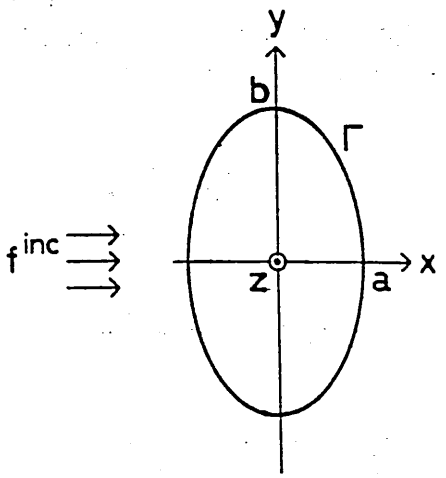


図３　楕円柱散乱体

と展開表示する．ここで，ϕ_nおよびψ_n，(n=1,2,･･･,N)は未知定数であり，式(29)を式(16)～式(18)に代入して決定される．基底関数としては局所的な台をもつ関数が望ましく，本報告では３次のＢスプライン関数[14]を用いることにする．節点$q_{\parallel n}$はすべて単節点であるので，３次のＢスプライン関数$S_n(q_\parallel)$を用いて式(29)で表される境界Γ上の未知関数$(1/k_e)(\partial f_e/\partial n)$および$f_e$は２階微分まで連続となる．

次に境界Γと相似で図心を共有し，その相似比がそれぞれα_iおよびα_eであるような散乱体の内部および外部の閉曲線Γ_iおよびΓ_e上にそれぞれほぼ均一にＮ個の観測点p_{in}，p_{en}，(n=1,2,･･･,N)を

$$\begin{aligned} p_{in} &= \alpha_i q_{\parallel n} \\ p_{en} &= \alpha_e q_{\parallel n} \end{aligned} \qquad (n=1,2,\cdots,N) \tag{30}$$

のように配する．ここで$0<\alpha_i<1$であり，$\alpha_e>1$である．このとき，拡張型積分方程式式(16)～式(18)はそれぞれ行列方程式

$$A\Phi = E \tag{31}$$

$$B\Psi = E \tag{32}$$

$$F\begin{bmatrix}\Phi\\---\\\Psi\end{bmatrix} \left(\triangleq \left[\begin{array}{c|c}A & B\\\hline C & D\end{array}\right]\begin{bmatrix}\Phi\\---\\\Psi\end{bmatrix}\right)= \begin{bmatrix}E\\--\\0\end{bmatrix} \tag{33}$$

となる．式(31)～式(33)において，Ａ，Ｂ，ＣおよびＤはそれぞれ$a_{nn'}$，$b_{nn'}$，$c_{nn'}$および$d_{nn'}$を要素とするＮ×Ｎの正方行列であり，Φ，ΨおよびＥはそれぞれϕ_n，ψ_nおよびe_nを要素とするＮの列ベクトルである．ここで

$$a_{nn'} = \oint_\Gamma k_e G_{k_e}(p_{in}, q_\parallel) S_{n'}(q_\parallel)\, dq$$

$$b_{nn'} = -\oint_\Gamma \frac{\partial G_{k_e}(p_{in}, q_\parallel)}{\partial n_q} S_{n'}(q_\parallel)\, dq$$

$$c_{nn'} = \oint_\Gamma \gamma k_e G_{k_i}(p_{en}, q_\parallel) S_{n'}(q_\parallel)\, dq \tag{34}$$

$$d_{nn'} = -\oint_{\Gamma} \frac{\partial G_{ki}(\mathbf{p}_{en}, \mathbf{q})}{\partial n_q} S_{n'}(\mathbf{q})\, dq$$

$$e_n = f_e^{inc}(\mathbf{p}_{in})$$

である．式(31)～式(33)を解いてΦおよびΨを求め，それを式(29)に代入して境界Γ上の未知関数$(1/k_e)(\partial f_e/\partial n)$および$f_e$を決定することができる．

図４に散乱体内部の閉曲線Γ_iの位置を示す数値α_iをパラメータとして波数k_eと条件数$\kappa(F)$の関係を示す．ここで

$$\kappa(F) = \| F \| \cdot \| F^{-1} \| \quad (35)$$

である．本報告ではノルムとしてユークリッドノルムを用いている．条件数は行列方程式の安定性を示す指標であり，特に条件数が無限大になる波数に対しては行列方程式は特異になり唯一解は得られない．また，条件数が大きいところでは行列方程式の解の安定性は低い．α_i=0.95の場合，u＝0 on Γ_iで与えられる内部ディリクレ問題の固有波数$k_e\sqrt{ab}$=2.5134(=2.4048/0.95)近傍では条件数が非常に大きくなり安定な解は得られない．しかしながら，この波数の近くではα_iを例えばα_i=0.9に変更することにより安定な解を得ることができる．α_i=0.9の場合には固有波数$k_e\sqrt{ab}$=2.6720(=2.4048/0.9)近傍において解は不安定になる．このように条件数を指標にして数値計算を行い，条件数が大きくなる波数ではΓiの位置を少し変更することにすれば全ての波数に対して安定な解を得ることができる．

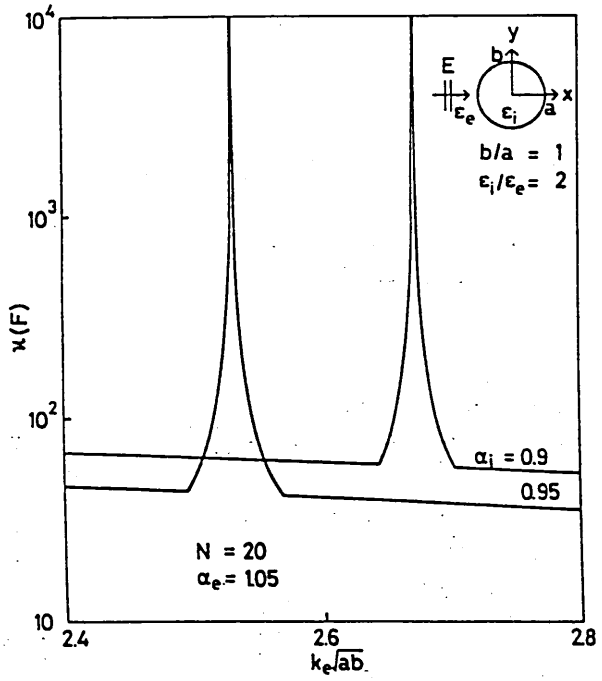


図４　波数と条件数の関係

このようにして行列方程式式(31)～式(33)を解いて得られた境界Γ上の未知関数$(1/k_e)(\partial f_e/\partial n)$および$f_e$を用いて散乱波$f_e^{sca}$は式(８)より

$$f_e^{sca}(\mathbf{p}) = -\oint_{\Gamma} \{G_{k_e}(\mathbf{p}, \mathbf{q}) \frac{\partial f_e(\mathbf{q})}{\partial n_q} - \frac{\partial G_{k_e}(\mathbf{p}, \mathbf{q})}{\partial n_q} f_e(\mathbf{q})\}\, dq \ , \ \mathbf{p} \in \Omega_e \quad (36)$$

で与えられる．ここで，観測点pが－x方向の十分遠方にあるとすると，すなわち，$p=-i_x r$，$r\to\infty$であるとするとレーダ断面積σは

$$\sigma = 2\pi r |f_e^{sca}|^2$$

$$= \frac{k_e}{4}\left|\oint_\Gamma \{j i_x\cdot n f_e + \frac{1}{k_e}\frac{\partial f_e}{\partial n}\}\exp(-jk_e i_x\cdot q)dq\right|^2 \qquad (37)$$

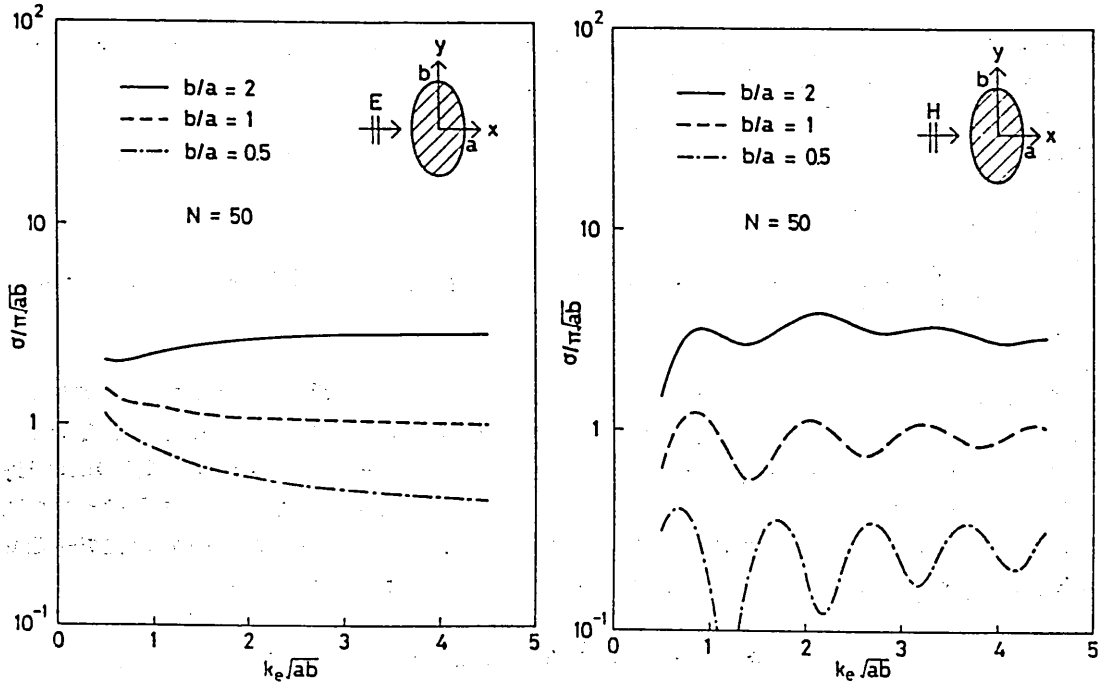
となる．

表１に本手法で得られたレーダ断面積$\sigma/\pi\sqrt{ab}$とその厳密解をb/a＝１の円柱散乱体の場合について示す．上段はレーダ断面積の値，下段はその厳密解との誤差を示している．Nの増加に伴って計算値は厳密解に近づくことがわかる．また，N＝５０で誤差が0.001%以下ときわめて精度の高い解が得られている．ただし，実際の数値計算では系の対称性を考慮しているためマトリクスサイズは完全導体柱の場合(N/2)×(N/2)であり，誘電体柱の場合N×Nである．図５(a)～(d)に波数k_eに対するレーダ断面積σを示す．

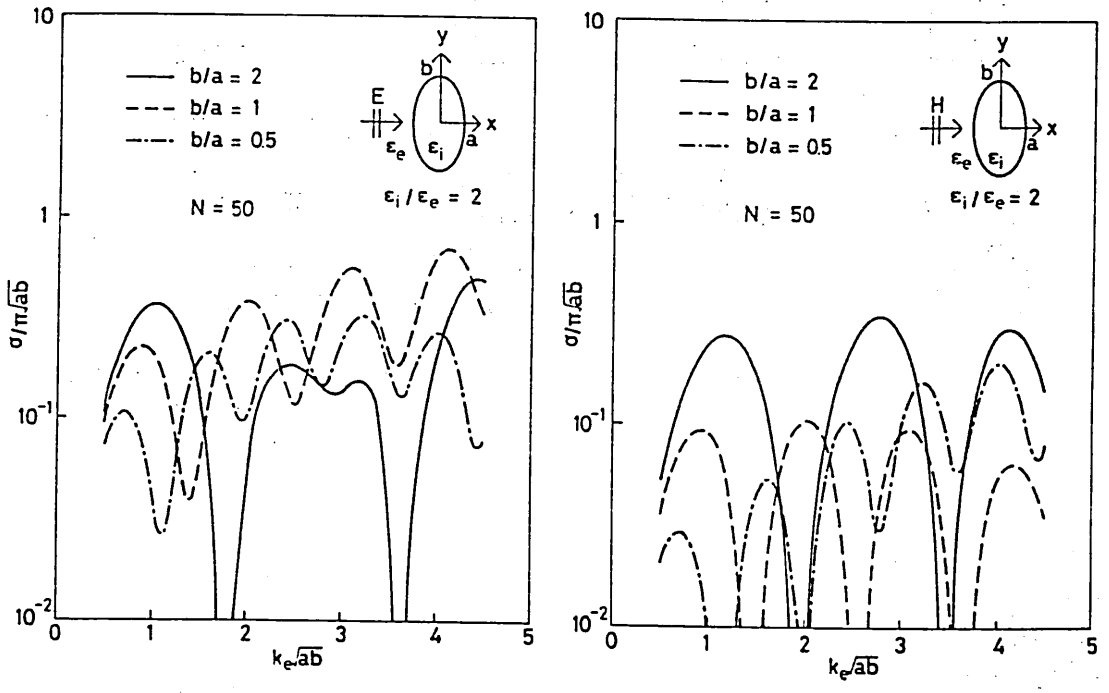
表１レーダ断面積　$\sigma/\pi\sqrt{ab}$

	N＝５０	N＝２０	Exact
完全導体柱 E波入射	1.046058176 ($<10^{-8}$%)	1.046059094 (8.87×10^{-5}%)	1.046058176
完全導体柱 H波入射	0.986628624 (1.15×10^{-4}%)	0.986369131 (2.64×10^{-2}%)	0.986629760
誘電体柱 E波入射	0.538973053 (3.20×10^{-4}%)	0.538637870 (6.25×10^{-2}%)	0.538974776
誘電体柱 H波入射	0.090594321 (1.01×10^{-4}%)	0.090559997 (3.80×10^{-2}%)	0.090594412

($k_e\sqrt{ab}=3$, $b/a=1$, $\varepsilon_i/\varepsilon_e=2$, $\alpha_i=0.95$, $\alpha_e=1.05$, ガウスの12点公式)



(a)完全導体柱E波入射　　(b)完全導体柱H波入射



(c)誘電体柱E波入射　　(d)誘電体柱H波入射

図５　波数に対するレーダ断面積

4.2 誘電体四角柱散乱体による平面波の散乱

図６に示すような誘電体四角柱散乱体に+x方向に伝搬する平面波$f_e^{inc}=\exp(-jk_e x)$が入射した場合について拡張型積分方程式式(18)を境界要素法を用いて数値解析する．四角柱ではその角点において$(1/k_e)(\partial f_e/\partial n)$は不連続になり，$f_e$の関数値は連続であるがその一階微分は不連続になると考えられる．Ｂスプライン関数を用いた場合には節点の多重度を変えることにより関数の連続性を変えることができる．そこでまず，境界Γ上にほぼ均一にかつ角点に節点がくるようにＮ個の節点q_n，$(n=1,2,\cdots,N)$を配する．$(1/k_e)(\partial f_e/\partial n)$に関しては角点を４重節点とし，$f_e$に関しては角点を３重節点とする．このようにして境界Γ上の未知関数$(1/k_e)(\partial f_e/\partial n)$および$f_e$をそれぞれN+12の３次のＢスプライン関数$S_n^{(1)}(q)$，$(n=1,2,\cdots,N+12)$およびN+8個の３次のＢスプライン関数$S_n^{(2)}(q)$，$(n=1,2,\cdots,N+8)$を用いて

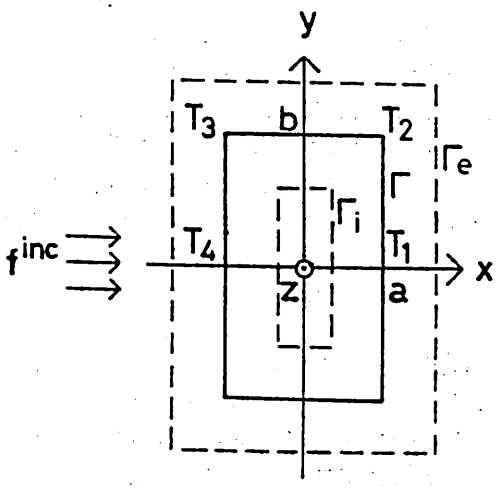


図６　誘電体四角柱散乱体

$$\frac{1}{k_e}\frac{\partial f_e(q)}{\partial n}=\sum_{n=1}^{N+12}\phi_n S_n^{(1)}(q)$$

$$f_e(q)=\sum_{n=1}^{N+8}\psi_n S_n^{(2)}(q) \qquad ,\ q\in\Gamma \tag{38}$$

と展開表示する．このとき角点において$(1/k_e)(\partial f_e/\partial n)$は不連続，$f_e$は関数値のみが連続となる．

次に，境界Γと相似であり図心を共有し，その相似比がそれぞれα_iおよびα_eであるような散乱体内部および外部の閉曲線Γ$_i$およびΓ$_e$上にそれぞれN+12個の観測点p_{in}およびp_{en}，$(n=1,2,\cdots,N+12)$を配する．Γ$_i$およびΓ$_e$上の観測点p_{in}およびp_{en}は角点以外では

$$p_{in}=\alpha_i q_n$$
$$p_{en}=\alpha_e q_n \tag{39}$$

とする．ここで，$0<\alpha_i<1$であり，$\alpha_e>1$である．さらに閉曲線Γ$_i$およびΓ$_e$の各角

点付近にはそれぞれ４つの観測点p_{in}およびp_{en}を配する．このとき積分方程式式(18)は行列方程式式(33)となる．ここでFは正方行列ではなくなるので式(33)の両辺に左側からFの共役転置行列F^{*}をかけて

$$F^{*}F\begin{bmatrix}\Phi\\ --\\ \Psi\end{bmatrix}=F^{*}\begin{bmatrix}E\\ ---\\ 0\end{bmatrix} \tag{40}$$

を得る．ここで$F^{*}F$は正方行列となる．式(40)を解いてΦおよびΨを求め．それらを式(38)に代入して境界Γ上の未知関数$(1/k_e)(\partial f_e/\partial n)$および$f_e$を決定することができる．ここで式(40)を解いて得られたΦおよびΨは式(33)の最小自乗解である．

図７に誘電体四角柱にE波が入射した場合の境界Γ上の未知関数$(1/k_e)(\partial f_e/\partial n)$および$f_e$の分布を示す．角点$T_2$および$T_3$において$(1/k_e)(\partial f_e/\partial n)$の関数値および$f_e$の一階微分が不連続になっていることがわかる．

５．むすび

本報告では電磁波散乱問題に対する積分方程式法がもつ種々の欠点を回避する方法について検討した．従来用いられている境界型積分方程式は電磁波の波数が系の固有波数に一致するときに唯一解が得られないという困難をもつ．この困難を回避する方法としていくつかの方法が提案されているが，いずれの方法にも計算量が多くなったり数値的に不安定になるという欠点がある．本報告では散乱体表面に近接した散乱体内部および外部の閉曲面上に全ての観測点を配置する拡張型積分方程式を提案し，本手法により全ての波数に対して唯一解が得られることを示した．また，具体例として完全導体楕円柱，誘電体楕円柱および誘電体四角柱に平面波が入射した場合について３次のBスプライン関数を基底関数とす

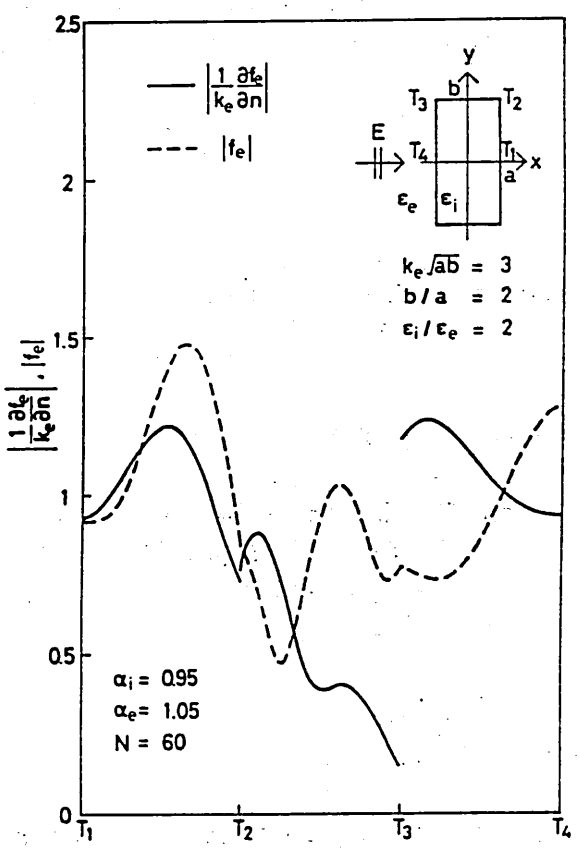


図７　境界Γ上の界分布

る境界要素法により数値計算を行い，本手法を用いることにより積分方程式法がもつ欠点を容易に回避できることを示した．さらに，数値計算の結果としてきわめて精度の高い解が得られること，および四角柱の場合のように不連続をもつ関数を展開するのに基底関数としてBスプライン関数が有効であることなどを示した．

文献

(1) K.K.Mei and J.G.Van Bladel:"Scattering by Perfectly-Conducting Rectangular Cylinders",IEEE Trans. Antennas & Propag.,AP-11,2,pp.185-192(March 1963).

(2) M.G.Andreasen:"Scattering from Parallel Metallic Cylinders with Arbitrary Cross Sections",IEEE Trans. Antennas & Propag.,AP-12,11,pp.746-754 (Nov.1964).

(3) A.J.Poggio and E.K.Miller:"Integral Equation Solutions of Three-dimensional Scattering Problems",in Computer Techniques for Electromagnetics, ed. R.Mittra,Chap.4,Pergamon,Oxford(1973).

(4) J.R.Mautz and R.F.Harrington:"H-Field,E-Field,and Combined-Field Solutions for Conducting Bodies of Revolution",AEÜ,32,4,pp.157-164(1978).

(5) P.C.Waterman:"Matrix Formulation of Electromagnetic Scattering",Proc.IEEE, 53,pp.805-811(Aug.1965).

(6) N.Okamoto:"Matrix Formulation of Scattering by a Homogeneous Gyrotropic Cylinder",IEEE Trans. Antennas & Propag.,AP-18,5,pp.642-649(Sep.1970).

(7) C.Müller:"Foundations of the Mathematical Theory of Electromagnetic Waves", Springer,Berlin(1969).

(8) J.R.Mautz and R.F.Harrington:"Electromagnetic Scattering from a Homogeneous Material Body of Revolution",AEÜ,33,2,pp.71-80(1979).

(9) H.A.Schenck:"Improved Integral Formulation for Acoustic Radiation Problems", J.Acoust.Soc.Am.,44,1,pp.41-58(Jan.1968).

(10) R.Mittra and C.A.Klein:"Stability and Convergence of Moment Method Solutions",in Numerical and Asymptotic Techniques in Electromagnetics, ed. R.Mittra,Chap.5,Springer,New York(1975).

(11) N.Morita:"Resonant Solutions Involved in the Integral Equation Approach to Scattering from Conducting and Dielectric Cylinders",IEEE Trans. Antennas & Propag.,AP-27,6,pp.869-871(Nov.1979).

(12) D.J.N.Wall:"Method of Overcoming Numerical Instabilities Associated with the T-Matrix Method",in Acoustic,Electromagnetic and Elastic Wave Scattering-Focus on the T-Matrix Approach,ed. V.K.Varadan and V.V.Varadan, pp.269-286,Pergamon Press,New York(1980).

(13) 豊田,松原,熊谷:"スカラー波散乱問題の積分方程式法解析ー散乱体内部の閉曲面上に観測点とる方法ー",電学会電磁界理論研資,EMT-86-83(昭61-10).

(14) 市田,吉本:"スプライン関数とその応用",教育出版(昭54).

RS87－2

20/30 GHz帯衛星通信回線における交差偏波識別度の測定及び解析

前川　泰之、　張　年錫、　宮崎　昭

（大阪電気通信大学　通信工学科）

瀬川　哲郎

（株式会社ＣＳＫ　研究開発部）

昭和６２年５月８日

輻射科学研究会資料

1。まえがき

国内或は国際間の衛星通信回線では、将来ますます大幅な需要の増加が見込まれている。このため、回線の混雑を緩和し、限られた資源である周波数を有効に利用するという観点から、直交二偏波（水平・垂直、右旋・左旋）同時利用の技術について種々の検討がなされている。早くから衛星通信回線に用いられているC、Kuバンドでは、インテルサット衛星（6／4 GHz、14／11 GHz）の場合の様に、既に一部交差偏波利用が行われており[1]、準ミリ波帯（Kaバンド、30／20 GHz）衛星通信においては、近年回線増加要求の増大に伴い降雨減衰対策と共にその実用化が検討される様になった[2]。

準ミリ波帯衛星通信回線において交差偏波利用を行うに際しては、C、Kuバンドの場合に比べ大気中の気象粒子、特に降雨の電波伝搬特性に及ぼす影響がさらに大きな障害となる。即ち、雨滴による電波の吸収や散乱が降雨減衰として、また雨滴の形状の歪みによって発生する伝搬路の異方性が交差偏波識別度（ＸＰＤ）の劣化として衛星通信回線に悪影響を与える。従って、直交二偏波共用通信を実現するためには降雨減衰の特性を明らかにすると共に、交差偏波識別度（ＸＰＤ）劣化の特性を詳しく知る必要がある。

夕立や雷雨等、雨量が多く降雨減衰が比較的大きな（＞５～10 dB）積乱性降雨（Cumulus）の場合、降雨減衰とＸＰＤ劣化との間の相関関係は雨滴の歪みを考慮にいれた変形雨滴モデルに基づく理論的関係[3]でほぼ説明される。ところが前線に見られるような層状性降雨（Stratus）では、雨量が比較的少ない時でも降雨減衰を余り伴わない異常なＸＰＤ劣化が発生することが知られている[4]。この異常ＸＰＤ劣化は、衛星通信回線では地上のマイクロ波或はミリ波回線とは異なり電波が上空の雨雲の中を通過するために起こる問題の一つである。この現象は、氷晶や雪片が主な原因

であることがレーダー観測で指摘されており、準ミリ波帯電波では雨滴と同等に或はそれ以上にＸＰＤ劣化の大きな要因となる。この場合、従来の変形雨滴モデルによる理論ではもはやその特性を説明できなくなり、降雨減衰とＸＰＤ劣化との相関も悪くなる。従って、降雨強度や降雨減衰の統計量のみではＸＰＤ劣化の正確な予測を行うことが困難になる。

郵政省では衛星利用に関心のある団体、企業に対して衛星通信実験を行う機会を提供し利用の促進を計るために、昭和５８年度より「衛星利用パイロット計画」が実施されている[5]。大阪電気通信大学は、この計画に株式会社ＣＳＫと昭和６０年度より共同で参加し、ＣＳＫ東京（世田谷）・大阪（寝屋川）地球局間でＣＳ－２衛星を利用した各種交信実験を行っている。これらの交信実験と共に本学衛星通信研究施設では、２０／３０ＧＨｚ帯衛星通信回線の電波伝搬特性を総合的に解明するために、昭和６０年末よりＣＳ－２衛星ビーコン（19.45 GHz）を用いた交差偏波識別度の測定を開始した。

本稿では、まず２章でＣＳ－２衛星とＣＳＫ大阪地球局設備の概要に触れ、３章では郵政省電波研究所鹿島局でのＣＳ伝搬実験[6,7]を参照しつつ電波伝搬路上の降雨等によるＸＰＤ劣化を推定する方法を述べる。ここでは特に設備が比較的簡単な運用実験局で精度の高いＸＰＤ測定を行う場合の問題点を指摘する。４章では、測定の際に基準となる晴天時の出力レベルとその変動幅を明らかにし、伝搬路上のＸＰＤの推定精度について検討を加える。５章では、測定開始から一年余りの間に蓄積された降雨量、降雨減衰、及びＸＰＤ劣化の統計結果を示し、特に今まで測定例の少ない主偏波・交差偏波間の位相差とＸＰＤ劣化の関連性を重点的に議論する。

２．衛星及び地球局設備

通信衛星２号（ＣＳ－２；さくら）はわが国最初の実用通信衛星であり、昭和５８年２月ａ号機、同年８月にｂ号機が打ち上げられた。ＣＳ－２は、機械的デスパンアンテナを搭載したスピン姿勢安定型衛星で、世界で最初の準ミリ波帯（30／20 GHz）の中継器６系統を備えている。衛星の概観図を図２．１に、主要諸元を表２．１に示す[8]。形状は、直径219 cm、高さ206 cmの円筒形で、静止軌道上での重量は350 kg、発生電力は約550 W、設計寿命は５年である。衛星の搭載アンテナは、成形ビームホーンリフレクタアンテナであり、放射ビームが日本本土のみを効率よく照射するように鏡面修正した反射鏡が用いられている。また衛星には蝕時における信頼性向上のため、バッテリーが２台搭載されている。

本研究で用いたＣＳ－２衛星のビーコン波は右旋偏波であり、周波数は19.45 GHzである。ビーコン信号の地球局アンテナ入力段での公称受信電界強度は -94 dBmである。ＣＳＫ大阪地球局（北緯34°45'、東経135°38'）は直径５ｍのカセグレイン形アンテナを有し、20 GHz帯でのアンテナ利得は 58 dBである。またアンテナはステップトラック方式による自動追尾機能を持ち、20分毎にビーコン受信レベルが最大となるよう、仰角と方位角の微調整が行われている。アンテナの仰角は通常49.5°である。

図２．２に、地球局の受信システム構成図を示す。ビーコン信号は局舎外のアンテナ給電部導波管に組み込まれた偏分波器（ＯＭＴ）により主偏波成分（右旋偏波；E_R）と交差偏波成分（左旋偏波；E_L）に分離される。交差偏波成分は搬送波抑圧変調され、4.95 kHzの側波帯としてビーコンカップラにより再び主偏波成分と合成される。両偏波成分は同一の低雑音増幅器で（ＬＮＡ）で増幅されたのち、ダウンコンバータ（Ｄ／Ｃ）により70 MHzの中間周波数（ＩＦ）に変換される。これらの信号は局舎内の位相振

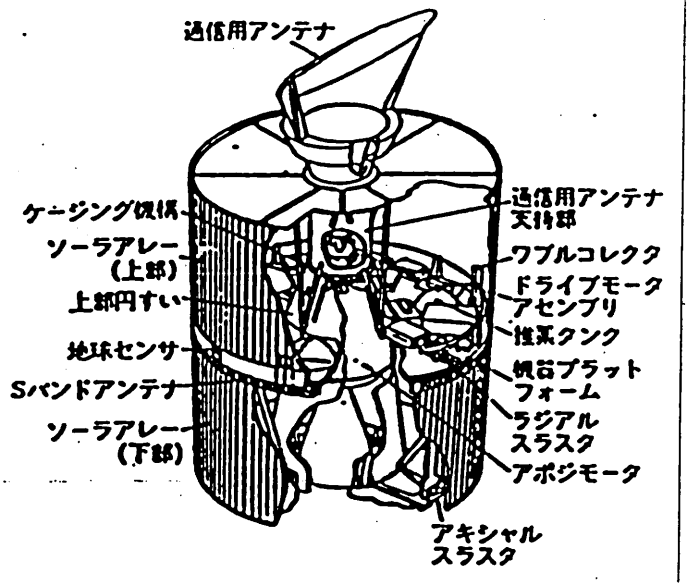


図２．１　ＣＳ－２概観図[8)]

表２．１　ＣＳ－２主要諸元[8)]

静止軌道初期重量	約３５０ｋｇ
軌　道	静止位置　東経１３２度（ＣＳ－２ａ） 東経１３６度（ＣＳ－２ｂ）
	軌道保持精度　南北±０．１度以内 東西±０．１度以内
姿　勢	スピン安定方式　（スピンレートは ８０～１０１ｒｐｍ）
電源系	ソーラアレーにより必要電力を供給 主バス電圧；２９．４±０．２Ｖ　ＤＣ 日陰時バッテリの放電深度；５５％以下
アンテナ制御系	東西方向調整範囲；±４度 調整精度；±０．０３度 アンテナ指向精度；半頂角０．３度の円すい内
寿　命	３年以上（５年目標）

幅検出装置（三菱製）に送られ、交差偏波成分（E_L）は主偏波成分（E_R）により規格化される。得られた交差偏波成分と主偏波成分の比（E_L/E_R）は、上記の4.95 kHzの変調周波数で同期検波され、その比の実数部（E_x）と虚数部（E_y）が直流電圧として装置から出力される。

位相振幅検出装置の出力（E_x、E_y）は、ビーコン受信レベル、アンテナ制御装置の仰角・方位角、及びアンテナ給電部導波管温度に関する出力と共に実時間に於てＡ／Ｄ変換がなされ、30秒間の平均値がマイクロコンピュータ（PC-9801;ＮＥＣ製）により付属の固定磁気ディスクに連続的に記録される。一方、雨量、外気温、気圧、風速等の気象情報に関しては、10分毎の平均値がミニコンピュータ（S/1;ＩＢＭ製）により常時取得されている（ただし降雨強度は１分毎）。これらのデータはいづれも学内ＬＡＮ（Local Area Network）を用いて本学情報科学センターに転送され、交差偏波の測定値と気象情報は、大型コンピュータ（FACOM M-360-AP；富士通製）により合成され同時に処理される。

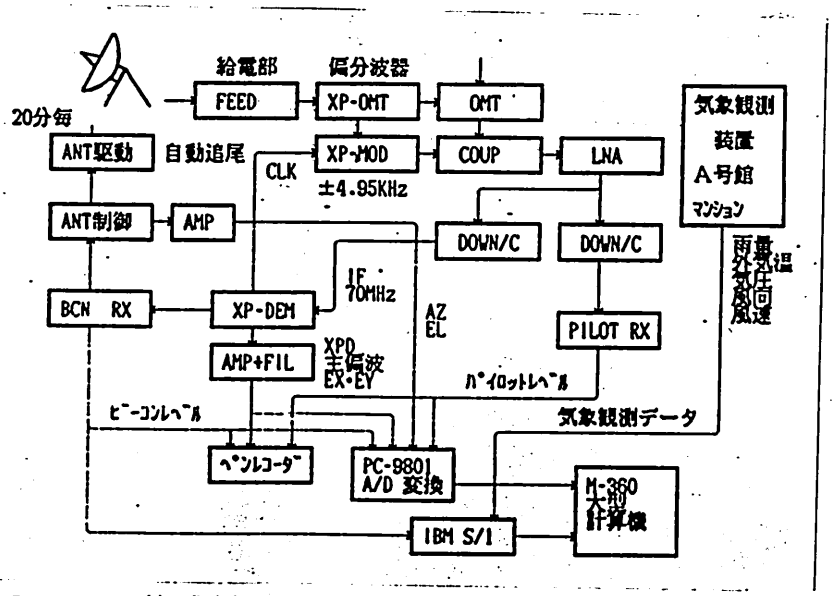


図２．２　地球局システム構成図

３．伝搬路上ＸＰＤの測定法

ＣＳ－２衛星搭載のアンテナは前述のようにビーム成形が為されており、このため送信アンテナの交差偏波パターンはかなり複雑である。このアンテナパターンから見積ると衛星から大阪地区に到来するビーコン波自体のＸＰＤ値は15～20 dB 程度であり[9]、降雨等による伝搬路上のＸＰＤ劣化を推定する際にはまずこの衛星の送信系における劣化分を除去する必要が生じる。ここで降雨時及び晴天時の位相振幅検出装置の出力をそれぞれ（E_{x1}、E_{y1}）、（E_{x0}、E_{y0}）とベクトル量で表し、降雨時におけるE_x、E_yの変動分をそれぞれ$\Delta E_x = E_{x1} - E_{x0}$、$\Delta E_y = E_{y1} - E_{y0}$で表すと伝搬路上ＸＰＤは

$$XPD_1 = -20 \log_{10} k \sqrt{\Delta E_x^2 + \Delta E_y^2} \qquad (3.1)$$

で評価することができる[10]。ただしｋ＝1/5 ［Ｖ$^{-1}$］でありこれは装置の出力電圧を補正する係数である。従って本測定システムで降雨によるＸＰＤ劣化を推定する為には、基準となる晴天レベル（E_{x0}、E_{y0}）を正確に決めることが必要である。このためにはビーコン波のＸＰＤ値の絶対値

$$XPD_0 = -20 \log_{10} k \sqrt{E_{x0}^2 + E_{y0}^2} \qquad (3.2)$$

のみならず偏波のチルト角

$$\psi_0 = 1/2 \tan^{-1} (E_{y0} / E_{x0}) \qquad (3.2)$$

の正確な測定が重要となる。

晴天レベルの変動を引き起こす要因としては、地球局の側では、受信アンテナパターンの変化は衛星を自動追尾する限り余り問題

とならないが、本局の様に側定期が一部局舎外に取り付けられている場合は、外気温による装置の特性変化に注意する必要がある。一方衛星の側では姿勢や軌道のずれにより送信アンテナのボアサイトが日周変化を示すことが挙げられる[6]。

４．晴天レベルの設定法

地球局のアンテナ給電部導波管の温度特性変化による交差偏波成分の位相変化については、構成部品の温度試験等を行い導波管温度１度につきチルト角の測定値が約0.75度変化することが判明している[11]。このため位相振幅検出装置の出力はＸＰＤ値については温度変化がほとんどないものの、チルト角（ψ）については、図４．１に示す様に温度と高い相関が常に見られる（相関係数0.9以上；１時間平均値に基づく）。従って、晴天時におけるチルト角の温度特性を適当な測定期間（１週間程度）について温度（導波管温度；Ｔ）に対する一次近似式で表して見ることができる。

$$\psi_c = aT + b \quad [\mathrm{deg}] \qquad (4.1)$$

ここで、定数ａは通常0.7（deg／℃）程度である。また、定数ｂは衛星によって異なる基準値である。ここで位相振幅検出装置の出力（E_x、E_y）とチルト角とは図４．２に示す様な関係があるので、E_x、E_yの測定値に関する温度校正式はそれぞれ、

$$E_{xc} = CXPD_h \cos(2\psi_c) \quad [\mathrm{mV}] \qquad (4.2)$$
$$E_{yc} = CXPD_h \sin(2\psi_c) \quad [\mathrm{mV}] \qquad (4.3)$$

ただし、$CXPD_h$は測定期間中のＸＰＤの平均値（XPD_h）の実値であり、

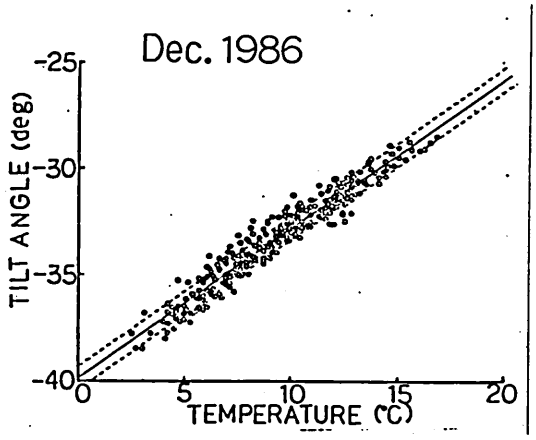


図４．１　導波管温度とチルト角測定値の相関図

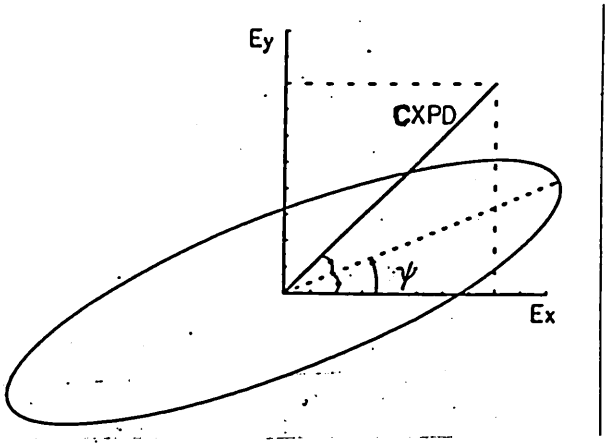


図４．２　E_x、E_yとチルト角の関係

$$CXPD_h = \sqrt{E_{xc}^2 + E_{yc}^2}$$
$$= 1/K\ 10^P \quad [mV] \qquad (4.4)$$
$$P = -XPD_h/20 \quad 、K = 1/5 \quad [V^{-1}]$$

次に、衛星のボアサイト変動の影響と思われる日周変化を除去する方法を述べる。図４．３に示す様にE_x、E_yの測定値と上記の温度補正値との差を時刻別に見ると、どの測定期間中についても各時刻（h＝0,1,2,—,23LT）に特有のずれの値（ΔE_{xh}、ΔE_{xh}）が平均として見られる。図中のエラーバーは測定期間の変動幅を示す。この平均値（$\overline{\Delta E_{xh}}$、$\overline{\Delta E_{xh}}$）を用いてさらに校正を加えると、晴天レベル（E_{x0}、E_{y0}）はそれぞれ、次式のように決定される。

$$E_{x0} = E_{xc} - \overline{\Delta E_{xh}} \quad [mV] \qquad (4.5)$$
$$E_{y0} = E_{yc} - \overline{\Delta E_{yh}} \quad [mV] \qquad (4.6)$$

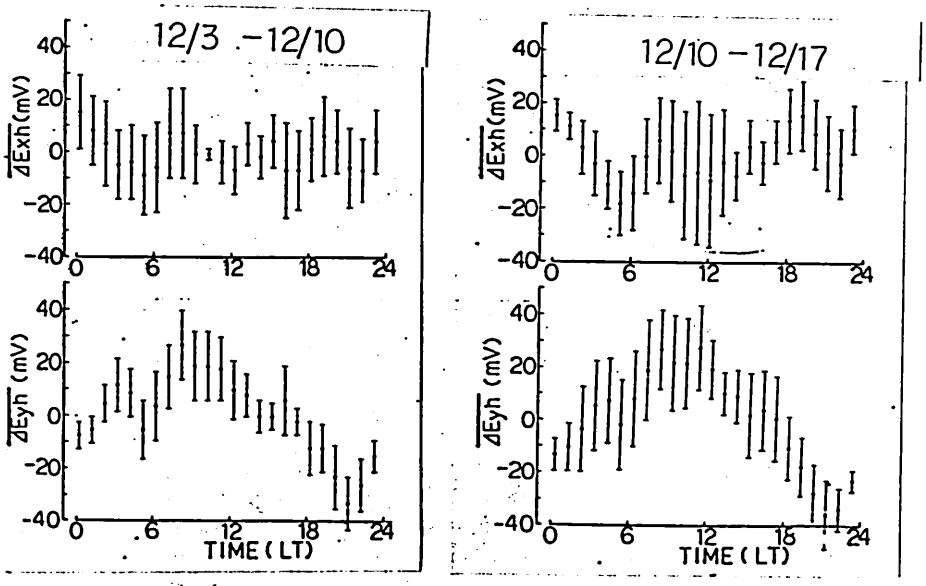


図４．３　E_x、E_yの時刻毎の変動値及び変動幅

以上の操作により、測定器の温度特性を校正すると共に、衛星のビーコン波自体に含まれている１日周期の変動をデータ処理上でほぼ除去することが可能と考えられる。

ここで、（４．５）式及び（４．６）式で得られる晴天レベルを基準として降雨時の伝搬路上ＸＰＤを求める場合の推定精度について検討しておく。まず地球局設備に関しては、屋外にある給電部導波管の温度特性を直接導波管温度で校正することにより図４．１の点線で示した様にチルト角の補正が ±0.6° の精度で補正が可能である。また、衛星の変動が主な原因と考えられる日周変化分の時刻補正を合わせて行うと温度補正値からのずれ（$\overline{\Delta E_{xh}}$、$\overline{\Delta E_{yh}}$）の変動幅は図４．３のエラーバーで示される通り最大でも２０［ｍＶ］程度となる。　３章の（３．１）式で示した様に本測定法では、降雨による装置出力の変動分（ΔE_x、ΔE_y）で伝搬路上ＸＰＤ（XPD_1）の推定を行うので上記の時刻補正値の変動幅が降雨時に（ΔE_x、ΔE_y）を統計的に検出できる限界となる。従って（ΔE_x、ΔE_y）の推定精度は、

$$\Delta E_x \geqq \langle \Delta E_{xh} \rangle \sim 20 \quad [mV]$$
$$\Delta E_y \geqq \langle \Delta E_{yh} \rangle \sim 20 \quad [mV], \langle\ \rangle ; \text{変動幅} \qquad (5.8)$$

ここで、$\Delta E_x = \Delta E_y \sim 20$［ｍＶ］として（３．１）式より$XPD_1$をもとめると、

$$XPD_1 \sim 45 \quad [dB] \qquad (5.9)$$

となる。この値が測定データから示される伝搬路上ＸＰＤの検出限界である。また位相振幅検出装置の出力や地球局のアンテナ自体のＸＰＤも同程度保証されているので温度補償と時刻補償を含む本測定法により４０ｄＢ前後まで伝搬路上ＸＰＤ値の推定が十分可能となることが分かった。

なお晴天レベルのより長期的（数週間～数カ月）な変動に関しては、衛星の姿勢・軌道や送信電力、あるいは気圧や湿度等の気象条件との関連が予想されるが、現在のところ情報不足のため全測定期間（昭和６１年１月～昭和６２年３月）に共通した各日の晴天レベルの設定法はまだ確立していない。しかし、衛星系の影響については、姿勢及び軌道制御の前後で晴天レベルの変動が大きくなる場合が確認されている。また気象現象では気圧の高い日（快晴であることが多い）ほどビーコンレベルは増大し、ビーコン波自体のＸＰＤは減少する傾向がわずかだが見られる（ただし、伝搬路上ＸＰＤはこのとき劣化するとは一概には言えない）。従って現段階では降雨事象毎に衛星の姿勢制御や軌道制御が行われる期間を除き、それらの間の期間（約１週間）を測定期間と定めて晴天レベルを設定するのが賢明と思われる。また温度補正や時刻補正に用いるデータ（１時間値）としては降雨時及びその前後数時間程度の時間帯の測定値を避ける事はもちろんのこと曇天時や気圧の低い（＜1013mb）日のデータも削除することが望まれる。これらの方法により晴天レベルの正確さがさらに増すと考えられ、降雨によるＸＰＤ劣化に加えて衛星の姿勢や軌道の変化をモニターすることや、曇天時、気圧の低い時の測定値との比較検討が将来より詳しく行えるものと考えられる。またこの他、大気屈折率に影響を与えると思われる湿度の増減と測定データとの相関についても早急に検討を加える必要がある。

５．観測結果

ＸＰＤ測定は、ビーコン受信レベル及び雨量等の気象データと共に、昭和６０年末より現在（昭和６２年５月）に至るまでほぼ連続して行われている。ここでは、ＸＰＤデータの定量的な解析を開始した昭和６１年２月から昭和６２年３月までの１年余りの

間に得られた諸データの統計的性質をまず明らかし、ＸＰＤ劣化特性に見られる季節変化に注目して議論を行う。

昭和６１年２月から昭和６２年３月までに記録された総雨量は1177.3 mm である。また、この間降雨が記録された時間（h）は895 hであり、時間率に換算すると8.8 %にあたる。昨年（昭和６１年）の年間雨量は大阪管区気象台の平年値（1400mm）に比べてかなり少ない。また大阪地区の雨量は全国的に見ても少ない部類に属する。図５．１(a)、(b)にそれぞれ月別に測定された降雨量と降雨時間を示す。昨年の５月を除いて各月とも平年値より少なめであるが、昨年は本格的な台風の襲来が無かったため特に秋季（９－11月）の雨量が少ないのが目に付く。また夏季の７月と８月は降雨時間が短いにもかかわらず雨量く、夕立のように短時間に集中的に降る雨が多い事を物語っている。

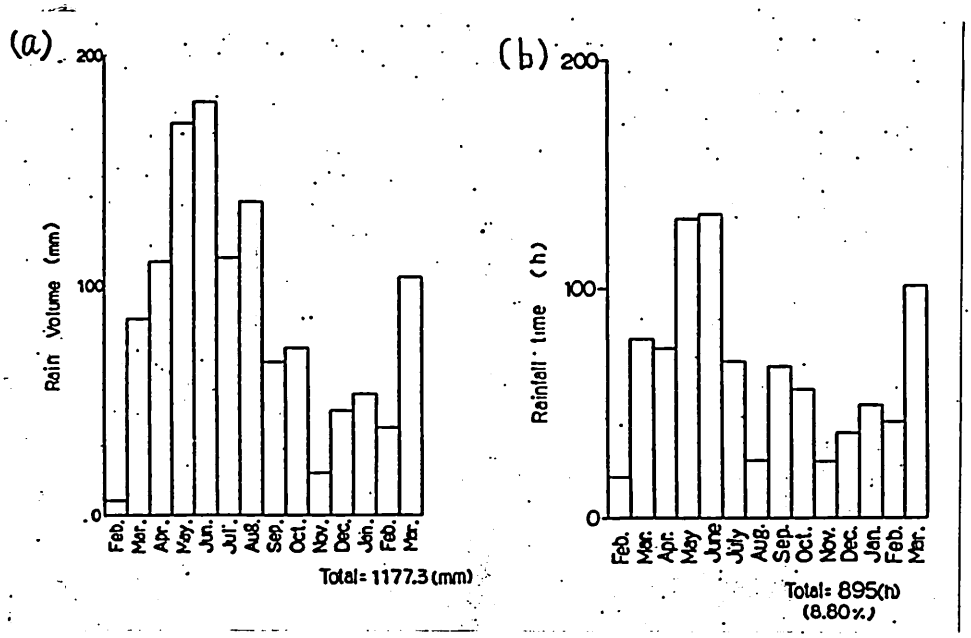


図５．１ (a)月別の雨量、及び(b)降雨時間

次に、上記の降雨時間中（895 h）の、降雨強度とビーコン減衰量、及びＸＰＤの生起確率をそれぞれ累積分布の形で図５．２(a)、(b)に示す。横軸は(a)では対数軸、(b)ではｄＢ値に関してリニアスケールで示してあり、縦軸はいずれも正規軸である。図５．２(a)、(b)においてデータ点はいずれも直線上に並ぶことから、降雨強度（mm/hr）とビーコン減衰量（ｄＢ）の生起確率は対数正規分布、一方ＸＰＤ（ｄＢ）の生起確率は正規分布にほぼ従うことが確かめられた。また図５．３(a)、(b)にそれぞれ降雨によるビーコン減衰量（１、２、５、及び10dB以上）とＸＰＤ劣化量（35、30、25、及び20dB以下）の月別に見られる出現時間率を示す。ただし図５．３(b)の昭和６１年８月分に関しては、測定システム調整によりＸＰＤデータが不足しているため記載していない。同図より、主に昨年（昭和６１年）の５月から１０月にかけ１０ｄＢ以上の大きな降雨減衰が多く出現したことが分かる。特に夏季の７月と８月は前述の夕立や雷雨による著しい降雨減衰やそれに伴う大きなＸＰＤ劣化が多く見られた。また９月と１０月は、降雨量、降雨時間とも５月や６月の半分程度（図５．１参照）であるにもかかわらず、ビーコン減衰量、ＸＰＤ劣化量の時間率に関しては５月や６月と同等或はそれ以上の値が得られており、降雨の性質の違いを示すものとして注目される。

以上昨年（昭和６２年）２月から現在に至るまでの間にみられる降雨強度、ビーコン減衰量、及びＸＰＤ劣化量の統計的性質について述べた。これらの統計には地域（大阪府寝屋川市）による特性の他に年度別に見られる変動（例えば、例年に比べ春季雨が多く秋季雨が少ない等）の影響も１年のみのデータでは大きく関与していると考えられる。従って、今後昭和６２年４月以降のデータをも用いて測定年度を重ねさらに統計的性質の検討を進める必要がある。

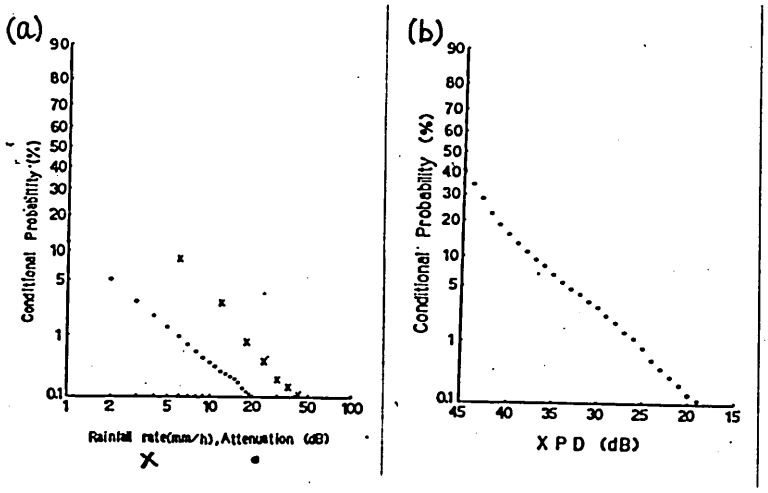


図５．２　降雨時の(a)降雨強度とビーコン減衰量及び(b)ＸＰＤの生起確率

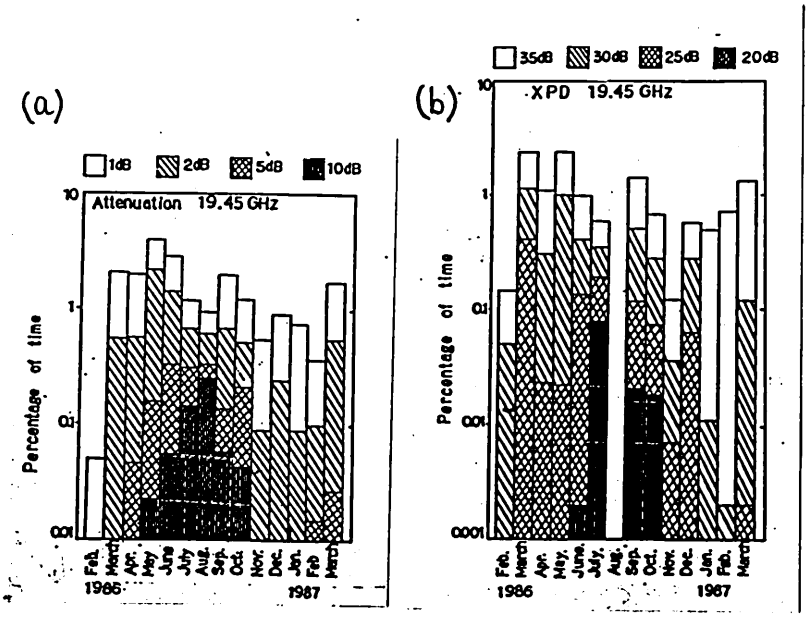


図５．３　(a)ビーコン減衰量及び(b)ＸＰＤ劣化量の月別出現時間率

図５．４に、昭和６１年６月に測定されたビーコン減衰量とＸＰＤの相関図を示す。６月は図５．１からも分かる通り昨年度中で最も多く雨量が測定された月である。データ点は１分間隔であり、図中の実線は変形雨滴モデルに基づく減衰量とＸＰＤの理論的関係[3]を示す。またσは雨滴傾斜角の標準偏差である。図より降雨減衰が10dB以上の場合には、それに対応するＸＰＤの測定値はほぼσ＝20～30°の時の理論カーブに従うことが分かる。ところが降雨減衰が10dB以下の場合には、ＸＰＤデータの大部分は理論カーブから予測される値よりもずっと大きな劣化を示すことが分かる。図５．４と同じデータに基づき、今度はＸＰＤと交差偏波位相の関係を図５．５に示す。実線は同様に変形雨滴モデルによる理論計算値[12]である。図より、ほとんど全てのデータ点は位相に関して-90°から-135°の範囲に収まることが分かる。また降雨減衰が10dB以上（○印）の場合にはＸＰＤ値の時と同様に位相に関しても測定値は理論値に近づく事がわかる。ところが降雨減衰が5dBよりも小さい場合（△印）、大きなＸＰＤ劣化（例えば30dB以下）に伴う交差偏波位相は理論値からのずれが大きく、－90°付近に分布することが分かる。

ここで、ＸＰＤの劣化量を測定値（XPD_1）と理論値（XPD_t）の差で評価を行うことにする。即ち、$\Delta XPD = XPD_1 - XPD_t$とし、$XPD_t$は図５．４でσ＝０°の場合の理論カーブから降雨減衰の測定値を用いて求める。このＸＰＤ劣化量に関する定義を用いて、以下では交差偏波位相の△ＸＰＤに対する依存性を調べる。図５．６に同じく昭和６１年６月に測定された交差偏波位相と△ＸＰＤの相関図を示す。ここでは降雨強度との対応関係を明らかにするために、データ点は10分平均値を用いてある。またデータ点としては、ＸＰＤの測定値自体（XPD_1）が30dB以下で降雨減衰が0.5dB以上の場合の値を採用してある。図中の点線は、交差偏波位相の△ＸＰＤに対する回帰直線を示す。

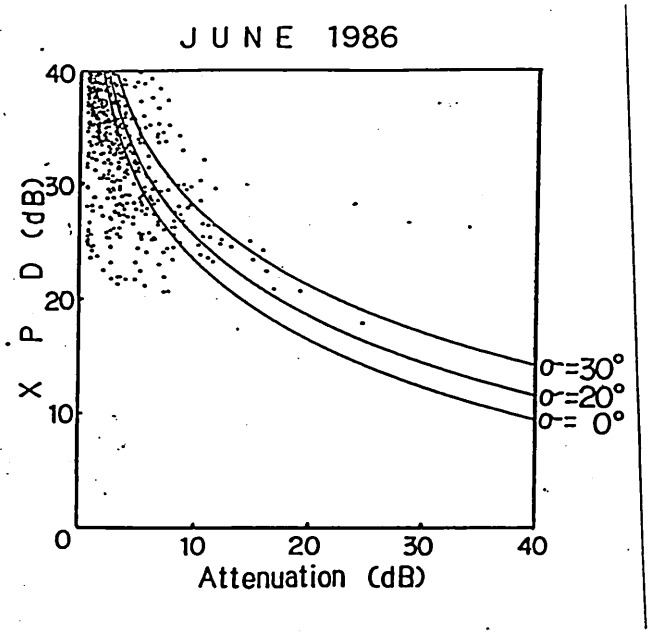


図５．４　ビーコン減衰量とＸＰＤの相関図

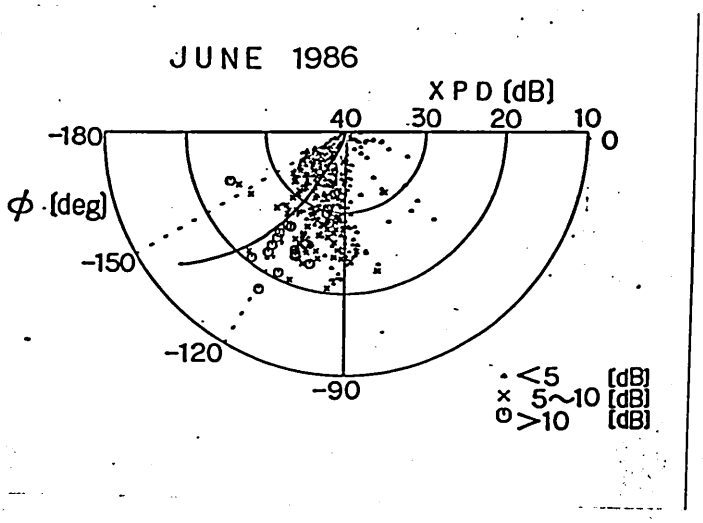


図５．５　ＸＰＤと交差偏波位相の相関図

降雨強度が10mm/h以上の場合（＊印）にはＸＰＤ、位相とも上記の理論値とほぼ一致が見られる（△ＸＰＤ～0 dB、φ～-120°）。ところが、降雨強度が減少するにつれて異常なＸＰＤ劣化（△ＸＰＤが負値）が主体となり、位相遅れも相対的に少なくなることが分かる。この様な傾向は他の月にも同様に見られる。

図５．７に各月に見られる△ＸＰＤと位相の測定値をそれぞれシンボルを変えて相関図の形で示す。データ点はここでは１時間平均値を用いてあり、降雨強度が 5－10mm/hの降雨事象を選んである。３月には大きな異常ＸＰＤ劣化（△ＸＰＤ＝ -10～-15 dB）が測定されており、それに伴う交差偏波位相は -90° 近辺に分布することが分かる。４月から６月にかけて、△ＸＰＤと位相遅れはだんだん増加し、７月には上記の理論値に近づく（△ＸＰＤ～0 dB、φ～-120°）。ところが、９月以後は逆に両者ともむしろ減少する様子が見られる。

ここでさらに、１年間の各降雨事象に見られる異常ＸＰＤ劣化と交差偏波位相の１日平均値を計算し、それらに見られる季節変化について検討する。図５．８に、昭和６１年３月から１１月の間の（８月を除く）各測定日に対して△ＸＰＤ(a)と交差偏波位相(b)の１日平均値を示す。また降雨強度で規格化した降雨減衰量(c)と地上気温(d)の１日平均値を同時に示す。同図では、3mm/hを越える雨量が１時間以上記録された降雨事象についてデータ点を選んである。図より、△ＸＰＤ(a)と位相(b)は降雨事象毎に降雨強度に応じて非常に良く似た変動を示すことが分かる。一方点線で示したように、△ＸＰＤと位相の長期的な変動は単位雨量当りの減衰量(c)や地上気温(d)の季節変化と関連が深いことが示唆される。

地上気温の変化に伴う降雨減衰の割合の増減は、雨滴融解層（気温０℃の高度付近）の高度変化による雨域の通路長の変動が原因と考えられる。従って季節により雨域の通路内に存在する雨滴の影響と雨滴融解層或はその上に存在する氷晶の影響との割合が

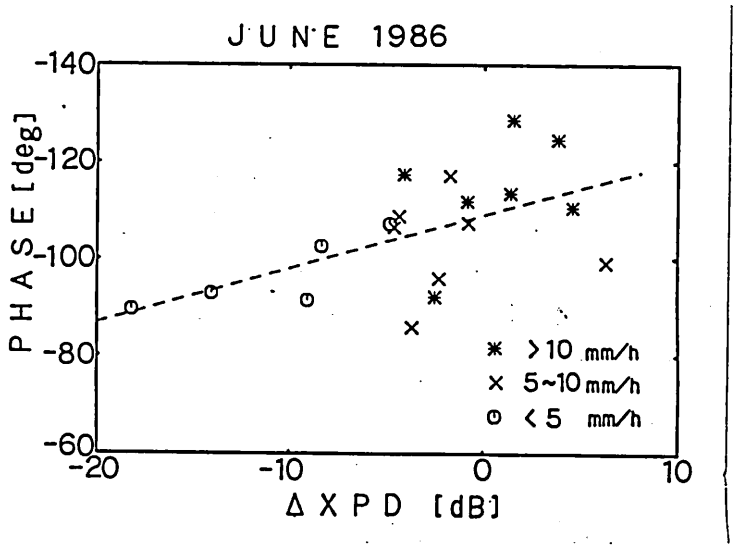


図５．６　異常ＸＰＤ劣化と交差偏波位相の相関図（降雨強度をパラメータとする）

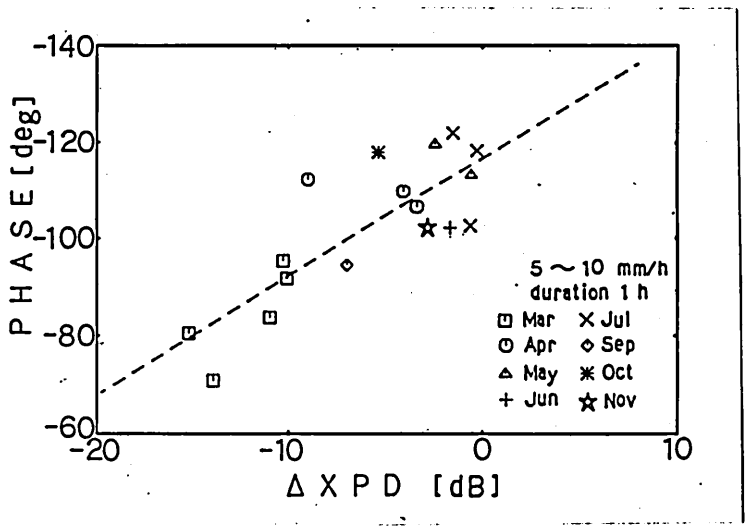


図５．７　異常ＸＰＤ劣化と交差偏波位相の月別の相関図（昭和６１年）

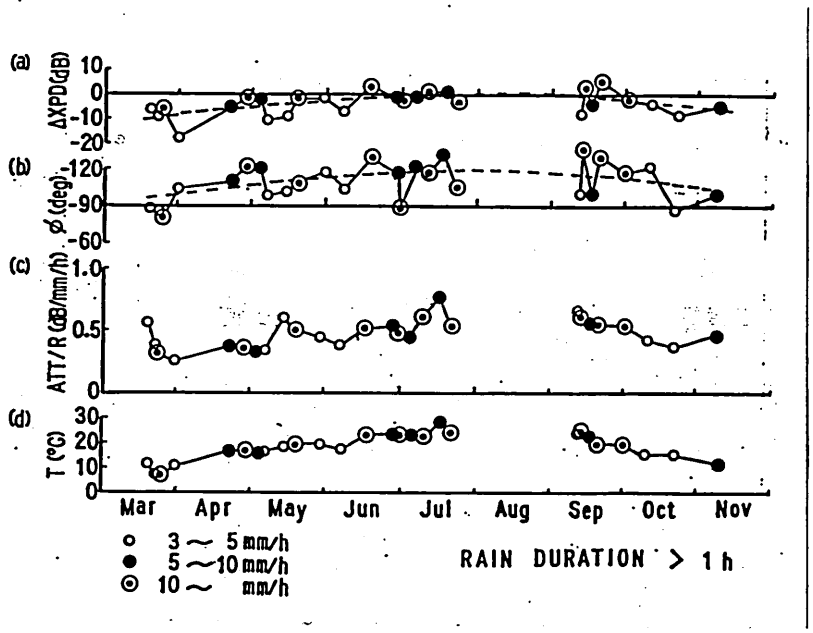


図５．８　降雨事象毎（昭和６１年）の(a)異常ＸＰＤ劣化、(b)交差偏波位相、(c)単位雨量当りの減衰量及び(d)地上気温

相対的に変化するために、図５．８に見られるような異常ＸＰＤや交差偏波位相の長期的な変動が生じるものと予想される。そこで、降雨の構造（層状性又は積乱性）と共に通路長の変化がＸＰＤ劣化に与える効果を明らかにするために、昨年（昭和６１年）７月から開始された本学Ｘバンドレーダー（9.41 GHz、出力25kW、距離分解能240m、水平偏波、アンテナ３mφ）による降雨測定のデータ（現在に至るまでほぼ降雨事象毎）を用いてさらに検討を行った。

図５．９は昭和61年12月18日に測定された降雨減衰（ＡＴＴ）、伝搬路上ＸＰＤ及び交差偏波位相（φ）の時間変化（測定１分毎）と、同じ伝搬路をレーダー測定した場合のビデオ信号出力（3dB間隔の９段階表示、10分平均値）を比較した例である。17LT及び

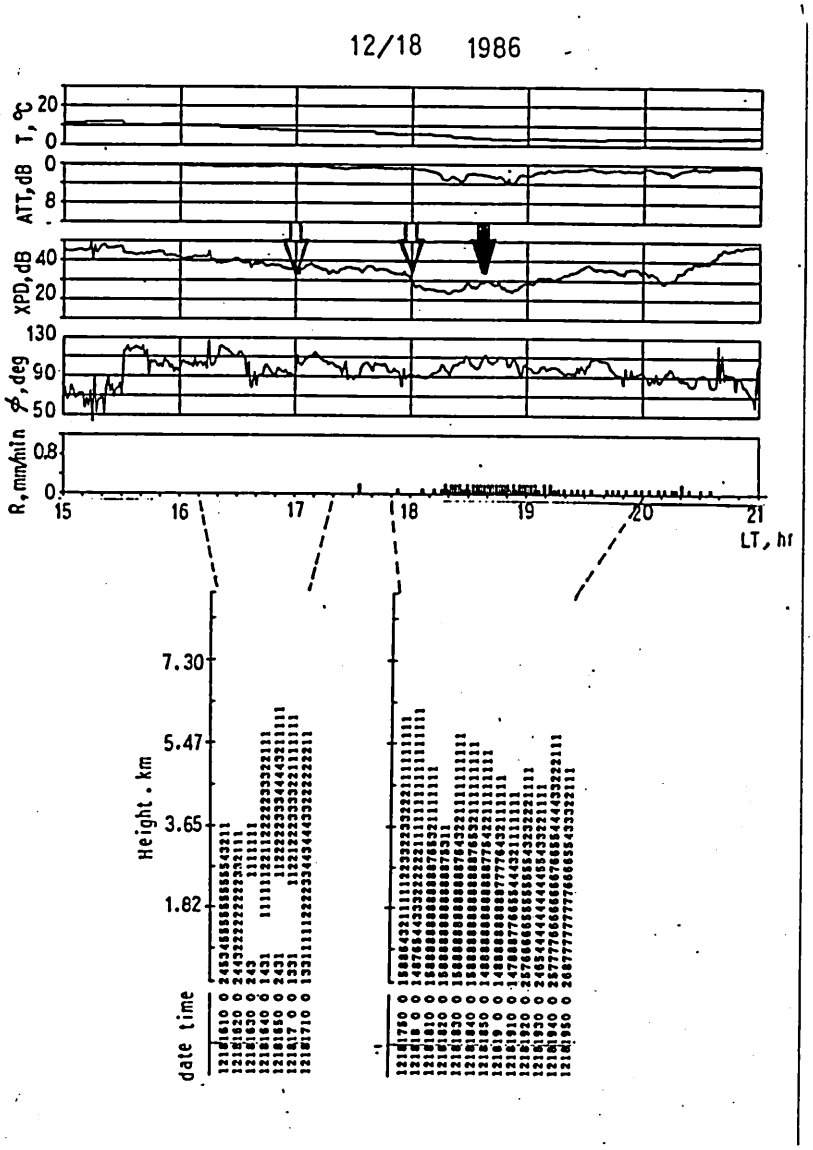


図５．９　降雨減衰（ＡＴＴ）及びＸＰＤとレーダーエコーの関係

18LT付近の時間帯（白い矢印）ではあまり減衰や雨量が記録されないにもかかわらず40dB以下のＸＰＤ劣化が見られる。同時間帯では本レーダーシステムによって高度4 km付近に雨滴融解層を示すブライトバンドの存在が検出できるので、このＸＰＤ劣化は上空の氷晶等の影響が主に現れる層状性降雨によるもの[4]であると確認できる。一方 18:30付近（黒い矢印）では、はっきりとしたブライトバンドの存在は確認できず雨滴の影響が大きな積乱性降雨と見られ、この時３～４dB程度の減衰を伴うＸＰＤ劣化が発生していることが分かる。

図５．１０に降雨時の地上気温（Ｔ）とレーダーエコーが現れる上限の高度（ほぼ通路長に対応）との相関関係を降雨事象毎に示す。また図５．１１は同様に降雨の高度と△ＸＰＤとの相関関係を示す。ここでは上記のブライトバンドの有無による降雨タイプをそれぞれ○印（層状性）及び×印（積乱性）で区別している。ただし△印はブライトバンドが断続的に検出される場合である。図５．１０より、地上気温にほぼ比例して降雨の高度が変化する様子が見られ、前述の様に季節によって雨域の通路長が大きく変わることが確かめられる。そして図５．１１を見ると、降雨の高度が低いほど異常なＸＰＤ劣化量（△ＸＰＤが負値）が全般的に大きくなることが分かり、地上気温の低下により雨域の通路長が短くなると相対的に上空の氷晶の影響が大きく現れると解釈することが出来る。また図中に点線で境界を示した様に、従来言われている通り[4]層状性降雨の場合の方がＸＰＤ劣化がより大きいことも同時に確かめることが出来る。

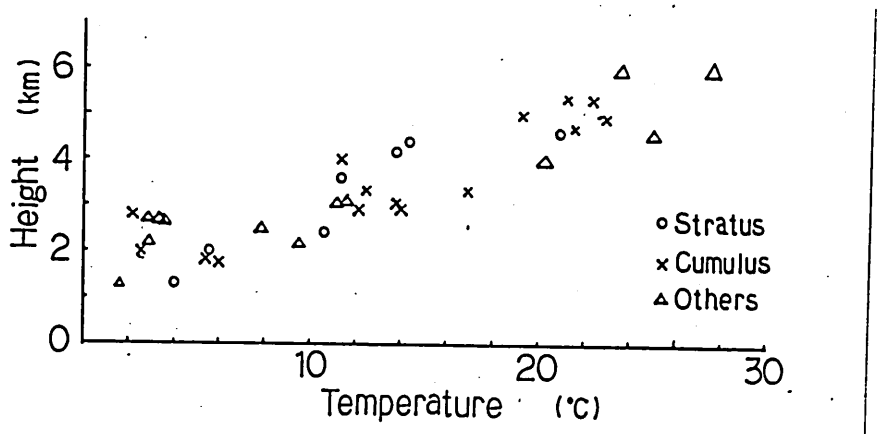


図５．１０　降雨時の地上気温と降雨の高度の相関図

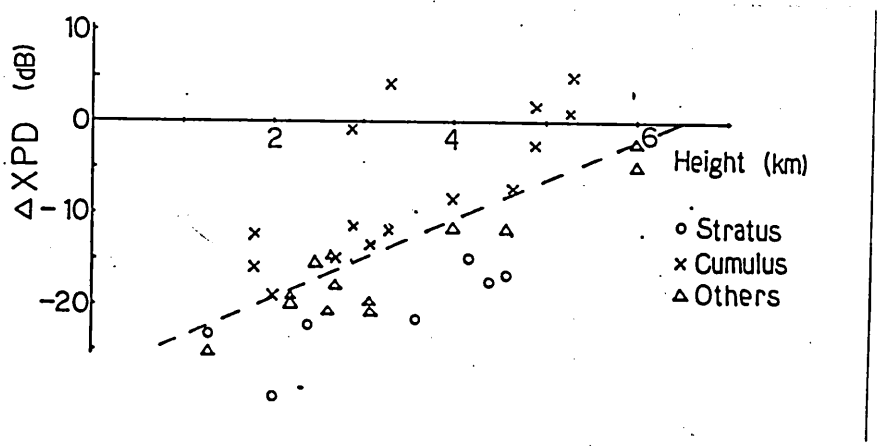


図５．１１　降雨の高度と異常ＸＰＤ劣化の相関図

６．むすび

ＣＳ－２衛星ビーコン波（19.45GHz）を用いて、中規模地中局（アンテナ５ｍφ）において電波伝搬路上のＸＰＤを測定する方法を述べ、測定開始から１年余りの間に蓄積された統計結果を示すと共に、主偏波・交差偏波間の位相差とＸＰＤ劣化の関連性をレーダー観測も交えて議論した。

アンテナ給電部の導波管装置が局舎外に設置されている運用実験局では装置の温度特性によるチルト角の変動が大きくなるが、本研究ではチルト角の温度変化分を外気温の測定値を用いて補正する方法を提案し、伝搬路上ＸＰＤが４０ｄＢ前後まで推定可能であることを示した。従って設備が比較的簡単な運用実験局においても十分精度の高いＸＰＤ測定が行えることが明らかになった。

昨年（昭和６１年）の統計から降雨によるビーコン減衰やＸＰＤ劣化が多く現れるのは５月から１０月の間であることが示された。最も降雨量が多いのは梅雨時の６月であったが、著しい減衰やＸＰＤ劣化はむしろ夕立や雷雨が多発する７月と８月に集中して見られた。

降雨時に発生する交差偏波成分の主偏波に対する位相差は、ＸＰＤ劣化を降雨減衰による予測値との差で評価した場合ＸＰＤの過大な劣化量（異常ＸＰＤ）と非常に良い相関を示すことを見いだした。10mm/h以下の雨量では、交差偏波の位相差に関しても変形雨滴モデルからのずれが生じ、その傾向は寒い季節ほど顕著に見られることが分かった。従って、異常なＸＰＤ劣化の主な原因とされている上空の氷晶等の影響がその位相の変化にも同様に現れていると考えられる。

レーダー観測を同時に行うことによりこの様な異常なＸＰＤ劣化は降雨の構造（層状性又は積乱性）と共に雨滴融解層の高度によって決まる雨域の通路長とも関連の深いことが明らかになった。今後は、氷晶をも含んだ降雨時の伝搬路上媒質のモデリングにつ

いて検討を進め、ＸＰＤとその位相特性を定量的に議論する予定である。

謝辞

本研究は郵政省が推進している衛星利用パイロット計画の一環として行われたものであり、御指導頂いている通信政策局や電波研究所をはじめ関係者各位に対し深く感謝の意を表します。またＸＰＤ測定問題と関連して助言を頂いた渋谷技術士、並びに三菱電機（株）別段氏に感謝致します。なお、本研究の一部は（財）電気通信普及財団の援助のもとで行った。

参考文献

1) 古田、安川、山田、信学技報、AP85-7(1985).
2) 福地一、信学論、J69-B,No.11,p.1556-1561(1986).
3) T.Oguchi and Y.Hosoya,J.Radio Res.Labs.(Japan),Vol.21 pp.191-259(1974).
4) H.Fukuchi,T.Kozu,N.Nakayama,J.Awaka,H.Onomata and Y. Otsu, IEEE Trans. Antennas & Propag.,AP-31,No.4,pp.603-613(1983).
5) 高橋、乙津、信学技報、SAT85-7(1985-05).
6) 川口則幸、信学技報、AP78-54(1978-10).
7) 福地、川口、塩見、林、井原、信学技報、AP79-6(1979-04)
8) 田中、市川、土橋、信学誌、Vol.26,no.140,pp.835-856(1984).
9) 乙津、塩見、川口、浜本、井口、橋本、電波研季報、Vol.26,No.140,pp.695-721(1980).

10) M.Fujita,T.Shinozuka,T.Ihara,Y.Furuhama and H.Inuki,IEEE, Trans. Aerosp. & Electron. Syst., AES-16,No.5,pp 581-589(1980).

11) 前川、張、宮崎、瀬川、信学論、J69-B,No.11,pp.1562-1566(1986).

12) H.Fukuchi,J.Awaka and T.Oguchi,IEEE,Trans. Antennas & Propag.,AP-33,No.9(1985).

RS87−3

Y分岐光導波路を用いた微小変位センサ

高木　潤一　　細川　速美　　山下　牧

立石電機　　中央研究所

1987年　5月　8日

輻射科学研究会資料

Y分岐光導波路を用いた微小変位センサ

高木　潤一　　細川　速美　　山下　牧

立石電機　　中央研究所

1．まえがき

光集積回路は、基板上に様々な光回路素子を集積して構成したもので、次世代の光通信システムのにない手として、活発な研究が進められてきた。最近では光情報処理分野への応用も考えられ、スペクトラムアナライザ[1)]、光偏光器[2)]、光コンパレータ[3)]、光エラー検出素子[4)]など各種の新しい光デバイスが提案、研究されている。

一方、計測分野においても、光ファイバの無誘導性、防爆性などの特長を利用した、光ファイバセンサ[5)]の開発が活発に進められ、これまで計測不可能であった領域での応用が期待されている。

導波型光センサは、光集積回路をセンサに応用したもので、センサの高精度化、多機能化に対する要求を実現するものとして注目され、これまで、圧力[6)]、温度[7)]、電圧[8)]など多くの研究発表がなされている。

導波型変位センサ[9)~11)]は、光導波路と光ファイバを組み合わせて、サブミクロンの微小変位量を測定するものである。我々は非対称X分岐導波路とロッドレンズを組み合わせた導波型光変位センサを試作してその測定レンジが拡大できることを明らかにし[12)]、さらに、図1に示すように、2つの非対称X分岐導波路を集積化することで変位の方向が検出できることを報告

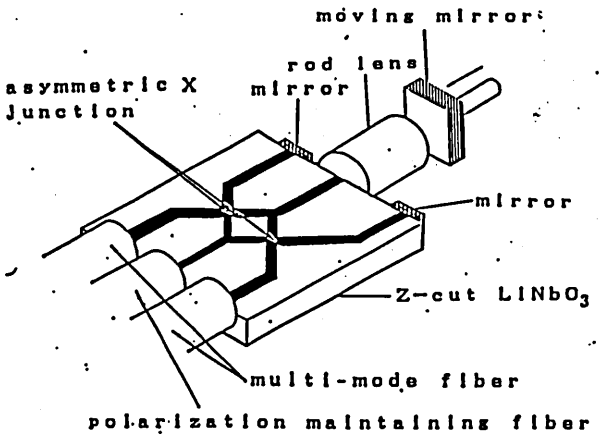


図1　非対称X分岐を用いた光変位センサ

してきた[13]。しかし、前述した変位センサは、３本の光ファイバを導波路と結合させなければならず、結合ロスや、センサをアレー化したときに素子が大きくなる等の問題があった。そこで我々は、Ｙ分岐導波路と導波型ミラーを用いることにより、光ファイバを１本用いるだけで方向判別のできる変位センサを試作した。

本稿では、導波型ミラー用スロット、可動ミラーによる反射などについて詳述する。さらに、試作した導波型光変位センサについて、その作製法および特性について報告する。

２．構成

導波型光変位センサの構成を図２に示す。センサは、基板およびその表面に作製されたＹ分岐導波路、導波型ミラー、ロッドレンズ、可動反射ミラー、偏波面保存ファイバから構成される。

基板は、ＺカットＬｉＮｂO_3 を用いた。形状は、１０×２０×０.５ｍｍで、短軸の面を光学研磨してある。

Ｙ分岐導波路の分岐した導波路の一方は、基板内部に反射端をもつ参照光用導波路となり、もう一方は、参照光用導波路よりも、長さがΔＬだけ長い信号光用導波路となる。

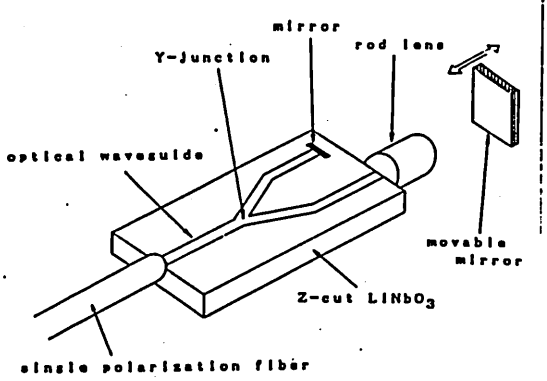


図２　光変位センサの構成図

導波型ミラーは、参照光用のミラーであり、基板上にスロットを掘り、その内部にＡｌを蒸着することにより形成した。

ロッドレンズは、屈折率が中心軸から外周面に向かって放物線状に分布している円柱状の光学ガラス体で、レンズと等価な機能を有している。ここでは、波長の４分の１のピッチのものを用い、信号光用導波路からの出射ビームを平行ビームに変換するとともに、可動ミラーからの反射ビームを集光し、信号光用導波路に効率よく結合する機能を持たせた。

可動ミラーは、ロッドレンズからの出射ビームを効率よく反射させる

ために、測定対象物体にとりつけたミラーである。

偏波面保存ファイバは、直線偏波の光が保存されるように、光軸調整しながら、光学接着剤を用いて導波路と結合し、結合ロスを軽減した。

３．原理および動作

図３に原理図を示す。一方の反射端を可動ミラーとすることにより、可動ミラーの変位に対応して干渉縞の移動が観察できる。干渉する２つの光の強度I_1，I_2が等しい場合（$=I_0$）、干渉縞の強度Ｉは、

$$I \propto I_0 \cos^2 (K \cdot \Delta l / 2)$$

となる。ここで、Ｋは光の波数ベクトル、Δｌは２つの光の光路差である。可動ミラーが波長λの４分の１移動すると、光路差が往復でλ／２となり、干渉縞がひと山移動する。この移動パルス数をカウントすることにより、光源の波長の４分の１の分解能で変位量が測定できる。また基板が異方性結晶であるため、ＴＥモード光、ＴＭモード光の光路長が異なり、分岐導波路長の差ΔＬによる２つの光の位相差Δφが発生する。位相差Δφは次式で表される。

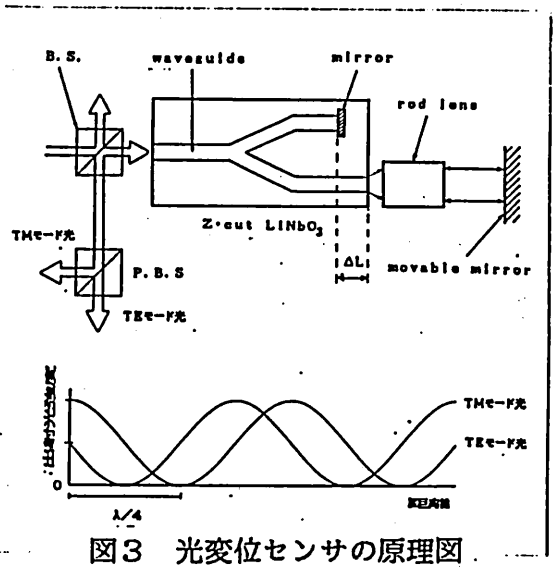


図３　光変位センサの原理図

$$\Delta\phi = 2\pi \Delta L (n_o - n_e) / \lambda$$

ここで、n_o，n_eはそれぞれ常光線、異常光線に対する導波路の実効屈折率である。この導波路を光波が往復することによって、ＴＥ，ＴＭモード間に位相差２Δφが発生し、位相シフトを持つ信号が得られる為、方向判別ができる。

図３を用いて動作を簡単に記す。実際には、ビームスプリッタと導波路間は、偏波面保存ファイバで結ばれている。偏波面保存ファイバを伝搬した光は、分岐部で参照光用導波路と信号光用導波路に分岐され、参照光用導波路の光は、導波型ミラーで反射され分岐部に戻ってくる。一方、信号光用導波路の光は、端面から結晶の外に出射され、ロッドレン

ズを用いて平行ビームに変換される。この平行ビームは可動ミラーにより反射され、ロッドレンズを通して、再び信号光用導波路に結合され分岐部で、参照光用導波路の反射光と干渉する。干渉光は、導波路から再び偏波面保存ファイバに結合され、偏波面保存ファイバを伝搬した光は、ビームスプリッタを通って、偏光ビームスプリッタにより、ＴＥモード光とＴＭモード光に分割され出力される。したがって、その出力光を２値化し、その数をカウントすることによって、変位量が測定でき、ＴＥモード光とＴＭモード光の立ち上がりを判別することにより測定対象物の方向判別ができる。

４．素子作製

素子作製プロセスを図４に示す。まず、端面研磨したＺカットＬｉＮｂＯ$_3$ 結晶表面に、Ａｌを電子ビーム蒸着、ＳｉーＮをＰ－ＣＶＤにより作製し、電子ビームレジストをコーティングした。導波型ミラー用スロットのパターンを電子ビーム描画装置で描画、現像後、ＲＩＥにより、パターンを順次転写し、ＬｉＮｂＯ$_3$ にスロットを作製した。この時ＳｉーＮ膜は、電子ビームレジストの膜厚を薄くするために用いた。次にＴｉ拡散シングルモードＹ分岐導波路を作製し、スロット内部にＡｌを蒸着してミラーを作製した。

作製した、素子のディメンジョンを表１に示す。スロット深さは３．６μｍで、シングルモード導波路の反射ミラー用としては、十分な深さが得られた。

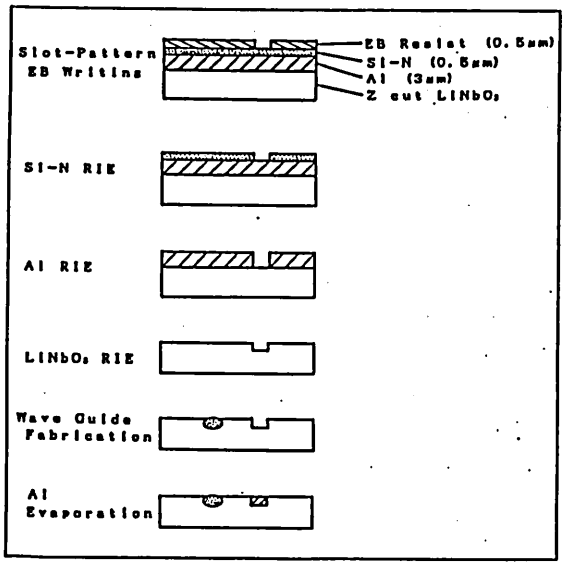


図４　素子作製プロセス

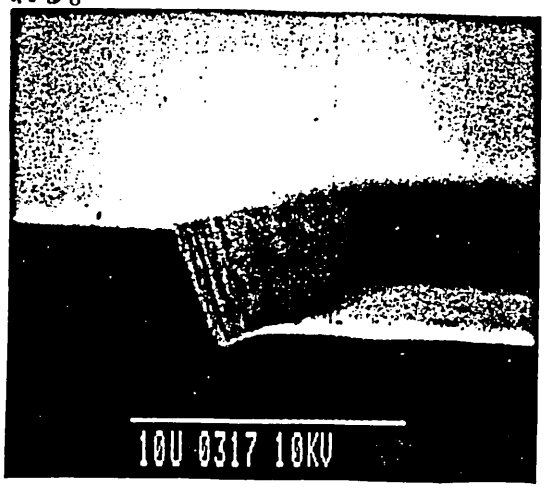
表１　素子のディメンジョン

ＬｉＮｂＯ$_3$基板	１０×２０×０．５ｍｍ
導波路溝幅（Ｔｉストライプ幅）	３μｍ
導波路の間隔	１２５μｍ
Ｙ分岐角	１°
スロット	５８×１００μｍ
スロット深さ	３．６μｍ
導波路長の差	１０４μｍ

５．スロット作製条件

ＬｉＮｂＯ$_3$ およびＡｌマスクのドライエッチング特性を図５～７に示す。エッチングガスはＣＦ$_4$ を用いた。図５は、ガス圧とエッチングレートの関係であるが、ガス圧が２Ｐａ付近でエッチングレートのピーク値がある事がわかる。図６は、ガス流量とエッチングレートの関係である。ガス流量が少ないほど、Ａｌとの選択比が良い。また、ガス流量が少ないほど、エッチング面の荒れも小さかった。図７は、ＲＦパワとエッチングレートの関係で、パワにほぼ比例して、エッチングレートが大きくなっている。

実際に作製したスロットの断面のＳＥＭ写真を写真１に示す。エッチング条件は、ガス圧２Ｐａ、ガス流量３ＳＣＣＭ、ＲＦパワ３００Ｗである。エッチング境界面が垂直になっていないのは、等方性エッチングが優勢になり、Ａｌマスクが横方向にエッチングされたためと考えられる。



Ｄｅｐｔｈ　３．６μｍ

写真１　スロット断面のＳＥＭ写真

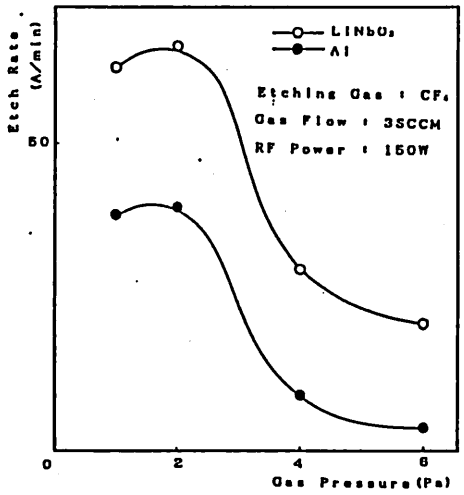


図５　ガス圧とエッチレートの関係

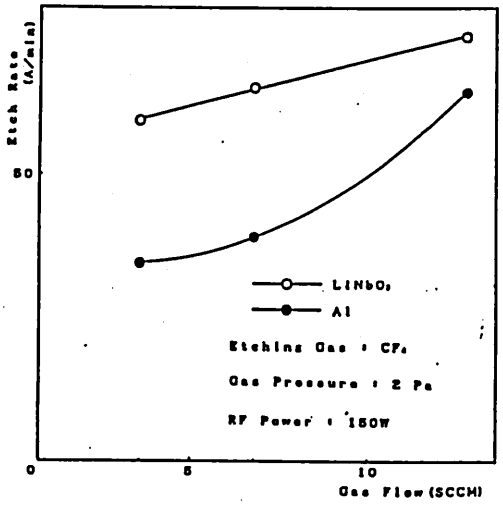


図６　ガス流量とエッチレートの関係

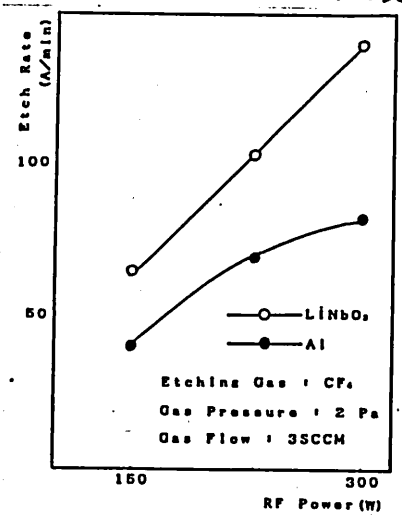


図７　ＲＦパワとエッチレートの関係

６．導波路特性

作製した導波路は、波長０．６３３μｍにおいてシングルモードが得られた。導波光の近視野像を写真２に示す。ビーム幅は、ＴＥモード光で基板の横方向で４．４μｍ、深さ方向で２．８μｍ、ＴＭモード光ではそれぞれ４．５μｍ、２．８μｍであった。また各モード光のクロストークは、ＴＥモード光で－２７．４ｄＢ、ＴＭモード光で－２７．７ｄＢであった。またＹ分岐導波路の分岐比は、ＴＥモード光で１対1.16，ＴＭモード光で１対1.11であった。

７．可動ミラーによる反射

可動ミラーの角度ずれに対する信号用導波路への結合効率の依存性を図８、図９に示す。図８は、ＴＥモード光、図９は、ＴＭモード光について示してある。この場合の結合効率のプロファイルは導波光のプロファイルと同様、基板横方向にはガウス分布、深さ方向には、エルミートガウス分布となっている。

図８、図９より、反射光の入射効率を５０％以上得るためには、可動ミラーの傾き角を、基板横方向±４'深さ方向±½'以内に設定する必要がある。

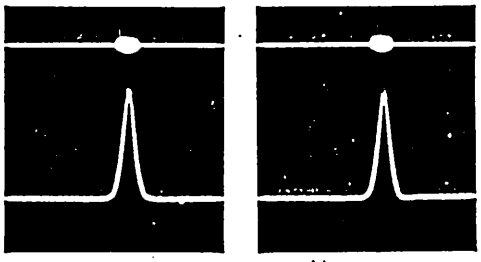


写真２　導波光の近視野像

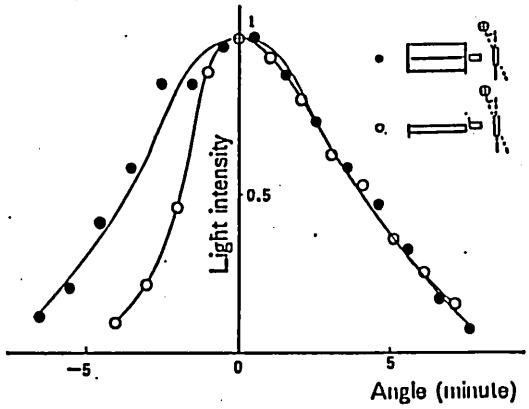


図８　可動ミラーの角度ずれによる結合効率（ＴＥ）

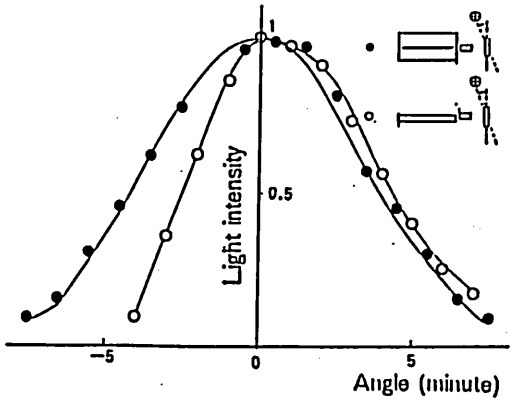


図９　可動ミラーの角度ずれによる結合効率（ＴＭ）

８．変位に対する出力光の強度変化

実験系を図１０に示す。光源には波長０．６３３μmのＨｅ－Ｎｅレーザ、受光素子にはフォトダイオードを用いた。

可動ミラーの変位実験には、光学ステージと圧電素子（ＰＺＴ）を併用した。可動ミラーをロッドレンズから５mm離した場所で、微小に振動させた場合の出力光強度変化を写真３に示す。この写真から、ＴＥ，ＴＭモード間の位相差はπ／３となり、変位の方向及び変位量が測定できることがわかった。

図１１に変位センサのワーキングディスタンスを示す。出力光強度が３ｄＢダウンする距離が約３５mmと大きな値が得られた。また、出力光強度が８０%以上得られる範囲を変位センサのワーキングディスタンスとすると、ダイナミックレンジは４９ｄＢとなり、非対称Ｘ分岐を用いた時（４８ｄＢ）と同様、高い値が得られた。

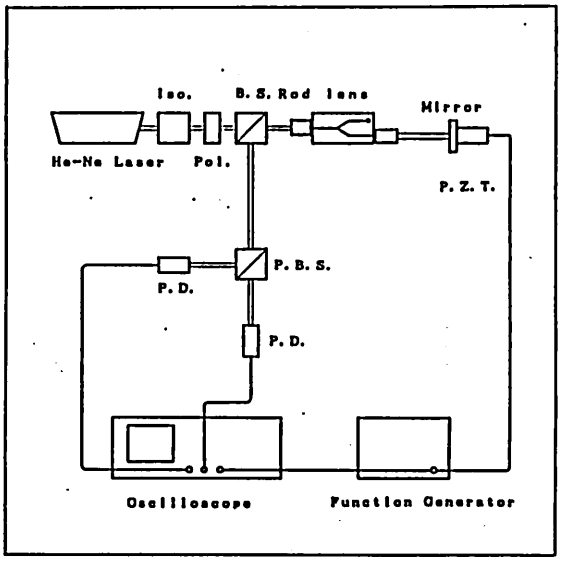
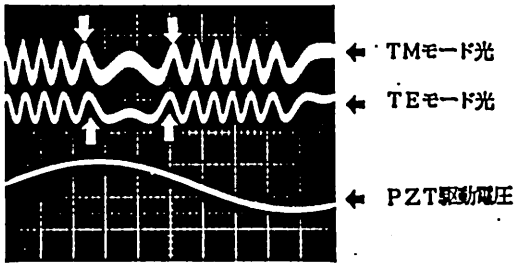


図１０　実験系



変位センサからの出力信号

ＴＥ・ＴＭモード間の位相差＝π／３

写真３　微小振動に対する出力光強度変化

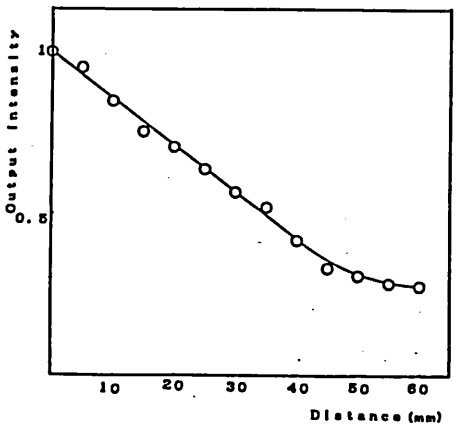


図１１　変位センサのワーキングディスタンス

９．むすび

ＺカットＬｉＮｂＯ$_3$ 基板上に、スロットを利用した導波路ミラーとＹ分岐導波路を作製することにより、方向判別機能付導波型光変位センサを試作した。

スロットの深さは、３．６μｍ、変位センサの測定感度は０．１６μｍ、測定ダイナミックレンジは４９ｄＢであった。

本技術を用いることにより、容易に温度センサなどの他のセンサとのアレー化が実現できる。また、スロット作製技術は、リッジ型導波路や折れまがり導波路など広い範囲の応用が期待できる。

今後は、多種類のセンサの集積化ならびに、スロットの垂直度の向上を行なっていく予定である。

参考文献

1) T. Suhara et al : IEEE J. Quantum Electron., QE-18, p.1057 (1982).
2) 山下,緒方ほか : 微小光学研究会資料, 2, p.129(1984).
3) T. Yamashita, N. Inoue, M. Katoh et al : CLEO'85, FL-4 (1984).
4) H. Haga, M. Ohta, M. Izutsu and T. Sueta : IOOC-ECOC'85 p.121(1985).
5) 保立 : 12, p.340(19839.
6) M. Izutsu, A. Enokihara and T. Sueta : Europian conference on Optical fiber sensor, p.144(1983).
7) 仲嶋, 春名, 西原 : 昭和59年信学会光・電波部門全国大会, 369 (19849.
8) 高木, 山下, 加藤ほか : 昭和59年信学会・電波部門全国大会, 344 (1984).
9) M. Izutsu, A. Enokihara and T. Sueta : Election. Lett., 18, p.867(1982).
10) 高木, 山下, 加藤 : 第1回光ファイバセンサワークショップ資料, WOSF1-4(1985).
11) O plus E, No69, p.35(1985).
12) 高木, 山下, 加藤 : 信学技報, OQE85-162(1986).
13) 高木, 山下, 加藤 : 昭和61年信学会全国大会, 1020(1986).

輻射科学研究会資料
ＲＳ８７－４

マイクロコンピュータ制御ＴＶカメラによる導波形光回路の伝送特性測定　（Ⅱ）

三木　淳　　岡村康行　　山本錠彦

（大阪大学　基礎工学部）

昭和６２年５月８日

マイクロコンピュータ制御ＴＶカメラによる導波形光回路の伝送特性測定　（Ⅱ）

三木　淳　　岡村康行　　山本錠彦
（大阪大学　基礎工学部）

１．まえがき

光集積回路を実現する上で最も重要な課題のひとつは、光導波路や導波形光回路デバイスの伝送特性の測定である。近年、個々の導波形光デバイスの作製技術はかなり確立されてきており、これらを集積化したデバイスの研究開発も活発に行なわれている。これに伴ない、簡易で高精度な伝送特性の測定方法の開発が、ますます重要となっている。また、これら導波形光デバイスの場合、伝送損失のみならず、機能の動作確認、あるいは回路内での導波光の振る舞いを知る必要がある。しかし、通常は、デバイスの出射端における導波光強度の測定のみが行なわれており、デバイス内での導波の様子を観測した例はあまりない。

我々は、これまで、マイクロコンピュータ制御ＴＶカメラを用いて、光導波路の伝送損失の測定、及び直線導波路、曲がり導波路、Ｙ分岐導波路、マッハツェンダ干渉計などの導波形光回路における伝搬波形の観測を行なってきた[1][2][3][4]。本報告では、さらに２次元導波路を用いた光回路の例として、情報処理用光集積回路の構成上重要な導波形レンズ、また３次元導波路を用いた光回路の例として、各種導波形光デバイスの基礎となる方向性結合器を取り上げ、その伝送特性を測定した結果について述べる。

２．伝送特性測定システム

２．１　伝送特性測定システムの構成と動作

本測定システムは、光導波路からの散乱光をテレビカメラで撮影し、得られた画像データを計算機処理するものであり、図１に示すように、計測用テレビカメラ、カメラコントローラ、マイクロコンピュータ、Ｘ－Ｙプロッタ、モニタテレビから構成されている。まず光導波路に、プリズム結合器又は対物レンズを用いて導波モードを励振し、その導波ストリーク光をテレビカメラ(浜松ホトニクス㈱、C1000-17)で撮影する。テレビカメラから出力されたビデオ信号は、カメラコントローラ(浜松ホトニクス㈱、C1000)を通して、マイクロコンピュータ(HP9835A)に転送され、信号処理される。そして、光強度分布が、Ｘ－Ｙプロッタ(HP7225A)上に表示される。また、テレビカメラによる撮像状態は、モニタテレビ上で観察できる。

ここで用いるカメラコントローラでは、走査線数を256本、512本、1024本の中から選択することが可能であり、それに応じて全画面は（256ｎ）×（256ｎ）、（ｎ＝1,2,4）のエリアに分割される。また、カメラコントローラは光強

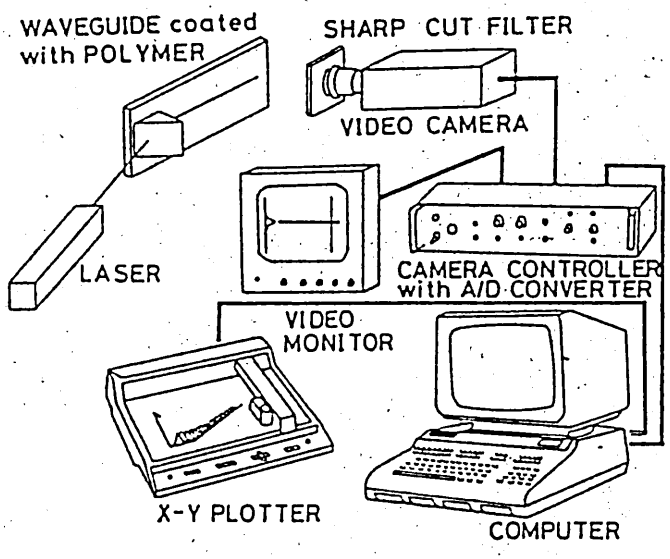


図１　導波形光回路の伝送特性測定システム

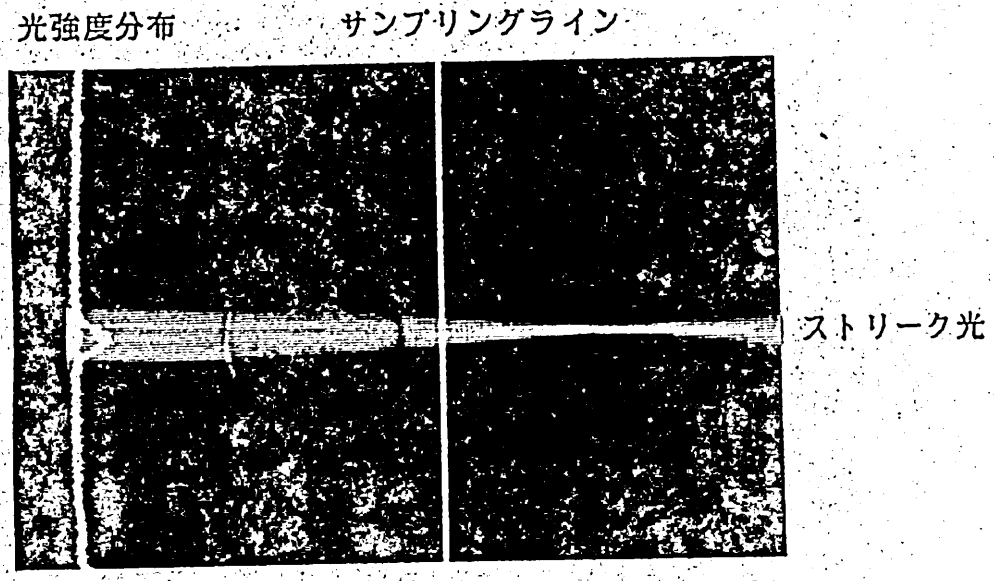


図２　モニタテレビ上のストリーク光、
サンプリングライン、光強度分布

度に応じたビデオアナログ信号をデジタル化する機能を有し、各エリアの画像輝度データは８ビット(デシマル値256)の情報を持つ。そして、図２のように、画面上で導波ストリーク光に対して垂直に１本のサンプリングラインを設定し、その輝度分布をモニタテレビ上に表示すると同時に、マイクロコンピュータに転送する。さらに、サンプリングラインをストリーク上に沿って走査することによって、全画面の輝度データを得ることができる。

テレビカメラ受光面の感度の線形性を調べるために、受光面への入射光強度と、カメラからの出力輝度データの関係を測定した。その結果を図３に示す。これより、入射光強度が約15dBの範囲において、受光面はほぼ線形な感度を有していることがわかる。また、本測定システムの解像度は、等間隔の白黒の縞を撮影することによって測定した結果、2.5μmであった。

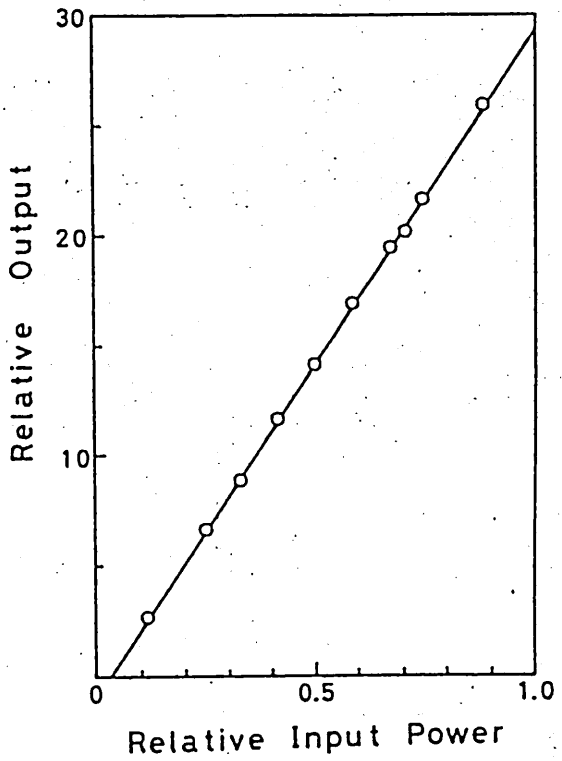


図３　テレビカメラの信号出力の
入射光強度依存性

２．２　低散乱導波路の観測

本測定システムでは、光導波路からの散乱光を観測している。従って、散乱の少ない光導波路の場合、カメラの感度の限界のために撮影が困難となり、何らかの方法で、導波光を可視化する必要がある。ローダミンＢを用いて可視化する方法はすでに報告されているが[5]、非線形なアンチストークス発光を利用しているため、観測される蛍光は導波光に比例せず、本測定には不適当である。ここでは、光源としてよく用いられるHe-Neレーザの波長0.63μmを中心に吸収し、0.69μmを中心に蛍光を発する有機色素ナイルブルーＡパークロレイトを用いた[3]。ナイルブルーＡパークロレイトを溶解したＰＭＭＡを導波路表面に塗布し、波長0.63μmの導波光の吸収による蛍光を撮影することによって、散乱のない導波路においても伝搬波形を正確に観測することが可能となる。さらに、シャープカットフィルタ(ホヤガラス㈱、R-66カラーフィルタ)を用いて、励起光と観測光を分離することにより、バックグラウン

ド光を除去してＳＮ比を改善することができる。なお、以下の測定では、すべて波長0.63μmのHe-Neレーザを光源とする。

なお、有機色素を含んだＰＭＭＡ薄膜塗布による伝送損失に対する影響は、ＰＭＭＡの膜厚を薄く、また導波層との屈折率差を大きくとれば、問題ないと考えられる。ナイルブルーＡパークロレイトを含んだＰＭＭＡ自体の吸収損失は、波長0.63μmにおいて２dB/cmであり、ＰＭＭＡの膜厚は約0.2μm、ここで用いたガラス導波路との屈折率差は約0.03であるので、伝送損失に対する影響は、基本モードの場合 0.01dB/cm以下となる。しかし、実効屈折率は10^{-4}程度上昇し、導波光の位相変化に対する影響は無視できない。これについては、以下の各章で検討する。

３．導波形レンズの伝送特性特性

２次元導波路を用いた光回路の代表的な例として、本章では、スペクトルアナライザ[6][7]、コンボルバ[8]、コリレータ[8]などの情報処理用光集積回路の構成上、極めて重要な素子である導波形レンズを取り上げる。導波形レンズは、２次元導波路内を伝搬する導波光に対して、結像作用とフーリエ変換作用を持ち、クラッディング層の装荷、不純物の拡散などによる実効屈折率変化を利用したモードインデックスレンズ、湾曲した導波路において導波光が測地線に沿って伝搬することを利用したジオデシックレンズ、導波光の回折を利用したグレーティングレンズに大別される。本章では、この中からジオデシックレンズを取り上げ、その伝送特性を測定した結果について述べる。

導波形レンズによるフーリエ変換像、集光スポットサイズ、集光効率などの特性を測定するために、通常は、焦点面にプリズム結合器を置く[9]、あるいは焦点面で導波路を切断する[10]などの方法で導波光を出射させ、光の伝搬軸に対して垂直に検出器を走査することにより、光強度分布を測定している。これらの方法を用いる場合、あらかじめ正確な焦点の位置を求める必要が生じるが、これはかなり熟練を要する。さらに後者では、導波路を破壊するという欠点を持つ。また、これらは出射端における光強度のみを測定するものであり、導波形レンズの内部における伝搬波形を観測することは不可能である。

３．１　ジオデシックレンズの作製

ジオデシックレンズは、基板上にくぼみを設け、その上に導波層を形成することによって得られる。レンズの特性は、そのくぼみの形状で決定され、無収差ジオデシックレンズの形状は非球面となる。しかし、作製が非常に困難であるため、ここでは球面ジオデシックレンズを用いた。球面ジオデシックレンズの場合、レンズの中央部分のみを用いれば、良好な集光特性を示す。まず図４に示すように、厚さ５mmのスライドガラス(松浪ガラス、S1111)の表面に、鋼球を用いて機械的加工を施し、直径10mm、深さ1.4mm、曲率半径9.5mmのほぼ球面のくぼみを作製した。次に390℃に保った硝酸カリウム(KNO_3)融液中に90分間浸積してNa^+-K^+イオン交換を行ない、表面に２モード伝送可能な導波路を形成した。なお、レンズ曲面と周囲の導波路との接続部は、適当な曲率を持たせ、散乱やモード変換を防いだ。ここでは、プリズム結合器を用いて所望の導波モードを励振した。

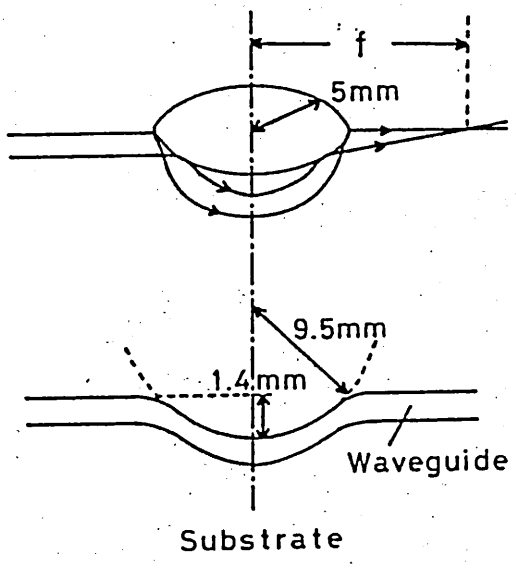


図４　ジオデシックレンズの形状

３．２　ジオデシックレンズの伝送特性測定

まず、作製したジオデシックレンズの、集光レンズとしての機能を確認するため、TE_0モードを３箇所から同時に入射し、導波の様子を観測した結果を図５に示す。導波光がレンズの内部で徐々に進行方向を曲げ、焦点に向か

ってまっすぐに集束していく様子が観測されており、集光レンズとして機能していることがわかる。

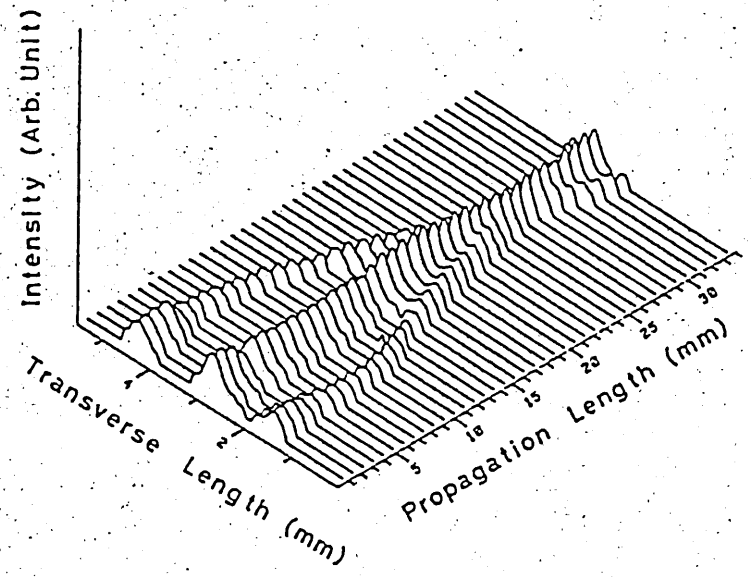


図５　ジオデシックレンズにおける
３導波光の伝搬の様子（ＴＥ₀モード）

次に、このジオデシックレンズの焦点距離を測定するために、幅約2.5mmの導波光を入射し、伝搬の様子を観測した。その伝搬波形を図６に示す。導波光の幅が次第に狭くなり、焦点を結んでいる様子がわかる。さらに、この伝搬波形をもとに、伝搬距離と導波光幅の関係を求め、プロットしたものが図７である。ただし、導波光幅としては、伝搬波形の半値幅を用いた。図７の横軸は、レンズの中心からの距離を示しており、導波光の幅が最小になる点を焦点と考えると、焦点距離は約18mmとなる。また、この時、焦点付近を拡大撮影することによって、導波光幅の最小値を測定した結果、47μmとなった。回折限界(～2.6μm)に比べてかなり大きい値となっているが、これは、作製したジオデシックレンズの形状は球面であり、レンズの中央部と周辺部で焦点距離が異なるためであると考えられる。また実際に、回折限界に近い特性を持つ非球面ジオデシックレンズを作製した例[11]もあり、最小導波光幅を測定するためには、解像度が2.5μmでは不十分である。しかし、対物レンズ

(解像度～0.4μm)を用いることによって、十分な解像度が得られると考えられる。

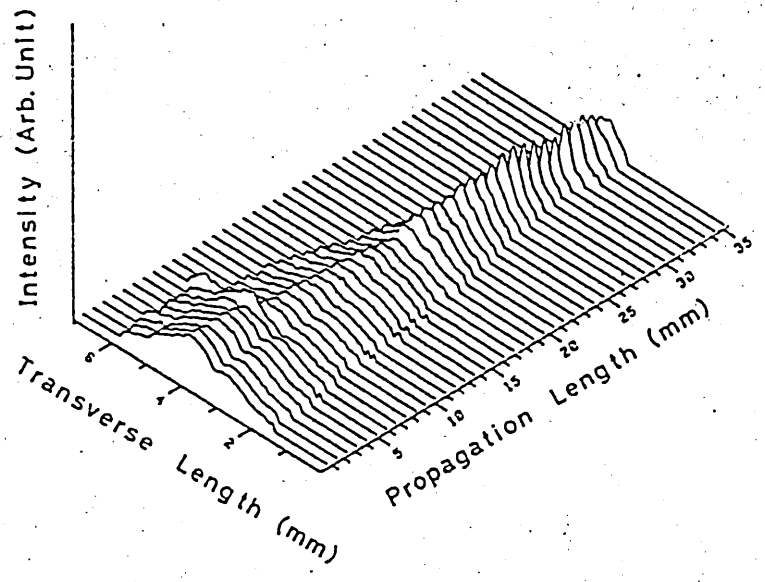


図6　ジオデシックレンズにおける
導波光の伝搬の様子（TE₀モード）

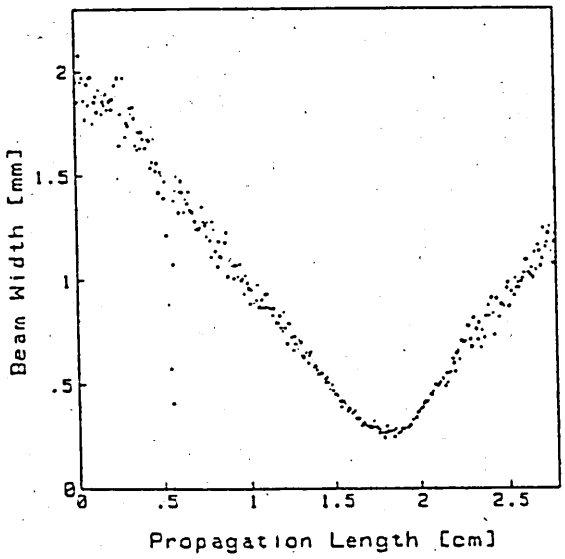


図7　導波光幅の伝搬距離依存性

次に、導波モードによる伝送特性の違いを調べるために、ジオデシックレンズにＴＥ₁モードを入射し、その導波の様子を観測した。図８は、その伝搬波形を示しており、レンズの周辺部で強い放射が見られる。ＴＥ₀モードの場合、レンズ部分における放射損失は1.2dBであるのに対して、ＴＥ₁モードの場合は11.1dBであり、高次モードの方が導波路の曲がりによる放射が大きいことがわかる。しかし、両者の焦点距離はほぼ一致している。これは、ジオデシックレンズの特性がレンズ曲面の形状によって幾何学的に決定され、本質的にモード収差が存在しないためである。従って、有機色素を含んだＰＭＭＡ薄膜を塗布することにより、導波モードの実効屈折率が変化するが、これもジオデシックレンズの特性には影響しないと考えられる。

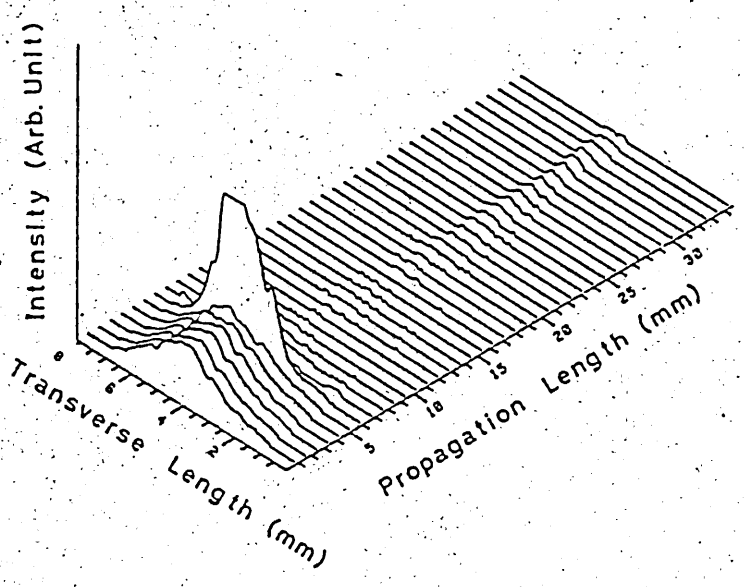


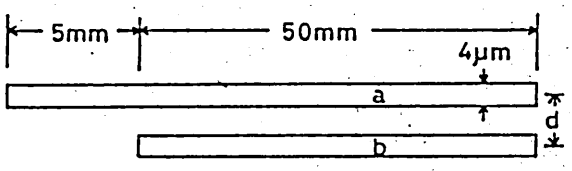
図８　ジオデシックレンズにおける
導波光の伝搬の様子（ＴＥ₁モード）

４．方向性結合器の伝送特性測定

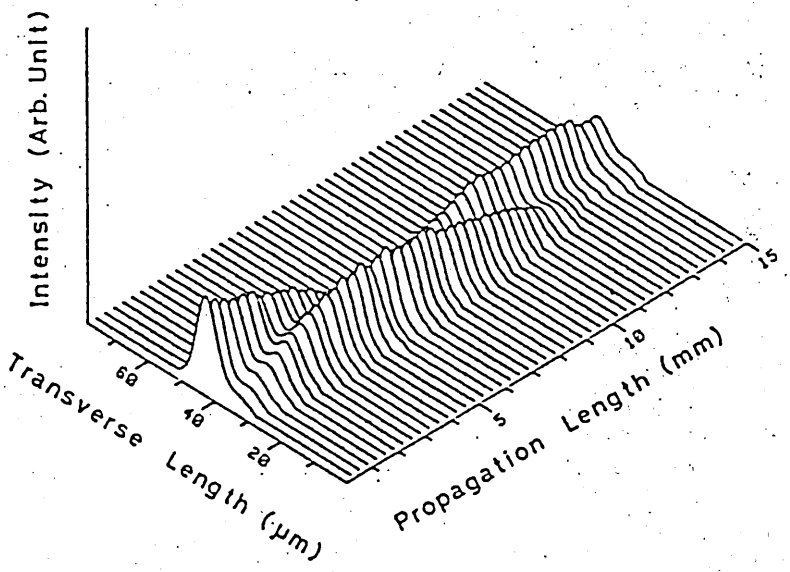
３次元導波路を用いた光回路の代表的な例として、本章では、変調器/スイッチ[12][13]、フィルタ[14]などの導波形光デバイスの重要な構成要素である方向性結合器を取り上げる。方向性結合器の特性を表わす基本的なパラメータは、結合長であり、得られた方向性結合器の結合長を知ることは重要で

ある。結合長を測定する場合、通常は、２本の導波路の一方に、金属薄膜を部分的に装荷して結合区間の長さを順次変化させ、出射端における光強度を測定する方法[15]、また、実際に結合区間の長さが異なる方向性結合器を数種類作製し、出射光強度を測定する方法[16]などが行なわれている。しかし、これらの方法は手順が煩雑であり、また導波路間における連続的なパワーの移行の様子を、直接観測することは不可能である。本章では、平行２導波路方向性結合器、非平行２導波路方向性結合器、平行３導波路方向性結合器について、その伝送特性を測定した結果について述べる。

４．１　平行２導波路方向性結合器



(a)



(b)

図９　平行２導波路方向性結合器
(a)マスクパターン　(b)導波の様子

図９(a)は、作製した平行な２本の導波路による方向性結合器であり、２本の導波路が同時に励振されないように、入射端付近は１本の導波路のみとした。導波路幅４μm、導波路間隔(導波路の中心から中心までの距離)が９μm、10μm、12μmの３種類の方向性結合器を作製した。スライドガラス基板上に、フォトリソグラフィにより図９(a)のようなパターンを有するアルミニウム薄膜を作製し、これを370℃の硝酸カリウム融液中に50分間浸積して、単一モードカリウムイオン交換導波路を得た。入射端には光学研磨を施し、対物レンズを用いて導波モードを励振した。

このような方向性結合器に、ＴＥ基本モードを入射した場合の伝搬の様子が図９(b)である。モード結合理論[17]から予想される通り、導波路ａに入射されたパワーは、約6.5mm伝搬する間に滑らかに導波路ｂに移行し、さらに約6.5mm伝搬する間に徐々に導波路ａに移行する様子がわかる。

次に、この波形をもとに結合長を求める。図９(b)からわかるように、２本の導波路における伝搬波形は互いに独立な波形として観測されず、重なり合っている。そこで、各々の導波路を伝搬する導波光のパワーを求めるために、この波形をふたつに分割する。独立した１本の導波路における伝搬波形は、ほぼガウス分布と近似できる。ここで、導波路間の結合は弱いと仮定すると、観測される波形Ｐ(ｘ)は、図10のように等しい分散σ^2を持つふたつのガウス分布の和であると仮定することができる。

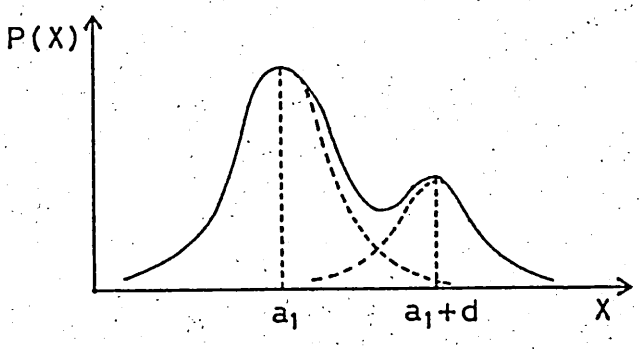


図１０　ガウス分布近似による波形の分割

$$P(x)=P_1\cdot g\sigma(x-a_1)+P_2\cdot g\sigma(x-a_1-d)$$

$$g\sigma(x)=\frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma}\cdot \exp\frac{-x^2}{2\sigma^2}$$

σ^2 ：分散

d ：導波路間隔

a_1 ：導波路aの中心の位置

P_1, P_2：定数

そして $\sum_x \{P(x)-P_1\cdot g\sigma(x-a_1)-P_2\cdot g\sigma(x-a_1-d)\}^2$ の値が最小になるように各パラメータを決定し、導波路aを伝搬する導波光パワーの割合Raを次のように決める。

$$Ra=\frac{P_1}{P_1+P_2}$$

このようにして導波路aを伝搬する導波光パワーの割合を求め、伝搬距離に対してプロットしたものが図11である。これより、結合長は6.6mmとわかる。

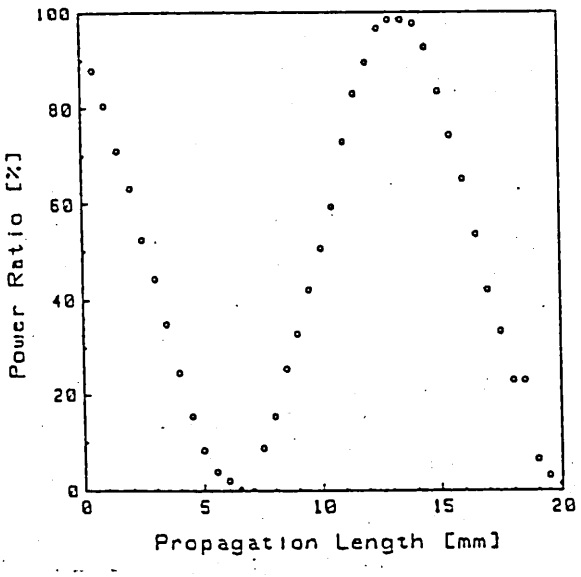


図１１　平行２導波路方向性結合器における
導波路ａ中のパワーの伝搬距離依存性

ただし、２章で示したように、有機色素を含んだＰＭＭＡ薄膜を導波路上に塗布しているので、この影響を考慮に入れなければならない。導波モードの実効屈折率は、ＰＭＭＡ薄膜の装荷によって10^{-4}程度上昇し、このために導波路中への界の閉じ込めが強くなる。従って、方向性結合器においては導波路間の結合が弱くなり、結合長がＰＭＭＡを塗布していない場合に比べて長くなる。

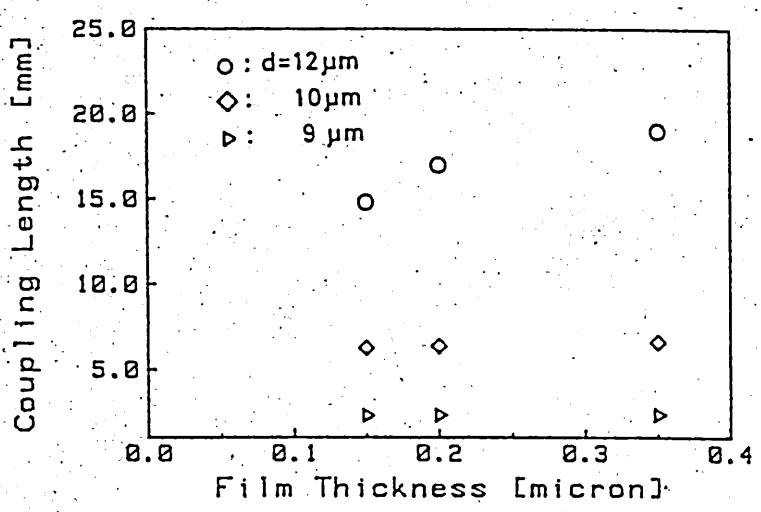


図１２　結合長のＰＭＭＡ膜厚依存性

この影響を調べるために、ＰＭＭＡの膜厚を0.15μm、0.2μm、0.35μmとした時の結合長を、導波路間隔が異なる３種類の方向性結合器について測定した結果を図12に示す。導波路間隔が９μm、10μmの場合、ＰＭＭＡの膜厚を変化させても結合長はほとんど変化しない。しかし、導波路間隔が大きい程、ＰＭＭＡの膜厚に対する依存性が大きくなる。この場合は、各測定点を結ぶ曲線を延長することによって、ＰＭＭＡを塗布していない時の結合長を求めることができる。

４．２　非平行２導波路方向性結合器

図13のように、２本の導波路が平行でなく、その間隔が次第に変化している方向性結合器について、導波の様子を観測する。導波路間隔が一様な方向性結合器においては、伝搬軸に沿って周期的なパワーの移行が起こるが、導波路間隔が徐々に広がっている場合、伝搬するにつれて結合が次第に弱くなり、ついにはパワーの移行が起こらなくなる。従ってこの方向性結合器においては、導波路間隔及び導波路間隔の変化の割合などを適当に選ぶことによって、一方の導波路から入射したパワーを、２本の導波路に任意の比で分割することができる。ここでは２通りの分割比を得るために、導波路幅４μm、最小導波路間隔９μm、導波路間隔の変化率θが 9.3×10^{-4}rad、4.6×10^{-4}radの２種類の方向性結合器を作製した。

これらの方向性結合器における導波光の伝搬の様子を図14(a)、図15(a)に示す。また、4.1節と同様に、これらの伝搬波形をガウス分布の重ね合わせと近似し、導波路ａを伝搬する導波光パワーの割合を伝搬距離の関数として求めたものが図14(b)、図15(b)である。θが 9.3×10^{-4}radの場合、導波路ａに入射されたパワーは次第に導波路ｂへ移行し、約７mm伝搬した後は導波路間の結合が弱いためにパワーの移行は起こっていない。θが 4.6×10^{-4}radの場合、約４mm伝搬する間に導波路ａから導波路ｂへ約80%のパワーが移行し、その後は逆に、導波路ｂから導波路ａへゆっくりとパワーが移行している。なお、導波路ｂへ100%パワーの移行が起こっていないのは、導波路間の位相整合が十分にとれていないためと考えられる。

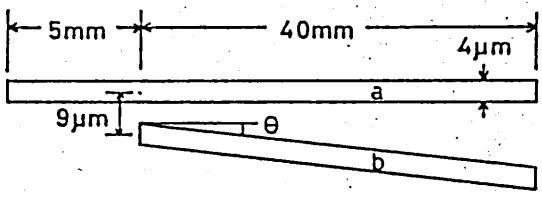
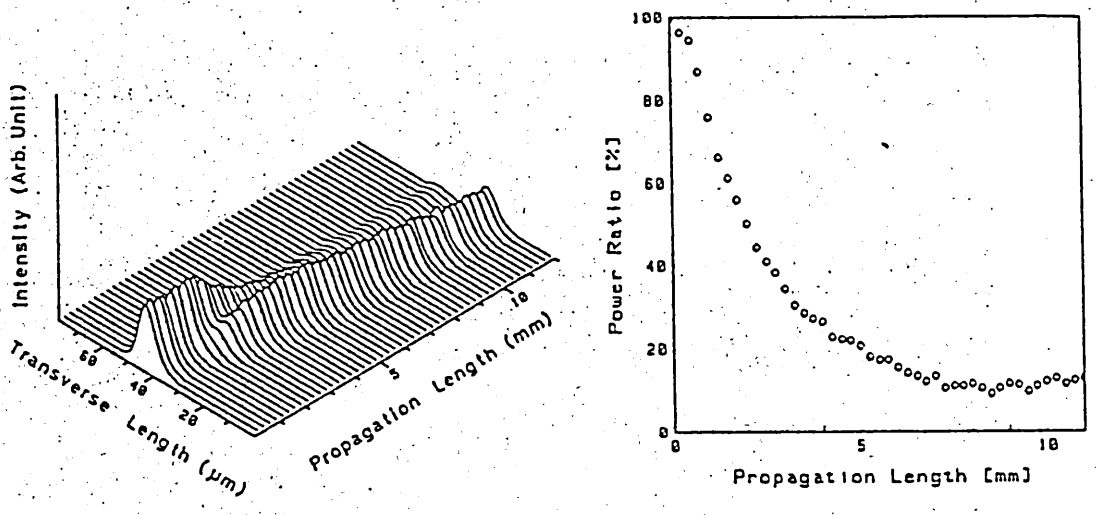


図１３　非平行２導波路方向性結合器の
マスクパターン

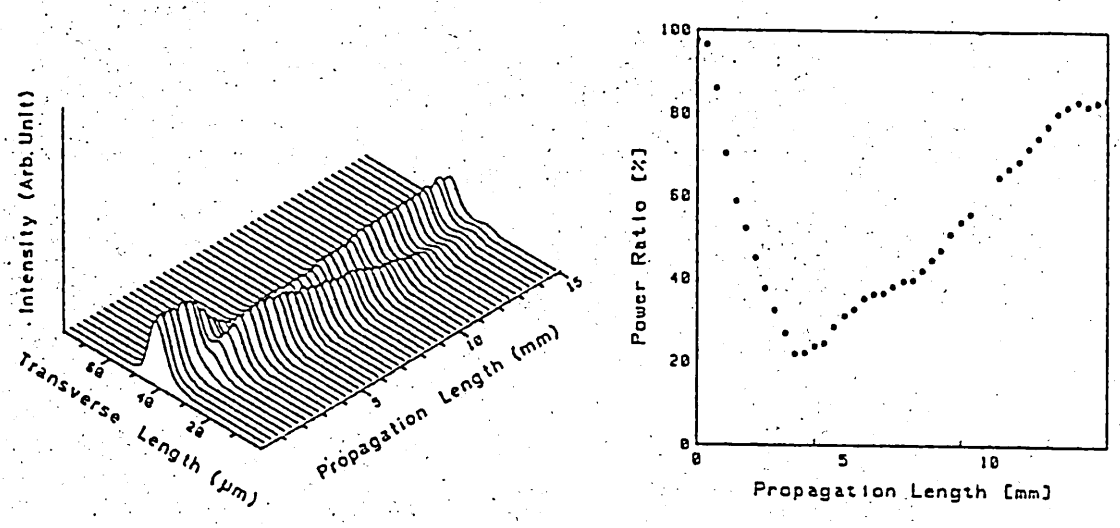


(a) (b)

図１４　非平行２導波路方向性結合器（$\theta = 9.3\times10^{-4}$rad）

(a)導波の様子

(b)導波路ａ中のパワーの伝搬距離依存性



(a) (b)

図１５　非平行２導波路方向性結合器（$\theta = 4.6\times10^{-4}$rad）

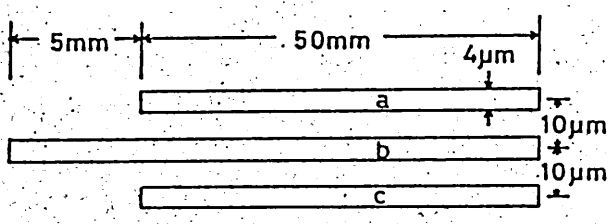
(a)導波の様子

(b)導波路ａ中のパワーの伝搬距離依存性

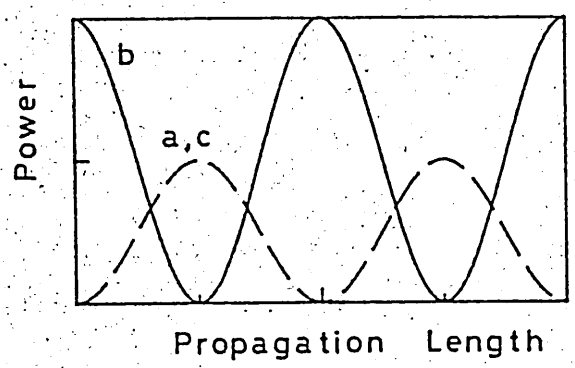
４．３　平行３導波路方向性結合器

平行な３本の導波路による方向性結合器は、３本の導波路のうち、いずれの導波路を励振するかにより、その特性が異なる[18]。たとえば図16(a)のように中央の導波路を励振した場合、パワー移行の様子は図16(b)のようになる。導波路ｂに入射されたパワーは、両側の導波路ａ、ｃに等しく分配され、さらに伝搬するにつれて再び中央の導波路ｂへパワーが集中し、以後これを周期的に繰り返す。従って、この方向性結合器は光波分波器及び合波器として用いられる。これに対して、図17(a)のように外側の導波路を励振した場合、パワー移行の様子は図17(b)のようになる。導波路ａに入射されたパワーは、導波路ｂへ、さらに導波路ｃへ移行し、すべてのパワーは導波路ｃに集中する。導波路ｃへ集中したパワーは、再び導波路ｂを介して導波路ａに移行し、以後これを周期的に繰り返す。従って、この方向性結合器は光路変換素子として用いられる。

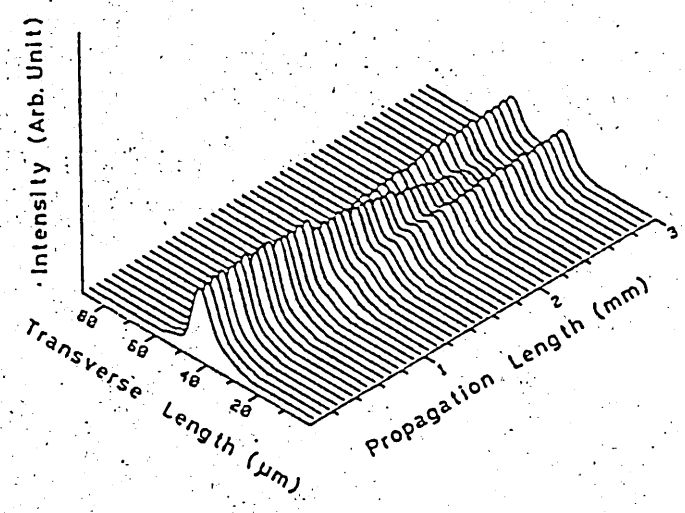
ここでは、すべて導波路幅４μm、導波路間隔10μmとして 図16(a)、図17(a)のような方向性結合器を作製し、実際に導波光の伝搬の様子を観測した。図16(c)は、中央の導波路を励振した場合の伝搬波形である。理論から予想されたように、約３mm伝搬する間に、両側の導波路へ滑らかにパワーが移行している様子がわかる。またこの時、両側の導波路におけるパワーはほぼ等しいことが確認できる。図17(c)は、外側の導波路を励振した場合の伝搬波形である。導波路ａのパワーは、次第に導波路ｂへ、さらに少し遅れて導波路ｃへ移行しており、伝搬距離が約３mmの位置では最も多くのパワーが導波路ｂに存在し、伝搬距離が約６mmの位置では大部分のパワーが導波路ｃに集中していることがわかる。なおこの時、導波路ａにパワーの一部が残っているが、これは導波路間の位相整合が十分とれていないためと考えられる。



(a)



(b)



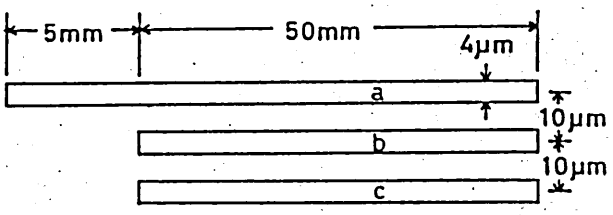
(c)

図１６　平行３導波路方向性結合器（中央の導波路を励振）

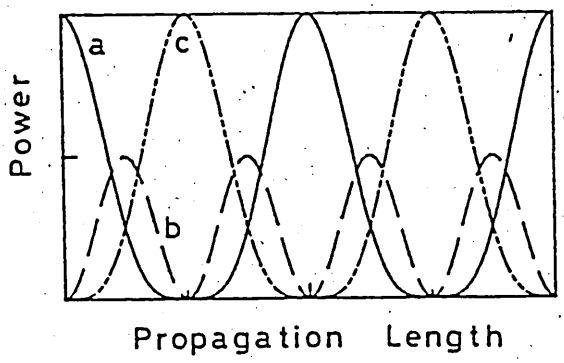
(a)マスクパターン

(b)パワーの移行の様子

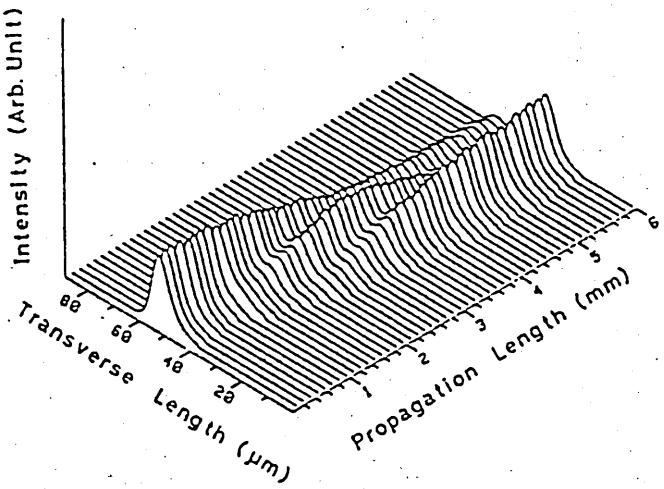
(c)導波の様子



(a)



(b)



(c)

図１７　平行３導波路方向性結合器（外側の導波路を励振）

(a)マスクパターン

(b)パワーの移行の様子

(c)導波の様子

5．あとがき

マイクロコンピュータ制御ＴＶカメラを用いて、ガラス基板上に作製された導波形光回路の伝送特性を測定した結果について述べた。２次元導波路を用いた光回路の例として、情報処理用光集積回路の構成上重要な導波形レンズを取り上げ、その伝搬波形をプロッタ上に表示することによって、導波光がレンズ内で進行方向を変え、２次元導波路内で焦点を結ぶ様子を観測し、焦点距離、最小導波光幅などのパラメータを非破壊かつ簡易に測定した。また、３次元導波路を用いた光回路の例として、各種導波形光デバイスの基礎となる方向性結合器を取り上げ、導波路間でのパワーの移行の様子を観測し、その伝搬波形を計算機処理することによって結合長を簡易に測定した。

本測定システムによって、光導波路の伝送損失のみならず、複雑な形状を有するデバイスや、表面に凹凸のあるデバイスの伝送特性測定、さらには、これらのデバイスを複数個組み合わせた複雑な導波形光回路における、各々のデバイスの伝送特性測定を行なうことが可能であり、今後、導波形光スイッチなどの機能デバイスの観測に、本測定システムを応用する予定である。

【参考文献】

[1] Y.Okamura,S.Yoshinaka,and S.Yamamoto,Appl.Opt.,22,3892 (1983).

[2] Y.Okamura and S.Yamamoto,Appl.Opt.,23,3506 (1984).

[3] Y.Okamura,S.Sato,and S.Yamamoto,Appl.Opt.,24,57 (1985).

[4] Y.Okamura,A.Miki,and S.Yamamoto,Appl.Opt.,25,3405 (1986).

[5] D.B.Ostrowsky,A.M.Roy,and J.Sevin,Appl.Phys.Lett.,24,553 (1974).

[6] D.B.Anderson,J.T.Boyd,M.C.Hamilton,and R.R.August, IEEE J.Quantum Electron.,QE-13,268 (1977).

[7] M.K.Barnoski,B.U.Chen,T.R.Joseph,J.Y.Lee,and O.G.Ramer, IEEE Trans.Circuits Syst.,CAS-26,1113 (1979).

[8] C.S.Tsai,IEEE Trans.Circuits Syst.,CAS-26,1072 (1979).

[9] W.S.C.Chang and P.R.Ashley,IEEE J.Quantum Electron.,QE-16,744 (1980).

[10] P.Mottier and S.Valette,Appl.Opt.,20,1630 (1981).

[11] B.Chen,E.Marom,and R.J.Morrison,Appl.Phys.Lett.,33,511 (1978).

[12] M.Papuchon,Y.Combemale,X.Mathieu,D.B.Ostrowsky,L.Reiber, A.M.Roy,B.Sejourne,and M.Werner,Appl.Phys.Lett.,27,289 (1975).

[13] H.Kogelnik and R.V.Schmidt,IEEE J.Quantum Electron.,QE-12,396 (1976).

[14] R.C.Alferness and R.V.Schmidt,Appl.Phys.Lett.,33,161 (1978).

[15] O.Mikami and J.Noda,Appl.Phys.Lett.,33,856 (1978).

[16] M.D.Feit,J.A.Fleck,and L.McCaughan,J.Opt.Soc.Am.,73,1296(1983).

[17] A.Yariv,IEEE J.Quantum Electron.,QE-9,919 (1973).

[18] A.Hardy and W.Streifer,IEEE J.Quantum Electron.,QE-22,528 (1986).

輻射科学研究会資料
RS87-5

電気光学偏向器・レンズを用いた強制モード同期の解析

大阪大学　基礎工学部

森本朗裕，野田昭宏，小林哲郎，末田　正．

昭和６２年７月１７日
（於　大阪大学工業会館）

電気光学偏向器・レンズを用いた強制モード同期の解析

大阪大学基礎工学部　森本朗裕，野田昭宏，小林哲郎，末田　正．

1．はじめに

フェムト秒からピコ秒領域の超短光パルスは物理計測や通信をはじめさまざまな分野で重要な役割を果している．レーザのモード同期はこのような超短光パルスを発生させるうえで最もよく用いられている方法の一つであり，超短光パルス技術の中核をなすものである．現在最も短い光パルスは色素レーザの受動モード同期とファイバー圧縮を組み合わせた６ｆｓであり［１］，これは光パルスと電気回路の組合せ，あるいは純光学的な超高速エレクトロニクスの可能性を示すものである．このような超短光パルスの応用を考えるとき，パルスと外部電気回路との同期は必須のことである．そのためパルスの発生タイミング，パルス幅，パルス波形等は制御可能なものであることが望まれる．しかしながら受動モード同期法では簡便に極限光パルスが発生できるという利点があるものの，文字どうり「受動」的にパルスが発生されるため，外部からパルスに制御を加えることが困難である．この点，強制モード同期法は外部電気信号を用いた変調によりモード同期をかけるのであるから，タイミングの問題は自動的に解決される．また，変調強度を制御することによりパルス幅を制御することも可能である．しかし，そのパルス幅が受動モード同期におよばないことは問題である．

強制モード同期にかかわらず，超短光パルスを発生させるうえで最も重要なことは，いかにして光のスペクトルを拡大するかということである．強制モード同期においてそのパルス幅が受動モード同期ほど短くならないのは，モード同期に用いる従来の変調素子の変調速度が受動モード同期で用いる可飽和吸収色素の吸収飽和速度におよばないためである．変調素子の進歩により，現在では光変調のみによってもピコ秒からサブピコ秒の光パルスが発生可能なスペクトル幅となっ

てきた［2］．従って強制モード同期のみを用いても，受動モード同期に匹敵する超短光パルスが発生可能と考えられる．強制モード同期に適した変調器の開発が望まれている．

我々は以前より高速光空間変調器を用いた強制モード同期の研究を進めており，実験により超短光パルスの発生を確認している［3－6］．光空間変調器は大振幅変調時にも強度変調特性が悪化することなく，モード同期に適していると考えられる．しかし，光共振器の中でのその動作は定性的には理解できるものの，時間と空間の入り交じったものとなり，非常に複雑である．現在，電気光学偏向器，電気光学レンズを用いたモード同期について解析を進めているので，それについて報告する［7］．

2．光空間変調器を用いた強制モード同期

正弦波で駆動された任意の一次元光空間位相変調器を考える．その位相分布は

$$\Delta\phi(x, t) = (\alpha + \beta x + \gamma x^2 + \cdots) \sin\omega_m t \quad (1)$$

という形に展開される．この式で右辺第１項は単なる位相変調，第２項は偏向，第３項はレンズ効果を表している．位相変調を用いたモード同期については既に解析が行われており［8］，実験的にも確認されているが，パルス短縮効果はあまり大きなものではない．

第２項の偏向の効果は光共振器の中では図１のように発振光経路の移動として現れる．このためスリットの挿入により共振器の損失変調が実現される．損失は変調器印加電圧が零のとき最少であり，印加電圧の増大にともない単調に増加する．これは従来の損失変調器と異なる点である［3］．また，発振経路の変化は位相変調でもある．位相変調と損失変調が共に作用し，パルス短縮効果の大きなモード同期が可能と考えられる．

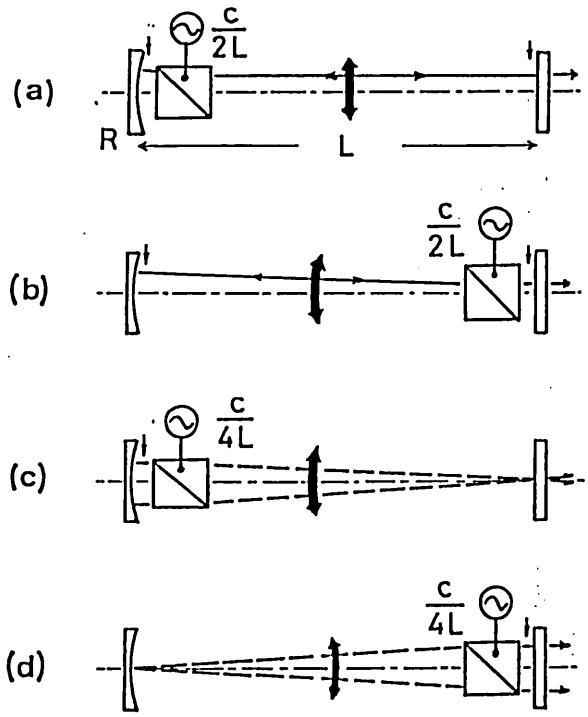


図１　偏向器の挿入による発振経路の変化

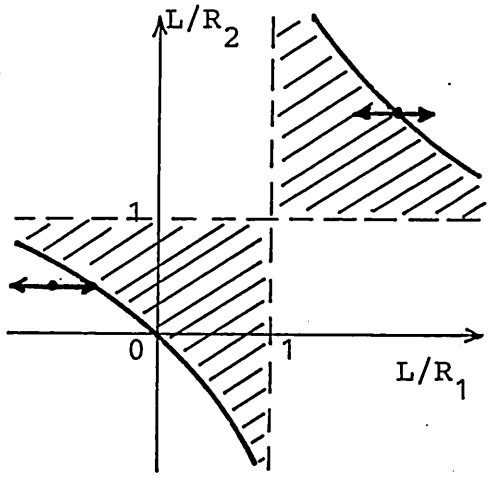


図２　共振器安定条件とレンズの効果

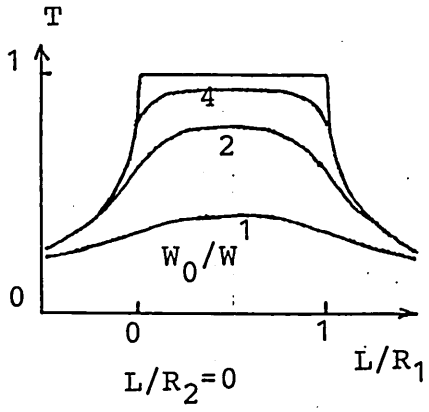


図３　回折損失の計算例

第３項のレンズ効果は，図２の共振器安定条件の上で共振器構成を変動させることに対応する．図３に数値計算による一往復あたりの回折損失の変化を示す．共振器安定条件の境界周辺では回折損失の大きな変動が期待でき，モード同期が可能と考えられる．

３．電気光学偏向器を用いたモード同期

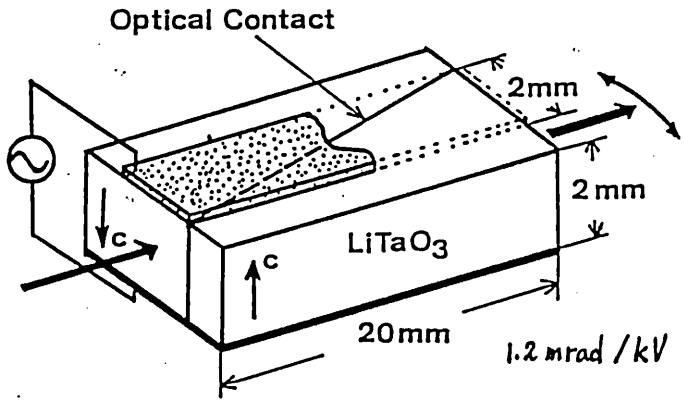


図４　試作電気光学偏向器

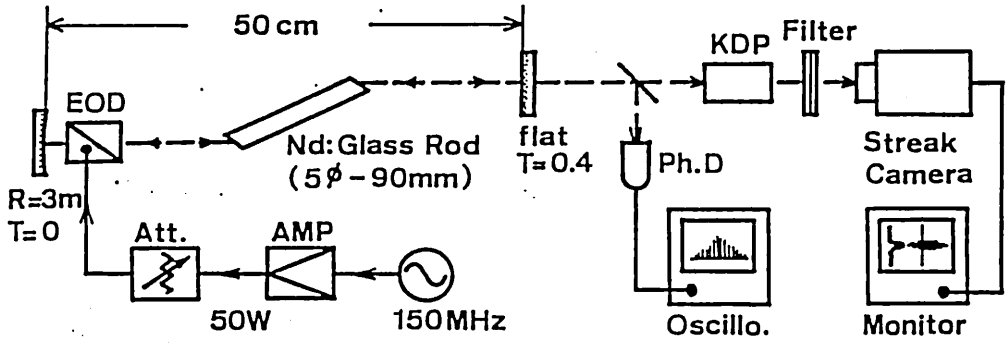


図５　実験構成

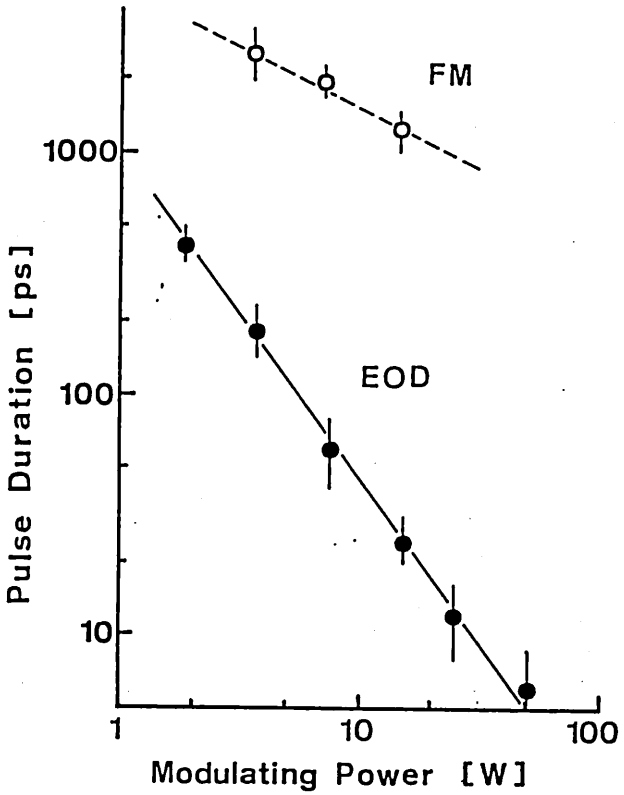


図６　パルス幅の変調電力依存性．実線は偏向器，破線は位相変調による．

３．１　Ｎｄ：ガラスレーザのモード同期実験

図４の電気光学偏向器を用いてガラスレーザのモード同期実験を行った［３］．図５に実験構成を，図６に実験結果を示す．最短で６ｐｓの超短光パルスを得た．このパルス幅は受動モード同期の結果に匹敵する［９］．

３．２　偏向器によるモード同期の解析

図７に示す共振器構成について解析を進める．パルスの形として時間的および空間的にガウス形のものを仮定し，Kuizenga等の手法［８］に空間項を導入して自己無撞着な解を求める．

偏向器による位相変化は，

$$\frac{\Delta\phi x \sin\omega_m t}{D} \qquad (2)$$

と与えられる．ここでDは偏向器の口径，$\Delta\phi$は偏向器出射面上での最大位相差，ω_m は変調周波数である．偏向器に電圧のかからない　$t=0$　の時刻にパルスが成長すると考えられるので，式（2）は，

$$\frac{\Delta\phi x \omega_m t}{D} \qquad (3)$$

と近似できる．$t=0$　の時刻のパルス電界を，

$$E(x, t) = \exp(-ax^2 - bxt - ct^2) \qquad (4)$$

と仮定する．

図７の共振器往復を図８のように考えるとき，

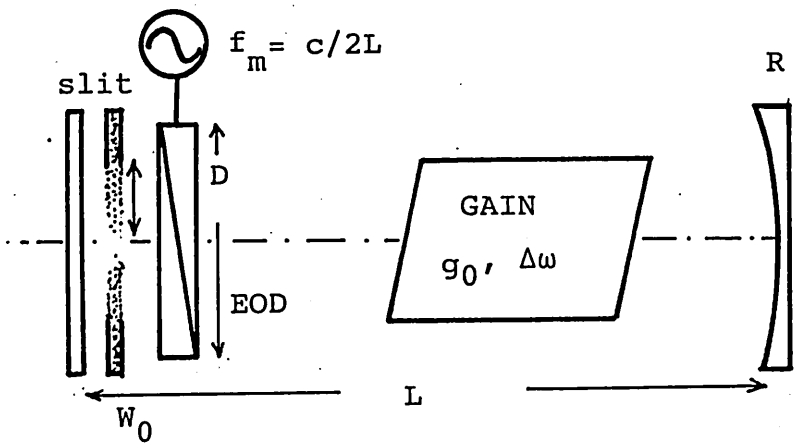


図７　電気光学偏向器によるモード同期解析のための共振器構成

$$E_1 = E \cdot \exp(j\Delta\phi \times \omega m t / D) \quad (5)$$

$$E_2 = \sqrt{\frac{j}{\lambda L}}\, e^{-jkL} \cdot e^{-j\frac{k}{2L}x^2} \int E_1(x_1)\, e^{-j\frac{k}{2L}x_1^2} \cdot e^{j\frac{k}{L}xx_1}\, dx_1 \quad (6)$$

$$E_3 = E_2 \cdot \exp(jkx^2/R) \quad (7)$$

$$E_4 = \sqrt{\frac{j}{\lambda L}}\, e^{-jkL} \cdot e^{-j\frac{k}{2L}x^2} \int E_3(x_3)\, e^{-j\frac{k}{2L}x_3^2} \cdot e^{j\frac{k}{L}xx_3}\, dx_3 \quad (8)$$

$$E_5 = E_4 \cdot \exp(j\Delta\phi \times \omega m t / D) \quad (9)$$

$$E_6 = \frac{1}{2\pi} \int \left[\int E_5(t')\, e^{-j\omega t'} dt' \right] \cdot e^{g_0} \cdot e^{-4g_0\frac{\omega^2}{\Delta\omega^2}} \cdot e^{j\omega t}\, d\omega \quad (10)$$

$$E = E_7 = E_6 \cdot \exp(-x^2/w_0^2) \quad (11)$$

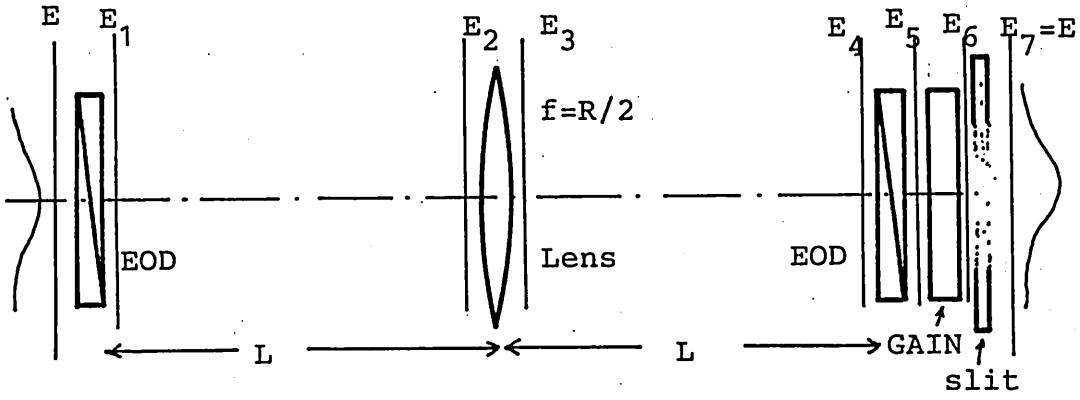


図8　解析モデル

となる．ただし　Ｌは共振器長，Ｒはミラーの曲率，ｋ＝２π／λ，wo はガウス形スリットの幅，Δωは均一な利得媒質の帯域幅，ｇo は飽和利得である．

式（４－１１）を計算し，Δω＞＞Δφωm を仮定するとパルスのパラメータは以下のように求められる．

$$a = \frac{1}{2}\left[\frac{1}{w_0^2} + \sqrt{\frac{1}{w_0^4} + \left(\frac{k}{L}\right)^2 \frac{\frac{L}{R}}{1-\frac{L}{R}}}\right] \qquad (12)$$

$$b = \frac{\Delta\phi\,\omega_m}{D} \cdot \frac{1 + j\frac{k}{2aL}}{\frac{k}{2aL}\cdot\frac{\frac{L}{R}}{1-\frac{L}{R}} + j} \qquad (13)$$

$$c = \frac{\Delta\omega}{8\sqrt{g_0 a}}\left(\frac{\Delta\phi\,\omega_m}{D} + jb\right)\frac{1}{\sqrt{1 + j\frac{1}{2}\cdot\frac{1-2\frac{L}{R}}{1-\frac{L}{R}}\left(\frac{k}{2aL}\right)}} \qquad (14)$$

ａよりスポットサイズ，ｂよりスポットの位置の変化，ｃの実部よりパルス幅，ｃの虚数部よりパルスのチャープが得られる．

いま，簡単にするために共焦点共振器を半分にしたＲ＝２Ｌの場合で，wo がスポットサイズよりもかなり大きい場合を考える．このとき，式（１２－１４）は

$$a \fallingdotseq \frac{k}{2L} \qquad (15)$$

$$b \fallingdotseq \frac{\Delta\phi\,\omega_m}{D} \qquad (16)$$

$$c \fallingdotseq \frac{\Delta\omega}{8\sqrt{g_0 a}} \cdot \frac{\Delta\phi\,\omega_m}{D}(1+j) \qquad (17)$$

となる．このときパルスの半値全幅は

$$\Delta t = 2\sqrt{2\ln 2}\,\frac{g^{1/4}}{\sqrt{\Delta\phi\,\omega_m\,\Delta\omega}} \qquad (18)$$

で与えられる．ただし，偏向器の口径Ｄはスポットサイズの２倍と仮定している．

式（１８）で与えられるパルス幅の式はKuizenga等による損失変調器によるモード同期のパルス幅と同じ形をしており［８］，パルス幅は変調指数の１／２乗に逆比例している．ただし彼らの解析ににおいては，損失変調器の透過特性をピーク周辺で２次に展開しているのに対し，本解析においてはそのような必要はなかった．またｃの虚数部よりこのモード同期パルスにはチャープがかかっていることがわかる．このチャープは位相変調の場合と異なり，符号が確定しており，長波長方向にシフトしている．従ってこのパルスは正常分散媒質により圧縮可能なものである．このことは，図９に示すように，電圧が零でミラーが正面を向いたときに発振経路長が極小になることからも理解できる．

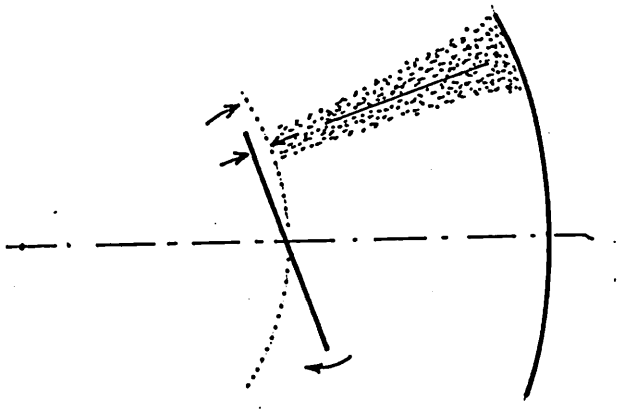


図９　電気光学偏向器による発振光学長さの変化

４．電気光学レンズを用いたモード同期

４．１　電気光学レンズを用いた強制モード同期実験

試作した電気光学レンズを図１０に示す．ＬｉＴａ０３ 結晶上下に多角形の電極を設けてある．電極の形状は数値計算により内部電界を求め，出力位相が最も放物線状になるように決定した．図１１は内部電界の計算例で，等位相線により表示されているが，実際には理想的なレンズではなく，鞍形のレンズになっていることがわかる．結晶中央付近の１．５ｘ１．５ｍｍの範囲が良好なレンズ特性

を示している．１ｋＶ印加時，試作レンズの焦点距離は１．８ｍであった．レンズ中央部には位相変移が存在するので，位相変調と強度変調の双方が協力し合ったモード同期が実現できると考えられる．

実験構成は図５の偏向器の場合とほぼ同様である．Ｎｄ：ガラスレーザの曲率ミラー側に試作レンズを配置した．この実験では共振器光学長は１ｍ，変調電力は最大２５Ｗである．実験の結果，モード同期が得られた．波形の例を図１２に示す．ただしパルス幅についてはあまり短いものではなく，またモード同期も場合によっては図１３に示すように不安定なものになった．

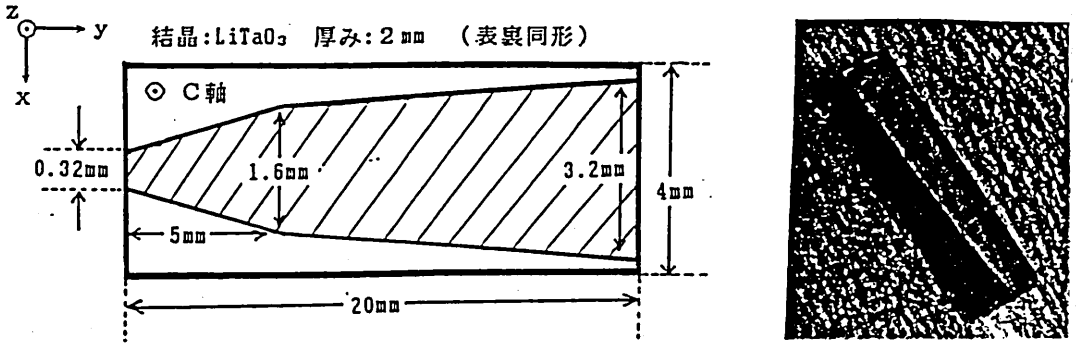


図１０　試作電気光学レンズ

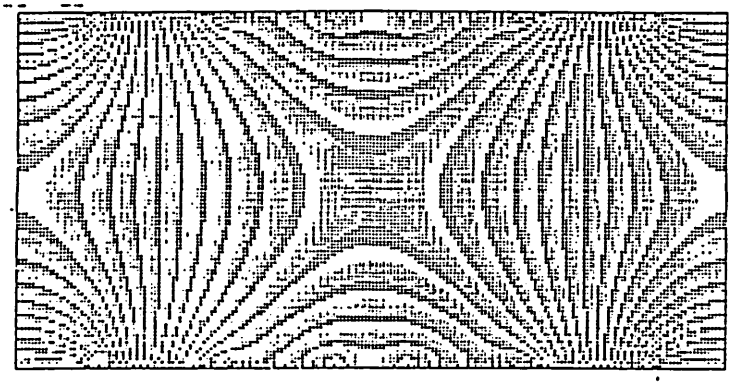
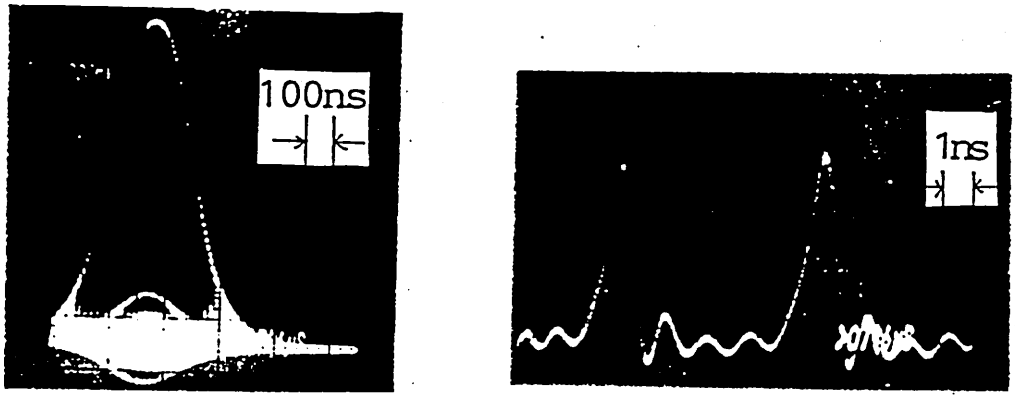


図１１　レンズによる位相変移の計算例



（a）　　（b）

図１２　電気光学レンズによるモード同期波形例（Ⅰ）

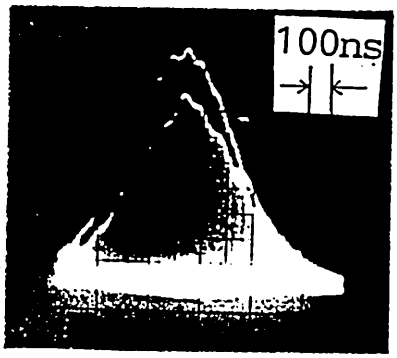


図１３　電気光学レンズによるモード同期波形例（Ⅱ）

４．２　レンズによるモード同期の解析

解析モデルを図１４に示す．偏向器の場合と同様にして回折積分とフーリエ変換により自己無撞着な界を求めた．

レンズによる位相変化を

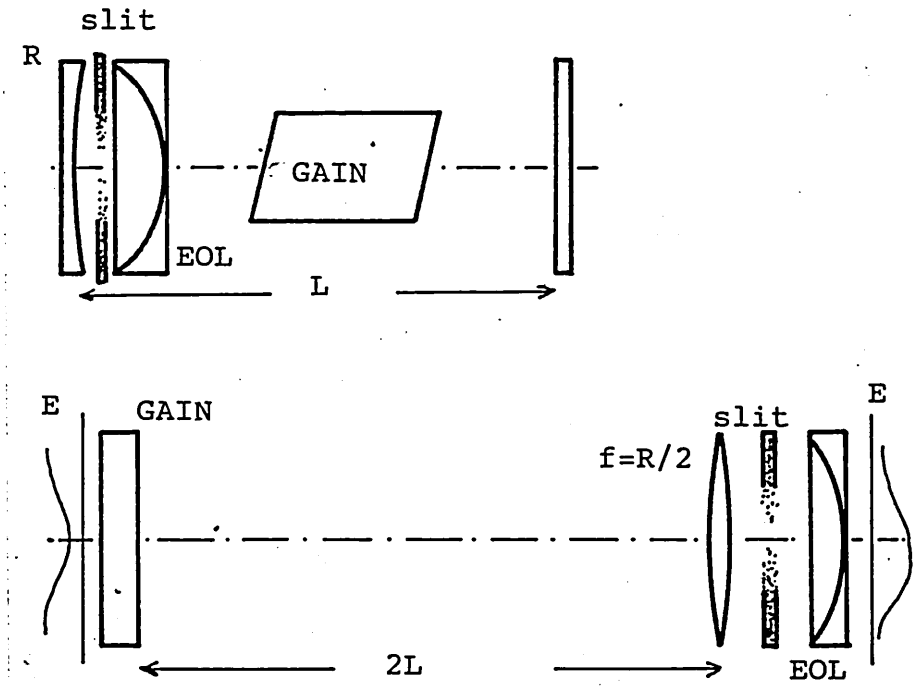


図１３　電気光学レンズによるモード同期の解析モデル

$$\Delta\phi \cdot (1 - x^2/d^2) \cdot \cos(\omega_m t) \qquad (19)$$

とし，$t=0$　の周辺で２次まで展開すると，

$$\Delta\phi \cdot (1 - x^2/d^2) \cdot (1 - \omega_m^2 t^2/2). \qquad (20)$$

入射電界としては

$$E(x, t) = \exp(-a x^2 - b x^2 t^2 - c t^2) \qquad (21)$$

の界を仮定し，偏向器の場合と同様のフーリエ変換と回折積分を行うとパルスの

パラメータは

$$a=\frac{1}{2}\left[\frac{1}{W_0^2}-j\frac{k}{2R}+\sqrt{\frac{1}{W_0^4}+\left(\frac{k}{L}\right)^2\left(1-\frac{L}{R}\right)\frac{L}{R}+j\frac{1}{2W_0^2}\left(\frac{k}{L}\right)^2\left(1-\frac{2L}{R}\right)}\right] \quad (22)$$

$$b=-j\frac{\Delta\phi\,\omega_m^2}{d^2}\left[1+\frac{1}{\left(\frac{2aL}{k}+j\right)^2}\right]^{-1} \quad (23)$$

$$c=\frac{\Delta\omega\,\omega_m}{4}\sqrt{\frac{j\Delta\phi}{g_0}}\cdot\sqrt{1-\left[4d^2\left(a-\frac{1}{2W_0^2}+j\frac{k}{4R}\right)\right]^{-1}} \quad (24)$$

となった．

式（２３）の実数部分よりパルス幅を求めると，

$$\Delta t=\alpha\cdot 2\sqrt{2\sqrt{2}\ln 2}\,\frac{1}{\sqrt{\Delta\omega\,\omega_m}}\left(\frac{g_0}{\Delta\phi}\right)^{1/4} \quad (25)$$

ただし

$$\alpha=\left\{\mathrm{Re}\left[\frac{\left\{1-\left[4d^2\left(a-\frac{1}{2W_0^2}+j\frac{k}{4R}\right)\right]^{-1}\right\}^{-1/2}}{\sqrt{2j}}\right]\right\}^{1/2} \quad (26)$$

である．

式（２４）はαの項を除いて位相変調によるモード同期パルス幅の式と同じ形をしている．つまりレンズ中央の位相変調の効果によりパルスが形成され，共振器変動の効果による損失変調はαの項に反映されている．αの大きさは安定な共振器構成ではほぼ１，あるいは１よりも大きい．不安定共振器との境界領域では１よりも小さくすることが可能であるが，１よりあまり極端に小さくすることは困難と考えられる．電気光学レンズによるモード同期の効果は，位相変調によるものとほとんど同程度と考えられる．

５．むすび

光空間変調器を用いたモード同期は位相変調と損失変調が混在したモード同期であり，双方の変調が協力し合って大きなパルス短縮効果を生じることが予想される．我々は従来より本方式の研究を進めており，電気光学変調器・電気光学レンズを用いたモード同期を実験により確認している．本モード同期についてはその動作は定性的には理解できるものの，時間と空間の入り交じった複雑な動作のため，定量的なパルス幅等については未だに理解が不足している．

今回の解析により，電気光学偏向器についてはパルス短縮効果が大きく，パルス幅は変調指数に対して損失変調の場合と同様かそれ以上割合で急速に短くなることが導かれた．これは先の実験結果をうらずけるものである．電気光学レンズについては実験的にモード同期が確認されたものの，あまり短い光パルスは得られず，発振波形も安定にすることは困難であった．解析によればレンズによるモード同期の変調指数に対するパルス短縮効果は位相変調と同じであり，パルス幅も同程度であることが導かれた．

光空間位相変調器は電気光学結晶上に特定の形状の電極を描くことにより作成可能で，作成が容易である．基本的には位相変調器であるため，動作には直交２偏波のうち片方のみが関与しており，温度的にも安定である．今回の解析により偏向器によるものが有利であることが示されたが，共振器構成にはまださまざまなものが考えられ，よりよい構成が存在する可能性も否定できない．また，実験はガラスレーザによるもののみであり，今後他のレーザへの適用も期待される．

[参考文献]

[1] C.H. Brito-Cruz, R.L. Fork, and C.V. Shank, CLEO'87 MD1(1987).

[2] K. Amano, T. Kobayashi, H. Yao, A. Morimoto, and T. Sueta, IEEE J. Lightwave Tech. (1987)(to be published).

[3] 森本，藤本，小林，末田，輻射科学研究会資料，RS84-7 (1984).

[4] 森本，藤本，小林，末田，電気学会光応用・視覚研究会，LAV-84-23(1984).

[5] A. Morimoto, S. Fujimoto, T.Kobayashi, and T. Sueta, Ultrafast Phenomena IV, D.H. Auston and K.B. Eisental, Eds. (Berlin, Splinger-Verlag, 1984) pp.84.

[6] 野田，田辺，森本，小林，末田，第４７回応物，27p-F-15 (1986).

[7] 森本，小林，末田，第３４回応物関連，30p-ZG-11 (1987).

[8] A.E. Siegman and D.J. Kuizenga, Opto-electron., vol.6 (1974) pp.43.

[9] A. Penzkofer and N. Weinhardt, IEEE J. Quantum Electron., vol.QE-19 (1983) pp.597.

輻射科学研究会資料
ＲＳ８７－６

ミリ波帯における準光学的構成とそれを用いたリニアアレイ形ＳＩＳイメージセンサの実験的検討

喜多 定　田辺 尚雄　村田 好行　小林 猛
（大阪大学　基礎工学部）

昭和６２年７月１７日
（於　大阪大学工業会館）

ミリ波帯における準光学的構成とそれを用いたリニアアレイ形ＳＩＳイメージセンサの実験的検討

喜多　定　　田辺　尚雄　　村田　好行*　　小林　猛

（大阪大学　基礎工学部）

[１]　はじめに

近年、天体観測をはじめとして大気汚染の検出や生体温度計測、プラズマ診断などの分野において、ミリ波帯の高感度センシングが強く望まれており、国内外で精力的にその開発・研究が進められている。なかでも、ミリ波帯イメージセンシングは、二次元または三次元の空間的に広がった広範囲の貴重な情報を提供することから、大きな期待が寄せられている。

現在、ミリ波帯イメージセンサには、ショットキーバリア・ダイオード素子が主に使用されているが、[1)-3)] 我々は、センサにＳＩＳ(Superconductor-Insulator-Superconductor) 素子を用いることを試みた。ＳＩＳ素子は、ミリ波帯の検波器として変換利得が得られること、また、量子雑音と同程度の超低雑音動作であることなどが明らかにされている。[4),5)] しかも、都合のよいことに半導体素子と同様な集積化すなわち、アレイ化が可能である。そこで、我々は、このＳＩＳ素子の特徴を十分に活かした高性能イメージセンサの開発を目標にしている。[6)-8)] 今回は、特に、実用的観点からＳＩＳ素子をクライオスタットに装着し間接的に冷却すること、またミリ波帯のイメー

＊現在　島津製作所

ジセンシングに好ましい準光学的構成を測定系とすることを主眼とした。そして、３５ＧＨｚ帯の空間電界強度分布の測定を行った結果、リニアアレイＳＩＳ素子はイメージセンサとして十分に動作しうることが確認できたのでここに報告する。

なお、現在のＳＩＳ素子は極低温動作という宿命を背負っているが、最近の高温超伝導体の出現に伴い、液体窒素温度以上の動作も夢ではなくなり、実用化に向けて大きく飛躍することが考えられる。

［２］　ＳＩＳ素子とその実装

２－１　ＳＩＳ素子の作製

今回作製したＳＩＳ素子の構造を図１に示す。ＳＩＳ素子の基本構成は、ＮｂＮ膜のベース電極、ＮｂＮ自然酸化膜のトンネルバリア、Ｐｂ膜の対向電極からなっている。そして、電極間絶縁にはＳｉＯ膜を用いた。接合部の面積は、現在１０×１０μm^2であるが、一層の微少化を図っている。以下作製方法について述べる。

ベース電極には、熱酸化（約１００ｎｍ）したｎ－Ｓｉ基板上に、ＮｂＮを約３００ｎｍ成膜したものを用いた。ＮｂＮ膜の作製は、ターゲットにＮｂ、スパッタガスにＡｒ＋N_2（３．５％）を用いて反応性スパッタ法で行った。このときのＮｂＮ膜の臨界温度Ｔｃは、１５．５Ｋが得られた。なお、成膜条件は次のとおりである。基板温度２００℃、混合ガス圧４．０Ｐａ（シュルツゲージ直読値）、ｒｆ電力１００Ｗ、成膜速度６ｎｍ／分。そして、ＮｂＮを成膜したのち、フォトレジストＡＺ１３５０Ｊを用いてベース電極のパターニングを行い、さらにCF_4ガスによるプラズマエッチングでベース電極を作製した。ベース電極と対向電極との層間絶縁としては、膜厚約２０

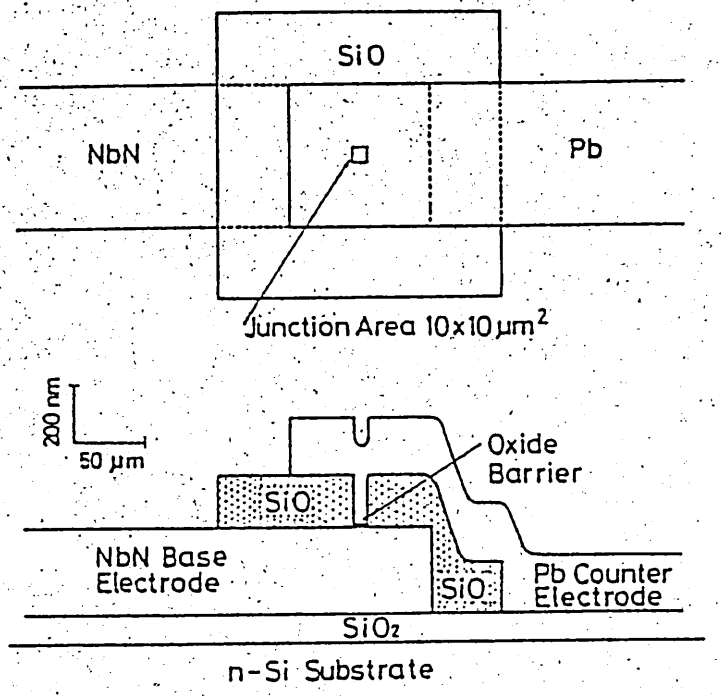


図１　ＮｂＮ／ｏｘｉｄｅ／Ｐｂ　ＳＩＳ素子の構造

０ｎｍのＳｉＯ蒸着膜を用い、接合部はリフトオフ法により作製した。

上部電極には、約２００ｎｍのＰｂ蒸着膜を用い、リフトオフ法で電極のパターニングを行った。このリフトオフ法では、ステンシルの作製が一つの鍵となり、今回は効率よく作製できる新しいプロセスを導入した。まず、素子上に塗布されたＡＺ１３５０Ｊ上にＡｌ膜を蒸着（約１００ｎｍ）し、ＡＺ１３５０Ｊを用いて対向電極のパターニングを行った。次に、りん酸を用いてＡｌ膜のエッチングを行うことにより対向電極のマスクをＡｌ蒸着膜に転写した。最後に全面露光を行い、Ａｌ膜下の不要部分を除去することで良好なオーバハングステンシルを効率よく作製できるようになった。

ここで、対向電極のＰｂを蒸着する場合、レジスト等による接合表面の汚染を除去するために、スパッタクリーニング（Ａｒガス６Ｐａ、ｒｆ電力１５Ｗ、６０秒、基板温度室温）を行った。表面をクリーニングした後、真空を破ることによりＮｂＮの自然酸化膜（大気中約３分間、約１ｎｍ）をトンネルバリアとして用いた。なお、同様なスパッタクリーニングはベース電極のパターニング後およびＳｉＯのリフトオフ後にも行った。

以上のプロセスを用いて、図２に示すように、９×６ｍｍ²のＳｉ基板上に接合数９個のリニアアレイＳＩＳ素子を作製した。現時点では、接合数９個、接合間隔０．５ｍｍとしているが、これは作製条件に限定されており、センサとしての分解能等を配慮した形状のリニアアレイＳＩＳ素子については目下作製中である。ここで、以下の説明を容易にするために、接合番号を図示のように＃０１、＃０２・・・＃０９と記す。

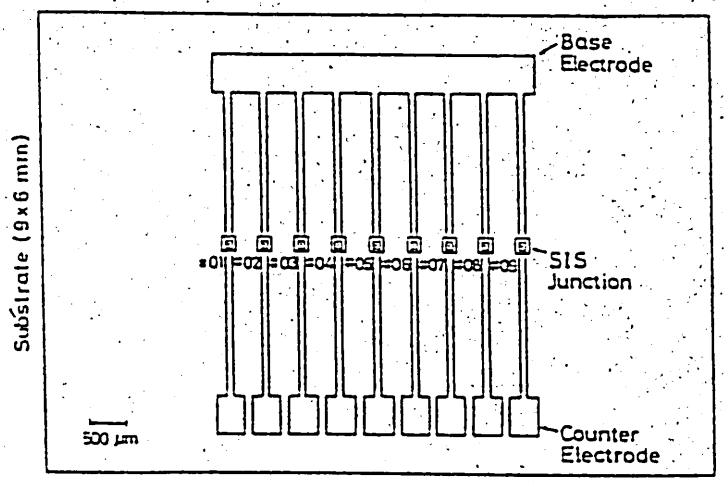


図２　リニアアレイＳＩＳ素子の構成

２－２　ＳＩＳ素子の実装

素子マウントの構造を図３に示す。マウントは２０ｍｍ角の銅ブロック製で、９接合の接続が可能である。Ｓｉ基板上に作製されたＳＩＳ素子をマウントに装着する場合、素子が十分に冷却できるか否かが問題の一つであった。種々の試行の結果、低融点金属のＧａを用いてＳｉ基板をマウントに接着する方法が最も有効であることがわかり、所望（約４．２Ｋ）の冷却が得られるようになった。バイアスの供給と中間周波出力の取り出しには特性インピーダンス５０Ωのストリップ線路を用いた。また、中間周波出力の外部への取り出しは、同軸線を用いて行った。

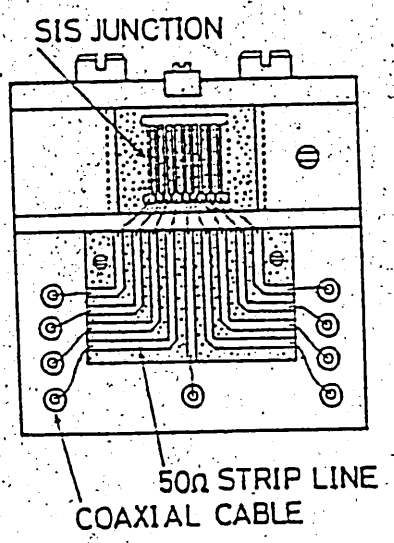


図３　ＳＩＳ素子マウント

ＳＩＳ素子マウントを図４に示すクライオスタット内の液体ヘリウム容器底面のワークプレートに装着し、ＳＩＳ素子を間接的に冷却した。このクライオスタットを使用することは、実用的観点から、取り扱いが簡便であるという点だけでなく、液体ヘリウムのバブリングノイズを軽減できるという大きな利点がある。被観測波は、ポリエチレン・ウインドを通してＳＩＳ素子に照射された。

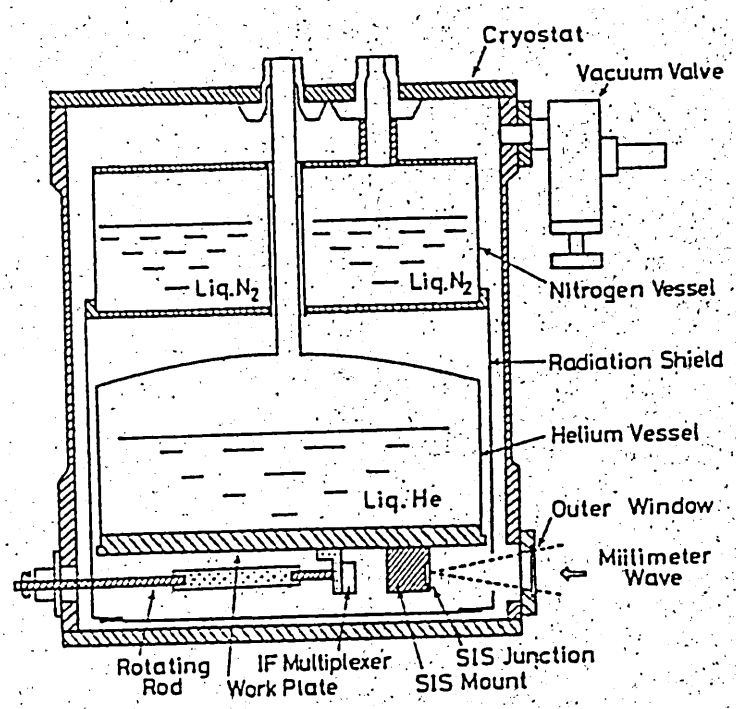


図４　クライオスタットの構造とＳＩＳ素子の実装

[３] 準光学的構成の実験的検討

３－１ 準光学的構成

リニアアレイＳＩＳ素子によるイメージセンシングの実験に先だって、ミリ波ディテクタにクリスタルダイオード（１Ｎ５３）を用いて、準光学的構成の実験的検討を行った。図５に準光学的構成の模式図を示す。電磁ホーンから放射される被観測波のイメージは、光学レンズにより集光され、ディテクタ上に倒立像を結ぶ。そして、単一ディテクタを水平及び垂直方向に掃引することにより、空間的イメージセンシングが行われる。ここでは、ディテクタを移動する代わりに、光学レンズを水平及び垂直方向に微動させてイメージセンシングを行う方法をとった。

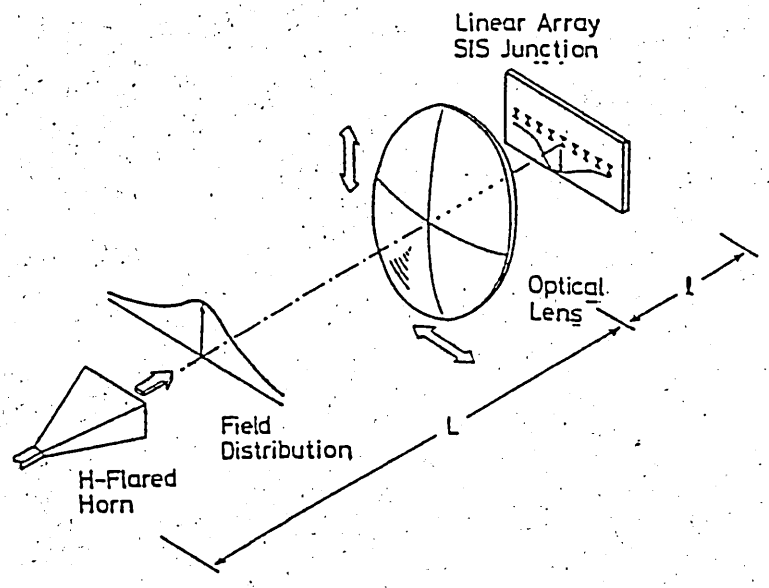


図５ 準光学的構成の模式図

準光学的構成において、光学レンズ（溶融石英、直径８０ｍｍ、焦点距離２００ｍｍ）を用いているため、このレンズのミリ波に対する焦点距離を調べる必要がある。いま、電磁ホーンからレンズまでの距離Ｌを電磁波が平面波に近似できるまで十分に離し（Ｌ＝１５８ｃｍ）、レンズとディテクタの距離ℓを変えて、ディテクタを水平方向に掃引し、電界分布の半値幅を測定した。その結果を図６に示す。同図はＬ＝１０８ｃｍ、１３３ｃｍ、の場合についても示してある。Ｌ＝１５８ｃｍにおいて、ℓ＝１６０ｍｍのとき半値幅の最小値が得られており、これらの値を光学的レンズ公式に適応すると、焦点距離は約１４５ｍｍとなることがわかった。また、Ｌ＝１０８，１３３ｃ

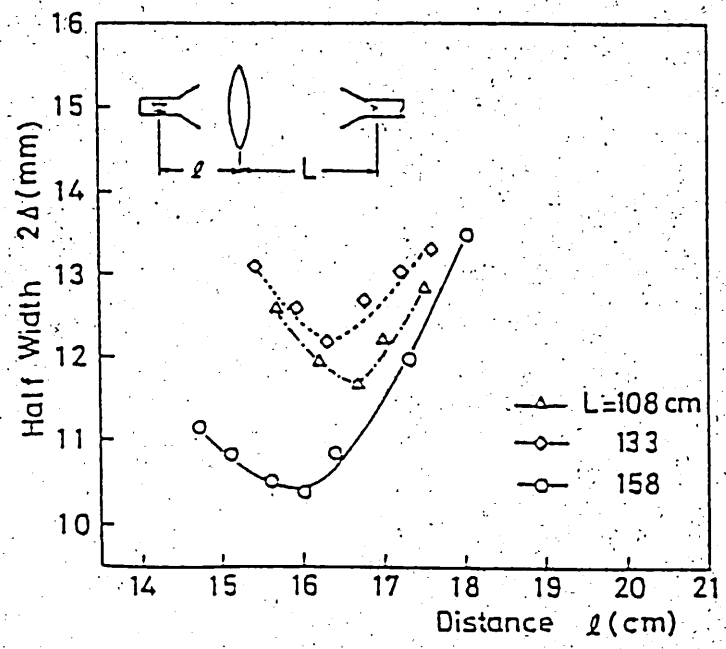


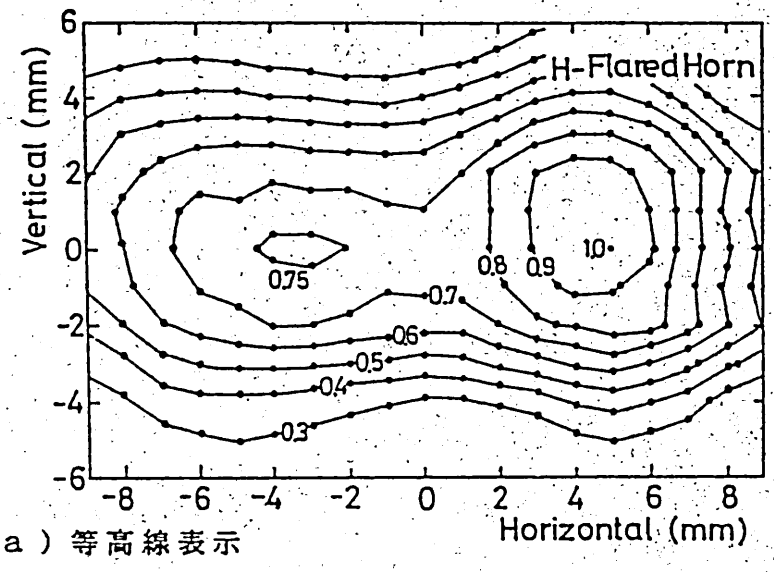
図６　レンズとディテクタ間の距離ℓに対する水平方向電界分布の半値幅２Δの変化

mの場合にも焦点距離は約１４４ｍｍが得られており、光学領域における焦点距離が２００ｍｍの溶融石英レンズは、３５ＧＨｚ波に対して焦点距離が約１４４ｍｍと短焦点となることがわかった。これは、石英の屈折率が波長分散を持つために、長波長側（～１００μｍ以上）では屈折率が大きくなるということから[9]妥当な結果と考えられる。

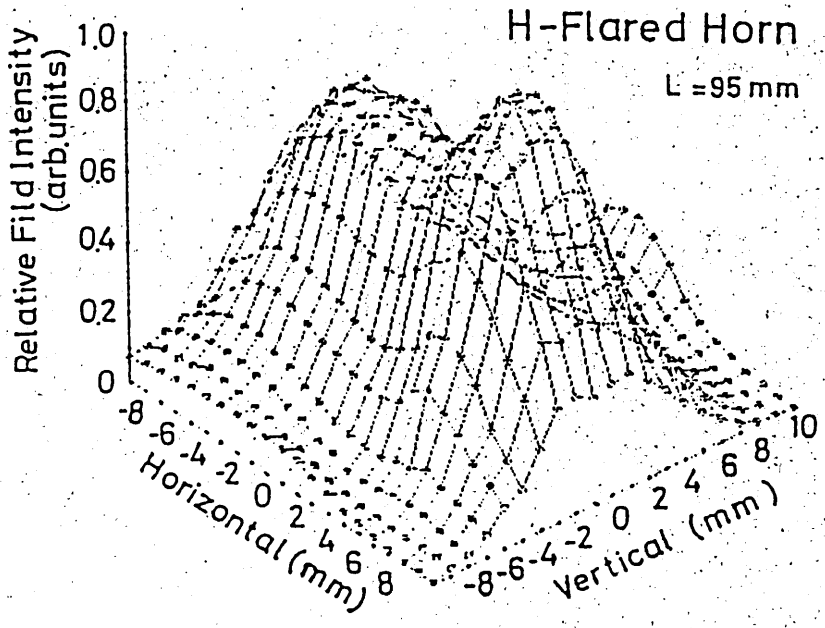
３－２　実験的検討

Ｈフレアホーンから放射される３５ＧＨｚ波の空間電界強度分布を測定し、準光学的構成の実験的検討を行った。ホーンとレンズ間の距離Ｌに対して、光学レンズを水平、垂直方向に微動し、分布を測定した結果、Ｌ＝９５ｍｍのときホーンの開口形状を反映したnear-field的パターンが得られ、Ｌ＝２２０ｍｍのとき far-field的パターンが得られた。また、Ｅフレアホーンの場合にも同様な結果が得られた。[8]さらに詳細な検討を行うために、Ｈフレアホーンの開口の中心付近に遮蔽板を取り付け、電界強度分布の測定を行った。その結果を図７に示す。図７（ａ）は、光学レンズの水平、垂直方向の移動に対する電界強度の相対値を等高線の形で表したものである。水平方向に電界強度の山→谷→山が存在し、Ｈフレアホーンに取り付けられた遮蔽板の影響が明瞭に現れている。図７（ｂ）は電界強度の相対値を立体的に示したものである。また、Ｅフレアホーンについても同様な実験を行った。その結果を図８に示す。いずれの場合も、中心付近で鞍部が明瞭に観測され、３５ＧＨｚの空間電界強度分布を十分に反映していることがわかった。

以上のことから、準光学的構成によりミリ波帯の測定が可能であることが明らかになった。

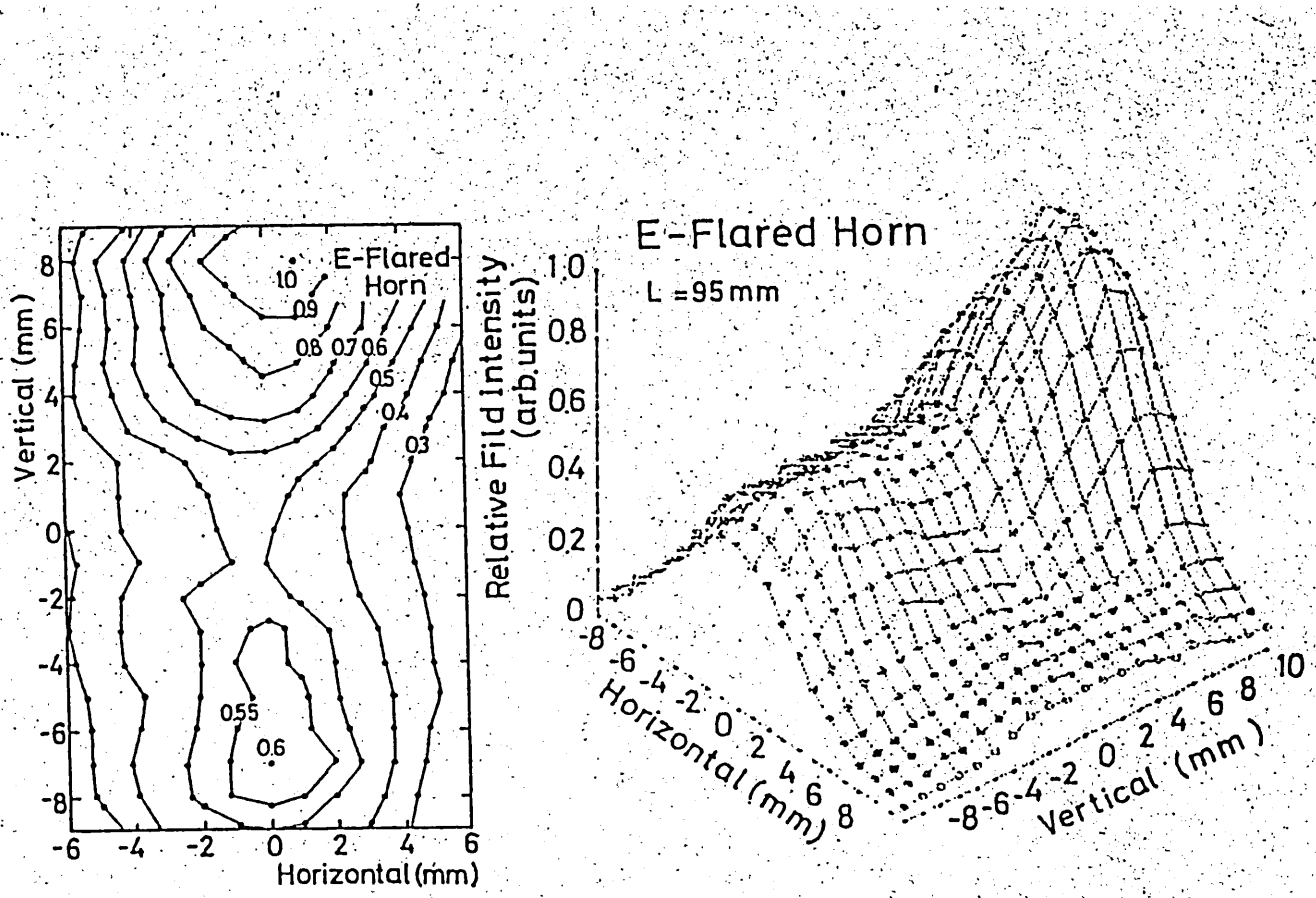


（ａ）等高線表示



（ｂ）三次元表示

図７　Ｈフレアホーンによる３５ＧＨｚの空間電界強度分布



（ａ）等高線表示　　（ｂ）三次元表示

図８　Ｅフレアホーンによる３５ＧＨｚの空間電界強度分布

［４］　リニアアレイＳＩＳ素子による３５ＧＨｚのイメージセンシング

試作したリニアアレイＳＩＳ素子のＩ－Ｖ特性の一例（接合＃０１）を図９に示す。また、その各接合の諸量を表１に示す。表１におけるＲｎは接合抵抗、Ｉｃは臨界電流、Ｖｇはギャップ和電圧、ΔＶはＶｇ近傍での準粒子電流の立ち上がり幅をそれぞれ示す。各接合とも低抵抗であり、Ｒｎには多少のばらつきがあるが、Ｖｇ及びΔＶはともに非常によい均一性が得られた。また、ベース電極にはＮｂＮを用いているためＶｇとしては比較的高い３．９ｍＶが得られた。

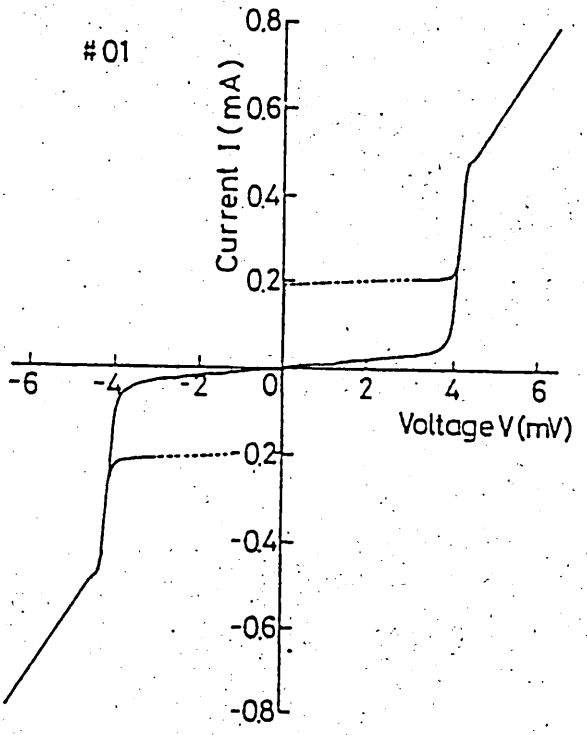


図９　ＳＩＳ素子のＩ-Ｖ特性の一例（接合＃０１）

表１　ＳＩＳ素子の各接合の諸量

J. No.	Rn (Ω)	Ic·Rn(mV)	Vg (mV)	ΔV (mV)
#01	8.6	1.68	3.9	0.35
#02	6.4	1.79	3.9	0.35
#03	4.6	1.75	3.9	0.35
#04	8.0	1.24	3.9	0.35
#05	4.8	1.70	3.9	0.35
#06	5.6	1.93	3.9	0.35
#07	9.6	1.44	3.9	0.35
#08	4.5	1.42	3.9	0.35
#09	8.1	1.60	3.9	0.35

図１０に接合＃０５のＩ－Ｖ特性及び信号波３５ＧＨｚ、局部発信波３４．９７ＧＨｚとしたときの中間周波（３０ＭＨｚ）出力特性を示す。P_{LO}を印加しない場合のＩ－Ｖ特性を実線で、印加した場合を破線で示してある。ΔＶが大きいため、準粒子ステップは観測できないが、Ｖｇの両側で大きな中間周波出力（P_{IF}）が得られた。図中、光学レンズを垂直方向に０から５ｍｍまで移動したときのP_{IF}の変化を示してある。なお、バイアス電圧が零付近のP_{IF}はジョセフソン電流に伴う煩雑な特性となるため省略した。

表１に示したリニアアレイＳＩＳ素子を用いて、準光学的構成により、３５ＧＨｚの電界強度分布の測定を行った。水平方向には接合＃０１～＃０９が配置されており、この場合は垂直方向のみ光学レンズを微動させればよい。測定結果を図１１に

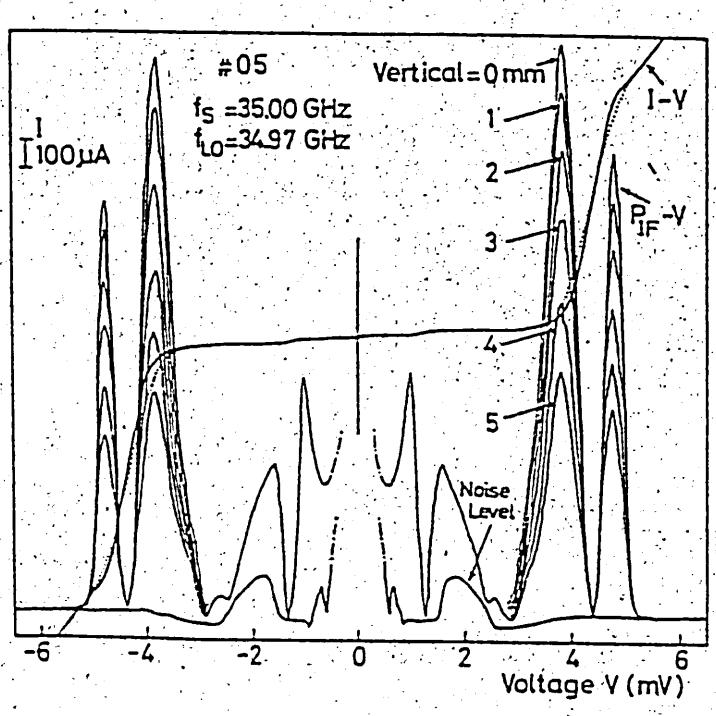


図１０　３５ＧＨｚのミキシング例（接合＃０５）

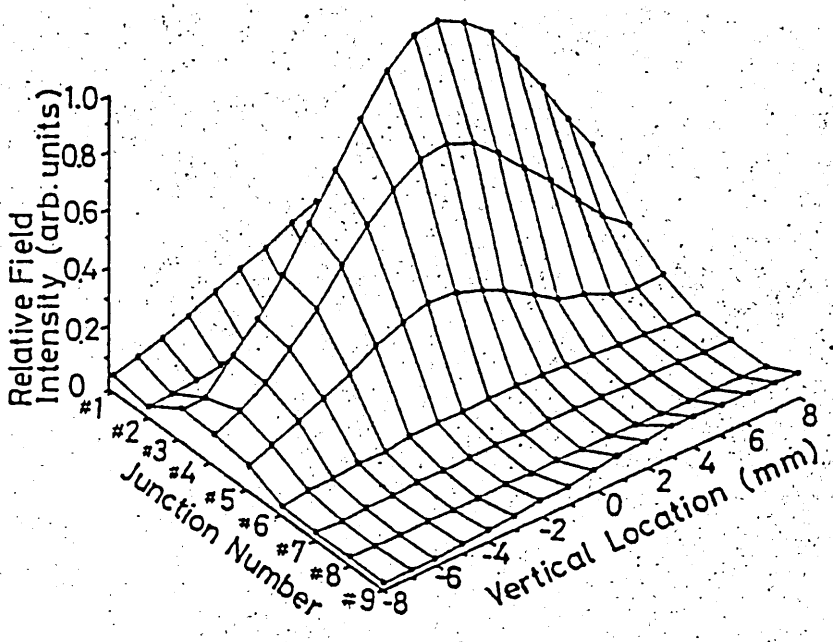


図１１　３５ＧＨｚのイメージセンシング

示す。各接合に特性差があるにもかかわらず、空間的電界強度分布を十分に反映しており、これによりリニアアレイＳＩＳ素子がイメージセンサとして動作することが確認できた。

[５]　まとめ

リニアアレイＳＩＳ素子を用いてイメージセンサとしての動作を確認することができた。また、ＳＩＳ素子をクライオスタットに装着し、間接的に冷却できたこと、準光学的構成によりミリ波帯の測定が可能であることなどが判明し、実用化への期待を高めた。

今後は、ＳＩＳ素子の高品質化及び測定の自動化、さらには、高温超伝導薄膜を用いたＳＩＳ素子の試作などを課題としたい。

文献

1) B.Vowinkel, K.Gruener and W.Peinert: IEEE Trans. Microwave Theory Tech., MTT-31 (1983) 996.
2) C.Zah, W.Lam, J.S.Smith, Z.Ray-Noy and D.B.Rutledge: Conf. Digest IR & MM Wave, Takarazuka (1984) 248.
3) 西村、白井、鈴木、水野：信学技報, ED86-153 (1986) 62.
4) E.C.Sutton: IEEE Trans. Microwave Theory Tech., MTT-31 (1983) 589.
5) D.W.Face, D.E.Prober, W.R.McGrath and P.L.Richards: Appl.Phys.Lett., 48 (1986) 1098.

6) 喜多、朝比奈、足立、小林：信学技報，
SCE85-50 (1986) 39.
7) S.Kita, K.Asahina, S.Adachi and
T.kobayashi: Jpn.J.Appl.Phys., 26 (1987)
L190.
8) 田辺、村田、喜多、小林：信学技報，
ED86-167 (1987) 39.
9) 工藤：基礎物性図表，共立出版，(1972) 282.

【付録】

高温超伝導体のＡＣジョセフソン効果

Ａ－１　はじめに

ＬａＢａＣｕＯ系セラミックスが高温超伝導体として脚光を浴びて以来、各方面で高臨界温度を示す超伝導体が見いだされている。最近では、ＹＢａＣｕＯ系及びその置換化合物で臨界温度９０Ｋ級が相次いで報告され、液体窒素温度以上の動作が確実となった。現在、この分野では、高温超伝導体の機構解明、室温超伝導体の開発などはいうまでもなく、電子デバイスへの応用に向けて精力的な研究が行われている。我々は、以前からＳＩＳ素子を用いた高感度イメージセンサの開発を目指しているが、それは極低温動作という点で実用化への道が狭められていた。しかし、最近の高温超伝導体の出現に伴い、これをＳＩＳ素子に適応できれば、動作温度のシフトのみで一躍実用化への道は開花されるものと考えられる。

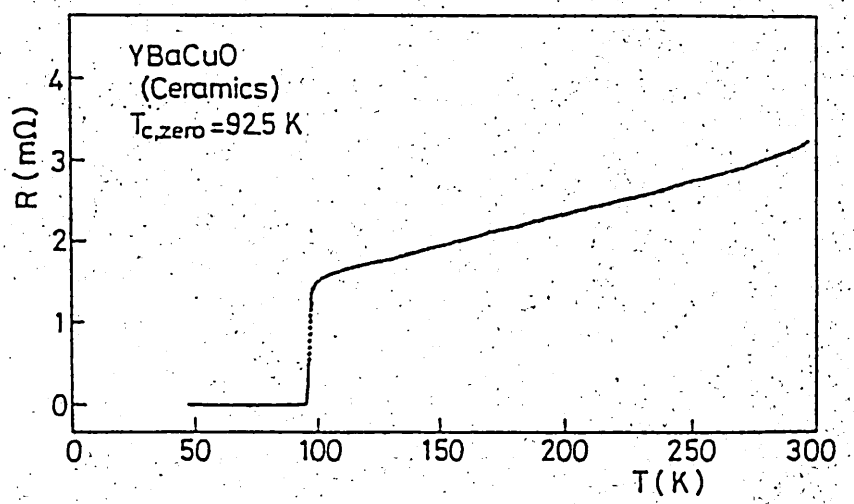
そこで、我々は高温超伝導体の研究[1),2)]を行うとともに、それを用いたＳＩＳ素子の実現に向けて研究を行っている。[3)]今回は、超伝導性を実証するための一つであり、エレクトロニクスへの応用において極めて重要なＡＣジョセフソン効果について調べたので報告する。

Ａ－２　高温超伝導体の作製

Y_2O_3（or Er_2O_3）、$BaCO_3$、ＣｕＯなどの材料をＹ（or Ｅｒ）$_1$-Ba_2-Cu_3-$O_{1-\delta}$の組成比となるように混合し、パウダのままで９００℃、約２時間の一次焼結を行った。次いで、

約３００ｋｇ／ｃｍ^{2}の圧力でペレット状に成形したのち、酸素ガス雰囲気中で９５０°Ｃ、約５時間の二次焼結を行った。そして、室温まで自然冷却をした。図Ａ－１は、ＹＢａＣｕＯセラミックスの電気抵抗の温度依存性の一例を示す。このセラミックスの転移温度（抵抗ゼロ）Ｔｃ,zeroは９２．５Ｋであった。また、ＥｒＢａＣｕＯセラミックスについてもほぼ同様なＴｃ,zeroが得られた。[4]

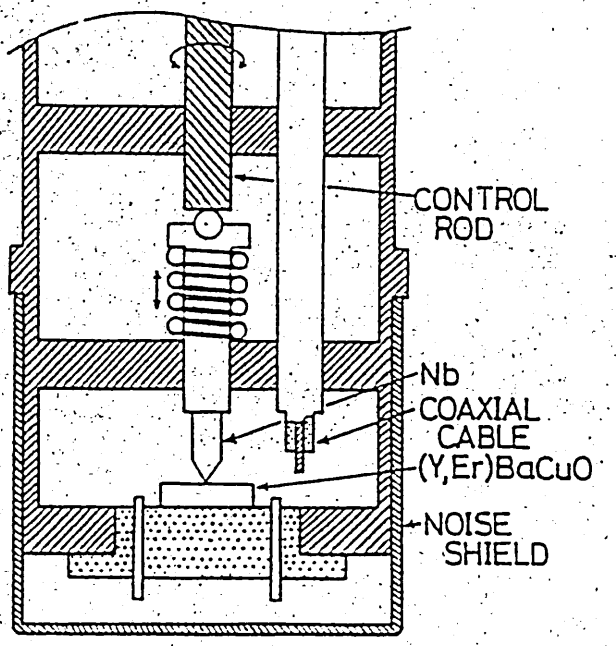
Ｙ系及びＥｒ系薄膜の作製には、焼結したセラミックをターゲットに用い、ｒｆダイオードスパッタ法により成膜した。基板にはＹＳＺを用い、Ａｒ雰囲気中、基板温度室温、ｒｆ電力１００Ｗ、ガス圧４．０Ｐａで約５μｍ成膜したのち、酸素ガス雰囲気中で９１０℃、約８時間の焼結を行った。ＹＢａＣｕＯ膜及びＥｒＢａＣｕＯ膜のＴｃ,zeroは両者とも８４Ｋが得られた。[5]



図Ａ－１　ＹＢａＣｕＯ（セラミックス）の電気抵抗の温度変化

Ａ－３　（Ｙ，Ｅｒ）ＢａＣｕＯ／Ｎｂ点接触形ジョセフソン接合

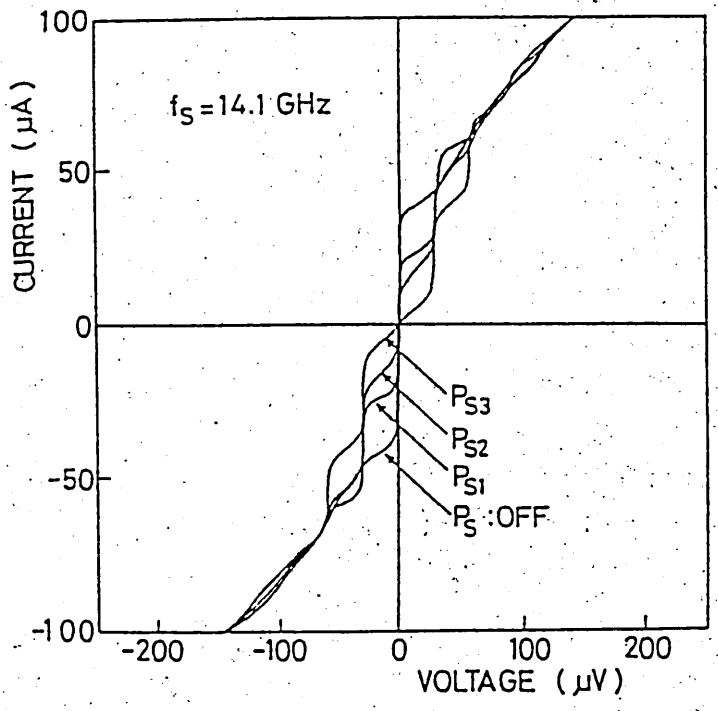
調節型ジョセフソン点接合の概略を図Ａ－２に示す。点接合の針電極には、従来からよく使用されおり、特性のよくわかっているＮｂ線（０．５ｍｍφ）を用いた。針の先端は、頂角約２０°、曲率半径約１μｍ以下になるように尖らした。一方、平面電極にはＹＢａＣｕＯ或はＥｒＢａＣｕＯのセラミックス（３×３×１ｍｍ^3）を用いた。平面の加工は一切行っていない。点接合の形成は液体ヘリウム（４．２Ｋ）中で行った。信号波は同軸線で導かれ、ジョセフソン点接合に照射される。この場合、信号波との整合については特に考慮していない。



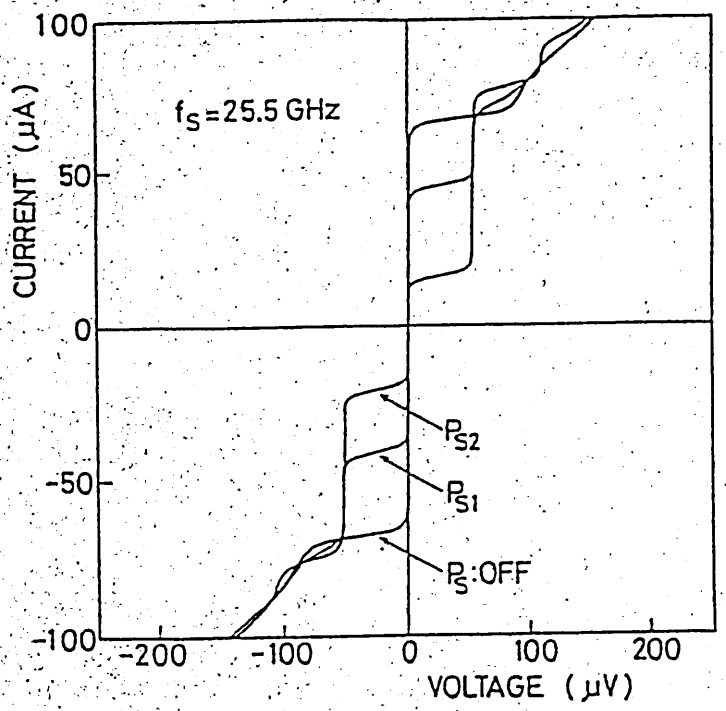
図Ａ－２　（Ｙ，Ｅｒ）ＢａＣｕＯ／Ｎｂ点接触形ジョセフソン接合

Ａ－４　ＡＣジョセフソン効果の周波数依存性

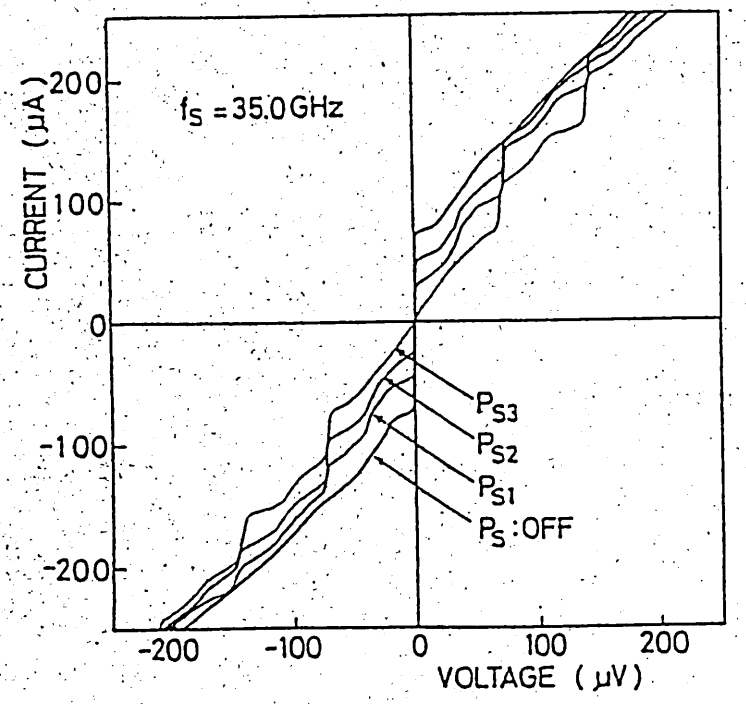
図Ａ－３は、ＹＢａＣｕＯ／Ｎｂジョセフソン点接合に信号波（ｆｓ）　１４．１、２５．５及び３５．０ＧＨｚを照射したときの定電圧ステップの様子を示す。ＡＣジョセフソン効果における照射周波数と定電圧ステップ間電圧の関係は、Ｖ＝（ｈ／２ｅ）・ｆｓで表される。上式から得られる電圧とＩ－Ｖ特性から観測されるステップ間電圧との対比を表１に示す。各周波数に対して両者の値は非常によく一致していることから、使用したＹＢａＣｕＯセラミックスは対粒子動作をしていることが明かとなった。



（ａ）　ｆｓ＝１４．１　ＧＨｚ



（ｂ）　ｆｓ＝２５．５　ＧＨｚ



（ｃ）　ｆｓ＝３５．０　ＧＨｚ

図Ａ－３　ＹＢａＣｕＯ（セラミックス）／Ｎｂ点接合におけるＡＣジョセフソン効果の周波数依存性

表Ａ－１　定電圧ステップ間電圧の計算値と観測値との比較

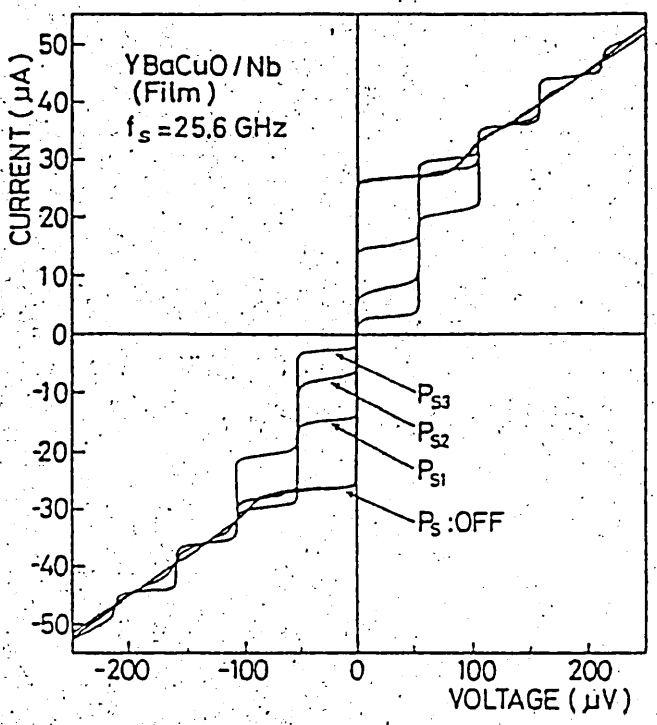
Freqency f_s(GHz)	V=(h/2e)f_s (μV)	Measured Value(μV)
14.1	29.2	29.5
25.5	52.7	52.5
35.0	72.3	72.0

Ａ－５　（Ｙ，Ｅｒ）ＢａＣｕＯ膜のＡＣジョセフソン効果

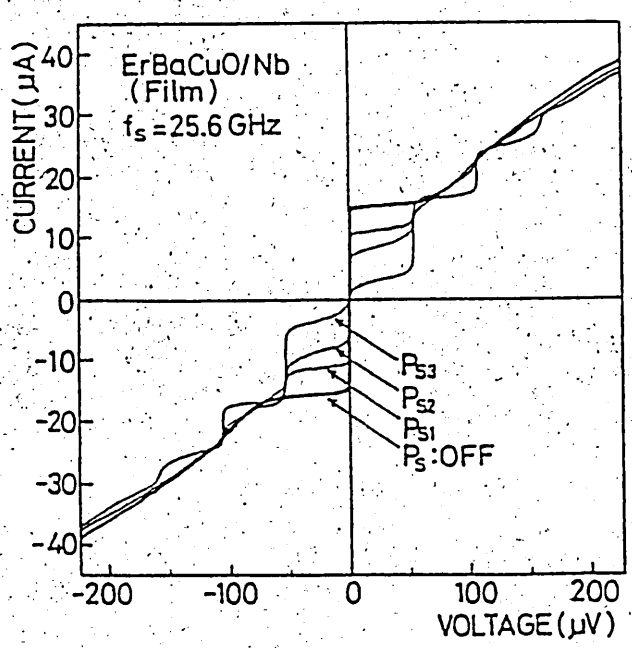
先に述べたように、高温超伝導体薄膜の作製は、今後のデバイス応用を考える場合に重要課題の一つである。そこで、我々は薄膜作製に積極的に取り組んでおり、現在では液体窒素温度以上で動作する膜作製に成功している。特に、磁性元素を含むＥｒＢａＣｕＯ膜を用いるＳＩＳ素子の実現には大きな期待がかけられている。これら膜の基礎特性としてＮｂとの点接合を作製し、ＡＣジョセフソン効果について調べた結果を図Ａ－４、図Ａ－５に示す。いずれも、照射信号波に対応した定電圧ステップが明瞭に観測された。

次に、ＥｒＢａＣｕＯ膜／Ｎｂ点接合の周波数応答性を調べた。その結果を図Ａ－６に示す。信号波（２５．６ＧＨｚ）電力P_sの増大（P_{s1}→P_{s6}）に伴って高次の定電圧ステップが観測される。Ｐｓ＝P_{s6}の場合、１７次までのステップが明らかに観測され、これは、電圧約０．９ｍＶに対応しており、周波数４３５ＧＨｚまで応答したことを示している。（注、これは周波数の上限を示すものではない。測定電圧領域を拡大すれば一層高次までのステップが観測される。）

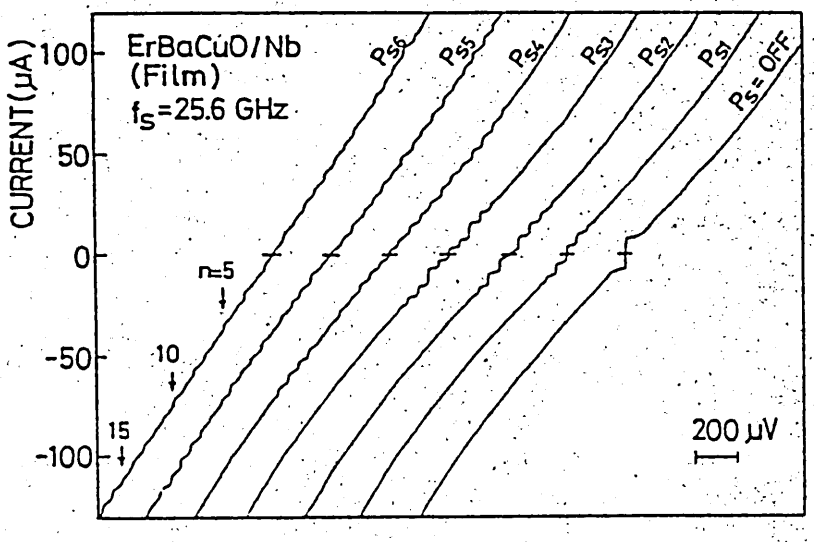
さらにＥｒＢａＣｕＯ膜／Ｎｂ点接合を用いて２５．５ＧＨｚ波のビデオ検波の動作特性の一例を図Ａ－７に示す。信号波電力P_{s1}、P_{s2}、P_{s3}に対する検出電圧Ｖｄの変化を示している。現時点では信号電力の較正が不十分であるため、定量的な評価はできないが、高温超伝導体を用いて電磁波検出器としての基本動作を確認することができた。



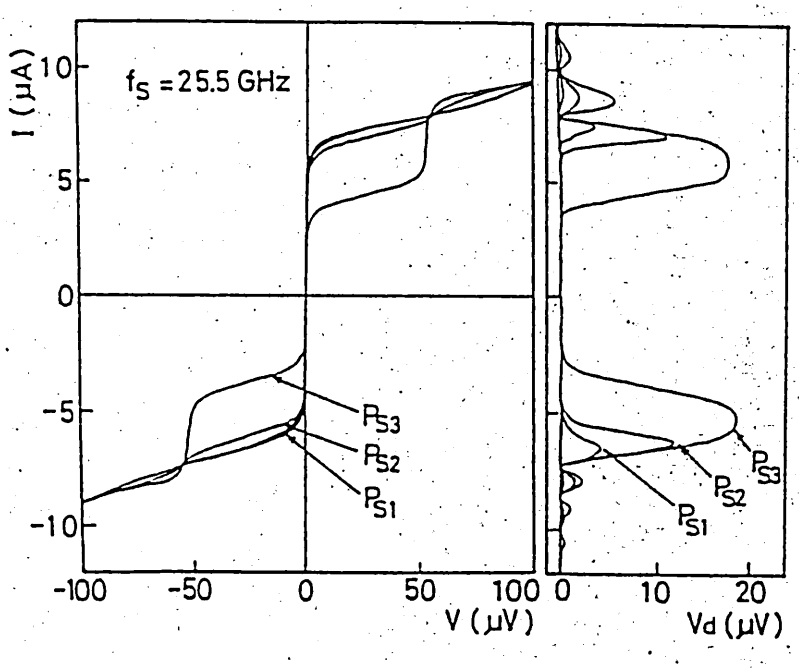
図Ａ－４　ＹＢａＣｕＯ膜／Ｎｂ点接合におけるＡＣジョセフソン効果



図Ａ－５　ＥｒＢａＣｕＯ膜／Ｎｂ点接合におけるＡＣジョセフソン効果



図Ａ－６　定電圧ステップの信号波電力依存性



図Ａ－７　高温超伝導体を用いた２５．５ＧＨｚ波のビデオ検波の動作例

A－6　まとめ

高温超伝導体ＹＢａＣｕＯにおけるＡＣジョセフソン効果の周波数依存性を調べ、対粒子動作を確認した。また、（Ｙ，Ｅｒ）ＢａＣｕＯ膜とＮｂ点接合においても定電圧ステップが明瞭に観測できた。さらに、高温超伝導体を用いて電磁波検出器としての基本動作を確認した。

今後は、高温超伝導体薄膜を用いたＳＩＳ素子の作製を行い、液体窒素温度以上での特性の検討を行う予定である。

最後に、試料の作製に御協力頂いた本学院生の斗内君、高橋君、吉迫君に謝意を表する。

文献

1) M.Tonouchi, Y.Fujiwara, S.Kita, T.Kobayashi, M.Takata and T.Yamashita: Jpn.J.Appl.Phys. 26 (1987)L519.

2) M.Tonouchi, T.Kobayashi, S.Kita, R.Ohshima and F.E.Fujita: Jpn.J.Appl.Phys. 26 (1987) L332.

3) S.Kita, H.Tanabe, T.Takahashi, M.Tonouchi, Y.Fujiwara and T.Kobayashi: to be published in Jpn.J.Appl.Phys.

4) T.Kobayashi, T.Takahashi, M.Tonouchi, Y.Fujiwara and S.Kita: submitted to Jpn.J.Appl.Phys.

5) M.Tonouchi, Y.Yoshizako, T.Takahashi, Y.Sakaguchi, S.Kita, Y.Fujiwara and T.Kobayashi : submitted to Jpn.J.Appl.Phys.

輻射科学研究会資料（ＲＳ８７－７）

波面に垂直な”波面法線光線”を用いた光学
—コーステイツク近傍の界分布の評価—

小見山　彰　　橋本　正弘

（大阪電気通信大学工学部）

昭和６２年７月１７日

（大阪大学工業会館）

波面に垂直な”波面法線光線”を用いた光学
ーコースティック近傍の界分布の評価ー

小見山　彰　　橋本　正弘

大阪電気通信大学工学部

1．まえがき

ハミルトンの原理に基づく光学では光線は、出発点と出発点における方向を与えることにより定まる。この光線の概念の中には波面の形状の情報は陽の形で含まれていないので波面を得ようとするならば、複数の光線上の等位相の点を結ぶという作業が必要になる。光の波動界の位相はアイコナールから、振幅は光線に垂直な断面における線分の長さの変化に関する幾何学的な考察から求められる。このようにして得られた光の波動界は光線の上でだけ意味を持つとともに、一般的にはコースティックで発散する。この困難を解決するためボボフは複素数の初期値を与えた光線方程式から作った複素界（ガウスビーム波の界）を用いてコースティック付近の界分布を計算する方法を提案している［1］。

著者のひとりはモーペルチュイの原理に基づく”波面法線光線”の概念［2］を提案した。この光学はハミルトン光学と異なり、そこでは波面法線光線はいかなる媒質中でも波面に垂直な法線ベクトルの軌跡として表され、光線軌跡と波面の形状が密接な関係を持っている。波面法線光線の光線方程式は光線と、波面の形状を陽の形で同時に扱う。又、この方程式の解より光の波動界を波面の形状を含めた形で得ることができる。そして、この界は光線の上だけでなく光線付近の領域においても成立する。ハミルトン光学における光の波動界に比べると、この界は波動にとって重要な波面の情報を簡単な形で表している。そのため、複雑な形状の散乱体の散乱問題や回折問題への応用等、従来の手法では解析的表現が非常に煩雑になるという理由で見捨てられていた工学上重要な問題を再び取り上げることが可能である。しかしながらこの界もコースティックで発散する。

本稿では波面法線光線の概念に基づいて構成された光の波動界からガウスビーム波の界を作り、このガウスビーム波の界を用いてコースティック付近の界分布を計算する方法について述べる。また、２次元反射鏡の解析を行い、この方法の妥当性について検討を行う。ボボフの方法もガウスビーム波の界を用いてコースティック付近の界分布を表現する点では同じである。しかしハミルトン光学に基づいて構成するボボフの方法では、光線方程式を少なくとも２回、初期条件を変えて解かなければならないため、解が解析的に求まる極くわずかな例を除いて、その計算にかなりの労力を費やさねばならない。これに対して本稿で提案する波面法線光線に基づく方法では光線方程式の解から直ちに必要なガウスビーム波の界を得ることができ

る。従って光線方程式の解が解析的に求まるか否かにかかわらず比較的容易に又簡潔に界を計算することができる。この点が両方法の大きな違いである。

2．波面法線光線と幾何光学界

光の波動の波面をSで表す。この波面Sに垂直な単位法線ベクトルを $\dot{i}_p$ とすると、異方性媒質 内 の屈折率nは位置ベクトルrと $\dot{i}_p$ に依存するため、nは両者の関数n（r，$\dot{i}_p$）として表される。波面方線光線は波面Sに垂直な方向、つまり $\dot{i}_p$ の方向に時間 Δt の間に $\Delta t \cdot \frac{c}{n}$ だけ進む。ここでベクトル $\mathbb{P}$ を

$$\mathbb{P} = \dot{i}_p \, n(\mathbb{r}, \dot{i}_p) \qquad (1)$$

と置く。波面法線光線*の光線方程式はモーベルチュイの原理から導びかれ、

$$\frac{d\mathbb{P}}{dt} = \frac{c}{N} \frac{\partial N}{\partial \mathbb{r}}$$
$$\frac{d\mathbb{r}}{dt} = \frac{c}{N^2} \mathbb{P} \qquad (2)$$

となる［2］。ここでCは光速、t は時間、N は $\dot{i}_p$ を位置ベクトル $\mathbb{r}$ の関数とみなした屈折率であり、

$$N = N(\mathbb{r}) \equiv n(\mathbb{r}, \dot{i}_p(\mathbb{r})) \qquad (3)$$

である。この光線方程式はこのままでは解くのが非常に難しい。ところが2次元問題の場合、式（2）は次のように書き直せる［2］。

$$\frac{d\mathbb{r}}{dt} = \frac{c}{n^2} \mathbb{P} \qquad (4)$$

$$\frac{d\mathbb{P}}{dt} = \frac{c}{n} \frac{\partial n}{\partial \mathbb{r}} + \frac{1}{R} \frac{c}{n} \frac{\partial n}{\partial \dot{i}_p} + \dot{i}_p \frac{c}{n^2} \frac{\partial n}{\partial \dot{i}_p} \cdot \left(\frac{\partial n}{\partial \mathbb{r}} + \frac{1}{R} \frac{\partial n}{\partial \dot{i}_p} \right) \qquad (5)$$

$$\frac{dR}{dt} = v_p + R^2 \frac{\partial^2 v_p}{\partial s^2} \qquad (6)$$

ここで $v_p = \frac{c}{n}$ 、R は波面の曲率半径、s は波面に沿った距離を表す（図1参照）。不均質等方性媒質を考えるならば光線方程式は次のようになる。

$$\frac{d\mathbb{r}}{dt} = \frac{c}{n^2} \mathbb{P} \qquad (4')$$

$$\frac{d\mathbb{P}}{dt} = \frac{c}{n} \frac{\partial n}{\partial \mathbb{r}} \qquad (5')$$

$$\frac{dR}{dt} = v_p + R^2 \frac{\partial^2 v_p}{\partial s^2} \qquad (6')$$

---

* 波面法線光線とは、波面 に垂直な法線ベクトルの軌跡として定義され、従来から”光線”と呼ばれるエネルギーの束もしくはビーム波の軌道と異なる。前者はモーベルチュイの原理、後者はハミルトンの原理に従う。両者の軌跡は一般に異なっている。

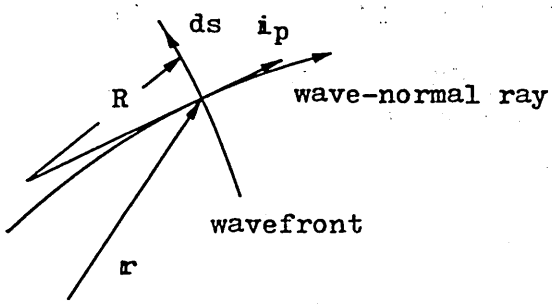


図1　波面と波面法線光線

この場合（4′）（5′）と（6′）は独立な方程式となっている。（4′）（5′）はハミルトン光学における光線の光線方程式と一致している**。従って不均質等方性媒質における波面法線光線の光線方程式は、従来から知られている光線方程式に波面の曲率半径の変化を表す（6′）式が付け加わった形に見かけ上なっている。

光線に沿った座標をη、ηに直交する座標をξとあらわすことにする。η軸の座標の原点は波面の曲率半径Rが零になる点に選ぶ。コースティックを除いたη軸の付近での光の波動界uは次式で与えられる。

$$u(\xi,\eta) = A_0 \left[\frac{R(\eta_0)}{R(\eta)}\right]^{\frac{1}{2}} e^{-jK\int_{\eta_0}^{\eta} n\,d\eta - jKn\frac{\xi^2}{2R(\eta)} - jK\Phi_0} \qquad (7)$$

A_0、Φ_0は光線の始点における光の波動の振幅、位相の初期値である。η_0は光線の始点のη座標である。本稿では（7）式によって表される光の波動界を”波面の曲率半径を考慮した幾何光学界”あるいは従来の幾何光学界と混同の恐れがない限り単に”幾何光学界”と呼ぶことにする。この幾何光学界は波面の曲率半径を含んでいて、波面の情報を簡単な形で表している。また（7）式は光線上だけでなく光線付近の領域における光の波動界を与える。

光の波動界が振動界から消滅界へ変化するその境がコースティックであり、界の振動領域の1点を通る光線は2本あるいは3本であり、コースティック上の1点を通る光線は1本だけとなる。これに対して消滅領域には光線は存在しない。このコースティック上の点において波面の曲率半径は零となり、波面法線光線から得られる幾何光学界は発散する。

3．コースティック近傍の界分布の評価

幾何光学界の表現式（7）は見かけ上波面の曲率半径が零となるコースティック上の点に置いた波源から放射された光の波動界の形となっている。（7）式の波面の曲率半径を光線の進行方向を表す座標に沿って複素空間へ解析接続することによりガウスビーム波の界の表現式を得ることができ

** 前頁脚注参照

る。つまりζ軸に沿って進むガウスビーム波の界は次式で与えられる。

$$u_g(\xi,\eta)=A_0\left[\frac{R(\eta_0)}{R(\eta+jK\omega_0^2)}\right]^{\frac{1}{2}}e^{-jK\int_{\eta_0}^{\eta}n\,d\eta-jKn\frac{\xi^2}{2R(\eta+jK\omega_0^2)}-jK\Phi_0} \qquad (8)$$

ω_0はガウスビーム波のスポットサイズである。コースティック付近の界分布をコースティックの近くを通るガウスビーム波の界を重ね合わせて表す。つまりコースティック付近の界uを

$$u=\sum W u_g(\xi,\eta) \qquad (9)$$

とあらわす。Wはガウスビーム波の振幅であり、スポットサイズω_0はすべてのガウスビーム波に同じ値を与える。

4．2次元反射鏡の解析

均質媒質（$n=1$とする）中において波面法線光線の光線方程式は次のように簡単化される。

$$\frac{d\mathbf{r}}{dt}=c\mathbf{P}\ ,\quad \frac{d\mathbf{P}}{dt}=0\ ,\quad \frac{dR}{dt}=c \qquad (10)$$

（10）式の解は次のようになる。

$$\mathbf{r}(t)=\mathbf{r}_0+\mathbf{P}_0ct\ ,\quad \mathbf{P}(t)=\mathbf{P}_0\ ,\quad R(t)=R_0+ct \qquad (11)$$

$\mathbf{r}_0,\mathbf{P}_0,R_0$は$t=0$における初期値である。この場合、光線は直線であり波面の曲率半径は時間に比例して変化する。曲率半径の初期値R_0が負ならば時刻$t=-R_0/c$で曲率半径は零になる。このようになる点の軌跡がコースティックである。この時反射波の幾何光学界uは次のようになる。

$$u(\xi,\eta)=A_0\left[\frac{R_0}{\eta}\right]^{\frac{1}{2}}e^{-jK\left(\eta+\frac{\xi^2}{2\eta}-R_0+\Phi_0\right)} \qquad (12)$$

これよりガウスビーム波の界u_gは次のようになる。

$$u_g(\xi,\eta)=A_0\left[\frac{R_0}{\eta+jK\omega_0^2}\right]^{\frac{1}{2}}e^{-jK\left(\eta+\frac{1}{2}\frac{\xi^2}{\eta+jK\omega_0^2}-R_0+\Phi_0\right)} \qquad (13)$$

このガウスビーム波の界を重ね合わせることによりコースティック近傍における反射波の界分布を表現する。

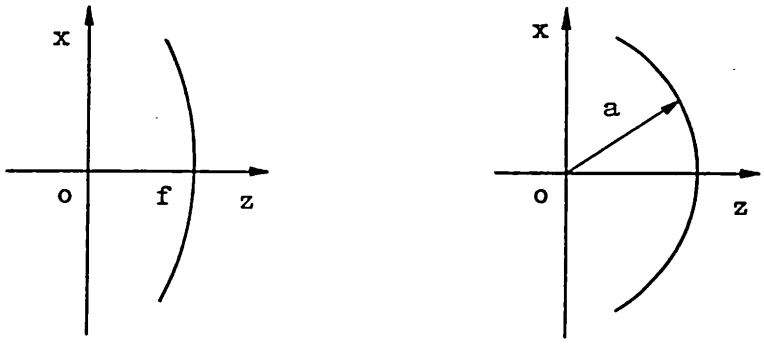
2次元反射鏡として放物筒と円筒を扱う。筒表面上の座標を(x',z')で表すならば、次の関係がある。

$$z'=f-\frac{x'^2}{4f} \qquad \text{放物筒} \qquad (14a)$$

$$z'=\sqrt{a^2-x'^2} \qquad \text{円　筒} \qquad (14b)$$

fは焦点距離、aは半径である（図2参照）。反射鏡へ平面波

$$u_i(x,z)=e^{-jK(x\sin\theta_0+z\cos\theta_0)} \qquad (15)$$



(a) parabolic cylinder　　(b) circular cylinder

図2　2次元反射鏡の構成

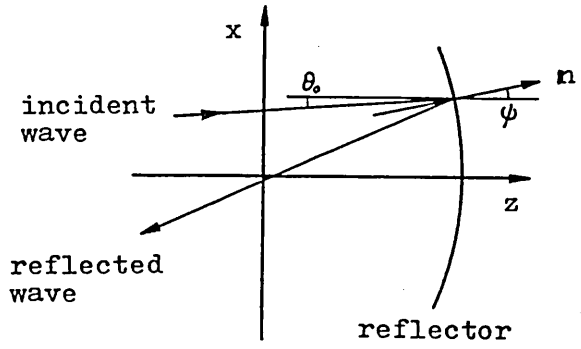


図3　入射波と反射波

が入射した場合を考える。放物筒あるいは円筒の法線ベクトルを$\vec{n}$で表し、$\vec{n}$がz軸となす角をψで表すならば$\vec{n}$とψの間には次の関係がある。

$$\vec{n} = \vec{e}_x \sin\psi + \vec{e}_y \cos\psi \qquad (16)$$

また　と筒上の点の座標　　の間には次の関係がある。

$$\tan\psi = \frac{x'}{2f} \qquad \text{放物筒} \qquad (17a)$$

$$\tan\psi = \frac{x'}{z'} \qquad \text{円　筒} \qquad (17b)$$

この時反射波の方向は

$$-\vec{e}_x \sin(2\psi-\theta_0) - \vec{e}_y \cos(2\psi-\theta_0) \qquad (18)$$

で与えられる（図3参照）。以上より（11）式の初期値は

$$\vec{r}_0 = (x', z') \quad , \quad \vec{p}_0 = (-\sin(2\psi-\theta_0), -\cos(2\psi-\theta_0)) \qquad (19)$$

で与えられる。波面の曲率半径の初期値は次式で与えられる（付録1．参照）。

$$R_0 = -f\,\frac{\cos(\psi-\theta_0)}{\cos^3\psi} \qquad \text{放物筒} \qquad (20a)$$

$$R_0 = -\frac{a}{2}\cos(\psi-\theta_0) \qquad \text{円　筒} \qquad (20b)$$

コースティックは $R=0$ より求められる。コースティックの座標は次式で与えられる。

$$x_c = f\,\frac{\cos(3\psi-\theta_0)\sin\theta_0}{\cos^3\psi}$$

$$z_c = -f\,\frac{\sin(3\psi-\theta_0)\sin\theta_0}{\cos^3\psi} \qquad \text{放物筒} \qquad (21a)$$

$$x_c = \frac{a}{4}[3\sin\psi - \sin(3\psi-2\theta_0)]$$

$$z_c = \frac{a}{4}[3\cos\psi - \cos(3\psi-2\theta_0)] \qquad \text{円　筒} \qquad (21b)$$

この結果は(t,x')から(x,z)への変換に関するヤコビアンから求めた結果と一致する［3］。平面波入射であるので振幅の初期値は$A_0=1$、位相の初期値は

$$\Phi_0 = x'\sin\theta_0 + z'\cos\theta_0$$

$$= f\,\frac{\cos(2\psi-\theta_0)}{\cos^2\psi} \qquad \text{放物筒} \qquad (22a)$$

$$= a\cos(\psi-\theta_0) \qquad \text{円　筒} \qquad (22b)$$

となる。以上より反射波の幾何光学界の表現式として次式を得る。

$$u(\xi,\eta) = \left[-f\,\frac{\cos(\psi-\theta_0)}{\cos^3\psi}\,\frac{1}{\eta}\right]^{\frac{1}{2}} e^{-jk\left[\eta + \frac{\xi^2}{2\eta} + f\frac{\cos(\psi-\theta_0)}{\cos^3\psi} + f\frac{\cos(2\psi-\theta_0)}{\cos^2\psi}\right]}$$

放物筒　(23a)

$$u(\xi,\eta) = \left[-\frac{a}{2}\,\frac{\cos(\psi-\theta_0)}{\eta}\right]^{\frac{1}{2}} e^{-jk\left[\eta + \frac{\xi^2}{2\eta} + \frac{3}{2}a\cos(\psi-\theta_0)\right]}$$

円　筒　(23b)

ガウスビーム波の界は次式で与えられる。

$$u_g(\xi,\eta) = \left[-f\,\frac{\cos(\psi-\theta_0)}{\cos^3\psi}\,\frac{1}{\eta+jk\omega_0^2}\right]^{\frac{1}{2}} e^{-jk\left[\eta + \frac{1}{2}\frac{\xi^2}{\eta+jk\omega_0^2} + f\frac{\cos(\psi-\theta_0)}{\cos^3\psi} + f\frac{\cos(2\psi-\theta_0)}{\cos^2\psi}\right]}$$

：放物筒　(24a)

$$u_g(\xi,\eta) = \left[-\frac{a}{2}\,\frac{\cos(\psi-\theta_0)}{\eta+jk\omega_0^2}\right]^{\frac{1}{2}} e^{-jk\left[\eta + \frac{1}{2}\frac{\xi^2}{\eta+jk\omega_0^2} + \frac{3}{2}a\cos(\psi-\theta_0)\right]}$$

：円　筒　(24b)

ガウスビーム波の振幅Wはスポットサイズがある程度大きければ、ビームの進行方向には無関係に

$$W = \sqrt{\frac{2K^2\omega_0^2}{\pi}} \tag{25}$$

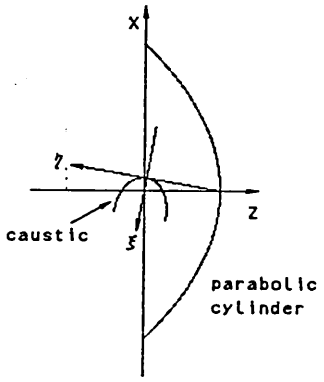
で与えられる（付録２．参照）。従ってコーステイツク近傍の反射波の界分布uは次式で表される。

$$u(x,z) = W\int_{-\gamma}^{\gamma} u_g(\xi,\eta)\,d\phi \tag{26}$$

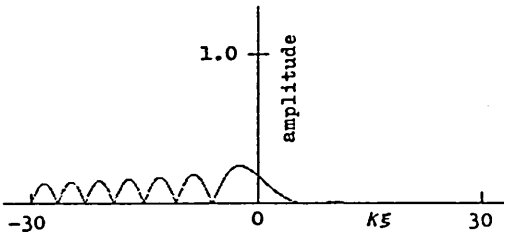
５．数値例

コーステイツク近傍における反射波の界分布の表現式（２６）にガウスビーム波のスポットサイズが与える影響を調べるため、先ずガウスビーム波のスポットサイズを変えて放物筒からの反射波の解析を行った。放物筒の焦点距離$Kf=100$、$\gamma=45^\circ$、平面波の入射角は$\theta_0=10^\circ$とした。図４（ａ）のξ軸上で反射波の振幅の計算を行い、その結果を図４（ｂ）から（ｆ）に示す。　振幅値は$\sqrt{2Kf/\pi}$で規格化して示してある。図４（ｇ）にはキルヒホッフの近似回折公式（以下、キルヒホッフの回折公式法と呼ぶ）を用いて計算した結果を示す。各図中の$\xi=0$はコーステイツクであり$\xi>0$は消滅域、$\xi<0$は振動域である。$K\omega_0$の値に拘らず振動界から消滅界へ変化するコーステイツクの特徴をよく表している。また消滅域における振幅変化の勾配に少し違いが見られるが、$(K\omega_0)^2>10$であればキルヒホッフの回折公式法で求めた結果と大体一致している。$K\omega_0$の値としてある程度大きな値を選ぶならば、表現式（２６）は$K\omega_0$にほとんど依存しない結果を与える。
$\theta_0=0^\circ$とするとxz-座標の原点は焦点となる。この場合のx軸上での反射波の振幅を$(K\omega_0)^2=100$として計算した結果を図５（ａ）に、キルヒホッフの回折公式法による結果を図５（ｂ）に示す。この両者はよく一致していて、ガウスビーム波の界の重ね合わせで焦点付近の反射波の界分布も求めることができることがわかる。焦点付近の反射波の等振幅線を図６に示す。ガウスビーム波の界の重ね合わせで求めた結果はキルヒホッフの回折公式法で求めた結果とよく一致している。

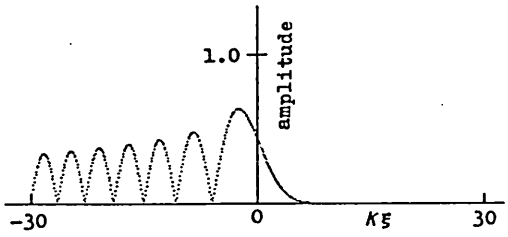
半径$Ka=100$、$\gamma=45^\circ$の円筒反射鏡に入射角$\theta_0=0^\circ$で平面波が入射した場合の反射波の解析を行った。図７（ａ）のξ軸上で反射波の振幅を計算し、その結果を図７（ｂ）に示す。図７（ｃ）はキルヒホッフの回折公式法による結果である。振幅は$\sqrt{Ka/\pi}$で規格化して示してある。$\theta_0=0^\circ$の場合$\xi\eta$-座標の原点はカスプとなる。カスプから離れた領域で違いが見られるが、カスプ近傍において両者はよく一致した結果を与えている。次に図８（ａ）のξ軸上での反射波の振幅を図８（ｂ），（ｃ）に示す。$\xi=0$はコーステイツクであり、$\xi<0$が消滅域である。消滅域で違いが見られるが他の領域ではよく一致している。$\theta_0=0^\circ$の場合のカスプ近傍における反射波の等振幅線を図９に示す。両方法による結果は細部で違いが見られるものの全



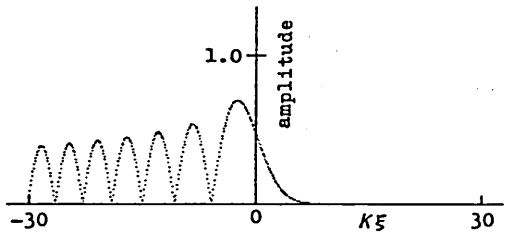
（a） 座標系



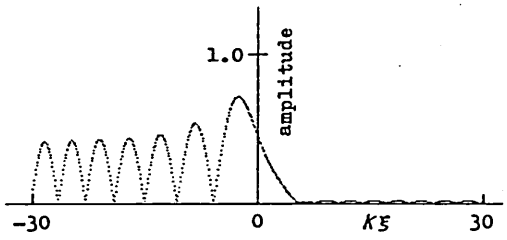
(b) $(kw_o)^2=1$



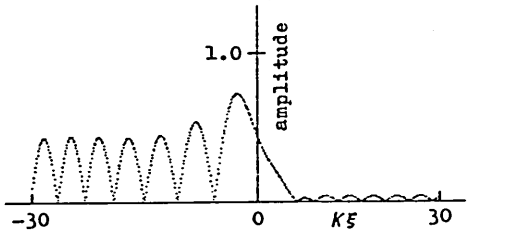
(c) $(kw_o)^2=10$



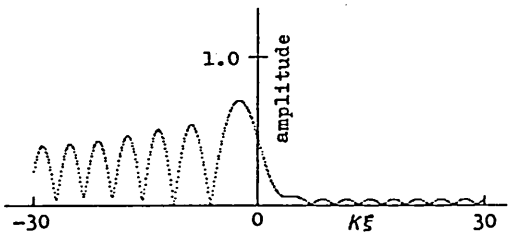
(d) $(kw_o)^2=100$



(e) $(kw_o)^2=1000$

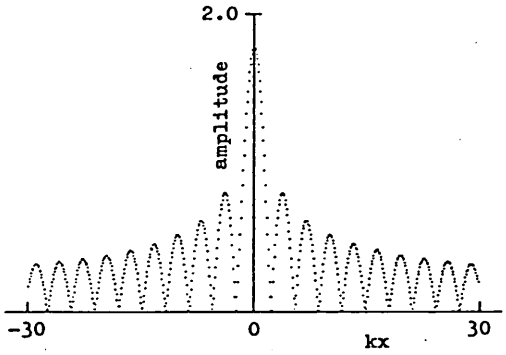


(f) $(kw_o)^2=10000$

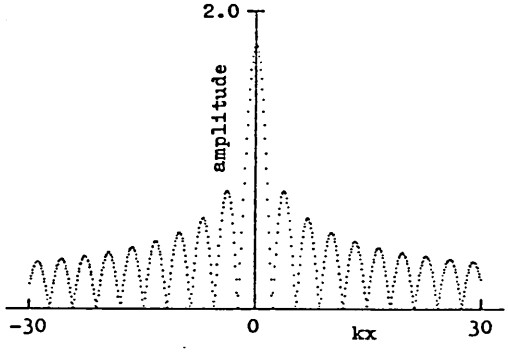


（g） キルヒホッフの回折公式法

図4 コースティック近傍の界分布 ―放物筒―

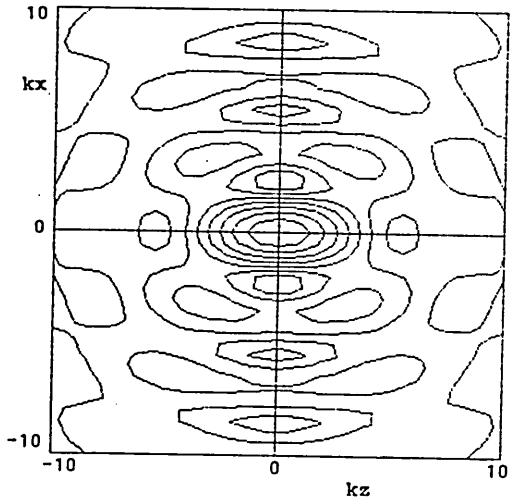


(a) $(kw_o)^2=100$

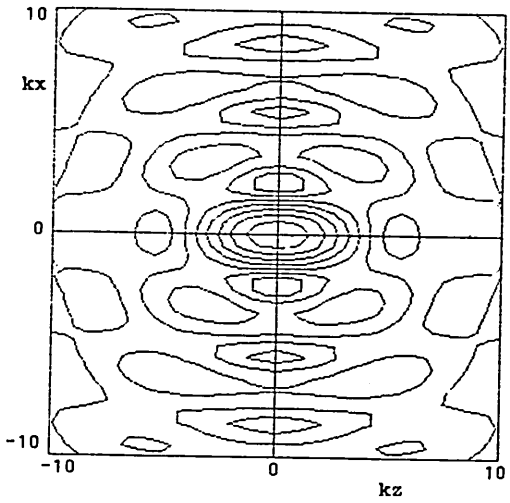


（b） キルヒホッフの回折公式法

図5 焦点近傍の界分布 ―放物筒―



(a) $(kw_o)^2=100$



(b) キルヒホッフの回折公式法

図6 焦点近傍の等振幅線 ―放物筒―

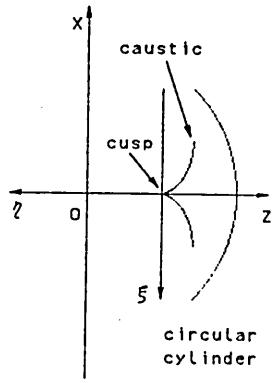


図7 カスプ近傍の界分布 ―円 筒―

(a) 座標系

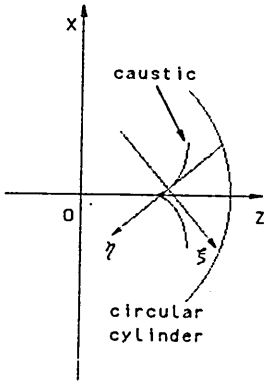
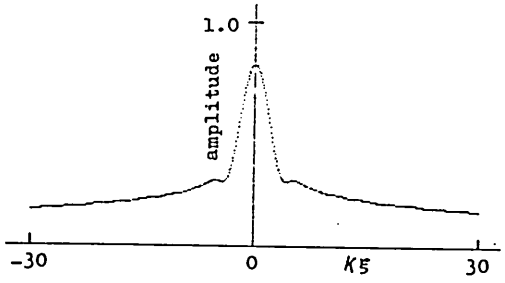
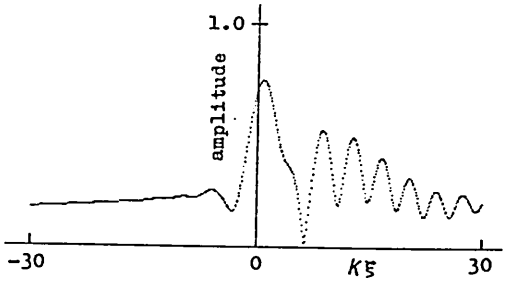


図8 コースティック近傍の界分布 ―円 筒―

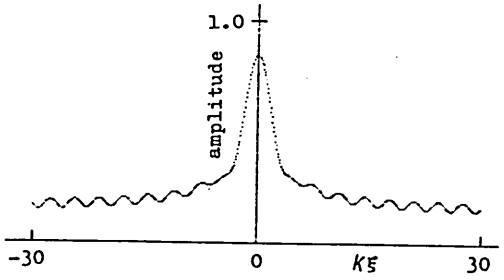
(a) 座標系



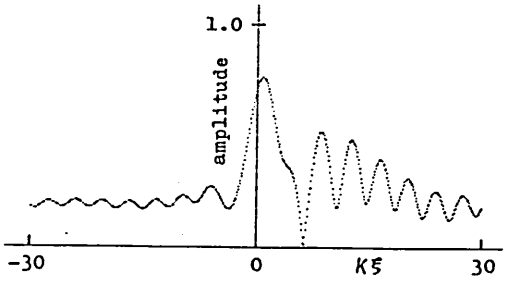
(b) $(kw_o)^2=100$



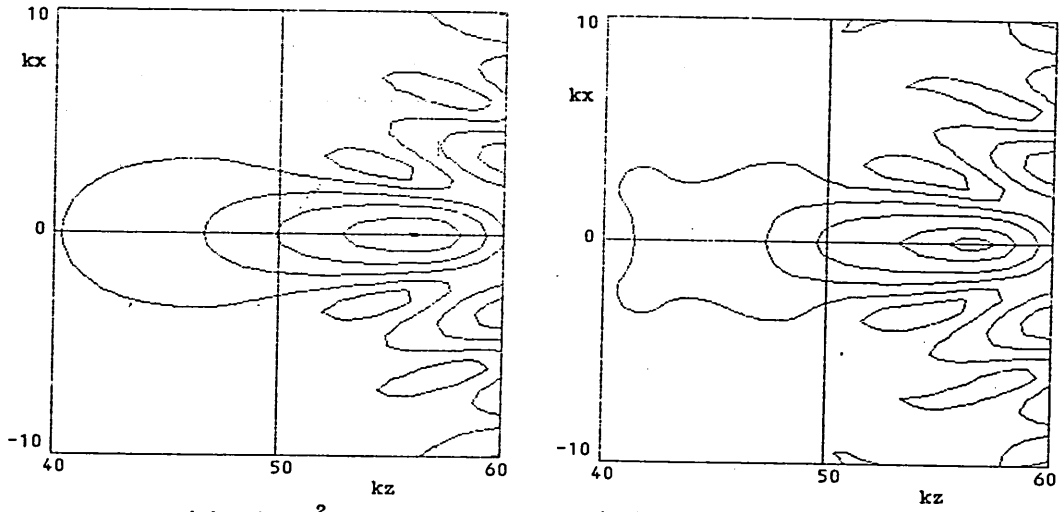
(b) $(kw_o)^2=100$



(c) キルヒホッフの回折公式法



(c) キルヒホッフの回折公式法



(a) $(kw_0)^2=100$　　(b) キルヒホッフの回折公式法

図9　カスプ近傍の等振幅線　—円　筒—

体的にはよく一致している。カスプ点と振幅最大になる点が一致しないことは既に知られているが、本稿で得られた結果もそれを示している。また振幅最大となる点は両方法でほぼ一致している。

6．まとめ

波面法線光線の概念に基づいて構成された幾何光学界は観測点の位置ベクトル$\mathbf{r}$と波面の曲率半径Rを陽に含む形で表されているため、ハミルトン光学における幾何光学界に比べると波動にとって重要な波面の情報をより簡単な形で表している。しかしそのような界もコースティックで発散する。本稿では波面法線光線の概念に基づいて構成された幾何光学界からガウスビーム波の界を作り、このガウスビーム波の界を用いることによりコースティック付近の界分布を比較的容易に計算できることを示した。またキルヒホッフの回折公式法で計算した結果と比較することによりこの計算法の妥当性を示した。

参考文献

[1] M.M.Popov:"A new method of computation of wave fields using gaussian beams",Wave Motion,4,pp.85-97(1982).

なお、消滅界をガウスビーム波の界の和として表す方法として

P.G.Mantica,I.Montrosset,R.Tascone,and R.Zich:"Source-field representation in terms of Gaussian beams",J.Opt.Soc.Am.A,Vol.3 No.4,pp.497-507(1986).

がある。この方法では既知の遠方界あるいは近傍界から数値的にガウスビーム波の界を決定している。これに対して本稿の方法では幾何光学的な考察からガウスビーム波の界を決定でき、より簡潔である。この点が大きな違いである。

［2］橋本正弘：”導波光学における波動の諸原理について”，電気学会電磁界理論研資料、ＥＭＴ－８６－６５，PP.57-66(1986).又は橋本正弘：”導波光学における波動の諸原理について”，電子情報通信学会論文誌Ｃ（掲載予定）。
［3］本郷、吉宇：”二次元反射鏡の受信波の解析”，電気学会電磁界理論研資料、ＥＭＴ－８６－７６，PP.33-42(1986).

付録１．波面の曲率半径

完全導体による平面波の反射を考える。平面波の入射角をθ_i、入射点における導体面の曲率半径をR_s（凹面の場合$R_s<0$とする）。この時反射波の波面の曲率半径Rは幾何学的考察より次式で与えられる。

$$R = \frac{R_s}{2}\cos\theta_i \qquad (A.1)$$

付録２．ガウスビーム波の振幅の決定

コースティック付近での界分布は次式で表されている。

$$u(x,z) = \int_{-\gamma}^{\gamma} W(\psi)\, u_g(\xi,\eta)\, d\psi \qquad (A.2)$$

ガウスビーム波の界u_gをフーリエ積分で表すことにより次式を得る。

$$u(x,z) = \frac{e^{-j\frac{\pi}{4}}}{\sqrt{2\pi K}} \int_{-\gamma}^{\gamma} W(\psi) R_0^{\frac{1}{2}} e^{-jK(\Phi_0 - R_0)} d\psi \int_{-\infty}^{\infty} e^{-\frac{\omega_0^2\alpha^2}{2} - j\alpha\xi - j\sqrt{K^2-\alpha^2}\,\eta}\, d\alpha \qquad (A.3)$$

積分の順序を変え、近軸近似を行い、停留位相法を用いることにより次の結果を得る。

$$u = \sqrt{\frac{\pi}{2K^2\omega_0^2\eta}}\, W(\psi_s) \left[R_0|_{\psi=\psi_s}\right]^{\frac{1}{2}} e^{-jK(\eta + \Phi_0 - R_0)} \qquad (A.4)$$

ψ_sは停留点を表す。この結果を波面の曲率半径を含まない幾何光学界と比較することにより、ガウスビーム波の振幅Wとして

$$W = \sqrt{\frac{2K^2\omega_0^2}{\pi}} \qquad (A.5)$$

を得る。

輻射科学研究会資料
ＲＳ８７－８

イオン交換ガラス光導波路の拡散イオン濃度分布

堤　喜代司　　水島　哲也
平井　宏　　弓場　芳治

京都工芸繊維大学工芸学部電子工学科

昭和６２年９月１２日

イオン交換ガラス光導波路の拡散イオン濃度分布

堤　喜代司　　水島　哲也
平井　宏　　弓場　芳治

京都工芸繊維大学工芸学部電子工学科

1．まえがき

光導波路は光集積回路を構成する上での基本要素である。イオン交換や不純物拡散などの拡散による方法は良質の光導波路を作成するのに有用である。ガラスのイオン交換は、熱を加えてガラス基板中の金属イオンを他の金属イオンに置換え高屈折率部を形成するものであり、低損失なガラス導波路(1),(2)の比較的容易な作成法であるだけでなく、平板マイクロレンズ(3)の作成にも用いられている。導波路の光波伝搬特性や平板マイクロレンズの集束特性を知るには、イオン交換による屈折率増加の分布形状を知らねばならない。そのためには、拡散イオンの濃度分布を知る必要がある。拡散イオンの濃度と屈折率の関係をあらかじめ求めておけば、濃度分布より屈折率分布を求めることができる(4)。また、近似的には、クラウジウス・モッソティ

の関係式より、屈折率増加の分布は濃度分布に比例するとしてもよい。さらに、濃度分布を知ることは、イオンの拡散の過程を理解する上で助けとなる。

拡散理論[5],[6]によれば、イオン交換の度合すなわち形成される濃度分布は拡散係数の値により左右される。平板マイクロレンズの集束特性を明らかにするため、屈折率分布（干渉顕微鏡により測定）が濃度分布に比例するものとして、屈折率分布よりイオンの拡散係数が求められた[7]。その結果、拡散係数は濃度によって大きく変化し、拡散係数は濃度の指数関数で表されることが示された。また、Ag^+イオン交換ガラス導波路について、逆WKB法による屈折率分布より拡散係数が算出され、拡散係数が濃度の指数関数では表せないことが報告された[8]。拡散係数が濃度によってどのように変化するか（拡散係数の濃度依存性）を明らかにすることは、濃度分布の形状を議論する上で有用と考えられる。

そこで、本論文では、まず、拡散理論に基いて、濃度分布及び拡散係数の濃度依存性を論じる。次に、角度研磨した試料を用いて、K^+イオン交換ガラス導波路の深さ方向のカリウムイオン濃度分布をX線マイクロアナライザ（EPMA）により測定し、その濃度分布

の形状について考察を行う。

2．拡散イオンの濃度分布と拡散係数

K^+イオンやAg^+イオンなどの1価の金属イオンを含む中性塩を加熱融解し、ガラス基板表面をその溶融塩に接触させると、ガラス内部のNa^+イオンが溶融塩中の金属イオンに置換され、表面付近の屈折率が増加する。イオン交換を行うため、溶融中性塩中に基板を浸したり、中性塩を含むペーストを基板に塗布することが行われている。電界を印加せずに熱のみによってイオン交換を行う場合、イオンの拡散過程は次の拡散方程式によって表される[5],[6]。

$$\frac{\partial c(x,\ t)}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial x}\left[D(c)\frac{\partial c(x,\ t)}{\partial x}\right] \qquad (1)$$

ここで、$c(x,\ t)$は拡散イオンの濃度、xはガラス表面からの深さ、tは時間である。また、$D(c)$は相互拡散係数[9],[10]であり、イオン交換に関与するイオンの濃度と自己拡散係数によって決まる。これより、濃度分布は相互拡散係数$D(c)$（以後、拡散

係数とよぶ）および初期条件あるいは境界条件によって決まることがわかる。次の条件

$$c = 0 \qquad (x > 0, \quad t = 0) \qquad \text{（初期条件）}$$

$$c = c_0 \qquad (x = 0, \quad t > 0) \qquad \text{（境界条件）}$$

あるいは、

$$c = c_1 \qquad (x > 0, \quad t = 0) \qquad \text{（初期条件）}$$

$$c = c_2 \qquad (x < 0, \quad t = 0) \qquad \text{（初期条件）}$$

が成り立つと、ボルツマン変換[5],[6]

$$\eta = x / 2\sqrt{t} \qquad (2)$$

により、式（1）は

$$-2\eta \frac{dc(\eta)}{d\eta} = \frac{d}{d\eta}\left[D(c)\frac{dc(\eta)}{d\eta}\right] \qquad (3)$$

と変形される。このとき、初期条件および境界条件は、

$$c = 0 \qquad (\eta = \infty)$$

$$c = c_0 \qquad (\eta = 0)$$

あるいは、

$$c = c_1 \qquad (\eta = -\infty)$$

$$c = c_2 \qquad (\eta = \infty)$$

と表される。

この場合、濃度分布を$\eta = x / 2\sqrt{\tau}$（τはイオン交換が行われる時間）に対して表すと、濃度分布c（η）は交換時間τによって変化することのないものとなる。つまり、交換時間τ_2の場合の濃度分布は、交換時間τ_1の場合の濃度分布をx軸方向に$(\tau_2 / \tau_1)^{1/2}$倍したものに他ならない。

また、拡散係数は交換温度に依存し、一般にexp（$-E/RT$）に比例する[8]、[9]。ここでEは活性化エネルギー、Rは気体定数、Tは絶対温度である。従って、交換温度T_2の場合の拡散係数は、交換温度T_1の場合の$\exp[-E/R\cdot(1/T_2 - 1/T_1)]$倍になる。よって、交換温度$T_2$の場合の濃度分布は交換温度$T_1$の場合の濃度分布を深さ方向に$[\exp[-E/R\cdot(1/T_2 - 1/T_1)]]^{1/2}$倍したものとなる。

式（3）より、ボルツマン・マタノ法[5]、[6]によれば、交換時間τに対して、拡散係数D（c）は、

$$D(c) = -\frac{1}{2\tau}\frac{dx}{dc}\int_0^c x\,dc \qquad (4)$$

あるいは、

$$D(c) = -\frac{1}{2\tau}\,\frac{1}{\left(\frac{dc}{dx}\right)}\left[x\,c + \int_{x}^{\infty} c\,dx\right] \qquad (5)$$

と表される。式（４）より、濃度分布が深さ方向に拡大縮小され、例えばｘ方向にａ倍されると、拡散係数はa^2倍され、log D のグラフは形は同じままで、上下に移動することになる。

３．拡散係数の濃度依存性

濃度分布は拡散係数の値によって決まるので、拡散係数Ｄ（ｃ）により濃度分布を特徴づけることができると考えられる。よく知られているように、拡散係数Ｄ（ｃ）が濃度ｃに対して一定であれば補誤差関数で表される濃度分布となる[5]。拡散係数が濃度によって変化すると、補誤差関数形と異なる濃度分布となる。そこで、ここでは、拡散係数Ｄ（ｃ）の濃度についての変化と濃度分布の形状について考察する。

拡散係数Ｄ（ｃ）は対数表示されることが多い。log Ｄ（ｃ）の濃度ｃに関する１次の導関数と２次の導関数は次式で表される。

$$\frac{d \log D}{dc} = \frac{1}{\log_e 10}\left[-\left(\frac{dc}{dx}\right)^{-2}\frac{d^2c}{dx^2} + \frac{x}{\int_0^c x\,dc}\right] \quad (6)$$

$$\frac{d^2 \log D}{dc^2} = \frac{1}{\log_e 10}\left[2\left(\frac{dc}{dx}\right)^{-4}\left(\frac{d^2c}{dx^2}\right)^2 - \left(\frac{dc}{dx}\right)^{-3}\frac{d^3c}{dx^3} - \frac{x^2}{\left(\int_0^c x\,dc\right)^2} + \left(\frac{dc}{dx}\right)^{-1}\frac{1}{\int_0^c x\,dc}\right] \quad (7)$$

イオン交換の際に電界を印加しなければ、通常$dc/dx \leqq 0$である。まず、log D（c）が増加関数か減少関数かについて考える。濃度分布が上に凸（$d^2c/dx^2 < 0$）あるいは直線状（$d^2c/dx^2 = 0$）の場合、log Dはcについて増加関数となる。濃度分布が下に凸（$d^2c/dx^2 > 0$）であれば、$d^2c/dx^2 > x(dc/dx)^2/\int x\,dc$の場合のみ減少関数である。

次に、log D（c）が上に凸か下に凸かについて考

える。d^3c/dx^3の項が十分小さく無視しうるものとすると、$2(d^2c/dx^2)^2 > (dc/dx)^4 \left|1-x^2/(\int x\,dc)^2+(dc/dx)^{-1}/\int x\,dc\right|$の場合、log Dは下に凸であり、逆の場合、上に凸である。下に凸の形状は表面濃度付近で生じやすく、上に凸の形状は濃度が低いところで生じやすいと考えられる。

濃度分布が直線の場合を図1に示す。d^2c/dx^2、d^3c/dx^3ともに0なので、式（6）、（7）より上に凸の増加関数となり、表面付近ではほぼ一定値となることがわかる。

濃度分布が2次関数の場合を図2に示す。濃度分布が上に凸なので、log Dはcに対して増加関数である。また、表面濃度付近では下に凸、濃度が0に近いところでは上に凸であり、上で述べた傾向が現れている。

濃度分布がガウス関数の場合を図3に示す。濃度分布が上に凸の部分では、log D は増加関数である。濃度が0に近い部分、すなわち濃度分布が下に凸となる部分ではゆるやかな増加関数となっている。また、表面濃度付近では下に凸となるが、濃度が0に近い部分ではほぼ直線的となっている。

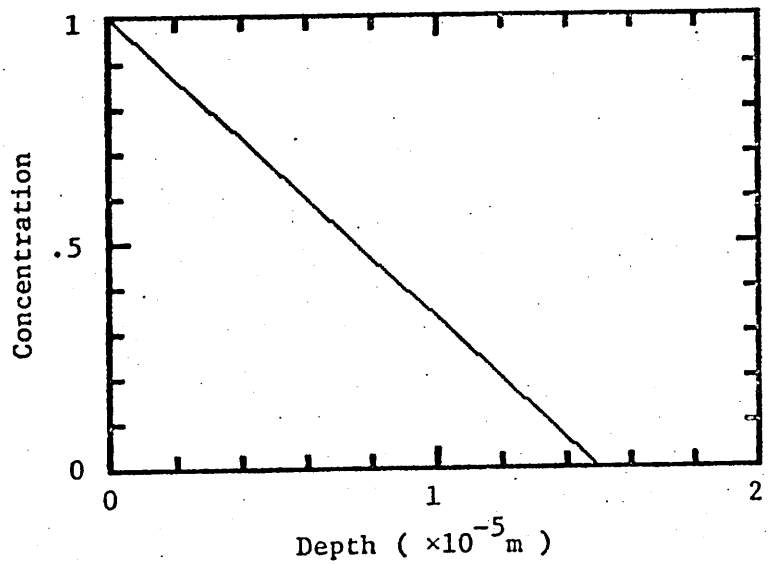
濃度分布が指数関数の場合を図4に示す。濃度分布

が下に凸で、d^2c/dx^2に比べて$(dc/dx)^2$が小さいので、式（６）、（７）とも第１項が他の項よりも大きくなり、log Dはcに対して下に凸の減少関数となる。

濃度分布がフェルミ関数で表され、ステップ分布に近い場合を図５に示す。表面濃度付近では下に凸の急激な増加関数となり、それ以外では非常に小さな値でゆるやかに増加する。フェルミ関数をよりステップ分布に近付けると（定数kの値を小さくすると）拡散係数は表面でより大きな値となり、それ以外ではより小さくなる。

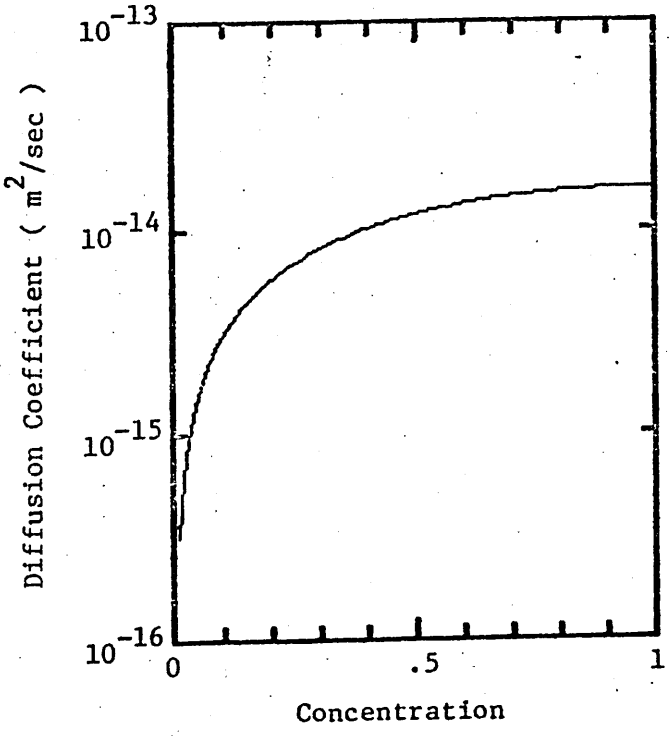
以上より、濃度分布が深さ方向に単調減少であってもその形状によって、拡散係数の濃度依存性はかなり異なることがわかる。

なお、濃度分布が直線分布、２次分布、ガウス分布、指数分布の場合で係数が変化すると、濃度分布が深さ方向に拡大縮小される。この場合は２．より、拡散係数はlog Dのグラフにおいて形は同じままで上下に移動するだけとなる。



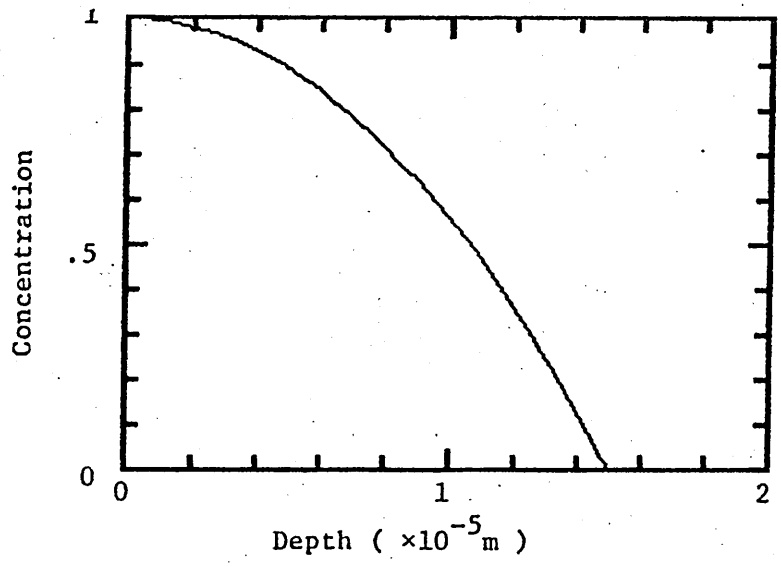
（a） 濃度分布

$c(x) = 1 - k\,x$　　$k=1/15\times10^{6}$ (m^{-1})
$\tau=60$ (min)



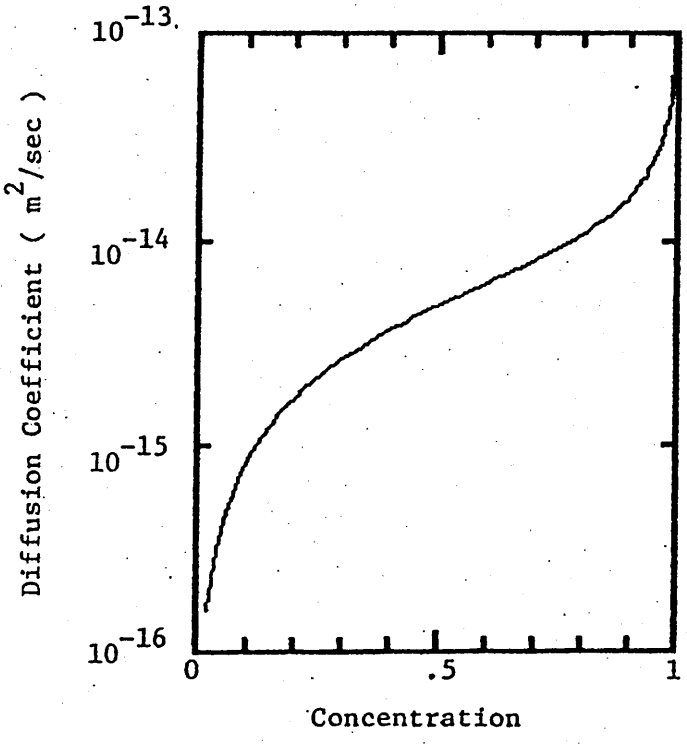
（b） 拡散係数

図1　直線状の濃度分布に対する拡散係数の濃度依存性



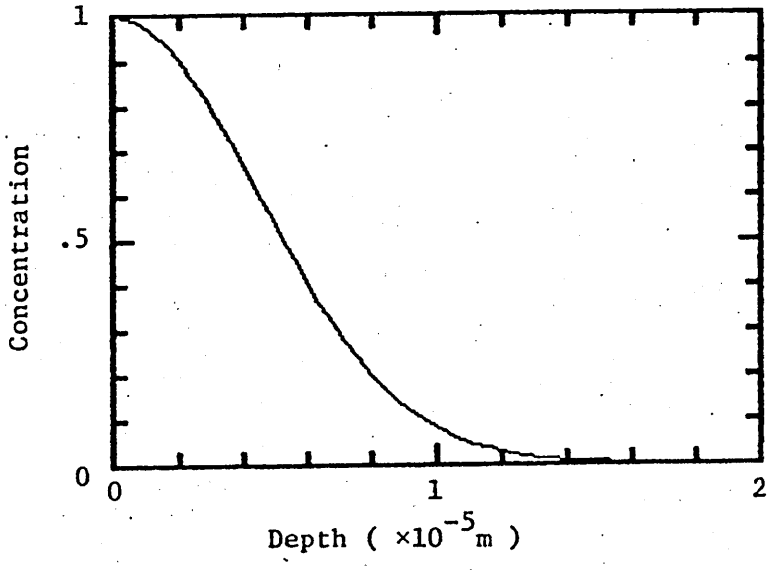
（a） 濃度分布

$c(x) = 1 - k\,x^2$　　$k=1/15^2\times10^{12}$ (m^{-2})
$\tau=120$ (min)



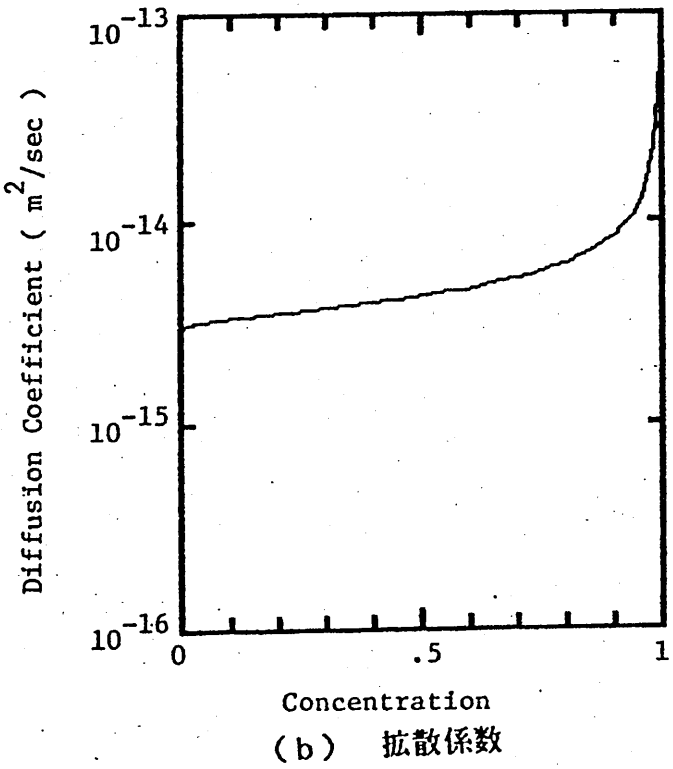
（b） 拡散係数

図２　２次関数形の濃度分布に対する拡散係数の濃度依存性



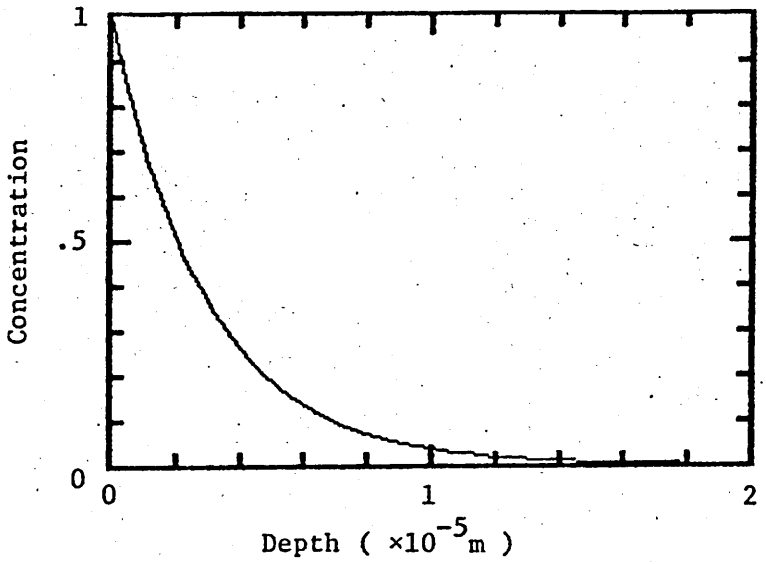
（a） 濃度分布

$c(x) = \exp (- k x^2)$　　$k=1/40\times10^{12}$ (m^{-2})
$\tau=60$ (min)



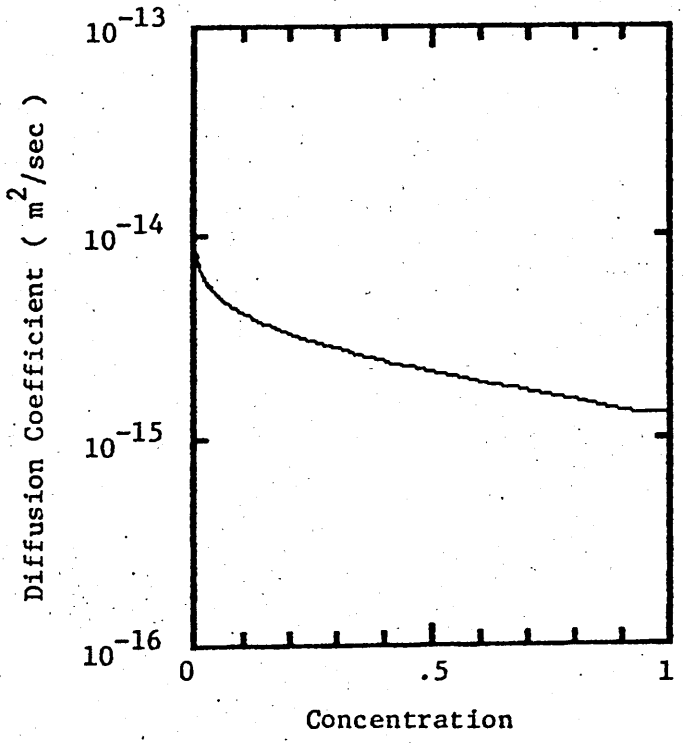
（b） 拡散係数

図３　ガウス形の濃度分布に対する拡散係数の濃度依存性



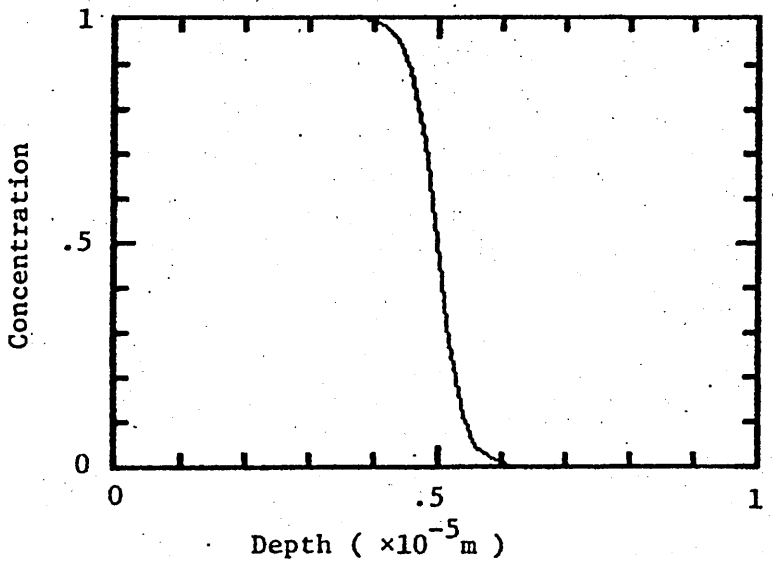
（a） 濃度分布

$c(x) = \exp(-kx)$　　$k=1/3\times10^{6}$ (m^{-1})
$\tau=60$ (min)



（b） 拡散係数

図4　指数関数形の濃度分布に対する拡散係数の濃度依存性

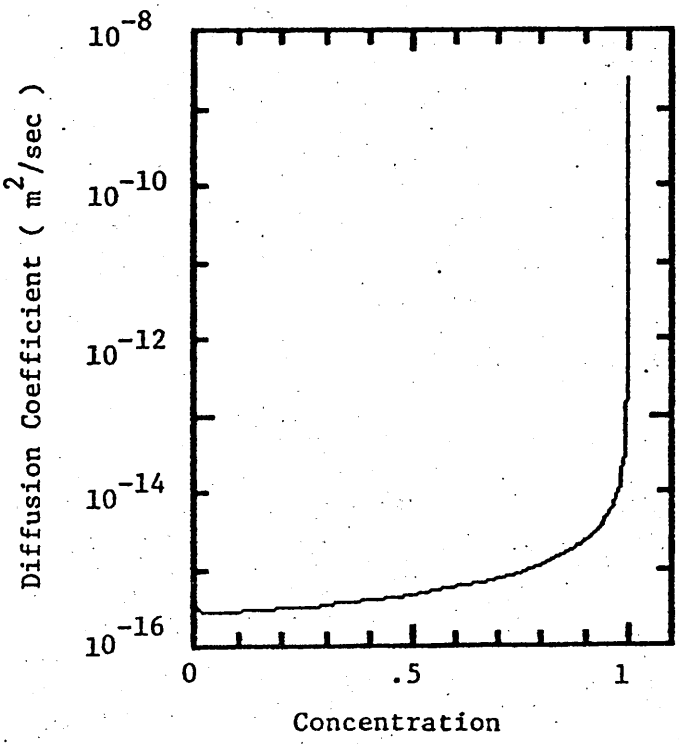


（a） 濃度分布

$u=5\times10^{-6}$ (m)

$c(x) = 1 / \{ 1 + \exp((x - u) / k) \}$ $k=.2\times10^{-6}$ (m)

τ=60 (min)



（b） 拡散係数

図５　ステップ形に近いフェルミ分布形の濃度分布に対する拡散係数の濃度依存性

4．拡散イオン濃度分布の測定と評価

4．1　濃度分布の測定

ソーダ石灰ガラス（松浪硝子製顕微鏡スライド）をK^+イオン交換し、その深さ方向でのカリウムイオン濃度分布をX線マイクロアナライザ（EPMA：島津EMX－SM）により測定した。イオン交換は、440℃の硝酸カリウム溶融塩中に、ガラス基板を浸漬することにより行った。交換時間は30分、60分、90分、120分、240分、480分とした。これらの試料の導波モード数（スラブ導波路）は、波長0．633μmで2～7個である。

EPMA測定（加速電圧10kV、試料電流0．025μA）にあたって、ガラスの表面を傾斜角度0．35°～0．61°でラッピングし、その研磨面を成分分析した。電子ビームの照射により特性X線が発生する領域、すなわち分析領域はある有限の大きさをもつ。断面をそのまま測定する[11]場合に比べ、試料を角度研磨[12]することにより、深さ方向の濃度分布とりわけ表面付近の分布をより高い分解能で測定できると考えられる。ガラスのエッジの測定より、面内方向の分析領域の大きさを求めたところ、直径約6μmで

あった。角度研磨を行ったので、試料の本来の深さ方向としては０．０３６～０．０６４μｍとなり、十分な分解能が期待できる。また、本測定での試料移動速度（０．３６ｍｍ／ｍｉｎ）および記録紙移動速度でガラスのエッジを測定したところ、記録紙上で十分シャープなエッジが得られた。加速電圧が小さい程、分析領域は深さ方向に小さくなるが、Ｘ線パルスの計数値も少なくなり、統計的変動やバックグラウンドの影響が大きくなる。そこで、加速電圧は１０ｋＶに設定した。

表面でのカリウムイオンの相対濃度（K^+濃度／（K^+濃度＋Na^+濃度））を求めると、８５％から９５％の範囲で、交換時間とともに増加する傾向を示した。相対濃度は、カリウムとナトリウムが一対一で交換されるものとして、Ｘ線パルス計数値を補正して求めた。交換時間によって表面での濃度が異なるが、以下では表面での濃度を１、基板の濃度を０に規格化した濃度を用いるものとする。

ＥＰＭＡ測定の結果の一例（交換時間３０分）を図６に示す。ＥＰＭＡ測定データに基き、カリウムイオン濃度分布をスプライン補間により求めた。０．０９ｍｍ（深さで０．５４～０．９６μｍ）ごとの測定

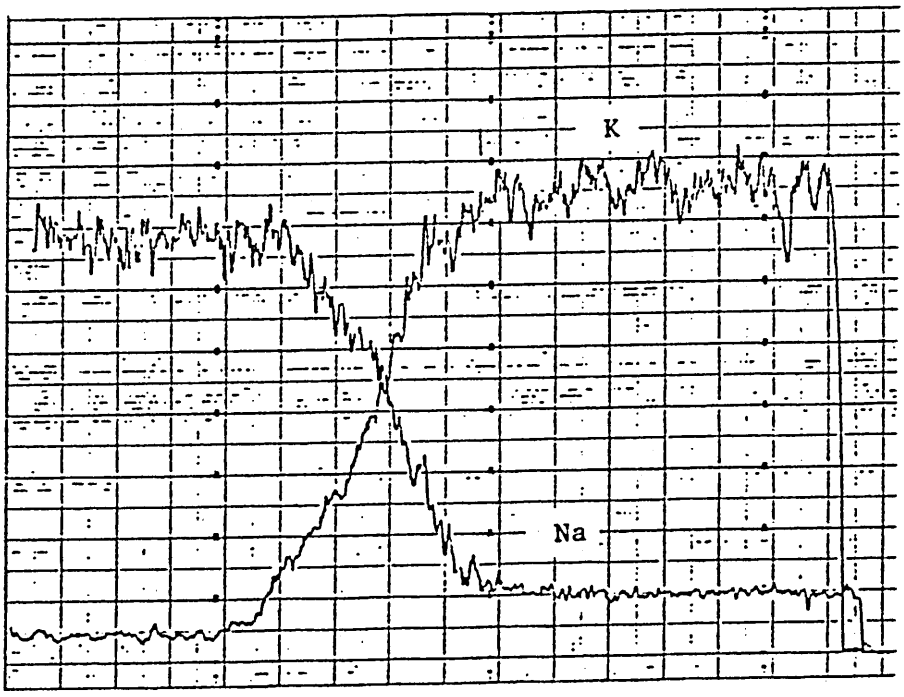


図6　EPMA測定によるカリウムとナトリウムの濃度分布
（交換時間３０分）

点を、３次のスプライン関数[13]を用いて補間（自然スプライン）した。すなわち、濃度分布を$x_1 \sim x_M$（$x_1 = 0$、$x_1 < x_2 < \cdots < x_i < x_{i+1} < \cdots < x_{M-1} < x_M$）のM点で補間したとすると、各区間での濃度分布は次式の多項式で近似できる。

$$c(x) = \sum_{n=0}^{k} c_n^i x^n \qquad x_i < x < x_{i+1} \quad (k = 3) \qquad (8)$$

各測定点の値としては、X線パルス計数値の統計的変動を平滑化したものをとった。

カリウムイオン濃度分布を、交換時間をパラメータとして表示したものを図7に示す。濃度分布はいずれもガウス分布に近い形状であり、また、時間の経過とともにカリウムイオンがより深くガラス中に侵入していくことがわかる。次に、規格化された深さ$\eta = X / 2\sqrt{\tau}$に対する濃度分布c（η）を求めると交換時間によらずほぼ一致することがわかった。このことを示す一端として、濃度が表面濃度の1／eになる深さを交換時間の平方根に対してプロットしたものを図8に示す。これより、カリウムイオンの侵入深さが交換時

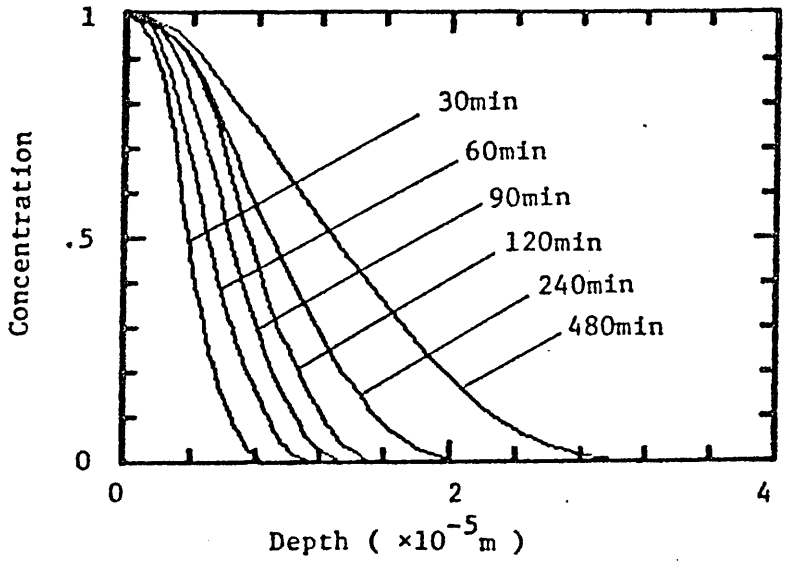


図7　カリウム濃度分布

間の平方根に比例することがわかる。各交換時間における濃度分布c（η）を平均したものを図9に示す。図中の縦線は濃度値の偏差を示す。

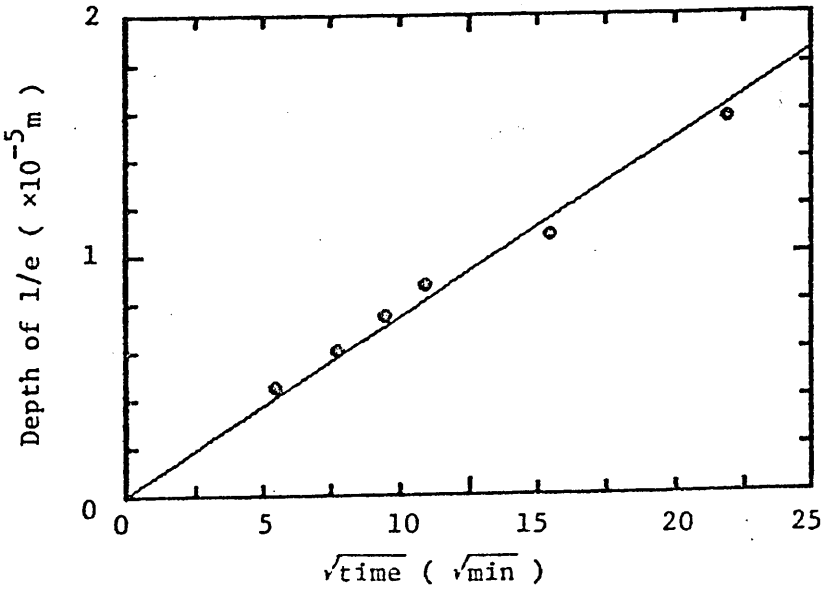


図8　カリウム濃度が1／eになる深さ

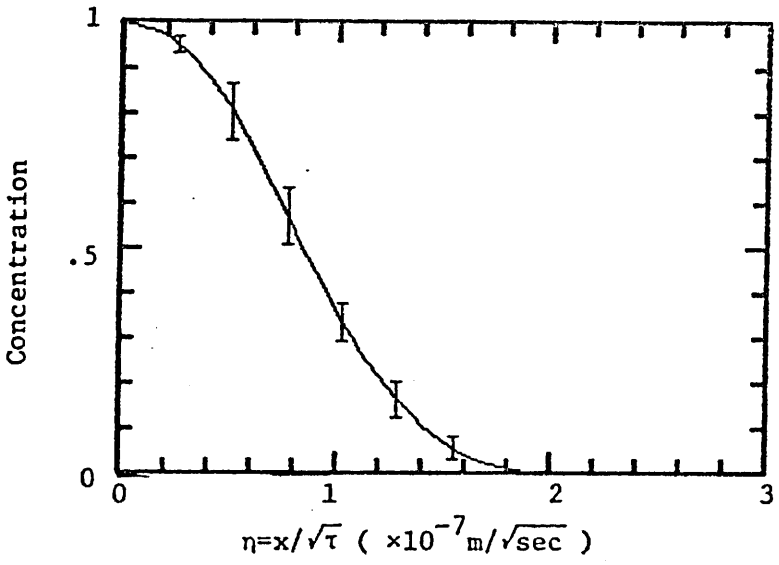


図９　規格化した深さに対する平均濃度分布

４．２　濃度分布と屈折率分布

クラウジウス・モッソティの関係式が成り立てば、屈折率の増加分は濃度の増加分に比例する。そこで、交換時間１２０分の場合について、逆ＷＫＢ法[14]により求めた屈折率増加の分布Δｎ（η）（波長０．６３３μｍ）と、ＥＰＭＡ測定より求めた濃度分布を図１０に示す。ここで、横軸は規格化された深さη＝ｘ／２√τであり、屈折率分布Δｎ（η）は、表面での屈折率増加を１に規格化して示されている。また、導波モード（４個）の転回点を黒丸で示す。逆ＷＫＢ法による屈折率分布に比べ、ＥＰＭＡ測定による濃度分布の方が同じηの値に対して若干大きな値をとり、

また、表面での勾配が小さく、ふくらみが大きくなっている。しかし、濃度あるいは屈折率増加が0になる深さはほとんど一致しており、両者はほぼ同一の傾向と考えられる。

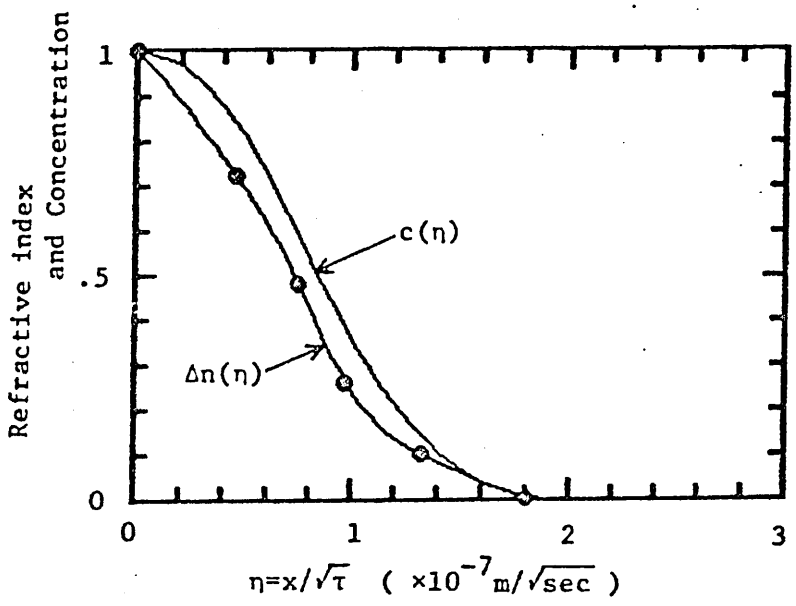


図１０　逆ＷＫＢ法による屈折率分布と
ＥＰＭＡ測定による濃度分布

4．3　拡散係数の濃度依存の特徴

濃度分布をスプライン関数の多項式で近似すると、式（5）より拡散係数D（c）は

$$D(c(x)) = -\frac{1}{2\tau}\frac{1}{\sum_{n=1}^{k} n c_n^i x^{n-1}} \cdot \left[\sum_{p=i+1}^{M-1} A_p + \sum_{n=0}^{k} \frac{c_n^p}{n+1} x_{i+1}^{n+1} + \sum_{n=0}^{K} \frac{c_n^p}{n+1} n x^{n+1}\right] \quad (9)$$

$$A_p = \sum_{n=0}^{k} \frac{c_n^p}{n+1}\left(x_{p+1}^{n+1} - x_p^{n+1}\right)$$

$$x_i < x < x_{i+1} \quad (k=3)$$

と表せる。ここで、x_nは濃度が0になる深さである。スプライン補間による濃度分布より、式（9）を用いて拡散係数を求めた。これより、拡散係数は交換時間によってほとんど変化することがなく、ほぼ同一の濃度依存性をもつことがわかった。図9の平均濃度分布に対する拡散係数の濃度依存性を図11に示す。

拡散係数の濃度依存の形状は次のようである。logDは、濃度が0に近い部分（0～0．2）では、上に凸の増加関数であり、濃度がそれより高くなると（0．

２～０．８）、Ｄ（ｃ）はゆるやかに増加する。さらに、表面濃度近く（濃度０．８以上）では、下に凸の増加関数である。

ガウス分布の場合（図３（ｂ））にかなり近い形状ではあるが、図１１では、濃度が高い部分で、より低い濃度から増加傾向を示す。また、図１１は、濃度が低い部分では上に凸の増加関数であり、濃度が０に近づくに伴い拡散係数も０に近づくなどの点でガウス分布と異なる。

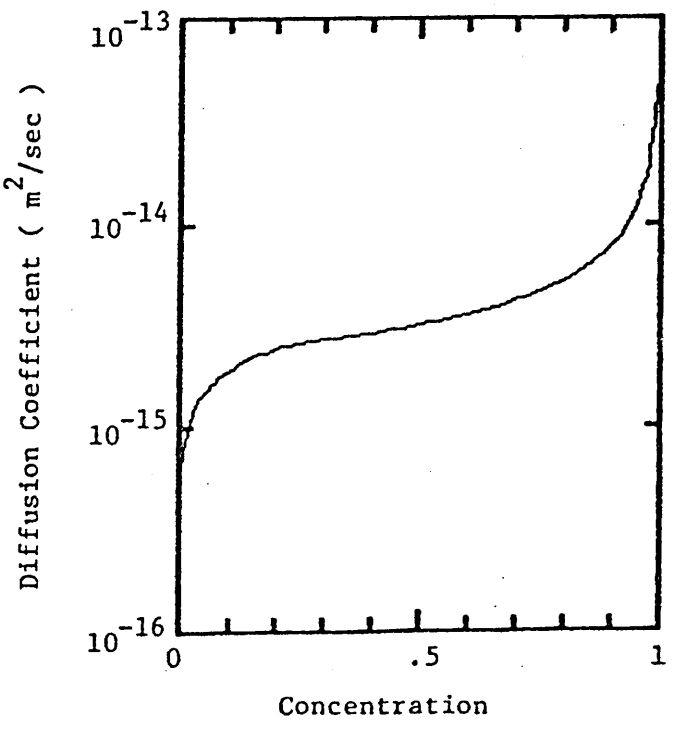


図１１　平均濃度分布に対する拡散係数の濃度依存性

これらの点に関しては、２次関数分布（図２（ｂ））にやや近いといえる。濃度分布でいえば、ガウス分布（図３（ａ））に比べ、図７は、濃度が高い部分では、ふくらみがあり濃度分布の勾配が小さく、濃度が低いところでは、より浅い深さで濃度が０に近づくということである。これより、濃度分布は、ガウス分布にかなり近いが、２次関数分布にも近いことがわかった。

５．むすび

イオン交換における拡散係数の濃度依存性（濃度に対する変化の度合）に着目して、形成された拡散イオン濃度分布の形状について考察を行った。まず、拡散理論に基いて、拡散イオン濃度分布の交換時間及び交換温度に対する依存性を明らかにし、いくつかの関数形の濃度分布について、拡散係数の濃度依存性を求めた。次に、カリウムイオンの熱拡散により作成したソーダ石灰ガラス導波路の表面を角度研磨し、深さ方向のカリウムイオン濃度分布をＸ線マイクロアナライザ（ＥＰＭＡ）により測定して、以下のことを明らかにした。カリウムイオンの侵入深さは交換時間の平方根$\sqrt{\tau}$に比例し、規格化された深さ$\eta = x / 2\sqrt{\tau}$（xは深さ）で表された濃度分布ｃ（η）は交換時間によ

ってほとんど変化することがなくほぼ同一であることがわかった。対数表示された拡散係数log D（c）は、濃度が0に近い所では上に凸の増加関数となり、中程度の濃度ではゆるやかに増加し、表面濃度に近い所では下に凸の増加関数であった。これより、濃度分布はガウス分布にかなり近いが、2次関数分布にも近いことがわかった。また、濃度分布は逆WKB法による屈折率分布の形状とほぼ一致した。

以上の結果を用いれば、イオン交換導波路を作成する際、実験パラメータ（交換時間、交換温度）の値をどう設定すればどの様な濃度分布が形成されるかが分かる。これより、光導波路としての導波特性（導波モード数、導波モードの実効屈折率）を推定できると考えられる。また、拡散係数の濃度依存性は、濃度分布の形状のちがいを評価する際に有用と考えられる。試料の角度研磨は、試料準備の手間を必要とするが、濃度分布を、とりわけ表面付近での濃度分布を正確に測定する上で、欠かせないものと考えられる。パターン化されたマスクを用いて三次元導波路を作成すると、深さ方向の拡散だけでなく、マスクの下への横方向拡散が生じる。作成された三次元導波路の特性を評価する上で、横方向での拡散イオン濃度分布を明らかにす

る必要がある。

文献

(1) T.G.Giallorenzi, E.J.West, R.Kirk, R. Ginther, and R.A.Andrews: "Optical waveguides formed by thermal migration of ions in glass", Appl.Opt, 12, 6, pp.1240-1245 (June 1973).

(2) G.L.Yip and J.Albert: "Characterization of planar optical waveguides by K^+-ion exchange in glass", Opt.Lett., 10, 3, pp.151-153 (May 1985).

(3) M.Oikawa and K.Iga: "Distribution-index planer microlens", Appl.Opt., 21, 6, pp.1052-1056 (March 1982).

(4) M.Minakata, S.Saito, and M.Shibata: "Precise determination of refractive-index changes in Ti-diffusion $LiNbO_3$ optical waveguides", J.Appl.Phy, 49, 9, pp.4677-4682 (July 1977).

(5) J.Crank: "The mathematics of diffusion", Chap.4, Clarendon Press, Oxford (1975).

（６）シュウモン（笛木，北澤訳）：”固体内の拡散”，コロナ社　（１９７２）．

（７）千葉，三沢，伊賀，及川：”平板マイクロレンズにおける屈折率分布形成素過程”，信学論（Ｃ），Ｊ６７－Ｃ，１２，ｐｐ．９８５－９９０　（昭５９－１２）．

（８）沢，小野，都築，漁島：”銀イオン拡散型ガラス光導波路の屈折率分布の推定法”，信学論（Ｃ），Ｊ６９－Ｃ，６，ｐｐ．７８９－７９２　（昭６１－６）．

（９）R.H.Doremus: "Glass science", Chap.9, John Wiley & Sons, New York (1973).

（１０）太田博紀：”ガラスにおけるイオン交換の基礎理論とその応用”，セラミックス，１２，４，ｐｐ．２９７－３０５　（１９７７）．

（１１）沢，小野，漁島：”電界印加熱拡散法によるカリウム拡散形ガラス光導波路の試作とその屈折率分布形成過程”，信学論（Ｃ），Ｊ７０－Ｃ，７，ｐｐ．１０３１－１０３７　（昭６２－７）．

（１２）G.Griffiths and P.J.Khan: "Analysis of planar optical waveguide fabrication by

ion exchange in glass", IEEE J.Quantum Electron., QE-17, 4, pp.529-535 (April 1981)

（１３）市田，吉本：”スプライン関数とその応用”，ｐｐ．４３－５９，教育出版　（昭５４）．

（１４）J.M.White and P.F.Heidrich: "Optical waveguide refractive index profiles determined from measurement of mode indices: a simple analysis", Appl.Opt., 15,1, pp.151-155 (Jan. 1976)

輻射科学研究会資料
RS87-9

Whispering Gallery Mode—平面波変換アンテナに関する考察

橋本正則　和田修己　中島将光
Masanori Hashimoto　Osami Wada　Masamitu Nakajima

京都大学工学部電子工学科
Dept. of Electronics, Faculty of Engineering, Kyoto University

1987年9月12日（土）

1.まえがき

現在行われている核融合プラズマ加熱の方法の一つにＥＣＲＨ（ Electron Cyclotron Resonance Heating ）がある。これは電磁波加熱の一つであるが、電磁波加熱は他の加熱法（ＮＢＩ）に比べ装置が簡単で取扱が容易であること、プラズマ密度が増加しないことなどいくつかの利点がある。とくにＥＣＲＨは周波数が高い（約140GHz）ため、電子以外は反応せずプラズマの閉じ込めに悪影響を及ぼしにくく、局所的な加熱も可能であるなど非常に優れた加熱法である。現在、ジャイロトロンの発振モードには円形ＴＥ0nモードが用いられ、伝送系として円形のオーバーサイズ導波管が用いられている。しかし、今後高周波数化、大電力化が進むとキャビティの半径は大きくなり、ＴＥonモードでは発振管であるジャイロトロンの動作モードと他のモードとの分離が悪くなる、つまりモードの競合が大きくなり安定した発振が望めない。そこで今後は、強い電界が管壁付近にしか存在しない whispering-gallery-mode へと移行すると考えられる。このモードはかなりオーバーサイズのキャビティを用いても他のモードとの競合が少なく安定に発振し得るので大電力、高周波の発振に適している。

しかし、whispering-gallery-mode を少ない損失で伝送することは従来の導波管による方法では難しく、筆者らは将来的にはビームによるミラー伝送を考えている。そのためには、まず第一にwhispering-gallery-modeを直線偏波である平面波に変換することが必要になる。また、たとえ伝送系にビームを用いなくてもプラズマに照射して加熱する際に適しているのは直線偏波であるから、そのための偏波変換アンテナが必要になる。ＴＥonモードに対する偏波変換アンテナはこれまでにも提案され実際に使用されている。[1] whispering-gallery-mode に対する偏波変換アンテナは、基本的なものはVlasovによってかなり以前から提案されているが、whis-pering-gallery-mode についてと同様にアンテナについても詳しい解析は見あたらない。[2][3] そこで本報告では、whispering-gallery-mode についての解析を

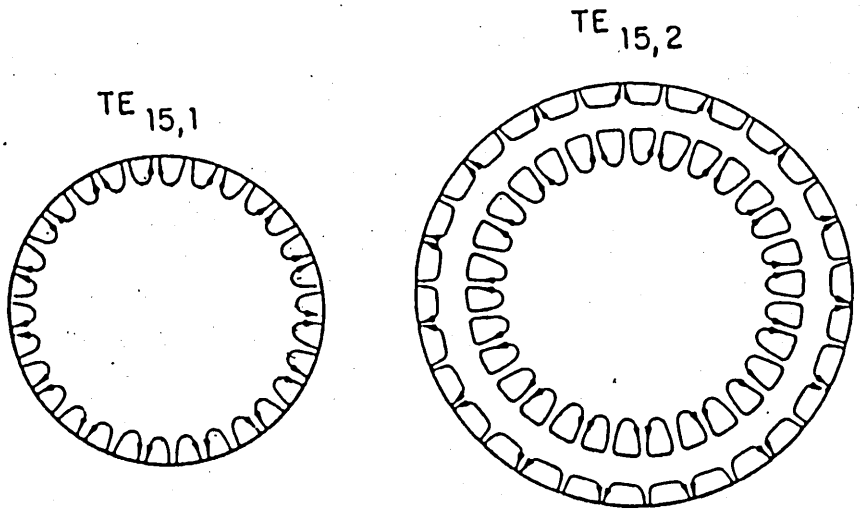


図１　whispering-gallery-modeの導波管断面内での電界の姿態

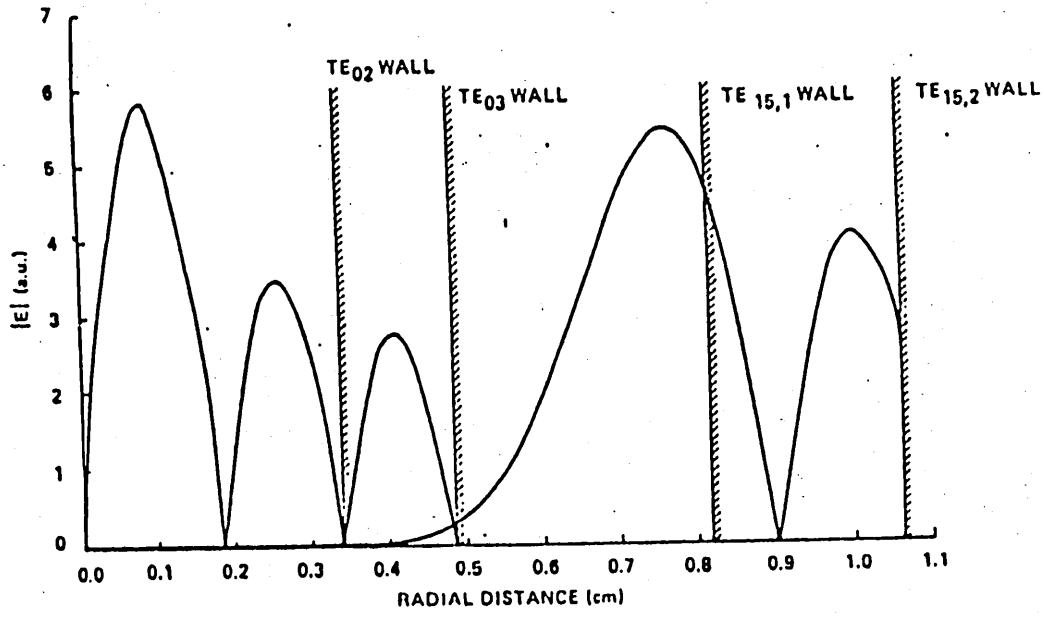


図２　ＴＥonモードとwhispering-gallery-modeの半径方向
の電界分布とキャビティ半径の比較

行うと共に、平面波変換アンテナについて準幾何光学的考察を行う。

2. Whispering-gallery-mode[2][3]

whispering-gallery-modeは、円周方向に位相が回転する円形ＴＥmnモードの一つであり、特に次のような条件を満たすものを指す。

$$1-\left(\frac{m}{\chi'_{mn}}\right)^2 \ll 1 \qquad (1)$$

ここで、mは円周方向のモード指数、χ'_{mn}はJ'm(x)=0の第ｎ番目の根である。(1)式の条件を満たすためには半径方向のモード指数ｎは1、2でｍ≫ｎでなければならない（例：ＴＥ61、ＴＥ15、2等）。この時その電磁界は管壁付近に集中し中心付近では殆ど無電界となる。図1に導波管断面内での電気力線の様子を、図2に同一周波数におけるＴＥonモードとwhispering-gallery-modeの半径方向の電界分布とキャビティ半径の比較を示す。

Vlasovによれば、whispering-gallery-modeは図３に示す様に管壁に沿って螺旋状に進むray（素平面波）の集まりであると考えられる。また、導波管軸に垂直な断面にrayの軌跡を射影すると、rayは円周方向に反射を繰り返している。また各反射点ではrayは管壁の接線と角度θ_wをなしている。ここにθ_wは次の式によって決まる角度である。

$$\theta_w = \cos^{-1}\left(\frac{m}{\chi'_{mn}}\right) \qquad (2)$$

ここで、rayとはいわゆる一様無限平面波ではなく、一点に強度が集中している局所的な平面波のことを意味している。尚、本文において単に平面波と記せば一様無限平面波を意味しているものとする。

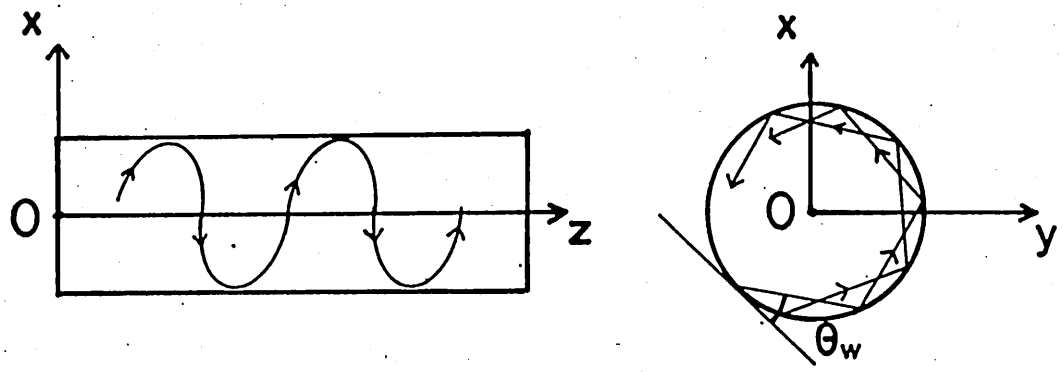


図３　whispering-gallery-modeのモデル化

3．Whispering-gallery-modeの電磁界　—平面波による展開

whispering-gallery-modeは円形ＴＥmnモードの一つであるが、その電磁界の詳しい表現式はまだ与えられていない。そこであらゆる方向へと進む（一様無限）平面波の合成によってwhispering-gallery-modeの電磁界の表現式を導出する。この様な、平面波によるモードの表現はＴＥonモードに対しては既に行われている。[4]

今、図4の様にｚ軸を含み、ｘ軸と角度ϕをなす平面内でｚ軸に対して角度θ_Bの方向に進む平面波を考える。ここで、、θ_Bはモードと導波管寸法によって決まる角度で、ビーム角と呼ばれＴＥmnモードの場合、導波管半径をａとすれば次のような式で表される。

$$\theta_B = \sin^{-1}\left(\frac{k_c}{k}\right) \tag{3}$$

$$k = \omega\sqrt{\varepsilon\mu}\quad,\quad k_c = \frac{\chi_{mn}}{a} \tag{4}$$

ＴＥmnモードはｚ軸方向に電界を持たないので、平面波の電磁界を図4の様に電界がｚ軸成分を持たないように決めても支障はない。この時、平面波の電界は振幅をＡとして次のように表される。

$$E_t(\tilde{\Phi},r) = A e^{-j\vec{k}(\tilde{\Phi})\cdot r} \tag{5}$$

ここで、$\vec{k}(\tilde{\Phi})$は波数ベクトルであり、その各成分は、

$$\vec{k}(\tilde{\Phi}) = (k_c\cos\tilde{\Phi},\ k_c\sin\tilde{\Phi},\ \beta) \tag{6}$$

$$\beta = \sqrt{k^2 - k_c^2} \tag{7}$$

である。次に、各平面波の位相関係を考えてみる。軸対称モードであるＴＥonモードの場合は、ｚ軸上で同相であると考えられるが[4]、非軸対称モードであるwhispering-gallery-mode（ＴＥmnモード）の場合はｚ軸上で位相が異なる。この時、進行方向が管壁を一周すれば平面波の位相は$2m\pi$変わるとする（後の計算で分かる様にｍは周方向のモード指数となる）。すると、その間直線的に位相が変化するとす

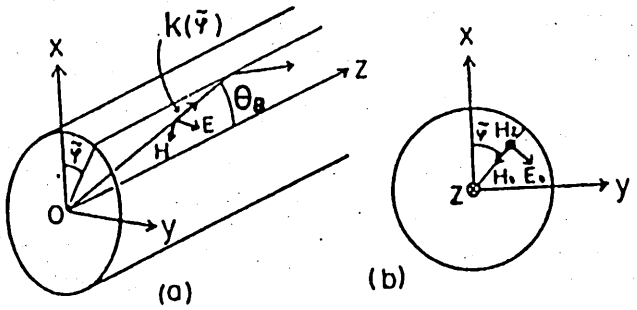


図４　whispering-gallery-modeの平面波による展開

れば$\tilde{\varphi}=\varphi_0$の方向に進む平面波は、$\tilde{\varphi}=0$の方向に進む平面波に対して原点（z軸上）においては、

$$m\tilde{\varphi}_0 \tag{8}$$

の位相差を持つと考えられる。

以上の位相関係を考慮して、図5に示す様に平面波の電磁界をz軸方向成分とそれに垂直な横成分（添字tで表す）とに分解すると、位置ベクトルが$r=(x,y,z)$の点における電磁界成分は次のように表される。

$$E_t(\tilde{\Phi},r) = Ae^{-j\boldsymbol{k}\cdot\boldsymbol{r}}e^{\pm jm\tilde{\Phi}} = Ae^{-jk_c(x\cos\tilde{\Phi}+y\sin\tilde{\Phi})}e^{-j\beta z}e^{\pm jm\tilde{\Phi}} \tag{9-a}$$

$$E_z(\tilde{\Phi},r) = 0 \tag{9-b}$$

$$H_t(\tilde{\Phi},r) = A\eta e^{-j\boldsymbol{k}\cdot\boldsymbol{r}}\cos\theta_B e^{\pm jm\tilde{\Phi}} = A\frac{\beta}{\omega\mu}e^{-j\boldsymbol{k}\cdot\boldsymbol{r}}e^{\pm jm\tilde{\Phi}} \tag{9-c}$$

$$H_z(\tilde{\Phi},r) = A\eta e^{-j\boldsymbol{k}\cdot\boldsymbol{r}}\sin\theta_B e^{\pm jm\tilde{\Phi}} = A\frac{k_c}{\omega\mu}e^{-j\boldsymbol{k}\cdot\boldsymbol{r}}e^{\pm jm\tilde{\Phi}} \tag{9-d}$$

ここで、

$$\boldsymbol{k}\cdot\boldsymbol{r} = k_c x\cos\tilde{\Phi} + k_c y\sin\tilde{\Phi} + \beta z \tag{9-e}$$

である。上式中、$e^{\pm jm\tilde{\Phi}}$の符号について、'+'はφの負の方向、'−'はφの正の方向に回転する場合を表している。次に、上記の各平面波を$\tilde{\varphi}$が0から2πまで合成する。まず、負の方向に回転する場合のHzについては、

$$\begin{aligned}
H_z &= \int_0^{2\pi} H_z(\tilde{\Phi},r)\,d\tilde{\Phi} \\
&= \int_0^{2\pi} A\frac{k_c}{\omega\mu}e^{-jk_c(x\cos\tilde{\Phi}+y\sin\tilde{\Phi})}e^{-j\beta z}e^{jm\tilde{\Phi}}\,d\tilde{\Phi} \\
&= A\frac{k_c}{\omega\mu}e^{-j\beta z}\int_0^{2\pi} e^{-jk_c r\sin(\tilde{\Phi}+\delta)}e^{jm\tilde{\Phi}}\,d\tilde{\Phi}
\end{aligned}$$

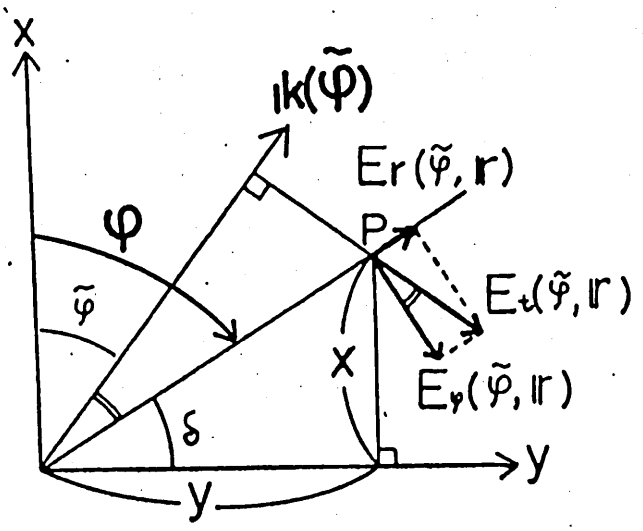


図５　点Ｐ(x,y,z)における電界

$$= A\frac{k_c}{\omega\mu}e^{-jm\delta}e^{-j\beta z}\int_{\delta}^{2\pi+\delta}e^{j(m\theta-k_c r\sin\theta)}d\theta \qquad (10)$$

但し、 $r=\sqrt{x^2+y^2}$ 、 $\delta=\tan^{-1}\left(\frac{x}{y}\right)$ 、 $\theta=\tilde{\phi}+\delta$ (11)

である。ここで、Hansenの積分公式

$$J_m(z)=\frac{1}{2\pi}\int_0^{2\pi}e^{j(m\theta-z\sin\theta)}d\theta \qquad (12)$$

を用いると、Hzは、

$$H_z=A\frac{k_c}{\omega\mu}J_m(k_c r)e^{-jm\delta}e^{-j\beta z}2\pi \qquad (13)$$

となる。また(13)式で変数変換$\delta=\pi/2-\phi$を行うことによって、

$$H_z^-=\frac{A^-k_c}{\omega\mu}2\pi J_m(k_c r)e^{jm(\phi-\frac{\pi}{2})}e^{-j\beta z} \qquad (14)$$

を得る。ここで、Hzの肩符号'-'は負の方向への回転を表す。φ成分、r成分について同様に計算した結果は次の通りである。

$$E_\phi^-=jA^-2\pi J_m'(k_c r)e^{jm(\phi-\frac{\pi}{2})}e^{-j\beta z} \qquad (15\text{-}a)$$

$$E_r^-=\frac{A^-m}{k_c r}2\pi J_m(k_c r)e^{jm(\phi-\frac{\pi}{2})}e^{-j\beta z} \qquad (15\text{-}b)$$

$$H_\phi^-=\frac{A^-\beta}{k_c r}m\frac{2\pi}{\omega\mu}J_m(k_c r)e^{jm(\phi-\frac{\pi}{2})}e^{-j\beta z} \qquad (15\text{-}c)$$

$$H_r^-=-jA^-\frac{2\pi\beta}{\omega\mu}J_m'(k_c r)e^{jm(\phi-\frac{\pi}{2})}e^{-j\beta z} \qquad (15\text{-}d)$$

また、$\tilde{\varphi}$の正の方向に回転する場合について同様の計算を行った結果を全成分を代表してH_z^+とE_r^+について記せば次のようになる。

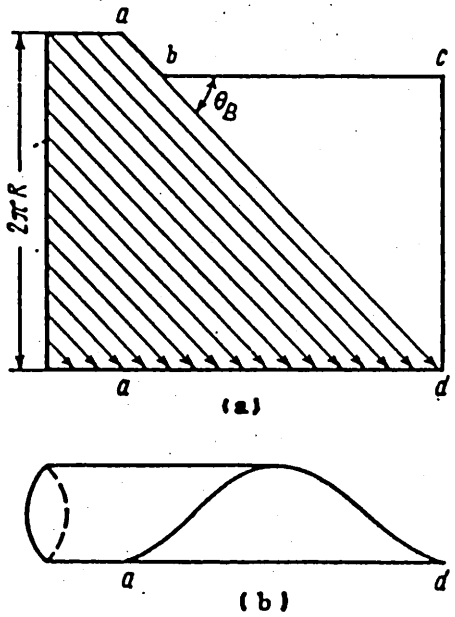


図6　whispering-gallery-modeの導波管からの放射

$$H_z^+ = \frac{A^+ k_c}{\omega\mu} 2\pi J_m(k_c r) e^{-jm(\phi-\frac{\pi}{2})} e^{-j\beta z} \qquad (16\text{-}a)$$

$$E_r^+ = -\frac{A^+ m}{k_c r} 2\pi J_m(k_c r) e^{-jm(\phi-\frac{\pi}{2})} e^{-j\beta z} \qquad (16\text{-}b)$$

次に、HzとHz、ErとErの合成を考える。今、$\phi-\pi/2=\phi'$とすれば、

$$H_z^- + H_z^+ = \frac{2\pi k_c}{\omega\mu} J_m(k_c r) e^{-j\beta z}\left[(A^-+A^+)\cos m\phi' + j(A^- - A^+)\sin m\phi'\right] \qquad (17\text{-}a)$$

$$E_r^- + E_r^+ = \frac{2\pi m}{k_c r} J_m(k_c r) e^{-j\beta z}\left[(A^- - A^+)\cos m\phi' + j(A^- + A^+)\sin m\phi'\right]$$
$$= j\frac{2\pi m}{k_c r} J_m(k_c r) e^{-j\beta z}\left[(A^- + A^+)\sin m\phi' - j(A^- - A^+)\cos m\phi'\right] \qquad (17\text{-}b)$$

を得る。(17)式は一般のTEmnモードの電磁界を表している。[5] このように、whispering-gallery-mode はあたかも管壁で反射しながら、管壁付近を螺旋上に回転していると見なせるような位相関係を持つ平面波の集まりとして表現でき、一般のTEmnモードは正、負の方向に回転するwhispering-gallery-modeの合成で表現できることが分かった。

4．偏波変換アンテナ

TEonモードの場合は、その放射特性は管軸を波源とする円筒波と見なすことができ、軸に焦線を持つ放物筒によって直線偏波へと変換される。[1] それに対して、（2）で述べたようにwhispering-gallery-modeはz軸に対しθ_Bの角度をなし、導波管断面内では接線とθ_Wの角度で反射しながら進むrayの集まりであると考えられ、図6の様に導波管をcutしてやれば、各rayは直線a-dを波源とする円筒波のように2

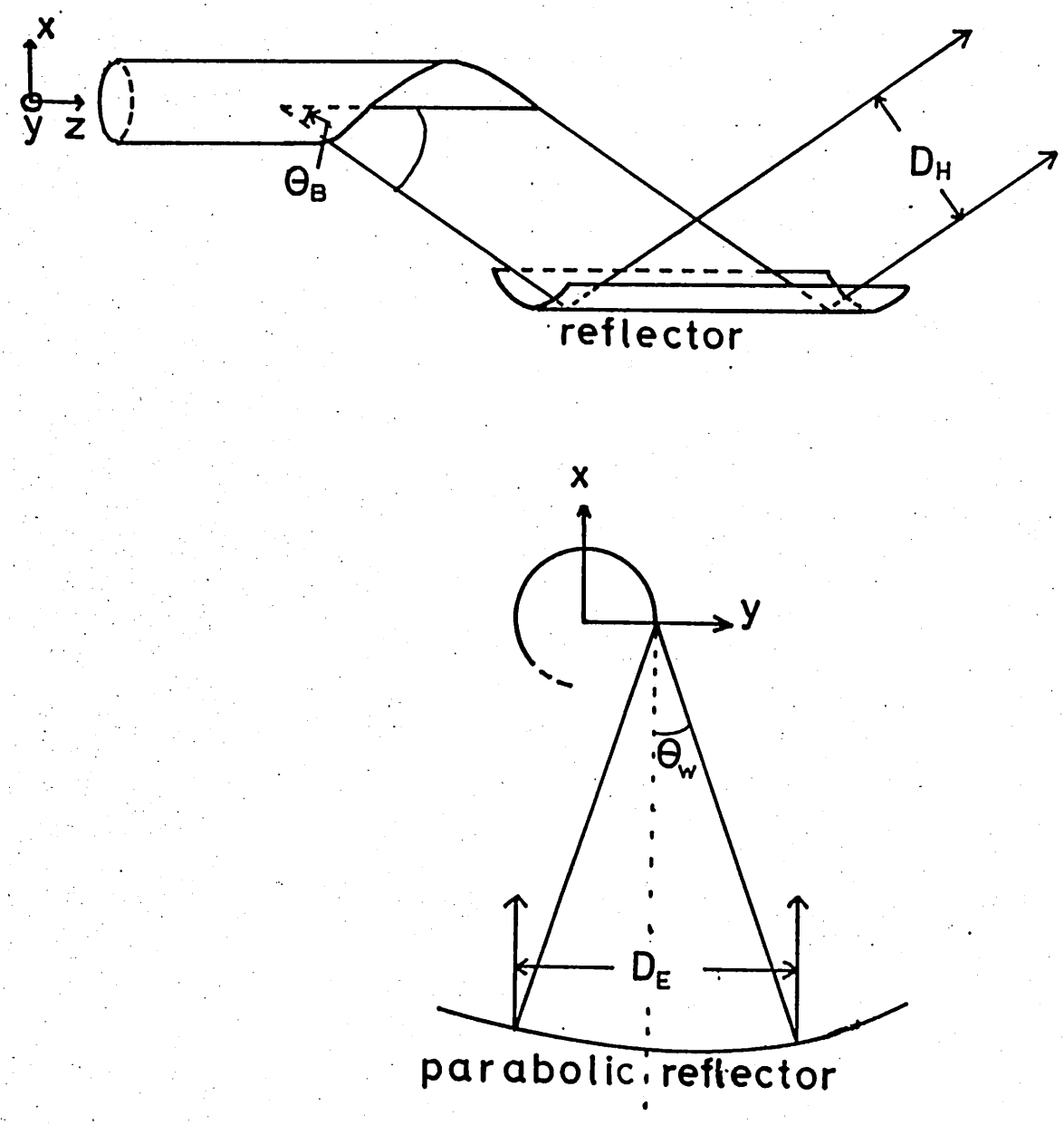


図7　放物筒による偏波変換

αの角度内に均等に放射される。それ故、図7の様に直線a-d上に焦線を持つ放物筒を配置すれば、円筒波は直線偏波のビームに変換される。ところが、θ_uの角度で反射を繰り返すrayの集りと考えた場合、その放射は図8に示されるように波源はある程度の幅（$\Delta = a(1-\cos\theta_u)$）を持ち一点とは見なすことができない。

そこで、筆者らは周波数が高くかなりオーバーサイズであることから準幾何光学的な考えを用いることにし、放射特性を考えるのであるから、遠方条件を課すことにした。その上で、等位相面（波面）法線をrayとする幾何光学的考えを用いて放射特性を考えてみた。[6]

5．波面法線をrayとする幾何光学

（3）で導いたようにwhispering-gallery-modeの界分布は、ϕの正の方向に回転する場合のHzを例に取れば、円筒座標(ρ、ϕ、z)を用いて次のように表される。

$$H_z = A J_m(k_c\rho) e^{-jm\phi} e^{-j\beta z} \tag{18}$$

ここで、ベッセル関数は次のように表すことができる。

$$J_m(z) = \frac{1}{2}\left\{H_m^{(1)}(z) + H_m^{(2)}(z)\right\} \tag{19}$$

ここで、$H_m^{(1)}(z)$は内向きに進む円筒波、$H_m^{(2)}(z)$は外向きに進む円筒波を表しているが、導波管をcutした時は、内向きの円筒波は消滅し、外向きの円筒波$H_m^{(2)}(z)$のみが存在すると考えられる。また、$k_c\rho \gg 1$のときハンケル関数$H_m^{(2)}(z)$は、次のように近似することができる。

$$H_m^{(2)}(k_c\rho) = \sqrt{\frac{2}{\pi k_c\rho}}\, e^{-j\left(k_c\rho - \frac{(2m+1)}{4}\pi\right)} \tag{20}$$

前述したように遠方条件を課すことによって上式の近似を用いることにする。（19）、（20）式を（18）式に代入することによって、等位相面を表す式が、次のように求められる。

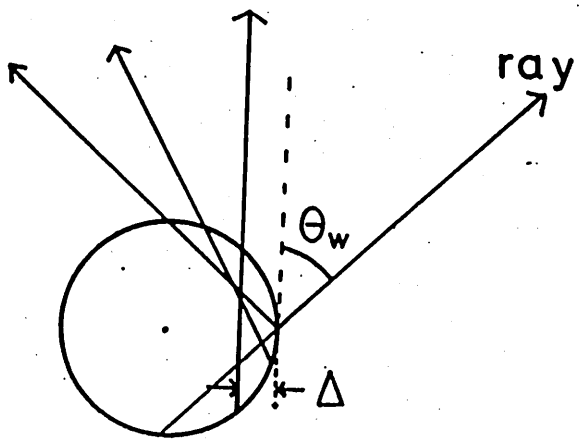


図8　whispering-gallery-modeの導波管からの放射

$$k_c \rho + m\phi + \beta z = C_u = \text{const.} \tag{21}$$

位置（ρ1、φ1、z1）における等位相面法線ベクトルは次のようになる。

$$\mathcal{L} = \left(k_c \cos\phi_1 - \frac{\sin\phi_1}{\rho_1} m \;,\; k_c \sin\phi_1 - \frac{\cos\phi_1}{\rho_1} m \;,\; \beta \right) \equiv (P,\ Q,\ R) \tag{22}$$

また、図9に示されるように、x-y面内にあって波面法線に直交するベクトルは、

$$(Q,\ -P,\ 0) \tag{23}$$

と表せる。これらのことから波面法線と管軸の最短距離ε（図9参照）を求めると次のようになる。

$$\varepsilon = \frac{m}{\sqrt{k_c^2 + \left(\frac{m}{\rho_1}\right)^2}} \tag{24}$$

一方、反射角θ_wを用いればεは次のように表される（図9参照）。

$$\varepsilon = a \cos\theta_w \tag{25}$$

ここで、

$$k_c \gg \frac{m}{\rho_1} \tag{26}$$

であるとすれば

$$\varepsilon = \frac{m}{k_c} = a \frac{m}{\chi'_{mn}} \tag{27}$$

となる。（26）式の条件は例えば周波数143.0[GHz]，TE61モードの場合

$$\rho_1 > 4a \tag{28}$$

であれば2%の誤差で満たすことができる。

（25）式と（27）式から反射角θ_wは次のように表され、

$$\theta_w = \cos^{-1}\left(\frac{m}{\chi'_{mn}}\right) \tag{29}$$

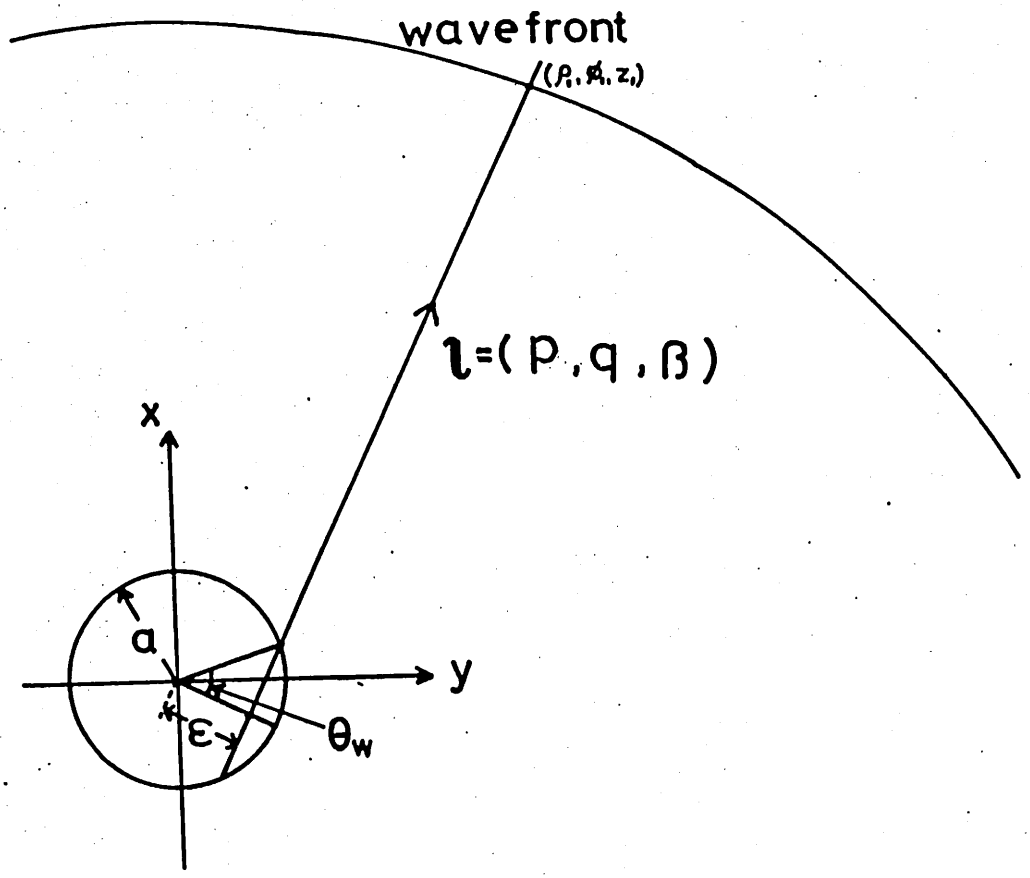


図 9　波面法線によるray

Vlasovによるものと同じ式で表されるが、それはある程度遠方にあるという条件の下で成立することが分かった。

6．放物筒反射鏡の鏡面修正

前段の議論で(26)式の条件を満たす位置に反射鏡（偏波変換アンテナ）をおけば図8のようにrayが放射されることが分かった。ここで、幾何光学にMalusの定理"波面に垂直なrayの集りはいくつかの反射の後でもやはり波面（等位相面）に垂直になる"がある。これを用いて、全てのrayがｙ軸に平行になるように反射鏡の形状を変えてやれば直線偏波に変換されると考え、そのような反射鏡の形状を微分方程式を解くことによって求めた。その時のパラメーターは周波数143.0[GHz]、ＴＥ61モード、導波管半径a=11.05[mm]、反射角θ_w=36.88°である。放物筒との比較を図10に示す。元の放物筒と修正したものとは真上に飛び出したrayの反射点で一致するようにしてある。図10を見れば一見修正の前後で余り差異が認められない様に思えるが、端の方では0.5[mm]程度の違いはあり、波長の2.09[mm]に対しては十分に影響を与えると思われる。また修正による差異はθWが大きいほど顕著になる。現在筆者らはヘリオトロンーＥのための偏波変換アンテナ（106.4[GHz]、ＴＥ12､2モード）を設計中であるがこの場合θ_wが50°近く鏡面修正の効果は大きいのではないかと思われる。

最後に、偏波変換アンテナを設計する際のパラメーターをあげておけば、平面波に変換されたビームの幾何光学的なＥ面内での幅ＤＥ、Ｈ面内での幅ＤＨはそれぞれ次のような式で表される（図7参照）。[2]

$$D_E = 4f\frac{\sin\theta_w}{1+\cos\theta_w} \fallingdotseq 4f\sqrt{\frac{\chi'_{mn}-m}{\chi'_{mn}+m}} \qquad (30)$$

$$D_H = 2\pi a\cos\theta_B \qquad (31)$$

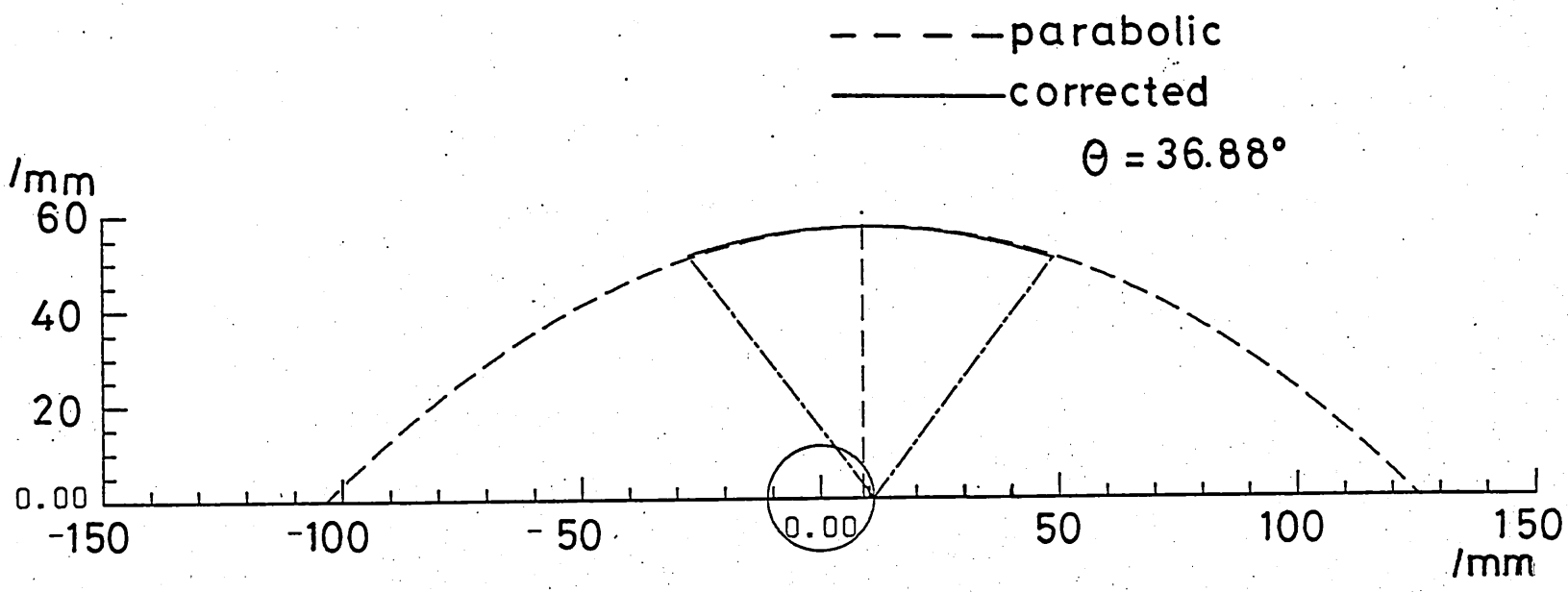


図１０　放物筒反射鏡の修正

また、焦点距離f（図10における点線の長さ）にかかる条件として（26）式より、

$$f \gg \frac{ma}{\chi'_{mn}} \qquad (32)$$

が課せられる。また導波管の一番手前から出るrayが反射した後に導波管に当たらないためには次のような条件も必要である。

$$f > \pi a \qquad (33)$$

上記の２つの条件はだいたい同程度の条件、

$$f > 4a \qquad (34)$$

と表される。

7．むすび

本報告ではwhispering-gallery-modeの電磁界を求め、等位相面法線をrayと考えることによってその放射特性を求め平面波変換アンテナの鏡面修正を行った。今回報告した内容は理論的検討のみであり、実際にどの様になるのかどの程度鏡面修正の効果が現れるのかについての適切な計算方法は現在検討中である。また、現在、筆者らの実験レベルでwhispering-gallery-modeを発生させることを検討中であるが、この度京都大学ヘリオトロン核融合研究センターで新しい核融合炉ヘリオトロンーEの加熱（ＥＣＲＨ）に従来のＴＥonモードではなくwhispering-gallery-mode（106.4[GHz]、ＴＥ12､2、500[KW]）を使用することが決定されており、そのためのジャイロトロンが発注されている。筆者らは、そのための予備実験的な偏波変換アンテナを現在設計しているのであるが、ジャイロトロンが完成すれば、マイクロ波吸収体と赤外線イメージカメラを使用することによって電力分布を測定することが出来より多くのことが分かるであろう。

最後に、数値計算に協力して頂いた修士課程の岩井氏に感謝の意を表します。また、この研究は文部省科学研究費（エネルギー特別研究）の援助を受けている。

参考文献

[1]浅野、和田、中島，”楕円反射鏡及びパラボラ反射鏡を用いた大電力ミリ波集束型アンテナ”，信学技報 MW85-15 (1985-05)

[2]S.N.Vlasov,” Transformation of a Whispering Gallery Mode,Propagating in a Circular Waveguide,into a Beam of Waves”、Radio Eng. Electron Phys., vol.21,NO.10,1975

[3]BRUCE G.DANLY,"Whispering-Gallery-Mode Gyrotron Operation with a Quasi-Optical Antenna",IEEE TRANSACTION ON PLASMA SCIENCE, VOL.PS-13,NO.6, DECEMBER ,1985

[4]和田、中島、"REFLECTOR ANTENNAS FOR ELECTRON CYCLOTRON RESONANCE HEATING OF FUSION PLASMA",Space Power, Vol.6, pp.213-220,1986

[5]Goubau,Electromagnetic Waveguides and Cavities (Pergamon,1961),p.44

[6]Silver,Microwave Antenna Theory and Design (Mcgraw-Hill,1949),p.125

輻射科学研究会資料

RS87-10

ヒステリシス系のウイナー解析

中山純一，大森栄治

京都工芸繊維大学　電子工学科

（１９８７年９月１２日）

Wiener Analysis of a Simple Hysteresis

J. Nakayama and E. Omori
(Kyoto Institute of Technology)

1. Introduction

Using the Wiener method, we study the nonlinear transformation of a Gaussian random sequence by a simple hysteresis shown in figure 1. Such a hysteresis has received interest in control and biophysics[1], because it is a simple model of a relay often used in a control system[2], and because it is considered to be a basic element in neuron system[3].

Since the hysteresis is a system with memory and has a strong nonlinearity, it is difficult to analyze its statistical response for a random input with arbitrary correlation. When the input signal is discrete in time, however, we derived the hysteresis equation describing the input/output relationship. For a Gaussian input sequence with delta or exponential correlation, we then studied the hysteresis equation by the theory of Markoff process[4]. We obtained the transition probability of the output values, in terms of which several statistical responses were definitely calculated.

In this paper, however, we study the nonlinear transformation by the hysteresis by the Wiener method[5-14], of which basic notations and definitions are summarized in Appendix. The Wiener theory gives a mathematical method to represent a nonlinear functional of the Gaussian process in terms of Wiener's orthogonal functionals (Wiener Hermite functionals). His theory is attractive and appealing in engineering, because it enables to describe explicitly the system output as a functional of the input signal, and because it may be applicable for a wide class of nonlinear systems that are deterministic, time invariant, and finite in the mean square output. Another advantage is that it gives a method to identify unknown systems in terms of Wiener kernels which may be determined experimentally, where Wiener kernels are coefficient functions of such

a functional expansion. Several works have determined analytically exact Wiener kernels for a memoryless nonlinear element[9] and the so called sandwich system consisting linear filter, static nonlinear and another linear filter[14]. It is difficult, however, to determine analytically Wiener kernels for a nonlinear system with memory, specially in case of a strong nonlinearity. Actually it is often said that Wiener theory should be tried in case of mild nonlinearity[12].

In this paper, however, we exactly carried out Wiener analysis of the hysteresis in a special case where the input is an independent, zero mean, Gaussian sequence. In the next section, we derive a hysteresis equation describing the input/output relationship, which is linear concerning the output sequence. In section 3 we develop the output sequence of the hysteresis in terms of Wiener Hermite functionals with unknown kernels. Then we transform the hysteresis equation into coupled linear equations for the Wiener Hermite functionals; the coupled equations are actually AR (auto-regressive) equations driven by white noise. Using the spectral representation of the Wiener Hermite functionals, we exactly determine Wiener kernels in the spectral domain.

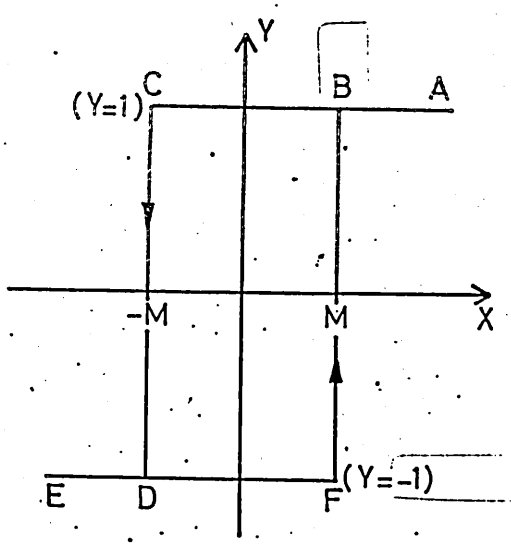
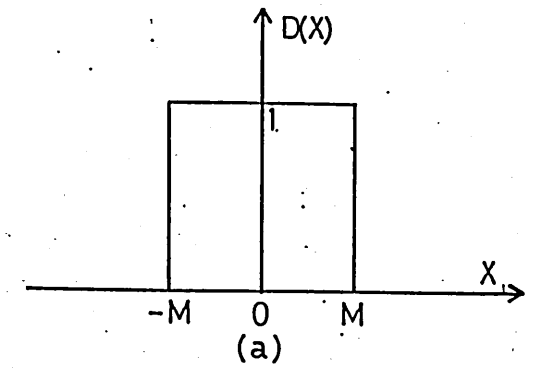


Fig. 1 a symmetrical hysteresis.



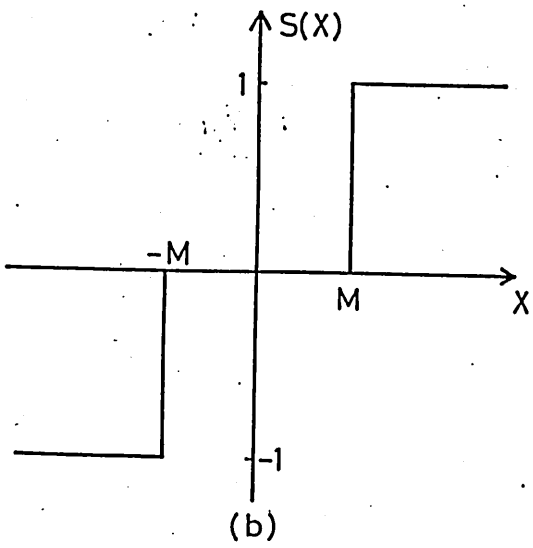


Fig. 2 Function D(x) and S(x)

2. Hysteresis equation[4]

Let $X_p(\omega)$, (p = 0, ±1,±2,••••), be an input random sequence of the hysteresis shown in Fig. 1, where p stands for the discrete time parameter and ω is a probability parameter describing a sample point in the sample space Ω. [However, we often drop the probability parameter ω in equations below.] We assume the input X_p is a Gaussian sequence with zero mean and unit variance:

$$< X_p > = 0, \quad < X_p^2 > = 1, \ (p = 0, \ \pm1,\pm2,\cdots\cdot), \tag{1}$$

where the angle brackets denote the ensemble average over the sample space Ω. The output sequence is denoted by $Y_p(\omega)$, which is a binary sequence taking ±1. We implicitly assume, however, that the sample space is of function space type, so that ω becomes an infinite dimensional vector as is described in (A8) and the output $Y_p(\omega)$ is generally considered as a functional of the input sequence as (A9). Because the hysteresis is with memory, the present output Y_p is not uniquely determined by the present input X_p, but it is a functional of the present and past input, namely,

$$Y_p = g(X_p, X_{p-1}, X_{p-2}, \cdots\cdots). \tag{2}$$

where the causality was implicitly assumed. In what follows, we look for a definite expression for the right hand side by use of the Wiener-Hermite expansion.

When the one-step past output $Y_{p-1} = -1$, however, the present output Y_p is uniquely determined by the curve (EDFBA) in Fig.1. Thus, we get,

$$Y_p = C(X_p - M), \quad (Y_{p-1} = -1). \tag{3a}$$

On the other hand, when $Y_{p-1} = 1$, one finds

$$Y_p = C(X_p + M), \quad (\ Y_{p-1} = 1 \ ) \tag{3b}$$

where $\pm M$ is the threshold of the hysteresis, and $C(x)$ is a clip function:

$$C(x) = 1, \quad (\ x > 0 \ )$$
$$= -1, \quad (\ x < 0 \ ). \tag{4}$$

Because $Y_p(\omega) = \pm 1$, we combine (3a) and (3b) to obtain the hysteresis equation:

$$Y_p = (1/2)(Y_{p-1} + 1) \ C(X_p + M) - (1/2)(Y_{p-1} - 1) \ C(X_p - M)$$
$$= D(X_p)Y_{p-1} + S(X_p). \tag{5}$$

Here, $D(x)$ and $S(x)$ are discontinuous functions given by (figure 2),

$$D(x) = (1/2)[\ C(x + M) - C(x - M)],$$
$$S(x) = (1/2)[C(\ x+M \ ) + C(\ x - M) \ ], \tag{6a}$$

which are even and odd functions, respectively,

$$D(x) = D(\ -x \ ), \quad S(x) = -S(-x),$$
$$D(x) = D^2(x), \quad S(x) = S^3(x),$$
$$D^2(x) + S^2(x) = 1, \quad D(x)S(x) = 0. \tag{6b}$$

The hysteresis is nonlinear in the input-output relation. It should be noted, however, that the hysteresis equation (5) is apparently linear with respect to the output Y_p, though actually the output Y_p takes only two values: ± 1.

A formal solution of (5) is easily obtained by the iteration as

$$Y_p = S(X_p) + D(X_p)S(X_{p-1}) + D(X_p)D(X_{p-1})S(X_{p-2}) + \cdots\cdots, \tag{7}$$

which directly shows that the present output is a function of the present and past input. Taking square of (7), and using the relation (6b), we get

$$Y_p^2 = S^2(X_p) + D^2(X_p)S^2(X_{p-1}) + D^2(X_p)D^2(X_{p-1})S^2(X_{p-2}) + \cdots\cdots$$

$$= S^2(X_p) + D^2(X_p)[1-D^2(X_{p-1})] + D^2(X_p)D^2(X_{p-1})[1-D^2(X_{p-2})] + \cdots\cdots$$

$$= S^2(X_p) + D^2(X_p) = 1, \qquad (8)$$

which is an obvious result implying $Y_p = \pm 1$.

We note that (7) is valid for an input sequence with any correlation. It is difficult, however, to calculate statistical properties of the output Y_p for a correlated input sequence. When X_p is an independent Gaussian sequence enjoying

$$< X_p X_q > = \Delta(p, q), \quad p,q = 0, \pm 1, \pm 2, \cdots, \qquad (9)$$

$\delta(p, q)$ being Kronecker's delta, however, one may easily calculate many properties of the output. For examples, the average, the auto-correlation R_{YY}, and the cross-correlation R_{YX} may be calculated as follows.

Because $S(x)$ is an odd function, and X_p is Gaussian and zero mean, it follows that $< S(X_p) > = 0$. Therefore, averaging the both sides of (7), we get

$$< Y_p > = <S(X_p)> + < D(X_p)>\cdot<S(X_{p-1})>$$

$$+ <D(X_p)>\cdot<D(X_{p-1})>\cdot<S(X_{p-2})> + \cdots\cdots,$$

$$= 0. \qquad (10)$$

Iterating (5) by q-1 times yields

$$Y_p = S(X_p) + D(X_p)\cdot S(X_{p-1}) + D(X_p)\cdot D(X_{p-1})\cdot S(X_{p-2}) + \cdots\cdots$$

$$+ D(X_p)\cdot D(X_{p-1})\cdots D(X_{p-q+1})\cdot S(X_{p-q}) + D(X_p)\cdot D(X_{p-1})\cdots D(X_{p-q+1})\cdot Y_{p-q}. \tag{11}$$

Multiplying Y_{p-q} to the both sides, and taking the ensemble average one finds,

$$R_{YY}(q) = \langle Y_p\, Y_{p-q} \rangle = \langle D(X_p)\rangle\cdot\langle D(X_{p-1})\rangle\cdots\langle D(X_{p-q+1})\rangle\cdot\langle Y^2_{p-q}\rangle$$

$$= d_0^{|q|}, \tag{12}$$

where (8) was used and $d_0 = \langle D(X_p) \rangle$ is a constant defined by (23) below. We note that d_0 is smaller than one and it depends on the threshold level M. Multiplying X_p to (5) and averaging the both sides, we obtain $R_{YX}(q)$ at the origin q=0,

$$R_{YX}(0) = \langle S(X_p)\cdot X_p \rangle = s_1, \tag{13}$$

where s_1 is a constant defined by (24) below. Next, we multiply X_{p-q} to (11) and average the both sides to get

$$R_{YX}(q) = \langle Y_p \cdot X_{p-q} \rangle$$

$$= 0, \qquad (q < 0) \tag{14a}$$

$$= \langle D(X_p)\rangle\cdot\langle D(X_{p-1})\rangle\cdots\langle D(X_{p-q+1})\rangle\cdot R_{YX}(0) = \langle X_p\cdot S(X_p)\rangle\cdot s_1\cdot d_o^{|q|}$$

$$(q \geq 0), \tag{14b}$$

where (14a) is due to the causality that Y_p is independent of future input X_{p-q} $(q < 0)$. In (14b), we put $s_1 = \langle X_p\cdot S(X_p) \rangle$, which is defined in (24) below.

Thus it is concluded that the hysteresis transforms the independent Gaussian sequence $\{X_p\}$ to $\{Y_p\}$ a binary sequence with an exponential correlation. A continuous-time binary process taking ±1

with an exponential correlation is known as the random telegraph signal[9]. Thus, we may say that the hysteresis transforms an independent gaussian sequence to the discrete time random telegraph signal.

3. Wiener Hermite expansion and coupled AR equations

Two functional expansion techniques are known: Volterra functional series and Wiener Hermite expansion technique. Because the hysteresis is discontinuous as is shown in Figure 1, Volterra functional series may not be applicable in this case. Since the output Y_p has a finite variance by (8), however, one may represent the hysteresis by the Wiener Hermite expansion described in (A19). Because the hysteresis g is symmetrical with respect to the origin (see Fig. 1), it is odd in the sense that

$$Y_p = g(X_p, X_{p-1}, X_{p-2}, \cdots\cdots) = - g(-X_p, -X_{p-1}, -X_{p-2}, \cdots\cdots). \tag{15}$$

Since odd-degree Wiener Hermite functionals are odd by (A4), we write the Wiener Hermite expansion of Y_p in terms of odd degree Wiener-Hermite functionals as

$$Y_p = \sum_{n=0}^{\infty} y_{2n+1}(p) = \sum_{n=0}^{\infty} I_{2n+1}[\, G_{2n+1}(\cdot-p), \omega], \tag{16}$$

where $y_{2n+1}(p) = I_{2n+1}[\, G_{2n+1}(\cdot-p), \omega]$ is a (2n+1)-th degree Wiener Hermite functional defined in (A12), namely,

$$y_{2n+1}(p) = I_{2n+1}[\, G_{2n+1}(\cdot-p), \omega]$$

$$= \sum_{p_1, p_2, \cdots, p_{2n+1} = -\infty}^{\infty} G_{2n+1}(p_1-p, p_2-p, \cdots, p_{2n+1}-p)$$

$$\times H^{(2n+1)}[X_{p_1}, X_{p_2}, \cdots, X_{p_{2n+1}}], \tag{17}$$

where $G_{2n+1}(\cdot) = G_{2n+1}(p_1,p_2,\cdots,p_{2n+1})$ is the so called Wiener kernel, which will be assumed to be symmetrical with respect to its arguments. Because of the causality, the Wiener kernel $G_{2n+1}(p_1,p_2,\cdots,p_{2n+1})$ is zero if any of its arguments is positive, that is,

$$G_{2n+1}(p_1,p_2,\cdots,p_{2n+1}) = 0, \quad \text{for any } p_i > 0, \ (\ i=1,2,3,\cdots\ ). \tag{18}$$

Next, we write Hermite polynomial expansions and Wiener Hermite expansions for $D(X_p)$ and $S(X_p)$ as

$$D(X_p) = \sum_{n=0}^{\infty} d_{2n} \ H_{2n}(X_p) \tag{19a}$$

$$= \sum_{n=0}^{\infty} \ I_{2n}[\ D_{2n+1}(\cdot-p),\omega], \tag{19b}$$

$$S(X_p) = \sum_{n=0}^{\infty} \ s_{2n+1} \ H_{2n+1}(X_p), \tag{20a}$$

$$= \sum_{n=0}^{\infty} \ I_{2n+1}[\ S_{2n+1}(\cdot-p),\omega], \tag{20b}$$

where Wiener kernels $D_{2n}(\cdot-p)$ and $S_{2n+1}(\cdot-p)$ are given by

$$D_{2n}(\cdot-p) = d_{2n} \ \Delta(p_1,p)\Delta(p_2,p)\cdots\Delta(p_{2n},p), \tag{21}$$

$$S_{2n+1}(\cdot-p) = s_{2n+1}\Delta(p_1,p)\Delta(p_2,p)\cdots\Delta(p_{2n+1},p), \tag{22}$$

which are symmetrical. Constants d_{2n} and s_{2n+1} are coefficients of Hermite polynomial expansions:

$$d_{2n} = \frac{1}{(2\pi)^{1/2}\,(2n)!} \int_{-M}^{M} D(x)\cdot H_{2n}(x)\,\exp(-x^2/2)\,dx, \qquad (23)$$

$$s_{2n+1} = \frac{1}{(2\pi)^{1/2}\,(2n+1)!} \int_{-\infty}^{\infty} S(x)\cdot H_{2n+1}(x)\,\exp(-x^2/2)\,dx, \qquad (24)$$

where $\pm M$ is the threshold of the hysteresis.

In order to analyze the hysteresis equation, we then develop the product term $Y_{p-1}\cdot D(X_p)$ in (5) in terms of Wiener Hermite functionals. This can be done easily by use of (A22).

$$Y_{p-1}\cdot D(X_p) = \left(\sum_{m=0}^{\infty} I_{2m+1}[\,G_{2m+1}(\cdot-p+1),\omega]\right)\cdot\left(\sum_{n=0}^{\infty} I_{2n}[\,D_{2n}(\cdot-p),\omega]\right)$$

$$= \sum_{m=0}^{\infty}\sum_{n=0}^{\infty}\sum_{k=0}^{m} \frac{(2m+1-2k+2n)!\,(2n+2k)!}{(2m+1-2k)!\,(2k)!\,(2n)!}$$

$$\times\, I_{2m+1}[\{G_{2m+1-2k+2n}(\cdot-p+1), D_{2n+2k}(\cdot-p)\}_{2n},\omega]. \qquad (25)$$

Here $\{G_{2m+1-2k+2n}(\cdot-p+1), D_{2n+2k}(\cdot-p)\}_{2n}$ is a 2n-dimensional inner product defined by (A17),

$$\{G_{2m+1-2k+2n}(\cdot-p+1), D_{2n+2k}(\cdot-p)\}_{2n}$$

$$= \sum_{p_1',p_2',\cdots,p_{2n}'=\infty}^{\infty}$$

$$G_{2m+1-2k+2n}(p_1'-p+1, p_2'-p+1, \cdots, p_{2n}'-p+1, p_1-p+1, \cdots, p_{2m-2k+1}-p+1)$$

$$\times\, D_{2n+2k}(p_1'-p, p_2'-p, \cdots, p_{2n}'-p, p_{2m+2-2k}-p, \cdots, p_{2m+1}-p). \qquad (26)$$

Substituting (21) into the right hand side and carrying out the summation, one finds

$$\{G_{2m+1-2k+2n}(\cdot-p+1), D_{2n+2k}(\cdot-p)\}_{2n}$$

$$= G_{2m+1-2k+2n}(1,1,\cdots,1,p_1-p+1,\cdots,p_{2m-2k+1}-p+1)$$

$$\times \quad d_{2n+2k}\ \Delta(p_{2m+2,2k},p)\Delta(p_{2m+3,2k},p)\cdots\Delta(p_{2m+1},p), \qquad (27)$$

which is a function of 2m+2 variables. Here, the number of 1 in the variables in $G_{2m+1-2k+2n}$ is equal to 2n. Because of the causality (18), however, the right hand side of this equation vanishes for any positive integer n. Thus one finds

$$\{G_{2m+1-2k+2n}(\cdot-p+1), D_{2n+2k}(\cdot-p)\}_{2n}$$

$$= 0, \qquad (n > 0)$$

$$= G_{2m+1-2k}(p_1-p+1,\cdots,p_{2m-2k+1}-p+1)$$

$$\times \quad d_{2k}\ \Delta(p_{2m+2-2k},p)\Delta(p_{2m+3-2k},p)\cdots\Delta(p_{2m+1},p), \quad (n = 0). \qquad (28)$$

This simplifies the right hand side of (25) as

$$Y_{p-1}\cdot D(X_p) = \sum_{m=0}^{\infty}\ \sum_{k=0}^{m}\ I_{2m+1}[\{G_{2m+1-2k}(\cdot-p+1), D_{2k}(\cdot-p)\}_0,\omega]. \qquad (29)$$

To simplify further this right hand side, we apply (28) and (A9), then we obtain

$$I_{2m+1}[\{G_{2m+1-2k}(\circ-p+1), D_{2k}(\circ-p)\}_0, \omega]$$

$$= \sum_{p_1, p_2, \cdots, p_{2m-2k+1} = -\infty}^{p-1} G_{2m+1-2k}(p_1-p+1, \cdots, p_{2m-2k+1}-p+1) \cdot d_{2k}$$

$$\times \quad H^{(2m+1)}[X_{p_1}, X_{p_2}, \cdots, X_{p_{2m-2k+1}}, X_p \cdots, X_p], \qquad (30)$$

where the upper limit of the summation becomes p-1 by (18). Because multivariate Hermite polynomials are reduced to a product of Hermite polynomials of single variable as (A5), and because summation variables $p_1, p_2, \cdots, p_{2m-2k+1}$ in (30) are always smaller than p, it follows that

$$H^{(2m+1)}[X_{p_1}, X_{p_2}, \cdots, X_{p_{2m-2k+1}}, X_p \cdots, X_p]$$

$$= H^{(2m-2k+1)}[X_{p_1}, X_{p_2}, \cdots, X_{p_{2m-2k+1}}] \times H_{2k}(X_p).$$

$$(p_1, p_2, p_3, \cdots, p_{2m-2k+1} < p) \qquad (31)$$

Therefore, we obtain from (17), (30) and (31),

$$I_{2m+1}[\{G_{2m+1-2k}(\cdot-p+1), D_{2k}(\cdot-p)\}_0, \omega]$$

$$= I_{2m-2k+1}[G_{2m+1-2k}(\cdot-p+1), \omega] \times d_{2k} \cdot H_{2k}(X_p)$$

$$= y_{2m-2k+1}(p-1) \times d_{2k} \cdot H_{2k}(X_p). \qquad (32)$$

Inserting this relation into (29), we obtain a simple expression of the product,

$$Y_{p-1} \cdot D(X_p) = \sum_{m=0}^{\infty} \sum_{k=0}^{m} y_{2m-2k+1}(p-1) \times d_{2k} \cdot H_{2k}(X_p). \qquad (33)$$

This simple result is essentially due to the fact that X_p and Y_{p-1} are statistically independent each other in case of independent sequence $\{X_p\}$. Substituting (16),(20a) and (33) into (5), we get

$$\sum_{m=0}^{\infty} [\, y_{2m+1}(p) - \sum_{k=0}^{m} y_{2m-2k+1}(p-1)\cdot d_{2k}\cdot H_{2k}(X_p) - s_{2m+1}\cdot H_{2m+1}(X_p)\,] = 0. \quad (34)$$

Because (34) should hold in the ensemble mean square and because Wiener-Hermite functionals with different degrees are orthogonal (uncorrelated) to each other, we obtain from (34) the coupled AR equations,

$$y_{2m+1}(p) = \sum_{k=0}^{m} y_{2m-2k+1}(p-1) \times d_{2k}\cdot H_{2k}(X_p) + s_{2m+1}\cdot H_{2m+1}(X_p),$$

$$= d_0\, y_{2m+1}(p-1) + W_{2m+1},$$

$$(\, m = 0.1,2.3,\cdots\cdot). \quad (35)$$

where we have put

$$W_{2m+1}(p) = \sum_{k=1}^{m} y_{2m-2k+1}(p-1) \times d_{2k}\cdot H_{2k}(X_p) + s_{2m+1}\cdot H_{2m+1}(X_p). \quad (36)$$

Because $< [\, H_n(X_p)\,]^2 > = n!$, and because $y_{2m-2k+1}(p-1)$ is statistically independent of $H_n(X_p)$, $W_{2m+1}(p)$ becomes a real white noise with

$$< W_{2m+1} > = 0, \quad (37)$$

$$< W_{2m+1}(p)\ W_{2m+1}(q) > = \Delta(p,q)\ \{\ \sum_{k=1}^{m} \sigma^2_{2m-2k+1}\, d^2_{2k}\ (2k)!\ + s^2_{2m+1}\cdot(2m+1)!\ \}, \quad (38)$$

where $\sigma^2_{2m-2k+1}$ is the mean square of $y_{2m-2k+1}(p)$,

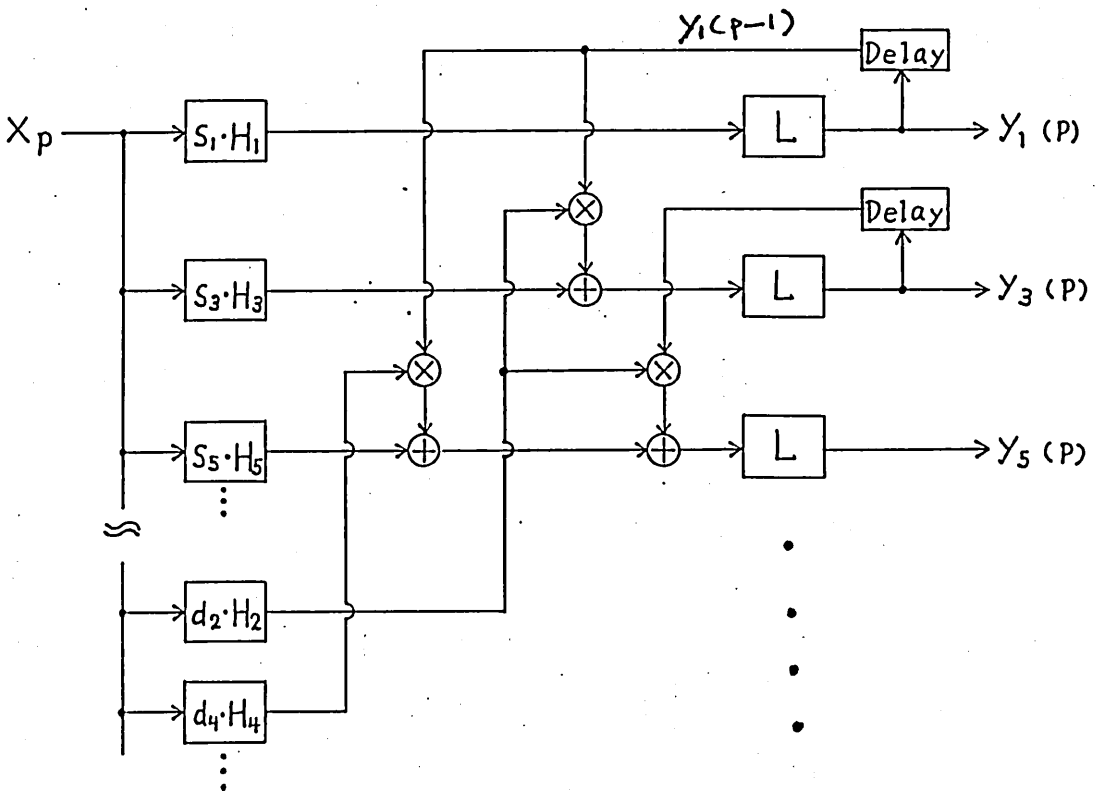


Fig. 3 Equivalent network of the hysteresis. L denotes the linear filter governed by $y_{2m+1}(p) = d_0\, y_{2m+1}(p-1) + W_{2m+1}$.

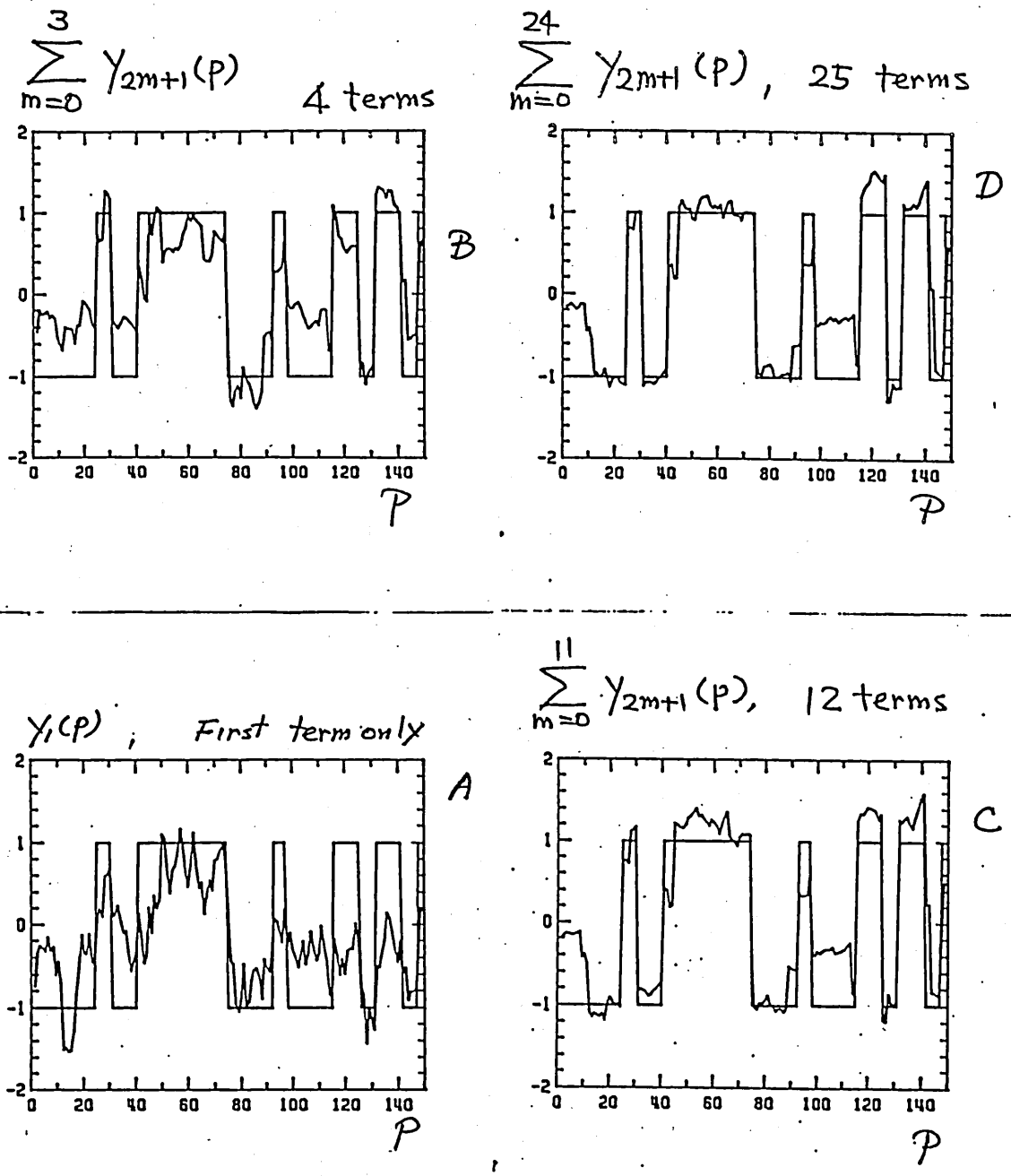


Fig. 4 Simulated output of the hysteresis and approximate output by Wiener Hermite expansion. Threshold level M = 1.5, A: first term only, B: 4 terms expansion, C: 12 term expansion and D: 25 term expansion.

$$\sigma^2_{2m-2k+1} = < [\, y_{2m-2k+1}(p)]^2 >. \qquad (39)$$

Since (35) is a set of AR equations, we may represent (35) by a diagram shown in Fig.3. We will directly simulate (35) using random numbers generated in a digital computer. A simulated result is illustrated in Fig. 4.

5. Wiener kernels

Using the spectral representation of Wiener Hermite functionals, we solve (35) to get the Wiener kernels. By (A28) we first put,

$$y_{2m+1}(p) = I_{2m+1}[G_{2m+1}(\cdot - p), \omega],$$

$$= \int \cdots \int_{-\pi}^{\pi} \exp[\, ip\,(\,\lambda_1 + \lambda_2 + \cdots + \lambda_{2m+1}\,)\,]$$

$$\times\, g_{2m+1}(\lambda_1, \lambda_2, \cdots, \lambda_{2m+1})\, h^{(2m+1)}[dB(\lambda_1), dB(\lambda_2), \cdots, dB(\lambda_{2m+1})], \qquad (40)$$

where $g_{2m+1}(\lambda_1, \lambda_2, \cdots, \lambda_{2m+1})$ is assumed to be an asymmetrical kernel, obtained from (A30). Next, using (A5) and putting $p_1 = p_2 = \cdots = p_n = p$ in (A26), we obtain the special representation of $H_n(X_p)$,

$$H_n(X_p) = (2\pi)^{-n/2} \int \cdots \int_{-\pi}^{\pi} \exp[\, ip\,(\,\lambda_1 + \lambda_2 + \cdots + \lambda_n\,)\,]$$

$$\times\, h^{(n)}[dB(\lambda_1), dB(\lambda_2), \cdots, dB(\lambda_n)]. \qquad (41)$$

To obtain the spectral representation of $y_{2m-2k+1}(p-1) \cdot H_{2k}(X_p)$, we substitute (41) into the right hand side of (30), and we change the order of summation and integration. Using (A30), (18) and (32), we

then find,

$$y_{2m-2k+1}(p-1)\cdot H_{2k}(X_p)$$

$$= (2\pi)^{-k} \int\cdots\int_{-\pi}^{\pi} \exp[-i(\lambda_1+\lambda_2+\cdots+\lambda_{2m-2k+1})]$$

$$\times \exp[ip(\lambda_1+\lambda_2+\cdots+\lambda_{2m+1})]\, g_{2m-2k+1}(\lambda_1,\lambda_2,\cdots,\lambda_{2m-2k+1})$$

$$\times h^{(2m+1)}[dB(\lambda_1),dB(\lambda_2),\cdots,dB(\lambda_{2m+1})]. \quad (42)$$

By these equations, (35) becomes

$$\int\cdots\int_{-\pi}^{\pi} \exp[ip(\lambda_1+\lambda_2+\cdots+\lambda_{2m+1})]$$

$$\times \{\, g_{2m+1}(\lambda_1,\lambda_2,\cdots,\lambda_{2m+1})$$

$$-\sum_{k=0}^{m} g_{2m-2k+1}(\lambda_1,\lambda_2,\cdots,\lambda_{2m-2k+1})\, e^{-i(\lambda_1+\lambda_2+\cdots+\lambda_{2m-2k+1})}\cdot d_{2k}/(2\pi)^k$$

$$- s_{2m+1}/(2\pi)^{m+1/2} \,\} \times h^{(2m+1)}[dB(\lambda_1),dB(\lambda_2),\cdots,dB(\lambda_{2m+1})]$$

$$= 0. \qquad (m = 0,1,2,3,\cdots).$$

(43)

In order to get $g_{2m+1}(\lambda_1,\lambda_2,\cdots,\lambda_{2m+1})$ from (43), we simply put

$$g_{2m+1}(\lambda_1,\lambda_2,\cdots,\lambda_{2m+1})$$

$$-\sum_{k=0}^{m} g_{2m-2k+1}(\lambda_1,\lambda_2,\cdots,\lambda_{2m-2k+1})\, e^{-i(\lambda_1+\lambda_2+\cdots+\lambda_{2m-2k+1})}\cdot d_{2k}/(2\pi)^k$$

$$- s_{2m+1}/(2\pi)^{m+1/2} = 0,$$

$$(m = 0,1,2,3,\cdots). \qquad (44)$$

which is a sufficient condition under which (35) holds. [But (44) is not a necessary condition because its left hand side is asymmetrical]. Eq. (44) is a system of linear equations which may be solved iteratively, stating with m = 0. To solve (44) in a systematical way, however, we write (44) in a matrix form,

$$[\ \underline{E}_{2m+1}\ ]\ [\ \underline{g}_{2m+1}\ ] = [\ \Sigma_{2m+1}\ ]. \tag{45}$$

Here, $[\ \underline{E}_{2m+1}\ ]$ is a (m+1) x (m+1) triangle matrix given by

$$[\ \underline{E}_{2m+1}\ ] =$$

$$\begin{vmatrix} 1-d_0 \cdot e^{-i\lambda_1}, & 0, & 0, & \cdots & 0 \\ \dfrac{-e^{-i\lambda_1 \cdot d_2}}{(2\pi)}, & 1-d_0 \cdot e^{-i(\lambda_1+\lambda_2+\lambda_3)}, & 0, & \cdots & 0 \\ \dfrac{-e^{-i\lambda_1 \cdot d_4}}{(2\pi)^2}, & \dfrac{-e^{-i(\lambda_1+\lambda_2+\lambda_3)} \cdot d_2}{(2\pi)}, & \cdot & \cdots & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdots & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot\ \cdot\ \cdot & 0 \\ \dfrac{-e^{-i\lambda_1 \cdot d_{2m}}}{(2\pi)^m}, & \cdot & \cdot\cdot & & 1-d_0 \cdot e^{-i(\lambda_1+\lambda_2 \cdots +\lambda_{2m+1})} \end{vmatrix} \tag{46}$$

of which determinant becomes $[1-d_0 \cdot e^{-i\lambda_1}] \cdots [1-d_0 \cdot e^{-i(\lambda_1+\lambda_2 \cdots +\lambda_{2m+1})}]$. Vectors $[\ \underline{g}_{2m+1}\ ]$ and $[\ \Sigma_{2m+1}\ ]$ are defined as

$$[\, g_{2m+1} \,] = \begin{vmatrix} g_1(\lambda_1) \\ g_3(\lambda_1,\lambda_2,\lambda_3) \\ \cdot \\ \cdot \\ g_{2m+1}(\lambda_1,\lambda_2,\cdots,\lambda_{2m+1}) \end{vmatrix}, \quad [\, \Sigma_{2m+1} \,] = \begin{vmatrix} s_1/(2\pi)^{1/2} \\ s_3/(2\pi)^{3/2} \\ \cdot \\ \cdot \\ s_{2m+1}/(2\pi)^{m+1/2} \end{vmatrix}$$

(47)

Cramer's formula gives the solution for $g_{2m+1}(\lambda_1,\lambda_2,\cdots,\lambda_{2m+1})$ as,

$$g_{2m+1}(\lambda_1,\lambda_2,\cdots,\lambda_{2m+1}) = \frac{1}{[1-d_0 e^{-i\lambda_1}]\cdots[1-d_0 e^{-i(\lambda_1+\lambda_2\cdots+\lambda_{2m+1})}]}$$

$$\times \left\| \begin{matrix} 1-d_0 \cdot e^{-i\lambda_1}, & 0, & 0, & \cdots & \frac{s_1}{(2\pi)^{1/2}} \\ \frac{-e^{-i\lambda_1}\cdot d_2}{(2\pi)}, & 1-d_0\cdot e^{-i(\lambda_1+\lambda_2+\lambda_3)}, & 0, & \cdots & \frac{s_3}{(2\pi)^{3/2}} \\ \frac{-e^{-i\lambda_1}\cdot d_4}{(2\pi)^2}, & \frac{-e^{-i(\lambda_1+\lambda_2+\lambda_3)}\cdot d_2}{(2\pi)}, & \cdot & \cdots & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdots & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot\,\cdot & \frac{s_{2m-1}}{(2\pi)^{m-1/2}} \\ \frac{-e^{-i\lambda_1}\cdot d_{2m}}{(2\pi)^m}, & \cdot & \cdot & \cdot & \frac{s_{2m+1}}{(2\pi)^{m+1/2}} \end{matrix} \right\|$$

(48)

In order to complete the Wiener Hermite expansion of the

hysteresis, we first substitute (48) into (40) to get $y_{2m+1}(p)$, then we take the summation in (16). However, we note that (48) gives asymmetrical kernels. To calculate variance of Y_p by (A34) and (48), therefore, $g_{2m+1}(\lambda_1,\lambda_2,\cdots,\lambda_{2m+1})$ by (48) should be symmetrized by an operation similar to (A16).

5. Statistical properties of Wiener Hermite functionals

Because of the strong non-linearity, it is interesting to check how energy of the output distribute on Wiener Hermite functionals.

Since $< [H_k(X_p)]^2 > = k!$, we obtain from (35) and (39) a system of linear equations for σ^2_{2m+1},

$$\sigma^2_{2m+1} = \sum_{k=0}^{m} \sigma^2_{2m-2k+1} \times (2k)!\cdot d^2_{2k} + (2m+1)!\cdot s^2_{2m+1}$$

$$(\ m = 0.1,2.3,\cdots\cdot). \qquad (49)$$

which may be written in matrix form:

$$[\underline{D}_{2m+1}]\cdot[\sigma_{2m+1}] = [\underline{S}_{2m+1}], \qquad (\ m = 0.1,2.3,\cdots\cdot), \qquad (50)$$

where $[\underline{D}_{2m+1}]$ is a (m+1) x (m+1) triangle matrix,

$$[\underline{D}_{2m+1}] = \begin{vmatrix} 1-d_o^2, & 0, & 0, & \cdot & \cdot & \cdot & 0 \\ -2!\cdot d_2^2, & 1-d_o^2, & 0, & \cdot & \cdot & \cdot & 0 \\ -4!\cdot d_4^2, & -2!\cdot d_2^2, & 1-d_o^2, & \circ & \circ & \circ & 0 \\ \cdot & & & & & & \cdot \\ \circ & & & & & & \circ \\ \circ & & & & & & \circ \\ -(2m)!\circ d^2_{2m}, & -(2m-2)!\circ d^2_{2m-2}, & \circ & \circ & \circ & -2!\circ d_2^2, & 1-d_o^2 \end{vmatrix} \qquad (51)$$

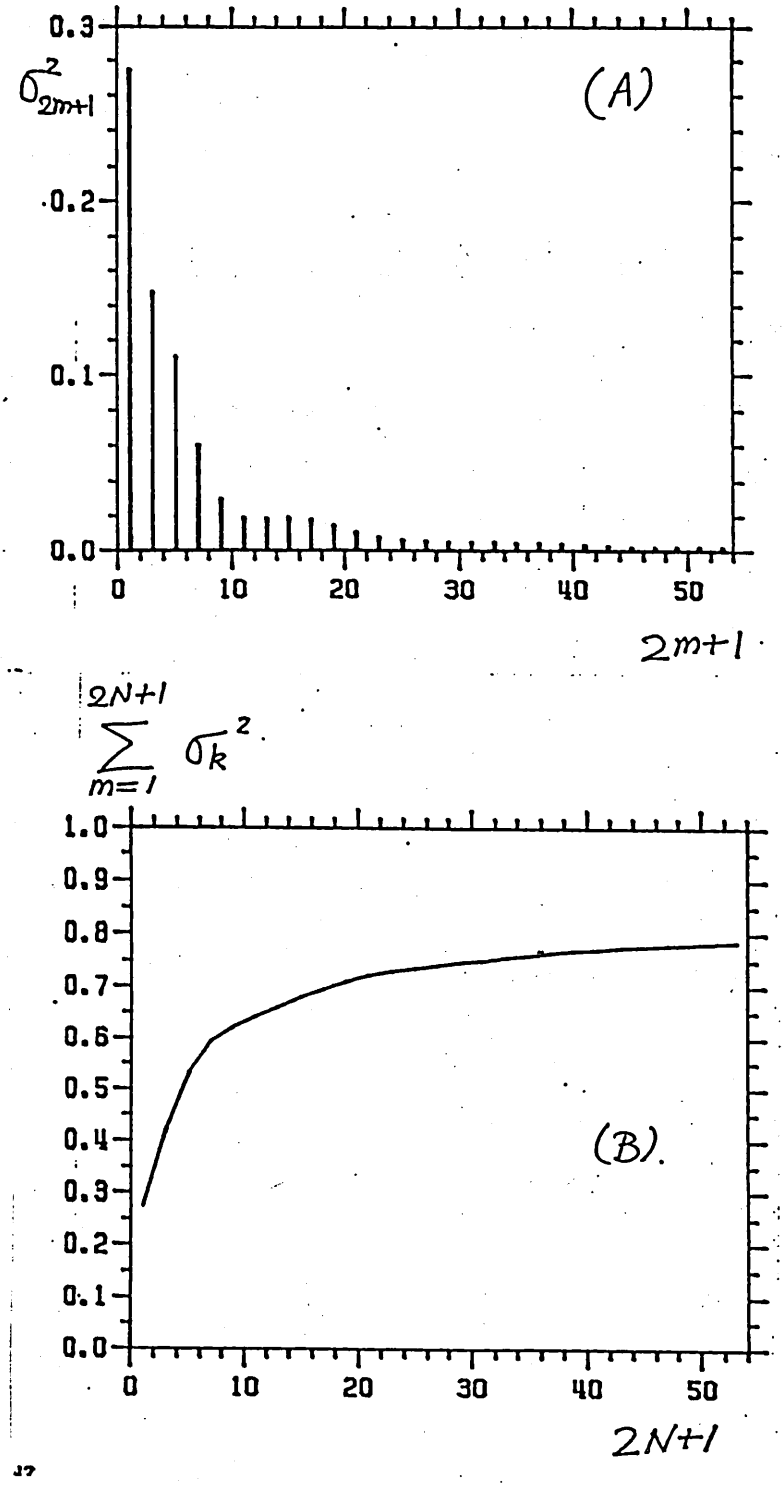


Fig. 5 (A): mean square value of (2m+1)-th Wiener Hermite functional and (B) its partial sum, which should to unity when N tends to infinity. M = 1.5

of which determinant is equal to $(1-d_o^2)^{m+1}$. Vectors $[\sigma_{2m+1}]$ and $[\underline{S}_{2m+1}]$ are given by,

$$[\sigma_{2m+1}] = \begin{vmatrix} \sigma_1^2 \\ \sigma_3^2 \\ \cdot \\ \sigma_{2m+1}^2 \end{vmatrix}, \qquad [\underline{S}_{2m+1}] = \begin{vmatrix} 1!\cdot s_1^2 \\ 3!\cdot s_3^2 \\ \cdot \\ (2m+1)!\cdot s_{2m+1}^2 \end{vmatrix} \tag{52}$$

Eq. (38) is easily solved by Cramer's method. Then one finds,

$$\sigma_{2m+1}^2 = \frac{\begin{Vmatrix} 1-d_o^2, & 0, & 0, & \cdot & \cdot & \cdot & 1!\cdot s_1^2 \\ -2!\cdot d_2^2, & 1-d_o^2, & 0, & \cdot & \cdot & \cdot & 2!\cdot s_3^2 \\ -4!\cdot d_4^2, & -2!\cdot d_2^2, & 1-d_o^2, & \cdot & \cdot & \cdot & 4!\cdot s_5^2 \\ -6!\cdot d_6^2, & -4!\cdot d_4^2, & -2!\cdot d_2^2, & \cdot & \cdot & \cdot & 6!\cdot s_7^2 \\ \cdot & & & & \cdot & & \cdot \\ \cdot & & & & & \cdot & \cdot \\ -(2m)!\cdot d_{2m}^2, & -(2m-2)!\cdot d_{2m-2}^2, & & \cdot & \cdot & & (2m+1)!\cdot s_{2m+1}^2 \end{Vmatrix}}{(1-d_o^2)^{1+m}} \tag{53}$$

Eq. (53) gives an explicit expression for σ_{2m+1}^2. However, Eq. (49) can be numerically solved by the iteration in a computer. A computed result is illustrated in Fig. 5.

Acknowledgment

The authors would like to thank S. Sato, Department of Biophysical Engineering, Osaka University, who brought us the hysteresis problem. Warm thanks also go to Y. Yoshida and H. Ogura, Kyoto Institute of Technology, for their encouragement.

Appendix

We summarize formulas concerning the Wiener-Hermite expansion. Detailed mathematical description of the expansion, however, see Ito[7], Wiener[6], Ogura[9] and others[5,8,12-14]. A formal proof for product formula (A22) was given in Ref.[16].

A. Multivariate Hermite Polynomials

Let us define the multivariate Hermite polynomial $H^{(n)}$ by[9]

$$H^{(n)}[X_{p_1}, X_{p_2}, \cdots\cdots, X_{p_n}] = [\, G(X) \,]^{-1} \prod_{\nu=1}^{n} \left(- \frac{\partial}{\partial X_{p_\nu}} \right) G(X),$$

$$(\; n = 0, 1, 2, \cdots)$$

$$G(X) = (2\pi)^{-k/2} \cdot \exp\left(- \frac{1}{2} \sum_{p=1}^{k} X_p^2 \right), \tag{A1}$$

where $G(X)$ is the k-dimensional Gaussian distribution and k is taken to be an arbitrary large integer. Some examples are:

$$\begin{aligned} &H^{(0)}[X_p] = 1, \qquad H^{(1)}[X_p] = X_p, \\ &H^{(2)}[X_p, X_q] = X_p X_q - \Delta(p,q), \\ &H^{(3)}[X_p, X_q, X_r] = X_p X_q X_r - X_r \cdot \Delta(p,q) - X_p \cdot \Delta(r,q) - X_q \cdot \Delta(r,p), \end{aligned} \tag{A2}$$

where $\Delta(p,q)$ stands for Kronecker's delta. Multivariate Hermite polynomials enjoy the following properties.

Orthogonality relation:

$$\langle \, H^{(n)}[X_{p_1}, X_{p_2}, \cdots, X_{p_n}] \cdot H^{(m)}[X_{q_1}, X_{q_2}, \cdots, X_{q_m}] \, \rangle$$

$$= \Delta(n,m) \, \Delta_{pq}^{(m)}, \tag{A3}$$

where the angle brackets denote the average with respect to the Gaussian distribution $G(X)$, and $\Delta_{pq}^{(m)}$ stands for the sum of all

distinct products of m Kronecker's deltas of the form $\Delta(p_\alpha, q_\beta)$, $p=(p_1, p_2, \cdots, p_n)$, $q=(q_1, q_2, \cdots, q_m)$, all p_α and q_β appearing just once in each product, for example, $\Delta^{(2)}_{pq} = \Delta(p_1, q_1)\cdot\Delta(p_2, q_2) + \Delta(p_2, q_1)\cdot\Delta(p_1, q_2)$.

Even/odd symmetry:

$$H^{(n)}[X_{p_1}, X_{p_2}, \cdots\cdots, X_{p_n}] = (-1)^n \cdot H^{(n)}[-X_{p_1}, -X_{p_2}, \cdots\cdots, -X_{p_n}]. \quad (A4)$$

Factorization: the multivariate Hermite polynomial is reduced to a product of Hermite polynomials. For example,

$$\begin{aligned} H^{(3)}[X_p, X_q, X_r] &= H_3(X_p), && p = q = r \\ &= H_2(X_p)\cdot H_1(X_r), && p = q \neq r \\ &= H_1(X_p)\cdot H_1(X_q)\cdot H_1(X_r), && p \neq q,\ q \neq r,\ r \neq p, \\ &= H^{(2)}[X_p, X_q]\cdot H_1(X_r), && q \neq r,\ p \neq r, \end{aligned} \quad (A5)$$

where $H_n(x)$ is the Hermite polynomial of a single variable defined by

$$H_n(x) = \exp\left(\frac{1}{2}x^2\right)\cdot\left(-\frac{d}{dx}\right)^n \cdot \exp\left(-\frac{1}{2}x^2\right). \quad (A6)$$

B. Wiener-Hermite functionals

Let $\{X_p(\omega),\ p = 0, \pm1, \pm2, \cdots\}$ be an independent Gaussian random sequence with zero mean and unit variance,

$$\langle X_p(\omega) \rangle = 0, \qquad \langle X_p(\omega)\, X_q(\omega) \rangle = \Delta(p, q), \quad (A7)$$

where ω is a probability parameter denoting a sample point in the sample space Ω. [However, we will often drop the probability parameter ω in equations below]. We assume, however, that the sample space Ω is of function space type[15], where Ω is an infinite-dimensional Euclidian space and a sample point ω is an infinite dimensional vector in Ω given by a sample sequence $\{X_p\}$ as

$$\omega = (\cdots, X_{-2}, X_{-1}, X_0, X_1, \cdots), \quad (A8)$$

where the p -th component of ω is $\omega_p = X_p(\omega)$. Thus, a function $g(\omega)$ of

ω is always regarded as a functional of $\{X_p\}$, namely,

$$g(\omega) = g(\cdots\cdots, X_{-2}, X_{-1}, X_0, X_1, \cdots\cdots). \qquad (A9)$$

Furthermore, a shift of a sample sequence by q, $\{X_p\} \to \{X_{p+q}\}$, induces a shift T^q of a sample point ω in Ω, namely, $X_{p+q}(\omega)=X_p(T^q\omega)$. In case of an independent Gaussian sequence[15], the shift T^q is a measure-preserving transformation with a group property: $T^0 = 1$ (identity); $T^{p+q} = T^p \cdot T^p$. Once the shift T is so defined, $g(T^p\omega)$ becomes a stationary random function of p for any random variable $g(\omega)$, where $g(T^p\omega)= g(\cdots\cdots, X_{p-2}, X_{p-1}, X_p, X_{p+1}, \cdots\cdots)$.

Next, we define even and odd functionals of ω. In case of the function space type, we may define $-\omega$ from (A8) as

$$-\omega = (\cdots\cdots,-X_{-2}, -X_{-1}, -X_0,-X_1,\cdots\cdots), \qquad (A10)$$

Therefore, we may define even and odd functionals by

$$g(\omega) = g(-\omega), \qquad (\text{ even functional}), \qquad (A11a)$$

$$= - g(-\omega), \qquad (\text{ odd functional }). \qquad (A11b)$$

Wiener Hermite functional: For a square summable n-variable kernel function $G_n(p_1,p_2,\cdots,p_n)$, where p's are discrete variables running from $-\infty$ to ∞, we define the n-th degree Wiener Hermite functional $I_n[\, G_n(\cdot-p),\omega]$ as

$$I_n[\, G_n(\cdot-p),\omega]$$

$$= \sum_{p_1,p_2,\cdots,p_n=-\infty}^{\infty} G_n(p_1-p,p_2-p,\cdots,p_n-p)H^{(n)}[X_{p_1},X_{p_2},\cdots\cdots, X_{p_n}],$$

$$(\, n = 0, 1, 2, \cdots\cdots\,), \qquad (A12)$$

where the dot in $I_n[\, G_n(\cdot-p),\omega]$ stands for summation variables $p_1,p_2,\cdots,p_n$ and the kernel function is often called the Wiener-kernel, which is generally asymmetrical with respect to its argument. [When $n = 0$, however, $I_0[\, G_0(\cdot-p),\omega]$ is a constant equal to G_o.]

Shift transformation: By (A11) and the definition of the shift T^p, we get

$$I_n[\ G_n(\cdot-p),\omega] = I_n[G_n(\cdot),T^p\omega]. \tag{A13}$$

This means that Wiener-Hermite functional $I_n[\ G_n(\cdot-p),\omega]$ is a stationary random function of p, generated by the measure-preserving transformation.

Even/odd symmetry: By (A4) and (A10), odd (even) degree Wiener-Hermite functionals are odd (even) in the sense of (A11),

$$I_n[\ G_n(\cdot-p),\omega] = (-1)^n\ I_n[\ G_n(\cdot-p),-\omega], \tag{A14}$$

Symmetrical kernel: By (A3), it holds in the ensemble mean sense

$$I_n[\ G_n(\cdot-p),\omega] = I_n[\ G_n^s(\cdot-p),\omega], \tag{A15}$$

where $G_n^s(\cdot-p) = G_n^s(p_1-p,p_2-p,\cdots,p_n-p)$ is a symmetrical function with its arguments:

$$G_n^s(p_1,p_2,\cdots\cdots,p_n) = \frac{1}{n!}\sum_{(i)}\ G_n(p_{i_1},p_{i_2},\cdots\cdots,p_{i_n}), \tag{A16}$$

$(i) = (i_1,i_2,\cdots,i_n)$ running all permutations of $(1,2,3,\cdots,n)$. The superscript s denotes the symmetry. Eq. (A15) implies that the Wiener kernel may not be determined uniquely, unless the kernel is symmetrical.

k-dimensional inner product: For symmetrical functions $G_m(\cdot-p)$ and $D_n(\cdot-q)$, we define a k-dimensional inner product $\{G_m(\cdot-p),D_n(\cdot-q)\}_k$ as

$$\{G_m(\cdot-p),D_n(\cdot-q)\}_k$$

$$= \sum_{p_1',p_2',\cdots,p_k'=-\infty}^{\infty} G_m(p_1'-p,p_2'-p,\cdots,p_k'-p,p_1-p,\cdots,p_{m-k}-p)$$

$$\times\ D_n(p_1'-q,p_2'-q,\cdots,p_k'-q,p_{m-k+1}-q,\cdots,p_{m+n-2k}-q),$$

$$k \le \min(m,n), \tag{A17}$$

which is a m+n-2k+1 variable function but asymmetrical in general. When m=n=k, $\{G_m(\bullet-p), D_m(\bullet-q)\}_m$ is a function of the difference p-q.

Orthogonality relation: By (A3), Wiener-Hermite functionals with symmetrical kernels G_m and D_n enjoy the following orthogonality relation

$$< I_m[\, G_m(\bullet-p),\omega] \cdot I_n[\, D_n(\bullet-q),\omega] > = \Delta(n,m)\cdot m!\, \{G_m(\bullet-p), D_m(\bullet-q)\}_m, \tag{A18}$$

Putting n = 0, we find that $I_m[\, G_m(\bullet-p),\omega]$ has zero averages except for m = 0.

C. Wiener-Hermite expansion

When a functional $g(T^p\omega)$ of $\{X_p\}$ has a finite variance, i.e., $< |g(T^p\omega)|^2 > < \infty$, it has an orthogonal development called Wiener-Hermite expansion:

$$g(T^p\omega) = \sum_{n=0}^{\infty} I_n[G_n^s(\bullet-p),\omega] = \sum_{n=0}^{\infty} I_n[G_n(\bullet-p),\omega], \tag{A19}$$

where $G_n^s(\bullet-p)$ and $G_n(\bullet-p)$ are symmetrical and asymmetrical kernels, related to each other by (A16). The symmetrical kernel is determined uniquely by the correlation:

$$< g(T^p\omega) \times H^{(n)}[X_{p_1}, X_{p_2}, \cdots, X_{p_n}] >$$

$$= n!\; G_n^s(p_1-p, p_2-p, \cdots\cdots, p_n-p). \tag{A20}$$

where $(i) = (i_1, i_2, \cdots, i_n)$ run all permutations of $(1,2,3,\cdots,n)$.

Product of Wiener-Hermite expansions: Let $g(T^p\omega)$ and $f(T^q\omega)$ be random functions described by Wiener-Hermite expansions:

$$g(T^p\omega) = \sum_{m=0}^{\infty} I_m[G_m(\bullet-p),\omega], \qquad f(T^q\omega) = \sum_{m=0}^{\infty} I_n[F_n(\bullet-q),\omega], \tag{A21}$$

where $G_m(\bullet-p)$ and $F_n(\bullet-q)$ are symmetrical kernels. Then the product of $g(T^p\omega)$ and $f(T^q\omega)$ is given by another Wiener-Hermite expansion as

$$g(T^p\omega) \times f(T^q\omega)$$

$$= \sum_{m=0}^{\infty} \sum_{n=0}^{\infty} \sum_{k=0}^{m} \frac{(n+m-k)!\ (n+k)!}{(m-k)!\ k!\ n!}\ I_m[\{G_{n+m-k}(\cdot-p), F_{n+k}(\cdot-q)\}_n, \omega]. \tag{A22}$$

where $\{G_{n+m-k}(\cdot-p), F_{n+k}(\cdot-q)\}_n$ is the n-dimensional inner product defined by (A17). Eq. (A22) is an extension of theorem 2 in Ref.[16].

D. Spectral representation

Complex Gaussian random measure: Let us define the complex Gaussian random measure $dB(\lambda,\omega)$, $(-\pi \le \lambda \le \pi)$, by a transformation of the independent Gaussian random sequence $\{X_p\}$,

$$dB(\lambda,\omega) = \frac{d\lambda}{(2\pi)^{1/2}} \sum_{p=-\infty}^{\infty} X_p\, e^{-i\lambda p}. \quad (-\pi \le \lambda \le \pi) \tag{A23}$$

which is a complex Gaussian random variable with parameter λ,

$$< dB(\lambda,\omega) > = 0, \quad < dB(\lambda_1,\omega)\ dB^*(\lambda_2,\omega) > = \delta(\lambda_1-\lambda_2)\, d\lambda_1 d\lambda_2,$$
$$dB(\lambda,\omega) = dB^*(-\lambda,\omega). \tag{A24}$$

where the asterisk denotes the complex conjugate.

Complex Wiener Hermite differentials: We define the complex Wiener Hermite differentials $h^{(n)}[dB(\lambda_1), dB(\lambda_2), \cdots, dB(\lambda_n)]$, associated with $dB(\lambda)$, by

$$h^{(0)}[dB(\lambda)] = 1, \tag{A25}$$

$$h^{(n)}[dB(\lambda_1), dB(\lambda_2), \cdots, dB(\lambda_n)]$$

$$= \frac{d\lambda_1 d\lambda_2 \cdots d\lambda_n}{(2\pi)^{n/2}} \sum_{p_1,p_2,\cdots,p_n=-\infty}^{\infty} \exp[-i(\lambda_1 p_1 + \lambda_2 p_2 + \cdots + \lambda_n p_n)]$$
$$\times H^{(n)}[X_{p_1}, X_{p_2}, \cdots, X_{p_n}]$$

$$(-\pi \le \lambda_1, \lambda_2, \cdots, \lambda_n \le \pi),\ (n = 1, 2, \cdots), \tag{A26}$$

$$H^{(n)}[X_{p_1}, X_{p_2}, \cdots, X_{p_n}],$$

$$= \frac{1}{(2\pi)^{n/2}} \int \cdots \int_{-\pi}^{\pi} \exp[\, i(\lambda_1 p_1 + \lambda_2 p_2 + \cdots + \lambda_n p_n)] \times h^{(n)}[dB(\lambda_1), dB(\lambda_2), \cdots, dB(\lambda_n)]. \quad \text{(A27)}$$

By (A3), the complex Wiener Hermite differentials satisfy another orthogonality relation,

$$< h^{(n)}[dB(\lambda_1), dB(\lambda_2), \cdots, dB(\lambda_n)] \cdot h^{(m)*}[dB(\lambda_1'), dB(\lambda_2'), \cdots, dB(\lambda_m')] >$$

$$= \Delta(n,m)\, \delta_{ij}^{(m)} d\lambda_1 d\lambda_2 \cdots d\lambda_n\, d\lambda_1' d\lambda_2' \cdots d\lambda_n', \quad \text{(A28)}$$

where $\delta_{ij}^{(m)}$ stands for the sum of all distinct products of m delta functions of the form $\delta(\lambda_\alpha - \lambda_\beta')$, $\alpha = (\alpha_1, \alpha_2, \cdots, \alpha_n)$, $\beta = (\beta_1, \beta_2, \cdots, \beta_n)$, all λ_α and λ_β appearing just once in each product.

Inserting (A27) into (A12), and changing the order of summation and integration, we get spectral representation of Wiener Hermite functionals,

$$I_n[\, G_n(\cdot - p), \omega]$$

$$= \int \cdots \int_{-\pi}^{\pi} \exp[\, ip\, (\, \lambda_1 + \lambda_2 + \cdots + \lambda_n\,)\,]\, .$$

$$\times\, g_n(\, \lambda_1, \lambda_2, \cdots, \lambda_n\,) \times h^{(n)}[dB(\lambda_1), dB(\lambda_2), \cdots, dB(\lambda_n)], \quad \text{(A29)}$$

where Wiener kernel $g_n(\, \lambda_1, \lambda_2, \cdots, \lambda_n\,)$ is given by

$$g_n(\, \lambda_1, \lambda_2, \cdots, \lambda_n\,)$$

$$= \frac{1}{(2\pi)^{n/2}} \sum_{p_1, p_2, \cdots, p_n = -\infty}^{\infty} \exp[i(\, \lambda_1 p_1 + \lambda_2 p_2 + \cdots + \lambda_n p_n)]$$

$$\times\, G_n(p_1, p_2, \cdots, p_n). \quad \text{(A30)}$$

Using these relations, we may rewrite the Wiener-Hermite expansion of $g(T^p\omega)$,

$$g(T^p\omega) = \sum_{n=0}^{\infty} I_n[G_n(\circ - p), \omega],$$

$$= \sum_{n=0}^{\infty} \int \cdots \int_{-\pi}^{\pi} \exp[\, ip\,(\,\lambda_1 + \lambda_2 + \cdots + \lambda_n\,)\,]$$

$$\times\, g_n(\,\lambda_1, \lambda_2, \cdots, \lambda_n\,) \times h^{(n)}[dB(\lambda_1), dB(\lambda_2), \cdots, dB(\lambda_n)] \tag{A31}$$

By (A17) and (A25), the average and the mean square value of $g(T^p\omega)$ become,

$$< g(T^p\omega) > = I_o[G_o, \omega] = G_o = g_o, \tag{A32}$$

$$< |g(T^p\omega)|^2 > = \sum_{m=0}^{\infty} m!\, \{G_m^s(\cdot), G_m^{*s}(\cdot)\}_m, \tag{A33}$$

$$= \sum_{m=0}^{\infty} m! \int \cdots \int_{-\pi}^{\pi} |g_n^s(\,\lambda_1, \lambda_2, \cdots, \lambda_n\,)|^2\, d\lambda_1 d\lambda_2 \cdots d\lambda_n, \tag{A34}$$

where G_n^s and g_n^s are symmetrical kernels obtained from G_n and g_n, respectively.

References

(1) S. Sato and S. Hine, "Wiener analysis of hysteresis system and nonlinear feedback system", unpublished paper, No date is given.
(2) J. E. Gibson, " Nonlinear automatic control", McGraw-Hill.(1963)
(3) P. Z. Marmarelis and V. Z. Marmarelis, " Analysis of physiological systems", Plenum, (1978)
(4) J. Nakayama and S. Konishi, "Nonlinear transformation of a Gaussian sequence by a hysteresis", Technical report, IECE,

NPL85-11, (1985).
(5) R. H. Cameron and W. T. Martin. "The orthogonal development of nonlinear functionals in series of Fourier-Hermite functionals", Ann. Math. 48, 385-392, (1947).
(6) N. Wiener, "Nonlinear problems in random theory", M.I.T. Press,(1958).
(7) K. Ito, "Multiple Wiener integrals", J. Math. Soc. Japan, 3, 157-169, (1951); Ito, K., "Complex multiple Wiener integrals", Jpn. J. Math., 22, 63-86, (1952).
(8) J. F. Barrett, "Hermite functional expansion and the calculation of output auto-correlation and spectrum for any time invariant nonlinear system with noise input", J. Electron. Control, 16,107-113, (1963).
(9) H. Ogura, "Stochastic processes", Corona Publishing, Tokyo, (1978). (in japanese).
(10) T. Imamura, "Mathematics in random field theory" (in Japanese), Iwanami-Shoten, Tokyo, (1976)
(11) S. Yasui, "Stochastic functional Fourier Series, Volterra series and nonlinear system analysis. IEEE Trans. AC. 24, 230-242, (1979)
(12) W. J. Rugh, "Nonlinear system theory", John Hopkins Univ. Press, (1981)
(13) M. Schtzen, "Nonlinear system modeling based on the Wiener theory", Proc. IEEE, 69, 1557-1573, (1981)
(14) E. Isobe and S. Sato, "On the identification of a class of nonlinear systems using the Wiener's method", IECE Jpn, Trans. J64-A, 1026-1038, (1981)
(15) Doob, J., L., "Stochastic Processes", John Wily, New York,(1953).
(16) J. Nakayama, "A formula on the Wiener Hermite expansion", J. Math. Phys. in press.

RS87-11

GaAsFETを用いたプッシュプル電力増幅器

豊田　幸弘

大阪工業大学

１９８７年１２月１１日（金）

輻射科学研究会

ＧａＡｓＦＥＴを用いたﾌﾟｯｼｭﾌﾟﾙ電力増幅器

Push Pull Power Amplifiers Using GaAsFET

豊田　幸弘

Sachihiro TOYODA

大阪工業大学

Osaka Institute of Technology

あらまし

この論文はＧａＡｓ電力用ＦＥＴを用いたﾌﾟｯｼｭﾌﾟﾙ電力増幅器について述べる．このﾌﾟｯｼｭﾌﾟﾙ電力増幅器は２種類の増幅器で動作周波数範囲は４．６-６．３ＧＨｚおよび８．５-１０．６ＧＨｚで，出力電力はそれぞれ７．５Ｗ（３８．８ｄＢｍ）および４．５Ｗ（３６．５ｄＢｍ）を得た．

1　まえがき

最近マイクロ波帯で固体化高出力電力増幅器の開発が高まつてきた．マイクロ波増幅器の出力電力を向上させる方法として，円筒空胴共振器および導波管空胴内に多数個のインパｯﾄダイオードを装荷して電力合成をしている．導波管空胴内にインパｯﾄダイオードを装荷した合成効率の良い電力合成増幅器についてはすでに報告されている1)2)．

ＧａＡｓＦＥＴを用いた電力合成増幅器の出力電力はインパｯﾄダイオードを用いた電力合成増幅器の出力電力に比べて比較にならない位いの高出力電力を得ている．これらの論文については数多く発表されている3)4)．

ＦＥＴを用いた電力合成増幅器の回路構成としては同軸電力分割器かもしくは３ｄＢ方向性結合器を用いた平衡形増幅器がある．この電力増幅器はＡ級増幅として動作させている．電力増幅器の入力に加える信号の電力が大きくなるとＦＥＴの非直線がもはや無視できなくなり大きな歪みを生じることになる．Ａ級シングル電力増幅器を合成すると出力電力は２倍近くになるが歪みはそのままである．

電力増幅器の歪みを少なくする方法としてﾌﾟｯｼｭﾌﾟﾙ電力増幅器が考えられる．

著者はＧａＡｓ電力用ＦＥＴを用いた２種類のﾌﾟｯｼｭﾌﾟﾙ電力増幅器を考案した5)．２種類のﾌﾟｯｼｭﾌﾟﾙ電力増幅器を試作し，５ＧＨｚ帯および１０ＧＨｚ帯で実験をおこなつたところ 出力電力はそれぞれ７．５Ｗおよび４．５Ｗを得た．

2　ﾌﾟｯｼｭﾌﾟﾙ電力増幅器の回路構成

周波数４．６－６．３ＧＨｚ帯のﾌﾟｯｼｭﾌﾟﾙ電力増幅器の回路構成を図１に示す．図１に示すように，

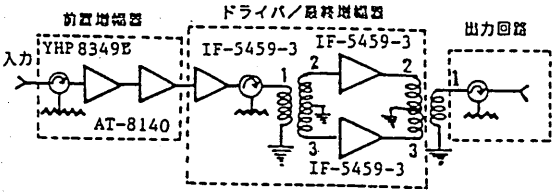


図１．　ﾌﾟｯｼｭﾌﾟﾙ電力増幅器の構成

前置増幅器の周波数帯域幅は２-２０ＧＨｚ，出力電力は２０ｄＢｍの超広帯域増幅器（ＹＨＰ８３４９）と中電力増幅器（ＡＴ-８１４０）を用いた．２つの増幅器を縦続接続し，その出力電力を励振段に加える．

励振段とﾌﾟｯｼｭﾌﾟﾙ増幅器にはＡｖａｎｔｅｋＩＭ－５４５９－３（内部整合）の電力用ＦＥＴを用いた．この電力用ＦＥＴの最大出力電力は３Ｗである．

図１に示す様に２個の電力増幅器の入出力側に位相反転器を接続してﾌﾟｯｼｭﾌﾟﾙ電力増幅回路を構成した．集中定数回路で表示した位相反転器を分布

定数回路で構成するために，著者は図２に示す様なストリップ線路で構成した位相反転器を考案した．

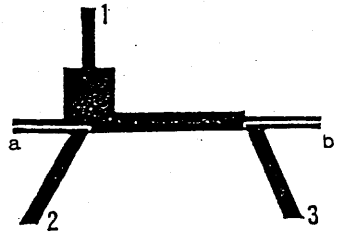


図２．　位相反転器

図１および図２に示す位相反転器に記入してある記号１と２および３は同じ意味を表す．図２に示す位相反転器に記入してある記号１は入力端子，２と３は出力端子である．出力端子２と３の位相差は１８０である．出力端子２と３の終端ａとｂは短絡した．位相反転器の結合度は３．２ｄＢであり，動作周波数範囲は４．５－６．５ＧＨｚで，帯域幅は２ＧＨｚを得た．

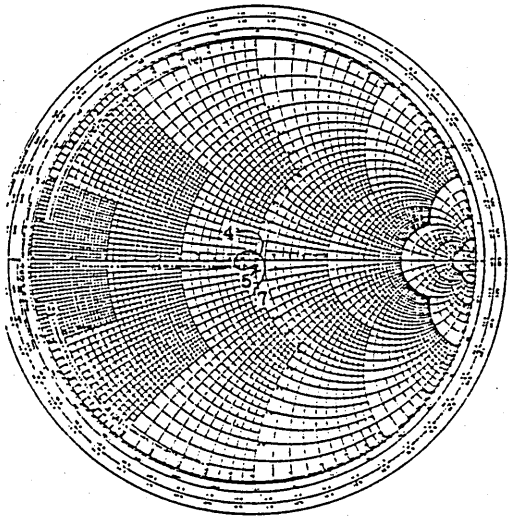


図３－ａ．　入力側における反射係数の周波数特性

図２に示す位相反転器の出力側２と３を無反射終端してＮｅｔｗｏｒｋ　Ａｎａｌｙｚｅｒによって入力インピーダンスの周波数特性を測定した結果を図３ａに示す．つぎに入力端子１を無反射終端して出力インピーダンスの周波数特性を測定した結果を図３ｂに示す．

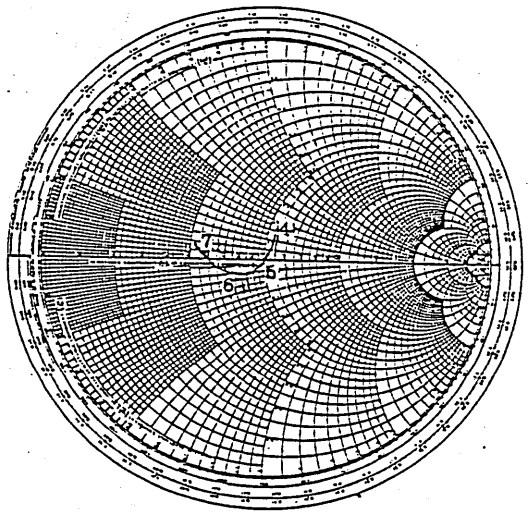


図３－ｂ．　出力側における反射係数の周波数特性

３　プッシュプル電力増幅器の実験結果

励振段の電力増幅器とプッシュプル電力増幅器に用いたＦＥＴは内部整合されたＡｖａｎｔｅｋ　ＩＭ－５４５９－３である．Ａｖａｎｔｅｋの規格では５．４－５．９ＧＨｚの周波数範囲は整合しており，帯域幅５００ＭＨｚまで平坦な特性が得られる．電力増幅器の構造の写真を図４に示す．

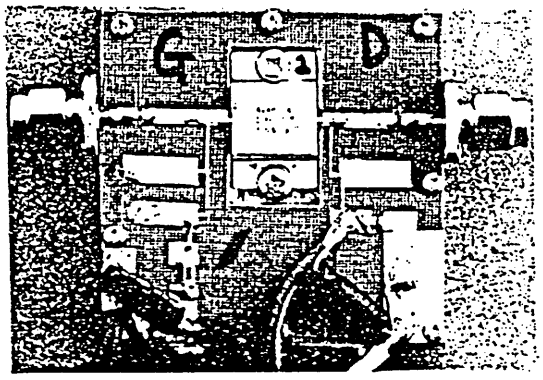


図４．　電力増幅器の構造と写真

電力増幅器の帯域幅を広げるために図４に示すようにＦＥＴの入出力側に整合回路を設けた．入出力側に長さλg／４開放伝送線路を２個と出力側に同じくλg／４開放伝送線路を接続した．図４に示す電力増幅器の周波数特性を図５に示す．図５に示すように，入力電力を２５ｄＢｍのとき出力電力は３４．８ｄＢｍを得た．

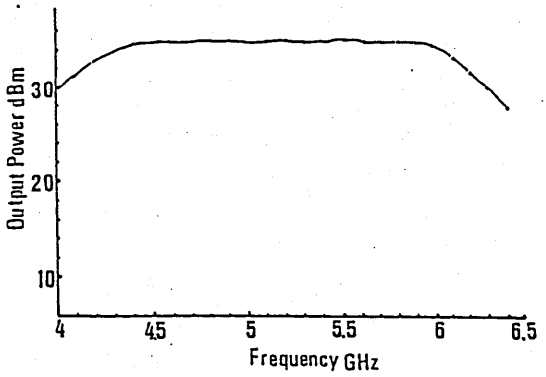


図５．　図４に示す電力増幅器の周波数特性

図４に示すようにＦＥＴのゲート側に設けた開放伝送線路は，上段は５ＧＨｚ，下段は５．５ＧＨｚの周波数で長さを決めた．次にドレイン側に設けた開放伝送線路は５．５ＧＨｚの周波数で長さを決めた．このような周波数帯は実験値から決めたものであり，この周波数帯で開放伝送線路の長さを決めたとき広帯域特性になつた．４．３-６．０ＧＨｚまでほぼ平坦な特性が得られた．

内部整合された電力用ＦＥＴは外部整合回路を設けることによつて広帯域特性にすることを実験結果から確かめた．

図５に示すような特性曲線をもつ電力増幅器を３個試作し，その内２個をプッシュプル電力増幅器に用いた．

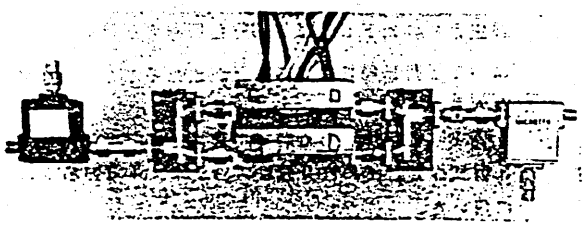


図６．　プッシュプル電力増幅器

プッシュプル電力増幅器の構造の写真は図６に示す．図６に示すように，２個の電力増幅器の入出力側に位相反転器を接続してプッシュプル電力増幅器を構成した．

一般に出力増幅段では小信号から大信号まで広い範囲で動作するので全振幅に対して直線的な動作を期待することは非常にむずかしことである．

増幅器の動作バイアス点をＡ級よりもＡＢ級さらにＢ級の方が出力回路の効率は増加する．

プッシュプル電力増幅器をＢ級動作させた時ＦＥＴの遮断点までバイアス電圧をかけなければならない．Ｂ級動作の時無信号時にはＦＥＴのドレイン電流は零となり，消費電力がないことは非常に望ましい．しかしＩDss-ＶGS特性は遮断点の近傍で非直線となつている．故に小信号の時クロスオーバ歪みを生じる．このクロスオーバ歪みをさけるためにはＩDSS-ＶGS特性の比較的直線に近い部分へバイアス電圧を移動させなければならない．以上の理由からプッシュプル電力増幅器の動作バイアス点はＡＢ２級で動作をさせた．

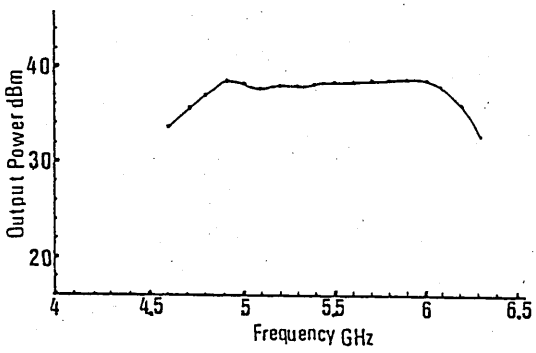


図７．　プッシュプル電力増幅器の周波数特性

プッシュプル電力増幅器に図１に示すような前置増幅器と励振器とを縦続接続して周波数特性を測定した結果を図７に示す．図７に示すように，出力電力は７．５Ｗ（３８．８ｄＢｍ），帯幅幅は１．５ＧＨｚ得られた．

図７に示す増幅器の動作周波数範囲は図５に示す．動作周波数範囲に比べて０．５６ＧＨｚ狭くなつている．その理由は４．８ＧＨｚ以下ではプッシュプル電力増幅器に用いた２個のＦＥＴのＳ21の位相角が同じにならないので，出力電力が低下したと考えられるからである．プッシュプル電力増幅器を試作するときは２個のＦＥＴは同じ特性を持つものを選ばなければならない．このことは３ｄＢ結合器を用いた平衡形増幅器にも同じようなことが言える．

プッシュプル電力増幅器の入出力特性および３次相互変調歪みの特性の測定結果を図８に示す．測定は周波数５．５ＧＨｚの基本波と等レベルの２ＭＨｚ離れた２波の信号を増幅器に入力してスペクトラム．アナライザで行なわれた．インタセプト．ポイントは５１．５ｄＢｍであつた．

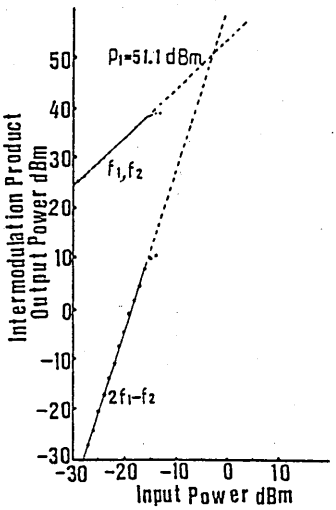


図８．　入力電力に対する出力電力と３次相互変調
（f_1=5.500GHz,f_2=5.502GHz）

4　Ｘバンドプッシュプル電力増幅器

図９に示すＸ帯プッシュプル電力増幅器の回路構成は５ＧＨｚ帯のプッシュプル電力増幅器の場合と

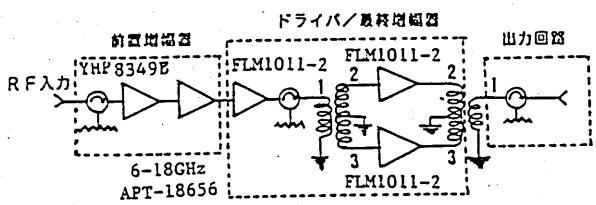


図９．　Ｘバンドプッシュプル電力増幅器の構成

同様である．励振段と最終段のプッシュプル電力増幅器には富士通ＦＬＭ１０１１－２（内部整合）の電力用ＦＥＴを用いた．

ＦＬＭ１０１１－２のＦＥＴを用いた電力増幅器の構造の写真を図１０に示す．図１０に示すようにＦＥＴのゲートとドレイン側に設けた開放伝送線路の長さは１０ＧＨｚの周波数で決めた．このような周波数帯は実測値から決めたものである．この開放伝送線路を接続することによつて広帯域特性が得られた．電力増幅器の増幅特性を図１１に示す．図１１に示すように，入力電力を２６ｄＢｍにしたとき出力電力は３３ｄＢｍ，帯域幅は２．２ＧＨｚを得た．８．３

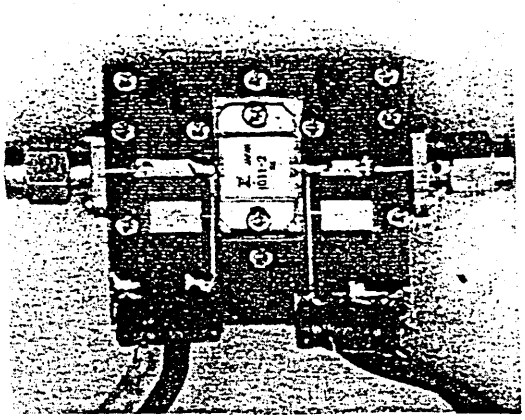


図１０．　Ｘバンドプッシュプル電力増幅器の写真

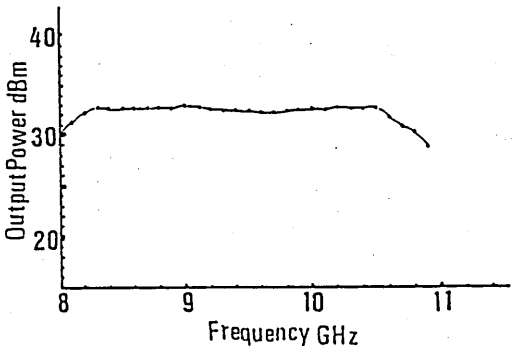


図１１．　図１０に示す電力増幅器の周波数特性

－１０．５ＧＨｚまでほぼ平坦な特性が得られた．内部整合されたＦＥＴは外部整合回路を設けることによつて広帯域特性にすることが出来ることを実験結果からたしかめた．

図１０に示すような特性曲線をもつ電力増幅器を３個試作し，その内２個はプッシュプル電力増幅器に用いた．

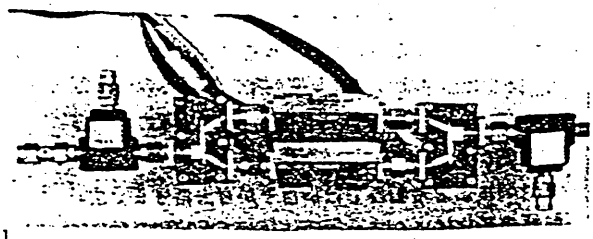


図１２．　Ｘバンドプッシュプル電力増幅器の写真

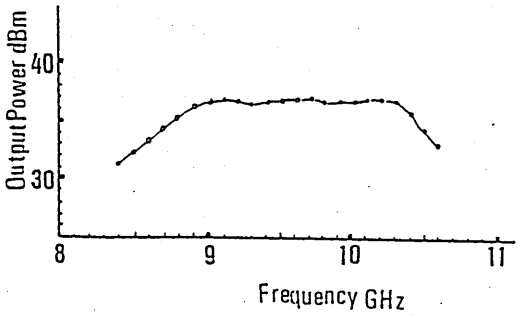


図１３．　Ｘバンドプッシュプル電力増幅器の周波数特性

Ｘバンドプッシュプル電力増幅器の構造の写真は図１２に示す．図１２に示す位相反転器は５ＧＨｚ帯のプッシュプル電力増幅器に使用したものをＸバンド用にして用いた．プッシュプル電力増幅器の動作点はＡＢ2 級で動作をさせた．

図９に示す回路系で増幅器の周波数特性を測定した．測定結果を図１３に示す．図１３に示すように出力電力は４．５Ｗ（３６．６ｄＢｍ），帯域幅は１．８５ＧＨｚを得た．動作周波数範囲は８．５－１０．６ＧＨｚであつた．図１３に示す帯域幅に比べて０．８５ＧＨｚ狭くなつた理由はプッシュプル電力増幅器に用いた２個のＦＥＴのＳ21の位相角が９ＧＨｚ以下で異つていることと，位相反転器の周波数特性も含まれているものと思われる．出力電力は３６．６ｄＢｍを得た．

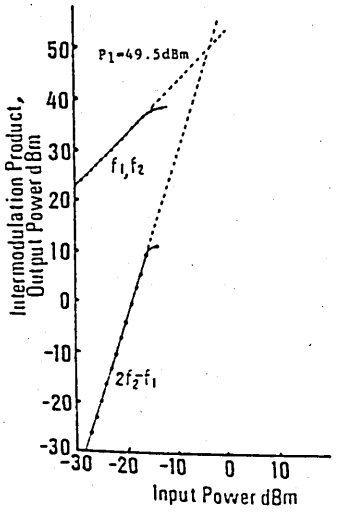


図14. 入力電圧に対する出力電圧と３次相互変調
(f_1=9.700GHz, f_2=9.702GHz)

プッシュプル電力増幅器の入出力特性および３次相互変調歪み特性の測定結果を図１４に示す．測定は周波数９．７ＧＨｚの基本波と等レベルの２ＭＨｚ離れた２波の信号を増幅器に入力してスペクトラムアナライザでおこなわれた．３次相互変調歪みは広い入力レベルに亙つてほぼ３次の傾きを持つている．本増幅器の３次相互変調歪み比は２波総合出力３０ｄＢｍの時に４３．５ｄＢｍ，インタセプトポイントは＋４９．５ｄＢｍであつた．

まとめ

本論文は２種類のプッシュプル電力増幅器を構成した．プッシュプル電力増幅器を構成するうえに不可欠な位相反転器を考案した．

試作した２種類のプッシュプル電力増幅器は５ＧＨおよび１０ＧＨｚ帯である．２種類の電力増幅器の帯域幅はそれぞれ１．４８ＧＨｚおよび１．８５ＧＨｚであり，出力電力は７．５Ｗ（３８．８ｄＢｍ）および４．５Ｗ（３６．５ｄＢｍ）を得た．

２種類のプッシュプル電力増幅器を広帯域にするためには位相反転器の周波数特性を広帯域にすることとＦＥＴのＳ21の位相角のそろうた２個のＦＥＴを使用する事が今後の課題である．

謝辞　本報告においてＧａＡｓＦＥＴを頂いた富士通株式会社に感謝します．

文　献

(1) 豊田　導波管形電力合成増幅器　信学論(B)85 Vol.J68-B No.6 pp.707-713（昭60-06）．

(2) 豊田　インパットダイオードを用いた多素子反射形増幅器　信学論(B)85 Vol.68-B No.9 pp.1029-1035（昭60-09）

(3) K.HONJO, Y.TAKAYAMA　Broad-Band Internal Matching of Microwave Power GaAs MESFETs IEEE Trans.,Microwave Theory and Techniques Vol.MTT-27 No.1 pp.3-8 Jan.1979.

(4) K.NICLAS, W.T.WILSER, R.B.GOLD Application of the Two-Way Balanced Amplifier Concept to Wide-Band Power Amplification Using GaAs MESFETs IEEE Trans.,Microwave Theory and Techniques Vol. MTT-28, No.3 pp.172-179 March 1980.

(5) 豊田　ＧａＡｓＦＥＴを用いたプッシュプル増幅器　昭和62年 電子情報通信学会創立70年記念総合記念総合全国大会745.

RS-87-12

境界回折波による干渉現象の研究

金井　徳兼、伊藤　博

福井工業大学

昭和62年12月11日

境界回折波による干渉現象の研究

金井　徳兼、伊藤　博
福井工業大学

1．まえがき

光の波動性が直接観測できる現象に、干渉と回折があることはよく知られている。歴史的にいうとヤングが干渉実験に成功し、引き続いてフレネル、ホイヘンス、キルヒホフらによって、光の回折現象が明らかにされたということになっている。文献によるとこれに関して興味のあるエピソードがある。[1][2]光の干渉現象を明らかにしたヤングは、続いて小さな開口によって得られる回折現象に挑戦した。彼は回折縞を開口のふちを光源とする第２次球面波による干渉であると考えた。ふつう干渉によるパターンは、円形の開口なら等間隔の同心円になる。ところがよく知られている回折縞は決して等間隔でないため、ヤングの仮説は間違ったものとしてその後かえりみられなくなったのであるという。すなわち、フレネル・ホイヘンスらは開口の平面の各点を中心とする球面波が生まれるとし、その仮定にしたがってキルヒホフが理論を展開し、回折現象を説明したことになっている。

古い文献[3]を筆者が直接確かめたわけではないが、ヤングは、例えば細い糸のふちが光源と反対側からみてもよく輝いているとか、糸の影の真ん中あたりがより明るいということに気がついていたようである。これらのことは、その後の回折理論により幾分かは説明されたことになっているけれど、十分とはいえないのである。ヤングから下ること約１００年、ラビノビッチ、マギ[4][5]ら、そしてゾンマフェルドクが独立に回折理論を展開し、幾何学的に陰の部分に衝立の端を源とする円柱波が伝播し、そうでない部分では、光源からの直接の波とさきの円柱波が共存して進むという解を得た。これらの理論はその後、ウオルフ[6]と宮本によってさらに展開されたのである。そして衝立の端を源とする波は境界回折波

(boundary diffraction wave)と名付けられた。おかしなことに理論の展開はともかくとして、実験的にこのような波をとらえようとする試みは、[7]少なくとも光学の分野ではその後見当たらないようである。我々は、別の目的をもつ実験の中で先人の名付けた境界回折波の存在を、それらの波の作る干渉現象から確認することができた。以下それについて述べることにする。

2．実験装置

実験のために使用したものは、光源としてのヘリウム・ネオンレーザーと光学系、そして回折像をとらえるためのカメラであり、その配置が第１図に示してある。そして最も大切なことは、どのような物体の回折像を作るかということである。もともとこの種の実験の問題点の第１は、単色の波を生み出す適当な光源であり、それは今日ではレーザー光によって解決できる。第２は直接光に比べて境界回折の強度が弱いため、強い直接光が存在する開口は不適である。ところが小型の遮蔽物は、幾何学的な影の部分をもつため、これらの波が起こすであろう干渉現象をとらえるのに有利であると考えられる。そして実験結果の解析に便利なためには、物体の作る影が幾何学的に単純であることが望ましい。それはたとえば円であるとか矩形ということであり、その大きさは光の波長(ここでは632.8ナノメータ)にくらべて十分大きいことが必要である。ここでは、ヘリウム・ネオンレーザーの波長が約0.6ミクロンであることから、ミクロン以上、ミリ程度の大きさの物体、すなわちスチール、ガラス、そしてプラスチック製の小球、シャープペンシルの心(カーボン製で直径0.57ミリと0.92mmの２種)などを用いた。光学系は、レーザー光がフィルム面にむけて発散する回折現象としては、フレネル形式のものをえらんだ。物体を光軸にそって移動させることにより、像の大きさを変えることができるのは言うまでもない。

3．球形の物体の実験例

第２図にかかげた写真は、直径１ミリの ガラス球 にレーザー光をあてた時の回折像である。球は糸でつり下げてあるので、線の回折像もいっしょにうつっている。露光を変え、影の部分を調べてみると、同図に示すように等間隔の同心

円が多数認められる。この球の投影である円の周辺上のすべての点を光源をした波による干渉縞の間隔Δxはよい近似で

$$\Delta x = \frac{\lambda z}{D} \qquad (1)$$

で与えられる。ここでλは波長、Dは球の直径、zはフィルム面と物体との距離である。(1)の関係においてDを既知としたうえで距離zを変え、その都度縞の間隔を実測したものと、(1)式による計算値を第1表に与えた。結果は満足できるものであり、同時に球の材質と実験値に関係がないことがわかる。この結果を利用して未知の粒子の径Dを干渉縞の間隔を実測することによって知ることができる。

4．円柱物体の実験例

試料として取り上げた円柱は、極めて細いシャープペンシルの心で太さの一様性はよい。この円柱によって作られる通常の回折像と、境界回折波による干渉縞を第3図に示す。この干渉縞は、長辺方向に走る等間隔の直線群と、これに斜交する軸対称の曲線群からなっている。このうち直線群は、矩形の長辺を軸とする2つの円柱波による干渉縞であり、その間隔はやはり(1)式で与えられる。D＝0.918㎜として干渉縞の実測値と計算値を比較した結果を表2に示す。次に曲線上の縞の説明に入ることにする。第4図においてzは系の光軸に平行であり、原点Oは矩形の1つの頂点であるとする。Y軸上に短辺OCをとり、それに隣る長辺をX軸上におく。長辺OX、短辺OCを軸とする2つの円柱波が伝播し、点Pで出会ったとする。第4図から

$$\ell_1^2 - \ell_2^2 = x^2 - y^2 \qquad (2)$$

ここでℓ_1、ℓ_2は点PからX軸、Y軸への距離、X、Yは点PのXY面での座標である。この2つの円柱波の点Pにおける干渉条件

$$\ell_1 - \ell_2 = n\lambda \quad (\ell_1 > \ell_2) \qquad (3)$$

を使うと(2)式は

$$x^2 - y^2 = 2z \cdot n\lambda \qquad (4)$$

とかける。ここでzはP点のZ座標である。ここで

$$\ell_1 + \ell_2 \simeq 2z \quad (z >> x, y)$$

という近似を用いた。

(4)によると小円柱から距離だけ離れた位置で境界回折波によって作られる干渉図形は、正双曲線群であるということになり、第5図にそれが示してある。第3図の写真と比較すると、矩形の付近の干渉縞が多少太くなっていることに気付く。我々が考えた2つの円柱波は、矩形の頂点の近傍で円柱波の仮定が崩れてしまう。第4図において、長方形の短辺OCを辺とする正方領域OCDEを考える。頂点Oに近い投影点P'をもつ点Pで干渉する2つの球面波は、A'とB'(OC'=OB')を源とするものである。このような時の干渉縞は、やはり式(4)で与えられる。すなわち、矩形の両端に設定できる正方領域では、干渉縞は縮退していることになり、わずかな角の仕上げの乱れによって太くなり得ることは、分光学におけるスペクトル線の縮退がとけた話と同じであると考える。同じ事情は矩形の2つの長辺によって作られる平行なパターンにもあらわれる。第3図をみると、この縦の縞模様は、上下端付近で対称軸にむけてしぼられるてゆくようにみえる。このことも両端近くにおける円柱波の乱れによって説明することができる。

5. 結び

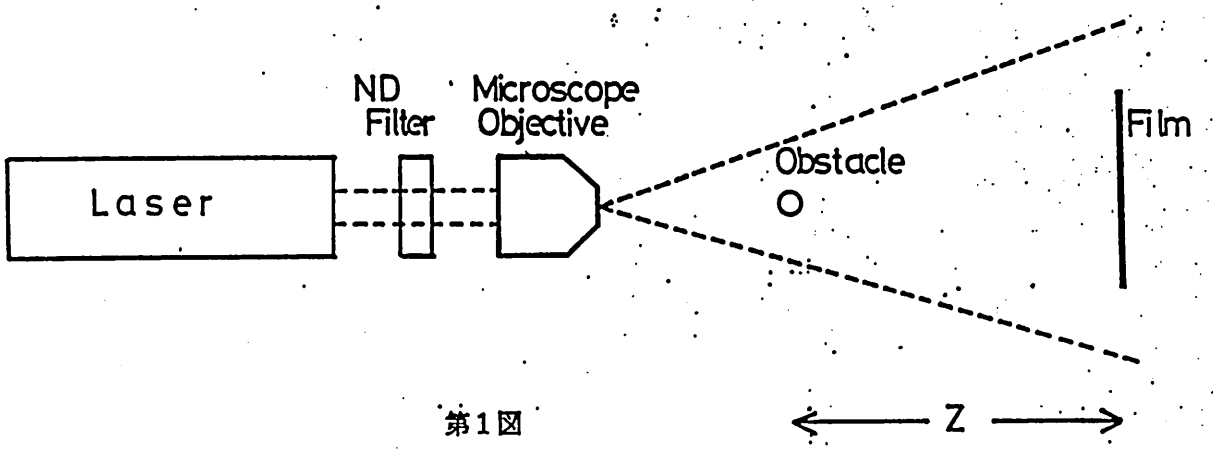
ヤングを初めとする研究者たちが、実験的に境界回折の存在を確認できなかった原因は、開口の実験に終始したせいと考えられる。第6図にあらためて直径1㎜の円形の開口の作る回折縞の写真を示す。この写真には明らかに通常の回折像

のほかに、等間隔の同心円群の存在が認められている。この間隔を実測して関係式(1)をふたたび確かめることができる。したがって開口の場合は、通常の回折縞のほかに、開口のふちを源とする境界回折波の作る干渉縞が共存していることになる。

我々は、このような実験から光の干渉という現象により、ヤング以来問題となってきた境界回折波の存在を確認することができた。ただここで改めていくつかの疑問が生じてくる。実験に用いた遮蔽物は、決して２次元的なものでなく、３次元のものである。したがって、境界回折波の光源の位置に不定さが残ってくる。そのことを確かめるため、たとえば、本論にでてくる鉛筆の心をわざと光軸に対して直角でない傾きをあたえてみた。したがって、点光源から出た波は、この傾いた極小円柱の各点にことなる位相で到達する。それにもかかかわらず、光軸に垂直なフイルム面上に鮮鋭な干渉縞を作り出す。この事実は、物体の端を光が通過して２次波を生み出す際に、全く位相の変化がないことを示している。したがって厳密な２次波の波源の位置を考える必要がないことになる。逆にいうと境界回折波という特別のモデルが本当に必要かという議論になりかねないが、我々はその点についてもっと調べてゆくつもりである。

参考文献

1) T.Young : Phil.Trans.Roy.Soc.,20(1802)26.
2) 吉原　邦夫 :「物理光学」共立出版社、昭和59年.151.
3) M.Born & E.Wolf : Principles of Optics (London、Pergomon)1975.
4) G.A.Maggi : Ann.d.Math.(2)16(1888)、21.
5) A.Rubinowicz : Ann.Phys.Lpz.53(1917)257.
6) K.Miyamoto & E.Wolf : J.Opt.Soc.America 52(1962)615、626.
7) M.Cognet, M.Framcon & J.C. Thrierr : Atlas of Optical Phenomena、Springer Verlag 1962(Berlin).



第1図

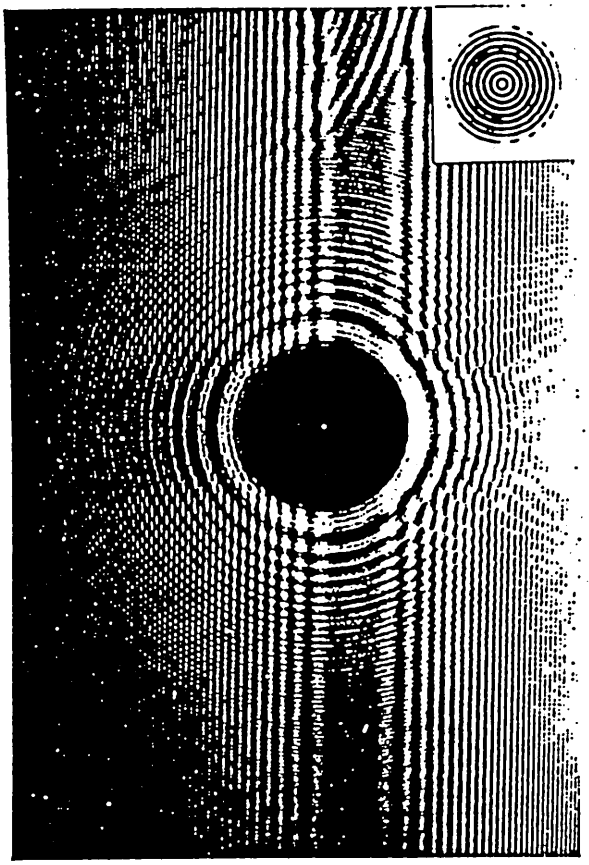


写真　1）　ガラス球（径:1.26㎜、z=0.5㎜）によるFresnel回折像
と幾何光学的陰の部分に生じる境界回折波による干渉パターン（右上）.

第２図

Glass sphere 1.26mm in diameter

Z (m)	Observed $\Delta\chi$ (mm)	Calculated $\Delta\chi$ (mm)
0.1	0.054	0.0502
0.2	0.108	0.100
0.3	0.162	0.151
0.4	0.207	0.201
0.5	0.270	0.251
0.6	0.324	0.301

Steel sphere 1.01mm in diameter

Z (m)	Observed $\Delta\chi$ (mm)	Calculaed $\Delta\chi$ (mm)
0.1	0.063	0.0627
0.2	0.117	0.125
0.3	0.198	0.188
0.4	0.270	0.251
0.5	0.324	0.313
0.6	0.414	0.376

表 1

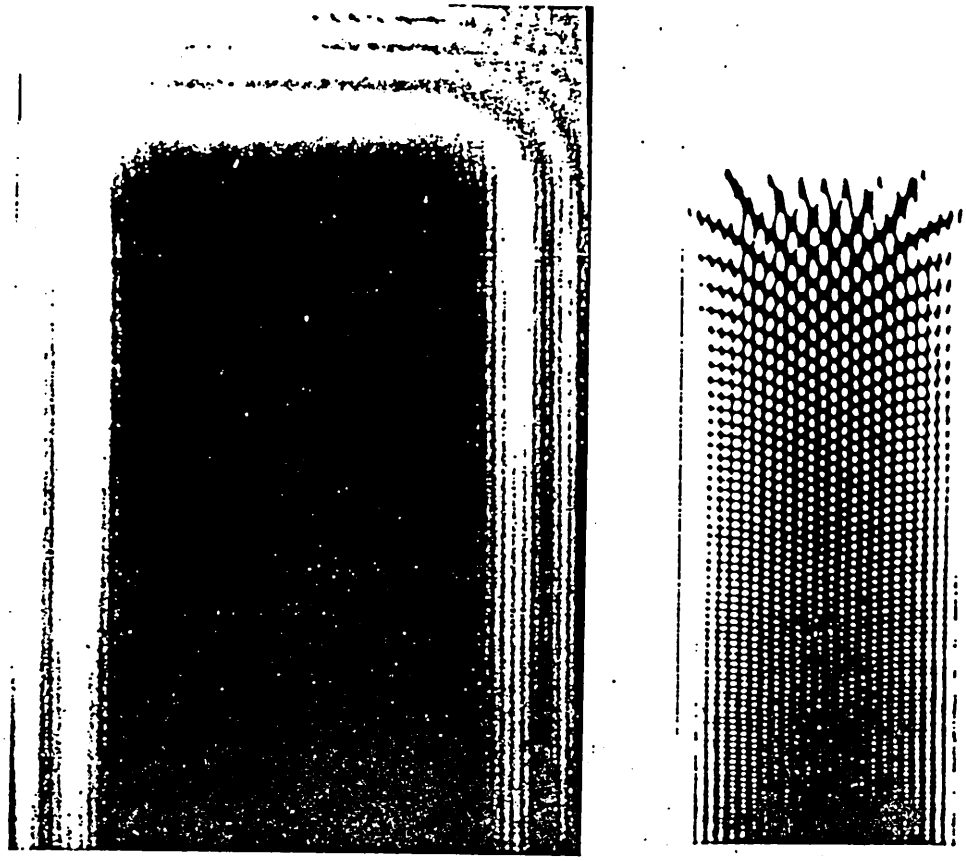


写真　３）　円柱物体（径:0.92㎜、z=0.6m）によるFresnel回折像（左）
と幾何光学的陰の部分に生じる境界回折波による干渉パターン（右）

第３図

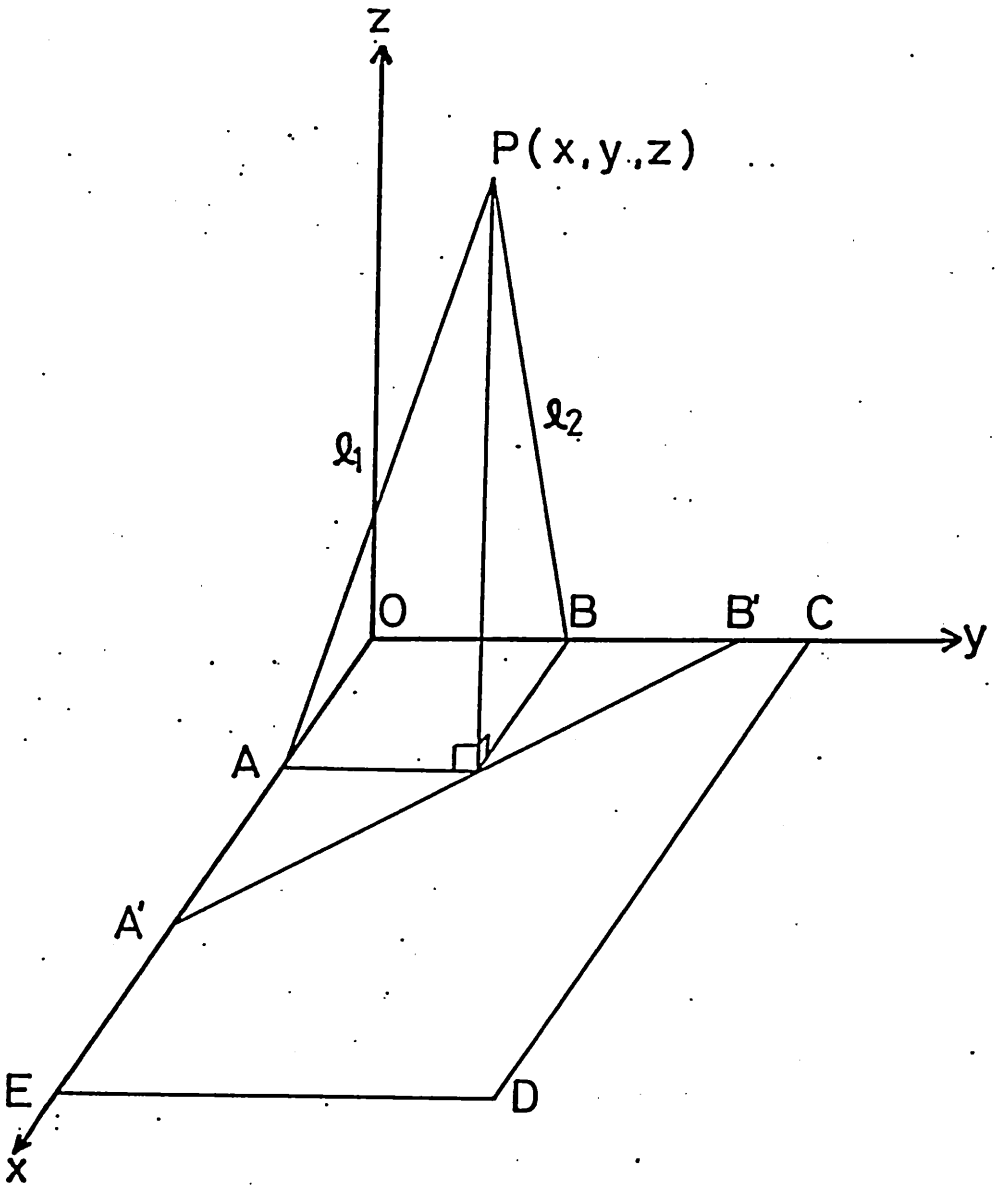
Cylindrical substance 0.57mm in diameter

Z (m)	Observed $\Delta\chi$ (mm)	Calculated $\Delta\chi$ (mm)
0.1	0.116	0.113
0.2	0.214	0.226
0.3	0.357	0.339
0.4	0.464	0.452
0.5	0.571	0.565
0.6	0.625	0.678

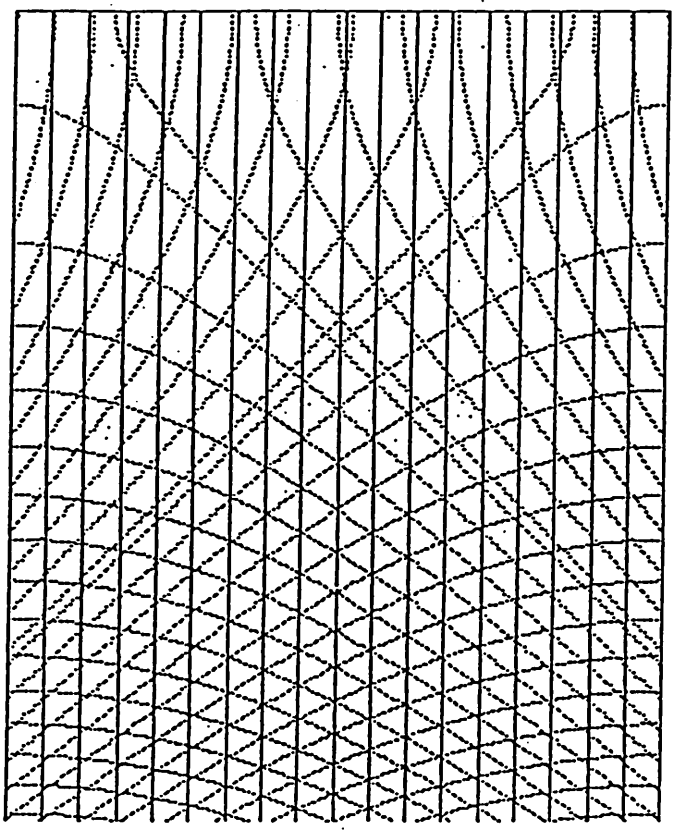
Cylindrical substance 0.92mm in diameter

Z (m)	Observed $\Delta\chi$ (mm)	Caluculated $\Delta\chi$ (mm)
0.1	0.072	0.0688
0.2	0.144	0.138
0.3	0.234	0.206
0.4	0.280	0.275
0.5	0.367	0.345
0.6	0.432	0.413

表 2



第4図



⊢1mm⊣

第5図

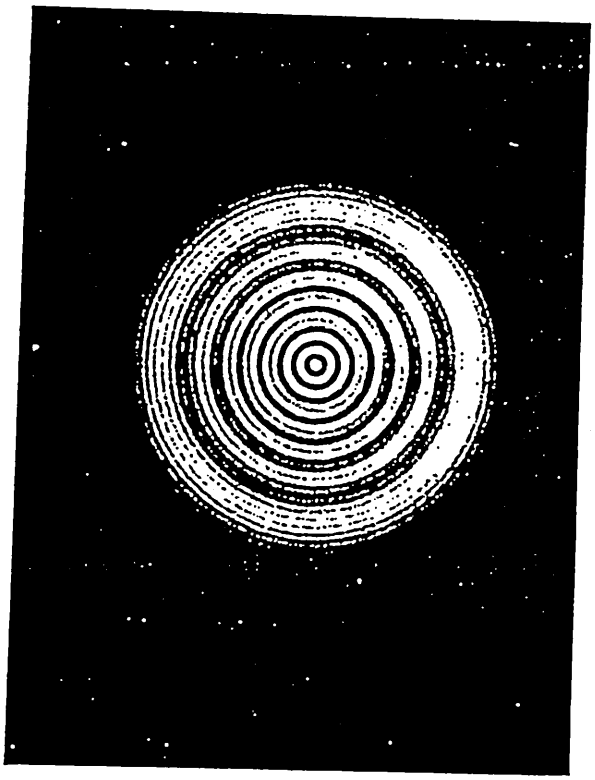


写真　4）　円形開口（径：1．0㎜）によるFresenl回折像と
境界回折波による干渉パターン

RS87-13

Si選択ドープGaAs／AlGaAs量子井戸の発光特性

ATR光電波通信研究所

鎌田憲彦　　片浜　久
土屋　博　　尺田幸夫

要旨

不純物原子を高密度にドープすることにより発光応答を高速化することができるが、ドーピングにともなって非発光再結合中心が発光層に導入されると発光出力が低下してしまう。GaAs／AlGaAs多重量子井戸構造へのSi選択ドーピングにより、発光層（井戸層）と不純物ドープ層（障壁層）とを空間的に分離し、発光出力低下を避けながら応答の高速化をはかる試みについて述べる。

Effect of Selective Doping on the Luminescence Response of a Heavily Si-doped GaAs/AlGaAs Quantum Well

Norihiko KAMATA, Hiroshi TSUCHIYA, Kikuo KOBAYASHI* and Takeo SUZUKI*

ATR Optical and Radio Communications Research Laboratories
Twin 21 MID Tower, 2-1-61 Shiromi, Higashi-ku, Osaka 540,Japan

* Science and Technical Research Laboratories, NHK
1-10-11 Kinuta, Setagaya-ku, Tokyo 157,Japan

Les caractéristiques de l' émission spontanée dans une couche active fortement dopée ont été grandement améliorées en utilisant une structure de dopage sélectionnée. La séparation spatiale entre les impuretés et les recombinaisons des porteurs majoritaires avec les minoritaires a éliminé la formation de centres de recombinaisons non-radiatives dans le puits de potentiel.

Spontaneous emission characteristics in a heavily doped active layer have successfully been improved by using a selective doping structure. Spatial separation of impurities from recombining majority and minority carriers has eliminated the formation of impurity-related nonradiative centers from the well layer.

1. Introduction

Increase in the doping density of a semiconductor active layer broadens the modulation bandwidth of spontaneous light emission[1]. When Si is doped in GaAs, however, emission efficiency decreases rapidly above a carrier density of $3\times10^{18}cm^{-3}$ [2]. Since the contribution of carrier compensation and Auger recombination[3] is not yet dominant at this region, the main cause is thought to be a kind of nonradiative center generated by the excess incorporation of Si atoms in the crystal. As it is electrons and holes that must be present to fulfill the radiative recombination, impurity atoms must be spatially separated from the recombination region, provided that sufficient majority carriers are supplied. By photoluminescence pulse response measurements, an application of selective doping[4] to improve emission and modulation characteristics has been shown to be effective at the heavy doping region.

2. Experimental

Ten periods of a quantum well(QW) structure with a unit of 100Å GaAs well and 500Å $Al_{0.22}Ga_{0.78}As$ barrier were grown on a (100) oriented semi-insulating GaAs substrate by MBE technique[5]. Growth temperature was set at 600°C with a flux ratio F_V/F_{III}=1.4 and a growth rate of 1.4μm/h. Two different doping profiles were adopted for this experiment as shown in Fig.1. Selectively doped(SD) sample(Fig.1(a)) has Si impurities(density of n_b) only in the center part of the barrier layer. In addition, uniformly doped(UD) sample(Fig.1(b)) with a Si doped well-layer is provided for the sake of comparison. The well-layer Si density n_w of the UD sample is 28%(the growth rate ratio) higher than n_b. Spacer thicknesses in both schemes are 120Å at the substrate-side interface and 40Å at the surface-side. The sheet electron density per well N_s is determined by a Hall measurement. The formation of 2-dimensional electron gas in a SD sample was confirmed by the mobility enhancement at 77K[5].

Figure 2 represents the normalized photoluminescence spectra of both SD and UD samples at room temperature under 514.5nm Ar laser excitation. Si incorporation density in the barrier $n_b(cm^{-3})$ is varied as follows: (a) 3.3×10^{17} (b) 1.6×10^{18} (c) 7.3×10^{18} and (d) 1.7×10^{19}. The lineshape of the QW emission is extracted from the total emission spectra which includes below-gap components from the Si- doped layer. Photoluminescence pulse response was measured by mode-locked pulse excitation with the half-width of less than 150ps. Luminescence output was focused onto an avalanche photodiode by a microscope objective lens and was observed by a sampling oscilloscope. Figure 3 shows typical SD sample photoluminescence response. As can be seen in the figure, response time decreases as Si density increases. The situation was also the same for UD samples. Recombination lifetime is obtained by the response waveform taking detector bandwidth into account. In Fig.4, the QW emission intensity P, the recombination lifetime τ and the sheet electron density per well N_s are plotted as a function of the Si incorporation (reciprocal of the Si cell temperature T_{Si}). The intensity of SD samples maintains a relatively high efficiency when compared with the UD samples, which is clearly seen at $N_s=1.6\times10^{13}cm^{-3}$. The tendency of lifetime shortening with the increase in doping is similar to that of a conventional active layer doping in double-heterostructure[1]. Observed recombination lifetime of SD sample is 0.6ns at $Ns=1.6\times10^{13}cm^{-2}$, which corresponds to 270MHz modulation bandwidth without any efficiency decrease.

3.Discussion

Effect of selective doping is considered briefly from these measurements. In the region $Ns<5\times10^{12}cm^{-2}$, no significant difference of Ns, P and τ is observed between SD and UD samples. The below-gap emission in this region originates from a recombination center in the barrier layer, since no difference

between SD and UD sample is observed. The lifetime shortening arises from the enhancement of the radiative recombination rate.

At the region $5\times10^{12}cm^{-2}<Ns<1.6\times10^{13}cm^{-2}$, the situation of the SD samples is not changed. On the other hand, light output of the UD sample decreases rapidly, though Ns increases monotonically with the increase of Si incorporation. The dominant nonradiative process in the UD sample is related to a high density incorporation of Si atoms in the well layer, since the SD sample without a sufficient spacer thickness also shows the same output reduction. The higher emission efficiency of SD samples is therefore attributed to the spatial separation of impurity atoms from recombining majority and minority carriers in the well layer. This separation eliminates the formation of band tail and the Si-related nonradiative centers from the well layer where carrier recombination takes place. For $Ns>1.6\times10^{13}$ cm^{-2}, the radiative recombination rate of SD samples reaches its limit[6] and further decrease in τ is due to the nonradiative recombination rate. The spectral change observed in Fig.2 suggests a development of recombination centers at the hetero-interface.

The scheme of selective doping can be also applied to P-type doping[7] and such other heterostructure systems as InGaAs/InAlAs, InGaAsP/InP etc.

4. Conclusion

Photoluminescence output efficiency and pulse response from a GaAs/AlGaAs multiple QW show that improved emission characteristics are obtained by using a selective doping structure at a doping density around $1.6\times10^{13}cm^{-2}$. This structure shortens the recombination lifetime without any efficiency reduction and is promising for high speed LEDs and laser diodes. Spatial separation of impurities from the light generating region where recombining majority and minority carriers are accumulated is essential in this structure.

References

1)K.Ikeda,S.Horiuchi,T.Tanaka and W.Susaki:IEEE Trans. Electron Devices ED-24 (1977) 1001.

2)J.H.Neave,P.J.Dobson,J.J.Harris,P.Dawson and B.A.Joyce:Appl. Phys. A32 (1983) 195.

3)N.K.Dutta and R.J.Nelson:Appl.Phys.Lett. 38 (1981) 407.

4)R.Dingle,H.L.Stormer,A.C.Gossard and W.Wiemann:Appl.Phys.Lett. 46 (1985) 973.

5)N.Kamata,K.Kobayashi and T.Suzuki:Proc. Int. Symp. GaAs and Related Compounds, Karuizawa, 1985 (Inst. Phys. Conf. Ser. No.79, 1986) p.691.

6)W.P.Dumke:Phys.Rev. 132 (1963) 1998.

7)K.Uomi,T.Ohtoshi and N.Chinone:Proc. IEEE Int.Semiconductor Laser Conf.(1986) M-6.

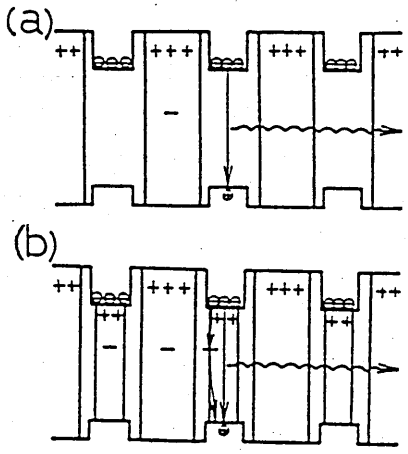


Fig.1 Schematic energy band diagram of (a) SD and (b) UD samples.

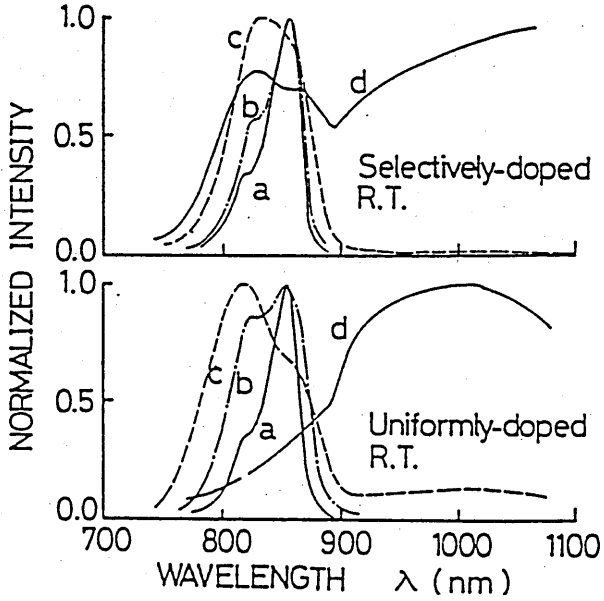


Fig.2 Photoluminescence spectra at room temperature. Si incorporation density is varied from (a) $3.3\times10^{17}cm^{-3}$ to (d) $1.7\times10^{19}cm^{-3}$.

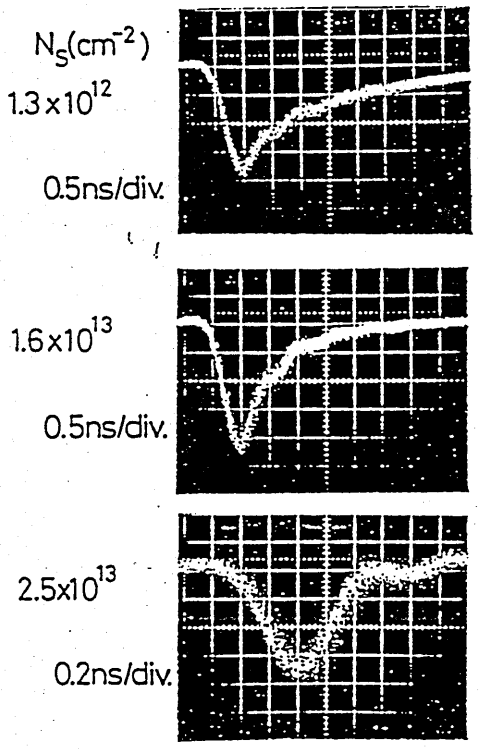


Fig.3 Time response of SD sample photoluminescence.

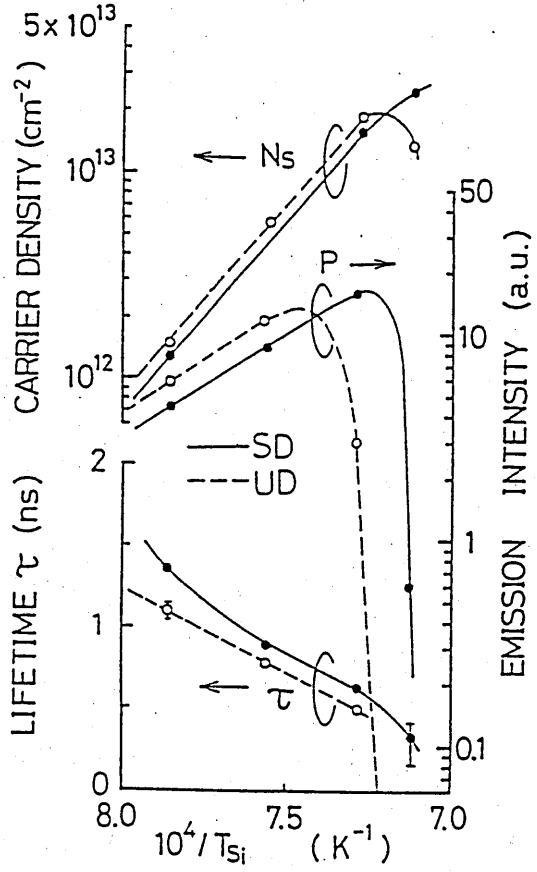


Fig.4 Sheet carrier density per well N_S, integrated intensity of the quantum well emission P and the recombination lifetime τ as a function of Si incorporation (reciprocal of Si cell temperature).

RS87-14

輻射科学研究会資料

光導波路分岐による モード分離

中村隆宏　　井筒雅之　　末田　正

（大阪大学　基礎工学部）

昭和62年12月11日

光導波路分岐による モード分離

中村隆宏　　井筒雅之　　末田　正

大阪大学　　基礎工学部

1．まえがき

光導波路分岐は，光信号の合分波器として導波形光デバイスの重要な構成要素であり干渉計や分岐回路などの受動素子をはじめ分岐スイッチやＴＥ－ＴＭモードスプリッタなどの能動素子に至るまで光集積回路全般にわたって広く使われている．

導波路分岐の動作に関しては，これまでに様々な説明が行われてきた[1],[2]．

我々は，導波路の変化が十分に緩やかである点に着目して，導波路Ｙ分岐の動作を解明した[3]．この考え方を発展させることによりＸ分岐[4]や分岐スイッチ[5]などを設計し，試作実験によって，その動作を確認した．

本報告では，この考え方を発展し，多モード導波路分岐や光導波路の多分岐の動作を明らかにしようとするものである．
具体的には，導波路分岐に対してＢＰＭにより光波伝搬の状態を調べ，これを基礎にして，分岐の持つ一般的な性質，特性を考察する．

２．多モード光導波路２分岐

図１に，ここで考える導波路分岐を示す．多モード光導波路が緩やかに分岐している．導波路断面の屈折率分布としては，深さ方向にガウス形，横方向に誤差関数形とする[7]．ただし，簡単化のために深さ方向の分布を光線近似法により等価屈折率に換算し，断面内での１次元の分布とした．また，最大屈折率差は，0.1%とした．以後，導波路断面の屈折率分布については，同じものを扱う．

ここでは，４つの導波モードをもつ多モード導波路①が，単一モード導波路②と３つの導波モードをもつ多モード導波路③に分岐しているものとする．各々のモードの界分布変化を調べるため，ＢＰＭ(Beam Propagation Method)[6]による数値計算を行った．

図２は，分岐角を1/4000rad，導波路①，②，③の導波路幅（拡散物質のストリップ幅）を，W：24λ，W_1：7.5λ，W_2：16.5λ（λは自由空間中の光波の波長）に選んで光波モードの伝搬の様子を示したものである．多モード導波路①を伝搬する０次モードは，多モード導波路③の０次モードに，１次モードは，単一モード導波路②の０次モードに，２次モードは，多モード導波路③の１次モードに，３次モードは，多モード導波路③の２次モードに変化している．

ところで，分岐前後におけるモードの変化をモード分散曲線上の固有値の変化と対応させることができる．図３は，図２のモード変化を分散曲線上に示したものである．分岐前後において，矢印の様に各モードが変化したことを示している．但し，横軸は，規格化導波路幅，縦軸は，等価屈折率である．

図４，６は，導波路②，③の導波路幅（等価屈折率）を図２とは異なる様に設定して，同様に界の変化を示している．図４では，多モード導波路①を伝搬する２次モードが，単一モード導波路②に取り出され，図６では，３次モードが，単一モード導波路②に取り出されている．前述と同様に，図４，６の界分布変化を，モード分散曲線上に対応させたものが図５，７である．

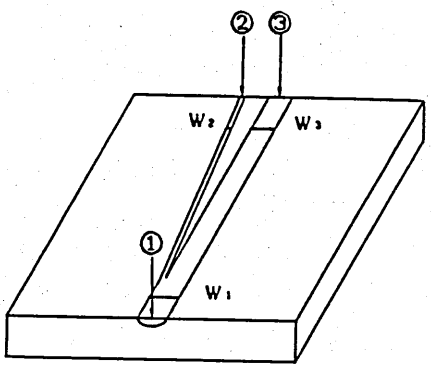


図１　多モード導波路２分岐の概形

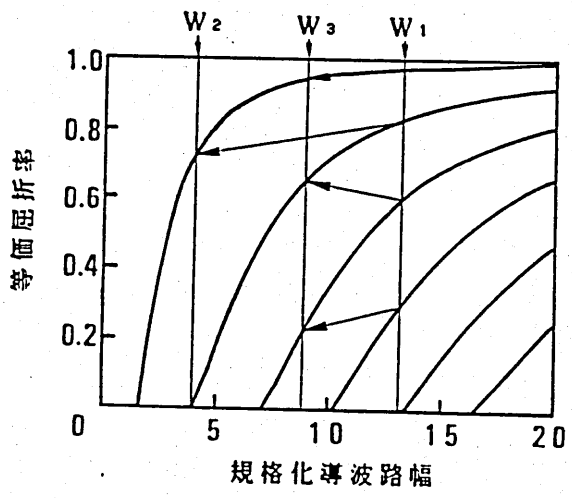
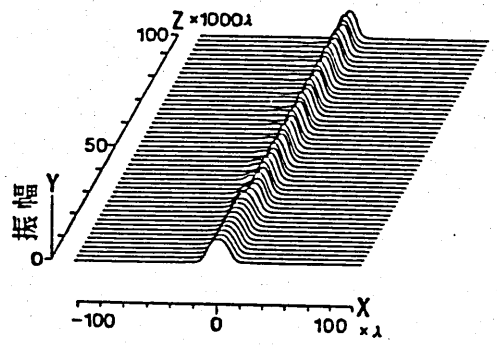
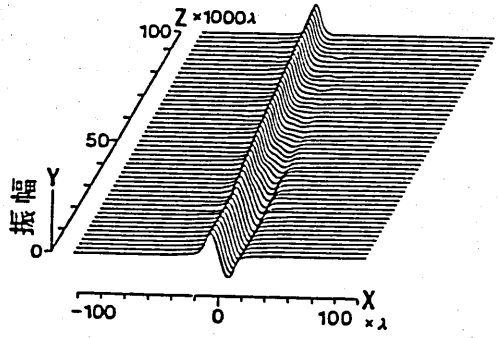


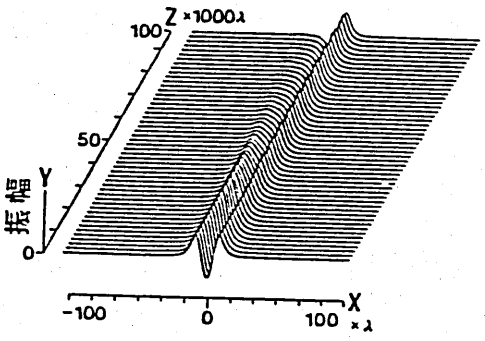
図３　モード分散曲線
図２に対応



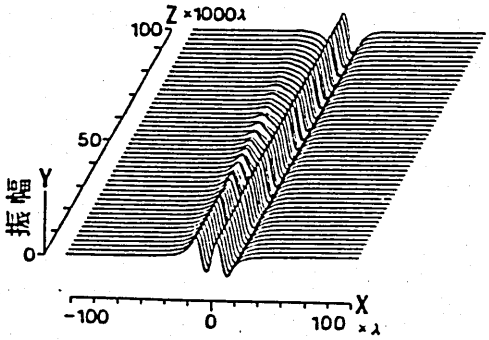
(a)０次モード



(b)１次モード

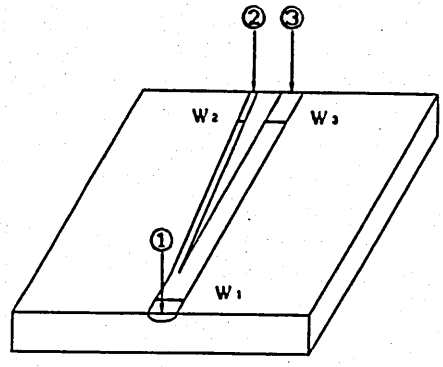


(c)２次モード



(d)３次モード

図２　多モード導波路２分岐における
界分布変化の様子



(a)導波路の概形

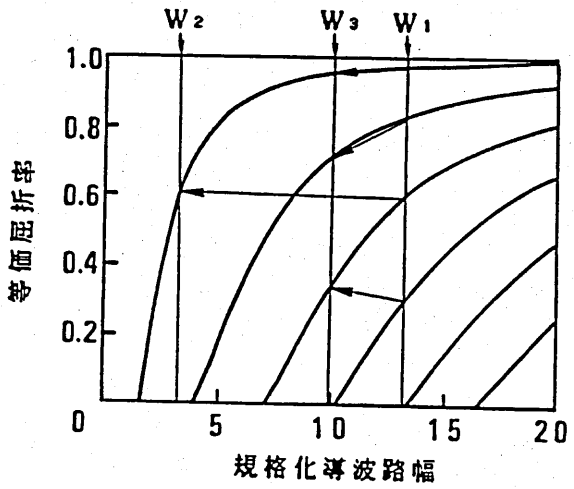
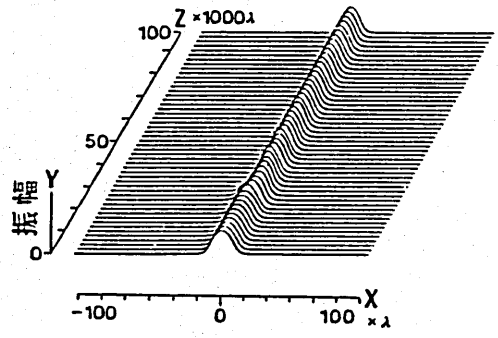
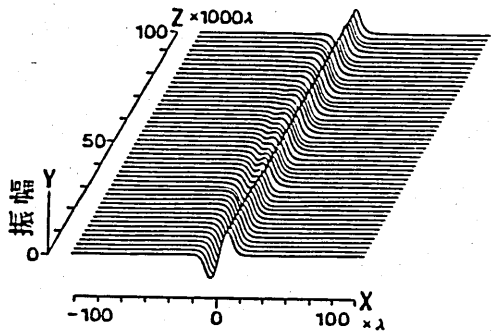


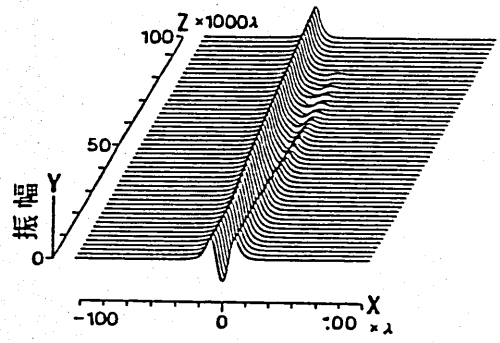
図５　モード分散曲線
図４に対応



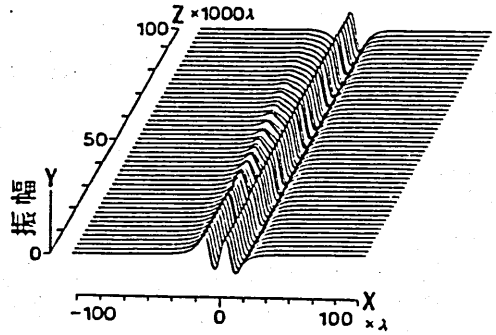
(b)０次モード



(c)１次モード

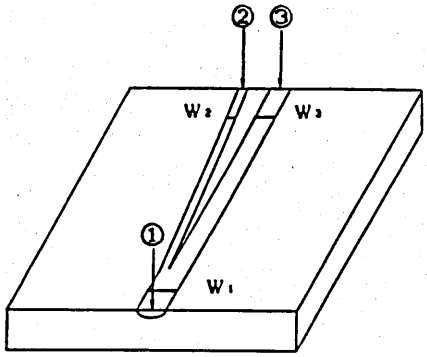


(d)２次モード



(e)３次モード

図４　多モード導波路２分岐における
界分布変化の様子



(a)導波路の概形

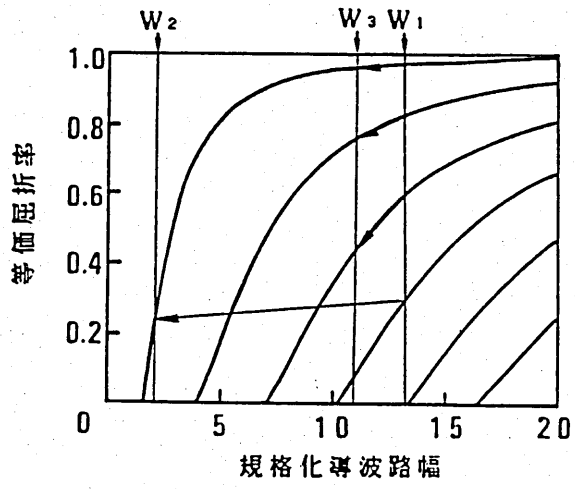
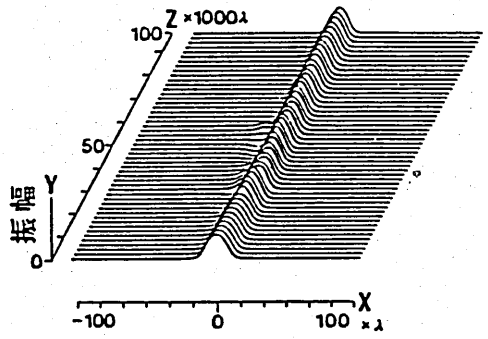
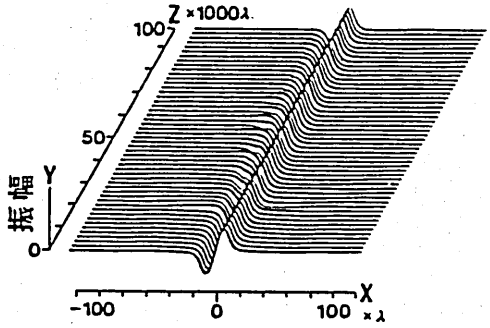


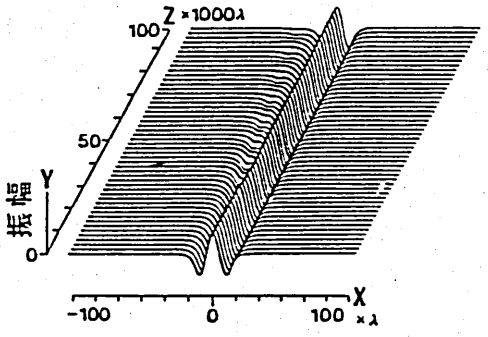
図7　モード分散曲線
図6に対応



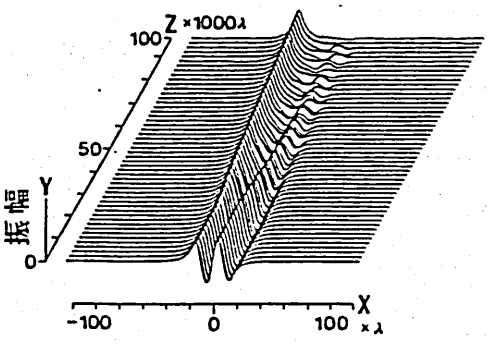
(b)0次モード



(c)1次モード



(d)2次モード



(e)3次モード

図6　多モード導波路2分岐における
界分布変化の様子

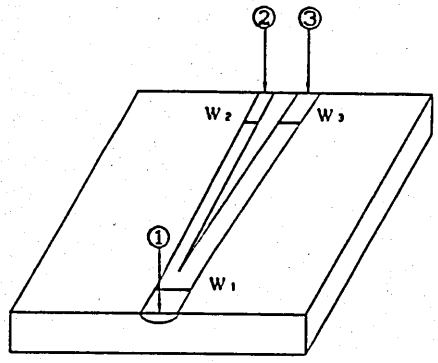
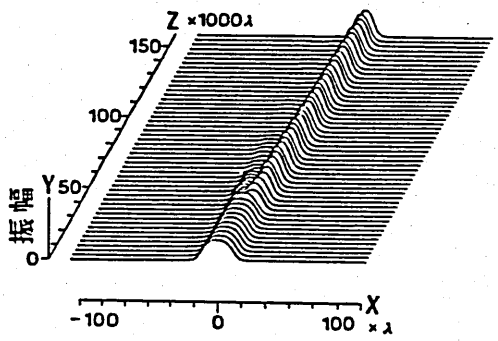
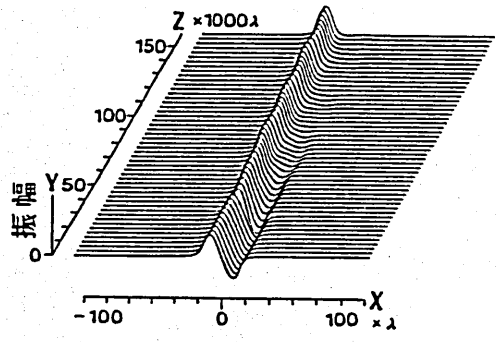


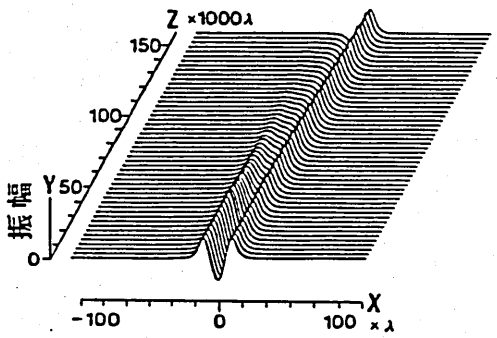
図８　多モード導波路２分岐の概形



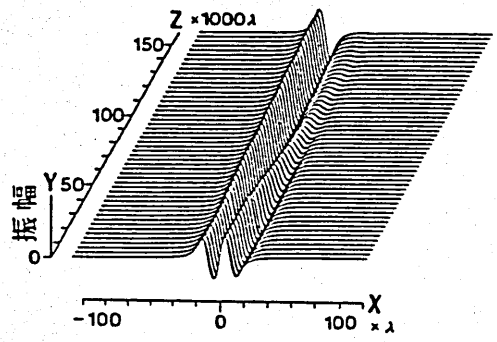
(a)０次モード



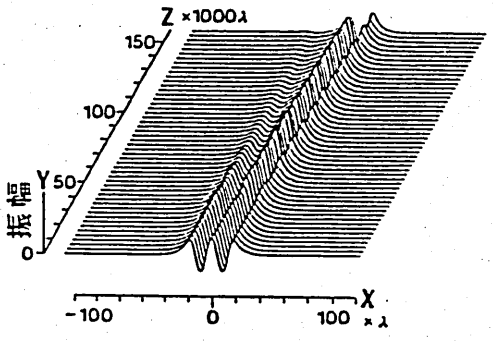
(b)１次モード



(c)２次モード

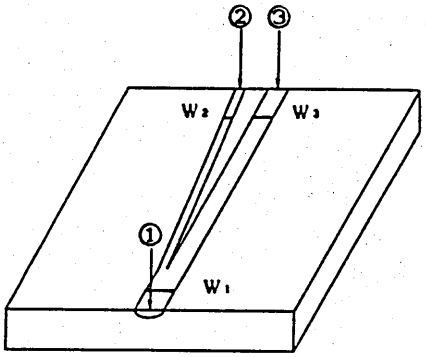


(d)３次モード



(e)４次モード

図９　多モード導波路２分岐における
界分布変化の様子



(a)導波路の概形

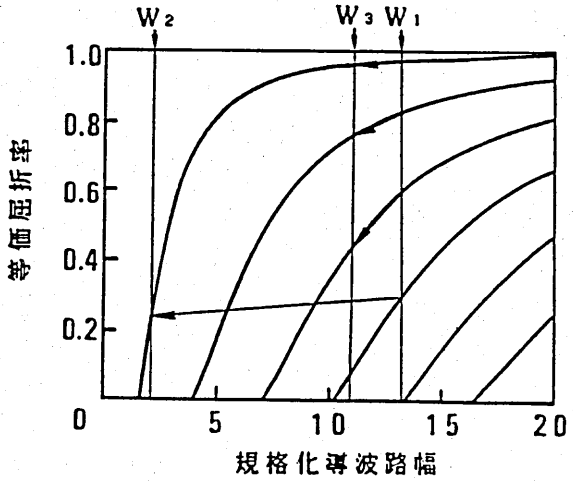
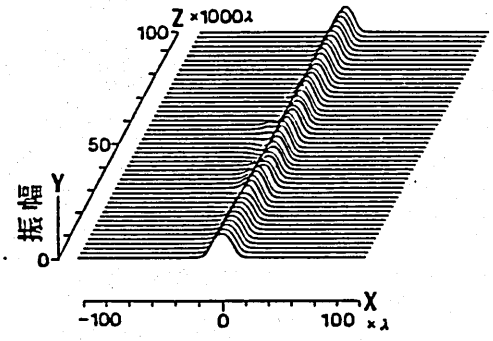
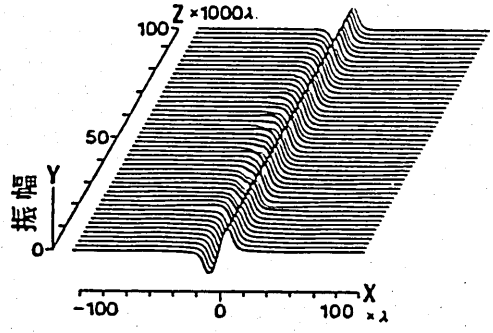


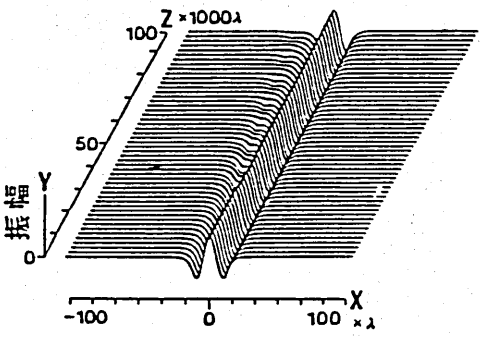
図7　モード分散曲線
図6に対応



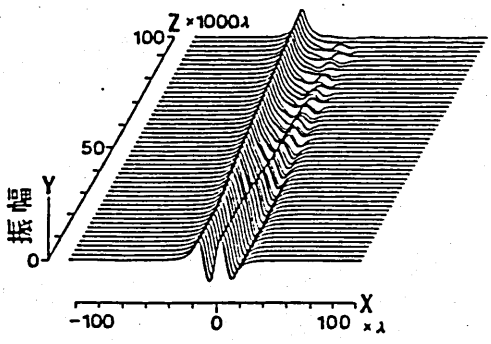
(b)0次モード



(c)1次モード



(d)2次モード



(e)3次モード

図6　多モード導波路2分岐における
界分布変化の様子

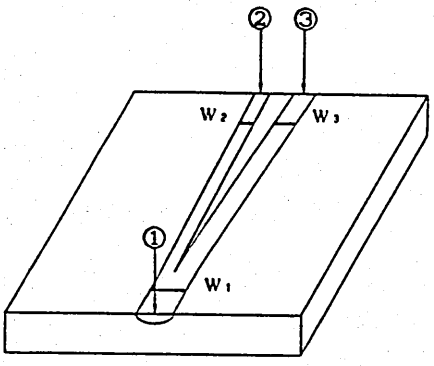
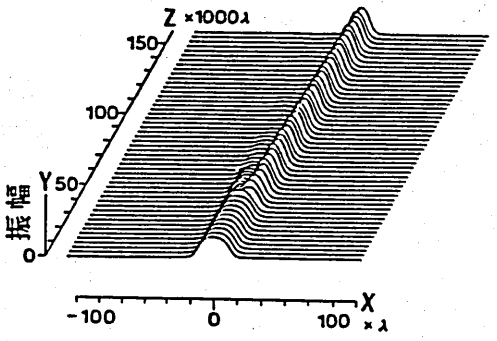
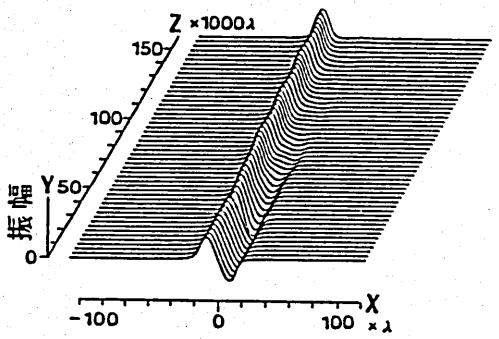


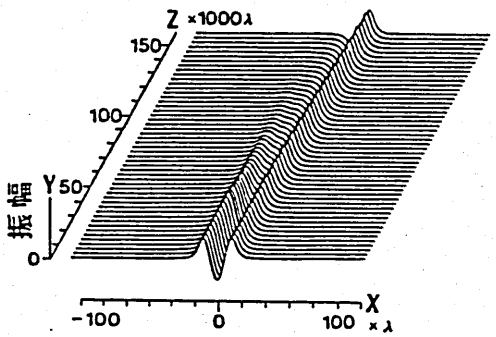
図８　多モード導波路２分岐の概形



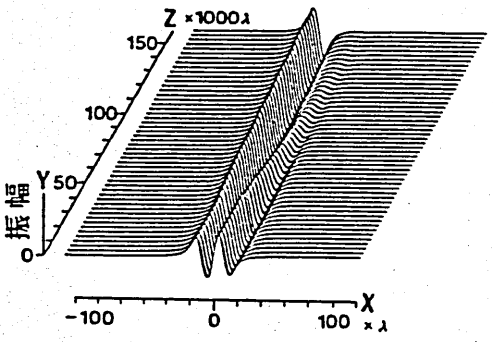
(a)０次モード



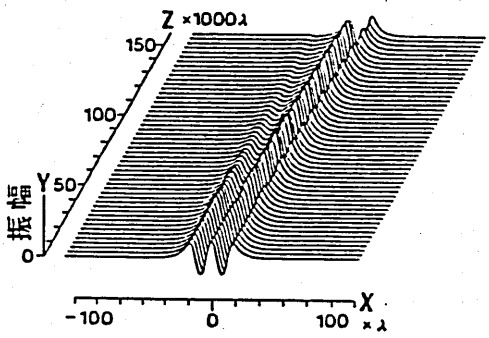
(b)１次モード



(c)２次モード



(d)３次モード



(e)４次モード

図９　多モード導波路２分岐における
界分布変化の様子

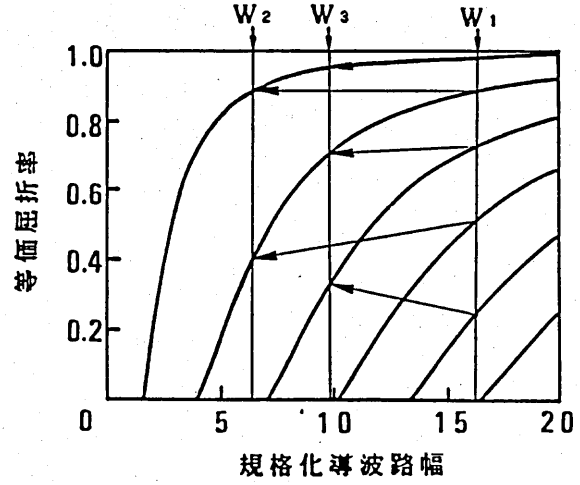


図１０　モード分散曲線
図９に対応

次に，図８のように５つの導波モードをもつ導波路①が，２つの導波モードをもつ導波路②と３つの導波モードをもつ導波路③に分岐するものとする．図９は，導波路①，②，③の導波路幅をW_1：30λ，W_2：12λ，W_3：18λ，分岐角を1/8000radとしたときの光波モードの伝搬の様子を示す．図１０に，分岐前後におけるモード変化の様子を対応するモード分散曲線上に示す．

３．光導波路３分岐

光導波路多分岐の動作について調べる．簡単のため，図７に示すような導波路３分岐を考える．３つの導波モードをもつ多モード導波路が，導波路幅の異なる３本の単一モード導波路に分岐しているものとする．

図８は，導波路①,②,③,④の導波路幅をW_1：18.0λ，W_2：6.4λ，W_3：6.0λ，W_4：5.6λ，分岐角を1/1000radのときの光波モードの伝搬の様子を示したものである．図から，多モード導波路①を伝搬する０次モードは，３本の単一モード導波路のうち最大の導波路幅（等価屈折率）をもつ導波路②の基本モードに変化する．同様に，１次モードは，中間の導波路幅をもつ導波路③，２次モードは，最小の導波路幅をもつ導波路④の基本モードに変化する．このモード変化の様子を対応するモード分散曲線を上に示す(図９)．

導波路２分岐及び３分岐の特性から，分岐前後における等価屈折率の大小関係が保存されるようにモード変化が起こることが分かる．

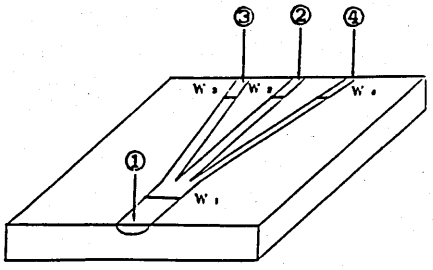
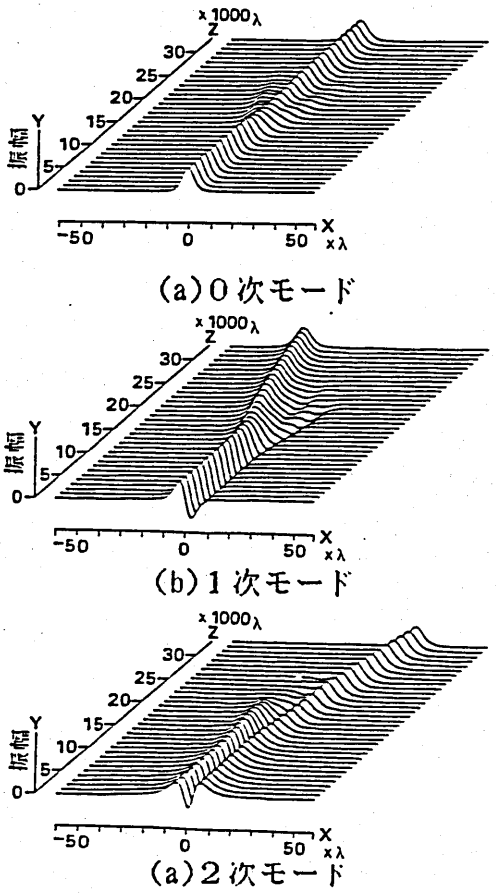


図７　導波路３分岐の概形



(a)０次モード

(b)１次モード

(a)２次モード

図８　３分岐における界分布変化

更に，多モード導波路系において，その形状が緩やかに変化する場合，モードの固有値の大小関係は保存されるものと予想できる．

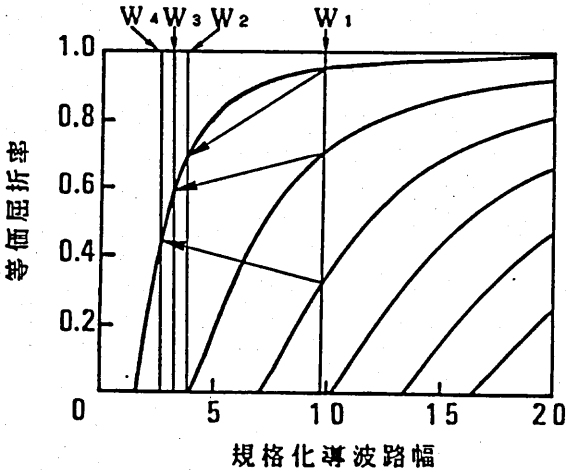
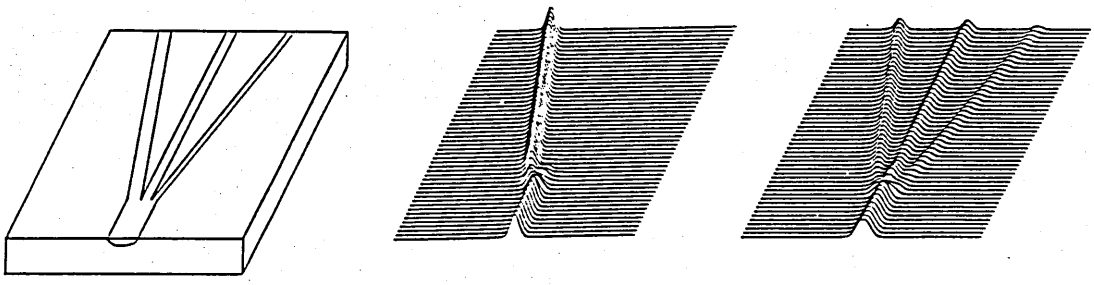


図９　モード分散曲線
図８に対応

４．モード分離特性の分岐角依存性

ところで，ここまでは，導波路形状が緩やかに変化するとして，分岐角1/1000rad以下で，導波路分岐の基本的な特性について説明してきた．実際に，分岐を作製する場合，分岐角が大きい方が容易に作製できる．図１０は，３分岐の光波モードの伝搬の様子を示している．図１０（ａ）は，分岐角1/400rad，（ｂ）は，分岐角1/200radである．分岐角によりモードの分離特性が変わることが分かる．



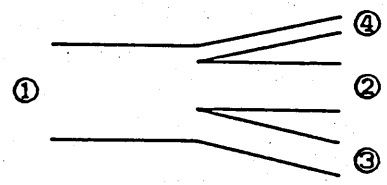
(a)　　(b)

図１０　３分岐のパワー分布変化の様子（０次モード）
分岐角(a)1/400rad　(b)1/200rad

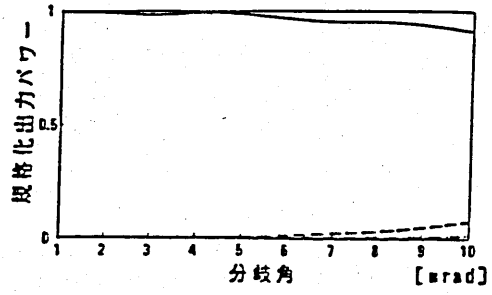
そこで，分岐形状がモード分離特性に及ぼす影響を調べるため，導波路の大小関係，屈折率変化の大きさ，導波路幅，分岐角を変化し分離の様子をＢＰＭにより計算した．図１１，１２は，３分岐の分岐角に対する光出力の分配比である．図１１は，（ａ）のように３本の単一モード導波路のうち最大の導波路幅を中央の分岐にしている．図１２は，（ａ）のように中間の導波路幅を中央の分岐にしている．分岐角を1/1000～1/100radまで変化させ，０次モード，１次モード，２次モード各々について計算した．横軸は，分岐角，縦軸は，入力パワーで規格化した各分岐への出力パワーを示す．図１１，１２どちらの場合についても，分岐角が大きくなるとモードの分離特性は，悪くなる．特に．図１１の場合は，１次と２次モードが顕著になり，図１２の場合は，０次と１次モードが顕著になる．

さて，どの様な導波路形状にすればモード分離特性が良くなるかについて調べるため，モード変換係数を計算した．図１３，１４に結果を示す．図１３は，図１１の形状に対応し，図１４は，図１２の形状に対応している．横軸は，導波路間隔，縦軸は，モード変換係数である．ここで，分岐角は，1/100radとした．図１１と図１３から，モード変換係数の積分値が大きいほどモード分離特性が悪化することが分かる．このことは，図１２と図１４についても言える．

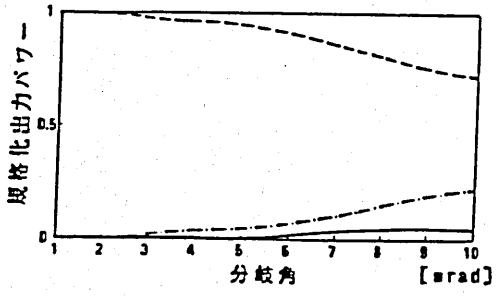
実際，分岐を設計する場合には，モードの位相変化を考慮してモード変換量を計算し，これを小さく抑えるための導波路の形状変化を求める必要がある．



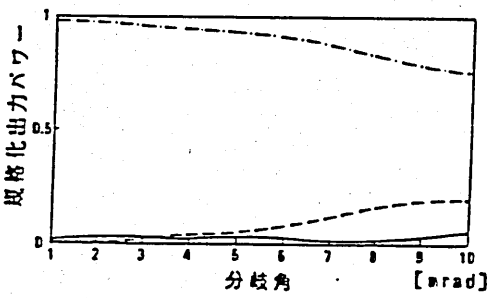
(a)導波路の概形



(b)０次モード入力



(c)１次モード入力



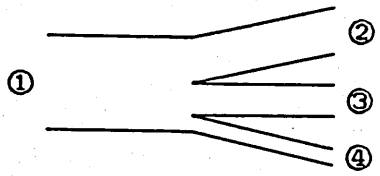
(d)２次モード入力

図１１　３分岐のモード分離特性の角度依存性

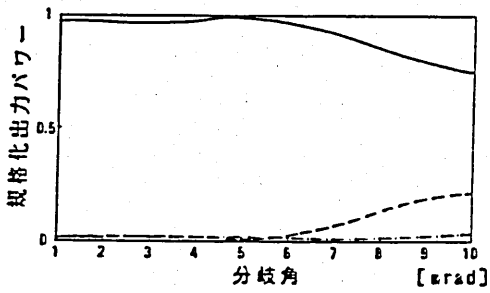
——— 導波路②（０次モード）

- - - - 導波路③（１次モード）

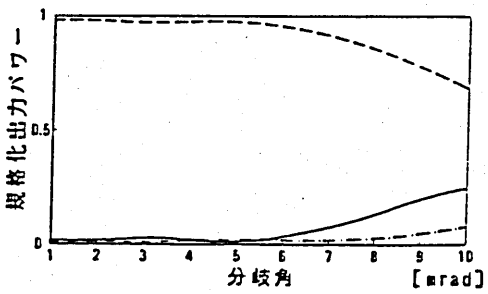
-·-·- 導波路④（２次モード）



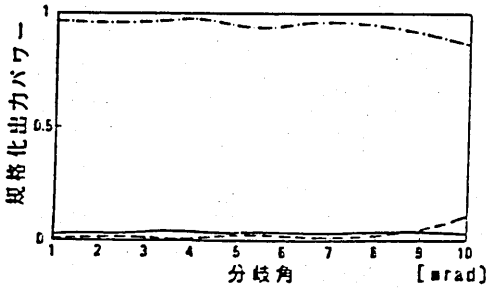
(a)導波路の概形



(b)０次モード入力



(c)１次モード入力



(d)２次モード入力

図１２　３分岐のモード分離特性の角度依存性

——— 導波路②（０次モード）

- - - - 導波路③（１次モード）

-·-·- 導波路④（２次モード）

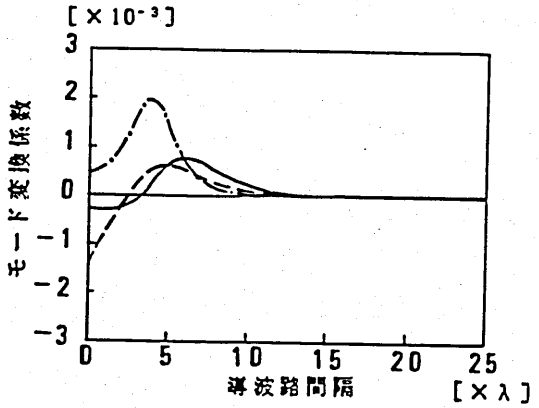


図１３　モード変換係数
図１１の1/100radにおける値
———— ０次と１次
--------- ０次と２次
-·-·-·-·- １次と２次

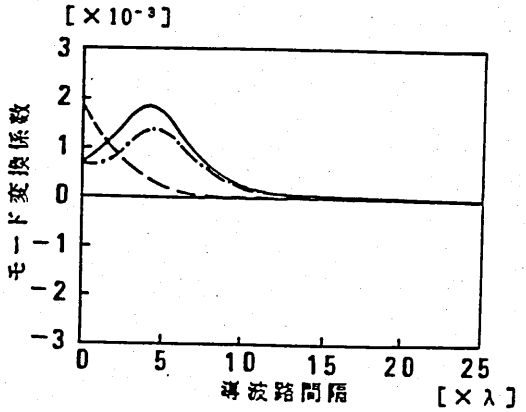


図１４　モード変換係数
図１２の1/100radにおける値
———— ０次と１次
--------- ０次と２次
-·-·-·-·- １次と２次

５．分岐によるモード分離特性の応用

多モード導波路３分岐の多モード導波路側に入射波を端面結合する場合を考える．このとき，入射波が変化すると，モードごとの結合が変わるため，３本の分岐からの出力が変化する．ここでは，入射波の変化と出力変化がどの様な関係にあるかを調べる．

入射波として，ガウス形ビームを用い端面に垂直に入射するものと仮定する．そして，入射波の変化として，入射位置とビーム径を考える．まず，代表的な３つの例を取り上げてＢＰＭによる計算で考察をした．図１５は，多モード導波路①の中央を励起した場合のパワー分布変化の様子を示している．但し図においては，放射モードを取り除いている．分岐②への出力が殆どであるので，０次モードが励起されたことがわかる．これに対して，図１６のように，図１５の場合と同じビーム径ではあるが，その入射位置がずれ多モード導波路①の端を励起した場合，分岐②，③にもその出力があらわれる．従って，０次モードの外に１次，２次モードも励起されたことがわかる．一方，入射波を細く絞り多モード導波路①の中央を励起すると図１７のように分岐②，④にその出力があらわれる．従って，０次モードと２次モードが励起されたことがわかる．

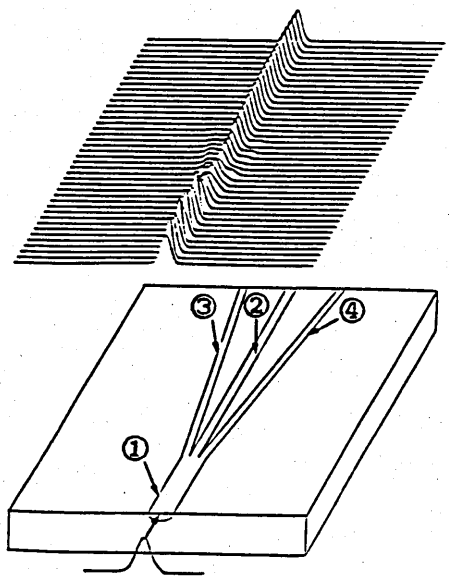


図１５　３分岐において導波路①の中央を励起したときのパワー分布変化の様子

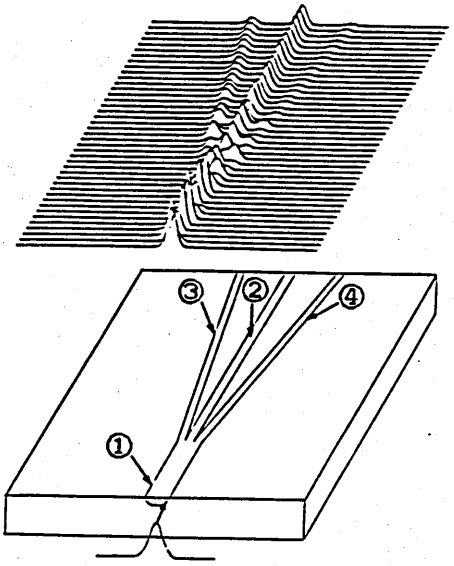


図１６　３分岐において導波路①の端を励起したときのパワー分布変化の様子

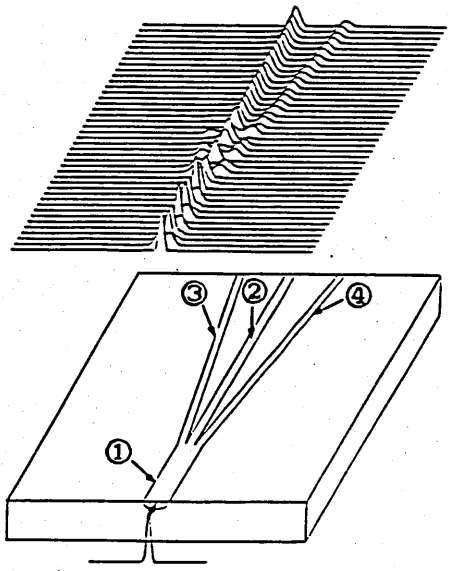


図１７　３分岐において入射波を細く絞り導波路①の中央を励起したときのパワー分布変化の様子

以上，３つの例から，入射波の位置ずれは，主に１次モードの励起に関係し，また，ビーム径の変化は，主に２次モードの励起に関係することが分かる．

この考察をもとに，まず，パワーが一定で，ビーム径も導波路幅と等しく一定とし，入射位置のずれに対する分岐②，③，④への光の電界振幅を計算した．図１８にその結果を示す．横軸は，多モード導波路①の導波路幅で規格化した導波路中心からの入射位置のずれ，縦軸は，各々の分岐の出力振幅をあらわす．分岐③の出力パワーは，多モード導波路①の中心から左右対称の位置に入射しても同じであり，入射位置のずれがわからない．しかし，分岐②，③の位相差は，多モード導波路①の中心から左右の入射位置で180° 違う．従って，出力パワーと位相の関係から入射位置のずれがわかる．一方，パワーが一定で，入射位置を多モード導波路①の中央に固定してビーム径を変化した場合，分岐②，③，④への出力変化を計算した．図１９に結果を示す．横軸は，多モード導波路①の幅で規格化したビーム径，縦軸は，出力の振幅をあらわす．入射波の位置ずれの場合と同様に，導波路②，④の出力パワーと位相の関係からビーム径がわかる．

この様に，３つのモードから，入射波（ガウス形ビーム）の位置ずれとビーム径の検出が可能である．

以上のように，光導波路分岐のモード分離特性を利用することによって，入射光界分布を導波路固有モードの分布関数によって展開することができると考えられる．

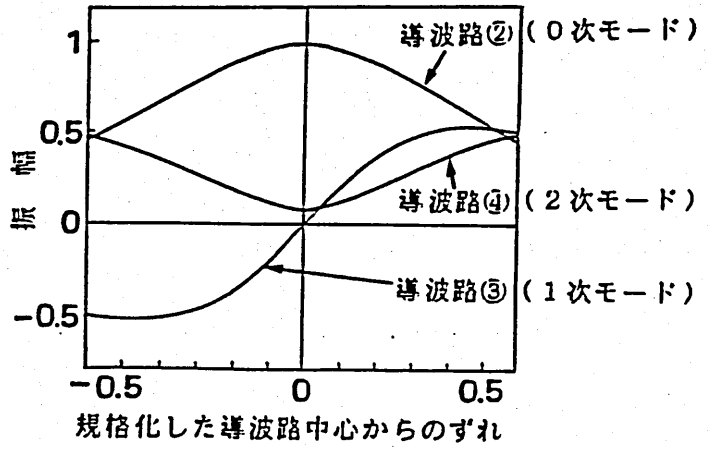


図１８　入射波の位置ずれに対する
分岐②③④の出力振幅

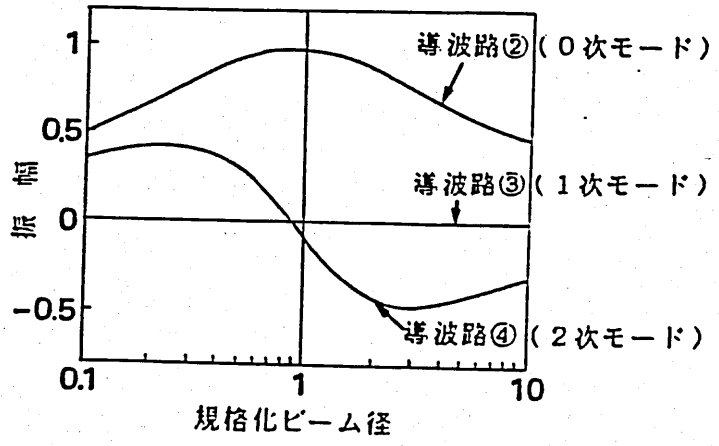


図１９　入射波のビーム径の変化に対する
分岐②③④の出力振幅

６．むすび

多モード光導波路分岐において，導波路形状が緩やかに変化する場合，分岐の前後におけるモードの変化がどの様になるかをＢＰＭを使って調べた．まず，多モード導波路２分岐で一方の分岐が単一モードの場合について計算し，分岐前後におけるモードの変化をモード分散曲線上と対応づけた．その結果，モードの変化は，等価屈折率の大小関係が保存するようにおこることが分かった．また，このことは，他の２分岐及び３分岐についても成り立つことを示した．

実際には，導波路形状が緩やかに変化しない．そのため，分岐においては，モード変換が無視できず，モード分離特性が悪くなる．そこで，３分岐の場合に，導波路形状に関わってくる分岐角と３本の分岐の配置についてモード分離特性を調べた．その結果，分岐角が大きくなるほどモード分離特性が悪くなること，また，配置についてもかなりの影響があることが分かった．また，モード変換係数とモード分離特性の関係についても少し触れた．

更に，多モード光導波路分岐のモード分離特性の応用として，多モード導波路への入射波を考え，３分岐について，入射波の変化とモードの変化の関係を調べた．その結果，モードを分離することにより入射波の入射位置とビーム径の検出が可能であることを示した．また，更にモード数を増やすことにより，入射波の１次元的情報が，モードを分離することにより得られると考えられる．

今後，実際の分岐におけるモード間の変換を解析し，分岐角が大きくてもモード分離特性の優れた分岐導波路の設計法を確立することが課題である．

参考文献

(1) W.K.Burns,and A.F.Milton :IEEE J.Quantum Electron.,vol.QE-11 ,p.32,(1975)
(2) H.Yajima :IEEE J.Quantum Electron.,vol.QE-14,p.749,(1978)
(3) M.Izutsu,Y.Nakai,and T.Sueta :Opt.Lett.,vol.7,p.136(1982)
(4) M.Izutsu,A.Enokihara,and T.Sueta :Opt.Lett.,vol.7,p.549, (1982)
(5) N.Edagawa,H.Haga,M.Izutsu,and T.Sueta :信学技報,OQE83-87, (1983)
(6) J.V.Roey,J.V.Donk,and P.E.Lagasse :Opt.Soc.Am.,vol.71,p.803 (1981)
(7) G.B.Hocker,and W.K.Burns :Apl.Opt.,vol.16,p113,(1977)

輻射科学研究会資料
RS87-15

Y分岐を用いた
導波形光波長分波器の解析と設計

根上　卓之，　芳賀　宏，　山本　錠彦

（　大阪大学　　基礎工学部　）

昭和62年　12月　11日

Y分岐を用いた
導波形光波長分波器の解析と設計

根上　卓之，　芳賀　宏，　山本　錠彦

（　大阪大学　基礎工学部　）

1，　はじめに

光波長分波器は，光通信，光情報処理，光計測等に重要な素子である．なかでも，導波形光波長分波器は小型で安定な動作を行う点で，必要性が高く，開発および研究が進められている．

現在までに報告されている導波形光波長分波器としては，ファイバを用いたもの[1]と平面導波路を用いたものに分類される．特に，後者は他の導波形光素子との集積化が可能であり，種々のデバイスへの応用が期待できる．平面導波路を用いた光波長分波器としては，グレーティング形[2]，方向性結合器形[3]・[4]，共振器形[5]等が挙げられる．しかしながら，これらは，ある帯域の波長を通過（または除去）する分波器であり，主に波長多重通信に用いることを目的としているため狭帯域通過（または除去）動作となる．

本報告では，これに対し，ある波長を中心に2つの波長域に分波動作を行う新しい導波形光波長分波器を提案し，その解析を行う．ここで提

案する導波形光波長分波器はＹ分岐導波路を用いている．十分になだらかに変化するＹ分岐導波路では，入射基本モードは２つの分枝のうち等価屈折率の大きい方の分枝へ導波することが知られている[6],[7]．このような特性を利用し，ある波長を中心とし，その前後の波長域において２つの分枝の等価屈折率の大小が逆転するような導波路構造を与えると，一方の分枝では長波長通過，もう一方の分枝では短波長通過動作を行う波長分波器となる．このような構造の導波形光波長分波器を，我々は，すでに提案[8]しているが，今回，さらに詳細にその特性を解析した．また，最近，Kapon[9]らによっても同様な分波器の構造が提案された．しかし，詳細な検討は行われていない．

以下に，動作原理の詳細について述べ，分波特性の優れた導波路構造を示す．また，設計法について述べ，具体的な設計例を示す．

２，動作原理

まず，Ｙ分岐導波路の基本動作について簡単に説明する．
図１に，Ｙ分岐導波路の界分布および等価屈折率の変化を示す．分岐角θは十分小さいとし，入射側導波路および出射側導波路は単一モード導波路とする．テーパ部において，入射基本モードの等価屈折率は増大し，また高次モードが存在する領域となる．分岐部において，分岐間隔が増すにつれ，基本モードは等価屈折率の大きい分枝１へ，高次モードは等価屈折率の小さい分枝２へと導波する．また各々のモードの等価屈折率は分枝１，２の固有モードの等価屈折率に漸近する．テーパ部および分岐部がなだらかに変化する場合，高次モードはほとんど励振されず，入射基本モードは等価屈折率の大きい分枝へ導波する．

したがって，図２に示すように，波長に対し分枝間の等価屈折率の大小関係が逆転すれば，波長分波器として動作することが期待できる．

次に，波長に対し等価屈折率の大小が逆転する導波路構造について述べる．

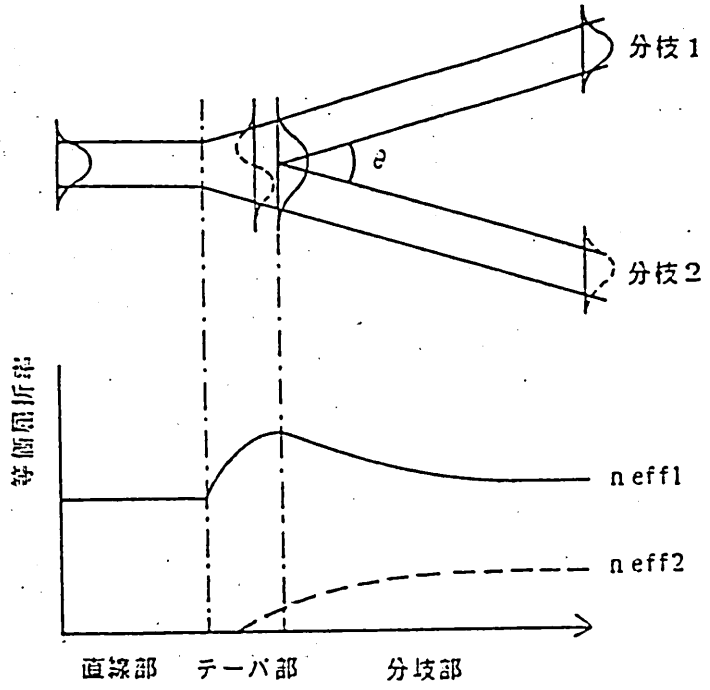


図１．　Ｙ分岐導波路の界分布および等価屈折率

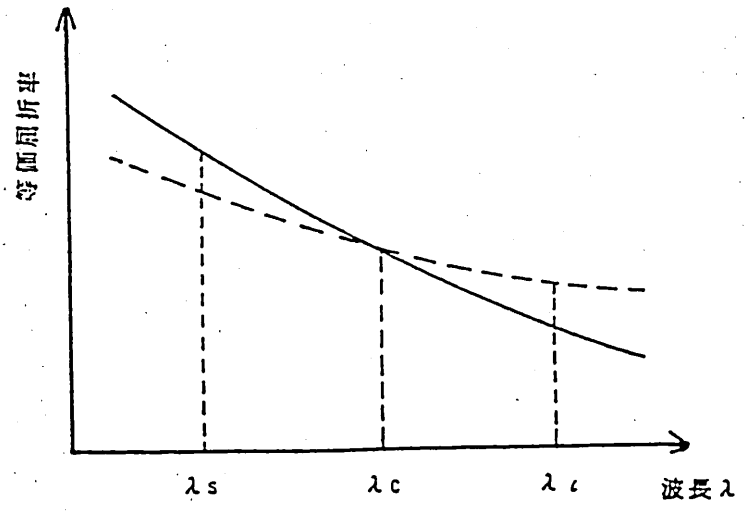


図２．　波長に対する構造分散

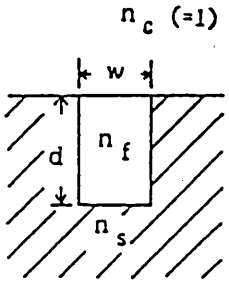
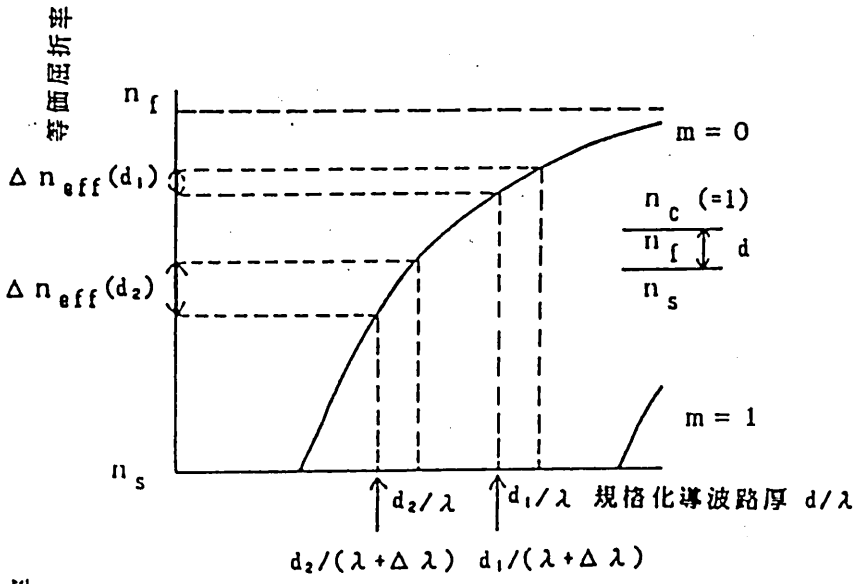
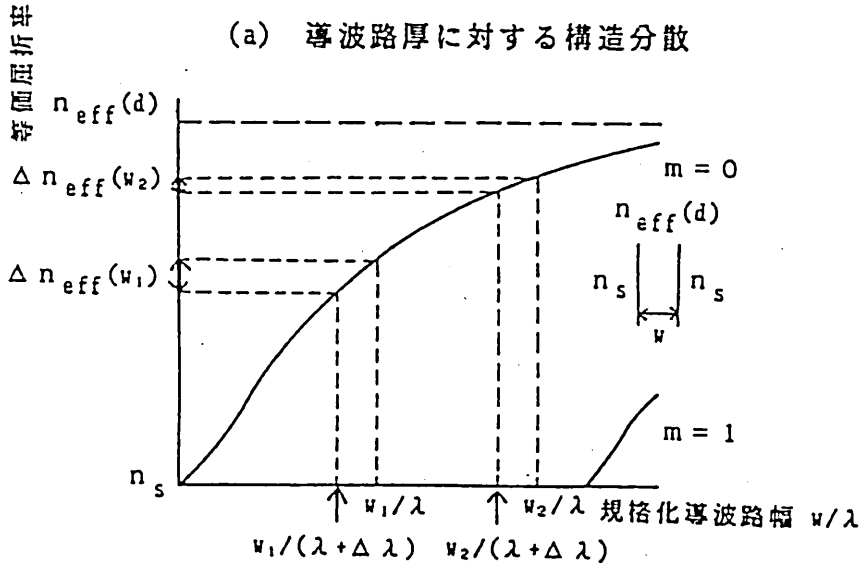


図３．　埋め込み形導波路（断面構造）



(a)　導波路厚に対する構造分散



(b)　導波路幅に対する構造分散

図４．　埋め込み形導波路の構造分散

ここでは，等価屈折率法[18]を用いて波長に対する等価屈折率の構造分散について考える．

まず，図３のような一つの埋め込み形導波路（断面構造）の構造分散について考える．基板の屈折率n_s，導波層の屈折率n_f，カバー層は空気（屈折率n_c=1）とする．導波路の厚さ方向の構造分散について考える．厚さ方向に３層スラブ導波路としてみた場合の構造分散を図４(a)に示す．横軸の導波路厚dは波長で規格化してある．図４(a)より明らかなように，導波路厚が薄いd_2の方が，厚いd_1より分散曲線の傾きが大きく，等価屈折率の波長変化Δn_{eff}が大きい．また，導波路厚dが一定の場合の導波路幅wに対する構造分散を図４(b)に示す．この場合，導波路幅が狭いw_1の方が，広いw_2より傾きが大きく，等価屈折率の波長変化Δn_{eff}が大きい．次に，導波路厚および幅の異なる２つの導波路の等価屈折率の関係について考える．図４(a),(b)のように，幅または厚さが等しい２つの導波路では，波長を変化させても等価屈折率の大小を逆転させることはできない．そこで，図５のように，導波路厚d_1，d_2，($d_1>d_2$)，導波路幅w_1,w_2，($w_1<w_2$)を組み合わせ，ある波長λ_cで等価屈折率が等しくなるように設定すると，導波路１と導波路２の分散曲線の傾きが違うため，波長を変化させると，２つの導波路の等価屈折率の大小が逆転する．

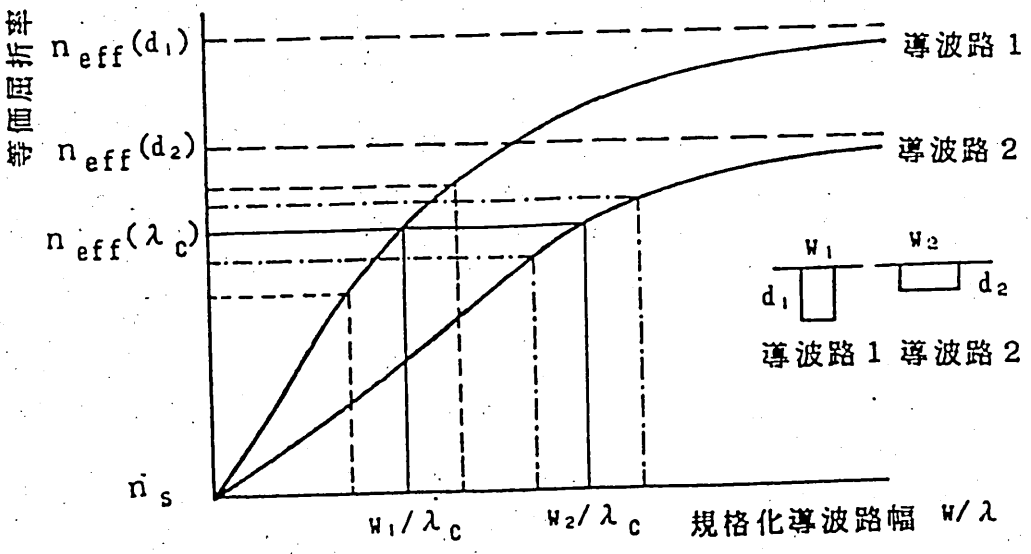
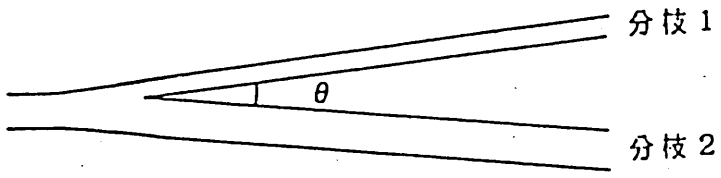
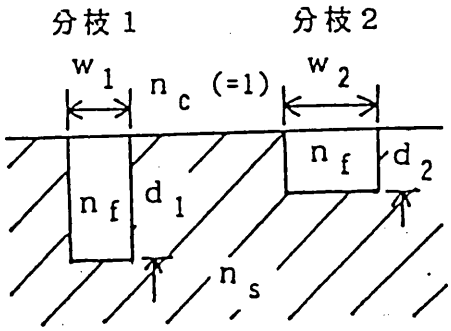


図５．　導波路厚および幅の異なる２つの導波路の構造分散



面内構造



断面構造

図６．　基本構造

表１，基本構造の導波路厚および幅
（λc：中心波長）

$d_1/\lambda c=2.96$	$w_1/\lambda c=2.0$
$d_2/\lambda c=2.40$	$w_2/\lambda c=4.5$

また，屈折率分布は，導波路の厚さ方向には非対称，幅方向には対称であり，図４(a),(b)をみてわかるように，等価屈折率の波長変化は非対称分布の方が大きい．よって，図５では，実際には，導波路厚d_2が薄い導波路２の方が等価屈折率の波長変化が大きい．

図６に基本的な導波形光分波器の構造を示す．分枝１では，導波路厚d_1が厚く，幅w_1が狭い，分枝２では，導波路厚d_2が薄く，幅w_2が広い断面構造となっている．また，面内構造では，分岐角θが十分小さいＹ分岐導波路となっている．波長に対する構造分散は，分枝１では図２にお

ける実線に，分枝２では破線に対応する．中心波長λ_cより短波長（λ_s）では分枝２の等価屈折率が大きいので，入射光は分枝２に導波し，長波長（λ_l）では分枝１の等価屈折率が大きいので，入射光は分枝１に導波する．よって，波長分波器として動作することがわかる．

３，導波形光波長分波器の解析

前章において，導波形光波長分波器の基本構造について述べた．ここでは，この基本構造を基とし，分波器としての性能を向上させる幾つかの構造について述べる．

分波器の性能としては，波長に対する分枝１と分枝２の分波特性が最も重要な問題となる．ここでは，Ｙ分岐導波路の特性を解析する階段近似法を用いて[11],[12]，分波特性について検討する．

まず，図６の基本構造に関して，その分波特性を算出した．伝搬損失の少ないイオン交換ガラス導波路（基板屈折率ns=1.520，導波層屈折率nf=1.527）をモデルとし，屈折率分布はステップ型とし，導波路の伝搬損失および屈折率の波長に対する材料分散は考慮しない（材料分散を考慮した場合，中心波長は若干ずれるが，特性の変化はほとんどない．）．分岐角θは1/500ラジアンとした.また,導波路厚および幅を中心波長λ_cで規格化した値を表１に示す.図７に分波特性を示す.ここで横軸λ/λ_cは中心波長λ_cで規格化してある．入射モードはTM(like)モードを用いた.透過量は入射光パワーに対する各分枝の出射光パワーの比で表す．各々の分枝の透過量が-20dBとなる波長間隔（以下-20dB波長間隔と表す）を分波器の性能の目安とすると，-20dB波長間隔が小さいほど分波特性が急峻な変化を示していることを表しており，分波器の性能として優れていることを示す．図７より，-20dB波長間隔は0.26であり，分波特性は緩慢な変化となっている．例えば，中心波長1.42μｍで，波長1.3μｍ，1.55μｍを分波しようとすれば，1.3μｍ，1.55μｍとも他方の分枝の透過量が-20dB以下とならず，分波器の性能としては十分ではない．

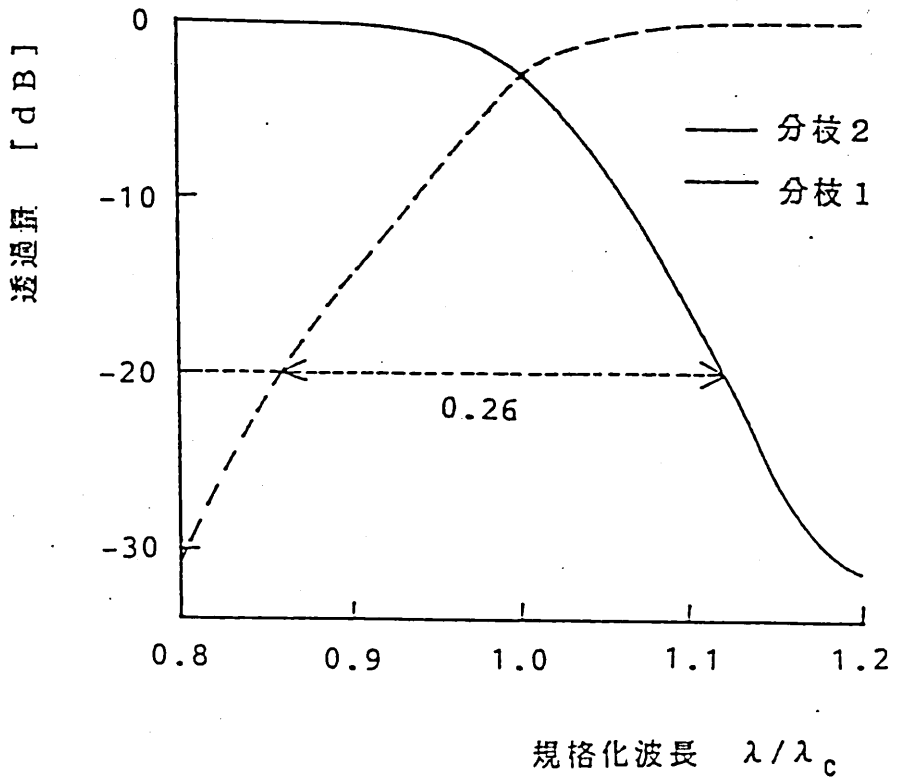


図7． 基本構造の分波特性

分波特性を改善するために，規格化パラメータ[11]に着目して議論を進める．ここで，規格化パラメータPについて示す．

$$P = \frac{\Delta n_{eff}}{\theta \cdot \gamma}$$

$\Delta n_{eff} = n_{eff1} - n_{eff2}$（$n_{eff1}$, n_{eff2}は分枝1，分枝2の等価屈折率）
θ：分岐角
$\gamma = \sqrt{\{(n_{eff1}+n_{eff2})/2\}^2 - n_3^2}$ で表される分岐間の減衰定数である．
この規格化パラメータPの値が大きいほど，分枝1，分枝2の出射光パワーの比が増す．よって波長に対する規格化パラメータ値Pの変化が急峻なほど，-20dB波長間隔は狭くなり，分波特性は向上する．γはここでモデルとして用いているイオン交換ガラス導波路のような屈折率差の小さい導波路では，値を大きく変えられないので，著しい特性の改善は期

待できない．よって，γに対する考察は省略する．等価屈折率差Δn_{eff}は，波長によって変化する値であり，波長変化を急峻にするためには，導波路の断面構造を工夫する必要がある．分岐角θは，波長による変化はないが，小さいほどパラメータ値は増大し，分波特性は向上する．しかし，分岐角θは，作製上の制限という問題がある．したがって，以下では分波特性の向上を図るために，

(1) 等価屈折率差Δn_{eff}を決定する断面構造

(2) 分岐角θを決定する面内構造

について検討を行う．

3－1，断面構造

等価屈折率差Δn_{eff}の波長変化を急峻にするには，以下の2通りの方法が考えられる．

(1)等価屈折率の波長変化がなだらな分枝の波長変化をよりなだらかにする．

(2)等価屈折率の波長変化が急な分枝の波長変化をより急にする．

具体的にこれを実現するには，(1)に対しては，基板と同じ材料を導波路上に装荷する装荷型構造（図8(a)），(2)に対しては，導波路の片側を削るサイドエッチ型構造（図9(a)）が挙げられる．

装荷型構造の分枝1においては，厚さ方向，幅方向とも屈折率分布が対称になり，波長に対する屈折率変化がよりなだらかになる（図8(b)）．サイドエッチ型構造の分枝2においては，厚さ方向，幅方向とも屈折率分布が非対称になり，波長に対する屈折率変化が急になる（図9(b)）．各々の構造の分波特性を図10に示す．屈折率および分岐角θは基本構造と同じである．それぞれの，導波路厚，幅を表2に示す．また，装荷型構造の装荷層の厚みは∞とした．装荷型およびサイドエッチ型構造ともに-20dB波長間隔はほぼ0.12であり，基本構造の約1/2となり，分波特性は著しく改善されている．装荷型，サイドエッチ型構造の各々の特徴としては，装荷型構造では，長波長側より短波長側の透過量の波長変化が急峻であり，サイドエッチ型構造では，その逆に，短波長側より長波

長側の透過量の波長変化が急峻である．これは，サイドエッチ型構造の分枝２が，長波長側でカット・オフ状態に近ずくためである．

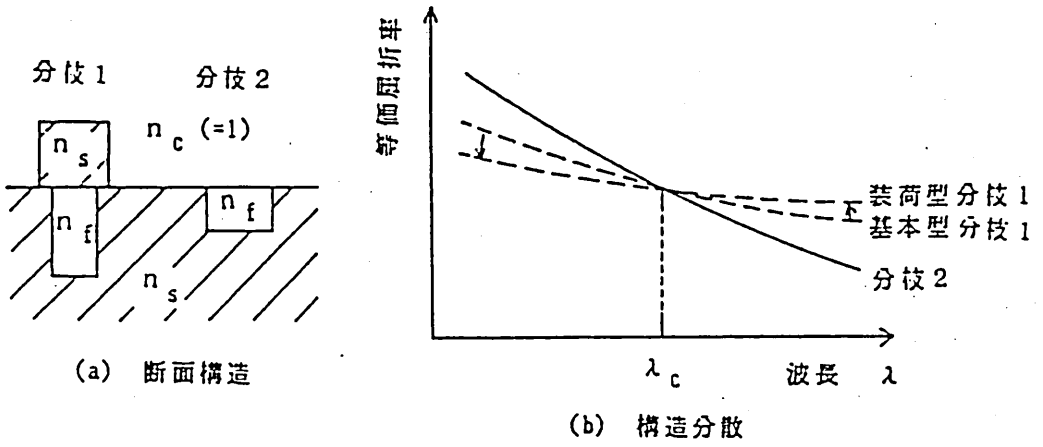


図８．　装荷型構造

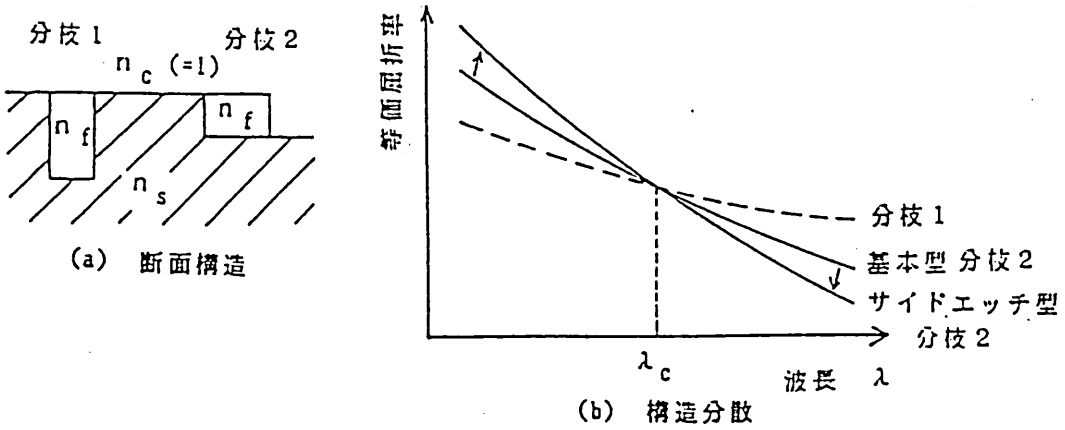


図９．　サイドエッチ型構造

表２，装荷型およびサイドエッチ型構造の導波路厚および幅

装荷型構造		サイドエッチ型構造	
$d_1/\lambda c=1.76$	$w1/\lambda c=2.0$	$d_1/\lambda c=3.28$	$w_1/\lambda c=2.0$
$d_2/\lambda c=2.40$	$w_2/\lambda c=4.5$	$d_2/\lambda c=2.65$	$w_2/\lambda c=6.0$

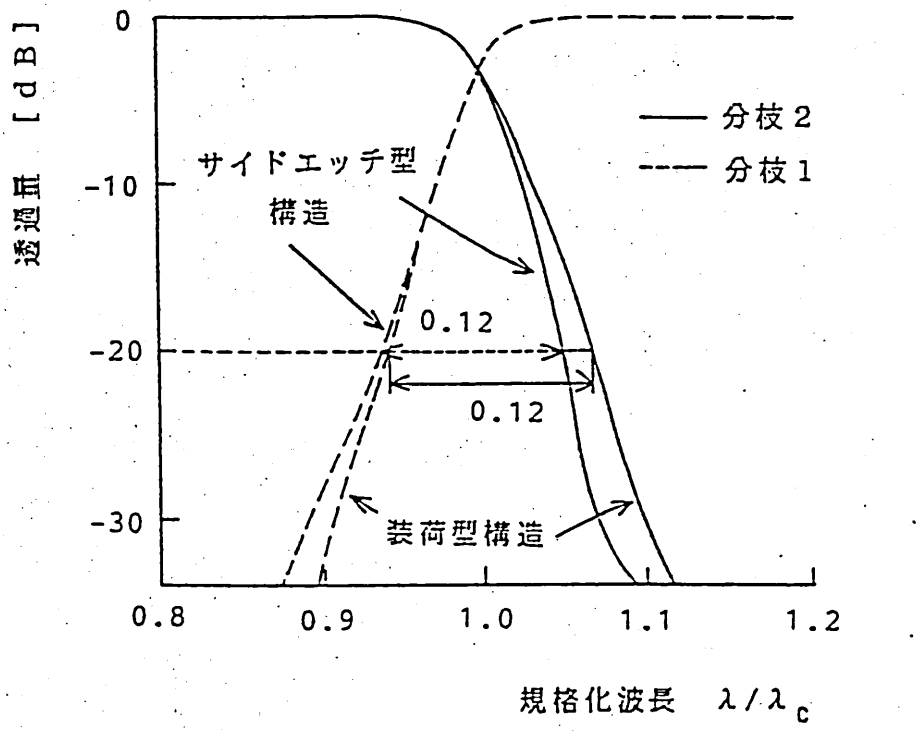


図１０．　装荷型およびサイドエッチ型構造の分波特性

前述したように，装荷型，サイドエッチ型構造とも-20dB波長間隔はほぼ0.12であり，急峻な分波特性を得ることができる．次節では，作製が比較的容易であると考えられる装荷型構造を取り上げて議論を進める．サイドエッチ型構造を考慮した分波器の構造に関しては，第５章で述べる．

３－２，面内構造

規格化パラメータＰにおいて，Δn_{eff}を与える断面構造を固定すれば，分岐角θが小さいほどパラメータの値は大きくなり，波長変化が急峻となる．装荷型構造を用い，幾つかの分岐角θにおける分波特性を図１１に示す．分岐角θが小さいほど分波特性は急峻となり，-20dB波長間隔は狭くなることがわかる．

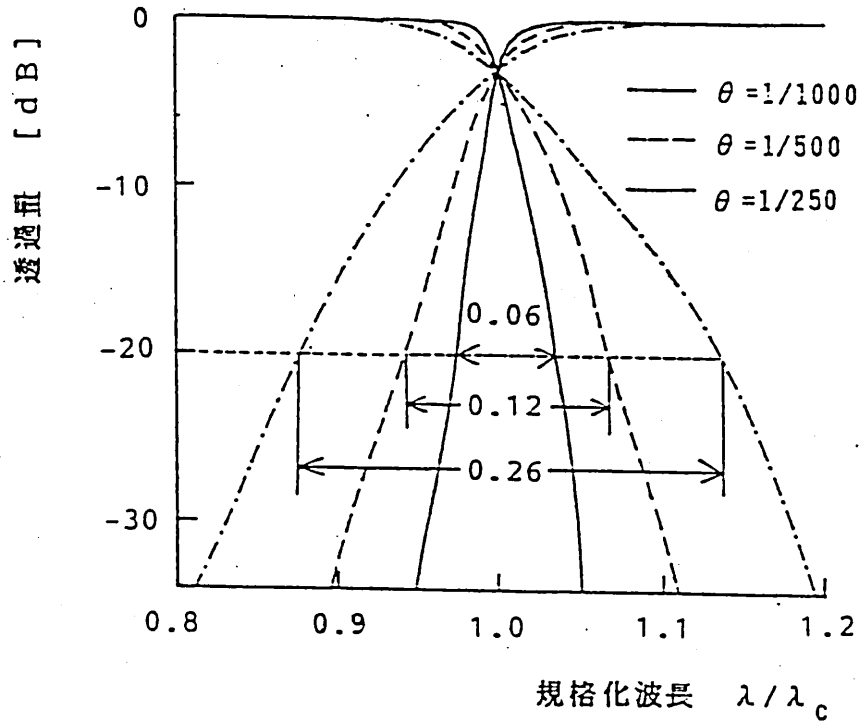


図１１．　分岐角θに対する分波特性の変化

しかしながら，あまりに小さい分岐角（例えば，1/1000ラジアン）を実際作製するのは困難である．そこで，図１２に示すような，ある分岐間隔t_vで分枝角が小さくなるような折れ曲がり構造Ｙ分岐導波路について検討する．

図１のＹ分岐導波路の分岐部においては，基本モードから高次モードへ，高次モードから基本モードへの結合が若干生じる．各々の結合係数をC_{ij},C_{ji}とすると，分岐間隔tに対する変化は図１３に示すとうりになる．図１３(a)はΔn_{eff}が小さい場合，(b)はΔn_{eff}が大きい場合である．図１３(a)において，結合係数C_{ij}，C_{ji}がピークを示す以前の分岐間隔t_1で分岐角がθ_2（$\theta_2<\theta_1$）となれば，分岐間隔t_1までは，ほとんどモード間の結合は生じていず，分岐角θ_2である状態でモード間の結合が生じ，等価的に分岐角θ_2のＹ分岐導波路と等しい動作を行うと考えられる．これに対し，ピークを過ぎた分岐間隔t_2で分岐間隔θ_2となっても，モード間の結合はほとんど終了しており，分岐角θ_1のＹ分岐導波路とほ

ぼ等しい動作を行うと考えられる．よって，分岐角が小さくなる分岐間隔t_vとしては，結合係数C_{ij}，C_{ji}がピークを示す以前の分岐間隔t_1を与える必要がある．ここで，図１３(b)のようにΔn_{eff}が大きい場合は，結合係数がピークを示す分岐間隔が小さく，上述した条件のように分岐角が小さくなる分岐間隔t_vを設定しても実際に作製することは困難であると考えられる．導波形光波長分波器に関しては，中心波長λ_cより以遠の波長は，Δn_{eff}が大きい場合に対応し，中心波長λ_c付近の波長は，Δn_{eff}が小さい場合に対応する．よって，ここでは，Δn_{eff}が小さい中心波長λ_c付近の波長を主に対象として，分岐角が小さくなる分岐間隔t_vについて検討する．

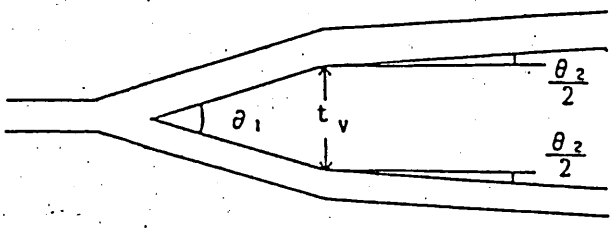
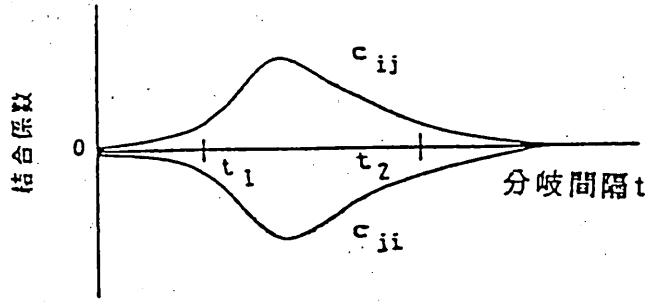
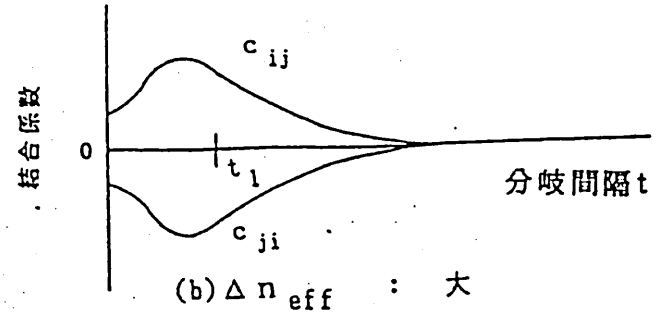


図１２．　折れ曲がり構造



(a)　Δn_{eff} ：　小



(b)Δn_{eff} ：　大

図１３．　結合係数

図１４に，分岐角が変わる分岐間隔t=3λ_c，5λ_c，10λ_c の各々の分波特性を示す．分岐角θ_1=1/500ラジアン，分岐角θ_2=1/1000ラジアンである．t_v=3λ_cの場合，-20dB波長間隔は0.06であり ，図１１の分岐角θ=1/1000ラジアンの-20dB波長間隔と一致する．これに対し， t_v=5λ_c，10λ_cでは，-20dB波長間隔は，それぞれ0.07,0.09となり，劣化することがわかる．また，t_v= 10λ_cでは，中心波長より0.2λ/λ_c以内の波長は，分岐角θ=1/1000の分波特性と一致し，それ以外の波長では，ほぼ分岐角θ=1/500の分波特性と一致する．これは，中心波長より0.2λ/λ_c離れた波長付近での，結合係数が分岐間隔10λ_cでピークを示すことを表す．

以上より，分岐角が小さくなる波長間隔t_vは3λ_c以下とする必要がある．ここで，例えば，中心波長が，0.6μmでも，分岐間隔t_vは,1.8μmとなり，それ以上の波長ではさらに広くなり，作製する上で実現可能なサイズとなる．

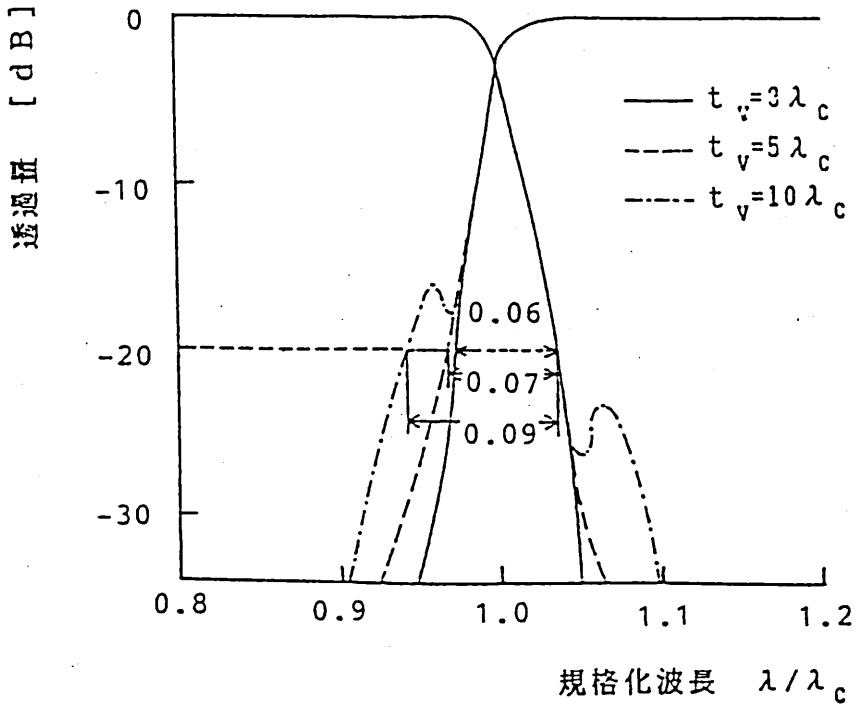


図１４． 折れ曲がり構造の分波特性

以上，本章のまとめとして，導波形光波長分波器の最適な構造としては，

(1)断面構造として装荷型構造を用いる．

(2)面内構造として折れ曲がり構造（分岐角が小さくなる分岐間隔が中心波長の３倍以下）を用いる．

が挙げられる．

4，　設計例

本章では，波長多重通信への応用を目的とした波長1.3μm，1.55μmを分波する導波形光波長分波器の具体的設計例について述べる．

分波器の構造を図１５に示す．具体的な数値例を示す前に設計法について述べる．この設計法では，導波路１，２の幅w_1，w_2の差を大きくとることにより，規格化パラメータの波長変化が大きくなるという点を基本としている．また，Ｙ分岐導波路では，分岐間のクロス・トークを十分小さくするには，各々の導波路が単一モード導波路であることが必要となる．したがって，各々の分枝の導波路厚，幅は，単一モード条件によって制限される．

分波する目的の波長をλ_1，λ_2（$\lambda_1<\lambda_2$）とし，中心波長λcとする．

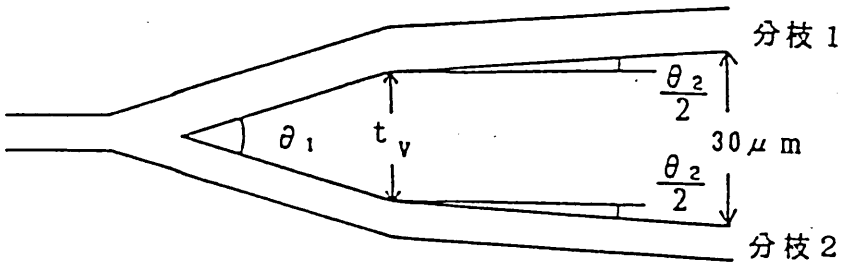
(1) 装荷層の厚みhは，波長λ_2で$h\to\infty$とした時の分枝２の等価屈折率とほぼ等しくなる値を設定する．

(2) 短波長λ_1で等価屈折率の大きい分枝１において，最も導波路幅w1が広くなり，かつ単一モード条件を満たすように，幅w_1，厚みd_1を設定する．

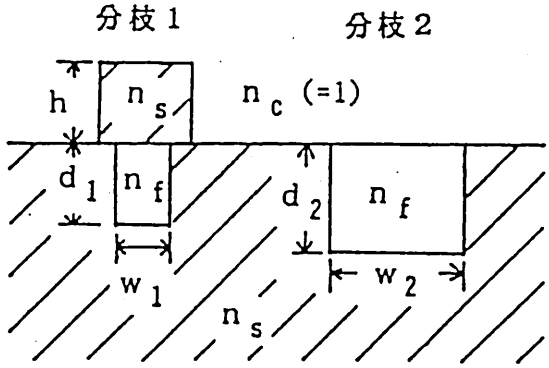
(3) 分枝２の幅w_2は，作製可能と考えられる最も狭い幅に設定する．

(4) 波長λ_1，λ_2における規格化パラメータＰの値が等しくなり，かつ等価屈折率の大小が逆転するように分枝２の厚みd_2を設定する．これより中心波長λcが決定される．また，導波路幅w_2，厚みd_2に対しても，短波長λ_1での単一モード条件を満たす必要がある．

(5) 分岐角が変わる分岐間隔tは$3\lambda c$以下に設定する．



面内構造



断面構造

図１５．　装荷型構造波長分波器

表３，装荷型構造設計例　［μｍ］

d_1=3.39	w_1=3.0
d_2=3.75	w_2=8.0
h=5.0	t_v=3.0

カリクラウン・ガラスの
材料分散

$$n_s=\sqrt{1+a\lambda^2/(\lambda^2-\mu)}$$

a=1,2713，μ=0.0122
（λ:波長，μm）

$$n_f=n_s+(n_s-1)\times 0.013$$

以上の手順を踏まえることにより，良好な分波特性を示す分波器が設計できる．

以上の設計法により，波長1.3μm，1.55μmを分波する導波形光波長分波器を設計した．その数値例を表３に示す．ここでは，基板（カリクラウン・ガラス）の屈折率の波長による材料分散を考慮している．また，最終分岐間隔30μmとした．その分波特性を図１６に示す．中心波長は1.435μm，-20dB 波長間隔は0.09μmである．波長1.3μm，1.55μmとも片側の分枝への出力パワーは-30dB以下となり，良好な分波特性が得られている．

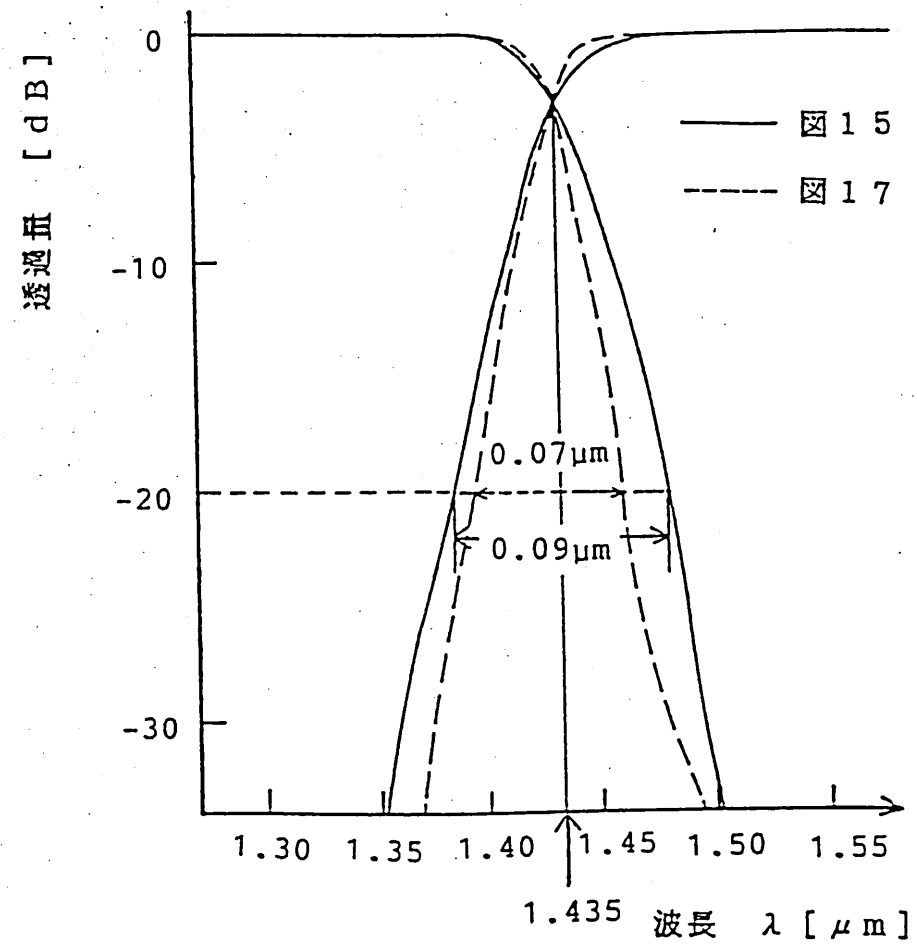


図１６．　分波特性（設計例）

5，　検討

前章までで，装荷型構造を用いることにより良好な分波特性を得られることがわかった．しかし，より優れた分波特性を得るために，断面構造を工夫することは可能である．以下，それについて検討を進める．

第３章でも述べたように，基板と同じ材料を装荷した分枝では，等価屈折率の波長変化がなだらかになり，サイドエッチした分枝では，急になる．よって，分枝１，分枝２に各々の構造を用いると，等価屈折率差Δn_{eff}の波長変化は，より急峻となる．よって，この２つの構造を組み合わせた分波器を構成することによって，装荷型構造より優れた分波特性が得られると考えられる．図１７に分波器の断面構造を示す．面内構造は図１３と同様である．

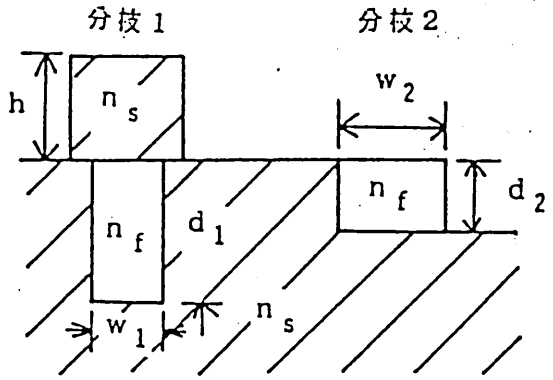


図１７．　装荷・サイドエッチ型構造波長分波器

表４，装荷・サイドエッチ型構造設計例［μ m］

d_1=3.39	W_1=3.0
d_2=3.74	W_2=11.5
h=5.0	t_v=3.0

波長1.3μm，1.55μmを分波することを目的として設計した分波器の数値例を表２に示す．分波特性を図１６に破線で示す．中心波長1.435μm，-20dB波長間隔0.07μmである．装荷型構造に比べ，明かに分波特性は急峻な変化を示していることがわかる．

しかし，作製する上では，側面を削るときに荒れが生じ，散乱損失が増大する可能性がある．また，装荷し，エッテングすることにより作製手順が増え，歩留まりが低下すると考えられる．したがって，作製する上では装荷型構造がより有利であると考えられる．

６，まとめ

Ｙ分岐を用いた新しい導波形光波長分波器を提案し，その解析と設計について述べた．ある波長を中心に，両分枝の等価屈折率の大小が逆転するような断面構造を与えることにより，一方の分枝では長波長通過，もう一方の分枝では短波長通過動作を行う導波形光分波器が構成できる．優れた分波特性を得ることができる構造について検討した結果，急峻な分波特性が得られ，かつ作製上の問題点が少ない分波器としては，

(1) 断面構造：一方の分枝に基板と同じ材料を装荷した装荷型構造

(2) 面内構造：分岐角がある分岐間隔（中心波長の３倍以下）で小さくなる折れ曲がり構造

以上の２つを組み合わせた構造が挙げられる．この構造を用いて，波長1.3μm，1.55μmを分波する具体的な設計例を挙げた．波長1.3μm，1.55μmとも片方の分枝への出力光パワー比が-30dB以下となり，また，-20dBとなる波長間隔は，0.09μmであり，良好な分波特性が得られた．

この導波形光波長分波器は，導波路厚および導波路幅を調整することにより，中心波長を広い範囲で制御でき，長波長（または，短波長）通過動作であることから，例えば，２つの波長群（波長群間の波長間隔が広い場合）を分波するのに適していると考えられる．以上の点から，波長多重通信や二波長計測といったシステムへの応用が期待できる．

現在，基礎実験として，このようなＹ分岐を用いた導波形光波長分波器を試作中である．

参考文献

(1) 森下：電学界電磁界理論研資,EMT-87-53(1987)
(2) D.C.Flanders,H.Kogelnik,R.V.Schmidt and C.V.Shank:Appl.Phys. Lett.,24,194(1974)
(3) R.C.Alferness and R.V.Schmidt:Appl.Phys.Lett.,33,161(1978)
(4) A.Neyer:Electron.Lett.,20,744(1984)
(5) R.G.Walker and C.D.W.Wilkinson:Appl.Opt.,22,1029(1983)
(6) H.Yajima:Appl.Phys.Lett.,22,647(1973)
(7) M.Izutsu,A.Enokihara and T.Sueta:Opt.Lett.,7,549(1982)
(8) 根上，芳賀，山本：昭和62年信学全大972
(9) E.Kapon and R.N.Thurston:Appl.Phys.Lett.,50,1710(1987)
(10) M.J.Adams:"An Introduction To Optical Waveguide", John Willey & Sons,188(1981)
(11) W.K.Burns and A.F.Milton:IEEE J.Quant.Electron.,QE-11,32 (1975)
(12) 矢島:信学論(C),60-C,235(1977)

ＲＳ８７－１６

Ｚ軸伝搬ＬｉＮｂＯ$_3$
偏光干渉形光周波数シフタ

山崎　剛　　春名　正光　　西原　浩

（　大阪大学　工学部　）

１９８７年１２月１１日

輻射科学研究会

〔１〕まえがき

現在，我々はヘテロダイン計測光学系の集積化について検討を進めている。このとき，可視光・近赤外における光損傷を避けるために，基板にはＺ軸伝搬$LiNbO_3$（ＬＮ）を用いている。さて，これまで試作した光集積ファイバレーザドップラ速度計〔１，２〕や二周波直交偏光ヘテロダイン検波用光ＩＣ〔３〕では，周波数シフタとしてセロダインＳＳＢ変調器〔４〕を用いてきた。このタイプの周波数シフタは構造が簡単で，光ＩＣに組み込み易いといった利点はあるが，その反面，印加する鋸歯状波電圧の立ち下がり時間によって，周波数シフト量ｆｓが制限され，たかだか数百 KHzである。さらに光ＩＣの速度測定範囲を拡大するとか，あるいはコヒーレント光通信用ＩＣ〔５〕に組み入れることなどを考えると，Ｚ軸伝搬ＬＮを基板として，数 GHzあるいはそれ以上の帯域をもつ周波数シフタが必要となってくる。

ＬＮ導波形周波数シフタとしては，これまでに分岐干渉形変調器を二重に集積化したもの〔６〕，ＴＥ／ＴＭモード変換素子の櫛形電極を多数個に分割したタイプのもの〔７〕が報告されている。前者の理論的な最大変換効率は34%，周波数の純度（不要サイドバンド抑圧比）は－27ｄＢである。一方，後者では 100%の変換効率が可能であるが，電極構造が複雑で，使用波長帯域が狭いといった難点がある。これに対して，Ｚ軸伝搬ＬＮを用いたものでは，印加電界を回転させるタイプの周波数シフタが検討されている〔８〕。実際に，導波路内で回転印加電界を得るのは容易ではなく，実験ではTi拡散リッジ導波路が用いられている。

このような状況を踏まえて，本稿では，Ｚ軸伝搬ＬＮ・ＴＥ／ＴＭ偏光干渉計をタンデムに接続した形のインライン周波数シフタを提案し，

その理論的・実験的検討結果について述べる。このデバイスの素子構成は，以前報告されたバルク形周波数シフタ〔9〕を光集積化したものになっている。これについては第2章で述べる。また，既に報告したとおり，Z軸伝搬ＬＮ単一モード導波路に長さ10ｍｍのプレーナ3電極を装荷するだけで，駆動電圧5～7Ｖで，モード変換効率98%以上をもち，しかも広い波長帯域で動作するＴＥ／ＴＭモード変換素子を得ることができる〔10，11〕。本デバイスでは，位相変調器の前後にこのモード変換素子を置いて，偏光干渉計を構成している。理論的には，このインライン周波数シフタで，変換効率68%，純度－15ｄＢを得ることができる。本稿では，まずインライン偏光干渉形周波数シフタの構造，動作原理，動作解析・特性について述べ，次にその基本的な実験結果を示す。

〔2〕偏光干渉形周波数シフタの構成と動作原理

2．1　バルク形と導波形周波数シフタの対比

図1に，Z軸伝搬ＬＮ基板上にＴＥ／ＴＭ偏光干渉計ＰＩ1とＰＩ2をタンデムに接続した導波形周波数シフタと，これと等価な動作原理をもつバルク形周波数シフタ〔9〕を対比して示してある。まず，(a)のバルク形では，二枚のλ／4板の間に，結晶軸が互いに45°異なる2個のＥＯセルが挿入されており，これらのＥＯセルには90°位相の異なる角周波数Ωなるｒｆ電圧が印加される。今，これに直線偏光波（ω）を入射したとき，出力端では入力光と同一偏光で，位相が異なる4つの光波が発生する。ここで，ＥＯセルの変調深さが1.30になるようにｒｆ電圧を調整すると，同一偏光の4波干渉により（ω＋Ω）なる単一側帯波（ＳＳＢ）出力が得られる。このときのＳＳＢ変換効率は理論的に68

%，純度－15ｄＢである。

バルク形では，光は円偏光として伝搬し位相変調を受けるのに対して，導波路内ではもちろんＴＥ，ＴＭなる直線偏光波が伝搬する。光集積化するには，まずλ／４板に代わるＴＥ／ＴＭモード変換素子が必要となる。ここで，モード変換素子における両モードの結合係数をκ，結合長をＬとすると，κＬ＝π／４の条件が満足されねばならない。二つの位相変調器（ＰＭ）には，バルク形と同様，90°位相の異なるＲＦ電圧が印加され，また位相シフタ（ＰＳ）にはＤＣ電圧が印加されることになる。この導波形周波数シフタでは，出力端でＴＥまたはＴＭモードの４波干渉の結果ＳＳＢ出力が得られることになるが，この詳細は次節以下

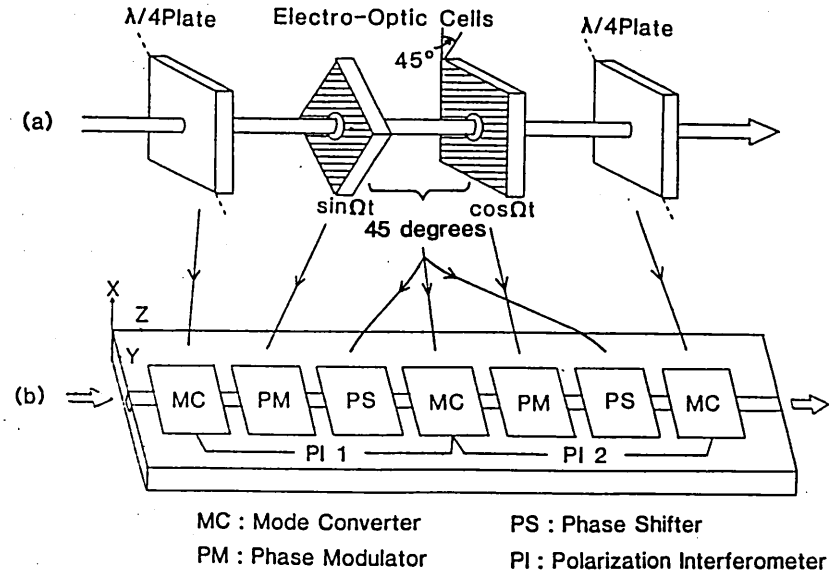


図１　導波形周波数シフタの構成

（ａ）バルク形　　（ｂ）導波形

で述べるとして，ここでは図１のバルク形と導波形の各素子の対応関係を表１に示す。但し，ＥＯセルの45°の結晶軸の傾きと等価な機能は，モード変換素子の前段のＰＳで－π／４，後段のＰＳで＋π／４の位相シフトを与えたときに得られる。

表１　バルク形と導波形の対比

バルク形	導波形
λ／４板	モード変換素子
ＥＯセル	位相変調器
45°の結晶軸の傾き	位相シフタ＋モード変換素子＋位相シフタ （－π／４）（κＬ＝π／４）（＋π／４）

２．２　動作原理

Ｚ軸伝搬ＬＮ導波路を用いる特長は，(1)ＴＥとＴＭモードがほぼ縮退しており，(2)かつ結晶のＹ軸方向に電圧を印加すると，ＴＥとＴＭモードに対してプュッシュプルな位相変調が可能となることにある。すなわち，電気光学定数r_{22}を介してＴＥとＴＭモードは等量，逆符号の位相シフトを受ける。さらに，(3)櫛形電極を必要とせずに，プレーナ３電極を装荷するだけで高効率のモード変換が可能である。したがって，図１(b) に示すように，Ｚ軸伝搬ＬＮを用いると，直線導波路で容易に偏光干渉計が構成できる。これがインライン導波形周波数シフタのキー

ポイントである。

周波数シフタの原理を理解するには，偏光干渉計をＴＥ，ＴＭモードが伝搬する二つのアームに分解すると良い（図２）。今，両伝搬モードが完全に縮退しており，また三つのモード変換素子の印加電圧は$\kappa L = \pi / 4$となるように調整されているものとする。さらに，偏光干渉計１および２のＰＳには，ＤＣ電圧によってそれぞれ$\pm \phi_1$，$\pm \phi_2$なる位相シフト量が与えられ（ここで，＋，－符号はそれぞれＴＥ，ＴＭモードに対応する），また両モードは二つのＰＭで，

$$\phi_S = \delta_m \cdot \sin \Omega t$$
$$\phi_C = \delta_m \cdot \cos \Omega t \qquad (1)$$
$$\delta_m = \pi \ (V_m / V\pi)$$

なる位相変調を受ける。ここで，δ_mはＲＦ電圧の振幅に比例する変調深さ，$V\pi$は半波長電圧，V_mはＲＦ電圧の振幅である。この状態で，デバイスの入力端でＴＥモードが励起されたとき，二つの偏光干渉計で

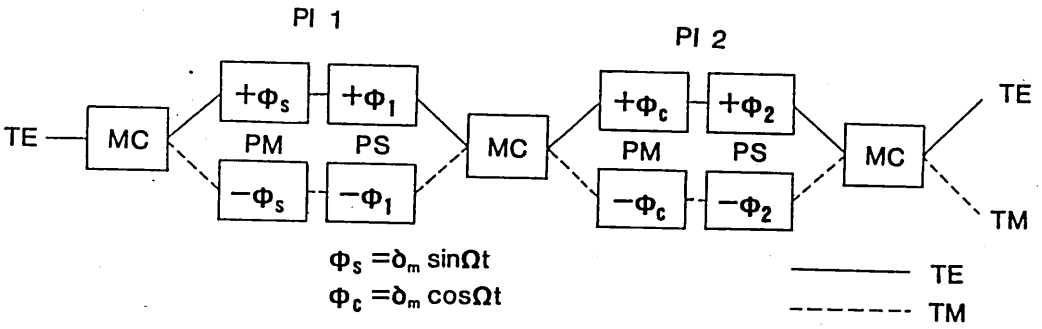


図２　周波数シフタの動作原理説明のための模式図

の光路の違いにより，出力端ではＴＥ，ＴＭモードについて各々４つの位相の異なる光波が発生する。例えば，ＴＥモードについて見ると，

(a) ＴＥ→ＴＥ→ＴＥ→ＴＥ：

$$\exp j(+\phi_s + \phi_1 + \phi_c + \phi_2)$$

(b) ＴＥ→ＴＭ→ＴＭ→ＴＥ：

$$-\exp j(-\phi_s - \phi_1 - \phi_c - \phi_2)$$

(c) ＴＥ→ＴＭ→ＴＥ→ＴＥ：　　（２）

$$-\exp j(-\phi_s - \phi_1 + \phi_c + \phi_2)$$

(d) ＴＥ→ＴＥ→ＴＭ→ＴＥ：

$$-\exp j(+\phi_s + \phi_1 - \phi_c - \phi_2)$$

となる。これらの光波はΩなるＲＦ電圧で位相変調されているので，角周波数の間隔Ω毎の側帯波成分に分解できる。さて，前節で述べたように，ＴＥモードでＳＳＢ出力を得るためには，まず$\phi_1 = -\pi/4$，$\phi_2 = +\pi/4$でなければならない。この条件の下で，変調深さδ_mを調整すると，（２）式の４つの光波の干渉により，$(\omega + \Omega)$の周波数成分の位相は一致してＳＳＢ出力が得られ，一方不要の周波数成分では位相が互いに打ち消し合うことになる。

〔３〕動作解析・特性

３．１　動作解析および基本的な特性

モード変換素子における両モード間のパワー移行，および位相シフタ・変調器における位相シフト量を行列表示することによって〔12〕，周波数シフタの動作解析が行える。今，入力端で$\exp(j\omega t)$なるＴＥモードが励起されたとき，出力光の電界は

$$\begin{pmatrix} A_{TE} \\ \\ A_{TM} \end{pmatrix} = \sqrt{2}\, M_m \cdot M_2 \cdot M_m \cdot M_1 \cdot M_m \begin{pmatrix} e^{jwt} \\ \\ 0 \end{pmatrix} \qquad (3)$$

ここで，入力端，中央および出力端の三つのモード変換素子の行列は，

$$M_m = \begin{pmatrix} \cos \kappa L & -j\sin \kappa L \\ \\ -j\sin \kappa L & \cos \kappa L \end{pmatrix} \qquad (4)$$

また，二つの偏光干渉計における位相シフト量に関する行列は

$$M_1 = \begin{pmatrix} \exp j(\phi_s + \phi_1) & 0 \\ \\ 0 & \exp -j(\phi_s + \phi_1) \end{pmatrix} \qquad (5)$$

であり，M_2 については添字を S→C，1→2 とすれば良い。なお，ϕ_s，ϕ_c は既に（1）式で与えられている。

さて，$\kappa L = \pi/4$ で $\phi_1 = -\pi/4$，$\phi_2 = +\pi/4$ のとき，

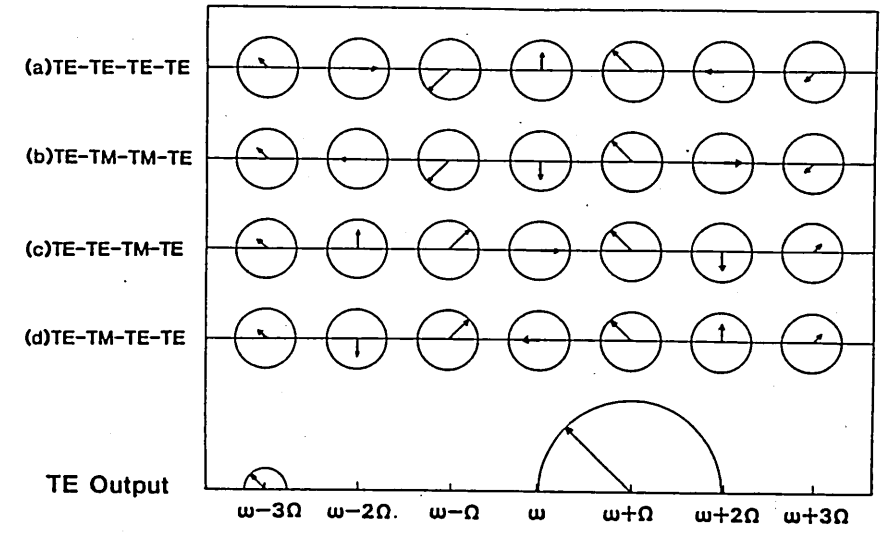
$$\begin{aligned} A_{TE} = 2^{-3/2} \{ & \exp j(\delta_m' \sin\theta) - \exp -j(\delta_m' \sin\theta) \\ & - j\exp j(\delta_m' \cos\theta) + j\exp -j(\delta_m' \cos\theta) \} \end{aligned} \qquad (6)$$

$$\begin{aligned} A_{TM} = 2^{-3/2} \{ & -j\exp j(\delta_m' \sin\theta) - j\exp -j(\delta_m' \sin\theta) \\ & - \exp j(\delta_m' \cos\theta) - \exp -j(\delta_m' \cos\theta) \} \end{aligned}$$

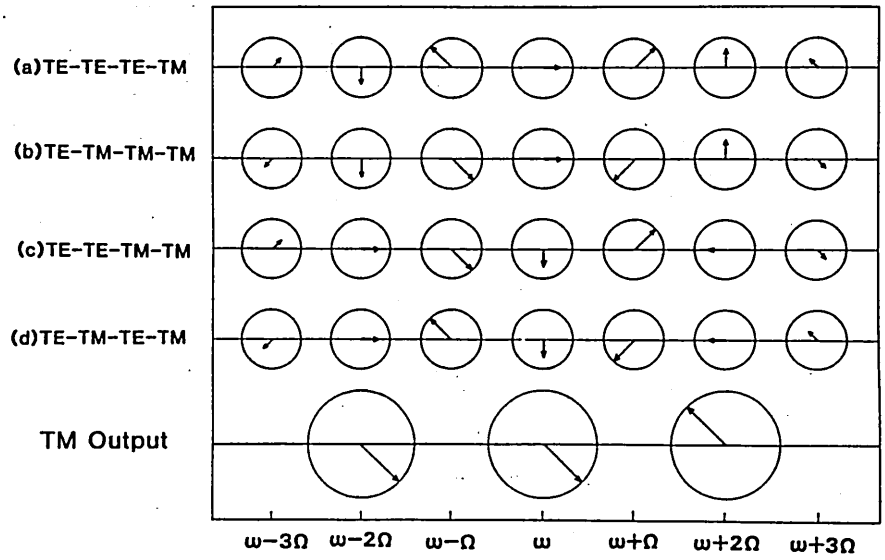
となる。ここで，実効変調深さ $\delta_m' = \sqrt{2}\delta_m$ であり，$\theta = \Omega t + \pi/4$ である。

（6）式は位相の異なる4つの光波の干渉で出力光が得られることを示している。計算としては，右辺の各項をベッセル関数で展開し，位相

差を考慮して，各周波数成分を足し合わすことになる。$\delta_m' = 1.84$のときの４波干渉の様子を図３（ａ），（ｂ）に模式的に示す。ＴＥモードでは（$\omega + \Omega$）なるＳＳＢ出力が，ＴＭモードでは（$\omega \pm 2\Omega$）なるＤＳＢ（両側帯波）出力が得られることが分かる。また，δ_m' に対する



（ａ）ＴＥ・ＳＳＢ出力光



（ｂ）ＴＭ・ＤＳＢ出力光

図３　４光波の干渉（$\kappa L = \pi / 4$，$\phi_1 = -\phi_2 = -\pi / 4$，$\delta_m' = 1.84$）

出力光の各周波数成分の振幅変化は図４のようになる。ここで，両モードに対する各周波数成分の振幅は

ＴＥモードでは

$$\omega + \Omega \quad : \quad 2J_1^2(\delta_m')$$

$$\omega - 3\Omega \quad : \quad 2J_3^2(\delta_m')$$

ＴＭモードでは　　（７）

$$\omega \quad : \quad J_0^2(\delta_m')$$

$$\omega \pm 2\Omega \quad : \quad J_2^2(\delta_m')$$

である。ＴＥの（$\omega + \Omega$）なるＳＳＢ出力は　実効変調深さδ_m' ＝1.84のとき，最大となり，このときの変換効率は68％，純度（$= J_3^2 / J_1^2$）は－15ｄＢである。$\delta_m' = 1.20$とし，効率を犠牲にして50％とすれば，純度は－23ｄＢ以下にできる。

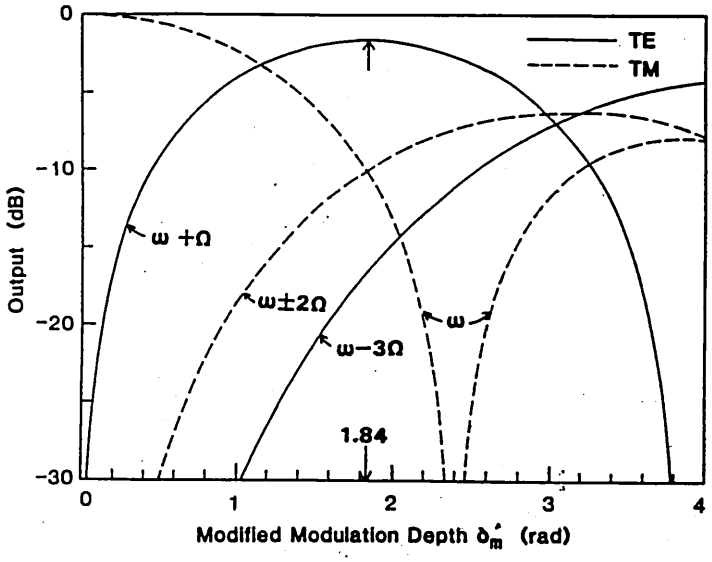


図４　実効変調深さδ_m'に対する各周波数成分の変化

3．2　実際の導波路における特性の検討

前節では，導波路が無損失で，しかもＴＥとＴＭモードが完全に縮退しているという理想的な場合について検討した。しかし，実際のTi拡散導波路では，通常ＴＥに比べてＴＭモードの損失の方が大きく，また，ＴＭモードの閉じ込めがわずかに弱い。本節では，実際の導波路を対象として，デバイスの特性を考えてみる。

（ａ）損失の影響：

導波路中におけるＴＥとＴＭモードの減衰定数をα_E，α_Mとすると，一般に$\alpha_M - \alpha_E = \Delta\alpha$（＞０）である。Ti拡散導波路の損失は＜１dB/cm であるので，αはたかだか～0.1(Neper/cm) のオーダである。しかも，損失差は通常$0 < \Delta\alpha/\alpha_E < 0.2$ である。この場合には，（３）式の行列式に損失項を入れて出力光の電界を計算できる。

結果だけを述べると，両モードの損失が等しい（$\Delta\alpha = 0$）場合には前節の結果と同様に各モード変換素子を$\kappa L = \pi/4$，位相シフタを$\phi_1 = -\pi/4$，$\phi_2 = +\pi/4$，および$\delta_m' = 1.84$として，ＳＳＢ出力が得られる。これに対して，$\Delta\alpha > 0$の場合には，両モードの損失の差を入力部および出力部のモード変換素子の印加電圧で補正する必要がある。すなわち，$\Delta\alpha > 0$でＳＳＢ出力を得るには，これら二つのモード変換素子の印加電圧V_Mを

$$\tan(\kappa L) = \exp(\Delta\alpha L) \sim 1 + \Delta\alpha L \qquad (8)$$

となるように調整することになる。ＴＥモードの伝搬損失を１dB/cm (0.115Neper/cm)として，α_M/α_Eに対するＳＳＢ出力光レベルおよ

びモード変換素子の印加電圧V_Mの変化を図５に示す。ここで，V_M は $\kappa L = \pi / 4$ となる電圧V_{M0}で規格化している。$\Delta\alpha > 0$ であっても，V_M を調整するだけで，$\delta_m' = 1.84$，$\phi_1 = -\pi/4$，$\phi_2 = +\pi/4$ のとき，純度－15ｄＢのＳＳＢ出力が得られる。

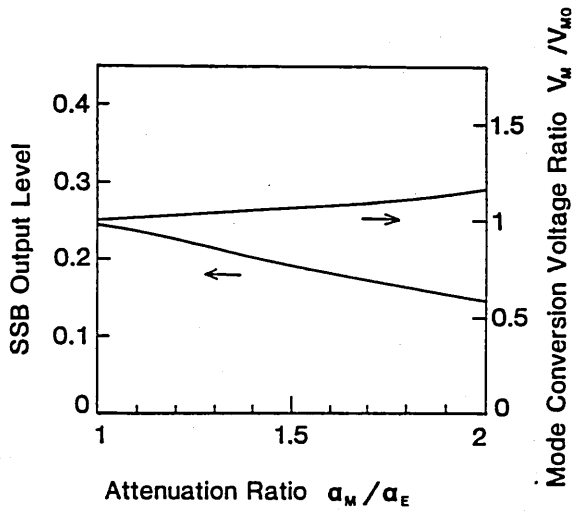


図５　減衰定数比とＳＳＢ出力光およびモード変換電圧の関係
（$\alpha_E = 0.115$ Neper/cm）

（ｂ）半波長電圧の差異の影響：

実際の導波路での二つの伝搬モードの閉じ込めはわずかに異なり，これによって位相変調器における両者の半波長電圧に差異が生ずる。ＴＥ，ＴＭモードの半波長電圧を各々$V\pi_E$，$V\pi_M$ とすると，通常$V\pi_M - V\pi_E = \Delta V\pi > 0$ である。実際に単一モードＺ軸伝搬ＬＮ導波路に長さ10ｍｍの電極を装荷して位相変調器を構成したとき，$\Delta V\pi$は～ 0.5 Ｖであった。そこで，再び導波路が無損失であると仮定し，この$V\pi$の

差異の影響について検討してみた。結果を図６に示す。たとえ，ΔＶπ／Ｖπ$_E$ が±10％の範囲で変動したとしても，ＳＳＢ出力光レベルおよび純度に顕著な変化は生じないことが分かる。

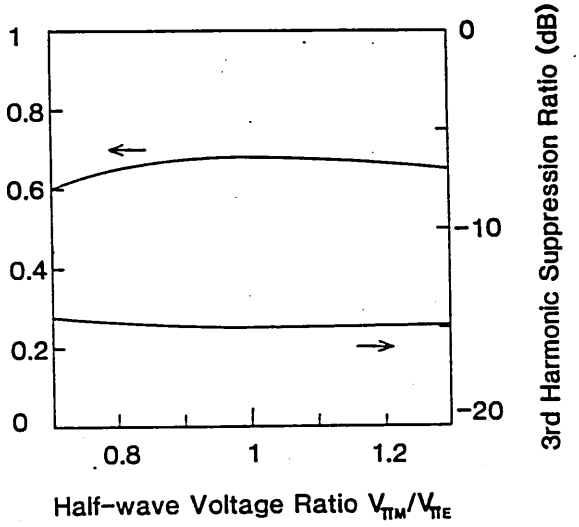


図６　半波長電圧比に対するＳＳＢ出力光および純度の変化

〔４〕導波形周波数シフタの作製

４．１導波路パターニング・作製

図７に作製した周波数シフタの構造を示す。基板はＸカットＺ軸伝搬ＬＮであり，幅 3.1μｍの導波路をレーザビーム直接描画装置でパターニングした。さらに，240Å厚のTi膜をリフトオフし，熱拡散した。作製した導波路では，光波長 0.633μｍで＞数％のDepolarization〔13〕が認められた。この後，バッファ層として，1000ÅのSiO$_2$膜をプラズマＣＶＤで堆積し，600°Ｃで３時間酸素雰囲気中でアニーリングした。

このバッファ層を介して，導波路上にアルミ電極を配置した。

作製したデバイスの全長は52ｍｍ，モード変換素子および位相シフタの長さは共に５ｍｍ，位相変調器の電極長は10ｍｍ，電極間隔は６μｍである。

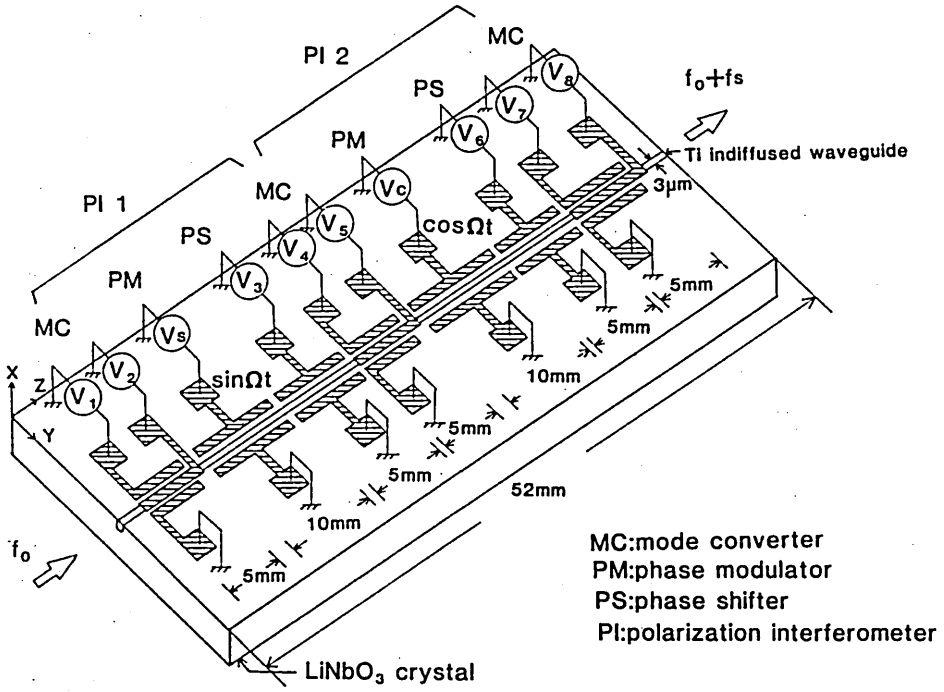


図７　偏光干渉形周波数シフタの構造

４．２　バッファ層による直流ドリフトの除去

上記の手順で作製したデバイスで作製直後は，全く直流ドリフト〔14〕が観測されなかった。しかし，約一ケ月後，モード変換素子の印加電圧が10分で１Ｖ程度ドリフトするのを見出した。これは大気中の水分がプラズマＣＶＤ－SiO_2バッファ層に取り込まれるためと考え，バッファ層

および電極作製直後に，さらに表面をSiO_2スパッタ膜で図８（ａ）のように保護した。この結果，予想どおり２ケ月経過しても直流ドリフトは観測されなかった。なお，（ｂ）のようにバッファ層の保護膜としてフォトレジスト膜(Shipley 1300)を使用しても良い。

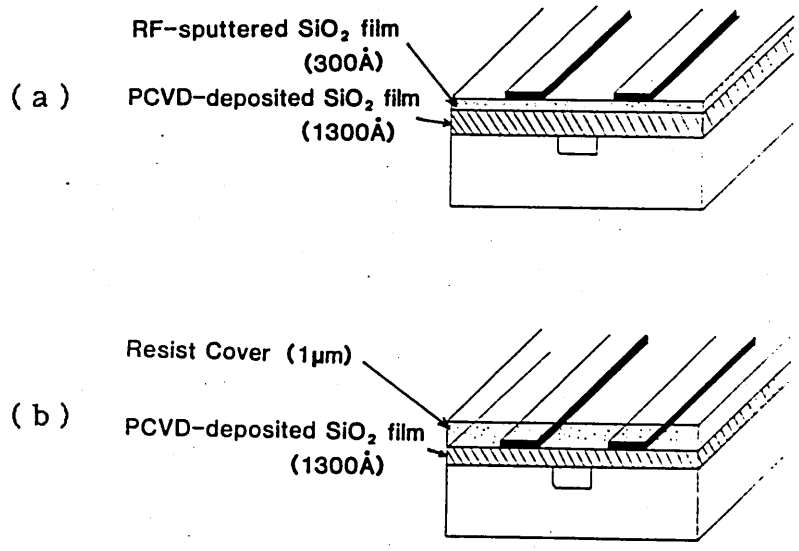


図８　プラズマCVD-SiO_2膜の保護

（ａ）ＲＦスパッタSiO_2膜　（ｂ）フォトレジスト膜

〔５〕偏光干渉計の変調特性

周波数シフタの実験結果を示す前に，偏光干渉計の特性を述べておくことにする。図９に示すように，これは二つのモード変換素子の間に位相変調器を挿入した構造となっている。前述のように，位相変調器におけるＴＥとＴＭモードの半波長電圧を$V\pi_E$，$V\pi_M$とすると，印加電圧V_mに対する出力光の強度変化は，例えば

$$I_{TE} = I_0 \sin^2(\pi V_m / 2 V\pi_{eff})$$

$$I_{TM} = I_0 \cos^2(\pi V_m / 2 V\pi_{eff}) \qquad (9)$$

ここで，実効的な半波長電圧$V\pi_{eff}$は，

$$V\pi_{eff} = \frac{V\pi_E \cdot V\pi_M}{V\pi_E + V\pi_M} \qquad (10)$$

となる。

0.633μm He-Neレーザを光源として，入力端でTMモードを励起し，位相変調器に80Hzの三角波状電圧を印加したときの出力光の変化を図9に示す。ここで，モード変換素子の印加電圧は最大の消光比が得られるように調整されている。消光比はTE，TMモード共に20dBであり，$V\pi_{eff}$=8.0Vであった。実際には，$V\pi_M - V\pi_E$ = 0.4Vであるので，$V\pi_{eff} \sim V\pi_E \sim V\pi_M$である。このように偏光干渉計が所望の動作を果たすことを確認した。

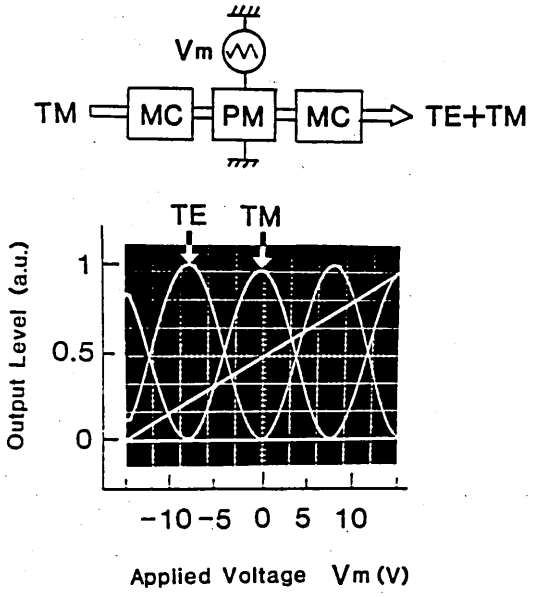


図9　偏光干渉計の特性測定

〔6〕周波数シフタの特性測定

6．1　周波数スペクトルの観測

ＳＳＢ変換特性を測定するために，図10に示すように，マッハツェンダ干渉計の参照光アームにＡＯ変調器（f_a ＝80 MHz）を，他方の信号光アームに導波形周波数シフタを挿入した。この干渉計の出力光を APD でヘテロダイン検波する。

特性測定に際しては，二つの位相変調器に印加するＲＦ電圧の調整の前に，３個のモード変換素子と２個の位相シフタの各印加ＤＣ電圧を調整する必要がある。まず，前章で述べた二つの偏光干渉計の変調特性測定結果に基づき，各モード変換素子の位相整合用電圧（V_1，V_4，V_7）および結合係数調整用電圧（V_2，V_5，V_8）を最適に設定する。この後，位相変調器にほぼ$\delta_m' \sim 1.84$となるＲＦ電圧V_s，V_cを印加する。そこで，まず(1)ＴＭでのＤＳＢ出力光を見ながら$\omega \pm \Omega$の成分が最小になるように，二つの位相シフタの印加電圧V_3とV_6を調整する。次ぎに(2)ＴＥでの不要サイドバンドが最小になるようにV_3と

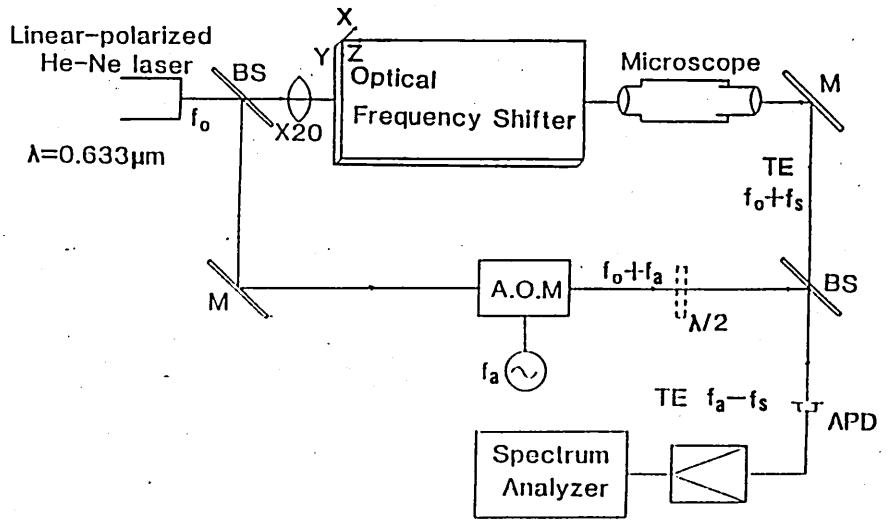
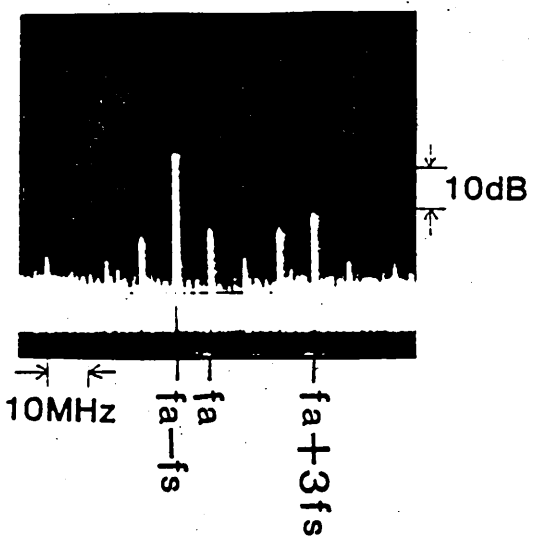


図10　測定光学系

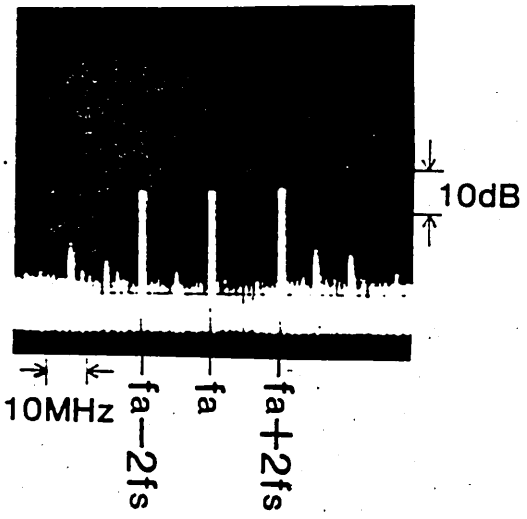
V_6 を微調する。最適のＳＳＢ，ＤＳＢスペクトルが得らようにさらに(1),(2)の手順を繰り返す。最後に，ＤＳＢ出力光の二つの周波数成分（$\omega \pm 2\Omega$）の振幅が等しくなるように，V_s，V_c を調整する。

このようにして得られた実験結果の一例を図11に示す。ここで $f_s(=\Omega/2\pi)=8$ MHzである。この場合には，$\delta_m'=1.84$，$\phi_1=-\pi/4$，$\phi_2=+\pi/4$ で，ＴＥ出力に対してデバイスがUp-converterとして動作していることを示している(図11(a))。ＳＳＢ変換効率は＞50％で，純度－14ｄＢを得ることができた。一方，このときＴＭ出力光はＤＳＢとなっていることが分かる(図11(b))。

さらに，$\phi_1=-\phi_2=+\pi/4$ とすれば，ＴＥのＳＳＢ出力光でDown-conversion，ＴＭでUp-conversionするには，$\phi_1=\phi_2=-\pi/4$，$\phi_1=\phi_2=+\pi/4$ では，逆にDown-conversionとなることを確かめ，いずれの場合もＳＳＢ出力の純度－14ｄＢが得られた。



（ａ）ＴＥ・ＳＳＢ出力光



（ｂ）ＴＭ・ＤＳＢ出力光

図11　出力光の出力光スペクトル
($\delta_m'=1.84, f_a=80$MHz, $f_s=8$MHz)

6．2　実験と理論との比較

$J_3^2(\delta_m')$ ／ $J_1^2(\delta_m')$ で定義されるＳＳＢ出力光レベルの純度の測定値と理論値を比較した結果を図12に示す。ここで，実効変調深さ δ_m' は，最適のＳＳＢ出力光が得られる δ_m' の値を1.84とし，このときのＲＦ印加電圧 V_m の値を基準として，各測定点での V_m を δ_m' の値に置き換えている。測定結果は理論曲線と極めて良く一致しており，これにより実験の妥当性を確認することができた。

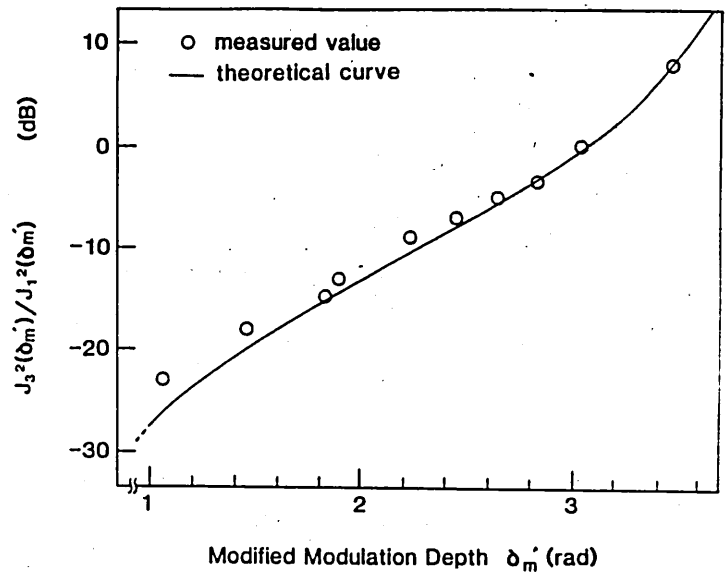


図12　実効変調深さ δ_m' と純度の関係

〔7〕まとめ

以上，Ｚ軸伝搬ＬＮを基板としたＴＥ／ＴＭ偏光干渉形光周波数シフタを提案し，その動作原理・特性を明らかにした。理論的には，ＳＳＢ変換効率68％，純度－15ｄＢである。実際に周波数シフタを作製し，f_s ＝8MHzでＳＳＢ変換効率＞50％，純度－14ｄＢを得た。さらに，変調深さ δ_m を変えて純度を測定し，理論曲線と良く一致することを確認した。

このタイプの導波形周波数シフタは，直線導波路上にプレーナ電極を配置するだけで構成でき，しかもモード変換素子によってデバイスの使用波長帯域が制限されず，また可視光でも光損傷の影響を受けないなどの特長を持っている。したがって，本論文で示したように，これまでに報告されている広帯域な導波形周波数シフタに比べ，容易に理論どおりのＳＳＢ変換特性を得ることができる。

現在、導波路折り返し形の周波数シフタ，ならびにこの周波数シフタを組み入れた光通信・センサ用のヘテロダイン検波光学系の集積化について検討を行っている。

謝辞：本研究は文部省科学研究費特定研究(1)『光波利用センシング』の援助を受けて行っている。記して謝意を表する。

参考文献

1. H. Toda, M. Haruna and H. Nishihara:OFS'86, Paper 4.7, Tokyo, Oct. 1986.
2. H. Toda, M. Haruna and H. Nishihara: IEEE J. Lightwave Technology, LT-5, 7, P. 901 (1987).
3. 水内，戸田，春名，西原：信学会光・量エレ研資，OQE86-146 (1987.1).
4. K.K. Wong, R.M. De La Rue and S.Wright: Opt. Lett., 7, 11, p. 546(1982).
5. W.A. Stallard, A.R. Beaumont and R.C. Booth: IEEE J. Lightwave Technology, LT-4, 7, p. 852 (1986).

6. M. Izutsu, S. Shikama and T. Sueta:
IEEE J. Quantum Electron., QE-17, 11, p. 2225 (1981).
7. F. Heismann and R. Ulrich: ibid., QE-18 , 4, p. 767 (1982).
8. 三浦，皆方，川上: 信学会光・量エレ研資，OQE84-125 (1986).
9. C.F. Buhrer, V.J. Fowler and L.R. Bloom: Proc. IRE, 50, 8,
P. 1827 (1962).
10. M. Haruna, J. Shimada and H. Nishihara: Trans. IECE of Japan,
E69, 4, P. 418 (1986).
11. S. Thaniyavarn: Opt. Lett., 11, 1, p. 39 (1986).
12. 例えば，R.C. Alferness: IEEE J. Quantum Electron., QE-17, 6,
P. 965 (1981).
13. E.M. Garmire and K. Honda: IEEE J.Lightwave Technology,
LT-4, 2, P. 220 (1986).
14. S. Yamada and M. Minakata: Japan J. Appl. Phys., 20, 4,
p. 733 (1981).

輻射科学研究会資料（ＲＳ８７－１７）

LIGHT WAVE COUPLER UTILIZING A TAPERED BUFFER LAYER

岸　岡　　清

大阪電気通信大学

昭和６３年　３月１２日
（於　大阪工業大学）

INTRODUCTION

Optical power coupling between the integrated optical waveguide and an external light source is one of the important problems in the practical use of integrated optical devices. Several types of coupler are investigated selectively for waveguide configurations[1]-[7]. The taper coupler[4] has mainly the following merits for the practical use: (i)Fabrication is easy. (ii)Careful polish of the end-face of the waveguide is not required because the light beam emerges from the cross-section of the substrate, not from the end-face of the guide. (iii)Sufficiently rigid connection to the optical fiber can be achieved[8]. As a defect of the taper coupler, however, it is pointed that the outgoing beam radiates with a very large divergence angle. Consequently, for the input-coupler operation, the coupling efficiency is relatively lower owing to the strong mismatch between the field profiles of the incoming and the outgoing beams[4]. Tien and Martin reported that the coupling efficiency remained to be 25% for the coupler which had 80% efficiency in the output coupler operation[4].

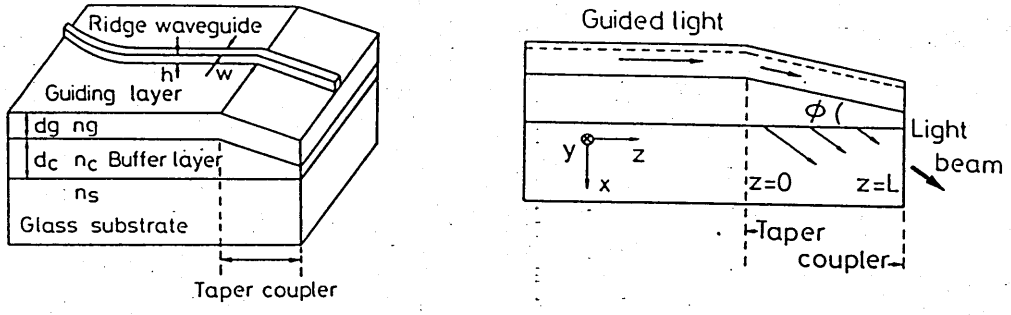
On the other hand, a different type of taper coupler was used by Boyd, Chen[9],[10] and Chuang[10] as a light-wave coupler in the integrated waveguide-photodiode structure. This coupler is composed of a tapered buffer layer which is sandwiched between the guiding layer and the substrate layer. The thickness of the guiding layer is invariable.

In this paper, we examine the tapered buffer-layer coupler from the point of view of applications to beam-to-guide and fiber-to-guide coupling. In this coupler, cut-off of the guided

mode does not occur due to the existence of the buffer layer. Accordingly, the light beam produced in the coupler is expected to radiate with a small divergence angle. To show this property of this coupler, the divergence angle of the outgoing beam was measured. The measured value was nearly 0.3 deg, which was ten times smaller than that of the conventional tapered guiding-layer coupler having the same taper angle. This fact suggests that the coupling efficiency for the input-coupler operation can be improved due to the relaxation of the mismatch of the field profiles between the incoming and the outgoing beams. Good efficiency of 50% is obtained in coupling from the laser beam into the waveguide. For the output coupler operation, high efficiency of 75% is measured, similarly to the conventional tapered guiding-layer coupler. For fiber-to-guide connection, about 40% coupling efficiency is also achieved. The coupler with a ridge waveguide is fabricated on a glass substrate by using the rf-sputtering technique. A multi-mode fiber with the step index profile is used in the experiment.

OPERATION PRINCIPLE

Schematic of the coupler is illustrated in Fig.1(a). The substrate with the refractive index n_s is covered by a tapered buffer layer with the lower refractive-index n_c. Except the coupler region, the buffer layer is uniform and the thickness d_c is sufficiently thick so that there is no coupling optical energy from the guiding layer into the substrate. A ridge waveguide with the uniform guiding-layer thickness d_g, the refractive index



(a)A top view. (b)A cross-sectional view.

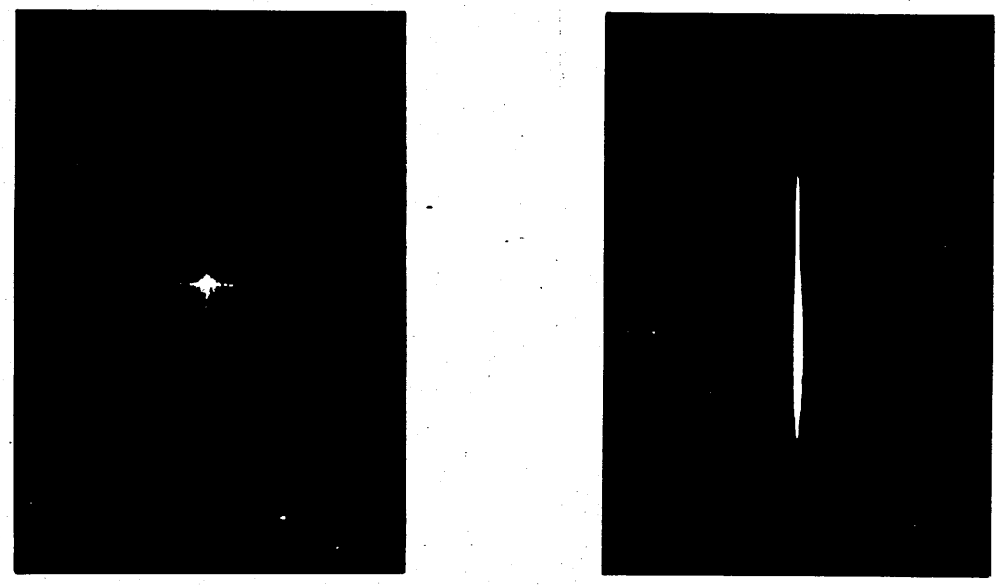
Fig.1. Taper coupler.

n_g, the height h and the width w is formed on the buffer layer. In Fig.1(b), the cross-sectional plane of the coupler is shown. The z axis is parallel to the waveguide axis and the x axis is perpendicular to the interface between the substrate and the buffer layer. In the distance between z=0 and z=L, the buffer layer is tapered with a very much small angle ϕ, typically 0.02 deg. The interface between the guiding layer and the ridge is denoted by dotted line.

For simplicity, the operation principle in the use of output coupler is described. The refractive index of the substrate is chosen to be larger than the effective index of the guided mode. Under this circumstance, the guided mode which is introduced from the uniform waveguide into the coupler region changes into a leaky-mode and propagates along the z direction with energy leakage into the substrate. The arrows drawn in the substrate indicate the light rays that emerge from the waveguide. The radiation angle of the ray which is determined from the phase constant of the leaky-mode, varies with the position of z because the phase constant changes due to the change of the buffer layer

thickness. However, the gradient of the taper is sufficiently gentle so that the change of the phase constant remains to be very small within the radiating aperture where most of the light energy leaks out. As a result, the outgoing beam is expected to have a small divergence angle.

In Fig.2(a), we show a photograph of the cross-sectional profile of the outgoing beam radiating from the coupler. For comparison purpose, a photograph of the beam emerging from the conventional tapered guiding-layer coupler with the same taper



(a) (b)

Fig.2. Photographs of the profiles of the light beams emerging from the couplers.
(a)Photograph of the beam emerging from the tapered buffer-layer coupler.
(b)Photograph of the beam emerging from the conventional tapered guiding-layer coupler.

angle and guiding-layer thickness, is also shown in Fig.2(b). In photograph (a), light energy of the beam is confined within a small spot. While, the beam profile of photograph (b) expands extremely in the x direction. The measured divergence angle of the beam of photograph(a) was 0.29 deg. This value is about ten times smaller than that of the beam of photograph(b). Thus, the property of the outgoing beam is quite different from that of the conventional taper coupler in which mode-cut-off occurs.

To examine the propagation properties of the leaky-mode in the taper, the values of the phase constant β and the attenuation constant α are calculated, which vary along the taper. For calculation convenience, these are calculated for planar typed waveguides which do not have the ridge. Furthermore, the tapered configuration of the buffer layer is approximated by a succession of the steps with the uniform layer thickness d. The values of β and α of TE leaky-mode in each step can be obtained by using equations

$$\beta=\beta_\infty-\frac{2\{k_0^2(n_s^2+n_c^2)-2\beta_\infty^2\}Q_g^2P_c}{k_0^4\beta_\infty(n_s^2-n_c^2)(n_g^2-n_c^2)(d_g+1/P_u+1/P_c)}\exp(-2P_cd) \quad (1)$$

$$\alpha=\frac{4Q_g^2Q_sP_c^2}{k_0^4\beta_\infty(n_s^2-n_c^2)(n_g^2-n_c^2)(d_g+1/P_u+1/P_c)}\exp(-2P_cd) \quad (2)$$

with $Q_g^2=k_0^2n_g^2-\beta_\infty^2$, $Q_s^2=k_0^2n_g^2-\beta_\infty^2$, $p_c^2=\beta_\infty^2-k_0^2n_c^2$ and $p_u^2=\beta_\infty^2-k_0^2$. Where β_∞ indicates the propagation constant of the guided mode when d is infinite. k_0 indicates the wave number of light in vacuum. Repeating the calculations with changes of value of d, we obtain the locus of β and α for the leaky-mode propagating along the taper.

Equations(1) and (2) were obtained by a perturbation technique under the condition $\exp(-p_c d)\ll 1$. The equations equivalent to Eqs.(1) and (2) have been presented by Stutius and Streifer[11] for the waveguide formed on a silicon substrate. They gave a unifying representation for TE and TM modes and provided a good agreement of the calculation result with the exact numerical solution.

Figure 3 shows the locus as a function of d in the $\beta-\alpha$ plane. The three curves show the loci for the leaky-modes which propagate along the waveguides with the guiding layer thickness 0.5, 0.6 and 0.7 μm, respectively. Each waveguide supports one TE-mode. Values of the parameter d are indicated near the plotted points. The value of z increases as the value of d decreases, and it is known from the relation $z=(d_c-d)/\tan\phi$ between d and z, if ϕ is given. Each locus is composed of two sections labeled A and B, which are distinguished by the difference of gradient of the curve. The section A corresponds to the thick buffer-layer region of the taper, which is located close to the z=0 plane. The section B corresponds to the thin buffer-layer region of the taper. In the section A, changes of β are very small, i.e., values of β are almost independent of the position of z, and then remain to be nearly equal to β_∞ .

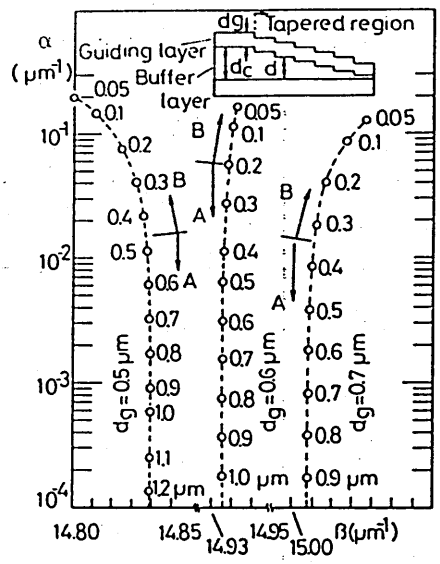


Fig.3. Loci of the phase constant and the attenuation constant of the leaky-mode propagating along the tapered region. The value of β is invariable in section A. While, in section B, the value βof varies as the buffer-layer thickness d varies. Values of the parameter d are indicated near the plotted points.

d_c=2 μm, n_g=n_s=1.544(Corning 7059 glass), n_c=1.460(Vycor glass and the wave length of light=0.633 μm.

Accordingly the radiation angle of the light ray emerging from this section is almost invariable along the z direction. While, in the section B, β varies rapidly with changes of d. Accordingly, the radiation angle of the emerging light ray is greatly dependent on the position of z.

If the condition $\int_0^z \alpha\, dz >> 1$ is satisfied within the section A, most of the light power leaks out from this section before the light travels into the section B. Consequently, contributions

of light rays emerging from the section B is neglected. Thus, the outgoing beam is produced of emerging light rays of the section A, which have almost same radiation angle. Such condition is realized when ϕ is chosen to be small so that the length of the section A is sufficiently long. Quantitative estimations of length of the radiating aperture and divergence angle of the beam, are presented latter.

Before the discussions of the divergence angle of the beam, we briefly describe the dependence of the change of β on the guiding-layer thickness. Figure 3 also shows the dependence of on d_g. For the waveguide with the guiding layer thickness of 0.5 μm, the value of β decreases as d decreases. On the contrary, the value of β increases for the waveguide of d_g=0.7 μm. Saying with more circumstance, the sign of $\Delta\beta$ defined as the difference between β and β_∞ is dependent on the value of β_∞. At $\beta_\infty=k_0\sqrt{(n_c^2+n_s^2)/2}$, the sign of $\Delta\beta$ exchanges critically. The critical value is given by setting $\beta=\beta_\infty$ in Eq.(1) and it is 14.919 μm^{-1} for the example considering here. When the mode having the phase constant of this value is introduced into the tapered region, β is invariable in the whole of the tapered region. The curve of d_g=0.6 μm shows an example for the modes which have the phase constants close to the critical value. For such modes, the difference of the radiation angle between the emerging light rays, becomes further smaller.

The length of radiation aperture of the outgoing beam is dependent on the variation of α in the z direction. To know the length of the radiation aperture, we calculate the power flow density of the light emerging into the substrate. The radiated power ΔP_r from a small interval between z and z+ Δz is given by

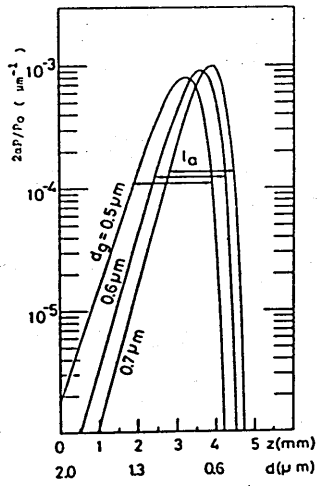


Fig.4. Normalized power flow density of the light radiating from the coupler. l_a denotes the radiating aperture defined as the length along the z axis, where radiating power is larger than e^{-2} of the maximum value. Refractive indices of the waveguides are same as shown in Fig.3, and $\phi=3.5\times10^{-4}$ rad.

the equation $\Delta P_r=2\alpha P \Delta z$. P denotes the light power in the waveguide, which decays along the z direction according to the equation $P=P_0\exp(-2\int_0^z\alpha dz)$. P_0 stands for the incident light power from the uniform waveguide into the tapered region. The z-dependence of α is given by substituting $d_c-z\tan\phi$ for d appearing in α of Eq.(2). From the above equation of ΔP_r, the power flow density of the beam is given as $2\alpha P$.

In Fig.4, the values of $2\alpha P$ normalized by P_0 are shown as a function of z for the three couplers with d_g=0.5, 0.6 and 0.7 μm. Values of the buffer-layer thickness d are also indicated below the values of z in order to show the ranges of z corresponding to the two sections of Fig.3. The structure

parameters are same as shown in Fig.3 and $\phi = 3.5 \times 10^{-4}$ rad. Maximum value of each curve appears at positions z=3.25, 3.65 and 3.90 mm, respectively. We define the radiating aperture l_a as the length along the z axis, where the value of $2\alpha P/P_0$ is larger than e^{-2} of the maximum value. In such cases, considered here, these values are given as 2.00, 1.75 and 1.60 mm, respectively. Changes of the radiation angle of the light ray emerging from the aperture remain to be 0.01, 0.004 and 0.02 deg for these couplers, respectively. These are very small. We can disregard the difference of the radiation angle between the light rays emerging from the aperture.

We consider the influence of the diffraction on the radiating light-beam. The effective aperture $l_{a\ eff}$ in the transverse plane of the beam is obtained by $l_a \sin\theta$, where θ is the angle between the radiating beam and the z axis. Since the difference between β and β_∞ is very small in the aperture region of the taper($0.45\ \mu m < d < 1.3\ \mu m$, see Fig.3), θ is given approximately as $\cos^{-1}(\beta_\infty / k_0 n_s)$. The values of the effective aperture are almost same and those are about 0.4 mm. We can approximately estimate the divergent angle of the beam using the conventional equation $\lambda / l_{a\ eff}$ which is applied to the aperture with an uniform power flow density. λ stands for the wavelength of light. We obtain about 0.1 deg divergent angle based on the calculated value of $l_{a\ eff}$ for $\lambda = 0.633\ \mu m$. This value supports the measured value 0.29 deg as a roughly estimating value.

On the other hand, the divergent of the beam in the y axis is determined from the waveguide width w which is much smaller than l_a. Therefore, the divergent of the beam in the z axis is

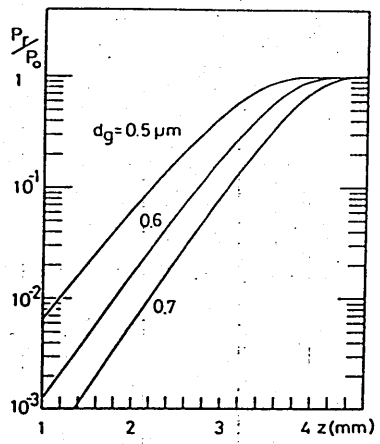


Fig.5. Radiating power ratio to the light power introduced into the taper coupler from the uniform waveguide. P_r:The light power radiating between the z=0 point and a certain point z, P_0:The incident power into the taper region from the waveguide, ϕ :3.5×10^{-4} rad.

sufficiently smaller than that in the y axis, so that it can be neglected under the condition of the present case, i.e., the taper angle is very small.

In order to design the taper length L, radiation power ratio to the light power introduced into the taper, P_r/P_0 was calculated. The results for three couplers which have the same parameters as those indicated in Fig.3, are shown in Fig.5 as a function of z. P_r stands for the light power radiated between the z=0 point and a certain point z. The taper angle is assumed to be 3.5×10^{-4} rad. If the taper length is determined to be 4.5 mm, 100% power radiation can be achieved. The value of P_r/P_0 was calculated by the equation $P_r/P_0=1-\exp(-2\int_0^z \alpha\, dz)$. At the point of z=4.5 mm, thickness of the buffer layer is 0.43 μm. This point exists in the β-invariable-section (the section A shown in the locus of Fig.3).

We consider the input-coupler operation of this coupler. By reciprocity, incident light-beam is converted into guided modes, if the incident angle of the beam agrees with the radiating angle of the outgoing beam. The measurement results of the coupling efficiency are demonstrated in the next section.

FABRICATION AND EXPERIMENTS

The substrate of Corning 7059 glass (n_s=1.544) was set into the holder as shown in Fig.6 and placed in the vacuum chamber to form the buffer and the guiding layers by the sputtering technique. The buffer layer was made of Vycor glass (n_c=1.460). To form the tapered region, a glass cover was mounted on the holder with some distance from the substrate surface when the buffer layer was deposited. Taper was formed at the interface between the covered and the uncovered regions. The buffer layer of 2 μm thickness with the taper angle 3.5×10^{-4} rad was

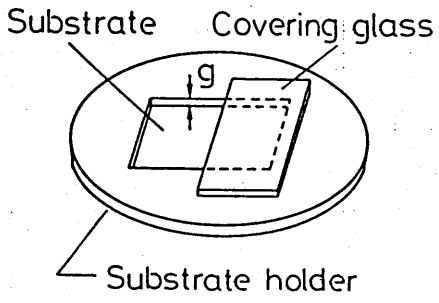


Fig.6. Substrate holder for fabricating the taper region.

fabricated. The taper angle was adjusted by changing the gap g between the covering glass and the substrate. The taper angles are measured for several samples which are fabricated with different values of g and those are shown in Table 1.

Table 1. Values of ϕ versus g

	g (μm)	ϕ (rad)
Sample 1	900	2.9×10^{-4}
2	440	3.5
3	370	3.8
4	240	6.8
5	170	8.8

Removing the covering glass, the sputtering was continued with exchange of the glass target in order to fabricate the guiding layer of Corning 7059 glass (n_g=1.544) on the buffer layer. After fabricating the guiding layer, the ridge was formed by using the photolithographic technique and the reactive ion-etching technique. The coupler was cut at the z=4.5 mm plane and the cut plane of the substrate was polished. The thickness of the guiding layer d_g, the height h and the width w of the ridge were 0.7, 0.3, and 50 μm, respectively.

The width of the waveguide was designed to be same as the core diameter of the fiber which was joined to the coupler. The width of 50 μm is very large compared with the wave length of light so that many modes of E^x_{1q} and E^y_{1q},(q=1,2,3.....) types propagate. E^y_{1q} modes were excited in the experiments. However, the selective excitation of each E^y_{1q} mode was impossible because the difference of propagation constant between

the modes was extremely small. The He-Ne laser with the wave length 0.633 μm was used as a light source.

75% efficiency of coupling from the guided modes into the outgoing beam was measured. Light was fed into the waveguide by using the prism coupler putted on the uniform waveguide. The launching power P_{in} into the waveguide and the radiating power P_{out} from the end-face of the taper coupler through the substrate were measured. The light power P_0 introduced from the waveguide into the coupler section, which was used to obtain the efficiency, was given from the value of P_{in} with compensation for the propagation loss of the waveguide. The coupling efficiency was calculated from the equation $P_{out}/P_0 \times 100$ %. The power of the light beam reflected on the bottom of the prism coupler diminishes when the guided modes are excited. The amount of the diminution of the reflected light power is equal to the power launched into the waveguide. Then, the value of P_{in} could be obtained by measuring the power dip of the light beam reflected from the prism.

To measure the efficiency for the input coupler operation, the laser beam was introduced into the coupler through the end-face of the substrate and the guided modes were excited by adjusting the incident angle of the laser beam. 50% efficiency was measured. The power of the reflected beam from the interface between the substrate and the buffer layer diminishes due to the power feed into the waveguide when the guided modes are excited. The coupling efficiency is given as the ratio of the power dip of the reflected-beam to the power of the incident laser beam.

The photograph of Fig.7 shows the streak light which appears along the waveguide when the optical fiber is joined to the coupler. The curved illuminating line is the streak. The fiber is connected onto the right end-face of the substrate. The fiber was inserted into the bond depositing onto the end-face of the substrate. After the positional and angular adjustments of the fiber, the bond was clotted rigidly by flashing an UV-light source.

40% efficiency was obtained in coupling from the fiber to the waveguide. In coupling from the waveguide to the fiber, 39% efficiency was obtained. These values were measured by using the prism coupler similarly to the measurements for the operation of coupling between the waveguide and the light beam.

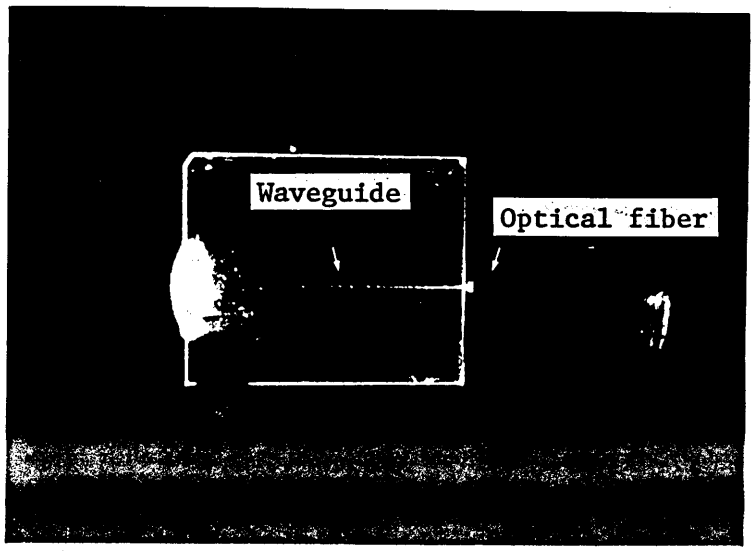


Fig.7. Streak light appearing along the waveguide when the optical fiber is joined to the end-face of the coupler.

CONCLUSION

Application of the tapered buffer-layer coupler to coupling between the waveguide and an external light beam was examined, including the connection to an optical fiber. The fundamental coupling experiments performed. 75% and 50% efficiencies were measured in coupling from the ridge waveguide to a light beam and from the laser beam into the ridge waveguide, respectively. When the multi-mode fiber was joined onto the end-face of the coupler, about 40% coupling efficiency was obtained.

We found that the outgoing beam radiating from the fabricated coupler had a very much small divergence angle. This is the reason that the high efficiency can be achieved also in the input-coupler operation. If the profile of the outgoing beam is optimized by adjusting the shape of the taper, it is expected that the efficiency of coupling between the fiber and the waveguide becomes to be more higher.

REFERENCES

(1)P. K. Tien and R. Ulrich:"Theory of prism-film coupler and thin-film light guides", J. Opt. Soc. Am., 60,1325(1970).

(2)R. Ulrich and W. Prettl:"Planar leaky light-guides and couplers", Appl. Phys., 1, 55(1973).

(3)H. Kogelnik and T. P. Sosnowski:"Holographic thin film couplers", Bell Syst. Tech. J., 49, 1602(1970).

(4)P. K. Tien and R. J. Martin:"Experiments on light waves in a thin tapered film and a new light-wave coupler", Appl. Phys. Lett., 18, 398(1971).

(5)W. Sohler:"Light-wave coupling to optical waveguides by a tapered cladding medium", J. Appl. Phys., 44, 2343(1973).

(6)D. G. Dalgoutte, R. S. Smith, G. Achutaramayya and J. H. Harris:"Externally mounted fibers for integrated optics interconnections", Appl. Opt., 14, 1860(1975).

(7)D. B. Ostrowsky, R. Poirier, L. M. Reiber and C. Deverdum:"Integrated optical photodetector", Appl. Phys. Lett., 22,463(1973).

(8)T. Tamir, ed.:"Integrated optics", 127,Springer(1975).

(9)J. T. Boyd and C. L. Chen:"Integrated optical silicon photodiode array", Appl. OPt., 15, 1389(1976).

(10)J. T. Boyd, C. M. Chuang and C. L. Chen:"Fabrication of optical waveguide taper couplers utilizing SiO_2", Appl. Opt., 18, 506(1979).

(11)W. Stutius and W. Streifer:"Silicon nitride films on silicon for optical waveguides", Appl. OPt., 16, 3218(1977).

電子科学研究会資料
ＲＳ８７－１８

ピコ秒ＨＥＭＴ光検出器

梅田　徳男　　張　吉夫

（大阪大学　産業科学研究所）

１９８７年３月１２日

１．まえがき

マイクロ波用ＧａＡｓＭＥＳＦＥＴを高速光検出器として用いた報告[1]がはじめてなされて以来、これまでに数多くのＦＥＴ光検出器の報告がなされてきた[2-8]。これはＦＥＴ光検出器が低バイアス駆動であること、素子材料が半導体レーザなどの光源と同一であるため光源との集積化が容易であること、ＦＥＴのもつ高速性と増幅機構を利用できること、等、多くの利点を有するからである。また、ＨＥＭＴ（high electron mobility transistor）構造[9]を有するＦＥＴ光検出器についてもいくつかの報告がなされ[10-12]、高速光応答が示されている。しかし、それら応答の決定要因についての検討は、従来ほとんど行なわれていなかった。これは、ＦＥＴの光照射時のダイナミックな反応の詳細な記述がさほど容易ではないからである。

そこで、本論文では、まず、相関測定法によって、ＨＥＭＴ構造を持つ試料について、素子の応答速度を測定し、これまでにない高速応答が実測されたことを述べ、つぎに得られた応答の決定要因について、半実験的に検討を加えた結果について報告する。さらに、これらの結果から導かれた高速化への対策に沿った試料を用い、実験によってもその対策の妥当性を示す。

２．相関測定による光応答速度の測定結果

図１に実験に用いたＨＥＭＴ光検出器の縦構造を示す（Ａｌの成分比は０．２８）。ゲート幅W_Gは２０μｍである。応答速度は通常のサンプリングオシロスコープの測定限界（立ち上がり時間２５ｐｓ以下）を越えるため相関測定[12]を行なった。相関測定を行なうため、図２に示すように、特性のほぼ等しい試料を短距離にカスケード接続し、５０Ω系のストリップ線路で構成された測定回路に接

続した（図３参照）バイアス電圧として、ゲート電圧V_{GS}＝－２Ｖ、ドレイン電圧V_{DS}＝４Ｖを各々印加した。

ＨＥＭＴ光検出器の光応答の相関測定により、得られた結果の一例を図４[12]に示す。図中の○は図３（ｂ）中の遅延時間τを変化させた時の各相関実測値であり、破線は実測値にフィットするガウス形相関関数である。この相関関数の半値全幅$\Delta\tau_{o}$は、図より３１ｐｓと読み取られる。相関関数がガウス形である場合、時間応答波形もまたガウス波形である。時間関数がガウス形である場合、光応答の半値全幅Δt_{o}と相関関数の半値全幅$\Delta\tau_{o}$との変換係数は$1/\sqrt{2}$[13]であるから、光応答の半値全幅（$\Delta t_{o}=\Delta\tau_{o}/\sqrt{2}$）は２２ｐｓと推定できる。この場合の照射パルス光の半値全幅は相関測定の結果、約１０ｐｓであった。試料を同一とし、照射光パルスのパルス幅を先の１０ｐｓから６ｐｓへ短縮した実験結果を図４中の●と実線で示す。同図より$\Delta\tau_{o}$は２５ｐｓと読み取られるから、光応答の半値全幅Δt_{o}は１８ｐｓとなる。これらの結果は、測定された応答速度が、照射パルス光のパルス幅の寄与を含んでおり、素子固有の応答速度を与えるものではないことを示している。

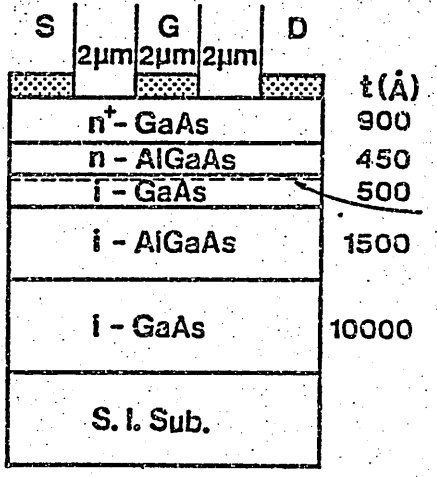


図１　ＨＥＭＴ構造光検出器の断面概略図

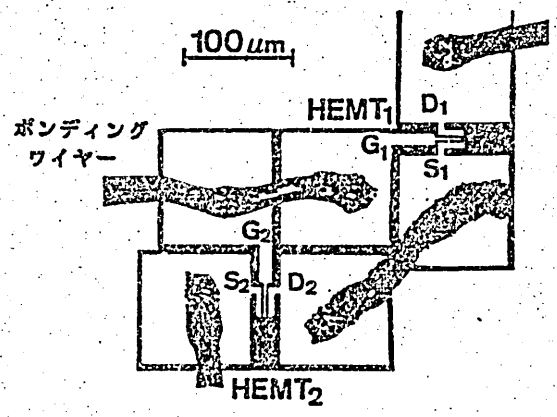
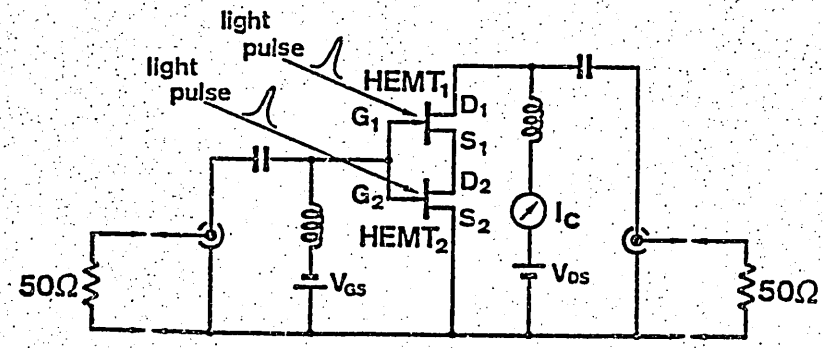
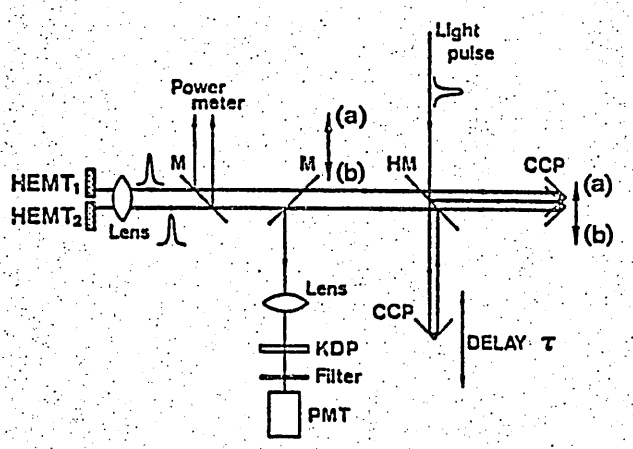


図２　相関測定用ＨＥＭＴ構造光検出器の平面顕微鏡写真



（ａ）電気回路



（ｂ）光学経路

図３　ＨＥＭＴ光検出器の光応答測定回路

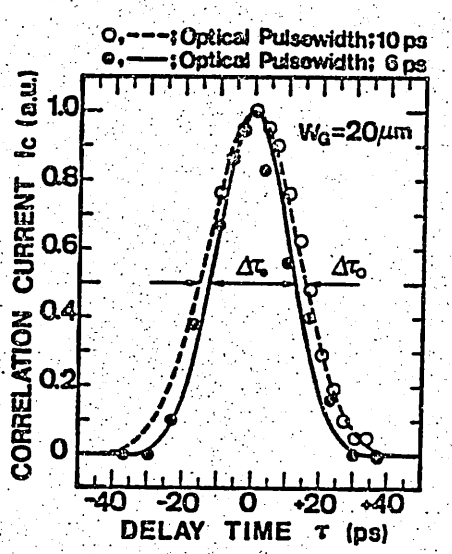


図４　相関法により得られた光応答
（○；t_{in}=10ps、●；t_{in}=6ps）

３．素子固有応答速度の検討

上述のように、今回の実験においては測定用の光パルスが、試料の応答速度に対して、必ずしも十分短くはなかった。従って、素子自体の応答速度を得るために、測定用光パルスの実測パルス幅への寄与分を分離しなければならない。しかし、素子自体の応答波形が不明であるから、単純にデコンボリュートすることもできない。そこで、以下に、素子固有の応答を推定するため、素子の固有応答の決定要因が(i)試料内部のキャリアの走行、および(ii)素子に付随する浮遊回路定数の二つに分離できるという仮定のもとに、以下に、それぞれについての簡単な検討を行なった。

３－１　キャリア走行による応答分

“空乏層直接変形モデル”[7]をＨＥＭＴ構造ＦＥＴ光検出器に適用すると、次のようになる。無照射時には、図１中のｉ－ＧａＡｓ層内に生じている２次元電子ガス（２ＤＥＧ）層を走行するキャリアがゲートバイアスで制限されている。しかし、光照射時には、チャンネル電流が２ＤＥＧ層を含んだゲート下に流れる。２ＤＥＧ層は非常に薄いためチャンネルの開閉は速い。また、高いドリフト速度のキャリアシートであるため２ＤＥＧキャリアの移動は高速である。光生成キャリアの内、電子による光電流はそのドリフト速度から考えて、光応答速度を制限するものでなく、むしろ正孔による空乏層の変化時間により光応答速度が決定されると考えられることから、ここではチャンネル電流のみを光出力電流と考えた。

ここで空乏層直接変形モデルの動作に要する時間を見積ってみる。まず、素子にパルス光が照射されると、①活性層内に電子－正孔対ができる。このうち、電子はドレイン電極に流れ出る。流れ出た電子は一般に言われる光電流となり出力端で検出される。ただし、上記の理由でこの項は無視する。一方、正孔はゲート電極方向に移動

する。つぎに②この正孔により空乏層が収縮する。さらに③空乏層が収縮することによりチャンネルΔＡが生じチャンネル電流が流れる。最後に④空乏層が無照射時の状態に戻る。これらの現象の各所要時間を推定する。

まず①であるが、ここではつぎのような仮定を行う。実験では光をソースードレイン間にまたがるように照射しているため、正孔が均一分布しているとし、正孔の拡散はないものとし、空乏層直接変形モデルによるチャンネル電流のみが検出電流に寄与するものとする。ＨＥＭＴ構造の二次元電子ガスの速度をv_0＝５×１０^{8}ｃｍ／ｓとする。これは電子移動度をμ_0～１０^{5}ｃｍ^2／Ｖ・ｓ[14]、ソースードレイン間平均電界を～０．７Ｖ／μｍ[15]と仮定した結果である。ソースードレイン間の電界は、空乏層直下で大きく、かつドレイン側で最大となり、空乏層直下以外の部分では、ほぼ一定となる[15]。これに伴いキャリアのドリフト速度も空乏層直下以外の部分で、ほぼ一定速度となる[16]。光照射による空乏層直接変形モデルにおいては、空乏層以外の活性層中を移動するキャリアでその動作がほぼ決定されるため、ここでの計算では平均電界を用いることにする。正孔速度v_hは～０．１v_0と見積って、v_h＝５×１０^{7}ｃｍ／ｓとする。このような仮定のもとでは、まず①に要する所要時間は、試料の形状からソースーゲート間、ゲートードレイン間が各々２μｍあり、空乏層はゲート電極直下のソース、ドレイン側に少しはみ出して３μｍ程度の長さで存在しているとすると、電極間の活性層中に一様分布している正孔が空乏層端まで走行する平均距離l_hは約１μｍとなり、l_h／v_h≒２ｐｓとなる。つぎに②の所要時間を、正孔が空乏層を通過してゲート電極に達する時間と仮定する。空乏層内を正孔が走行する平均距離を①と同様にその形状から考えて、最も遠くからゲート電極へ走行するキャリアは約１μｍの距離、最も近くからゲート電極へ走行するそれは約０．５μｍの距離とする

と、その平均距離l_dは０．８μｍとなり、$l_d/v_h \fallingdotseq$２ｐｓとなる。さらに③に要する時間は、ソースからドレインまでΔＡを通過して電子が走行する平均距離l_oをゲート長の２μｍとして、$l_o/v_o \fallingdotseq$０．４ｐｓとなる。最後に④に要する時間は、②に等しいと考える。このように見積ると、総所要時間は、①から④までの合計として、６～７ｐｓ程度と見積られる。

３－２浮遊容量による応答分

ＦＥＴを光検出器として用いる場合の回路構成を図５に示す。また、測定は光照射による出力電流の変化分のみを観測しているため、応答速度の数値計算も光パルスによる出力電流の変化分のみとする。空乏層直接変形モデルに基づいて測定回路を高周波的に見た場合、図５は図６の等価回路で表わされる。本ＦＥＴ光検出モデルに基づくと、光照射によるゲート電位の変動は、文献［７］での実験結果が示すように動作上支配的ではないので、考慮しない。このため、通常のＦＥＴ等価回路において入力信号を表わす定電流源は考慮されておらず、ゲートも等価的にフローティングとして取り扱うことになる。図中、Ｓ、Ｇ、Ｄは各々ソース、ゲート、ドレインを示し、C_{gs}、C_{dg}は、各々ゲートーソース間、ドレインーゲート間の浮遊容量を含む。ＲはＦＥＴ内のチャンネル抵抗を示す。光照射の効果は、先にも述べたように、空乏層への正孔流入による空乏層の収縮として扱っているので、等価回路においては、空乏層の収縮に伴なうチャンネルの生成として扱う。従って、本等価回路においては光照射の効果はＲの光照射による時間的変化Ｒ（ｔ）として扱う。その際、空乏層変形の照射光に対する遅れは、先に、３－１節で考慮されているので、ここではＲ（ｔ）の時間変化は、照射光に即応するものとして扱う。

図６の等価回路において、各電極リード線のＬの寄与はＣのそれ

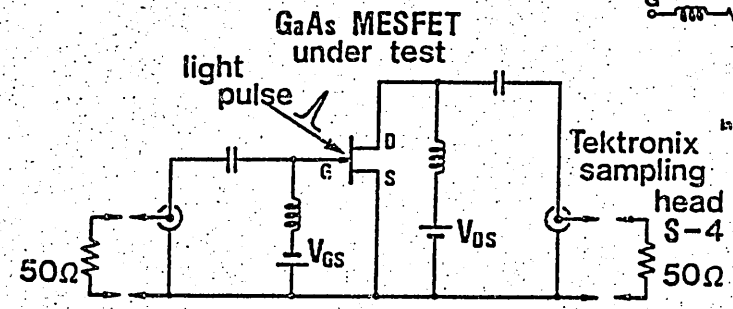


図５　ＦＥＴ光検出回路

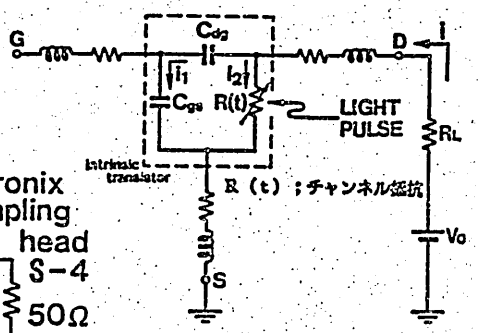


図６　ＦＥＴ光検出器の等価回路

に比して小さいものとして無視する。このときの等価回路は、次の簡単な式で表わされる。

$$i R_L + \frac{1}{C} q = V_0 \qquad (1)$$

$$\frac{1}{C} q = i_2 R(t) \qquad (2)$$

$$i = i_1 + i_2 \qquad (3)$$

ここで、ＣはＣ$_{gs}$、Ｃ$_{dg}$の直列接続総容量を示し、ｑはＣの電荷、Ｒ$_L$は負荷抵抗を示す。これらをｑについての時間に関する微分方程式に書き換え、無照射時のｑを初期条件として、Ｒ（ｔ）を先述のように照射パルス波形に即応して変化させたときの、Ｒ$_L$両端の電圧波形を求めて検出電流波形とした。

Ｒ（ｔ）の波形としては、測定に用いたパルス波形が、その相関測定からガウス形にフィットしていることから、ガウス形とした。

入射パルス幅を６ｐｓ、１０ｐｓ（半値全幅）としたときの計算結果の一例を図７に示す。同図では応答時間に対する検出電流ｉの波高値が、両照射光パルスで一致するよう規格化して示してある。また、同図中には同時に、光照射により減少するＲ（ｔ）の様子をも示した。これらの計算に用いた定数の内、Ｃはゲート幅１μｍあたり０．００５５ｐＦ、Ｒ（ｔ）としては通常のＦＥＴに低レベルピークパワーの光パルスを照射するとして、無照射時５００ＫΩから照射ピーク時５ＫΩまで変化するとした。０．００５５ｐＦ／μｍは、通常のＦＥＴの浮遊容量を含むC_{gs}、C_{dg}についてのほぼ典型的な値である。また、照射ピーク時のＲ（ｔ）の値は実際の検出電圧から逆算した。入射光パルスのパルス幅t_{in}を変化させて応答電圧波形を実験結果に対応する形で数値計算し、その応答電圧波形の半値全幅Δｔをt_{in}に対してプロットすると図８のごとき直線関係が得られる。ただし、このΔｔには、先に３－１節で考慮したキャリア走行による応答分７ｐｓを加えて示してある。図中の２個の●

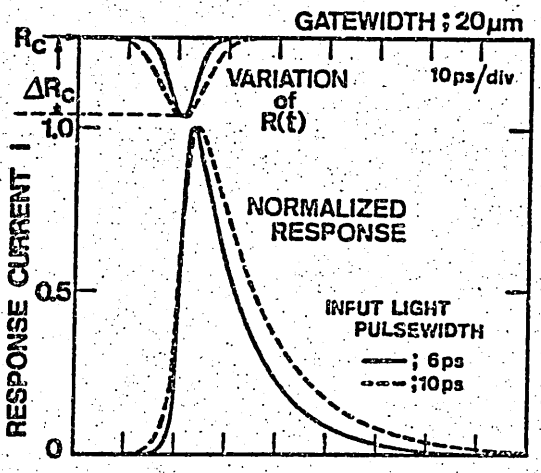


図７　図６の等価回路による光応答の計算例

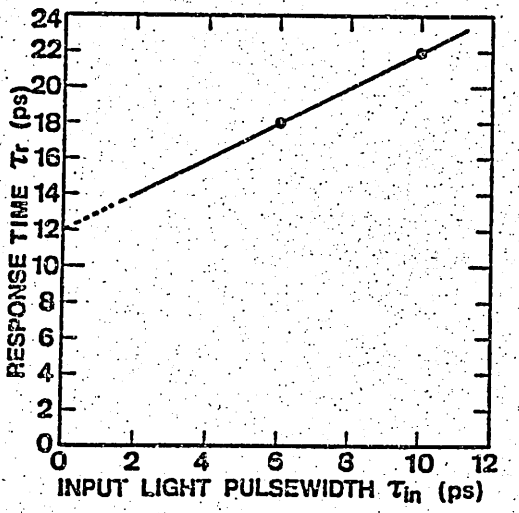


図８　光応答速度の照射光パルス幅依存性（W_G＝２０μｍ）
（●；実験結果、実線；計算結果）

は、２節で得られた実験結果Δｔ。＝１８ｐｓ（t_{in}＝６ｐｓ）と、Δｔ。＝２２ｐｓ（t_{in}＝１０ｐｓ）を示しており、いずれも、先の直線上にのっている。

以上の結果は、実験で得られた応答速度を空乏層直接変形モデルに基づくキャリア走行と浮遊容量によって説明し得ることを示している。

直線の延長線の縦軸切片が素子の固有応答速度を与える。本素子では、固有応答速度は１２ｐｓとなり、ゲート幅をさらに狭くすることで、８ｐｓ程度の検出応答速度が得られる見通しを得た。

４．光応答速度の高速化

以上の結果よりＨＥＭＴ光検出器の高速化のためには

① ゲート幅W_gの減少、

② チャンネル開閉速度の高速化、

③ 活性層内の光生成キャリアの走行速度の高速化、

などが必要であると言える。

①の効果を見るため、ＨＥＭＴ構造ＦＥＴ光検出器の応答速度のゲート幅依存性の実験結果を以下に示す。また、②、③についての効果を見るために、ＨＥＭＴ構造では冷却によるキャリア移動度の向上が期待できる[9]ため、試料を冷却した場合の実験結果を示す。

４．１　ゲート幅依存性

実験に用いたＨＥＭＴ光検出器の構造や測定系については２節と同様である。ゲート幅W_gについては、１０μｍと２０μｍの二種類を用いた。

相関測定により得られた結果の一例を図９に示す。図中の○はゲート幅２０μｍのτに対する、●はゲート幅１０μｍのτに対する相関実測値である。また、破線、実線はそれぞれの実測値にフィッ

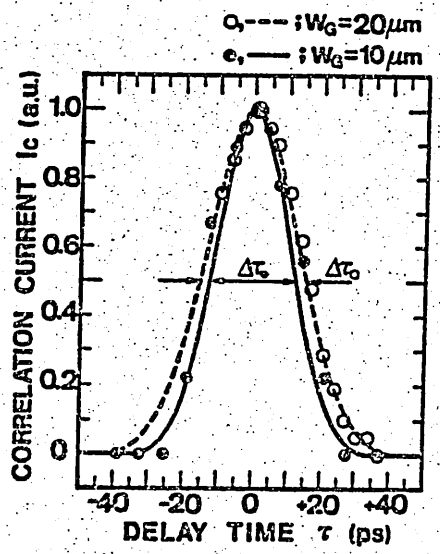


図９　光応答速度のゲート幅依存性
（○；W_G=20μm、●；W_G=10μm）

トするガウス形相関関数である。これらの相関関数の半値全幅Δτは図よりΔτ₀＝３１ｐｓ、Δτ₀＝２５ｐｓと読み取られる。これより、光応答速度の半値全幅Δｔ（＝Δτ／√２）はΔｔ₀＝２２ｐｓ、Δｔ₀＝１８ｐｓとなる。

これらの結果よりゲート幅短縮の効果が実験的に示された。光応答速度の点からは、ゲート幅を照射光の形状に合致するところまで、短縮することが望ましいと言える。

４．２　冷却ＨＥＭＴ光検出器

試料の形状および実験方法（照射光パルス幅等）については前節と同様である。試料温度のみをＨＥＭＴ構造の２ＤＥＧ層内キャリア移動度の高速化が期待できる１２６Ｋまで冷却した。室温時の測定結果と重ねて、結果を図１０に示す。図中の○と破線は室温時の結果を、●と実線は１２６Ｋの結果をそれぞれ示す。これより、相関波形Ｉｃの半値全幅Δτ₀は１９ｐｓと読み取られ、光応答の半値全幅（Δｔ₀＝Δτ₀／√２）は１３ｐｓとなり、室温時のΔｔ₀＝１８ｐｓよりも高速な応答結果が得られたことがわかる。

この高速化は、照射光パルス幅を考慮したとき、これらの測定が

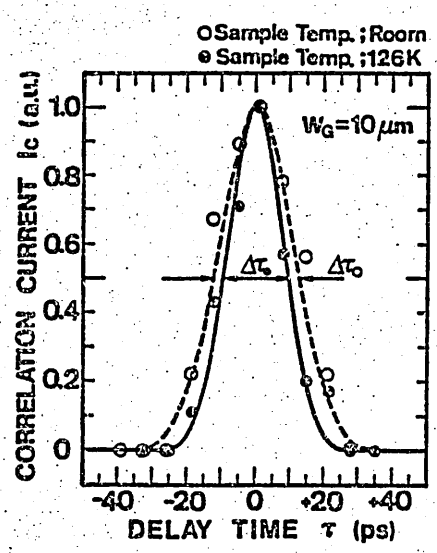


図１０ 光応答速度のゲート幅依存性（W_G＝１０μｍ）（○；室温、●；１２６Ｋ）

試料温度とゲート幅以外同一条件で行われたことから、冷却による２ＤＥＧキャリアの高速化によるものと考えられる。

５．おわりに

ＨＥＭＴ構造を有するＧａＡｓＭＥＳＦＥＴ光検出器について相関法を用いて、その光応答速度の測定を行なった。この結果、ゲート幅２０μｍの試料に対し、半値全幅６ｐｓのパルス光を照射した場合、半値全幅１８ｐｓの高速応答を得た。また、得られた応答を、従来我々が提案してきた空乏層直接変形モデルに、キャリア走行による応答分と浮遊容量による応答分を導入することにより、説明することができた。また、得られた結果から導かれた高速化への指針に基づいた狭ゲートＨＥＭＴ光検出器や、冷却ＨＥＭＴ光検出器についてその光応答速度を調べた結果から、これら高速化への対策の妥当性が示された。これらの結果は、今後の高速ＦＥＴ光検出器のより一層の進展に有用な指針を与えるものである。

参考文献

(1) C.Baack, G.Elze and G.Wolf : "GaAs M.E.S.F.E.T.:A high-speed optical detector", Electron. Lett., 13, p.193 (1977).

(2) J.C.Gammel and J.M.Ballantyne : "An integrated photo-conductive detector and waveguide structure", Appl. Phys. Lett., 36, pp.149-151(1980).

(3) T.Sugeta and Y.Mizushima : "High speed photoresponse mechanism of a GaAs-MESFET", Jpn. J. Appl. Phys., 19, pp.L27-L29(1980).

(4) R.I.MacDonald : "High gain optical detection with GaAs field effect transistors", Appl. Opt., 20, pp.591-594 (1981).

(5) 梅田、藤原、張、張、松尾：”高速光検出器としてのGaAs MESFET”、信学論（C）J66-C、pp.341-342（昭58）.

(6) A.A.DeSalles : "Optical control of GaAs MESFET's", IEEE Trans. Microwave Theory and Tech., MTT-31, pp.812-820 (1983).

(7) 梅田、張：”GaAs MESFETを用いた高速光検出器”、信学論（C） J68-C、pp.263-269（昭60）.

(8) T.Umeda and Y.Cho : "Effect of incident light illumination shape on responsivity of GaAs MESFET photo-detector", Jpn. J. Appl. Phys., 24, pp.L367-L369(1985).

(9) T.Mimura, S.Hiyamizu, T.Fujii and K.Nanbu : A new field effect trnsistor with selectively doped GaAs/N-Al_xGa_{1-x}As heterojunctions" Jpn. J. Appl. Phys., 19, pp.L225-L227(1980).

(10) C.H.Chen, A.Y.Cho, C.G.Bethea, P.A.Garbinski, Y.M.Pang, B.F.Levine and K.Ogawa : "Ultrahigh speed modulation-doped heterostructure field-effect photodetectors", Appl. Phys. Lett., 42, pp.1040-1042(1983).

(11) 梅田、張：”狭ゲート幅GaAs MESFET高速光検出器”、信学論(C)、J68-C、pp.1132-1134(昭60).

(12) T.Umeda and Y.Cho : "Picosecond HEMT photodetector", Jpn. J. Appl. Phys., 25, pp.L801-L803(1986).

(13) D.Von Der Linde : "Experimental study of single picosecond light pulses", IEEE J. Quantum Electron., QE-8, pp.328-338(1972).

(14) S.Hiyamizu, J.Saito, K.Nanbu and T.Ishikawa : "Improved electron mobility higher than $10^6 cm^2/Vs$ in selectively doped GaAs/N-AlGaAs heterostructures grown by MBE",Jpn. J. Appl. Phys., 22, pp.L609-L611(1983).

(15) C.A.Liechti : "Microwave Field-Effect Transistors —1976", IEEE Trans. Microwave Theory and Tech., MTT-24, pp.279-300(1976).

(16) A.Cappy, B.Carnez, R.Fauquembergues, G.Salmer and E.Constant : "Comparative potential performance of Si, GaAs, GaInAs, InAs submicrometer-gate FET's", IEEE Trans. on Electron Devices, ED-27, pp.2158-2160(1980).

輻射科学研究会資料　　RS87-19

電気光学変調とファブリー・ペロー形干渉フィルタを利用した高速繰り返しピコ秒光パルス生成

小林哲郎，八尾　宏
森本朗裕，末田　正

（大阪大学　基礎工学部）

昭和63年3月12日
（於　大阪工業大学）

電気光学変調とファブリ・ペロー形干渉フィルタを利用した高速繰り返しピコ秒光パルス生成

小林哲郎，八尾宏，森本朗裕，末田正
大阪大学基礎工学部

Generation of High-Repetition-Rate Picosecond Optical Pulses Using an Electrooptic phase modulator and a Fabry-Perot Interference Filter.

T. Kobayashi, H. Yao, A. Morimoto, T. Sueta
Enginerring Science, Osaka University

要　旨

変調指数の大きい電気光学位相変調とファブリ・ペロー形干渉フィルタを組合せて高速繰り返しのピコ秒光パルスを発生させる簡便な方法について，理論的，実験的に研究を進めた．$LiTaO_3$ 変調器を用いた予備実験により，１００ギガパルス／秒程度の繰り返しで6ps以下（検出器限界）の安定な光パルス発生に成功した．ここでは，これらの研究成果の他，ファブリ・ペロー形干渉フィルタのような”狭帯域フィルタ”により何故広い帯域を有する”超短光パルス”が生成できるかの”からくり”についても言及する．

１．まえがき

電気光学変調で数百ギガパルス／秒の高速繰り返しピコ秒光パルスを直接得ることは，現状では変調器の帯域，電気信号などの速度を考えると容易で

ない．一方，狭帯域な電気光学変調でも変調指数を大きくとれば非常に広帯域に広がった光サイドバンドが得られ，このサイドバンドを制御すれば，現在の技術でもピコ秒，ＴＨｚ領域で光信号を制御することが可能になる [1]．実際，我々は既に半値全幅（ＦＷＨＭ）で６４０ＧＨｚのサイドバンド生成に成功しており [2]，また回折格子対からなる群遅延回路により，これを数ｐｓパルスに圧縮させることにも成功している[3, 4]．さらに，ＴＨｚ領域で任意波形の光信号を合成する”テラヘルツ光シンセサイザ”の研究も進めつつある [5]．しかし，これらのパルス圧縮系や光シンセサイザは有用であるが，システムが大がかりである．そこで，ここでは簡便で小形集積化も望める電気光学位相変調器とファブリ・ペローフィルタを用いた高速光パルス生成法について述べる．

２．基本的な考え方　－　狭帯域フィルタと超短パルス

ファブリ・ペロー干渉フィルタ（Fabry-Perot filter，以下ＦＰＦと略する）の透過特性はよく知られているように Ｆig.１のようになる．これは多重干渉を用いた共振形透過フィルタであり，非常に高いＱ値も可能である．光透過がＦＰＦの光学長や入射光周波数の掃引に対し鋭く変化する．そこでこのような特性をもとに光パルスを発生する方法を考えてみると，すぐにＦig.２，Ｆig.３の構成が浮かぶ．まず，Ｆig.２ の場合を考える．低速広帯域掃引では確かにパルス出力が得られ，実際掃引形ファブリ・ペロー干渉計はこの性質を利用している．このフィルタに拘らず，一般に鋭い周波数選択性をもつものは，必ずどこかで光を時間積分（フーリエ変換）しており，その鋭い選択性は長い時間の積分の結果得られている．積分時間（共振器の光子寿命程度で，Ｑ，フィネスなどで決まる）より速く共振器長（あるいは共振，透過周波数）を動かせば，選択性が低下する．掃引速度はフィルタの帯域で制限され，この方式でパルスを得ようとすればパルス幅は結局フィルタの帯域で制限される．ただ，共振器光学長の掃引，変調の周期を共振器内での光走行周期に同期させた場合のみ，例外的に低速掃引と同様の動作が高速域でも得られ，この方式でも効率よく超短光パルスを得ることができる．

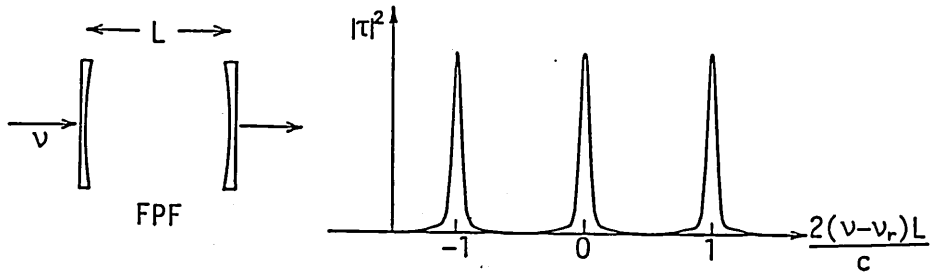


Fig.1　ファブリ・ペロー干渉フィルタの光透過特性

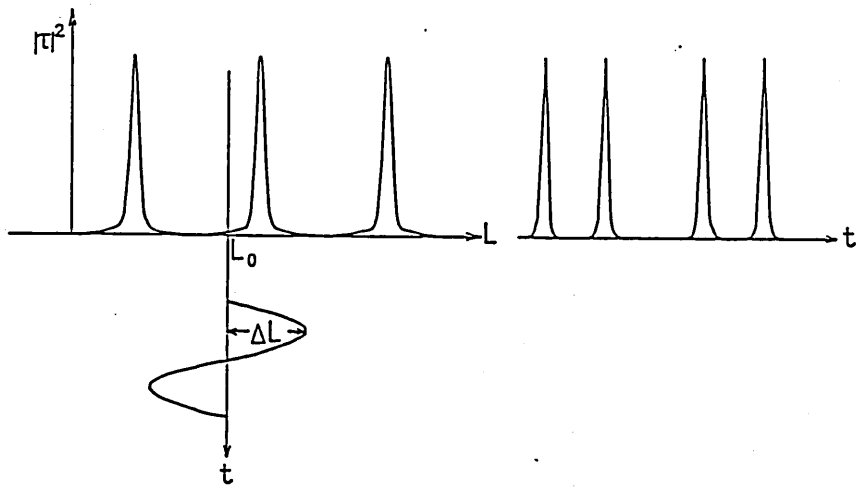


Fig.2　共振器長掃引による短光パルス生成

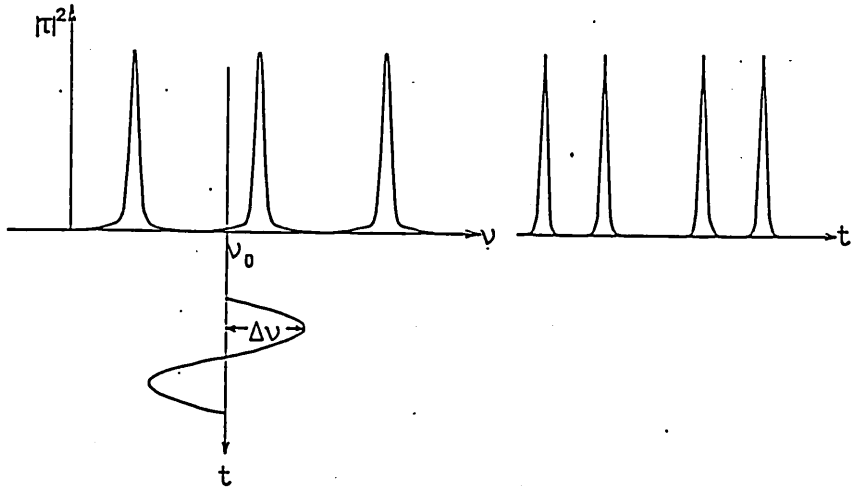


Fig.3　入力光周波数掃引による短光パルス生成

これが我々が以前に開発したファブリ・ペロー形電気光学変調器による超短光パルス発生であり，ピコ秒 [6]，からサブピコ秒パルス [3]の生成にも成功している．

次に，Fig.3 の方法である．これは周波数変調（位相変調とほぼ同等）あるいは周波数チャービングとＦＰＦの組合せたものとも考えられる．以前よりいくつかの提案，実験が報告されている[7, 8]．ここでの基本的考えは，瞬時周波数が時間的に大きく掃引されている光を狭い通過帯域をもつ干渉計に入射する場合，フィルタの通過周波数に一致する時間だけ，光がスライスされ短パルスが得られるというものである．しかし，これは自己矛盾を含んでいる．つまり，”短いパルスを得るには周波数掃引幅に比べ光が通過するフィルタの帯域を十分に狭くしなければならず，他方，フーリエ変換の原理からこのフィルタの狭い帯域により，ここを通過して生成されるパルスの幅は制限される”である．この結果，入射光の持つ帯域（掃引幅の程度）から逆算されるパルス幅限界に比べ得られるパルスの幅は非常に広くなってしまう．実際ピコ秒パルスを得ている例でも，数ＴＨｚの周波数チャーブしている光から得ており，入力のもつ広帯域性は十分には活かされていない．

我々がここで報告する方法では，周波数領域で周期的に存在するＦＰＦの通過窓をいくつも利用し，広いサイドバンド（側波帯）からパルス生成に必要な周波数成分を抜き取って利用するというものである．この結果出力のスペクトル広がりを入力のそれと同程度にすることも可能になり，入力スペクトルの広がり$\Delta\nu$を有効に活用でき，ほぼその逆数程度のパルスを得ることができる．

３．理論解析

基本構成図をFig.4 に示す．連続光が位相変調され，ＦＰＦを通過して，その変調により生成されたサイドバンドが適当に選択されて抜き取られ，結果としてパルス出力を得るという非常にシンプルな考え，構成に基づいている．

さて，単一周波数ν_oの光が位相変調されると，その電界は

$$E_i(t) = e^{j(2\pi\nu_o t+\phi_o)} \sum J_{-n}(\Delta\theta)\, e^{j2\pi n f_m t} \qquad (1)$$

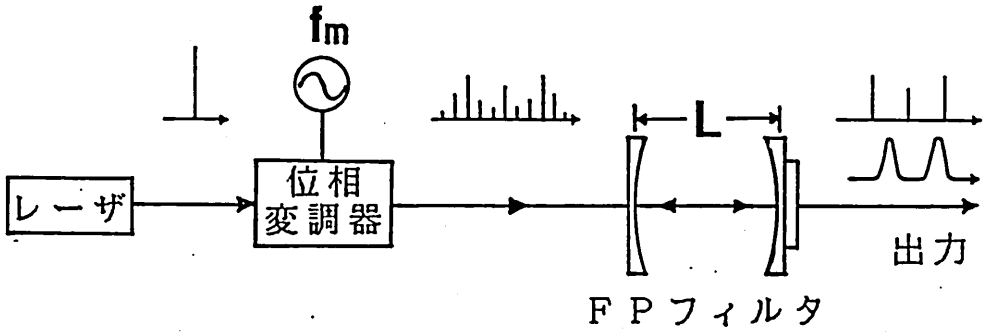
で表される．ここで，f_m，$\Delta\theta$は位相変調の周波数および変調指数である．一方，ＦＰＦの複素透過率は一定位相シフトを除いて，m番目のサイドバンド（周波数ν_o+nf_m）に対して，

$$\tau_m = \frac{T e^{-j2\pi L(nf_m+\nu_o-\nu_r)/c}}{1 - R e^{-j4\pi L(nf_m+\nu_o-\nu_r)/c}} \qquad (2)$$

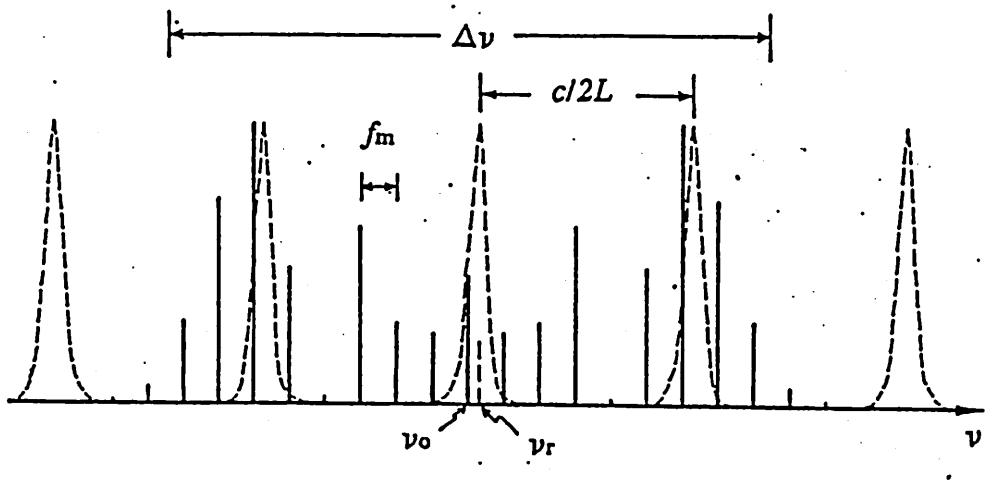
となる．ここで，ν_rはν_oに最も近いＦＰＦの共振周波数，ＬはＦＰＦの反射（一部透過）鏡間の光学長である．また，Ｒ，Ｔはそれらの電力反射，透過率である．(1)の被変調光がＦＰＩを通過すると，その出力は(1)，(2)より

$$E_o(t) = \frac{T e^{j(2\pi\nu_o t+\phi)} \sum J_{-n}(\Delta\theta) e^{-j2\pi[nf_m t - L(nf_m+\nu_o-\nu_r)/c]}}{1-R e^{-j4\pi L(nf_m+\nu_o-\nu_r)/c}} \qquad (3)$$

となる．出力波形はν_oとν_rのずれやf_mとＦＰＦの共振周波数の間隔ｃ／２Ｌとの相対関係で左右される．Ｆig.５はＦＰＦの透過特性と種々の周波数の位置関係の例を示したものである．(3)を用いた出力波形の計算結果のいくつかの例をＦig.６に示す．いずれも$\nu o=\nu r$の場合である．（ａ）は$\Delta\nu\sim 2\Delta\theta fm \gg c/2L/\mathcal{F}$（$\mathcal{F}$：フィネス）の場合で，従来の周波数スライス（１つの窓利用）方式に相当する．（ｂ）以下はｃ／２Ｌ＝２f_m，４f_m，８f_m，２０f_mに対する計算結果である．いずれも良好なパルス波形となるように変調指数を選んでいる．実用的なのは４ｆｍ，８ｆｍパルスであろう．パルス幅はどの場合も０．７／$\Delta\nu$程度となっている．出力の尖頭値は入力平均レベル程度，あるいはそれより低い．とくに，高速繰り返しでは低い．

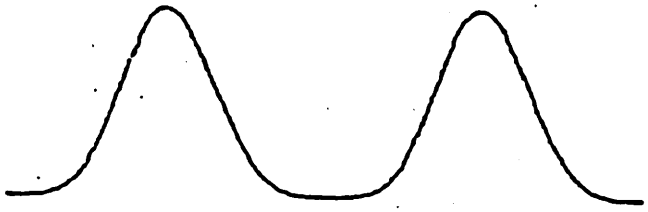


Ｆig.4　基本構成図

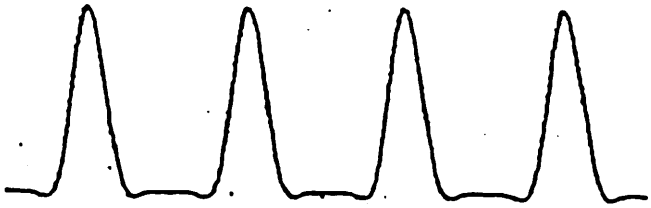


Ｆig.5　ＦＰＦの透過特性と種々の周波数の位置関係

(a) $\Delta\theta=20\pi, c/2L>\Delta\theta f_m$



(b) $\Delta\theta=0.5\pi, c/2L=2f_m$



(c) $\Delta\theta=2.1\pi, c/2L=4f_m$

(d) $\Delta\theta=4.2\pi, c/2L=8f_m$

(e) $\Delta\theta=6.1\pi, c/2L=20f_m$

Fig.6 出力光波形の計算例

多くのサイドバンドを捨てているから当然であるが，この方式の問題点である．実用的な例における利用サイドバンド数は５本程度であり，パルス幅対パルス周期は小さくない（１／３～１／５）．従って，インパルス的に用いることの多いピコ秒分光用パルス光源には不向きで，繰り返し率の高いパルスが有用なエレクトロニクス，光通信，コンピューティングなどでのクロックパルスやＰＣＭ搬送パルスとして用いるのに適する．

４．実験，および結果

実験構成図をＦig.７ に示す．光源としてはアルゴンイオンレーザ（波長５１５ｎｍ，単一縦モード発振）を用いた．電気光学位相変調器は$LiTaO_3$ 結晶をマイクロストリップ線路回路に装荷したバルク形のもので駆動はパルス動作のマグネトロン（最大１０ＫＷ）を用い，変調周波数は９．３５ＧＨｚである [2]．ファブリ・ペローフィルタは反射率９８％の球面鏡２枚で構成した（フィネスの実測値は１０）．光のスペクトルは掃引型ファブリ・ペロー干渉計（ＳＦＰＩ）を用いて観測し，出力光パルス波形は分解能約８ｐｓのストリークカメラで観測した．

得られた出力波形の例をＦig.８ に示す．（ａ），（ｂ）はｃ／２Ｌ＝４f_m（１８．７ＧＨｚ），（ｃ）は６f_m（５４ＧＨｚ），（ｄ）は８f_m（７５ＧＨｚ）の場合である．繰り返し周期がそれぞれ２７ｐｓ，１８ｐｓ，１３ｐｓとなっており，理論通りのパルス波形が得られている．観測されたパルス幅はいずれも測定系の分解能（８ｐｓ）程度となっており，正確な値を述べることはできない．理論的には（ａ）～（ｄ）に対しでそれぞれ１０，８，６，６．５ｐｓ程度と見積られ，ほぼ観測結果と一致しているとみることができよう．この他にも２～３００Gbits／sec のパルス生成も可能であったが，われわれの観測系の能力を越えているので，観測に至らなかった．いずれにしても，得られた繰り返し速度は，電気光学変調を利用したものとしては現在世界最高速に属するものである．

さらに任意波形制御は無理であるがこの方式でもパラメータの設定いかん

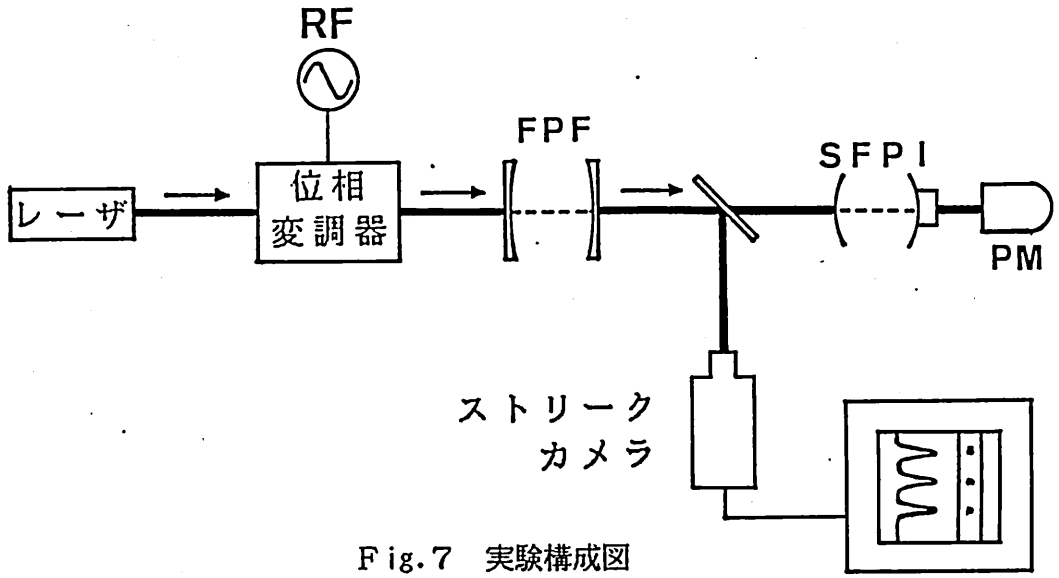
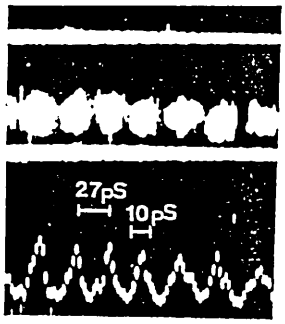
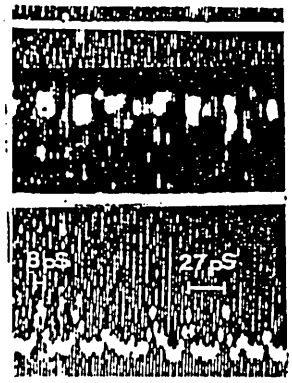


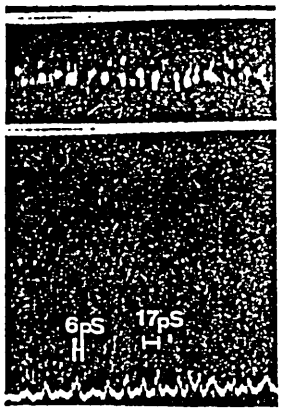
Fig.7　実験構成図



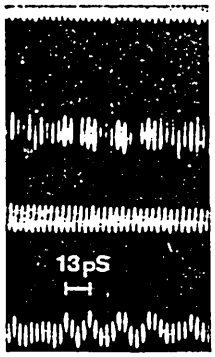
(a)　c／2L＝4fₘ, Δθ＝1．14π
3本サイドバンド利用



(b)　4fₘ, Δθ＝2．1π
5本のサイドバンド利用



(c)　6fₘ, Δθ＝2．4π

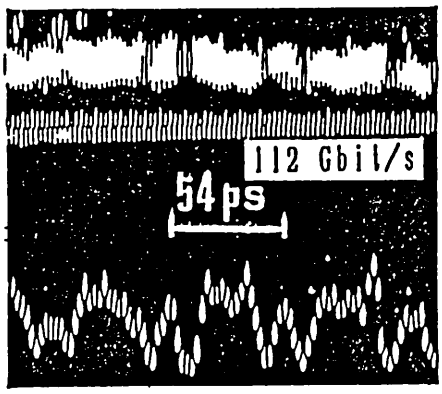


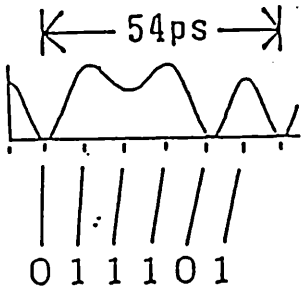
(d)　8fₘ, Δθ＝1．14π

Fig.8　光出力波形のストリーク像

により，種々の波形を合成することも可能で，実際いくつかの有用な波形を得ている．
Ｆig.９がその１例で１１２Ｇｂｉｔｓ／secのデジタルワードパターンとなっている．

また，ＦＰＦの窓の肩の部分の位相特性を分散回路として用いてＦＭ光よりパルスを生成することや，ＦＰＦ以外の簡便な干渉計例えばMM干渉計やＧＴ干渉計を用いる場合等についても検討を進めつつある．





Ｆig.９

１１２Gbits／secワードパターンの例

５．むすび

以上のように，非常に簡単な方法で現在世界最高速に近い繰り返しのピコ秒光パルス列を発生させることに成功した．受動的な従来の方法とは異なり，制御性に優れた電気光学変調を用いており，エレクトロニクス応用には有用となりうるものである．また，用いるレーザの種類を問わないと言うのも大きな利点であろう．小型化，集積化をはかり，より実用性を高めることが今

後の課題であろう．

本研究に際し，御協力いただいた本学大学院生，土居正治，藤井裕順，李奉永，福島保　諸氏に感謝の意を表します．なお，本研究の一部は文部省科学研究費補助金試験（1）６１８５００７０および，一般（B）６２４６００６７の援助のもとに行ったものである．

参考文献

[1] T. Kobayashi, and T. Sueta: CLEO 84, Anaheim, WG-1(1984)

[2] K. Amano, T. Kobayashi, H. Yao, A. Morimoto, and T. Sueta: IEEE J. Lightwave Technology, LT-5(1987)1454.

[3] T. Kobayashi, A. Morimoto, T. Fujita, K. Amano, T. Uemura and T. Sueta: Ultrafast Phenomena V (Springer Verlag, Berlin 1986) 136 ed. by G. R. Fleming and A. E. Siegman.

[4] T. Kobayashi, K. Amano, H. Yao, A. Morimoto, Y. Fukushima and T. Sueta: to be appeared in IEEE J. Quantum Electron. QE-24, No.2 (1988).

[5] T. Kobayashi, H. Yao, K. Amano, Y. Fukushima, A. Morimoto, and T. Sueta: Joint Meeting Jpn. Soc. Appl. Phys., 30p-ZG-14 (1987).

[6] T. Kobayashi, T. Sueta, Y. Cho, Y. Matsuo: Appl. Phys. Lett.,21, (1972)341.

[7] A. E. Siegman, and D. J. Kuizenga: Opto-Electronics, 6(1974)43.

[8] N. Kagi, K. Ema, and F. Shimizu: Ann. Meeting Jpn. Soc. Appl. Phys., 18p-ZC-11(1987).