輻射科学研究会資料　RS85-01

# オーバーサイズ不規則導波管部電磁界の平面波展開による解析法

木下　彰[†]　和田修己　中島将光

京都大学工学部電子工学科
([†]現在松下電器)

昭和60年 5月10日

## 1．はしがき

伝送線路、たとえば導波管や光ファイバーなどには、その中を伝搬する固有のモードが存在する。波長に比べて導波系の断面が大きくなると２個以上のモードが同時に存在しうることになる。このような導波系において、断面の大きさや形が変わったり、軸が曲がったり、あるいは接合面で食い違いがあれば、そこでモード変換が生じる。このような研究としては、最近では、多モード光ファイバどうしの接合や核融合プラズマの加熱の一方法としてのＥＣＲ加熱（Electron Cycrotron Resonance Heating）におけるモード変換[1]などがある。

導波路の断面の不連続や、食い違いによる電磁界の変化の様子を求める場合、一般的に用いられるのは、それぞれの導波路内の電磁界を適当な関数展開により表わし、境界面で接続するという境界整合法である。たとえば、図１のように方形導波管を高さ方向に変化させずに、横幅だけ広げて、左からＴＥmoモードが入射した場合、２つの導波管内の電磁界は方形導波管の"固有モード"で展開でき、境界面での電磁界の接線成分の連続性を考慮することにより、各モードの係数を決定できる。この例のように２つの

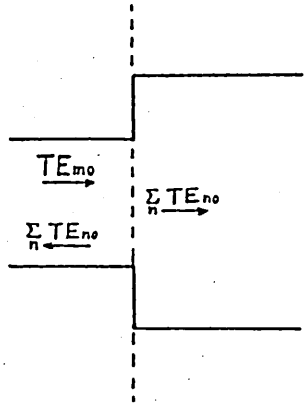



図１ 方形導波管どうしの接続

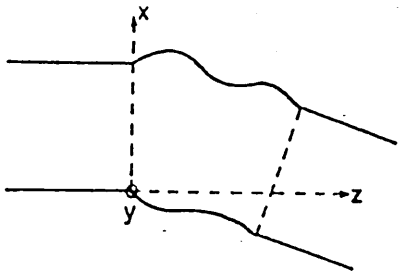



図２ 方形導波管と不規則導波管との接続

導波管の"固有関数"が求まる場合はよいが、図２のような波の伝搬方向に沿って形が変化しているような導波管との接続を考えた場合、その中の電磁界は簡単な形では求まらない。

ここでは２次元波動場、すなわち図２のｘｙｚ座標でｙ方向に電磁界が一様である場合、特にオーバーサイズ方形導波管に不規則導波管を挿入した導波系に、方形ＴＥmoモードが入射した場合、不規則導波管部の電磁界を、いろいろな方向に進行する平面波の合成として表わし、その際の電磁界の姿態やモード変換効率等を数値計算により求め、実験によりその有効性を確かめた。なお、全体を通じて時間因子は exp(jωt)とし省略した。

## ２．Ｈ面円形ベンド内の電磁界の平面波展開

一例として図３のように、幅ａの方形導波管に曲率半径がｄで角度δだけＨ面内で曲げたベンドを挿入した系に、左から方形ＴＥmoモードが入射した場合の、曲り部内の電磁界の様子及びモード変換効率を本方法（以後"平面波展開法"と呼ぶ）により求める。

### ２．１　曲り部の電磁界の平面波による表現

図３のようにｘｙｚ、ｘ'ｙ'ｚ'座標系をとり、領域を３つに分ける。曲り部内の電磁界は Maxwell 方程式を満たし、さらに

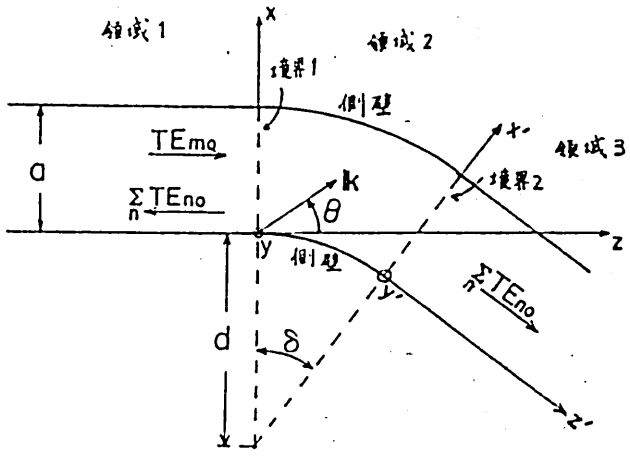



図3 Ｈ面円形曲り導波管

境界１，２で電界、磁界の接線成分の連続性並びに管壁上で電界の接線成分が零という境界条件を満足する。また、ｚ軸とある角度をなして進行する平面波は Maxwell方程式の解であり、その線形性によりｚ軸といろいろな角度をなして進行する平面波を重ね合わせたものもまた解となる。そこで曲り部の電磁界をｚ軸といろいろな角度をなして進行する平面波の重ね合わせの形で表わし、境界条件を満足するように各平面波の振幅を決めてやることができれば、それが曲り部内の電磁界を表わすことになる。このとき、電磁界そのものは一意的に決定されるが、導波管内というように空間を限ると各平面波は互いに直交していないので、その表現の方法は無数にある。

この場合に考えるべき平面波の性質について吟味するとつぎのようのなる。

１）ｚ軸となす角$\theta$について

ここでは物理的意味の明確な "進行する平面波" のみを考え、ｚ軸となす角は実数とする。

２）その進行方向について

高さ方向（ｙ方向）には導波系の形に変化はなく、また入射波のＴＥ$_{mo}$モードの電磁界はｙ方向に一様であるから、曲り部内の電磁界もｙ方向に一様であると考えられる。よって、平面波はｘｚ平面に平行に進行するもののみを考えればよい。

３）偏波方向について

ｙ方向には導波系の形に変化はなく、入射波のＴＥ$_{mo}$モードの電磁界は電界がｙ方向成分のみ、磁界がｘ、ｚ成分をもっている。

したがって、曲り部内の平面波は電界がｙ方向を向いているもののみを考えればよい。

以上のことより、曲り部内の電磁界は適当な方向に進行する有限個（Ｌ個）の平面波を重ね合わせて、近似的に次のように表せる。

$$Ey = \sum_{\ell=1}^{L} E_\ell \exp\{-jk_0(\mathrm{SIN}\,\theta_\ell \cdot x + \mathrm{COS}\,\theta_\ell \cdot z)\} \quad (1)$$

$$Hx = \frac{k_0}{\omega\mu_0} \sum_{\ell=1}^{L} E_\ell \exp\{-jk_0(\mathrm{SIN}\,\theta_\ell \cdot x + \mathrm{COS}\,\theta_\ell \cdot z)\} (-\mathrm{COS}\,\theta_\ell) \quad (2)$$

$$Hz = \frac{k_0}{\omega\mu_0} \sum_{\ell=1}^{L} E_\ell \exp\{-jk_0(\mathrm{SIN}\,\theta_\ell \cdot x + \mathrm{COS}\,\theta_\ell \cdot z)\} \mathrm{SIN}\,\theta_\ell \quad (3)$$

ここで$E_\ell$（$\ell = 1, 2, \cdots, L$）は各平面波の振幅、$\theta_\ell$はその平面波がｚ軸となす角（反時計回りを正とする）、ｋｏは自由空間波数、$\omega$は角周波数、$\mu_0$は真空の透磁率である。

## ２．２　平面波の振幅の決定

次に境界条件を考慮することにより、各平面波の振幅を決定する。電磁界の満たすべき境界条件は、

１．境界１では領域１，２の電磁界の接線成分Ｅｙ，Ｈｘが等しい。
２．境界２では領域２、３の電磁界の接線成分Ｅｙ'，Ｈｘ'が等しい。
３．領域２の側壁では電界の接線成分が零。

である。いまH面ベンドを考えていて、入射モードがTEmoモードであるから、領域1、3の方形導波管内の反射波、透過波はTEno (n=1,2,… )モードのみとなる。よって、入射モードの境界1での電界の振幅を1とし、反射波の振幅をRn,透過波の振幅をTn とすると、上の条件1、2、3は次のようになる。

1．境界1上（0 ≦ x ≦ a）で

$$\mathrm{SIN}\frac{m\pi}{a}x+\sum_{n=1}^{N}R_n\mathrm{SIN}\frac{n\pi}{a}x=\sum_{l=1}^{L}E_l\exp(-jk_0\mathrm{SIN}\theta_l\cdot x) \qquad (4)$$

$$\frac{j\gamma_m}{\omega\mu_0}\mathrm{SIN}\frac{m\pi}{a}x-\sum_{n=1}^{N}\frac{j\gamma_n}{\omega\mu_0}R_n\mathrm{SIN}\frac{n\pi}{a}x=\frac{k_0}{\omega\mu_0}\sum_{l=1}^{L}E_l\exp(-jk_0\mathrm{SIN}\theta_l\cdot x)\times(-\mathrm{COS}\theta_l) \qquad (5)$$

2．境界2上（0 ≦ x ' ≦ a）で

$$\sum_{n=1}^{N}T_n\mathrm{SIN}\frac{n\pi}{a}x'=\sum_{l=1}^{L}E_l\exp\{-jk_0(\mathrm{SIN}\ \theta_l\cdot x+\mathrm{COS}\theta_l\cdot z)\} \qquad (6)$$

$$\sum_{n=1}^{N}\frac{j\gamma_n}{\omega\mu_0}T_n\mathrm{SIN}\frac{n\pi}{a}x'=\frac{k_0}{\omega\mu_0}\sum_{l=1}^{L}E_l\exp\{-jk_0(\mathrm{SIN}\ \theta_l\cdot x+\mathrm{COS}\theta_l\cdot z)\}\times(-\mathrm{COS}\theta_l\cdot\mathrm{COS}\delta+\mathrm{SIN}\theta_l\cdot\mathrm{SIN}\delta) \qquad (7)$$

3．側壁上の点（x，z）に対して

$$\sum_{l=1}^{L}E_l\exp\{-jk_0(\mathrm{SIN}\theta_l\cdot x+\mathrm{COS}\theta_l\cdot z)\}=0 \qquad (8)$$

ここで、$\gamma_n=\sqrt{(n\pi/a)^2-k_0^2}$は方形TEnoモードの伝搬定数である。反射波、透過波については本来、無限項まで考えなければならないが、計算上、反射波、透過波ともTE$_{N0}$モードまで

とし、有限項で打ち切った。式(4)から式(8)までを解いて、未知数である$E_\ell$ ($\ell=1,2,\cdots,L$)，$R_n$ ($n=1,2,\cdots,N$)，$T_n$ ($n=1,2,\cdots,N$) を求めれば、TEmoモードが入射した場合の、ベンド内の電磁界分布及びモード変換効率を求めることができる。

## 2．3　ポイントマッチング法とモードマッチング法の併用

上の5式を解く際、方形導波管部の電磁界はそのモード関数である正弦関数の級数の形で表わされているので、境界1、2での電磁界の接線成分の連続性を考える場合、正弦関数の直交性を利用して、式(4)から(7)に正弦関数をかけて積分する。即ち、式(4)については

$$\delta_{km} + R_k = \sum_{\ell=1}^{L} E_\ell \quad A_{k\ell} \qquad (k = 1,2,\cdots,N) \tag{9}$$

ただし、

$$\delta_{km} = \begin{cases} 1 & (k = m) \\ 0 & (k \neq m) \end{cases} \tag{10}$$

$$A_{k\ell} = \frac{2k\pi}{-(k_0 a \cdot \mathrm{SIN}\,\theta_\ell)^2 + (k\pi)^2} \{1 - \exp(-jk_0 a \cdot \mathrm{SIN}\,\theta_\ell) \times \mathrm{COS}\,k\pi\} \tag{11}$$

となる。他の3式についても同様にし、側壁上の境界条件については側壁上に標本点を選びその上で式(8)が成立するようにする、いわゆるポイントマッチング法を採用する。結局、次の連立方程式を解くことになる。

$$\begin{bmatrix} \mathbb{I} & 0 & -\mathbb{A} \\ 0 & \mathbb{I} & -\mathbb{C} \\ 0 & 0 & E_S \\ \Gamma & 0 & \mathbb{B} \\ 0 & \Gamma & \mathbb{D} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbb{R} \\ \mathbb{T} \\ \mathbb{E} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -e_m \\ 0 \\ 0 \\ \frac{j\gamma_m}{\omega\mu_0} e_m \\ 0 \end{bmatrix} \tag{12}$$

ただし、左辺の $\mathbb{I}$ 、0はN次の単位行列および零行列、そして $\Gamma$ はN次の対角行列

$$\Gamma = \mathrm{diag}\left\{\frac{j\gamma_n}{\omega\mu_0}\right\} \tag{13}$$

$\mathbb{A}$ , $\mathbb{B}$ , $\mathbb{C}$ , $\mathbb{D}$ はそれぞれ、 $\mathbb{A}=[A_{k\ell}]$ , $\mathbb{B}=[B_{k\ell}]$ , $\mathbb{C}=[C_{k\ell}]$ , $\mathbb{D}=[D_{k\ell}]$ で、

$$B_{k\ell} = A_{k\ell} \times (-\mathrm{COS}\,\theta_\ell) \tag{14}$$

$$C_{k\ell} = \frac{2k\pi}{-\{k_0 a\,\mathrm{SIN}(\theta_\ell+\delta)\}^2+(k\pi)^2} \times [1-\exp\{-jk_0 a\,\mathrm{SIN}(\theta_\ell+\delta)\}\mathrm{COS}k\pi] \times \exp[-jk_0 d\{\mathrm{SIN}(\theta_\ell+\delta)-\mathrm{SIN}\,\theta_\ell\}] \tag{15}$$

$$D_{k\ell} = -C_{k\ell}\,\mathrm{COS}(\theta_\ell+\delta) \tag{16}$$

$(k=1,2,\cdots,N,\quad \ell=1,2,\cdots,L)$

である。また、$E_s$ は

$$\mathbb{E}_i = [\quad][\exp\{-jk_0 a(\mathrm{SIN}\,\theta_\ell x_i + \mathrm{COS}\,\theta_\ell z_i)\}] \qquad (17)$$

$$(\ell = 1,2,\cdots,L,\quad i = 1,2,\cdots,M)$$

で、$(x_1, z_1)$、…$(x_M, z_M)$は側壁上の点、$\mathbb{R}$、$\mathbb{T}$、$\mathbb{E}$はそれぞれ

$$\mathbb{R} = {}^t[R_1,\ R_2,\ \cdots,\ R_M],\quad \mathbb{T} = {}^t[T_1,\ T_2,\ \cdots,\ T_N]$$
$$\mathbb{E} = {}^t[E_1,\ E_2,\ \cdots,\ E_L] \qquad (18)$$

$e_m$ はm行目だけが1で他は0のN×1次行列である。

## 2．4　数値計算例

規格化周波数a／λ＝1.8，規格化曲率半径d／a＝0.5，曲げ角δ＝45°のH面ベンドに方形TE20モードが入射した場合のベンド内の電磁界分布とモード変換効率を、本方法と固有関数展開法[2]により求めて両者を比較してみる。（a，d，δは図3参照、λは自由空間波数。）

曲り部内の平面波の方向については、z軸となす角θの範囲を$-180° \leq \theta \leq 180°$とし、この360°の範囲を等分割する方向に選ぶことにし、方形導波管内の考慮すべきモード数Nは伝搬モード数（今の場合はTE10，TE20，TE30の3個）の3倍とする。次に側壁上の標本点のとりかたについて考察する。

標本点を選ぶ際の、外及び内側の分割数（等分割）をそれぞれNo,Niとする。標本点の数M、平面波の数L、方形導波管内の考慮すべきモード数Nの間には、

$$2N + L = 4N + M \qquad (19)$$

という関係があり、

$$M = No + Ni - 2 \qquad (20)$$

であるから、結局、平面波の数Lは

$$L = 2N + No + Ni - 2 \qquad (21)$$

となる。たとえば、No = Ni = 10 即ち、両側壁をそれぞれ10等分する点を標本点として選んだ場合、平面波は 360° を36等分した角度の方向に進行するものを選ぶことになる。このとき、式(12)を解いて求めた平面波分布を図4(a),(b) に示す。(a) は平面波の振幅の絶対値、(b) は位相量を表わしている。ポイントマッチング法で解いているため、標本点では境界条件を満たしていても、他の点で満たしているかどうかはわからない。そこで、境界上に標本点とは別に、なるべく標本点とは異なる点を何点か選び（以後、これを "検査点" と呼ぶ）、その点で境界条件を満たしているかどうかを調べてみた。検査点としては、境界1、2を40等分する点、両側壁を45等分する点を選んだ。図4(c) は検査点上での電界の実部をプロットしたもので、縦軸は図5のように（r、φ、z'）座標をとった場合の電界 $-Ez'$ の実部、横軸は原点Oから境界に沿って図のような方向に回ったときの原点からの距離sを導波管幅aで割ったものをとった。ただし、境界1上の検査点についてはベンドへの透過波から方形導波管への反射波を除き、それが入射波とどれだけあっているかを調べた。図4(d) は同様に電界の虚部をプロットしたものであり、(e),(f) は磁界

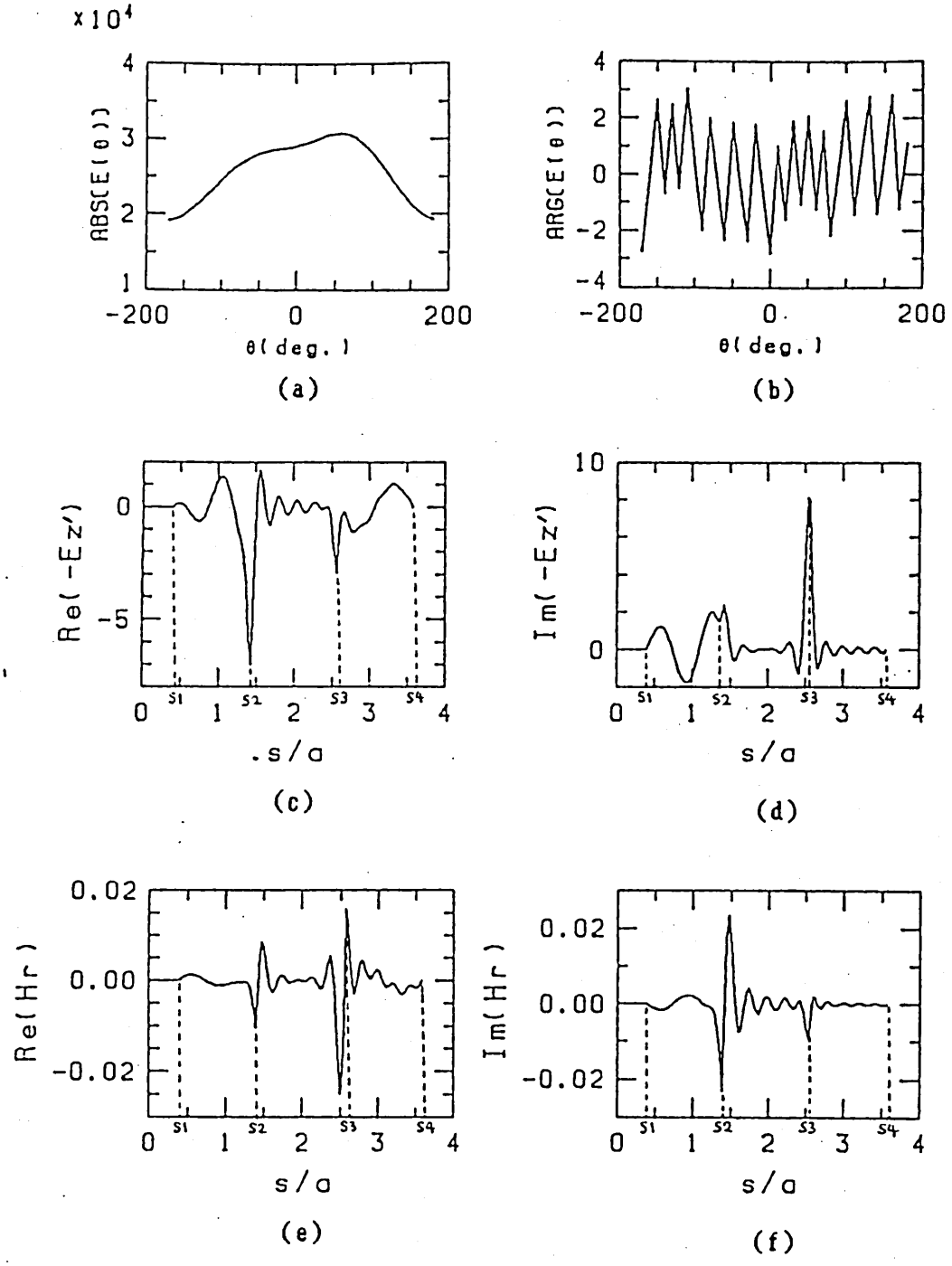



図4 数値計算結果 (No = Ni = 10)

成分Ｈｒの実虚部をプロットしたものである。これをみると、外側の側壁上及び境界１上で境界条件が満たされていないのがわかる。

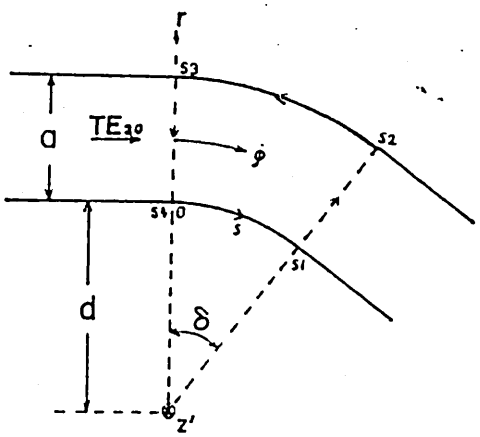



図5 曲り部の座標系

次に、標本点の数を増した場合の結果を示す。図６はＮｏ＝Ｎｉ＝30、図７はＮｏ＝Ｎｉ＝50とした場合の平面波分布及び検査点上での電磁界を示すものである。この場合、平面波は 360° を76等分割及び 116等分割した方向に選ぶことになり、それに応じて平面波の分布も変わってくるが、標本点の数を増すと境界１では電磁界の接線成分の連続性が成り立ち、また側壁上では電界の接線成分が零、磁界の法線成分が零という境界条件が満たされるようになる。また、このときの方形導波管内の各モードの伝送電力（入射電力で正規化したもの）を表１に示す。これをみると、標本点の数を増していくと電力の保存性を示す値

PW＝（全反射電力＋全透過電力）／（入射電力）

が１に近づくのがわかる。表の右端は、曲り部内の電磁界をモード関数で展開し、境界１、２で電磁界を接続するという"固有関数展開法"[2]により得られた結果であるが、標本点の数を増すと各モード関数の電力が固有関数展開法によって得られる値に近づく。さらに、Ｎｏ＝Ｎｉ＝50の場合の曲り部内の電磁界分布を図８(a)に、固有関数展開法によって得られる電磁界分布を(b)に示す。

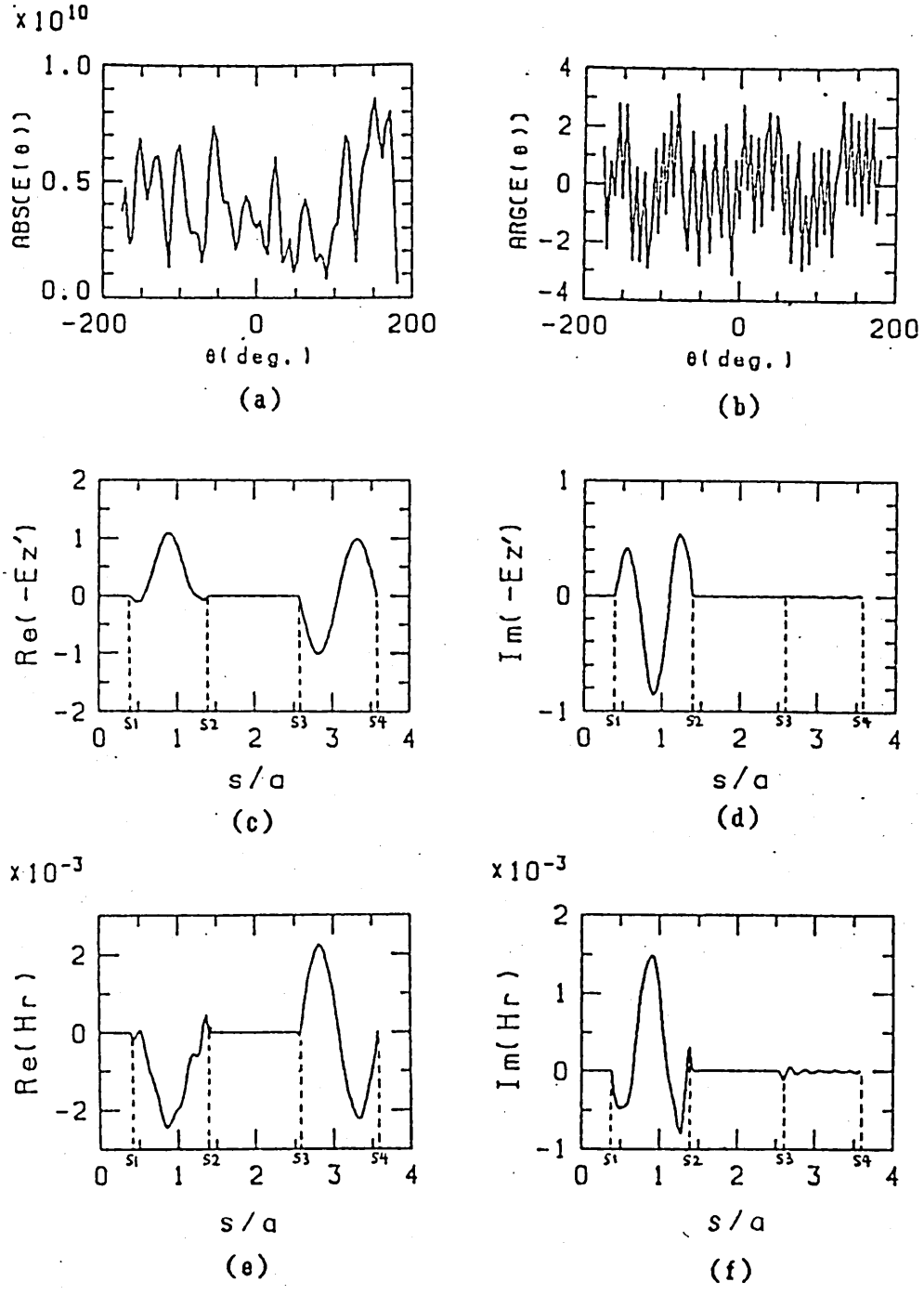



図6 数値計算結果 (No = Ni = 30)

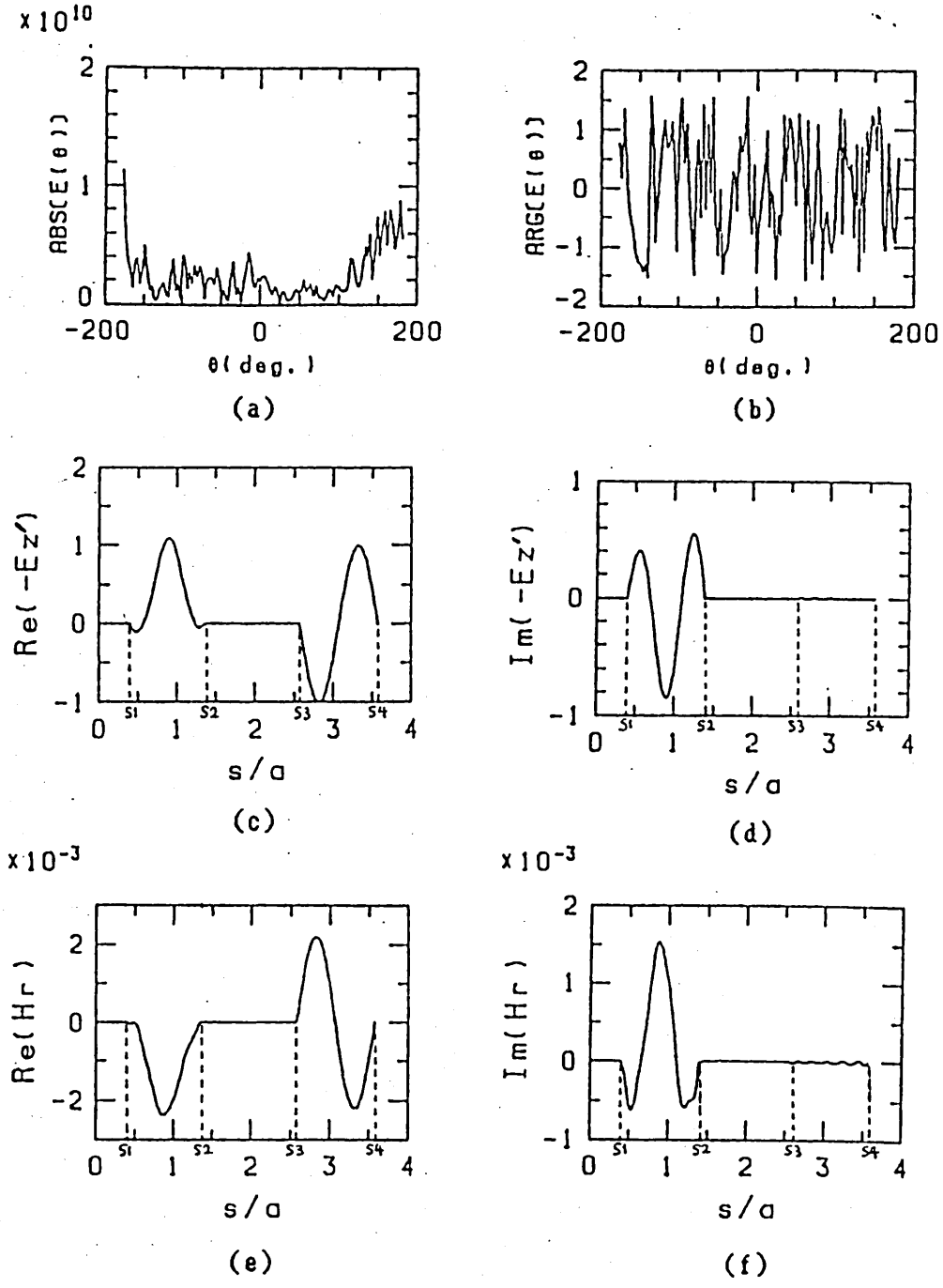



図7 数値計算結果（No = Ni = 50）

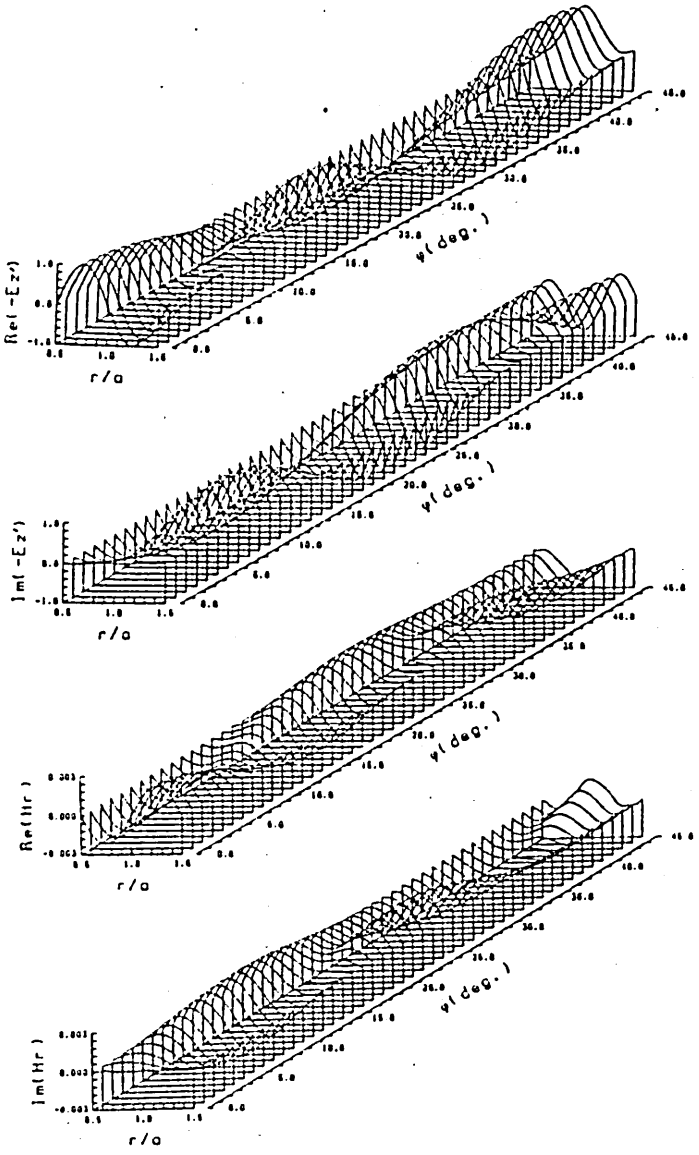



図8（a）ベンド内の平面波分布（平面波展開法）

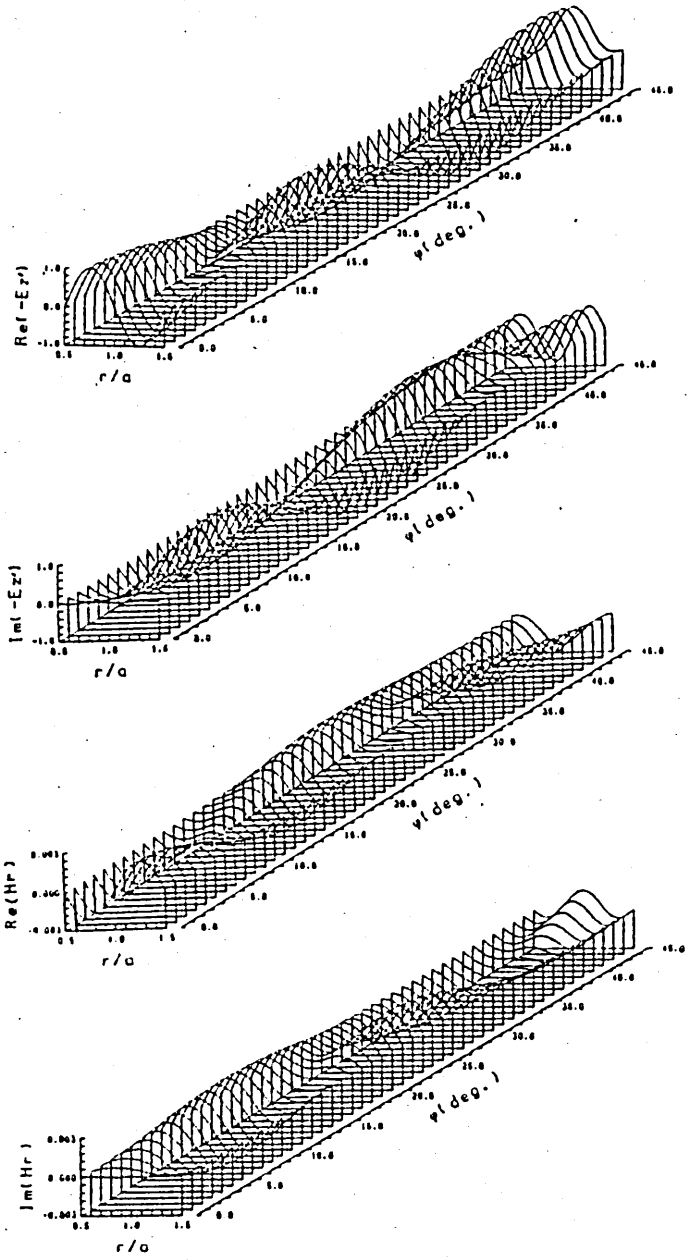



図8（b）ベンド内の平面波分布（固有関数展開法）

表１　側壁上の標本点の数による数値解析結果の変化

| | | $N_0=N_1=10$ | $N_0=N_1=30$ | $N_0=N_1=50$ | 固有関数展開法[2] |
|---|---|---|---|---|---|
| 反射電力 | $TE_{10}$ | 0.2477198 | 0.8722700D-05 | 0.8572180D-05 | 0.8634093D-05 |
| | $TE_{30}$ | 0.4444472 | 0.4079783D-05 | 0.4237602D-05 | 0.4237162D-05 |
| | $TE_{50}$ | 0.1865894 | 0.2187579D-04 | 0.2202569D-04 | 0.2144720D-04 |
| 透過電力 | $TE_{10}$ | 0.6298837D-01 | 0.6670344 | 0.6671959 | 0.6671817 |
| | $TE_{30}$ | 0.1461493 | 0.2129287D-02 | 0.2110652D-02 | 0.2107808D-02 |
| | $TE_{50}$ | 1.868154 | 0.3310499 | 0.3307152 | 0.3306856 |
| pw | | 2.956048 | 1.000248 | 1.000057 | 1.000009 |

両者を比べるとよく一致している。

以上のように、標本点の数を多くとれば、妥当な解が得られるようになる。

## 3．　H面テーパー導波管の解析

この"平面波展開法"を用いて、今度は大きさの異なる２つの導波管を接続する際に用いられるH面テーパー導波管のモード変換特性を解析する。

図９のように幅ａの方形導波管を３倍に広げる、長さℓのH面テーパー導波管に、左から方形ＴＥ10モードが入射した場合を考える。数値例として、ａ／λ＝1.8、ℓ＝ａとおき、２で述べたのと同じ方法で計算した結果を示す。

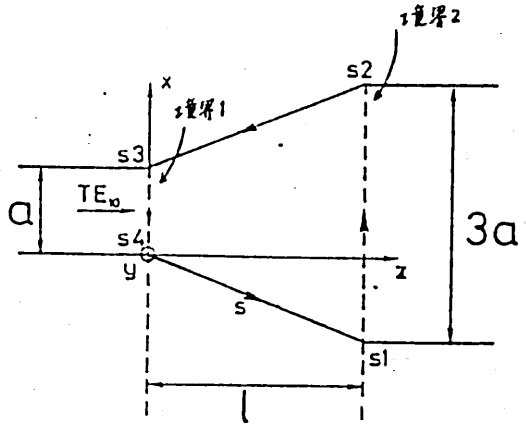
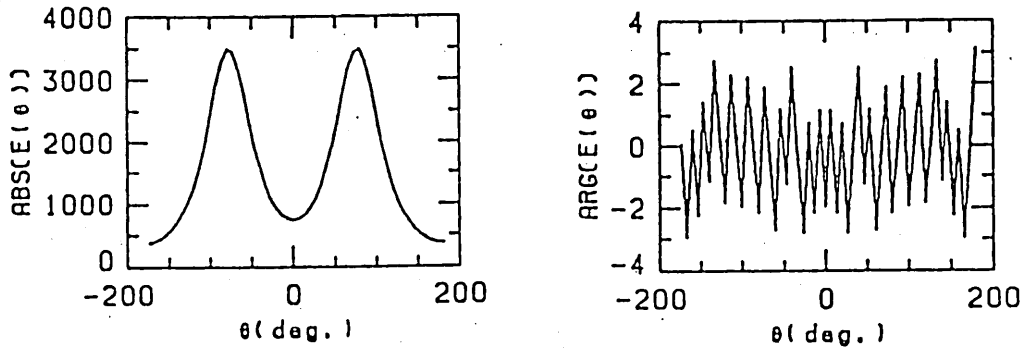



図9 H面テーパー導波管




(a) 平面波の振幅の絶対値　　(b) 境界1の中点における平面波の位相

図10　テーパー導波管内の平面波分布

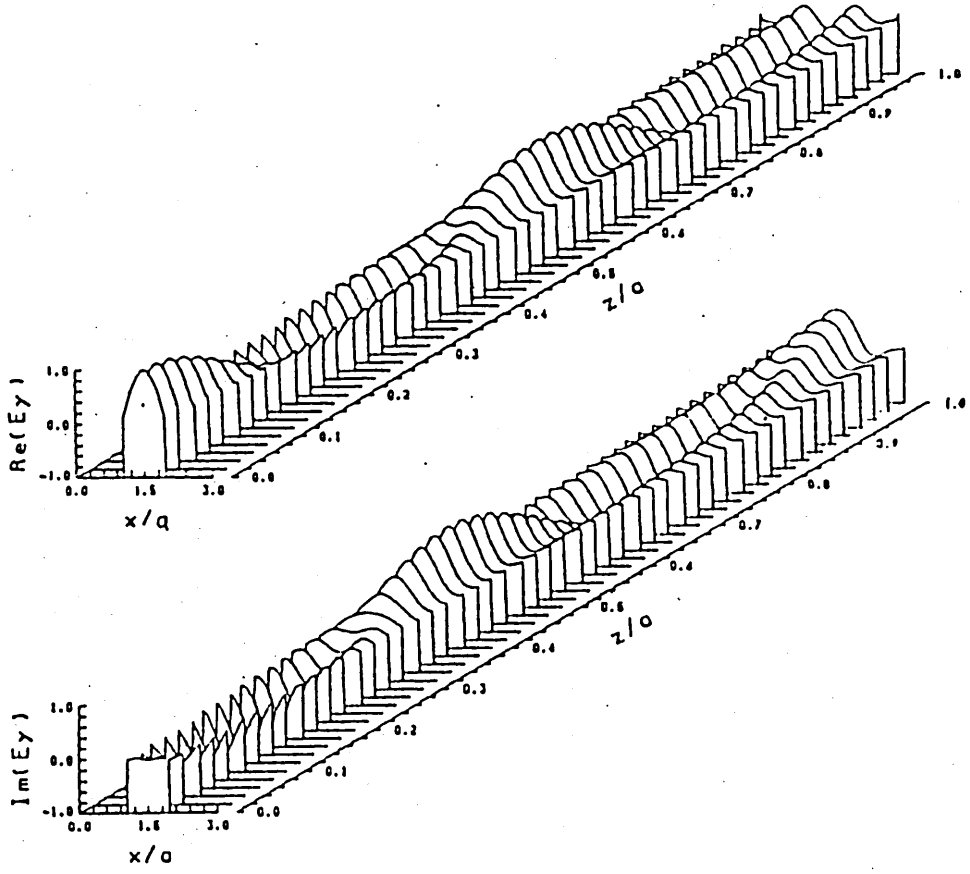



図11　テーパー内の電界分布（ℓ＝a）

標本点として、両側壁を15等分する点を選んだ場合の平面波分布を図10(a),(b)に示す。ただし、位相については、境界1における中心での平面波の位相を示している。これより、テーパーの管軸に関して全く対称な平面波分布が得られている。また、この場合のテーパー内の電磁界分布を図11に示す。この場合には、モード変換が起こり、透過波としてTE10モード以外に、TE30, TE50モードなどが存在するが、図11よりそのモード変換の様子がよくわかる。

次に、標本点の数について考察する。標本点を選ぶ際に、側壁の分割数Mを変えて上と同じパラメータで計算し、電力の保存性を示す値PWを調べてみると、M＞20になるとPWは急に1から大きくずれる。これは、テーパーのような側壁があまり変化しない系では、標本点の間隔が小さくなると、式(12)の連立方程式における係数行列の、ポイントマッチングに関する行がほとんど等しくなり、行列が非正則に近い形となり数値計算において桁落ちが起こるため、正確な解が得られなくなることによるものと思われる。

また、テーパーの長さℓを徐々に変えたときの各モードへの変換効率の変化を調べたものが図12で、○印の点のみ計算し、他の点については計算した点を使って補間してある。ただし周波数はa／λ＝1.8と固定した。長さを長くすればTE30, TE50モードへの変換効率がしだいに小さくなり、TE10モードがそのまま透過するようになる。

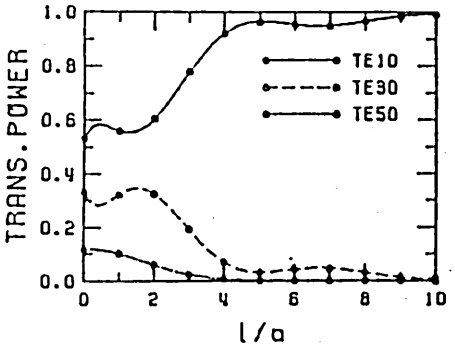



図12　長さに対する透過特性

## 4．折れ曲り方形ＴＥ20－ＴＥ10モード変換器

次に、図13に示すような、核融合プラズマの加熱用アンテナとして用いることのできる、方形導波管の折れ曲りによる方形ＴＥ20モードからＴＥ10モードへのモード変換器について、"平面波展開法"を用いてその特性を解析する。

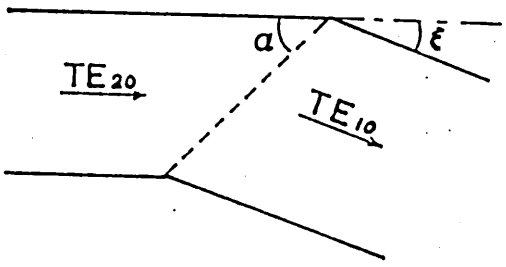



図13　折れ曲り方形ＴＥ20－ＴＥ10モード変換器

### 4．1　変換器の原理

一方向に伝搬する方形ＴＥ20モードの電磁界は、よく知られているように管軸とある角度αをなして進む２つの平面波の合成として表せるが、導波管内に限ると、図14のように点Ａで位相がπだけずれ、有限の広がりをもった２つの平面波が管壁で反射しながら進行するものと考

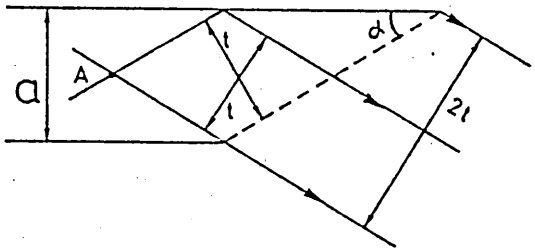



図14　方形導波管の切断による平面波の放射

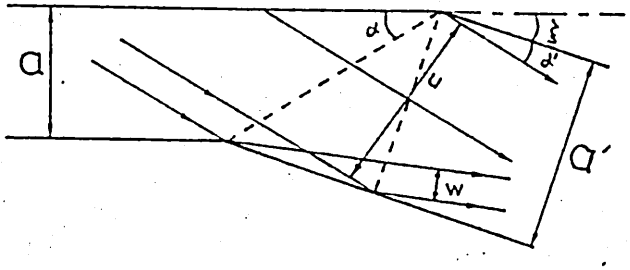



図15　幾何光学による平面波の伝搬

えられる。この波が導波管の形が変わっても光線のように反射しながら進むものと仮定すると（幾何光学近似）、導波管内の平面波の伝搬角αで導波管を切断した時、広がりが２ｔの位相がそろった平面波が放射されることになる。そこで、図15のようにその平面波の伝搬角がＴＥ10モードの伝搬角α'と一致するように導波管を接続すれば、その導波管は大部分ＴＥ10モードで励振されると考えられるから、方形ＴＥ20からＴＥ10モードへの変換器となる。

そのつなぎ角ξを求める式を次に示す。入射側の方形導波管の幅をａとすると、その中を伝搬する方形ＴＥ20モードを表わす平面波の管軸となす角αは、遮断波数がｋｃ＝２π／ａであるから、

$$\alpha = SIN^{-1}( kc/k0) = SIN^{-1}(1/(a/\lambda)) \qquad (22)$$

となる。ただし、λは自由空間波長である。また、つなぐ方形導波管の幅をａ'とすると、ＴＥ10モードの平面波の伝搬角α'は遮断波数がｋｃ'＝π／ａ'であるから、

$$\alpha' = SIN^{-1}(1/(2a'/\lambda)) \qquad (23)$$

となる。また図15より、

$$a' = a\,SIN(\alpha + \xi)/\,SIN\alpha \qquad (24)$$

$$\alpha = \xi + \alpha' \qquad (25)$$

という関係があるから、これら４式よりつなぎ角ξは次のように求められる。

$$\xi = \frac{1}{2}\cos^{-1}(\sin^2\alpha + \cos 2\alpha) \qquad (26)$$

## 4．2　解析方法及び数値計算例

この変換器を、２つの方形導波管とその間の領域に分ける。そして、左から方形ＴＥ20モードが入射した場合、この領域内の電磁界を平面波の合成で表わすことにより、厳密にＴＥ10モードへの変換効率を求める。

導波管の幅をａ／λ＝3.85とすると、式(22)よりＴＥ20モードの伝搬角は15.1°となり、つなぎ角ξ＝10.6°となる。この場合、入射側の方形導波管内の伝搬モード数はＴＥ10からＴＥ70モードまでの７個、接続する導波管内の伝搬モード数は12個のオーバーサイズ導波系となる。方形導波管内の高次モード数を伝搬モード数の２倍にとり、標本点として両側壁を50等分する点をとって計算した。このときの電力の保存性を示す値PWは1.000071となり、妥当な結果が得られているといえるが、ＴＥ10モードへの変換効率が約54.8％と予想に比べて低い値となっている。これは、幾何光学で考えて接続する導波管に入射する２つの平面波の広がりｗ，ｕ（図15参照）に違いがあり、出射される平面波のうち、接続する導波管で一度反射して入射する平面波の広がりｗが、反射せずにそのまま入射する平面波の広がりｕよりも小さいため、広がりが等しい２つの平面波で励振されたことにならないためである。いまの場合、ｗとｕの比の値は0.163 となる。

## 4．3　つなぎ角に対する透過特性

次につなぎ角ξを変化させることにより、より高効率な変換器

が得られないかということを考えてみる。図16は、$\xi$を変えたときの各モードへの変換効率を示している。図中、○印のある点について計算し、

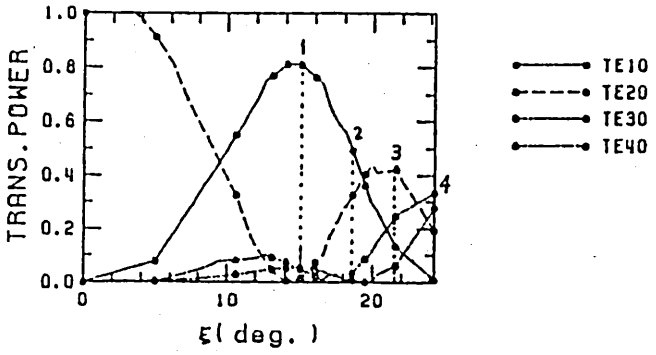



図16　つなぎ角に対する透過特性

他の点はそれを補間して求めた。計算は、方形導波管内の高次モード数を伝搬モード数の２倍とり、両側壁を50等分する点を標本点に選んである。計算した全ての点について、PWの相対誤差はほぼ0.1 %から0.01%におさまった。

図中、番号１の点は接続する導波管の管軸を出射する平面波の方向に合わせた場合であり、つなぎ角は入射側の導波管中の平面波の伝搬角に等しく、$\xi = 15.1°$である。このときのＴＥ10モードへの変換効率は約81%とかなり大きな値となっている。さらに$\xi$を大きくしていくと、平面波と管軸のなす角が４．２で述べたときの角と正負が逆になり、その導波管内のＴＥnoモード（n=1, 2,…）の伝搬角となる点が現われる。それが番号２、３、４の点であり、それぞれＴＥ10、ＴＥ20，ＴＥ30モードのときを表わす。この場合は一方向の平面波の励振となるため、対応するモードへの変換効率自身は大きな値となっていないが、他のモードへの変換効率と比較するとそのモードへの変換効率が一番大きくなっている。

以上まとめると、この方形ＴＥ20－ＴＥ10モード変換器では、平面波とそれを受ける導波管の管軸の方向を合わせれば、かなり高効率な特性が得られることになる。

## 5．実　験

本方法によって得られるモード変換効率を実験的に確かめるため、円形曲り導波管及びテーパー導波管に方形ＴＥ10モードが入射した場合の、開口からの放射パターン（放射界）を測定し、この理論により得られる値と比較する。この実験ではオーバーサイズ導波系として、Ｘバンド（周波数8～12GHz)用の導波管に35.5GHz のミリ波を伝送させている。この場合の規格化周波数はａ／λ＝2.71となり、方形導波管内の伝搬モード数はＴＥ10からＴＥ50の５個となる。

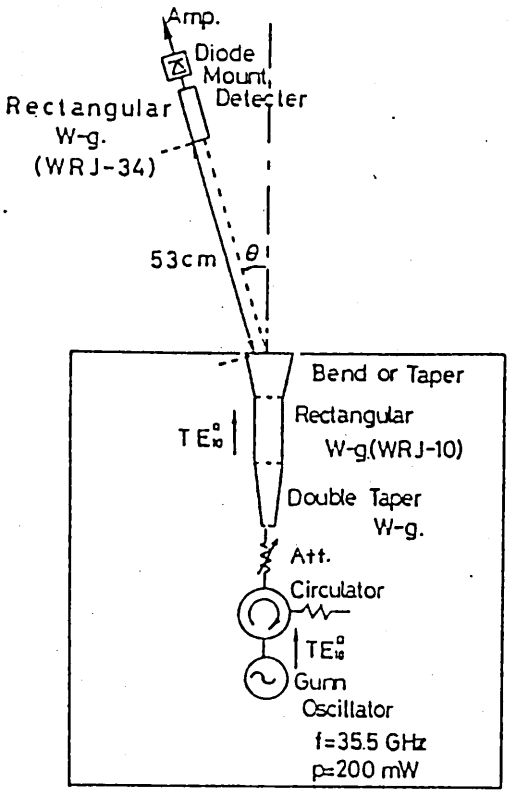
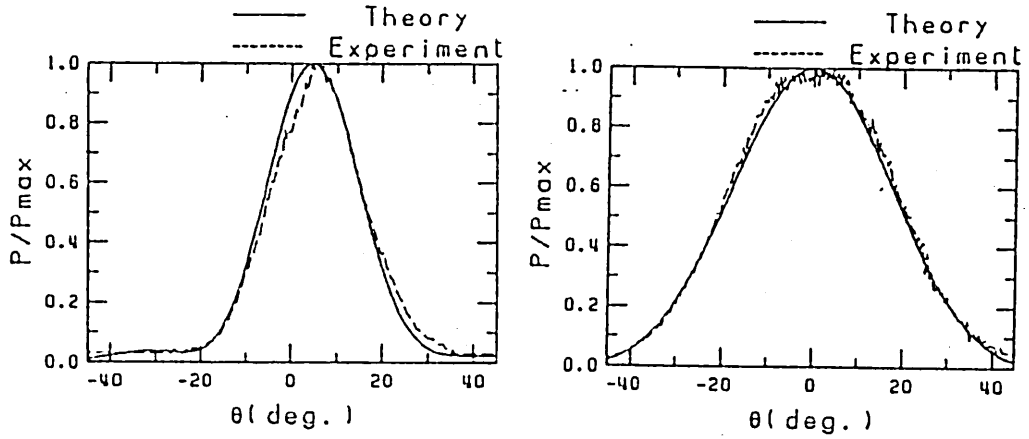



図17　導波系及び測定系

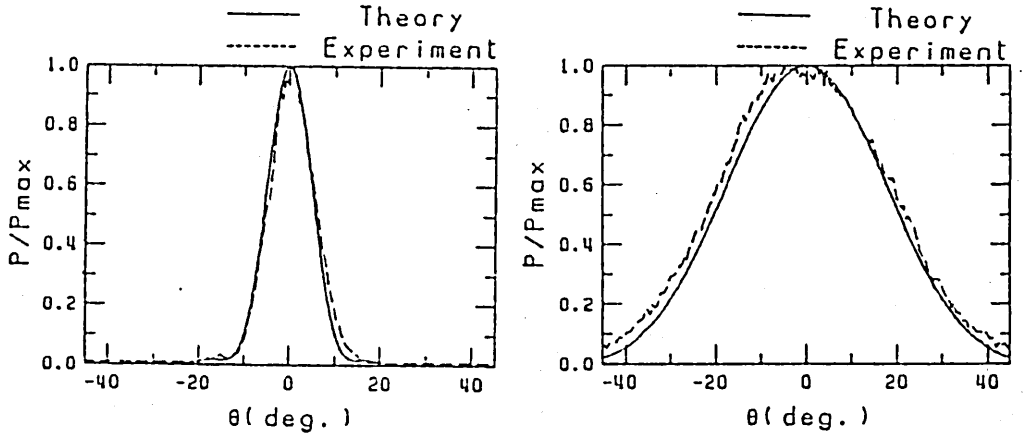
図17に実験に用いた導波系及び測定系を示す。発振器には発振周波数 35.5GHz、出力200mW のガン発振器を用いる。この出力を、ミリ波用方形導波管WRJ-34 (7.10×3.55mm²)に導き、サーキュレータ、アッテネータに通した後、テーパー導波管でＸバンド用方形導波管WRJ-10 (22.9×10.2mm²)につなぐ。これでオーバーサイズ導波管内を伝搬する方形ＴＥ10モードが得られたわけで、その先に円形曲りあるいはテーパー導波管を接続し、放射させる。パターンの測定には、受信用の方形導波管WRJ-34をとりつけた、回

転半径70cmのL字型アームを用いた。導波管開口からアンテナまでの距離は53cmで $k_0r$ の値は約400となり、十分遠方放射界を測定できると思える。このアームを回転させて、アンテナからの出力をダイオードで検波することにより、磁界面内、電界面内の放射パターンを測定した。




(a) 磁界面内　　(b) 電界面内

図18　円形曲り導波管からの放射パターン




(a) 磁界面内　　(b) 電界面内

図19　テーパー導波管からの放射パターン

円形曲り導波管については、規格化周波数ａ／λ＝2.71、規格化曲率半径ｄ／ａ＝1.09、曲げ角δ＝90°のＨ面円形90°ベンドを、テーパー導波管については、規格化周波数ａ／λ＝2.71、幅比ａ'／ａ＝2.11，規格化長ℓ／ａ＝4.37のＨ面テーパーを用いた。実験結果を図18、19に示す。これらをみると、特にパターンの立ち上がりの位置及びピークの位置などが、本方法によって得られる理論値とほぼ一致していて、本方法の有効性が確かめられたといえる。

## 6．まとめ

多モード伝送系を扱う場合、導波路に曲りやずれがあると、一般にモード変換が起こり電磁界は乱れる。ここでは、２次元波動場に限り、導波管をとりあげ、Ｈ面に不規則性のある導波系に方形ＴＥmoモードが入射した場合の電磁界を求める新しい一般的解析方法を開発した。ポイントマッチングにおける標本点のとり方については、標本点を多くとれば妥当な解が得られるようになるが、とりすぎると数値計算において連立方程式の係数行列が非正則に近いものとなり、逆にまともな解が得られなくなる。その解決法としては、側壁での境界条件を最小二乗法で合わせることなどが考えられる。さらに、３次元波動場について本方法を拡張することなどが今後の課題である。

本研究は文部省科学研究費の援助をうけた。

参考文献

1)中島、和田；高電力ミリ波モード変換回路，昭和55－57年度
文部省科学研究費補助金研究成果報告書
「波動による高温プラズマの加熱と制御」

2)木下；京都大学工学部電子工学科卒業論文 (1983-3)

RS 85 - 02

# 3個の発振器の新しい電力合成運転系

太田 勲・萩野市郎
（姫路工業大学）

1985年5月10日

輻射科学研究会資料

## 1．まえがき

マイクロ波発振器の電力を回路技術的に合成する方法は，マイクロ波固体素子の出現を契機として，多くの研究者に取り上げられてきた．それらの研究は，多数個の素子を1個の共振器に結合するいわゆる多素子発振器と，多数個の独立した発振器を，合成電力供給負荷をもつ回路系で結合して同期させる並列同期運転とに大別できる[1]．

前者は，C.T.Rucker の同軸形5素子IMPATT発振器（非共振結合回路を使用している）[2]やK.Kurokawaらによる方形空胴を用いた12素子IMPATT発振器[3] の研究を端緒として，IMPATT及びGunnダイオードやGaAs FETなどの各種素子を方形空胴，円形空胴，半同軸共振器などに装荷した種々の多素子発振器の試作，動作解析が行われている[4]-[10]．この方法は，小形で発振調整が比較的容易で，結合損失が少ないという特長をもつが，その素子数はマウント用線路と空胴の寸法や不要モード発振の抑圧などに関連して決まる．

後者は，H.Fukui[11] 及びS.Mizushina[12] により，それぞれ8個のIMPATT及び32個のトンネルダイオード発振器の電力合成が行われて以来，発振器の相互同期現象という一つの典型的な非線形現象としての理論的興味とも相まって多くの研究がなされている[13]-[18]．回路構成としては，$2^n$個の発振器を$2^n-1$個のマジックTなど3dB結合器で樹状に結合する方法と[13]-[15]，任意個数（N個）の発振器を，結合度が順次3dB,4.77dB,6dB,・・・となる N-1 個の方向性結合器で鎖状に結合する方法[16]とが代表的である．これらの並列同期運転系は，多素子発振器に比べて回路系が大形で回路調整が複雑になり，更に発振器個数の増大に伴い結合回路損失の影響が大きくなるという難点があるが，電力合成形ＭＩＣ発振器や，多素子発振器との組合せで 100個以上の素子を有する超多素子発振器を構成する方法として有用であると考えられる．

調整が簡単で，1個当りの発振器個数が多い結合回路を用いれば，上記の並列同期運転法の短所を軽減することができる． S.Mizushinaらは，短スロット結合器で結合された3個の（多素子）発振器系を基本とした回路形状の簡素な電力合成運転系を構成して興味深い結果を得ているが[17]-[18]，各発振器間の結合が対等でないことや，結合動作状態での周波数調整により同期特性を最適化するため，同期特性の解析が困難で回路調整が複雑と思われる．

本論文では，新しく開発した完全整合形6端子対回路を用いて，3個の発振器を回転対称に結合した電力合成運転系について述べる．この回路系は，2個の発振器のマジックT結合系と同様に，各発振器間の結合が対等で，且，同期特性調整用回路をもつので，同期特性の解析や回路調整が容易であるという特長を有する．

まず，結合回路の構造とその回路特性を明らかにした後，それを用いた電力合成運転系の構成法について述べる．次いで，定常解を求めると共に，その安定判別を行い，各同期モードが安定となる回路条件を導き，特に電力合成モードについて詳しく議論する．最後に，試作結合回路の特性の測定と3個のGunn発振器で構成した並列同期運転の実験を行い，解析から得られた電力合成モードが安定に実現されることを確認する．

## 2．結合回路の構造とその特性

図1に示すように，回転対称なH面Y形接合の両H面に，回転軸と一致する管軸をもつ同軸線路と円形導波管を接続した回路[*]について考える．なお，各導波管と同軸線路は，基本波のみが伝搬できる寸法に選ばれているものとする．同図に示すように，各開口に番号を附し，方形導波管については回転軸から等しい距離に基準面 $t_1$～$t_3$ を，同軸線路については接合部から十分離れた適当な位置に基準面 $t_4$を，円形導波管については，図2に示すように直交する2

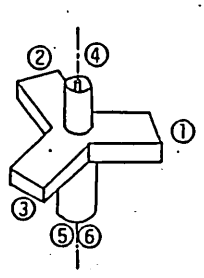


図1　回路の概形

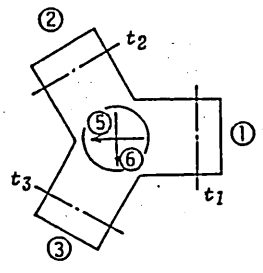


図2　円形導波管側の開口番号

つのTE$_{11}$モードに基づいて開口⑤, ⑥を決め，接合から適当な距離だけ離れた同じ位置に基準面$t_5$, $t_6$を定めるものとする．

次に，各基準面における散乱行列$[S]$について検討する．開口④からのTEM波入射の場合，その電磁界分布と回路の対称性から考えて，開口⑤, ⑥へはTE$_{11}$モードは励振されないが，開口①~③へは同じ振幅のTE$_{10}$モードが励振される．従って，次の関係式が得られる．

$$S_{54} = S_{64} = 0 \tag{1}$$

$$S_{14} = S_{24} = S_{34} = \alpha \tag{2}$$

なお，開口⑤と⑥は分離しているので

$$S_{56} = S_{65} = 0 \tag{3}$$

が成立する．又，開口①，②，③相互間の結合と各反射特性は等しいので次式が成り立つ．

$$S_{12} = S_{13} = S_{21} = S_{23} = S_{31} = S_{32} = \beta \tag{4}$$

$$S_{11} = S_{22} = S_{33} = \gamma \tag{5}$$

更に，開口⑥の偏波方向と開口①を伝搬するモードを考察すれば，次の関係を得る．

$$S_{16} = S_{61} = 0 \tag{6}$$

いま，何らかの方法で開口④及び⑤からの入力に対して，回路の対称性を損なうことなく整合がとれたものとすれば，次式とできる．

$$S_{44} = S_{55} = S_{66} = 0 \tag{7}$$

次に，

$$S_{15} = \delta \tag{8}$$

とおけば，図2の回路形状から分かるように

$$S_{25} = S_{35} = -\delta \cos 60° \tag{9}$$

$$S_{26} = -S_{36} = \delta \cos 30° \tag{10}$$

を得る．

式(1)~(10)と可逆性を用いれば，散乱行列は

$$[S] = \begin{bmatrix} \gamma & \beta & \beta & \alpha & \delta & 0 \\ \beta & \gamma & \beta & \alpha & -\delta/2 & \sqrt{3}\delta/2 \\ \beta & \beta & \gamma & \alpha & -\delta/2 & -\sqrt{3}\delta/2 \\ \alpha & \alpha & \alpha & 0 & 0 & 0 \\ \delta & -\delta/2 & -\delta/2 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \sqrt{3}\delta/2 & -\sqrt{3}\delta/2 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \tag{11}$$

と書ける．接合を無損失とすれば，$[S]$のユニタリ性から次の諸式が導かれる．

$$3|\alpha|^2 = 1, \quad (3/2)|\delta|^2 = 1 \tag{12a,b}$$

$$|\gamma|^2 + 2|\beta|^2 + |\alpha|^2 + |\delta|^2 = 1 \tag{12c}$$

$$\gamma\beta^* + \beta\gamma^* + |\beta|^2 + |\alpha|^2 - |\delta|^2/2 = 0 \tag{12d}$$

$$(\gamma + 2\beta)\alpha^* = 0, \quad (\gamma - \beta)\delta^* = 0 \tag{12e,f}$$

式(12a,b)から，基準面$t_1$~$t_3$と$t_4$の位置を$\alpha$が正の実数となるように，基準面$t_5$を$\delta$が正の実数となるように選べば，

$$\alpha = 1/\sqrt{3} \tag{13}$$

$$\delta = \sqrt{2/3} \tag{14}$$

となり，これらと式(12c)から次式を得る．

$$\beta = \gamma = 0 \tag{15}$$

式(13)~(15)は残りの式(12d)~(12f)を満たしている．これらを式(11)へ代入することにより，本回路の散乱行列として次の式を得る．

$$[S] = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 1/\sqrt{3} & \sqrt{2/3} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1/\sqrt{3} & -1/\sqrt{6} & 1/\sqrt{2} \\ 0 & 0 & 0 & 1/\sqrt{3} & -1/\sqrt{6} & -1/\sqrt{2} \\ 1/\sqrt{3} & 1/\sqrt{3} & 1/\sqrt{3} & 0 & 0 & 0 \\ \sqrt{2/3} & -1/\sqrt{6} & -1/\sqrt{6} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1/\sqrt{2} & -1/\sqrt{2} & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \tag{16}$$

次に，この回路の特性を知るために，開口①，②，③から等振幅の波が，次の3つの位相関係で入射した場合について検討する．

(a)3波とも同位相の場合

$$[b] = [S]\,{}^t[a, a, a, 0, 0, 0] = {}^t[0, 0, 0, \sqrt{3}a, 0, 0] \tag{17a}$$

（左肩添え字$t$は転置）

となり，同位相合成されて，出力は全て④の同軸線路に現れる．

(b)①，②，③へ順次$2\pi/3$ずつ位相が進んでいる場合

$$[b] = [S]\,{}^t[a, ae^{j2\pi/3}, ae^{j4\pi/3}, 0, 0, 0] = {}^t[0, 0, 0, 0, \sqrt{3/2}a, j\sqrt{3/2}a] \tag{17b}$$

出力は全て左旋円偏波となって円形導波管へ合成される．

(c)逆に，$2\pi/3$ずつ遅れた位相の場合

$$[b] = [S]\,{}^t[a, ae^{-j2\pi/3}, ae^{-j4\pi/3}, 0, 0, 0] = {}^t[0, 0, 0, 0, \sqrt{3/2}a, -j\sqrt{3/2}a] \tag{17c}$$

右旋円偏波となって円形導波管へ合成される．

上記の特性から，マジックTに対応させてマジックYと呼称した'**'．本回路は，ここで扱う発振器の並列同期運転に加えて，電力の分配，合成，受動・能動円偏波発生器などへの応用も考えられる（付録参照）．

## 3．電力合成運転系の回路構成とその定常解

図3に示すように，方形導波管側に3個の発振器を回転対称に，円形分岐には発振器基準面での電圧反射係数が$\Gamma_c$なる回転対称な反射係

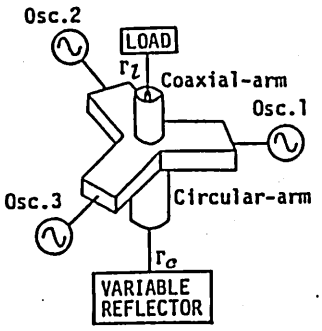



図3　電力合成運転系の回路構成

数可変回路を，同軸分岐には反射係数 $\Gamma_l$ の負荷を接続する．本回路系では，各発振器が同位相同期状態の時負荷に合成電力を供給できる．

対称な発振器基準面から，負荷を含めて結合回路側を見たアドミタンス行列を $[Y]$ で表わす．次に，各発振器のパラメタは自由発振周波数を除いて全て等しいと仮定して，Osc. $p$ のアドミタンス

$$Y_{Gp} = G_e(V_p) + G_R + j2Q_e(\omega - \omega_{0p})/\omega_0 \quad (18)$$

から次の対角行列を定義する．

$$[Y_G] = \mathrm{diag}[Y_{G1}, Y_{G2}, Y_{G3}] \quad (19)$$

ここに，$G_e(V_p)$ は電子コンダクタンス，$\omega_{0p}$ は自由発振角周波数，$\omega_0 = (\omega_{01} + \omega_{02} + \omega_{03})/3$，$Q_e$ は外部Qである．

電圧ベクトルを $v$ として，式(18),(19)を用いれば，図3の回路系では次式が成立する．

$$([Y] + [Y_G])v = 0 \quad (20)$$

いま，$\omega_{0p}$ が全て等しいとして，回路系と各発振器の対称性から $V \equiv V_p$ 即ち $Y_G \equiv Y_{Gp}$ を仮定すれば，式(20)は $[Y]$ の固有値問題となる．$y_i$ を $[Y]$ の固有値，$u_i$ をそれに対応する固有ベクトルとすれば，それらは本結合回路の特性と3回割の回転対称性から

$$y_1 = \frac{1 - \Gamma_l}{1 + \Gamma_l}, \quad u_1 = \frac{1}{\sqrt{3}}\begin{bmatrix}1\\1\\1\end{bmatrix} \quad (21a,b)$$

$$y_2 = \frac{1 - \Gamma_c}{1 + \Gamma_c}, \quad u_2 = \frac{1}{\sqrt{3}}\begin{bmatrix}1\\e^{j4\pi/3}\\e^{j2\pi/3}\end{bmatrix} \quad (22a,b)$$

$$y_3 = y_2, \quad u_3 = \frac{1}{\sqrt{3}}\begin{bmatrix}1\\e^{j2\pi/3}\\e^{j4\pi/3}\end{bmatrix} \quad (23a,b)$$

で与えられるので，定常解は次のようになる．

(a)同相同期

$$Y_G + y_1 = 0, \quad v = \sqrt{3}Vu_1 \quad (24)$$

この同期モードは，式(17a) から分かるように同軸分岐の負荷へ合成電力を供給するので，電力合成モードとなり，各発振器は同じ負荷が接続された単一発振器の動作状態と等価になる．

(b)3相同期

$$Y_G + y_2 = 0, \quad v = \sqrt{3}Vu_2 \quad (25a)$$

$$Y_G + y_3 = 0, \quad v = \sqrt{3}Vu_3 \quad (25b)$$

これらの同期モードの場合には，式(17b,c)から明らかなように，電力は負荷側へは供給されず，円形分岐の結合回路で消費される．

## 4．解の安定判別と電力合成回路条件

本章では，3．で求めた定常解の安定判別を行う．いま，Osc. $p$ の電圧振幅と位相が $i$ 番目 ($i = 1,2,3$) の定常値から，それぞれ $\delta V_p$，$\delta\theta_p$ だけ微少に変化したとすれば，その電圧ベクトルは1次近似で次のようになる．

$$v = v_{is} + \delta V_i + jV\delta\theta_i \quad (26)$$

ここに，$v_{is} = \sqrt{3}Vu_i$ である．又，$\theta_1$，$\theta_2$，$\theta_3$ を $i$ 番目モードの各発振器の定常位相，

$$\delta V = \begin{bmatrix}\delta V_1\\ \delta V_2\\ \delta V_3\end{bmatrix}, \quad \delta\theta = \begin{bmatrix}\delta\theta_1\\ \delta\theta_2\\ \delta\theta_3\end{bmatrix} \quad (27a,b)$$

とするとき

$$\delta V_i = \mathrm{diag}[e^{j\theta_1}, e^{j\theta_2}, e^{j\theta_3}]\delta V \quad (28a)$$

$$\delta\theta_i = \mathrm{diag}[e^{j\theta_1}, e^{j\theta_2}, e^{j\theta_3}]\delta\theta \quad (28b)$$

式(26)を式(20)へ代入して，$v_p$ にかかるアドミッタンス中の $j\omega$ が動的には $dv_p/dt$ を意味することに注意すれば'＊'次式を得る．

$$\sum_{r=1}^{3} Y_{pr}v_r + \{G_e(V + \delta V_p) + G_R + j(2Q_e/\omega_0) \cdot(\omega - \omega_0) + j\frac{2Q_e}{\omega_0}(\frac{d\delta\theta_p}{dt} - j\frac{1}{V + \delta V_p}\frac{d\delta V_p}{dt})\}v_p = 0$$
$$(p = 1, 2, 3) \quad (29)$$

ここに，結合回路には周波数特性がないものと仮定した．

式(29)を微少項に関して1次近似し，行列表示すれば次のようになる．

$$([Y] + Y_G[U])(v_{is} + \delta V_i + jV\delta\theta_i) + s\delta V_i + (d\delta V_i/d\tau + jVd\delta\theta_i/d\tau) = 0 \quad (30)$$

ここに，$s = (dG_e/dV)_V V$，$[U]$ は単位行列である．又，$\tau = (\omega_0/2Q_e)t$ と変数変換している．式(30)へ定常関係式

$$([Y] + Y_G[U])v_{is} = 0 \quad (31)$$

を代入して，$[Y]$ をスペクトル表示すれば次式を得る．

$$\sum_{k=1}^{3}[u_k\cdot\{(y_k + Y_G)(\delta V_i + jV\delta\theta_i) + s\delta V_i + (d\delta V_i/d\tau + jVd\delta\theta_i/d\tau)\}]u_k = 0 \quad (32)$$

ここに，$\tilde{u}_k$ は $u_k$ の随伴ベクトル．

$u_k$ は，正規直交系をなすので，式(32)において $u_k$ の各係数が0でなければならない．

いま，$i$ 番目の定常解

$$Y_G + y_i = 0 \tag{33}$$

を，式(32)の各係数に代入することによって

$$\tilde{u}_k\cdot\{(y_k - y_i)(\delta V_i + jV\delta\theta_i) + s\delta V_i + d\delta V_i/d\tau + jVd\delta\theta_i/d\tau\} = 0 \quad (k = 1, 2, 3) \tag{34}$$

を得る．

式(34)を用いて，次の各同期モードの安定条件を求める．

(a)同相同期（電力合成同期）モード

この場合，$\delta V_1 = \delta V$，$\delta\theta_1 = \delta\theta$ であることに注意すれば，式(34)は次のようになる．

$$\frac{d(\tilde{u}_1\cdot\delta V)}{d\tau} + s(\tilde{u}_1\cdot\delta V) + jV\frac{d(\tilde{u}_1\cdot\delta\theta)}{d\tau} = 0 \tag{35}$$

$$\tilde{u}_k\cdot[\{d\delta V/d\tau + s\delta V + \mathrm{Re}(y_k - y_1)\cdot\delta V - V\mathrm{Im}(y_k - y_1)\cdot\delta\theta\} + j\{Vd\delta\theta/d\tau + V\mathrm{Re}(y_k - y_1)\cdot\delta\theta + \mathrm{Im}(y_k - y_1)\cdot\delta V\}] = 0 \quad (k = 2, 3) \tag{36}$$

$u_1$ と $\delta V$, $\delta\theta$ は実ベクトルであるので，式(35)から次の2式を得る．

$$d(\tilde{u}_1\cdot\delta V)/d\tau + s(\tilde{u}_1\cdot\delta V) = 0 \tag{37a}$$

$$d(\tilde{u}_1\cdot\delta\theta)/d\tau = 0 \tag{37b}$$

一方，式(36)から，同式の［ ］内が実ベクトル$u_1$に比例しなければならないので，［ ］内の実部と虚部が各々 $u_1$ に比例することになり

$$d(\tilde{u}_k\cdot\delta V)/d\tau + \{s + \mathrm{Re}(y_k - y_1)\}(\tilde{u}_k\cdot\delta V) - \mathrm{Im}(y_k - y_1)\cdot V(\tilde{u}_k\cdot\delta\theta) = 0 \tag{38a}$$

$$Vd(\tilde{u}_k\cdot\delta\theta)/d\tau + \mathrm{Re}(y_k - y_1)\cdot V(\tilde{u}_k\cdot\delta\theta) + \mathrm{Im}(y_k - y_1)\cdot(\tilde{u}_k\cdot\delta V) = 0 \quad (k = 2, 3) \tag{38b}$$

を得る．式(37a)から，$(\tilde{u}_1\cdot\delta V)$ が時間と共に減衰するためには，

$$s > 0 \tag{39}$$

でなければならない．通常，自励発振器では $s = 2$ であるので，この条件は満足されていると考えられる．式(37b)からは特に制約条件は導かれない．

次に，$\delta V$ と $\delta\theta$ の $u_2$ 及び $u_3$ 成分が時間と共に定常点に復帰するための条件は，式(38)から導かれる次の特性方程式の根 $\lambda$ の実部が負となることである．

$$\begin{vmatrix} s + \mathrm{Re}(y_c - y_1) + \lambda & -\mathrm{Im}(y_c - y_1)\cdot V \\ \mathrm{Im}(y_c - y_1)/V & \mathrm{Re}(y_c - y_1) + \lambda \end{vmatrix} = 0 \tag{40}$$

ここに，

$$y_c \equiv y_2 = y_3 = (1 - \Gamma c)/(1 + \Gamma c) \tag{41}$$

式(40)の $\lambda$ が2根とも負の実部をもつための必要十分条件は次の2式となる．

$$s + 2\mathrm{Re}(y_c - y_1) > 0 \tag{42a}$$

$$s\mathrm{Re}(y_c - y_1) + \{\mathrm{Re}(y_c - y_1)\}^2 + \{\mathrm{Im}(y_c - y_1)\}^2 > 0 \tag{42b}$$

(b)3相同期

まず，第2モード（$i = 2$）について検討する．式(34)と式(41)から次の関係を得る．

$$\tilde{u}_1\cdot\{(y_1 - y_c)(\delta V_2 + jV\delta\theta_2) + s\delta V_2 + d\delta V_2/d\tau + jVd\delta\theta_2/d\tau\} = 0 \tag{43}$$

$$\tilde{u}_2\cdot(s\delta V_2 + d\delta V_2/d\tau + jVd\delta\theta_2/d\tau) = 0 \tag{44}$$

$$\tilde{u}_3\cdot(s\delta V_2 + d\delta V_2/d\tau + jVd\delta\theta_2/d\tau) = 0 \tag{45}$$

一方，各固有ベクトルと $\delta V_2$, $\delta\theta_2$ との内積は，次のように書き直すことができる．

$$\tilde{u}_1\cdot(\delta V_2, \delta\theta_2) = ({}^t u_{3R} - j\,{}^t u_{3I})\cdot(\delta V, \delta\theta) \tag{46a}$$

$$\tilde{u}_2\cdot(\delta V_2, \delta\theta_2) = \tilde{u}_1\cdot(\delta V, \delta\theta) \tag{46b}$$

$$\tilde{u}_3\cdot(\delta V_2, \delta\theta_2) = ({}^t u_{3R} + j\,{}^t u_{3I})\cdot(\delta V, \delta\theta) \tag{46c}$$

ここに，$u_{3R}$，$u_{3I}$を実ベクトルとして

$$u_3 = u_{3R} + ju_{3I}. \tag{47}$$

式(46b)から $\tilde{u}_2\cdot(\delta V_2, \delta\theta_2)$ は実数であるので，式(44)は式(37)と同じとなる．従って，この式から制約条件は導出されない．

次に，式(46a,c)を各々式(43)と(45)へ代入して，実部，虚部に分ければ次のようになる．

$$d\delta V_R/d\tau + Vd\delta\theta_I/d\tau + s\delta V_R + \mathrm{Re}(y_1 - y_c)\cdot(\delta V_R + V\delta\theta_I) + \mathrm{Im}(y_1 - y_c)(\delta V_I - V\delta\theta_R) = 0 \tag{48a}$$

$$d\delta V_I/d\tau - Vd\delta\theta_R/d\tau + s\delta V_I + \mathrm{Re}(y_1 - y_c)\cdot(\delta V_I - V\delta\theta_R) - \mathrm{Im}(y_1 - y_c)(\delta V_R + V\delta\theta_I) = 0 \tag{48b}$$

$$d\delta V_R/d\tau - Vd\delta\theta_I/d\tau + s\delta V_R = 0 \tag{49a}$$

$$d\delta V_I/d\tau + Vd\delta\theta_R/d\tau + s\delta V_I = 0 \tag{49b}$$

ここに，$\delta V_{R,I} = {}^t u_{3R,I}\cdot\delta V$，$\delta\theta_{R,I} = {}^t u_{3R,I}\cdot\delta\theta$．

式(48),(49)から次の特性方程式が導かれる．

$$\lambda^4 + p_3\lambda^3 + p_2\lambda^2 + p_1\lambda + p_0 = 0 \tag{50}$$

ここに，

$$y_R = \mathrm{Re}(y_1 - y_c),\quad y_I = \mathrm{Im}(y_1 - y_c) \tag{51a,b}$$

とするとき

$$p_0 = s^2(y_R^2 + y_I^2)/4 \tag{52a}$$

$$p_1 = s(y_R^2 + y_I^2 + sy_R) \tag{52b}$$

$$p_2 = y_R^2 + y_I^2 + 3sy_R + s^2 \tag{52c}$$

$$p_3 = 2(y_R + s) \tag{52d}$$

式(50)に，Routh-Hurvitz の安定判別法を適用して，全ての根が負の実数部をもつための必要

十分条件を求めれば，$p_0 > 0$ であるから

$$p_1 > 0, \quad \begin{vmatrix} p_1 & p_0 \\ p_3 & p_2 \end{vmatrix} > 0 \qquad (53a,b)$$

$$\begin{vmatrix} p_1 & p_0 & 0 \\ p_3 & p_2 & p_1 \\ 0 & 1 & p_3 \end{vmatrix} > 0 \qquad (53c)$$

となる．式(53)が全て満足される条件を導けば次式となる．

$$\{\mathrm{Im}(y_1 - y_c)\}^2\{s + 2\mathrm{Re}(y_1 - y_c)\} + 2\mathrm{Re}(y_1 - y_c)\{s + \mathrm{Re}(y_1 - y_c)\}^2 > 0 \qquad (54)$$

第３モードについては，添え字の２と３を互換すれば，上と全く同じ議論が展開されるので得られる条件は，式(54)と同じになる．

以上で得られた条件式(42)と(54)を用いて，電力合成のための回路条件について検討する．いま，整合負荷が接続されているとして，

$$y_1 = 1 \quad (\Gamma_l = 0) \qquad (55)$$

とおき，更に，

$$s = 2 \qquad (56)$$

の場合について，式(42)を満足する $y_c$ ($\Gamma_c$) の範囲，即ち電力合成モードが成立するための結合回路条件を図示すれば，図４のＡ領域となる．同じく，式(55),(56) の条件の下で式(54)が成立しない，即ち他モードが生じない結合回路条件を求めれば，同図のＢ領域となる．これら両者の共通領域（Ｂ領域）に $\Gamma_c$ を設定すれば，電力合成モードのみが安定に実現されることになる．

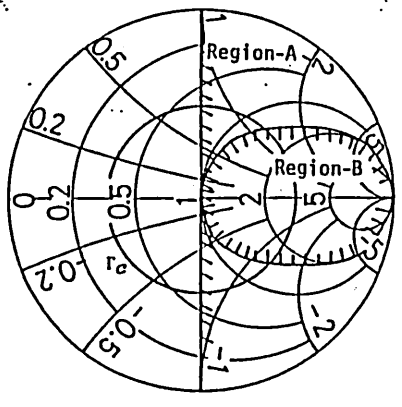
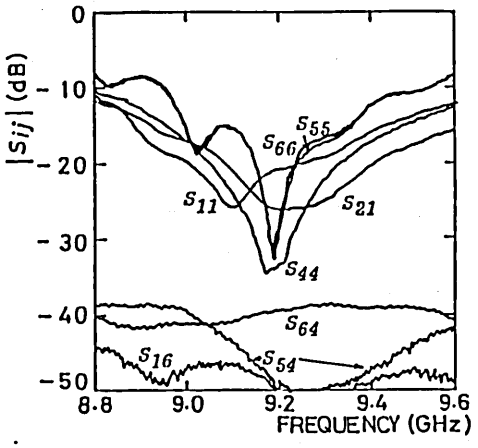



図4　整合負荷が接続された場合の結合回路スミス・アドミタンス図表上における電力合成同期安定範囲（Region-A）と３相同期不安定範囲（Region-B）

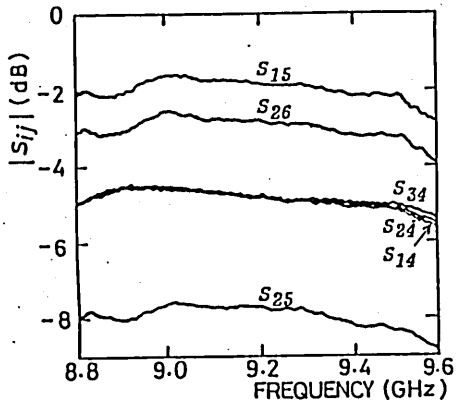
## ５．実験

### ５．１　結合回路の特性

方形導波管にはWRJ-10標準導波管を，円形分岐側には直径が22mmの円形導波管を，同軸分岐にはＮ形ピックアップコネクタを用い，中心周波数を9.2GHzとして図１の回路を試作した．HP社製8755S スカラ・ネットワークアナライザで，Ｓパラメタを測定した結果の一部を図５に示している．なお，同軸側からの整合は探針の太さと挿入長を，円形分岐側からのそれは円孔窓の直径（16.2 mm)と挿入位置（方形導波管Ｈ面壁から11.8 mm の位置）を調整して行った．周波数帯域はあまり広くないが，中心周波数では，式(16)の各要素の大きさとよく一致している．今後，この回路の応用面を拡大するためには，広帯域化が重要な課題と思われる．




(a)　反射・分離特性




(b)　分配特性

図５　結合回路の周波数特性

## 5．2　電力合成運転

実験には，中心周波数($f_0$) 9.2GHzにおいて出力が各々 34.9，33.3，36.5 mW，外部Qが 286，428，300の３個のGunn発振器を用いた．自由発振周波数を全て9.2GHzに調整して，$|\Gamma_c|$ = 0.48 一定で arg $\Gamma_c$ を変化させた場合（図４参照）の電力合成率$\eta_a$と同期周波数 $f$の測定結果を図６に示した．

電力合成モードは図４のＢ領域よりやや広い範囲で成立している．電力の合成効率は96.5%で，同期周波数はほぼ自由発振周波数に等しくなっている．

３相同期時には，図中に○や●で示すように，回路調整の仕方によって２通りの状態のうちどちらか一方が励起される．同期周波数は，両者とも殆ど同じであったので，差異の大きい点以外は△で示している．同期周波数の自由発振周波数からの偏りの最大値は，３者の平均の外部Q値 338をもつ単一発振器に $|\Gamma_c|$ = 0.48 なる負荷が接続された場合の発振周波数の最大変移約 13.1MHzに近い値になっている．なお，図中●，▲に小さい跳躍がみられるが，これは，いずれかの発振器の動作点が微少に変化したためと考えられる．

図７には，arg $\Gamma_c$ を電力合成同期の中央に固定したときの離調特性の測定結果を示している．同図 (a)は，Osc.2 とOsc.3 を9.2GHzに固定して，Osc.1 の周波数を変えた場合の電力合成率と同期周波数である．(b)はOsc.2 を9.2GHzに固定し，Osc.1 とOsc.3 の周波数を上下へ同じだけ変化させた場合の結果である．各発振器の離調が大きくなると，位相差が生じ出力の一部は円形導波管側へ供給される．そのため電力合成率が低下し，同期周波数が変化するものと考えられる．

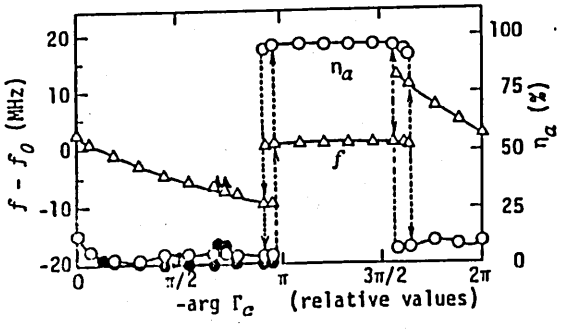
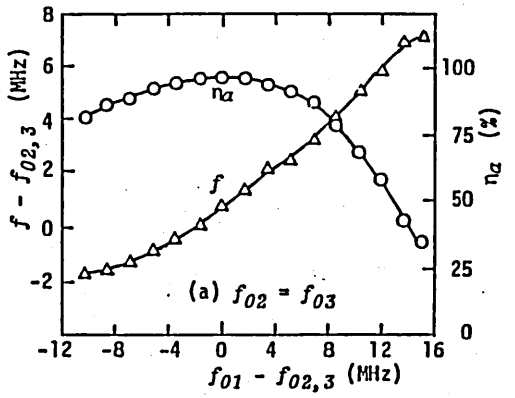



図６　電力合成率と同期周波数の測定結果



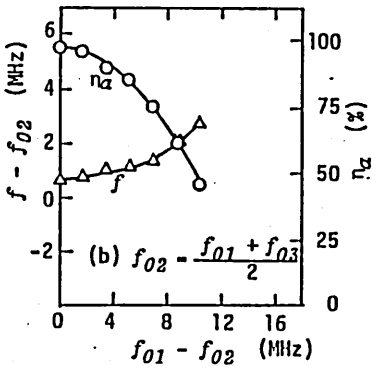




図7　自由発振周波数が異なる場合の測定結果

## 6．むすび

まず，３個の発振器を回転対称に結合して電力合成運転系を構成することが可能な，完全整合形６端子対回路について述べた．この回路は，マジックＴに対して３本の方形導波管が両側主線路に，同軸線路がＨ分岐に，円形導波管を伝搬する右旋・左旋円偏波がＥ分岐に対応した類似性がある．また，Ｓパラメタの測定を行いこれらの特性を確認した．

次に，本結合回路を用いて回転対称に結合された３個の発振器の電力合成運転系について，理論的，実験的検討を行なった．理想的な系では，同相同期と２種類の３相同期（互いに位相が120°異なる）の３状態が励振され得るが，電力合成が可能な同相同期のみを安定に，他モードを不安定にすることが広い回路範囲にわたって可能であること，更に，対称な２個の発振器

のマジックT結合並列運転系と同様に，同相（電力合成）同期状態では系と同じ負荷が接続された単一発振器の発振状態と等価になることなどが明らかになった．また，本回路系は発振器や負荷と分離した調整用回路を有するので，回路調整が容易であるという特長をもつ．

更に多数個の発振器を回転対称に結合した系も，同じように電力合成が可能であると考えられるので，多数個の発振器の結合が可能な回路の開発は興味ある課題である．また，多素子発振器を用いて，本運転系や，本結合回路とマジックTとを組み合わせた6個の発振器系及び本結合回路のみによる3ⁿ個の発振器系を構成することは，素子数増大の有効な一方法と考えられる．

## 文　献


(1)Russel,K.J.: "Microwave power combining techniques", IEEE Trans. Microwave Theory & Tech., MTT-27, 5, pp.472-478 (May 1979).

(2)Rucker, C.T.: "A multiple-diode high-average-power avalanche-diode oscillator", IEEE Trans. Microwave Theory & Tech., MTT-17, 12,pp.1156-1158(Dec.1969).

(3)Kurokawa,K. and Magalhaes,F.M.: "An X-band 10-watt multiple-IMPATT oscillator", Proc.IEEE, 59, 1, pp. 102-103 (Jan.1971).

(4)Kurokawa, K.: "The single-cavity multiple-device oscillator",IEEE Trans. Microwave Theory & Tech., MTT-19, 10, pp.793-801 (Oct. 1971).

(5)Nogi,S. and Fukui,K.: "Optimum design and performance of a microwave ladder oscillator with many diode mount pairs", IEEE Trans. Microwave Theory & Tech., MTT-30, 5, pp.735-743 (May 1982).

(6)Materka,A. and Mizushina,S.: "A waveguide-cavity multiple device FET oscillator", IEEE Trans. Microwave Theory & Tech., MTT-30, 8, pp.1237-1241 (Aug.1982).

(7)太田，古川，牧島: "導波管形多素子FET発振器",昭和58中国連大 41106.

(8)Madihian,M. and Mizushina,S.: "A 3M-device cavity-type power combiner", IEEE Trans. Microwave Theory & Tech., MTT-31, 9, pp.731-736 (Sept. 1983).

(9)Harp,R.S. and Stover,H.L.: "Power combining X-band IMPATT circuit modules",presented at the IEEE Int. Solid-state Circuit Conf., 1973.

(10)豊田："同軸形多素子発振器",昭和59信学光・電波全大 155.

(11)Fukui,H.: "Frequency locking and modulation of microwave silicon avalanche diode oscillator", Proc. IEEE, 54, 10, pp.1475-1477 (Oct. 1966).

(12)Mizushina,S.: "2ⁿ oscillators combined with 3-dB directional couplers for output power summing", Proc. IEEE, 55, 12, pp.2166-2167 (Dec. 1967).

(13)池上，福井："マジックT結合並列運転発振器"，信学誌，49，11，pp.2439-2446（昭42-11）.

(14)大越，小谷："ガン発振器の並列同期運転とその雑音特性"，信学会マイクロ波研資，MW69-70（1970-02）.

(15)岡部，岡村："多発振器の並列運転系の安定性および雑音"，信学論(B)，53-B，12，pp.743-754（昭45-12）.

(16)Nakajima,M.: A proposed multistage microwave power combiner",Proc.IEEE, 59, 2, pp.242-243(Feb. 1973).

(17)太田，福井："2個の発振器の非対称並列運転"，信学論(B)，60-B，6，pp.403-410（昭52-06）.

(18)牧野，中島，池上："発振器電力合成系の同期安定性"，信学論(B)，J62-B，4，pp.337-344（昭54-04）.

(19)Mizushina,S., Kondoh,H. and Ashiki,M.: "Corporate and tandem structures for combining power from 3ⁿ and 2N+1 oscillators", IEEE Trans.Microwave Theory & Tech., MTT-28, 12, pp.1428-1432 (Dec. 1980).

(20)Madihian,M. and Mizushina,S.: "Combining the powers from multiple-device oscillators", IEEE Trans. Microwave Theory & Tech., MTT-30, 8, pp.1228-1233 (Aug. 1982).

(21)太田，北垣："高Q安定化空胴を装荷した並列運転発振器"，信学論(B)，J66-B，1，pp.9-16（昭58-01）.

(22)浅屋："並列運転発振器における発振モードの安定性解析"，信学論(B)，J66-B，11，pp.1378-1385(昭58-11).

(23)太田："新しい完全整合形6端子対回路（マジックY）について",昭60信学総全大 792.

(24)Kurokawa,K.: "Some basic characteristics of broadband negative resistance oscillators", Bell Syst. Tech. J., 48, 6, pp.1937-1955 (July-Aug. 1969).

(25)カプチンスキー（関根訳）："電子回路と振動論"，商工出版，pp.49-52 (1959).


## 付録．結合回路の特徴と応用

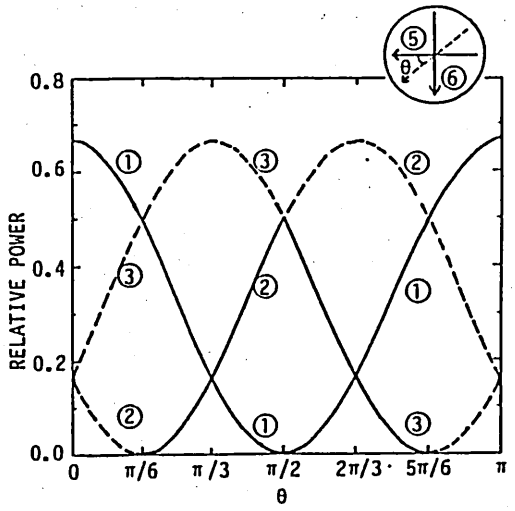
### A．1　3等電力の合成と分配

式(17)に関連して本文で述べたように，3個の方形導波管から等振幅の波が入射した場合，3者の位相関係に応じて同軸線路および円形導波管へ左旋あるいは右旋円偏波として3電力は完全に合成される．

逆に，同軸側からの入力は3個の方形導波管へ同位相で3等分され，円形導波管側から入射した場合には，入力波が右旋円偏波であれば，①，②，③へ順次 $2\pi/3$づつ進んだ位相関係で，左旋円偏波であれば逆に遅れた位相関係で入力は完全に3等分される．

### A．2　直線偏波入力の場合の分配特性

円形導波管側から直線偏波が入射した場合，その偏波方向に応じた電力比で方形導波管側へ3分割される．図A1に示すように入力波の偏




図Ａ１　偏波方向と電力分配比

波面が⑤の偏波面とθだけ傾いているとすれば，本文式(16)から散乱波ベクトルは次のようになる．

$$[b] = [S]\,{}^{t}[0,\ 0,\ 0,\ 0,\ \alpha\cos\theta,\ \alpha\sin\theta]$$
$$= {}^{t}[\sqrt{2/3}\alpha\cos\theta,\ \sqrt{2/3}\alpha\cos(\theta-2\pi/3),\ \sqrt{2/3}\alpha\cos(\theta-4\pi/3),\ 0,\ 0,\ 0] \qquad (A1)$$

式(A1)を用いてθに対する各方形導波管への電力分配比を計算すれば，図Ａ１のようになる．同図では，開口①への出力に対して，開口②及び③の出力が同相のときは実線で，逆相のときは破線で示している．

### Ａ．３　円偏波発生器

［A3-1］受動円偏波発生器

開口①，②，③へ順次電気長がπ/3ずつ短くなるように短絡すれば，同軸側からの入射波は，左旋円偏波となって円形導波管へ伝送される．逆に，π/3ずつ長くすれば，右旋円偏波発生器が構成される．

［A3-2］能動円偏波発生器

上記の短絡位置に，特性の等しい反射形増幅器を接続すれば，入力波は増幅されて左旋・右旋円偏波として円形導波管側へ伝送される．

### Ａ．４　電力合成形円偏波発振器

本文では，第２モードと第３モードが縮退した回路系を用いているが，両モードに対する固有値を分離して円形導波管側から合成出力を取り出す回路構成とすれば，３個の発振器の出力は左旋・右旋円偏波に完全合成される．

輻射科学研究会
(RS 85-03)

# 導波管形電力合成増幅器

大阪工業大学
豊田幸弘　稲岡幸雄

昭和60年5月10日

# 導波管形電力合成増幅器

あらまし　この論文は導波管反射形および透過形電力合成増幅器について述べる．導波管反射形電力合成増幅器の構造は導波管の中央に導体棒の下にインパットダイオード（以下インパットダイオードを能動素子と略記する）を装荷し，後方に短絡板をおいている．能動素子の前方には間隔$\ell$を隔てて導体棒の下に能動素子を装荷し，更に，間隔$\ell$を隔てて誘導性窓をおいている．一方，透過形電力合成増幅器の構造は誘導性窓から長さ$\ell$を隔てて導体棒の下に能動素子を装荷し，更に，間隔$\ell$を隔てて導体棒の下に能動素子を装荷した．能動素子から長さ$\ell$を隔てて誘導性窓をおいている．両増幅器の導波管の高さは安定条件の満足する高さ3mmから標準の高さまでテーパをつけている．

両増幅器の等価回路は電磁界方程式から求めた．この電力合成増幅器の実験は10GHz帯で行い，入力電力を0.5mWから20mWまで変化させたとき出力電力は2.5mWから103mWまでを得た．解析による等価回路の計算結果は実測値とよく一致した．

## 1　まえがき

マイクロ波電力合成発振器の論文については，Xバンドからミリ波にわたって発表されており，導波管[1]，[2]および円筒空胴[3]，[4]を用いている．インパットおよびガンダイオードを用いたマイクロ波電力合成増幅器の論文は少く，野木，福井は導波管空胴内に多素子構造にした電力合成増幅器[5]を発表している．G.Jerinic[6]は黒川の方法を用いて44GHz帯で電力合成増幅器を発表している．

著者は新しい反射形および透過形電力合成増幅器を考案した[7]，[8]，[9]．2種類の電力合成増幅器の動作を明らかにするために，その等価回路を高次の反射の影響を考慮に入れて電磁界方程式を解いて求めた[10]．2種類の電力合成増幅器は10GHz帯で実験を行った．その結果と解析による等価回路からの計算結果はよい一致を得た．

## 2　導波管反射形電力合成増幅器

### 2-1　導波管空胴内に1個の能動素子を装荷した反射形電力増幅器の解析と等価回路

導波管空胴内の中央に導体棒の下に能動素子を装荷した反射形電力増幅器の構造を図1に示す．図1に示すように，導体棒の下に能動素子

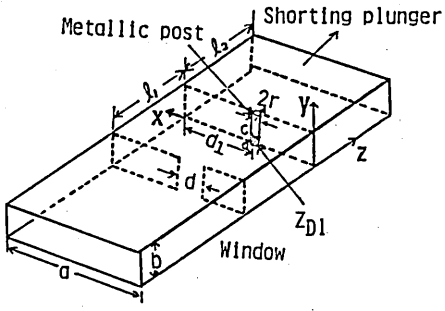



図1 導波管反射形電力増幅器の構造

を装荷し，長さ$\ell_2$を隔てた位置に短絡板をおいている．能動素子の前方には長さ$\ell_1$を隔てた位置に誘導性窓をおいている．増幅器は次の方法で解析する．増幅器は次の方法で解析する．図1に示す導波管の横幅は$a$，高さは$b$とする．能動素子$Z_{D1}$は非常に細い半径$r$のポストで近似し，壁面からの長さは$d_1$の位置にあるとする．導波管の$d_1$は$d_1 \gg r$と考えている．座標軸は図1のようにとる．

この増幅器の等価回路の解析は文献[10]に従い，ポストと能動素子$Z_{D1}$に流れる電流は$J(y)\delta(z)\cdot\delta(x-d_1)$と仮定する．これらの仮定に基づいて解析した結果の等価回路を図2に示す（解析の詳細は文献[10]を参照）．

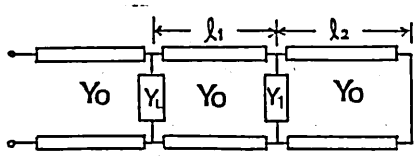



図2　図1に示す電力増幅器の等価回路

$$Z_1 = Z_0\left\{\frac{A}{E} + \frac{1}{\frac{b^2E}{Z_{D1}} + \frac{(b-c)^2E}{S}}\right\} \qquad (1)$$

$$\frac{A}{E} = j\cos ec^2\left(\frac{\pi d_1}{a}\right)\sum_{m=2}^{\infty}\frac{1}{\Gamma_{m0}}\left(1-e^{-2\Gamma_{m0}l_2}\right)$$
$$\cdot\left[\cos\left(\frac{m\pi r}{a}\right)-\cos\left\{\frac{m\pi(2d_1+r)}{a}\right\}\right]$$

$$\frac{Z_{D1}}{b^2E} = \frac{Z_{D1}}{\frac{2b}{a}\frac{\omega\mu_0}{\Gamma_{10}}\sin\left(\frac{\pi d_1}{a}\right)\sin\left(\frac{2\pi d_1}{a}\right)}$$

$$\frac{S}{(b-c)^2E} = -j\frac{\Gamma_{10}}{2(b-c)^2\omega^2\varepsilon_0\mu_0}\sum_{m=1}^{\infty}\sum_{n=1}^{\infty}$$
$$\frac{(n\pi/b)^2-(2\pi/\lambda)^2}{\Gamma_{mn}}\left(1-e^{-2\Gamma_{mn}l_2}\right)$$
$$\cdot\left[\cos\left(\frac{m\pi r}{a}\right)-\cos\left\{\frac{m\pi(2d_1+r)}{a}\right\}\right]\cdot\left\{\sin\left(\frac{n\pi c}{b}\right)\Big/\left(\frac{n\pi}{b}\right)\right\}^2$$

$$Y_L = -jY_0\frac{\lambda_g}{a}\cot^2\left(\frac{\pi d}{2a}\right) \qquad (2)$$

式(1)の$Z_1$は導波管空胴内のポストと能動素子$Z_{D1}$のインピーダンスである．図2に示す等価回路のアドミタンス$Y_1$は式(1)から求められる．式(2)の$Y_L$は誘導性窓のサセプタンスを示す．

## 2-2 導波管空胴内に2個の能動素子を装荷した反射形電力合成増幅器の等価回路

導波管空胴内に2個の能動素子を装荷した反射形電力合成増幅器の構造は図3に示す．

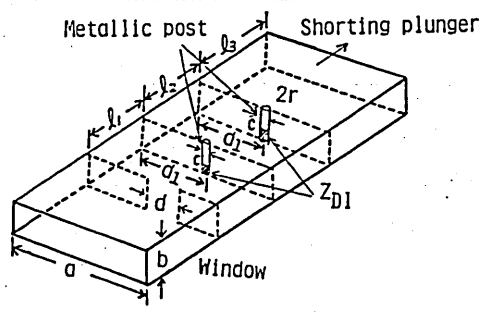



図3 導波管反射形電力合成増幅器の構造

誘導性窓から長さ$l_1$を隔てた位置で導体棒の下に能動素子を装荷し，更に，長さ$l_2$を隔てた位置で導体棒の下に能動素子を装荷した．能動素子の後方に長さ$l_3$の位置に短絡板をおいている．

電力合成増幅器の解析した結果の等価回路は図4に示す．

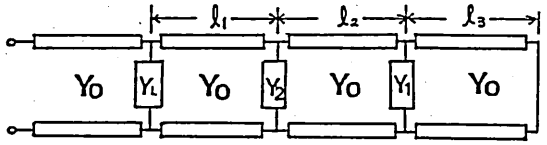



図4 図3に示す電力合成増幅器の等価回路

$$Z_2 = Z_0\left\{\frac{A}{E} + \frac{1}{\frac{b^2E}{Z_{D1}} + \frac{(b-c)^2E}{S}}\right\} \qquad (3)$$

$$\frac{A}{E} = j\cos ec^2\left(\frac{\pi d_1}{a}\right)\sum_{m=2}^{\infty}\frac{1}{\Gamma_{m0}}\left[\cos\left(\frac{m\pi r}{a}\right)-\cos\left\{\frac{m\pi(2d_1+r)}{a}\right\}\right]$$

$$\frac{Z_{D1}}{b^2E} = \frac{Z_{D1}}{\frac{2b}{a}\frac{\omega\mu_0}{\Gamma_{10}}\sin\left(\frac{\pi d_1}{a}\right)\sin\left(\frac{2\pi d_1}{a}\right)}$$

$$\frac{S}{(b-c)^2E} = -j\frac{\Gamma_{10}}{2(b-c)^2\omega^2\varepsilon_0\mu_0}\sum_{m=1}^{\infty}\sum_{n=1}^{\infty}$$
$$\cdot\frac{\left(\frac{n\pi}{b}\right)^2-\left(\frac{2\pi}{\lambda}\right)^2}{\Gamma_{mn}}\left[\cos\left(\frac{m\pi r}{a}\right)-\cos\left\{\frac{m\pi(2d_1+r)}{a}\right\}\right]$$
$$\cdot\left\{\sin\left(\frac{n\pi c}{b}\right)\Big/\left(\frac{n\pi}{b}\right)\right\}^2$$

図4に示す等価回路のアドミタンス$Y_2$は式(3)から求められる．

## 3 試作増幅器の構造

図1に示す構造の試作増幅器の写真は図5に示す．計算で得た導波管空胴の寸法は次のようになる．導波管空胴の高さbは3mm，横幅aは22.9mmである．長さ$l_1$と$l_2$はそれぞれ10mmである．$d_1$はa/2，ダイオードの高さcは1mm，導体棒の長さは2mmである．誘導性窓の幅dは7mmである．導波管空胴の高さ3mmから標準の高さまで徐々にテーパをつけ，テーパの長さは3$\lambda_g$（周波数

10 GHz の長さにした．

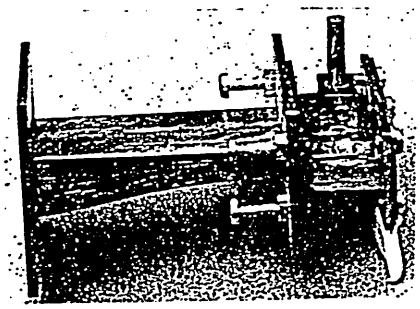


図5　反射形電力増幅器の写真

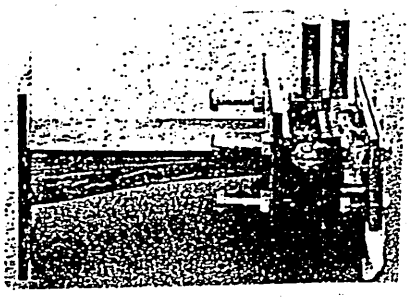


図6　反射形電力合成増幅器の写真

図3に示す構造の試作増幅器の写真は図6に示す．導波管空胴内に2個の能動素子を装荷したとき，1個の能動素子を装荷したときの共振周波数と同じにするために計算した導波管空胴の寸法は次のようになる．導波管空胴の横幅 a は22.9 mm，高さ b は3 mmである．長さ $l_1$ と $l_2$ および $l_3$ はそれぞれ約7.2 mm（実験で得た長さは6.9 mmであった．短くなった理由については4章で説明する）である．$d_1$ は $a/2$，ダイオードの高さは1 mm，導体棒の長さは2 mmである．誘導性窓の幅 d は8 mmである．

## 4　反射形増幅器の数値計算と実験結果

電力合成増幅器に用いた能動素子はNEC製品 10X-8-1である．能動素子の小信号および大信号アドミタンス特性は図7に示す．この能動素子のパッケージ定数は $C_p \simeq 0.53$ pF，$L_d \simeq 0.25$ nH，$R_s = 0.4\,\Omega$ である．$Z_{D1}$ のポストの半径 r は0.6 mm（図1と図3を参照）である．

次に能動素子 $Z_{D1}$ を求める方法について説明

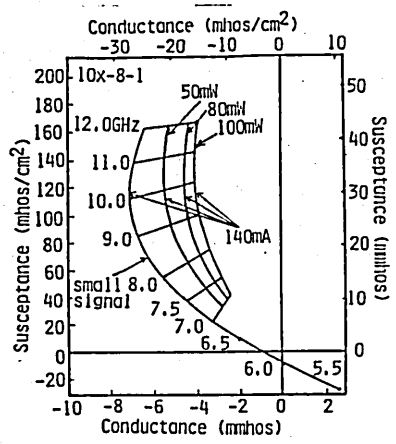



図7　Si pⁿ-n⁺ インパットダイオードの小信号および大信号アドミタンス特性

する．$Z_{D1}$ は図7に示すサセプタンスBと負性コンダクタンス $-G_n$ の並列回路に $L_d$ と $R_s$ を直列に接続し，その回路に並列に $C_p$ を接続した等価回路で表わされる．Bと $-G_n$ のパラメータは図7から各周波数ごとに求めた．この能動素子のパラメータを用いて電力合成増幅器を試作するとき増幅回路の安定条件が一番問題になる．それは大信号のとき負性コンダクタンスが小さくなるので増幅回路の安定条件は満足するが，小信号のとき負性コンダクタンスが大きくなるので増幅回路の安定条件を満足させなければならない．

導波管空胴内に能動素子を1個装荷したときの反射形電力増幅器の安定条件の判別は次の方法でおこなった．図1に示す導体棒の下に装荷した能動素子 $Z_{D1}$ を取り除き，$Z_{D1}$ を取り除いた位置から導波管空胴側を見たときのアドミタンスの実数部 $G_L$ と能動素子のアドミタンスの実数部 $|-G_n|$ とを比較する．広い周波数範囲内で小信号と大信号で安定条件の満足する $G_L > |-G_n|$ の値になるように図1に示す b，$l_1$ と $l_2$ および d を計算した（安定条件の判別方法については文献[11]を参照）．

導波管空胴内に能動素子を2個装荷したときの反射形電力合成増幅器の場合，図3に示す2本の導体棒の下に装荷した2個の能動素子 $Z_{D1}$ を取り除き，その2箇所の位置から導波管空胴側を見たときのアドミタンスの実数部 $G_L$ は計算できない．そこで次に述べる方法で安定判別をした．図7に示す能動素子のパラメータを用

いて図4に示す等価回路から増幅利得を計算し，小信号で増幅利得が高利得になると増幅回路が不安定となる（本論文では30dB以上を不安定と見なした）．安定条件が満足するような導波管空胴の寸法，即ち図3に示すb，$l_1$，$l_2$と$l_3$および$d$を計算した．それらの値については3章に述べた．

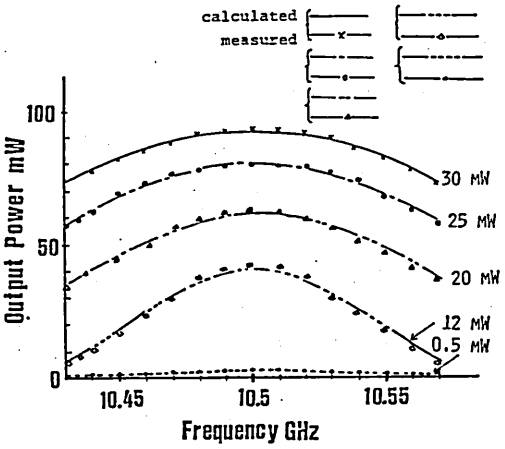



図8　図1に示す電力増幅器の出力電力対入力電力特性

導波管空胴内に1個の能動素子を装荷した反射形電力増幅器（図1と図5を参照）の出力電力対入力電力特性は図8に示す．能動素子のバイアス電流を140mA一定にして，入力電力を0.5mWから30mWまで変化させたとき出力電力は1.7mWから92mWまでを得た．動作周波数範囲は10.43GHzから10.57GHzである．計算値は実測値に比較的よく一致している．

導波管空胴内に2個の能動素子を装荷した反射形電力合成増幅器の出力電力対入力電力特性は図9に示す．2個の能動素子$Z_{D1}$のバイアス電流を140mA一定にして，入力電力を0.5mWから20mWまで変化させたとき出力電力は2.5mWから103mWまでを得た．動作周波数範囲は10.43GHzから10.57GHzである．

図8と図9に示す出力電力対入力電力特性を比較する．図9に示す出力電力は図8に示す出力電力に比べて，入力電力0.5mWで出力電力は1.47倍，20mWで1.66倍大きくなっていることが計算値および実測値からわかった．

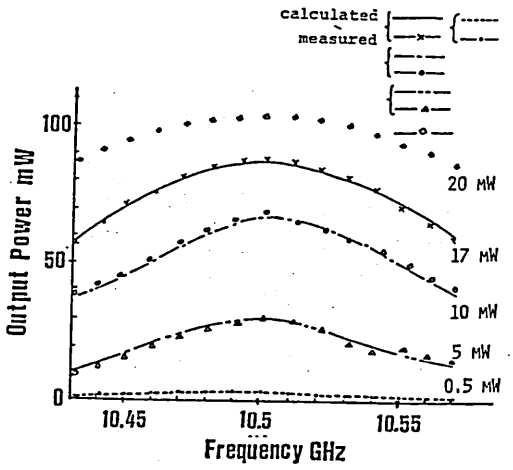



図9　図3に示す電力合成増幅器の出力電力対入力電力特性

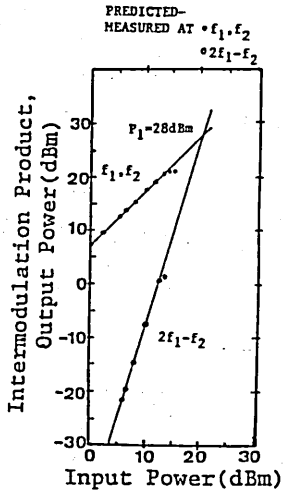



図10　入力電力に対する出力電力と3次の相互変調

図9に示す出力電力対入力電力特性の計算値は$l_1$，$l_2$と$l_3$をそれぞれ7.2mmであったが，実測値の方は$l_1$，$l_2$と$l_3$を6.9mmと0.3mm（全体で0.9mm）短くすると計算値によく一致する．短くなった理由は2個の能動素子のパラメータの僅かの違いで生じたものと考えている．また，導波管空胴内に1個から2個と能動素子を増やすことによって誘導性窓の幅$d$も少し広くなっていることがわかる．

安定条件の満足する導波管空胴の高さは4mmまでである．また，空胴内に3個の能動素子を

装荷すると発振することを計算結果からたしかめた．

反射形電力合成増幅器の入出力特性および3次相互変調歪み特性の測定結果を図10に示す．測定は10.5GHzの基本波と等レベルの1MHz離れた2波の信号を電力合成増幅器に入力してスペクトラムアナライザでおこなわれた．3次相互変調歪みは広い入力レベルにわたってほぼ3次の傾きを持っている．本増幅器の3次相互変調歪み比は2波総合出力18dBm時に25dB，インタセプトポイントは+28dBmであった．

## 5 導波管逓過形電力合成増幅器

### 5-1 導波管空胴内に1個の能動素子を装荷した逓過形電力増幅器の解析と等価回路

導波管空胴の中央の導体棒の下に能動素子を装荷した逓過形電力増幅器の構造は図11に示す．導体棒の下に能動素子を装荷し，長さ$l_1$と$l_2$を隔てた位置に誘導性窓をおいている．逓過形電力増幅器の解析した結果の等価回路は図12に示す．等価回路の$Y_2$と$Y_L$については2章に述べた．

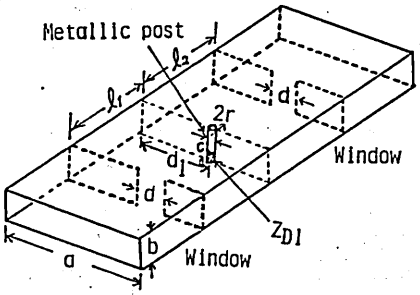



図11 逓過形電力増幅器の構造

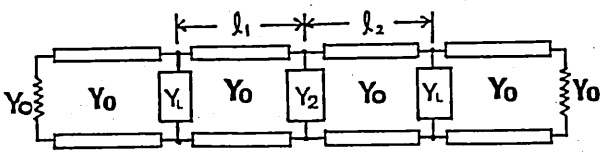



図12 図11に示す電力増幅器の等価回路

### 5-2 導波管空胴内に2個の能動素子を装荷した逓過形電力合成増幅器の等価回路

導波管空胴内に2個の能動素子を装荷した逓過形電力合成増幅器の構造は図13に示す．

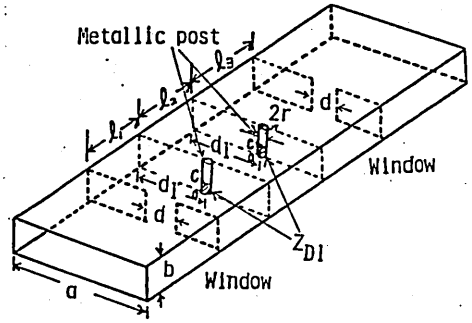



図13 逓過形電力合成増幅器の構造

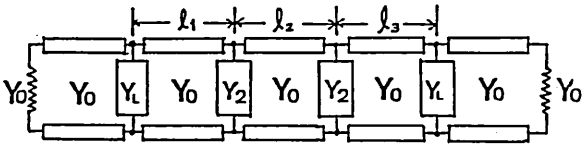



図14 図13に示す電力合成増幅器の等価回路

誘導性窓から$l_1$隔てた位置で導体棒の下に能動素子を装荷し，$l_2$隔てた位置で導体棒の下に能動素子を装荷した．更に，$l_3$隔てた位置に誘導性窓をおいている．逓過形電力合成増幅器の等価回路は図14に示す．等価回路の$Y_2$と$Y_L$については2章に述べた．

## 6 試作増幅器

図11に示す構造の試作増幅器の写真は図15に示す．計算で得た導波管空胴の寸法は次のようになる．導波管空胴の横幅Aは22.9mm，



図15 逓過形電力増幅器の写真

高さbは3mmである．長さ$l_1$と$l_2$はそれぞれ13mmである．誘導性窓の幅dは7mm，$d_1$はA/2である．ダイオードの高さcは1mm，導体棒の長さは2mmである．

図13に示す構造の試作増幅器の写真は図16

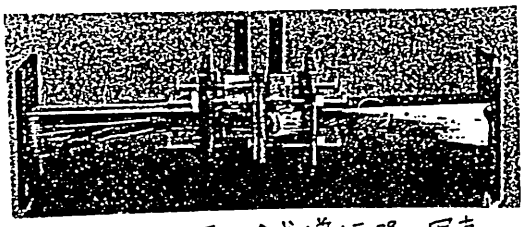


図16 透過形電力合成増幅器の写真

に示す．導波管空胴内に2個の能動素子を装荷したとき1個の能動素子を装荷したときの共振周波数と同じにするために計算した空胴の寸法は次のようになる．導波管空胴の横幅Aは22.9mm，高さbは3mmである．長さ$l_1$，$l_2$と$l_3$はそれぞれ10.2mm（実験で得た長さは9.9mmであった．短くなった理由は7章で説明する）である．$d_1$はA/2，ダイオードの高さCは1mm，導体棒の長さは2mmである．誘導性窓の幅dは9.2mmである．

## 7 透過形電力合成増幅器の数値計算と実験結果

透過形電力合成増幅器に用いた能動素子はNEC製品10X-8-1である．図7に示す能動素子のパラメータを用いて透過形電力合成増幅器を試作するとき4章で述べた方法で求めればよい．

図7に示す能動素子のパラメータを用いて，導波管空胴内に能動素子を1個あるいは2個装荷したときの透過形電力合成増幅器の安定条件の満足する導波管空胴の高さb，能動素子間の間隔$l_2$と長さ$l_1$および$l_3$隔てた位置にある誘導性窓の幅dを計算した．それらの値は6章に述べた．

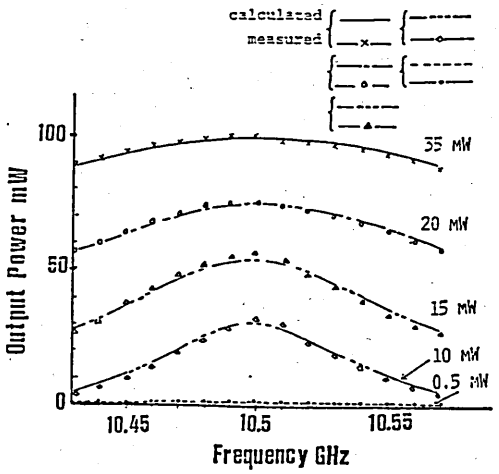



図17 図10に示す電力増幅器の出力電力対入力電力特性

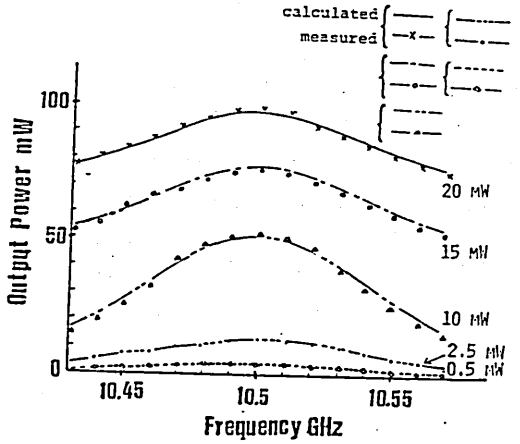



図18 図に示す電力合成増幅器の出力電力対入力電力特性

導波管空胴内に1個の能動素子を装荷した透過形電力増幅器の出力電力対入力電力特性は図17に示す．能動素子のバイアス電流を140mA一定にして，入力電力を0.5mWから35mWまで変化させたとき出力電力は1.5mWから100mWまでを得た．動作周波数範囲は10.43GHzから10.57GHzである．計算値は実測値に良く一致している．

導波管空胴内に2個の能動素子を装荷した透過形電力合成増幅器の出力電力対入力電力特性は図18に示す．2個の能動素子$Z_{01}$のバイアス電流を140mA一定にして，入力電力を0.5mWから20mWまで変化させたとき出力電力は2.5mWから97mWまでを得た．

図17と図18に示す出力電力対入力電力特性を比較すると導波管空胴内に2個の能動素子を装荷することによって，入力電力0.5mWで出力電力は1.7倍，入力電力20mWで1.3倍大きくなっていることが計算値および実測値から分かった．

図18に示す出力電力対入力電力特性の計算値は$l_1$，$l_2$と$l_3$を10.2mmで計算したが，実測値の方は9.9mmと0.3mm短くすると実測値と計算値によく一致する．全体で

0.9 mm短くなったのは2個の能動素子のパラメータの僅かの違いで生じたものと考えられる．

安定条件の満足する導波管の高さは4 mmまでである．また，空胴内に3個の能動素子を装荷すると発振することを計算結果からたしかめた．

## 8 反射形および透過形電力合成増幅器の比較

2種類の電力合成増幅器の出力電力対入力電力特性について比較検討する．反射形電力合成増幅器の出力電力は透過形電力合成増幅器に比べて，入力電力10 mWで出力電力は18 mW，入力電力20 mWで6 mW大きいことがわかる．

透過形電力合成増幅器に用いる場合，入出力に単向管を用いなければならない．一方，反射形電力合成増幅器はサーキュレータで入出力を分離することができ，出力電力も大きいので透過形電力合成増幅器よりすぐれている．

## 9 むすび

本論文は導波管空胴内に2個の能動素子を装荷した2種類の電力合成増幅器を構成した．2種類の電力合成増幅器の等価回路は高次の反射の影響を考慮に入れて電磁界方程式を解いて求めた．この式に測定した能動素子のパラメータを代入することによって電力合成増幅器を設計することができることを示した．

## 文献


1) K. Kurokawa "The single-cavity multiple device oscillator" IEEE Trans., Microwave Theory Tech., Vol MTT-19, PP. 739-801 Oct. 1971

2) S. Mizushina, H. Kondoh and M. Ashiki "Corporate and Tendem Structures for Combining Power from $3^N$ and 2N+1 Oscillators" IEEE Trans., Microwave Theory Tech., Vol MTT-28, PP1428 1432. December 1980

3) R.S. Harp and K.J. Russell "Improvements in band width and frequency capability of Microware power combinatorial techniques" in 1974 IEEE-ISSCC Dig. Tech paper, Feb. 1974 PP 94-95

4) R. Laton, S. Simoes and L. Wagner, "A dual diode TM020 cavity for IMPATT diode power combining," in 1982 IEEE MTT-S Int. Microwave Symp. Dig., June 1982

5) 野木，福井．"はしご形多素子構造を用いたマイクロ波電力増幅器"昭和57年度電子通信学会総合全国大会 No. 776

6) G. Jerinic and J. Fines "3W Q Band Solid State Amplifier" in 1983 IEEE MTT-S Int. Microware Symp. Dig. Jun. PP 482-483

7) 豊田，稲岡，吉川 "導波管形電力合成増幅器" 昭和59年度 電子通信学会総合全国大会 No. 946

8) 豊田，稲岡，吉川 "導波管並過形電力合成増幅器" 昭和59年度 電子通信学会．光・電波部門 全国大会 No. 154

9) 豊田 "導波管形電力合成増幅器" 電子通信学会 マイクロ波研究会 MW84-65 (昭和59年10月)

10) 豊田 "導波管反射形インパットダイオード増幅器" 電子通信学会論文誌 Vol 58-B 第4号 PP 169-171

11) 豊田，牧本 "導波管反射形エサキダイオード増幅器" 電子通信学会論文誌 Vol 51-B 第7号 PP 331-338 昭和43年7月．

# 岡部先生の思い出

三戸左内

## 岡部先生の思い出一



昨年８月共立出版社発行の蝶塔誌に［岡部金治郎先生のおもいで］とゆう一文を寄稿し，昨年末の　ＢＯＹＯ会において披露したことがあったので，あまり　重複しない配慮をしながら，輻研と岡部先生との関係に焦点をしぼりながらお話申し上げることにします。

岡部先生の Academic disciplinary　は専門学校の後，大学を卒業されるまで工学の分野で学ばれ，従って　工学博士の称号を得ておられます。　ただし，先生の研究活動の特性には　多分に理学的指向がうかがえます。　理学の分野でなかった為　Nobel 賞　こそ受られなかったが，先生は昭和１１年に受賞された　朝日賞に初まり，昭和１６年の学士院恩賜賞，昭和１９年の　文図勲章の受賞など，幾多の栄誉を担っておられます。さて，初めに先生の略歴を示しておきましょう。

### 略　　歴

| | |
|---|---|
| 明治29年 | 名古屋市中区栄町にて出生（さる年） |
| 大正 5年 | 名古屋高等工業学校紡織科卒業 |
| 大正11年 | 東北帝国大学工学部電気工学科卒業，同大学講師 |
| 大正14年 | 東北帝国大学助教授<br>分割陽極マグネトロンを発明<br>波長 3 cm の極超短波の発生に成功 |
| 昭和４年 | 家庭の都合により名古屋高等工業学校電気科教授として赴任 |
| 昭和10年 | 八木秀次先生の要請により大阪帝国大学理学部助教授となる |
| 昭和11年 | 朝日賞受賞 |
| 昭和14年 | 大阪帝国大学教授 |
| 昭和16年 | 学士院恩賜賞受賞 |
| 昭和19年 | 文化勲章受賞 |
| 昭和31年 | 大阪大学定年退官，近畿大学教授 |
| 昭和39年 | 電子通信学会名誉会員 |
| 昭和40年 | 電気学会名誉会員 |
| 昭和44年 | 勲一等瑞宝章受賞 |
| 昭和59年 | ４月８日　没 |

岡部先生がお生れになた明治29年(1896)は下関で日本と清国との間に講和条約がむすばれた翌年である。　また，1995年には，ドイツ　で ROENTGEN が　X線　を発見し，イタリヤ　では　マルコニ　が無線電信装置の発明を行っているついでに，Alfred Bernhard Nobel (1833-96, Swedish Inventer of dynamite) によって　スエーデン　に　ノーベル賞が設定された。

大阪帝国大学が創立され，第一回の入学生の選考が行われたのは昭和８年のことであった。　当初の大阪帝大には医学部，工学部と新設の理学部の三学部しかなかった。　このうちまえの二学部は既存の大阪府立医科大学と工科大学が母体になった。　大阪に国立の大学をつくる原動力は関西の経済界の意思であった。　殊に大阪は昔から商工業の都であり地本産業の振興には工学と理学の技術者と学者，研究者が必要である。　優れた人物は優れた大学にあつまり且つ育てられる。実は地元関西が短視野的に必要としたのは　強力な産業科学研究所そのものであったのである。

種々の曲折の後，新設される理学部を独立する形で，ここに数学，物理学　そして　化学　の三学科を設立することになる。　数学の人物は既存の塩見理化学研究所と医科大学予科より，物理は大阪に縁のある八木秀次先生により，化学はそのみちの泰斗，真島先生をそれぞれ中心にして人選された。　このような経過により，阪大理学部創設時の教授以下新進気鋭の人物が主として東北大学，東京大学，および　理研　等よりスカウトされた。　そのうえ，初代総長には当時日本の物理学の大御所，長岡半太郎先生をむかえた。

応用電気学とゆう教室が物理学科のなかに出来たが，　その主任教授には八木秀次先生，助教授には岡部先生がなられた。　昭和 8年の開校の一年前から八木秀次先生について東北大学から助手としてきていたのが林龍雄さんである。岡部先生は開校の年より二年おくれて大阪に来られた。　応用電気学教室は理学部のなかで，全員が工科系で占められた唯一のグループであった。

大阪帝国大学が創立され，第一回の入学生の選考が行はれたのは昭和八年（１９３３）のことであった。当初の大阪帝大には医，工，理の三学部しかなかった。このうち理学部のみ新設され，他の二学部は既存の府立医科大学と工科大学を吸収して作られた。

岡部先生が東北大学工学部より阪大理学部に助教授としてこられたのは阪大創立二年目のころとおもう。八木秀次先生が応用電気学講座の教授として物理学科の主任教授をしておられた。岡部先生は東北大学時代すでに優れた創造性と オリジナリチーを発揮され、師八木先生の ａｅｇｉｓ によりその助教授となられたのである。応用電気学教室は理学部のなかで全員が工学系のスタッフで占められていた唯一のグループであった なお、これよりさき、第一回の学生が入学するまえから八木先生を助けて仙台から創立準備のため応用電気のメンバーとしてきておられたのが林龍雄先生で、当時は助手であった。物理学教室のひとつとしての応用電気にはこのほかに数名の実験補助員、研究補助員、技術員、事務員、等の雇用員が年と共にふえていった。

岡部先生はたいへんに控えめの方で御自分に関する要求を主張されることはあまりなかった、とゆうより、多くの人が行うような、誇大な自己宣伝や政治性をもてあそぶよなことは一切なかった。

さて、大阪帝国大学初代の総長は大正から昭和の初めにかけて日本の物理学の泰斗としてしられた長岡半太郎先生であった。 理学部の教授、助教には殆ど三十代の新進気鋭の仕事師が集められていたといえる。 敢て ［仕事師］ といったのは、あのときの諸先生は研究とゆう仕事に全力をかたむけておられ、学生にたいする講義その他いわゆる教育に関することにはあまり熱心

筆者は後年教師の道を自ら選ぶことになたせいか、このへんのことについていろいろと考えることがあった。 あのころ、学生としては、教室での講義がよく分からないと、図書館に通い、種本になっていろと思われる原書を借り、これを熟読するようにした。このようなことにより、自分勝手な次のような考えを持つようになった。

すなわち、講義とゆうものは親切に分かりやすくするより、その反対の方がむしろ ｈｅｕｒｉｓｔｉｃ な教育として効果があるのだと。教育は自然科学であれ、人文であれ、座学による知識の注入に終始するだけでは十分ではなく、教師自身が知識や文化を開拓し創造する姿を学生に見守らせその雰囲気に浸すことによって学生の心に Neugier の灯を点火する、いわゆるinspire するような図のでなくてはならない。今にしてみればこのうな雰囲気が創立当時には溢れていたよにおもう。

卒業研究は岡部先生に師事したが、教室のなかで先生から講義をうけたことは一度もなかった。 教えを受けたのは実験室と教授室がおもな場所であった。

昭和十年、初めて岡部先生が マグネトロン の紹介を物理学教室の談話会でされたのを伺ったのが私にとって岡部先生との最初のであいである。そのときの先生は三十代のおわりごろであったとおもう。 私は物理学を志す二年生であったので近い将来岡部先生に師事することになるとは思っていなかった。 そのときの先生の印象は、どこかの電気の会社の技師が講演にきたように思ったものである。その風貌は、背の高さは約１８０ｃｍ、骨格は太くがっちりしておられるわりに、動作、振舞い、声のひびき、すべて軟らかく、どちらかとゆうと女性的な感じであった。スポーツはめったにやられないが、大概のものは超ど級であった。

その後一年ほどして先生より直接の教えを頂くことになるのであるが、その間、先生は マグネトロン （磁電管）により電気振動の周波数を極度に高くし放射波長を ミリメートル の領域まで短縮することの実験に成功され、さらに 大阪にこられて着想し考案され、大阪管と八木秀次先生によって命名された画期的な超短波真空管の発表をされるなど、続々と創意性を発揮され、先生が今から半世紀まえのエレクトロニクスの最先端、極超短波真空管の第一人者であることを知った。

筆者は昭和三十六年の春に応用電気学教室で卒業研究を行うことになり、更に岡部先生に配属される二たりの学生の一人となった。 当時先生のおもな研究は前にも述べたように非常に高い周波数の電波を発生する真空管の開発である。この研究を実験的に展開するためにはニッケル、タングステン、などの金属の板や針金を用いて電極を作り、ガラス細工で作つたガラスの容器のなかに封入し、そのなかの空気を排気し高真空にしたものを封じるとゆう技術的作業が必要となる。 これを行うためにガラス細工の技術と金工に優れた技工師が必要となる。 岡部先生は名古屋の出身であるが、名古屋高等工業学校教授より東北大学での研究に先生のかたうでとして不即不離の関係にあった一人の人物があった。この人は三度びその師に従って大阪にくることになる。 その名を菱田光隆とゆう。 菱田さんは私にとっては真空管の研究にかかすことのできないガラス加工技術と繋線、処理法の師匠である。菱田さんは戦後岡部先生をはなれ、堺市立工業学校の校長となり、何年かまえに亡くなった。

このように、昭和二桁のはじめごろを回想するにつれて忘れてはならない人物は、先生が阪大にこられてまもなく研究補助員として先生の傘下に走せ参じた人物がある。この方は名古屋高等工業学校で富て学生として先生に師事し、卒業して真空管製造会社につとめていた、現在は広島工業大学教の大脇健一博士である。そのころの大脇さんは寡黙で真面目一点張りの人柄であった。その任務は岡部先生の研究実験の準備、測定、整理等のすべてで、その合間に我々二人で Richardson や Langmuir の論文、その他 Barkhausen の Elektronen Roehren の輪読などをしたことを思いだす。

そのようなことも 岡部先生から何を読みたまえといった指示命令は一切されることはなく、むしろ そのような既製の論文や情報は熟知していることを前提にしておられたようでもあった。 その証拠に常に教えられたことは、文献をしらべるひまがあるなら、その間に現象について考えること、新しい前向きの工夫をすることを奨励された。

昭和10年，八木秀次先生の aegis によって名古屋高等工業学校教授より大阪帝国大学の教授になられた岡部先生はその年の秋，理学部物理学科の談話会で自己紹介を兼ねて，マグネトロン（磁電管）に関する話をされた．たまたまこの談話会に居合わせた私は，痩形で顴骨に似た面立ちの岡部先生に初めてお目にかかったのである．背は高くても他人を見下すような素振なところは少しもなく，余りにも物静らかで謙譲な印象は半世紀も経た今日でも当時と変わらない．

私はその翌年，すなわち昭和11年の 4月より卒業研究の指導をうけるため岡部先生に師事することになる．私は第二回生であり，岡部先生には同じく同期の戸根朗さんと共に二人が教えをうけることになった． 第一回生は先生の御赴任の都合もあったが曽川明，牧野勇，および間瀬節蔵の三人の方々であった．同期の戸根さんは年度はちがうが同じ広島高校の同窓であるので親しく一緒に先生につかえた．

その頃の岡部先生は大正の末にすでに成果をあげておられたマグネトロンによる発振波長をセンチメートル帯よりミリメートル帯へ縮小する研究，二次電子および二次電子増倍管の開発，その他 地域社会からの依頼研究をいくつかもっておられたようである．戸根さんはマグネトロンによるミリ波の発生と取組むことになり，私は高周波二次電子増倍管ととりくむことになった．今日も五十年前もほぼおなじであるが，卒業研究のテーマは一学期のおわり又は二学期のはじめ頃にきまり，これを取りまく文献資料を調べ，何をどのように研究するかという研究計画をたてるのに一ないし三ヵ月を費やす． こおしているうちに二学期も半ばすぎてしまうことになる．

昭和3,9 年の頃，大阪市の計画に天象館( Planetarium)を四橋のあたりに造ることが具体化した． 半球状のドーム内面に天体の映像を投影し，マイク を用いて解説を行うわけであるが，予想されることは音の反響が球面のために焦点をむすんだり，おもわしくない残響効果を生むことである．この問題が市当局より八木先生にもたらされ，具体的には岡部先生が建築音響学的立場より，吸音材料その他構造上の検討を行われた．

岡部先生が電気工学または電気物理学教の領域において専門家としての活動に入られたのは大正11年以後と見てよいであろう．広い範囲にわたる自然科学のなかで，先生は何故に電気現象に興味をもたれ，また，ことに，マイクロ波の研究を主として手掛けられたのであろうか． 残念乍らこのへんのことは一々詳しくおうかがいしたことはないが，私の想像も交えて云うと次のようなことになる．

(1)先生は東北大学に入学された当初の専攻は電気には限定しないで物理学を学ぶつもりであったらしく，最初 理学部の物理学科を専攻されている．所が学年の初めに出会わした 物理実験学 の測定法を学ぶにあたり，いろいろとめんどうなことにぶつかり，あっさりと工学部の電気工学科に転部しておられる．当時，明治から大正，大正から昭和への時代は電気への遷移の時代であった．西暦で云えば 1900 年の頃より，自然科学の各分野が急激に専門化の傾向を辿り，今日のように ☆☆工学，大大工学 など細分化と差別化が盛んで六六 自己の領域を主張する傾向にある．従って他の専門領域のことについては理解しようとしなくなってきた．

さて，岡部先生が転部入学されたその時の東北大学電気工学科には 抜山平一，八木秀次 等 抜群の電気学の学者が居られた．岡部先生には天賦の才があった上に，殊に八木先生の感化 影響が大であったことは否めないと思う．八木先生は，大正年間であったと思うが，アメリカ，マセチュウセツ州 ケンブリジ の HARVARD 大学において電気物理学において有名な Pierce（電気振動学の名著あり）のもとで学ばれたことがあり，早くから種種の電気現象についての研究をしておられる． 然し，何はともあれ，50～60年 以上も昔のことであれば，自分の興味の分野は主として自分で探したものである．そこで，岡部先生が東北大学を卒業された大正11年の頃から昭和一桁の初め頃にいたる十年の間にどのうような文献の勉強をしておられたか，私が先生より戴いた先生の文献筆写ノートより抜粋してみよう．

この ノート は B5 版の昔の大学 ノート に ペン で写されたもので，図面 や 数表 など丁寧に記されている．大学ノート八，九冊分をまとめて赤色の厚い表紙で製本してあり，高さ 260 mm，巾 190 mm，厚さ 55 mm，目方 2 kg のものである 背表紙には金文字で ABSTRACTS と印字してある．

このABSTRACTの中から幾つかの論文を拾い出してみよう．

The Reflection of Slow-Moving Electrons by Copper
by A. W. Hull, Phys. Rev., vol. VII, p.1 (1916)

The Magnetron by Albert W. Hull, Res. Lab., G.E.Co., Schenectady, N.Y.
Journal of the American Institute of Elec. Engs. vol. 40, p.715-723(1921)

The Scattering of Electrons by Nickel
by C. Davisson & C. H. Kunsman, Science, p. 522-524, vol. 54, 1921

Bombardment of Metal Surfaces by Slow-Moving Electrons by H. E. Farnsworth
Phys. Rev. vol. 20, p. 358-374 (1922)

The Secondary Electron Emission From Nickel by C. Davisson & C. H. Kunsman
Phys. Rev. vol. 20, p. 10 (1922)

Ueber die Rolle der Sekundaerstrahlung in Elektronenroehren von H. Salinger
Jahrb. d. drahtloesen Telegraphie 24, p. 71 (1924)
(Zeits. f. tech. physik 1924 Heft 3, S. 88-89 より取れり)

Sekundaer Elektronenemision in Gluehkathodenroehren. von A. Goetz.
Phys. Zeits. 24, p. 35-48; p. 53-63, (1923)

Sekundaer Kathode Radiation. von M. Baltruscat u. H. Starke.
Sci. Abstract 26 A (1923), (Phys. Zets., 23, pp. 403-416, Oct. 15-Nov. (1922).

The Emission of Secondary Electrons from Nickel. by E.W.B. Gill, B. Sc. Fellow, Merton College, Oxford
Phil. Mag., (1923)

Secondary Electron Emission from Copper and Copper Oxide Surfaces.
by Lawrence E. Mc Allister, Phys. Rev. vol. 21, p. 122-130 (1923)

The Scattering of Low Speed Electrons by Platinum and Magnesium. by C. Dvisson and C. H. Kunsman.
Phys. Rev. vol. 22, p, 242-258 (1923)

Short Electric Waves Obtained by the Use of Secondary Emission. by E.W.B. Gill, M.A., Fellow of Merton College, Oxford. Phil. Mag., (1925), Feb. p. 369-379.

Drahtlose Telegraphie. von J. Zennecke u. H. Rukop, Funfte Auflage (1925).

Ueber eine Beeinflussung der lichtelektrischen Elektronenemission durch Bestrahlung mit Kathodenstrahlen von H. Dember, ZS. f. Phys. 33, 529-532, (1925), Nr. 7.

Electronic Bombardment of Metal Surfaces. by H. E. Farnsworth, National Research Fellowship, The University of Wisconsin, Madison, Wis., Phys. Rev., Jan. p. 41-57, 1925.

Soft X-Rays and Secondary Electrons. E.L. Rose, Norman Bridge Laboratory of Physics., Phys. Rev. vol. 21, p. 883-884, (1925)

Ueber die Rueckdiffusion, Reflexion und Sekundaerstrahlerregung langsamer Kathodenstrahlen: von A. Becker. Annalen der Physik, p. 253 Bd. 78, Heft 3.

Soft X-rays from Iron. by Charles H. Thomas. Phys. Rev. March, (1925).

Ueber Eletronenbahnen un Trioden. von Balth. von der Pol Jr. Jahrb. d. drahtl. Teleg. Bd. 25, Heft (1925).

The Excitation of Soft X-Rays. by D.W. Richardson, F.R.S., Yarrow Research Professor of the Royal Society, and F.C. Chalklin, B.Sc., King's College, London. Proc. Roy. Soc., Feb. (1926).

Ueber Sekundaerstrahlung und Absorption von Kathodenstrahlen. von P. Lenard, Ann. d. Phys., Nr. 9, p. 17-32, (1926).

Application Regarding Secondary Emission.

#1. Ruben
#2. J. Slepian
#3. M. J. Kelly

Reflection of Electrons from Metal Sufaces. by H. M. Dadourian. Phys. Rev. 14, p. 434-439. (1919).

The Scattering of Electrons by a positive Nucleus of Limited Field. by C. Davisson. Phys. Rev. 21. p. 637-649. (1923).

Emission Work & Contact Potential. H. Rothe, Zeits. tech Physik. 6, 12. pp. 633-638, (1925)

Neuere Untersuchen ueber das Dynatron. F. Holbarn, Physik. Berichte, p. 1288, 2.z. (1921)

The Dynatron. A. W. Hull, Proc. of Inst. Radio Eng., 6.s. (1918)

Electronic Phenomena at the Surface of Metal. C.E. Mendenhall, Franklin Inst., p. 269-278, Mar.,(1926).

The Excitation of the M Series in Iron by Electronic Impact. Otto Stuhlman, Phys. Rev. 25, Feb., p. 234, (1925).

Steuerungsvorgaenge durch Feldzerfall in Elektronenroehren. K. Rottgardt, Z. f. techn. Physik, Nov. 11, (1925), S. 610.

Secondary Emissions from Metals due to Bombardment by High Speed Positive Ions.
Wilfrid J. Jackson, Princeton Univ. Phys. Rev. p. 809, vol. 27, (1926).

Critical Ionization Potentials by Positive-Ion Impact. W. J. Hooper,
Frank. Inst., J. 201, pp. 311-331, Mar. (1926).

Secondary Emission from a Nickel Surface due to Positive Ion Bombardment. A.L. Klein,
Cal. Inst. of Tech., Phys. Rev., 25. p. k892 (1925).

The Dynatron. A.W. Hull, E.F. Hennelly and F.R. Felder.
Inst. of Rad. Eng. Proc., 10, pp. 320-243, Oct. (1922).

Ein neuer Grundsatz fuer die Erzeugung von Schwingungen mit Elektronenroehren.
F. Kiebitz, p. 163-167, Bd. 27, Heft 6, 1926. Zeits. f. Hochfreq.

Influence of a Magnetic Field on the Photoelec. Effect. H. Dember. Phys. Zeits. 21,
pp.568-570.

Color Sensitiveness of Photoelectric Cells. E. F. Seller. (Astrophys. J. 52. pp. 129-153,
Oct., (1920).

Untersuchungen am Raumladegitterroehren. E.N.T. Bd. 3, S. 149-154, (1926), Heft 4.

Ueber die Schwingungserzeugung mit Hilfe von Raumladeeffekten.
E.N.T. Bd. 3, S. 323-332 (1926), Heft 9.

Einrichtung zur Erzeugung elektrischer Schwingungen. Telefunken Gesellschaft
D.R.P. 420 247. Jahrb. d. drahtl. Tel. Band 27 Heft 6, S. 185, (1926).

Die Vorgaenge in einer Elektronenroehre unter Einwirkung eines Magnetfeldes.
von Werner Braunbek Aug., (1923) Zeits. f. Physik.

Die Drahtlose Telegraphie und Telephonie. von Dr. P. Lertes.
Engineering: 112, 594 (1921); Jahrb. f. drahtl. Teleph. u. Telegr. 19, 148 (1922).
Electrician 87, 234 (1921).

この文献は HF または UHF の発生について岡部先生が様々の発想をもたれる刺激になったものの一つと思はれるので少しつけ加えておく．名称 または項目にとどめておく．

(1) Der Negatron, (2) Der Biotron (これは生物の bio ではなく，真空管を二ケ pushpull に用て波長の短縮を行うもの.) ,(3) Der kallitron (L.B. Turner よる. Jahrb. f. drahtl. Tel. 17, 52 (1921). (4) Raumladungsgitter-Roehren:Zenneck, Drahtl.Tel.) (5) Eine neue Generatorroehre (von Erich Habann. Jahrb. d. draht. Tel. 24, pp. 115-120, u. p. 135-141, 1924) この論文は示唆に富む電極の配置と構造をいくつかしめしている. (6) Rueckkoplungsfreier Roehrensender. (D. P. 433 360 <Radio Corporation of Admerica>)

The Effect of a Uniform Magnetic Field on the Motion of Electrons between Coaixal Cylinders
by A. W. Hull, Phys. Rev. vol. 18, p. 31-57 (1921) (これがマグネトロンの基礎になった有名な ハル の論文である．

Schwingungserzeugung mittels Zweielektrodenroehren. Brit. Pat. 258 98(Eccles,15. Aug.,1925)

Short Electric Waves. E. F. Nichols and J.D. Tear, Phys. Rev. 20, p. 83, 1922.
ditto. ditto ditto. 21, p. 578 1923.

Joining the Infra-Red and Electric-Wave Spectra. E.F. Nichols & J.D.Tear
Astrophysical J. 61, 17-37, 1925.

Selective Absorption of Electric Waves in Dielectrics. W. Romanoff. Ann. d. Physik, 69, 2.

pp. 125-146, Nov. 2, 1922.

Uses and Possibilities of Piezoelectric Oscillations. August Hund (Physicist, Bureau of Standard) Proc. of Inst. of Radio Eng., Aug. 1926.

Photoelectric Properties of Thin Films of Alkali Metals. H. E. Ives. (Astrophys. J. 60. pp. 209-230, Nov. 1924)

"Thalofide Cell"- A New Photo-Electric Substance.T.W. Case. Phys. Rev. vol. 15, pp 289-292.

Ueber die lichtelektrische Leitfaehigkeit im Steinsaltz. von A. Arsenjewa. Zeits f. Phys. 37, pp. 701-704, Juni, 1926.

Zur Kenntnis des Sidotblendephosphors. von B. Gudden u. R. Pohl. Zets. f. Physik, 1, P365 -375, 1920.

Spectro-Photoelectrical Effects in Argenite ($Ag_2S$) : The Production of an Electromotive Force by Illumination. by Paul H. Geiger. Phys. Rev. vol. 22, 481, 1923.

Rectification of Alternating Current by means of Hall Effect. P. Sarek
Elek. u. Machinenbau, 43, p. 172-175, March 1925.

Electrostriction in Liquids which are only Slightly Birefracting. H. Pauthenier.
J. de Physique et le Radium, 5, pp. 312-320, Oct. 1924.

Photovoltaic Phenomena. R. Audubert (Comptes Rendus, 179. pp.682-684, Oct. 13, 1924)

Action of Light on Metal Electrodes Giving Small Contact Potentials. (Comptes Rendus, 177. pp.818-821, Oct. 29, 1923)

Influence of Polarization upon Photo-Voltaic Effects. Comptus Rendus, 177. pp. 1110-1112. Nov. 26, 1923)

A New Photoelectric Effect. Reflection of Electrons Induced by Light. by I. Langmuir
(Science, 58. pp. 398-400, Nov. 16, 1923)
A study of some vacuum tubes containing caesium vapour has shown a peculiar photoelec. effect. The action of white light on an absorbed film of Cs on Ni seems to cause this surface to reflect eleastically, electrons which are made to inpinge on it. The number of electrons then can be thus reflected is found to be proportional to the intensity of light. Experimental details are given with data.

The Kerr Electro-Optic Effect in Gases. by G. Szivesy
Zeits. f. Physik, 26. 4-5. pp. 323-342, 1924.

Effect of Absorbed Gas on the High Frequency Resistance of Copper Wire. by A. Bally
Phys. Rev. 20, pp. 154-165, Aug. 1922.

Magneto Elastic Effect. by W. Gerlach and P. Lertes.
Selts f. Physik, 4, 3, pp. 383-292, 1921.

Effect of the Potential Drop along the Filament of a Valve on its Sensitiveness as a Detector. by E. Green. Radio Rev. 1, pp. 276-278, March 1920.

Bilduebertragung u. Schnelltelegraphie. von Fritz Schroeter
Sets. f. technische Physik, Nr. 9, S. 417-428, 1926.

Experiments upon the Reported Transmutation of Mercury into Gold. by m.w. Garett, B.A., Exeter College, Oxford. Royal Soc., 1926.

これは 水銀を高速電子で叩き，原子核の変脱を行うことに関するものであって，その当時にあっては 粒子加速器が未開発であったので，実験的には negative であた．原子核破壊を行う対象となる原子の K 輻射準位を励起させるに足る高速電子をどうして作るかということに関して長岡半太郎先生は83,000 volt 以上の高圧を用いたが粒子衝突の確率からみても不可能であったことが述べられている．

これらの他に，本田光太郎先生の鉄の話，金属の酸化物における電流の整流作用につ［ラヂオの日本］,大正15年 8月号の記事を記録しておらる．さらに，Kerr effect, Karolus Cell (1926), Shot Effect に関するもの (1925), Wave Mechanics, また，C.J. Davsson が Bell Sytem Technical J. (1928) に発表した "The Diffraction of Electrons by a Crystal of Nickel" その他 今日の物性物理学，半導体工学，マイクロ波工学の源となる貴重な文献を克明にノートし，勉強をしておられることが覗える．

今にして先生を思うに，先生の人生における Motivation は工学者であると共に科学者であったと思うのである．

輻射科学研究会資料
ＲＳ８５－０４

# マイクロコンピュータ制御ＴＶカメラによる導波形光回路の伝送特性測定（Ｉ）

岡村康行、　三木淳、　山本錠彦

（大阪大学　基礎工学部）

昭和６０年７月１９日

# マイクロコンピュータ制御ＴＶカメラによる導波形光回路の伝送特性測定　（Ｉ）

岡村康行　　三木淳　　山本錠彦
（大阪大学　基礎工学部）

## １．まえがき

光集積回路（光ＩＣ）を実現する上で最も基本的であり重要な課題のひとつは、誘電体基板上に作成された光導波路や各種の導波形光回路デバイス（受動素子、能動素子、機能素子など）の伝送特性の把握である。これら導波形光デバイスの場合、伝送路である光ファイバとは異なり、単に伝送損失測定のみならず、機能の動作確認、あるいは集積化されている場合には各素子間の境界での損失あるいはデバイス内での伝搬波形の振る舞いを知ることが重要となる。光導波路の伝送損失測定に関しては、これまでにプリズム結合器や光ファイバプルーブを光導波路表面上光波の伝搬方向に沿って動かし、導波路内の光分布の変化を測定し、光導波路の損失を求めるスライディングプリズム法［１］やファイバプルーブ法［２］などが報告されている。しかし、これらの方法は、伝送損失測定にのみ有効であり、ここで述べるような複雑な２次元形状の構造を有する導波形光回路の測定には適用できず、さらに、測定には熟練を要する欠点もあり、実用上問題があると思われる。

これに対し、本報告では、導波形光回路における伝搬波形観測ならびに比較的高精度に導波路の伝送損失が測定可能となる測定システムについて述べる［３、４、５］。本測定システムでは、マイクロコンピュータ制御による計測用テレビカメラを用いて導波光を直接撮影し、得られたデータを実時間計算機処理することによって自動化を図り、光回路における伝搬波形を観測している。まず、導波形光回路を構成する上で基本である単一モード導波路（スラブならびにチャネル導波路）および多モード導波路（スラブならびにチャネル導波路）における伝搬波形および伝送損失を測定し、つぎに、金属装荷形導波路、曲がり導波路、Ｙ分岐導波路、そしてマッハツェンダ干渉計における波形伝搬を観測し、本測定システムの有効性を調べている。

## ２．伝送特性測定システム

### ２．１　システム構成

本測定システムでは、光導波路からの散乱光を計測用テレビカメラを用いて撮影し、得られた画像データを計算機処理するものであり、図１に示すようなシステム構成から成っている。光導波路あるいは光回路へは、プリズム結合器もしくは対物レンズを用いた端面入射により、所望の導波モードが励振される。通常、導波光は導波路表面で散乱されるため、この散乱光（ストリーク光）を計測用テレビカメラ（浜松ホトニクス㈱、Ｃ１５８）により撮影することができる。カメラからの光強度に対応したビデオ信号は、カメラ制御装置（浜松ホトニクス㈱、Ｃ１０００）によりテレビモニタあるいはマイクロコンピュータ（ＨＰ９８３５Ａ）へ送られ、信号処理される。そして、Ｘ－Ｙプロッタ（ＨＰ９８７２Ａ）上に導波光の強度分布の変化が表示される。なお、カメラ制御装置では、カメラからの光強度に対応したビデオアナログ信号をデジタル化する機能を有し、画像から１本の垂直ライン（サンプリングライン）を選び、その輝度分布をモニタテレビ上へ表示させ、さらに、マイクロコンピュータへデータを転送するようになっている。有効走査線数は２５６本、５１２本、１０２４本のいずれかに設定可能であり、それらに対応して、画面は（２５６ｘｎ）ｘ（２５６ｘｎ）（ｎ＝１、２、４）

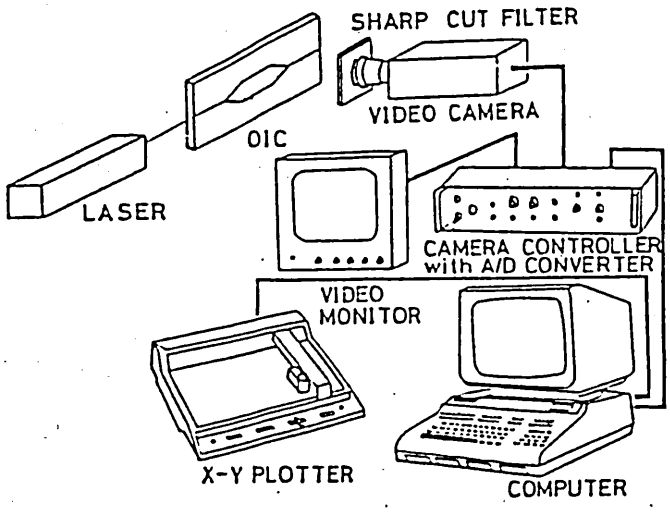



図１マイクロコンピュータ制御ＴＶカメラを用いた
導波形光回路の伝送特性測定システム。

のエリアに分割される。また、各画像輝度は８ビット（デジマル値２５６）の情報を持つ。なお、カメラの受光面は非線形感度を有しているが、マイクロコンピュータにより補正をおこなっている。ところでテレビカメラを用いたストリーク光のサンプリングには、２種類あり、ひとつはストリーク光方向にサンプリングする方法、いまひとつは、ストリーク光断面をサンプリングする方法である。前者のサンプリングは１回のスキャニングでストリーク光強度の変化が測定できるが、ストリーク光とサンプリングラインとを一致させるのが困難である。これに対し、後者のサンプンリングでは、試料設定が容易であり、サンプンリングラインをストリーク光方向にスキャニングすることにより、導波光の２次元画像情報を得ることができる。本観測システムでは後者のサンプリング法を採用した。

図２はモニタテレビ上のストリーク光およびサンプリングライン、サンプリングライン上の光強度分布であり、サンプリングラインをストリーク光方向にスキャニングすることにより光波伝搬の様子を知ることができる。

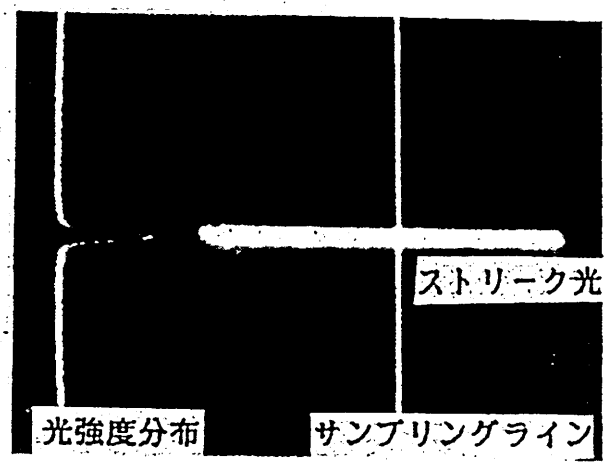



図２テレビモニタ上のストリーク光、
サンプリングライン、光強度分布。

２．２　低散乱導波路の観測

本測定システムでは、原理的には散乱がない光導波路の観測は困難であり、なんらかの方法で導波光を可視化する必要がある。ローダミンＢを用いた可視化法はすでに報告［６］されているが、非線形なアンチストークス発光

を利用しているため、観測される蛍光は導波光に比例せず、伝送損失測定を考慮すると不適である。本測定システムでは、０．６３μｍを中心に吸収し、０．６９μｍを中心に発光するナイルブルーＡパーコレイト［７］を用いた。ナイルブルーＡパーコレイトを溶解したＰＭＭＡを導波路表面の一部に塗布し、波長０．６３μｍの導波光の吸収による蛍光を撮影することによって、伝搬波形ならびに伝送特性を求めることができ、さらに、シャープカットフィルタ（ホヤ　ガラス㈱　Ｒ－６６カラーフィルタ）を用いて、励起光と観測光とを分離することにより、バックグランド光を除去しより正確な測定が可能となる。なお有機色素を含んだＰＭＭＡ薄膜塗布による影響は、ナイルブルーＡパーコレイトを含んだＰＭＭＡ自体の吸収損失が波長０．６３μｍにおいて２ｄＢ／ｃｍであり、ＰＭＭＡの膜厚を十分薄く、さらに導波層との屈折率差を大きくとれば、問題ないと考えられる。たとえば、本報告では、ＰＭＭＡの膜厚は０．１μｍ、導波層との屈折率差は０．１程度であり、ＰＭＭＡ塗布による影響は最低次モードに対しては0.01dB/cmオーダである。

３．光導波路および光回路の伝送特性測定

本節では、測定システムの有効性を調べるために、比較的容易にまた散乱が少ない低損失な導波路が得られるカリウムイオン交換法［８］を用いて単一および多モード導波路（スラブ導波路、チャネル導波路）、金属装荷形導波路、曲がり導波路、Ｙ分岐導波路、ならびにマッハツェンダ干渉計をスライドガラス基板上に作成し、それらの伝搬波形を観測した結果について述べる。なお、作成した光導波路ならびに光回路では散乱光がほとんど観測されなかったため、以下の例では金属装荷形導波路を除いてすべての試料表面上にナイルブルーＡパーコレイトを塗布し、観測を行なった。測定に用いた光源は波長０．６３μｍのＨｅ－Ｎｅレーザである。

３．１　単一モード導波路

スラブ導波路：　まずシステムの基本動作を確認するために、スライドガラス基板を３７０℃の$KNO_3$溶液中に０．５時間浸漬して作成した単一モードスラブ導波路の測定を行なった。ナイルブルーＡパーコレイトを含んだＰＭＭＡを導波路表面上の一部に塗布し、導波モード励振を塗布して

いない部分からプリズム結合器を用いて行なった。図３（ａ）は、ＴＥ$_0$モードを入射した場合のＸ－Ｙプロッタに各サンプリングライン上の光強度分布を光の伝搬方向に対し描いたものである。但し、サンプリングラインの間隔は８０$\mu$ｍである。そして、各サンプリングライン上の光強度を積分し、それらを光波の伝搬方向に対してプロットしたものが図３(b)（ｂ）である。なお、実線は減少指数関数に一致するよう最小２乗法より求めた直線であり、この傾きが伝送損失を与え、この導波路では０．４ｄＢ／ｃｍとなり、この種の導波路は低損失であることがわかる。このようにイオン交換導波路はスパッタガラス導波路［３］の場合とは異なり、散乱による大きな変化は

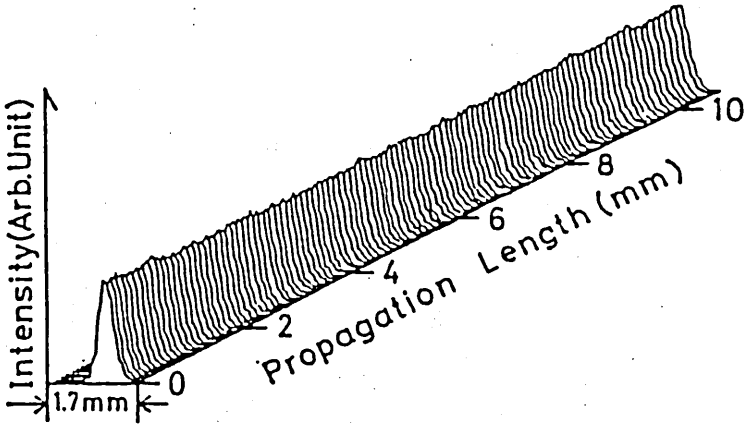



図３(a)単一モードスラブ導波路における導波光の伝搬の様子。

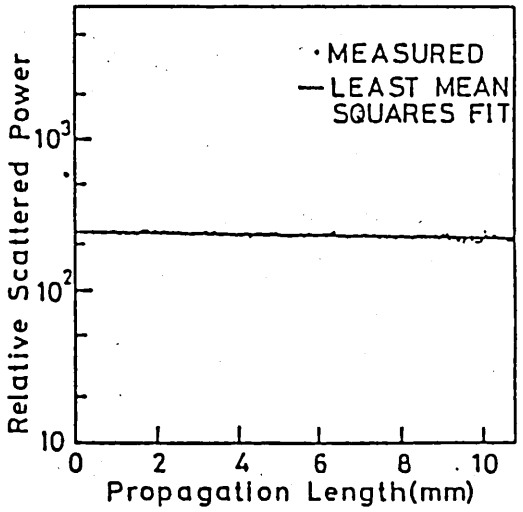



図３(b)散乱光パワーの伝搬距離依存性。

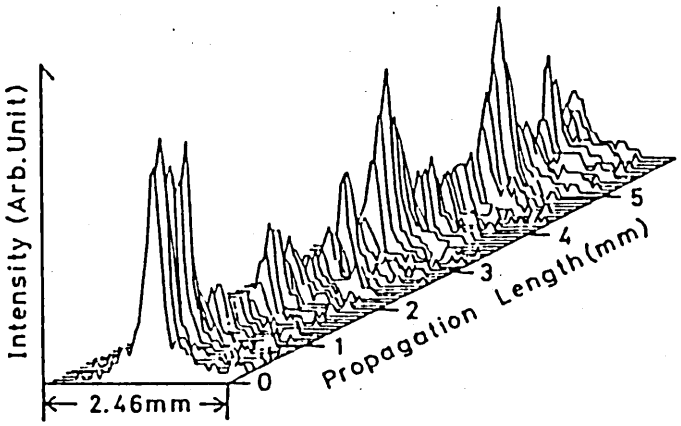



図４ＰＭＭＡを塗布していない導波路における伝搬波形観測例。

見られず、比較的滑らかに変化している。なおＰＭＭＡを塗布せずに導波光のみを観測すると図４に示すように導波光はほとんど観測されず散乱部のみが強調され、ＰＭＭＡ塗布による効果がわかる。

チャネル導波路：　光デバイスの高能率化、安定化を図るためには、導波路のチャネル化は、必須であり、その伝送特性を測定することは重要である。ここでは、ホトリソグラフィにより、アルミニウム薄膜スリット（スリット巾：４μｍ、スリット長：２０ｍｍ、膜厚：３００ｎｍ）を拡散用マスクとしてスライドガラス基板上に作製し、ガラス基板を$KNO_3$溶液中に浸漬してチャネル導波路を得た。拡散温度３７０℃、拡散時間０．５時間で単一モード導波路となった。図５（ａ）は、ＴＥ最低次モードを対物レンズ

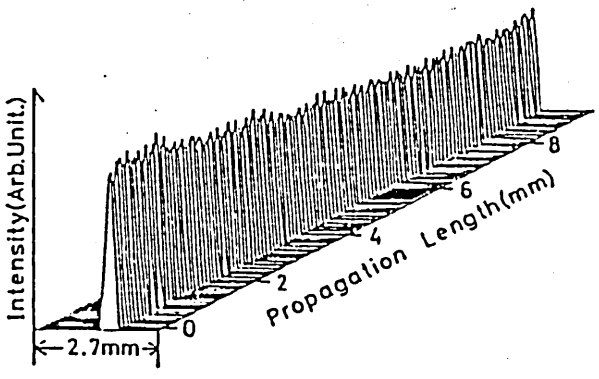



図５(a)単一モードチャネル導波路における導波光の伝搬の様子。

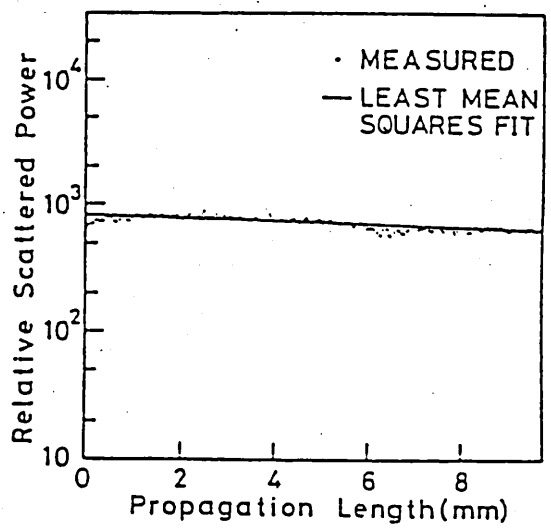


図５(b)導波光強度の伝搬距離依存性。

を用いて励振した場合の導波の様子を示している。又、図５（ｂ）は、各サンプリングライン上の光強度のピーク値を伝搬方向に対してプロットしたものであり、スラブ導波路の場合と同様に滑らかに伝搬しているが、伝送損失は1.2dB/cmと大きくなっている。

３．２　多モード導波路

スラブ導波路：　上記の導波路は単一モード伝送ガイドであり１個のモードのみが導波可能であるが、多モード伝送可能な導波路の場合、同時に２個以上のモードが励振されることがある。特に、拡散形導波路に高次モードを励振すると所望のモード以外の他のモードが励振されやすく、たとえば、４００℃の$KNO_3$溶液中に２時間浸漬して作製した多モード導波路（３モード伝送可能である）に$TE_2$モードを励振した場合、図６に示すようにストリーク光にビートが生ずる。これは、$TE_2$モード以外に$TE_1$モードも同時に励振され、これらモード間の干渉によって生じることによるものであり、多モード拡散形導波路でしばしば見られる［９］。

チャネル導波路：　さらに、導波路幅方向に多モード伝搬可能なチャネル導波路における光波伝搬を調べた。測定には、５０$\mu$mのスリット幅を有するアルミニウム薄膜をガラス基板上に作成し、スリット部のみでイオン交換を行なって作成した多モードチャネル導波路を用いた。作成条件は、拡散

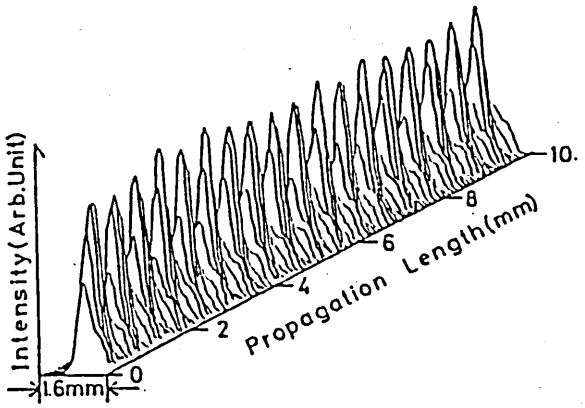



図６多モードスラブ導波路における導波光の伝搬の様子。

温度３７０℃、拡散時間０．５時間であり、膜厚方向に対しては単一モード伝送になっているが、横方向に対しては、１０モード以上伝搬可能である。図７は、プリズム結合器によりＴＥモードを入射した場合の、モニタテレビ上のストリーク光であり、それをＸ－Ｙプロッタに描かせた伝搬波形を図８に示す。縄模様の伝搬波形が見られ、光波は蛇行を描いて伝搬していく様子がわかる。これは、励振されるモード数は多くなるが、スラブ導波路の場合と同様にモード間の干渉によって生じるものである。

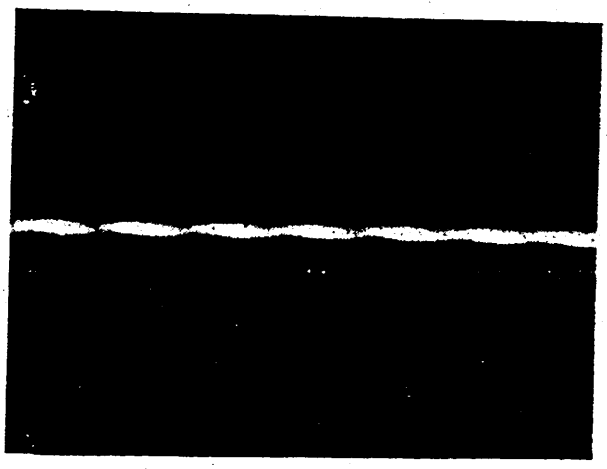


図７モニタテレビ上の導波光ストリーク
（多モードチャネル導波路）。

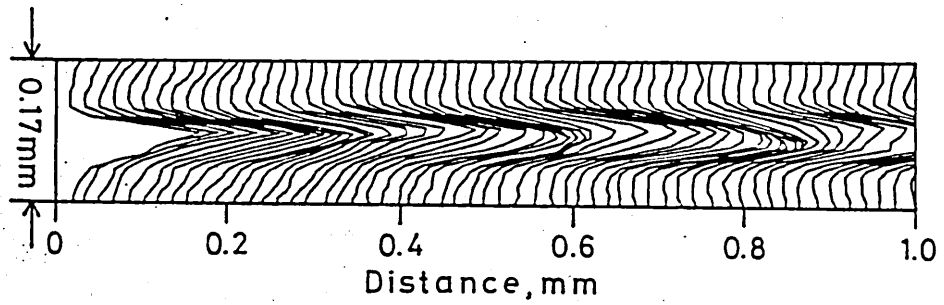



図８多モードチャネル導波路における導波光の伝搬の様子。

３．３　金属装荷形導波路

金属薄膜を誘電体導波路上に装荷した金属装荷形導波路はモードフィルタ素子としてよく利用されるが、その際フィルタの減衰量の把握が重要となる。又、電極として金属薄膜を用いた場合、導波路へ影響を与える。従来この種の導波路の損失は、三角形状の金属薄膜を導波路表面上に作成し、入射位置を変化させて薄膜装荷部を通過する長さを変え、その強度変化から求められてきた。しかし、このような方法では正確に伝送損失を測定することは困難である。そこで本測定システムを用いて、アルミニウム薄膜を１００Ａ程度カリウムイオン交換ガラス導波路上に一部装荷した導波路について測定を行なった。図９は、$TE_0$、$TM_0$モードをそれぞれ非装荷部から入射した場合の装荷部での光波伝搬の様子を示している。但し、サンプリングラインの間隔は３０μｍである。ＴＭモードの減衰はＴＥモードのそれに比べ大きく、金属装荷形導波路の特徴［１０］がみられ、伝送損失はそれぞれ9dB/cm、74dB/cmである。このように、本観測システムでは、数10dB/cmから100dB/cmオーダの高損失導波路の測定も可能であることがわかる。

３．４　曲り導波路

各種デバイスを集積化したりあるいは高密度化する上で曲り導波路は重要な役割をはたす。しかし、曲り部を含むため放射損失を受け、この曲り部での伝送特性評価を行なう必要がある。本システムの２次元スキャニングの有効性を確かめるため、曲り導波路（ここでは製作が容易な巾５０μｍのカリウムイオン交換導波路を用いた）を取り上げた。図１０に曲げ角３°、なら

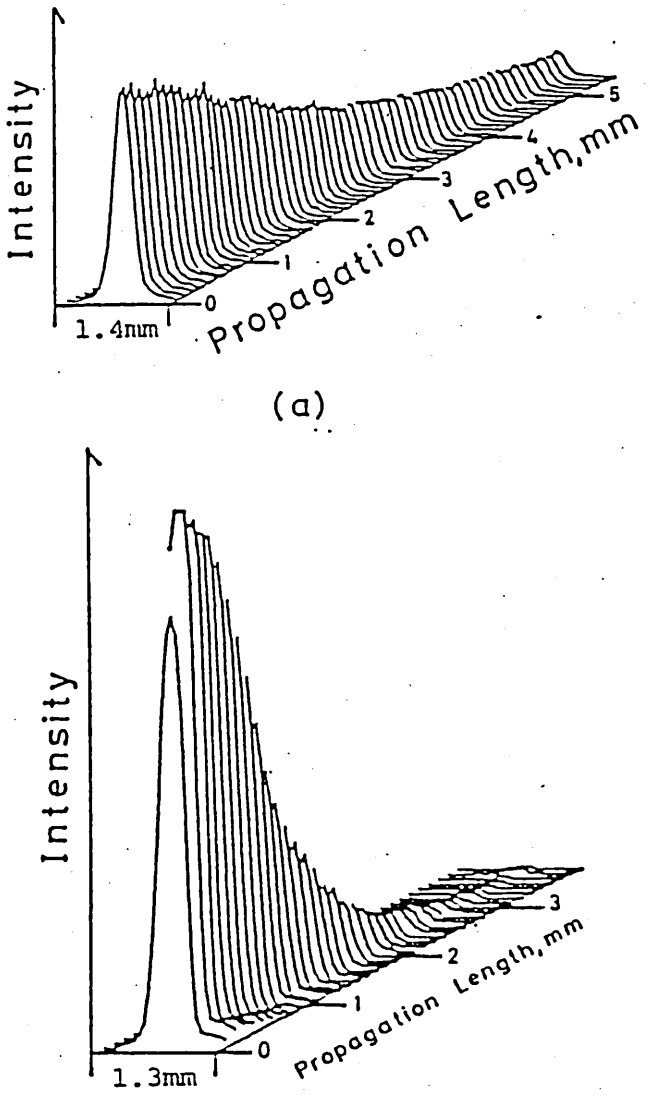



図９金属装荷形導波路における伝搬波形。
（ａ）ＴＥ$_0$入射　（ｂ）ＴＭ$_0$入射

びに、６°の曲がり導波路での導波の様子を示す。但し、プリズム結合器によりＴＥモードを励振している。導波光は曲がり部があるにもかかわらず、導波路に沿って伝搬していく様子がよくわかる。さらに、各サンプンリングライン上の光強度のピーク値を伝搬方向にプロットしたものを図１１に示す。多モード導波路のため、曲げ角３°では顕著な変化は見られないが、６°

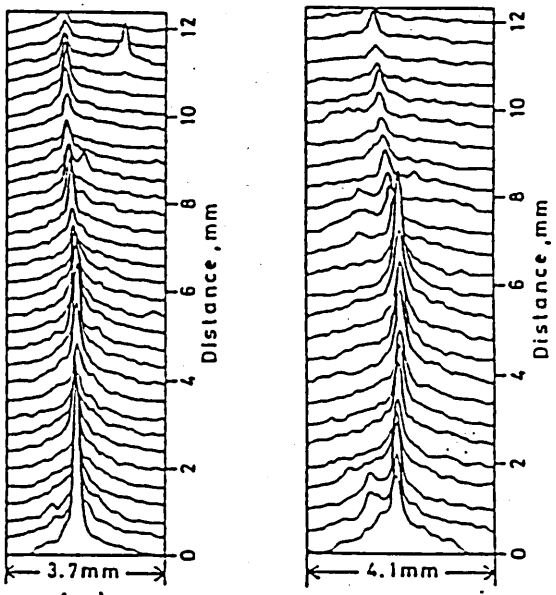



図１０曲がり導波路での導波の様子。
（ａ）曲げ角３°、（ｂ）曲げ角６°

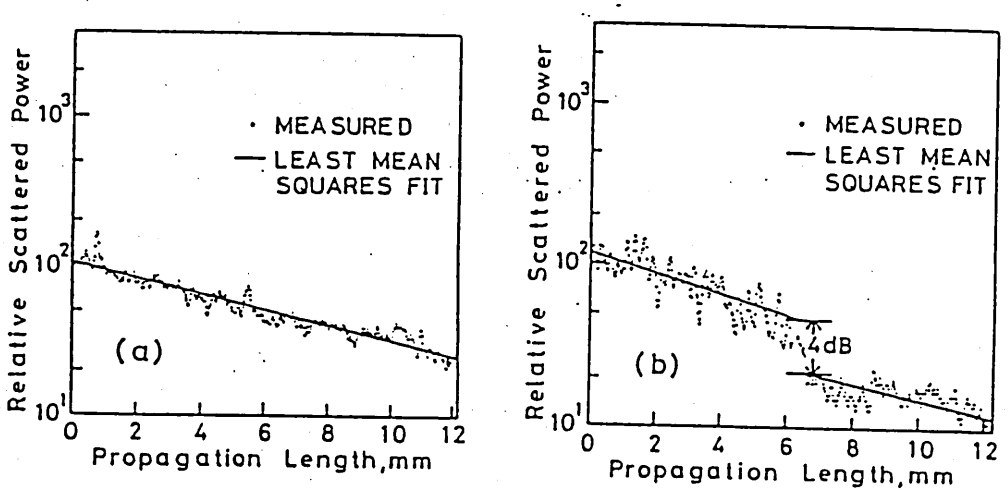



図１１曲がり導波路での導波光変化。
（ａ）曲げ角３°、（ｂ）曲げ角６°
（曲がり部での変化が曲げ損失を与え、
曲げ角６°の場合曲げ損失は４ｄＢである）

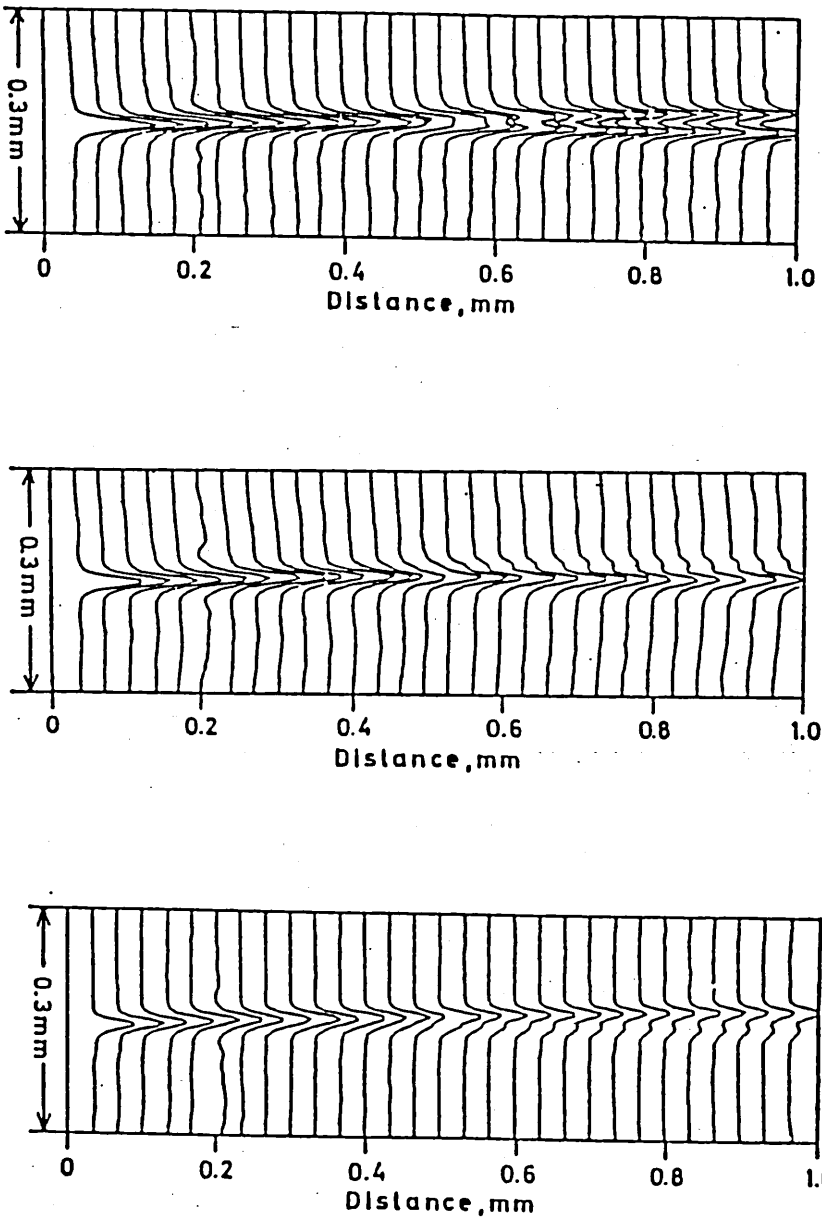



図１２Ｙ分岐導波路における導波の様子。
（ａ）基本モード入射、（ｂ）基本および１次モード同時入射
（ｃ）基本および１次モード同時入射（但し１次モードの位相は(b)に比べ１８０° 異なっている）。

の場合、曲がり部で大きな変化を受け、その曲げ損失は４dBである。但し、単一モード導波路では、より小さな曲げ角で変化を受けると考えられる。

３．５　Ｙ分岐導波路

Ｙ分岐導波路の入射側直線導波路の導波路幅が分岐後の導波路幅に比べ２倍とした場合の、入射条件による分岐部での光波伝搬を調べた。図１２は、最低次モードのみを励振した場合、最低次ならびに１次モードを同時に励振した場合（但し、（ｂ）、（ｃ）では１次モードの位相は１８０°異なっている）の伝搬波形を示している。但し、５０μｍの間隔でサンプリングを行なっている。最低次モードのみを励振すれば、ここで取り上げたＹ分岐導波路は３ｄＢパワーデバイダとして動作するが、最低次ならびに１次モードを同時励振すると分岐導波路の一方にのみパワーが移行されることがわかる。これらは最低次モードと１次モードとの２モード間の干渉によって説明される［１１］。なお、入射端と分岐点との間隔を変化させることにより図１２（ａ）と図１２（ｂ）とのを入れ替えることができる［１２］。

３．６　マッハツェンダ干渉計

電気光学結晶基板上に、導波形マッハツェンダ干渉計あるいはこれらを組み合わせて作製した導波形デバイスについては、たとえば導波形強度変調器［１３］、Ａ／Ｄコンバータ［１４］、相関器［１５］、デマルチプレクサ［１６］など多くの報告例が見られるが、動作確認のために直接、素子内を導波している光波を観測した例はなく、これらの伝送状態を知ることは興味深い（通常は出力端での動作確認が行なわれている。なお、ＢＰＭによる光

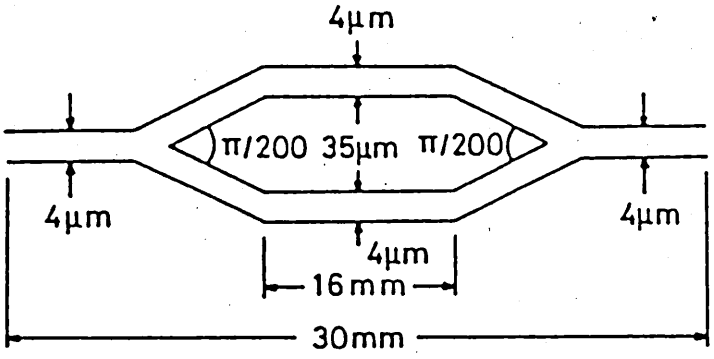



図１３マッハェンダ干渉計マスクパターン

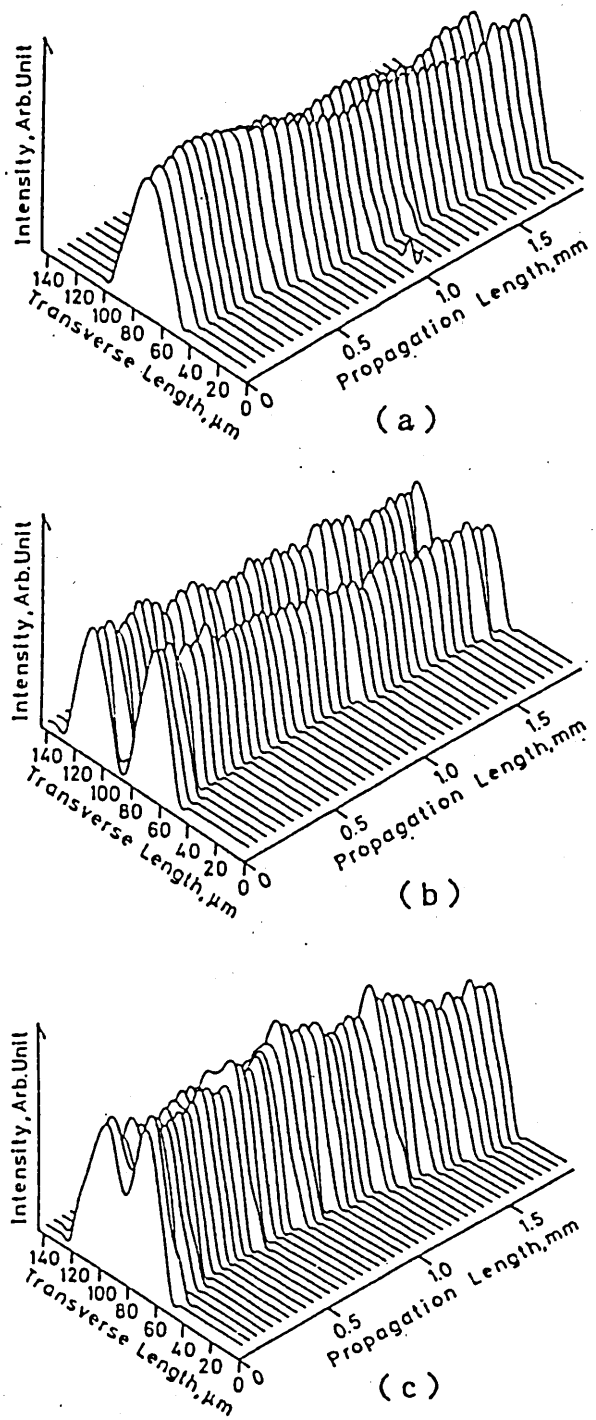



図１４(a)導波形マッハツェンダ干渉計の力分波部での導波の様子。
(b)導波形マッハツェンダ干渉計の平行導波路部での導波の様子。
(c)導波形マッハツェンダ干渉計の出力合波部での導波の様子。

波伝搬の様子を求めた計算例［１６］はある）。さらに、分岐部での分岐損の評価も重要となるが、測定例はあまりなく、わずかにカレン等の３プリズム法を用いた測定例［１８］があるだけである。したがって、分岐部での伝送特性が簡易に測定できることは重要である。ここでは最も基本的な素子であるマッハツェンダ干渉計を取り上げ干渉計各部での光波伝搬を観測した。図１３は、干渉計作製に用いたホトリソグラフィ用のマスクパターンであり、導波路巾は４μm分岐角は０．９°とした。入力側のパワーディバイダ、平行導波路部、出力側のパワー結合器での導波の様子を図１４に示す。なお、この場合、各サンプリングライン上の光強度はスプライン関数による補間を行っているために、滑らかな変化になっている。パワーディバイダで光波が徐々に分離されて平行導波路部へ移行し、さらにパワー結合器で合波されていく様子がよくわかる。又、これらはＢＰＭによる計算結果と一致している。

## ４．あとがき

導波形光回路における光波伝搬の観測が容易に行なえ、さらに伝送損失測定にも応用可能な観測システムについて述べた。本観測システムは、マイクロコンピュータ制御によるテレビカメラを用いて、実時間で計算機処理を行ない、又、可動部を含まないため安定で再現性あるデータが得られる特徴を有している。試料は一度セットするだけでよく、あとは自動的に測定できるため、測定に熟練を要しない。さらに、一本の真直な導波路測定のみならず、集積化の際、重要な役割をはたす曲がり導波路、分岐導波路、そして多重導波路結合部を有する複雑な２次元形状を持つ光ＩＣデバイスの伝送特性測定にも利用でき、その応用範囲は広いと考えられる。

現在、各種作製法の製作パラメータの導波路伝送特性へ与える影響の測定、分岐導波路の分岐損失測定、マッハツェンダ干渉計形変調器のスイッチ状態の観察などを本観測システムを用いて行なっている。

参考文献

[1] F.Zernike, J.W.Douglas, and D.R.Olson,J. Opt. Soc. Am., 61, 678 (1971).

[2] J.E.Goell and R.D.Standley, Bell Syst. Tech. J., 48, 3448 (1969)

[3] Y.Okamura, S.Yoshinaka, and S.Yamamoto, Appl.Opt.,22,3892 (1983)

[4] Y.Okamura and S.Yamamoto, Appl. Opt., 23, 3506 (1984).

[5] Y.Okamura, S.Sato, and S.Yamamoto, Appl. Opt., 24, 57 (1985).

[6] D.B.Ostrowsky, A.M.Roy, and J.Sevin, Appl. Phys. Lett., 24, 553 (1974)

[7] F.P.Schafer, Ed., "Dye Lasers" (Springer, Nwe York,1973) p.172.

[8] T.G.Giallorenzi, E.J.West, R.Kirk, R.Ginther, and R.A.Andrews, Appl. Opt., 12, 1015 (1973).

[9] J.Nishizawa and A.Otsuka, "Focusing-Type Integrated Optics," in Proceedings, Symposium on Optical and Acoustical Micro-Electronics, J.Fox, Ed. (Polytechnic Press, Brooklyn, (1974) p.23.

[10] K.H.Rollke and W.Sohler, IEEE J.Quantum Electron., QE-13, 141 (1977).

[11] A.Neyer, Electron. Lett., 20, 744 (1984).

[12] D.Yap and L.M.Johnson, Appl. Opt., 23, 2991 (1984).

[13] R.C.Alferness, IEEE J. Quantum Electron., QE-17, 946 (1981).

[14] H.F.Taylor, IEEE J.Quantum Electron., QE-15, 210 (1979).

[15] M.Izutsu, H.Haga, and T.Sueta, IEEE J. Lightwave Tech., LT-1, 285 (1983).

[16] H.Haga, M.Izutsu, and T.Sueta, IEEE J. Lightwave Tech.,LT-3, 116 (1985).

[17] P.Danielsen, IEEE J.Quantum Electron., QE-20, 1093 (1984).

[18] T.J.Cullen and C.D.W.Wilkinson, Opt. Lett., 10, 134 (1984).

輻射科学研究会資料(RS85-05)

# ２モード結合系の解析と方向性結合器の構成法への応用

小野　和雄　　沢　新之輔

（愛媛大学　　工学部）

昭和６０年７月１９日

（於　住友ビル）

## 1. まえがき

導波路形状や屈折率が伝送方向に徐々に変化するテーパ形導波路[1]-[4]は種々の用途，例えば，正規モードの異なる導波路間の効率的な接続を行うため，又，導波モード変換合波器，分岐波合器現象を集積回路として一体化するに必要とし，上記のように伝送方向に変化するテーパ形導波路は，モード変換素子，光変調器等は誘電体光導波路で構成することも可能であり，これらの素子間の接続も容易に行われる。[5]-[8]

一方，スラブ形光導波路からなる曲がり

用物い的盾し式を系(1容がの波取でるか逐規強，2的疎れ度
適らお論矛定程ドのるがの器導て独いしは正，析のぞ精い，損明
にかに動ら仮方一)あ析も合線し単用。ドのきに解ドれな。用低を
式点章波か と合モ で解た結2とがてる一きで次の一そ分るをつ性
程観6，果系結規ら常し性行系路しれモとが。系モを十あ果か用
方の第来結合，正か通適向平合波とわ規るとる合多み，で結単有
合論。従の結は部るはに方て結導ド扱正すこな結，のもら析簡の
結理る，文疎由局れてのでし疎，一りの在ずに一又合てか解の論
ド合なり論の理てらしる章とりてモ取路存表と均。結っいの路理
一結と本ドるし(tight coupling)ええとす7ドよし準て波でりこ不るの扱多系波，
モド能に，ーすと合考ド握第一に対蓋し導独よる，あ問りが合導し
を一可例が，モ定ド結と一把のモとにをと線単にきはでド取合結岐示
法モがを果2仮一強るモを文準これド系2，とで由め一て場一分を
方にと質結。はとモ，き規性論基るこ一合行とこ換理たモしる均るとの動こ媒なす系合準りで正特本，い。モ結平るる変うるの定き不成こ似波る状要示合結基よ着部の，が用る規強，いせに扱なつ仮でドらる近るえズ主を結疎るに帰局系ばるをき正はも用わ系りに2と析一かあ次れ与ンるとに，いとにな合えすドでの器にを合合取能，た解モ路で逐らをレいこはず用こ系う結例討一がき合合法れ結を可合じを2波能な得味バてるでまにぶのよも。検モとと結場方重疎系が場生象，導可。う，意一れけ文。化選合のかるを規こる性のをはのいのに現にドがるよとなテら導論る式に結こしれ法正うす向こ似ド系ド扱系立合後一成すのる的，得く本い定切疎。でば成の扱在方，近一合一り合独結最モ構にこす理てにな

ての適は[5]易選構路り存とし次モ結モ取結がで

2なか

## 2．不均一結合系のモード局部正規モード

モード結合理論によると，テーパ形導波路や曲がり導波路のように伝送方向に形状や局率が徐々に変化する導波路は不均一結合系と見なされ，基準導波路の正規モードを用いると，モード結合方程式は次式のように表される。

$$dA^{(0)}(z)/dz=\Gamma^{(0)}(z)A^{(0)}(z) \qquad (1)$$

ここで，$A^{(0)}(z)$は，基準導波路の正規モードの複素モード振幅$A^{(0)}(z)$を要素に持つ列ベクトルであり，$\Gamma^{(0)}(z)$は結合行列である。基準導波路は正規モードが存在し，しかも解析の容易な導波路が選ばれる。たとえば，後の6章で取り扱うテーパレンズ状媒質光導波路の場合には，任意の点において，その点の構造を持つ無限に長い理想的なレンズ状媒質光導波路を用いる。又，曲がり導波路の場合には，曲がり部に接する直線状導波路或はその点の曲率半径を持つ円形曲がり導波路を基準導波路として選ぶ[1-6]。又，式(1)添字iはモード次数を表す。

本論文では，不均一結合系の局部正規モードを逐次近似の方法に従って定義する。基準導波路の正規モードは第零近似局部正規モードと見なす。このことを明確に示すために，上付添字(0)を用いてある。以後，特に断わらないかぎり上付添字(n)は第n近似の量であることを示すために用いる。また，局部正規モードをLocal Normal Modeの頭文字をとってLNMと略記する。更に，特に伝送距離を示す必要がある場合を除いて，その関数依存性を陽には表さないことにする。結合行列の対角要素$\Gamma_{ii}$は次数iのモードの伝搬定数であり，導波路の損失を無視できると仮定すると純虚数値をとる。又，非対角要素$\Gamma_{ij}$は次数iとjのモード相互間の結合係数であり，

$$\Gamma_{ij}=-\Gamma_{ji}^{*} \qquad (2)$$

なる関係を満足する。但し，*は複素共役をとることを

表す。

任意の点zにおいて結合行列$\Gamma^{(0)}$は変換行列$Q^{(1)}$を用いて対角化することができ，結合方程式(1)は次のように変形される[13],[14]。

$$\{A^{(1)}\}' = \Gamma^{(1)} A^{(1)} \tag{3}$$

$$\Gamma^{(1)} = \Lambda^{(1)} - \{Q^{(1)}\}^{-1} \{Q^{(1)}\}' \tag{4}$$

$$\Lambda^{(1)} = \{Q^{(1)}\}^{-1} \Gamma^{(0)} Q^{(1)} \tag{5}$$

$$A^{(0)} = Q^{(1)} A^{(1)} \tag{6}$$

ここで，プライムは伝送距離zに関する微分演算を施したものであることを表す。更に，$\Lambda^{(1)}$は結合行列$\Gamma^{(0)}$の固有値を対角要素に持つ対角行列である。又，$A^{(1)}$の要素は第1近似LNMの複素モード振幅と定義する。従って，変換行列$Q^{(1)}$の第i列ベクトルは，i次の第1近似LNMを第零近似LNMで表したときの複素振幅を表す。均一結合系或は結合係数Cと伝搬定数の差$\Delta\beta$が全く同じ関数依存性を持つ不均一結合系の場合，変換行列の導関数$\{Q^{(1)}\}'$は零となる。この場合，式(3)は第1近似LNM相互間に結合がないことを示すことから，第1近似LNMはこのような結合系の正規モードと解釈される。不均一結合系の場合，一般に，式(4)は対角行列とはならない。その結果，第1近似LNM相互間に結合を生じることになる。そこで，$\Gamma^{(1)}$を第1近似の結合行列と定義する。第1近似LNMは，文献(14)の super local mode に対応する。

式(3)に対して，第1近似LNMを定義したのと同じ手順に従って，第2近似LNMを定義することができる。更に，同じ手順を繰り返すことにより，系統的に第n近似LNMが定義できる。第n近似及び第零近似LNMの複素モード振幅ベクトル$A^{(n)}$及び$A^{(0)}$は，

$$A^{(0)} = Q^{(1)} Q^{(2)} \cdots Q^{(n)} A^{(n)} \tag{7}$$

なる関係で結ばれる。ここで，$Q^{(m)}$ は m-1次結合行列を対角化するための変換行列である。この変換行列を得るためには，結合行列 $\Gamma^{(0)}$ の要素のm階導関数が存在しなければならない(13)。

上記の結果は，一般にNモードの不均一結合系に対して成立する。以下に，2モードの不均一結合系に対して，第1及び第2近似LNMを具体的に求める。

不均一結合系の結合行列は次のように表すことができる。

$$\Gamma^{(0)} = \begin{bmatrix} -j\Delta\beta/2 & -C \\ C & j\Delta\beta/2 \end{bmatrix} \qquad (8)$$

$$\Delta\beta = \beta_1 - \beta_2 \qquad (9)$$

ここで，$\beta_1$ 及び $\beta_2$ は基準導波路の基本及び高次モードの伝搬定数である。但し，結合行列は，基本及び高次モードに共通の位相変化 $\exp\{-j\int(\beta_1+\beta_2)/2\,dz\}$ を消去するように座標変換を行った場合を示している。

上記の手順に従って変換行列 $Q^{(1)}$ 及び $Q^{(2)}$ を求めると次のようになる。

$$Q^{(1)} = \frac{1}{K}\begin{bmatrix} C & j(\Gamma-\Delta\beta/2) \\ j(\Gamma-\Delta\beta/2) & C \end{bmatrix} \qquad (10)$$

$$Q^{(2)} = \frac{1}{H}\begin{bmatrix} \xi & -(\zeta-\Gamma) \\ (\zeta-\Gamma) & \xi \end{bmatrix} \qquad (11)$$

$$\Gamma = [(\Delta\beta/2)^2 + C^2]^{1/2} \qquad (12.a)$$

$$K = [2\Gamma(\Gamma-\Delta\beta/2)]^{1/2} \qquad (12.b)$$

$$\zeta = [\Gamma^2 + \xi^2]^{1/2} \qquad (12.c)$$

$$H = [2\zeta(\zeta - \Gamma)]^{1/2} \qquad (12.d)$$

$$\xi = [\{Q(1)\}^{-1}\{Q(1)\}']_{12} \qquad (13)$$

但し，$\xi$は第1近似の結合行列の(1,2)要素である。このような局部正規モード間には，次式に示す電力に関する直交関係が成立している。

$$\{Q^{(i)}{}_j\}^t \cdot \{Q^{(i)}{}_k\}^* = \delta_{jk} \qquad (14)$$

ここで，$Q^{(i)}{}_j$は第i近似のj次LNMの複素振幅ベクトルであり，tは転置を取ることを表す。

本論文では，疎結合(loose coupling)の条件が成立するような結合系を取り扱う。その条件は，

$$|C/\Delta\beta| << 1, \quad |\xi/2\Gamma| << 1 \qquad (15)$$

と表される。この条件の下では，変換行列は次のように近似できる。

$$Q^{(1)} = \frac{1}{\{1+(C/\Delta\beta)^2\}^{1/2}} \begin{bmatrix} 1 & jC/\Delta\beta \\ jC/\Delta\beta & 1 \end{bmatrix} \qquad (16)$$

$$Q^{(2)} = \frac{1}{\{1+(\xi/2\Gamma)^2\}^{1/2}} \begin{bmatrix} 1 & -\xi/2\Gamma \\ \xi/2\Gamma & 1 \end{bmatrix} \qquad (17)$$

式(16)及び(17)の非対角項の絶対値を，それぞれ，零次及び1次の結合効率と呼ぶことにする。すると，第1及び第2近似L_N_Mは，それぞれ，近似の程度が1だけ低いLNMを，1に対して結合効率程度の振幅比で重ね合わせることによって得られることがわかる。疎結合系の場合，上記のことは任意次数のLNMに対して成立する。

第1近似LNMは，式(10)或は(16)の列ベクトルとして与えられる。又，第2近似LNMは，$Q^{(1)}Q^{(2)}$の列ベクトルで与えられ，式(14)の条件の下では次のよ

うに近似できる。

$$Q^{(1)}Q^{(2)}=\begin{bmatrix}1+jC\xi/2\Delta\beta\Gamma & jC/\Delta\beta-\xi/2\Gamma\\ jC/\Delta\beta+\xi/2\Gamma & 1-jC\xi/2\Delta\beta\end{bmatrix}/(1+(C/\Delta\beta)^2)^{1/2}(1+(\xi/2\Gamma)^2)^{1/2} \quad (18)$$

## 3．不均一結合系のモード変換特性

一般に高い近似度のＬＮＭを用いた解析程，不均一な結合の効果を考慮したことになるため，結合系のモード変換特性を正確に表すはずである。本章では，第２近似ＬＮＭが正規モード或は十分な精度で正規モードと見なしうるような不均一結合系におけるモード変換特性を考察する。

非結合系と不均一結合系がｚ＝０において接続されているとする。非結合系から結合系へ複素モード振幅$A^{(0)}$なる波動が入射したと仮定する。不均一結合系における複素モード振幅Ａ(ｚ)は次式のようになる。

$$A^{(0)}(z)=Q^{(1)}(z)Q^{(2)}(z)\begin{bmatrix}\exp(-j\delta) & 0\\ 0 & \exp(j\delta)\end{bmatrix}\cdot\{Q^{(1)}(0)Q^{(2)}(0)\}^{-1}A^{(0)}(0) \quad (19)$$

$$\delta=\int_0^z \zeta(z)dz \quad (20)$$

疎結合の条件の下では，式(18)は次のようになる。

$$A^{(0)}(z)=\begin{bmatrix}T^{(2)}{}_{11} & -T^{(2)*}_{21}\\ T^{(2)}{}_{21} & T^{(2)*}_{11}\end{bmatrix}A^{(0)}(0) \quad (21)$$

$$T^{(2)}{}_{11}=(1-jC_0\xi_0/2\Delta\beta_0\Gamma_0)(1+jC\xi/2\Delta\beta\Gamma)\exp(-j\delta)-(jC_0/\Delta\beta_0+\xi_0/2\Gamma_0)(jC/\Delta\beta-\xi/2\Gamma)\exp(j\delta)/J \quad (22.a)$$

$$T^{(2)}{}_{21} =$$
$$(1+jC_0\xi_0/2\Delta\beta_0\Gamma_0)(jC/\Delta\beta+\xi/2\Gamma)\exp(-j\delta)$$
$$-(jC_0/\Delta\beta_0+\xi_0/2\Gamma_0)(1-jC\xi/2\Delta\beta\Gamma)\exp(j\delta)$$
$$/J \qquad (22.b)$$
$$J=[\{1+(C_0/\Delta\beta_0)^2\}\{1+(C/\Delta\beta)^2\}$$
$$\{1+(\xi_0/2\Gamma_0)^2\}\{1+(\xi/2\Gamma)^2\}]^{1/2} \qquad (22.c)$$

ここで，行列要素$T^{(2)}{}_{ij}$，結合係数及び伝搬定数は伝送距離zの関数であるが，陽には示していない。但し，添字0のついた項は，結合系の入射端z＝0における値であることを意味する。

さて，式(21)及び(22)は，非結合系と不均一結合系結合系の接続部において，結合係数$C_0\neq0$及び第1近似の結合係数$\xi_0\neq0$のように，構造が急激に変化する場合，非結合系の基本モードは第2近似の基本LNMと高次LNMへ変換され，その振幅は，それぞれ，$1-jC_0\xi_0/2\Delta\beta_0\Gamma_0$及び$jC_0/\Delta\beta_0+\xi_0/2\Gamma_0$となることを示している。又，接続部で$C_0=0$及び$\xi_0=0$と構造が滑らかに変化する場合，非結合系の基本モードは，結合系の第2近似LNMとして伝搬することがわかる。更に，$C_0=0$かつ$\xi_0\neq0$の場合には，結合系の第2近似LNMは，それぞれ，$jC_0/\Delta\beta_0$及び$\xi_0/2\Gamma_0$と結合系の接続部において，非結合系とに不均一結合系連続する場合，及び$C_0\neq0$かつ$\xi_0=0$の場合，及び高次LNMは，それぞれ，非結合系連続に不均一結合系連続に変化する場合，

## 4．不均一結合系の構成法に関する一考察

本章では，非結合系と不均一結合系の正規モード相互間のモード変換を行うための条件を考察する。但し，不均一結合系の結合効率は図1に示すように一定値をとるものとする。つまり，結合係数Cと伝搬定数の差Δβが同じ関数形に従って変化するような不均一結合系とする。

図1には，非結合系と不均一結合系IIの正規モード相互間のモード変換を行わせるために挿入するモード変換部（長さ$L_1$の不均一結合系I）の結合効率を示してある。モード変換を行うための条件を疎結合の近似の範囲内で求めると，例えば表1の例のようになる。但し，図1(a)及び(b)のように結合効率を変える場合を，それぞれ，構成法(i)及び(ii)としている。モード変換部の構成条件は，たとえば構成法(i)に対しては，次のようにして求めることができる。

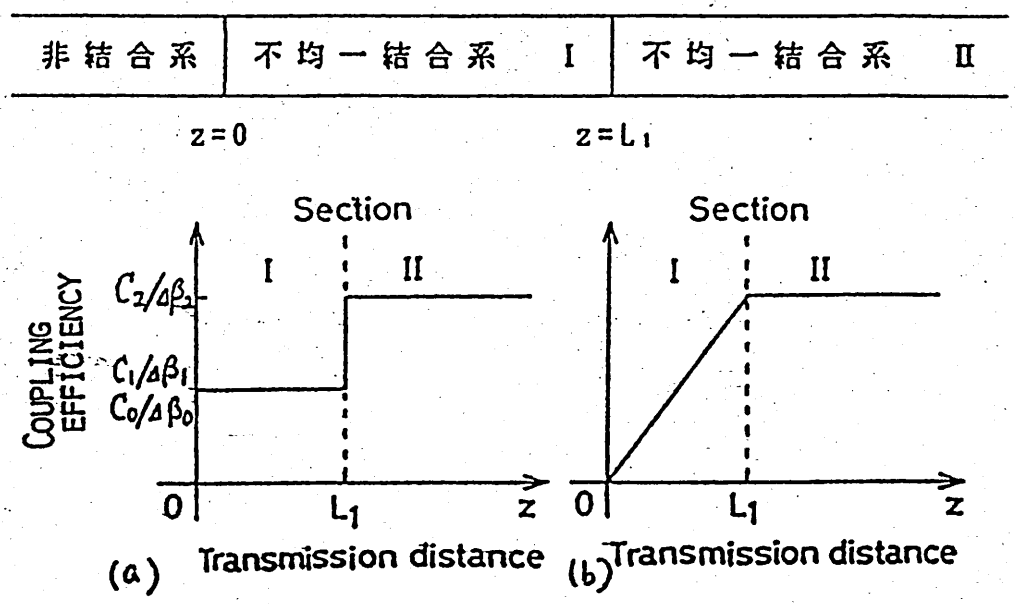



図1．2モード結合系の構成法。

非結合系から基本モードのみがモード変換部へ入射した場合，モード変換部の出射端において，第零近似の基本及び高次ＬＮＭの複素モード振幅の比は，式(21)及び(22)から次のようになる。

$$A^{(0)}{}_2(L_1)/A^{(0)}{}_1(L_1)=T^{(2)}{}_{21}(L_1)/T^{(2)}{}_{11}(L_1)$$

$$= j\,\frac{\cancel{j}C_1/\Delta\beta_1-\cancel{j}C_0/\Delta\beta_0\exp(2j\delta_1)}{1+C_1C_0/\Delta\beta_1\Delta\beta_0\exp(2j\delta_1)} \qquad (23)$$

$$\delta_1=\int_0^{L_1}\zeta(z)dz \qquad (24)$$

但し，添え字０及び１は，それぞれ，$z=0$及び$L_1$における値であることを示すために用いてある。又，構成法(i)の場合には，結合効率$C/\Delta\beta$が一定であるため$\xi=0$となることを考慮してある。結合系Ⅱの基本モードは，第零近似ＬＮＭの複素モード振幅の比が

$$\frac{A^{(0)}{}_2(L_1)}{A^{(0)}{}_1(L_1)}=j\,\frac{C_2}{\Delta\beta_2} \qquad (25)$$

と表される。但し，結合系Ⅱの入射端の量に対して，先ほどと同様に添え字２を用いている。表１の条件の

表１．不均一結合系の構成条件

| 構成法 | 構成条件 |
|---|---|
| (i) | $\int\zeta(z)dz=\pi/2$<br>$\tan^{-1}C_1/\Delta\beta_1+\tan^{-1}C_0/\Delta\beta_0=\tan^{-1}C_2/\Delta\beta_2$ |
| (ii) | $\int\zeta(z)dz=\pi$<br>$\xi_1/\Delta\beta_1=\xi_1/\Delta\beta_2$ |

下では，式(22)と(24)が一致することは容易に確かめられる。又，構成法(ii)に対しても，非結合系とモード変換部の接続部で結合係数$C_0=0$であることを考慮すると，表1の条件の下に，非結合系と結合系IIの正規モード相互間の変換が行われることは容易に確かめられる。

## 5．積分近似の方法との対応関係

不均一結合系において，結合係数が伝送距離の関数であっても伝搬定数が伝送距離に無関係な場合には，結合方程式は容易に積分することができる。このような結合系を仮に第1種不均一結合系と呼び，又，この解析法を積分近似解析法と呼ぶことにする。テーパ曲りの部は曲率が変化することによる伝搬定数の変化は極めて小さく十分な精度で第1種不均一結合系として取り扱うことができる[9],[10]。これに対し，テーパ形導波路[19]，テーパ形結合器[12]，分岐部[5]-[8]等のように伝搬定数が伝送距離とともに変化するものを第2種不均一結合系と呼び，前記の第1種不均一結合系と区別して取り扱う必要がある。

本章では疎結合の第1種不均一結合系を取り上げ積分近似解析法による結果と逐次近似解析法による結果を比較，検討し，その対応関係について2，3考察する。疎結合の第1種不均一結合系の場合，入射モード及び結合を生じるモードの複素モード振幅を，それぞれ，$A_1(z)$及び$A_2(z)$とすると，次のように近似される。

$$A_1(z)=A_1(0)\exp(-j\Delta\beta z/2)$$
$$A_2(z)=\{A_1(0)\int_0^z C(u)\exp(-j\Delta\beta u)du+A_2(0)\}\cdot\exp(j\Delta\beta z/2) \qquad (26)$$

但し，入射端における振幅を，それぞれ，$A_1(0)$及び$A_2(0)$で表している。式(26)は，入射モードの電力

は一定と近似し，結合モードの振幅は，２つのモードの位相差を考慮し，伝送距離に対して結合係数を積分することによって導かれる。結合係数Cが無限回微分可能と仮定すると，式(26)は部分積分を繰り返すことにより次のようになる。

$$A_2(z)=A_2(0)\exp(j\Delta\beta z/2)+A_1(0)\sum_{n=1}^{\infty}[C^{(n)}/(j\Delta\beta)^n\exp(-j\Delta\beta z)] \quad (27)$$

但し，$C^{(n)}$ はn階導関数であることを表す。前節までの結果と比較するため，２つのモードに共通の位相変化項$\exp(-j(\beta_1+\beta_2)z/2)$ を考慮し，２次の項まで残すと式(27)は次のようになる。

$$A_2(z)=A_1(0)\{jC/\Delta\beta+\xi/\Delta\beta\}\exp(-j\beta_1 z)+[A_2(0)-jA_1(0)\{jC_0/\Delta\beta+\xi_0/\Delta\beta\}]\exp(-j\beta_2 z) \quad (28)$$

式(28)から，

$$A_2(0)/A_1(0)=jC_0/\Delta\beta+\xi_0/\Delta\beta \quad (29)$$

であれば，不均一結合系のモード2の複素モード振幅$A_2(z)$は，入射モードと同じ位相変化$\exp(-j\beta_1 z)$を示すようになる。このような波動は，非結合系のモード相互間の振幅比$A_2(z)/A_1(z)$が，結合係数C(z)及び$\xi(z)$のみにより定まる。

$$A_2(z)/A_1(z)=jC(z)/\Delta\beta+\xi(z)/\Delta\beta \quad (30)$$

このような波動は不均一結合系の正規モードと見なしてよいと考えられる。

第１種不均一結合系をモード変換部として用いるこ

とにより，非結合系と均一結合系の正規モード相互間のモード変換を行うことが可能であることは，文献(10)でスラブ光導波路の曲がり部の構成法に対して示されている。又，伝搬定数の差$\Delta\beta$が一定であることを考慮すると，疎結合の条件の下では，表1の結果が文献(10)の表2の結果に一致することは容易に確かめることができる。

以上の結果，第1種不均一結合系に対しては，逐次近似の方法による結果と積分近似の方法による結果とがよく一致することがわかる。しかし，第2種不均一結合系に対しては，逐次近似の方法を用いた方が解析的な見通しがよいと思われる。

## 6．第1近似局部正規モードの一例

本章では，不均一結合系の代表例として第1種テーパレンズ状媒質[4]を取り上げ，第1近似LNMを具体的に示すことにより，テーパ部におけるモード変換の物理的意味をあきらかにする。

図2(a)に示すようなテーパレンズ状媒質は，解析的に詳細な検討が行われている唯一のテーパ形誘電体光導波路である。テーパレンズ状媒質において基本モードと結合するのは2次のガウスエルミート波である。基準導波路として図2(b)に示すように，点$z_0$において，その点の構造を持つ無限に長い理想的なレンズ状媒質を選び，標準的な手法[15]に従って結合係数$C_{02}$を計算すると次のようになる。

$$C_{02}=-g'(z)/2\sqrt{2}g(z) \tag{31}$$

但し，$g(z)$は集束パラメータである。結合モード間の伝搬定数の差が$2g(z)$であることを考慮し，結合効率を求めると次のようになる。

$$C_{02}/\Delta\beta = g'(z)/4\sqrt{2}g^2(z) \tag{32}$$

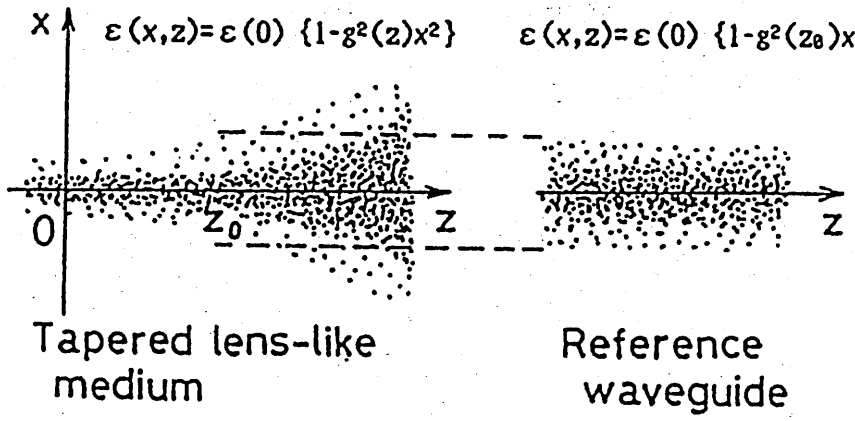



図２．テーパレンズ状媒質と基準導波路。

テーパレンズ状媒質の解析[4]においては，式(32)が１に比べ極めて小さいと仮定され，その高次項は無視されている。従って，テーパレンズ状媒質は，モード結合理論の立場からは，疎結合系と見なすことができ，第１近似の取り扱いで主要な結果が得られると予想される。

第１近似ＬＮＭの応答電磁界V(x,z)は式(16)及び文献(4)に示されているガウスエルミート波の界分布関数を用いることにより，次のように表される。

$$V(x,z)=N_0\left[1+j\frac{C_{02}N_2}{\Delta\beta N_0}He_n\left(\frac{x}{w(z)}\right)\right]\cdot\exp(-x^2/2w^2(z))\exp\left(-j\int_0^z\beta_0(z)dz\right) \quad (33)$$

但し，$N_n$及び$He_n$はｎ次モードの正規化定数及びｎ次のエルミート関数を表す。又，w(z)及び$\beta_0(z)$はガウスビーム波のスポットサイズ及び伝搬定数である。ここで，式(33)の[ ]内の第２項が純虚数であることに着目すると，テーパ部における結合の効果は，横方向界分布の変形ではなく，波面形状の変形を引き起こすことがわかる。そこで，$x \ll 1$として，

$$1+x \fallingdotseq \exp(x) \qquad (34)$$

なる近似を用いると，導波路中心軸付近の波面曲率$1/R(z)$は次のように計算される。

$$1/R(z) = 2C_{02} = -g'(z)/2g(z) \qquad (35)$$

この結果は，テーパレンズ状媒質を伝搬するビーム波がビート波長周期の脈動を起こすことなく伝搬するための条件に一致している。従って，第1近似ＬＮＭは整合波面係数[4]のビーム波を表すことになる。式(35)の高次項が無視できるようなテーパレンズ状媒質では，整合波面係数のビーム波は集束パラメータ$g(z)$とその導関数によって定まってしまうことから，近似の範囲内では，テーパ部の正規モードと見なしてよいと考えられる。誘電体光導波路においても金属導波管の場合[18]と同様に，直線部とテーパ部を直接接続すると，それぞれの区間の固有の波動が異なる波面曲率を持つために結合が生じることがわかる。

## 7．方向性結合器の構成法

本章では，２つの導波モードが伝搬可能なスラブ光導波路を用いて低損失な方向性結合器を構成するための方法を考察する。方向性結合器としては図３に示すように，ｙ－ｚ面に対して対称な構造を考える。導波路間隔の変化する領域を分離部，平行領域を結合部と呼ぶ。

方向性結合器の設計は次の手順に従って行う。

（１）分離部におけるモード変換損失ができる限り小さくなるように分離部を設計する。

（２）分離部における結合度を評価し，所望の結合度が得られるように結合部の長さを調節する。

方向性結合器の場合，図３に示すように導波路Ａ及びＢを十分に離した状態からエバネッセントな結合を

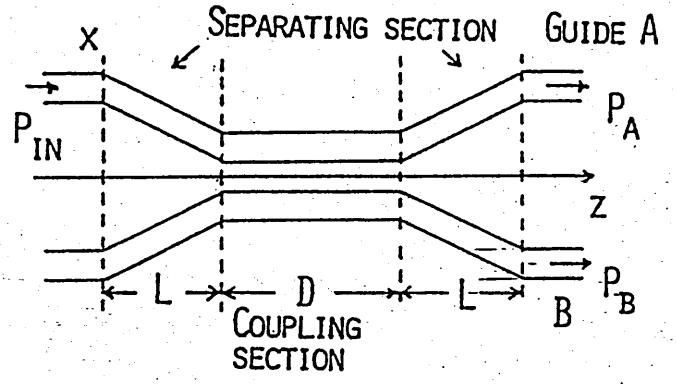



図３．方向性結合器。

生じる距離まで近づけ，再び十分に離れた状態にまで遠ざける。方向性結合器の結合度は導波路Ａ及びＢが単独で存在するときの正規モードの電力を用いて定義する。即ち，入射端において導波路Ａにのみ次数ｉのモードが入射したとき，導波路Ｂへエバネッセントな結合により移行したモードｉの電力$P_B$と導波路Ａ及びＢに沿うモードｉの電力との比$P_B/(P_A+P_B)$と定義する。そして，他のモードへの変換電力は損失とみなす。

なお，以下の数値計算例では，導波路Ａ及びＢが単独で存在するときの規格化周波数は２つの導波モードが伝搬可能な最大値２πとし，コアとクラッドの屈折率の比は1.01としてある。又，数値解析法としてはステップ近似解析法を用い，well guided であることから，放射モードへの変換は無視できると仮定した。

７．１　分離部の低損失構成法

第４章の構成法を適用することにより分離部の低損失化が可能になる。分離部を低損失に構成するための基本方針はテーパ形導波路の場合[19]と同様である。図４に示すように３つの領域に分け，平行２線導波路の正規モードと分離導波路の固有の波動相互間のモー

ド変換を行わせるように導波路を構成する。そこで，区間Ⅰ及びⅢをモード変換部と呼ぶことにする。従来，分岐導波路や分離導波路における結合特性及び導波特性は，結合係数及び伝搬定数が伝送距離の関数となるために，ほとんどの場合数値的にしか検討されていない。しかし，BurnsとMiltonはこれら導波路に対して，結合が十分に疎である場合には，結合効率が分岐間隔の変化率に比例することを示している(6)。そこで，本稿でも結合効率は導波路間隔の局所的な変化率に比例すると仮定し，その妥当性については数値計算結果から判断することにする。図4に示すように，分離部が対称構造であるため結合は基本（零次）モードと次数2の偶対称モード間でのみ生じる。第4章の構成条件によるとモード変換部の長さは，第1近似LNMの伝搬定数の差から求める必要がある。しかし，ここでは簡単のため平行2線導波路の伝搬定数の差Δβ(0)及びΔβ(L)を用いて，次のように近似する。

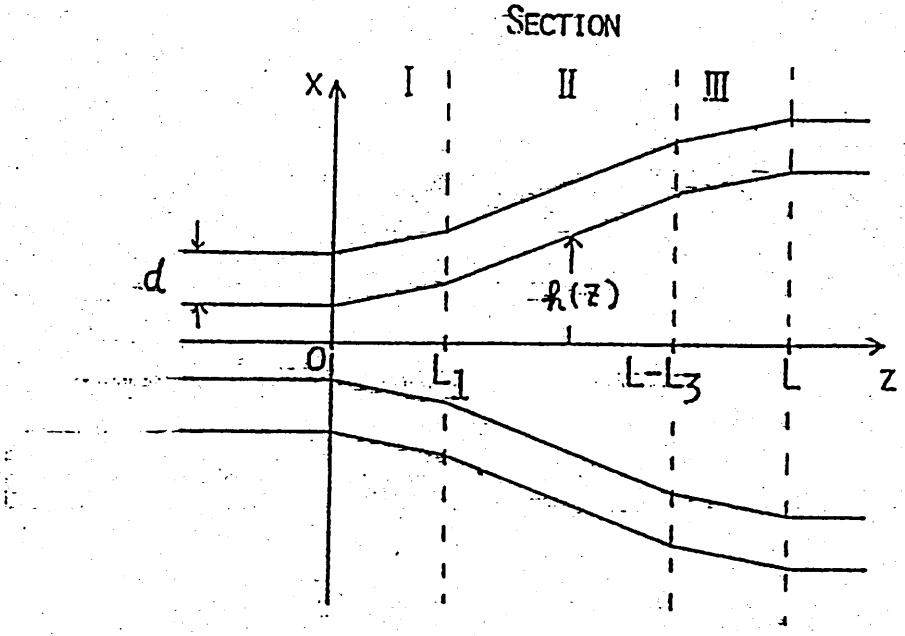



図4．分離部の低損失構成法。

$$L_1 = \pi / \Delta\beta_{02}(0), \quad L_3 = \pi / \Delta\beta_{02}(L) \qquad (36.a)$$
$$\Delta\beta_{02}(z) = \beta_0(z) - \beta_2(z) \qquad (36.b)$$

このような条件の下に構成された分離部に，基本TEモードを入射させた場合の高次モードへの変換電力を図5に示す。同図には，分離間隔及び長さの等しい直線状分離導波路に対する結果も破線で示してある。

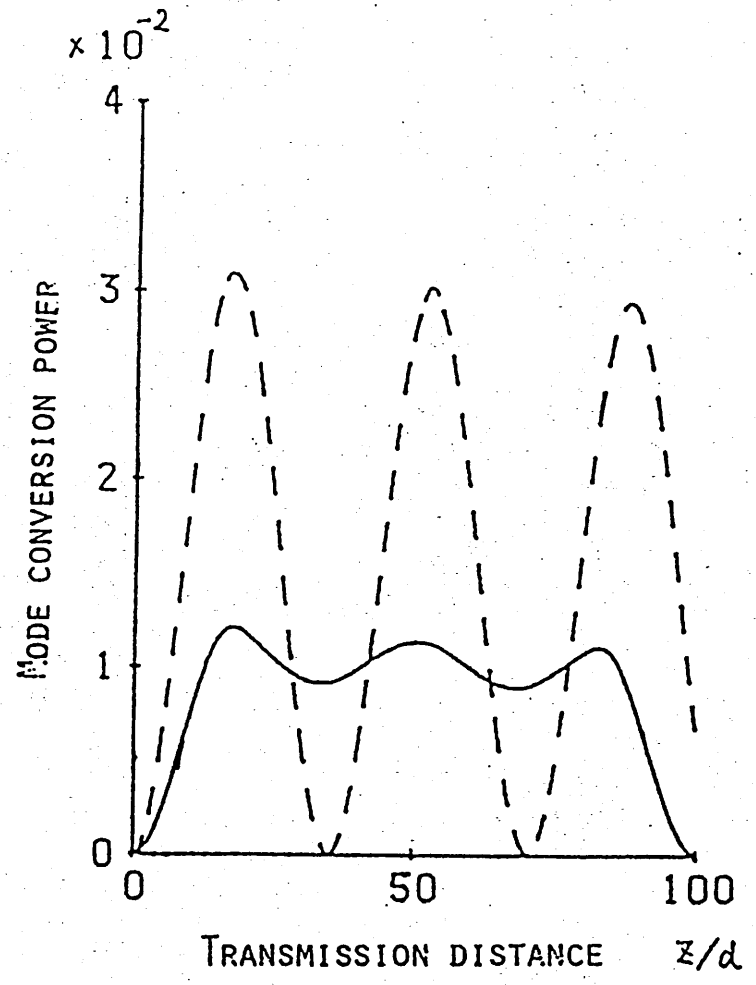



図5．分離部におけるモード変換電力特性。実線及び破線は，それぞれ，構成法(i)及び直線状分離部に対する結果を示す。

直線状分離部ではビート波長周期の正弦的な振動となるのに対して，本稿の構成法に従う分離部では区間IIで高次モードの電力がほぼ一定値をとる。区間IIでは，分離部の固有の波動に近い状態で入射波が伝搬していることがわかる。又，分離部出射端ではモード変換量，即ち，モード変換損失は区間IIの電力に比べけた違いに小さくなっている。従って，区間IおよびIIIは平行2線導波路の正規モードと分離部の固有の波動相互間のモード変換部として働いていると見なされる。この結果から，結合効率は分岐間隔の伝送方向変化率に比例すると見なしたことに対する妥当性が保証される。

図6には，表2に示す関数形の分離部を用いた場合と表1の構成法(i)を用いたときのモード変換損失を分離部の長さに対して示してある。直線状或はRaised Cos関数形の分離部を用いた場合に比べ構成法(i)の分離部は極めて低損失である。又，導関数がRaised Cos関数になる(3)の関数に比べても同程度あるいは概ね小さい。以上のように表1の構成法(i)に基づき，その構成条件を近似的に実現することにより低損失の分離部を構成できることを示した。分離部の導波路間隔が十分に大きく導波路A及びBがそれぞれ独立に存在すると見なしてよい場合には，この構成法は折れ曲がり部のモード変換損失を除去するための方法と一致する。従って，結合部の導波路間隔が大きい程，表1の構成条件を満足する。本論文では導波路間隔h/d=0.5から2.0の分離部についてのみ結果を示したが，いずれの関数形の分離部を用いても，導波路間隔が小さくなるとモード変換損失は一般に大きくなる。しかし，損失の関数に対する依存性については概ね同様であり，表1の構成法(i)及び表2の(3)の関数形のものが優れた特性を示す。

最後に，このような低損失分離部を実際に試作するための方法について述べておく。本節で示した近似構成法を実現するためには平行2線導波路における結合モード間の伝搬定数の差のみが既知であればよい。伝

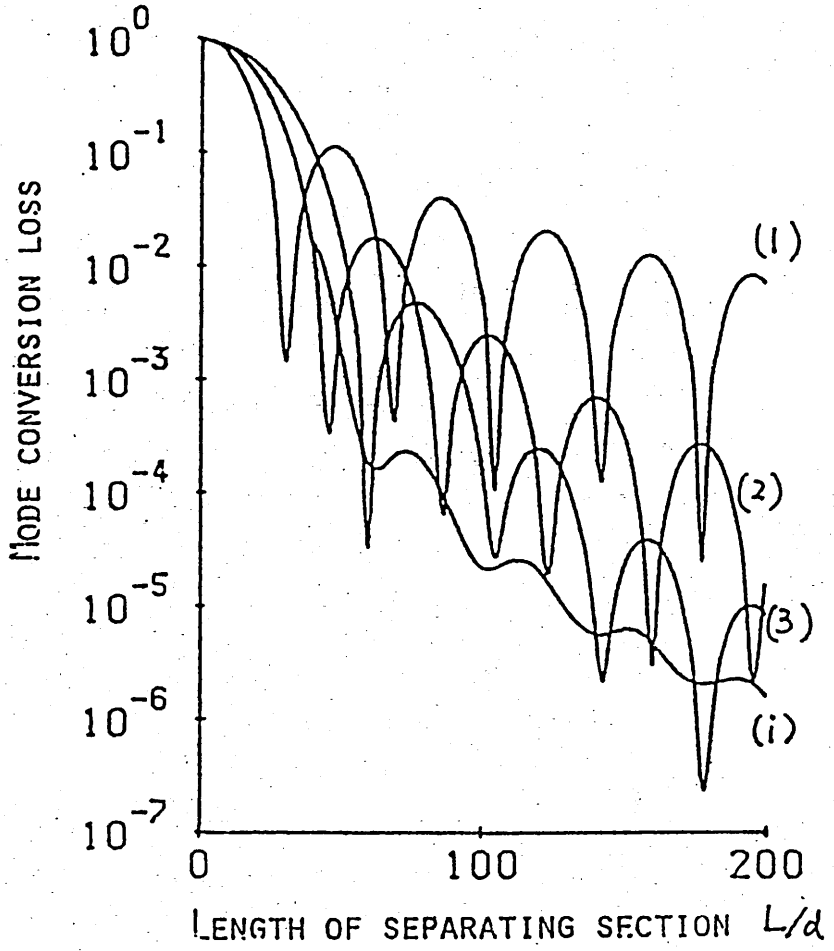



図６．分離部のモード変換電力損失特性。

表２．テーパ形状関数　f(z)。　　但し，
f(z)= { h(z)-h(0)} / { h(L)-h(0)} である。

| 番号 | テーパ形状関数　f(z) |
|---|---|
| (1) | z |
| (2) | { 1-cos(π z/L)} /2 |
| (3) | z-sin(2π z/L)/2π |

差るき測わバで
のあて観思な法
数でれをと易方
定易さトの容る
搬容立一ものき
伝的確ビる定で
べ，較がのき測計る
比は(20)間で，設れ
に定法一測法部え
の測定モに方離考
るら測搬易た分と
めかた伝容しのる
求といはつ示失い
をこ用差かで損て器
のるをの密節低え合
もなV数精本き備結異
のとT定りづを性とド
その定近搬よて基性向
値測最伝にっに用方
の的，と従タ実
数対ばりこ。一，2
定相えおるメり，
搬は例てすれラあ
7．2
のあ及表本分れ前失
さ比次大方結

にで本く基るぞる。
A要基よはなれじ換構隔，損成が1もは，
路重の度へにそ生変に問は失離あるのよ部の性一と近損
波が路精部と，をドう路て損分であつに離有向モこ1低
導性波て離こは合一よ波し換たずが1渉分固方規る第て
は特導っ分たド結モの導対変しは要を干，の正すのめて
で失線よ，し一とのこにに下窓る必路のし系めの定部含す。
器損2に合射モド間。う部一提きる波間かは含路推離で
合の行せ場入規一ドたよ離モでです導互しドも波を分ま示
結合平わのに正モーしう分の節用定線相。一部導性は部を
性場は合こ時の規モ示扱な間前適決2ドる。モ一離線特で離と
向たドね，同次正規をり行い規分2合節分こ
方せ一重てが1次正と取，接く行一い規分2合節分こと
，さモのっドび高のこでドっも度は規れのて，平の。よき
従て精器正さ路っ，望るにで
系そいと器干離N方

波てお動合の困Lな
に波結ドは似失
と近損
低
1
こ
有向モ
離
に
あつ
のよ部の性一
路て損分で
波が路精部と，をドう
導性波て離こは合一よ波し換たずが1渉分固方規る第て
は特導っ分たド結モの導対変しは要を干，の正すのめて
で失線よ，し一とのこにに下窓る必路のし系めの定部含す。
器損2に合射モド間。う部一提きる波間かは含路推離で
合の行せ場入規一ドたよ離モでです導互しドも波を分ま示
結合平わのに正モーしう分の節用定線相。一部導性は部を
性場は合こ時の規モ示扱な間前適決2ドる。モ一離線特で離と
向たドね，同次正規をり行い規分2合節分こと
方せ一重てが1次正と取，接く行一い規分2合節分こと
，さモのっドび高のこでドっも度は規れのて，平の。よき
従て精器正さ路っ，望るにで
系そいと器干離N方

分離部を通過することによるＬＮＭの位相変化を$\phi$で表すと，結合度Ｎの結合器を構成するための結合部の長さＤは次式で与えられる。

$$D=\{2\sin^{-1}(1/\sqrt{N})-2\phi\}/\Delta\beta_{01} \qquad (37)$$

ここで，$\Delta\beta_{01}$は結合部における平行２線導波路の基本及び１次ＬＮＭの伝搬定数の差である。位相変化$\phi$はステップ近似に基づく数値計算結果から得ることができる。しかし，分離部も含めた低損失な方向性結合器を構成するためには，結合部の長さＤ，従って，位相変化$\phi$を実際にモード変換特性の数値計算を行うことなく推定できるのが望ましい。例えば，平行２線導波路の正規モードの伝搬定数の差$\Delta\beta_{01}(z)$から位相変化$\phi_0$を次のように推定することが考えられる。

$$\phi_0=\int_0^{L_1}\Delta\beta_{01}(z)dz \qquad (38)$$

表３にステップ近似解析法による数値計算結果$\phi$と式(38)に基づく位相変化$\phi_0$を分離部の長さＬに対して示す。但し，分離部は構成条件(i)を満たしており，入出射端における分離部間隔は前節と同様に0.5及び2.0とした。同表から，平行２線導波路モデルを用いては分離部における位相変化を正確に見積もることはできないことがわかる。分離部が十分に緩やかな場合には位相変化$\phi_0$は$\phi$に近づくことから，この位相のずれは結合の影響によるものであることがわかる。そこで，第１近似ＬＮＭを用いて位相変化$\phi_1$を次のように計算し，表３に示す。

$$\phi_1=\int_0^{L_1}\Delta\Gamma_{01}(z)dz \qquad (39)$$

$$\Delta\Gamma_{01}=\Gamma_0(z)-\Gamma_1(z) \qquad (40)$$

表３から，ステップ近似による計算結果と第１近似ＬＮＭとして分離部を伝搬すると仮定して計算した位相

表３．分離部における結合モード相互間の位相のずれ

| L/d | $\phi$ | $\phi_0/\phi$ | $\phi_1/\phi$ |
|---|---|---|---|
| 50 | 0.0299 | 0.727 | 1.017 |
| 100 | 0.0502 | 0.878 | 0.981 |
| 200 | 0.0862 | 0.983 | 1.005 |

表４．3-dB結合器の構成例

(a)構成法(i)及び式(39)を用いた場合

| L/d | D/d | $P_A$ | $P_B$ | 損失 |
|---|---|---|---|---|
| 50 | 503.1 | 0.4988 | 0.4978 | $1.268\times10^{-3}$ |
| 100 | 490.5 | 0.4960 | 0.5039 | $4.223\times10^{-5}$ |
| 200 | 465.6 | 0.4959 | 0.5041 | $2.901\times10^{-5}$ |

(b)構成法(i)及び式(38)を用いた場合

| L/d | D/d | $P_A$ | $P_B$ | 損失 |
|---|---|---|---|---|
| 50 | 508.8 | 0.4894 | 0.5072 | $9.688\times10^{-4}$ |
| 100 | 494.0 | 0.4908 | 0.5091 | $8.028\times10^{-5}$ |
| 200 | 466.9 | 0.4940 | 0.5060 | $2.686\times10^{-5}$ |

(c)直線状分離部及び式(38)を用いた場合

| L/d | D/d | $P_A$ | $P_B$ | 損失 |
|---|---|---|---|---|
| 50 | 511.3 | 0.3635 | 0.2999 | 0.3111 |
| 100 | 499.4 | 0.4859 | 0.4951 | $1.725\times10^{-2}$ |
| 200 | 475.5 | 0.4884 | 0.4942 | $1.588\times10^{-2}$ |

表５．低結合度の方向性結合器の構成例。但し，分離部の長さL/dは，いずれの場合も50とした。
(a)構成法(i)及び式(39)を用いた場合

| 結合度 N | D/d | $P_A$ | $P_B$ | 損失 |
|---|---|---|---|---|
| 1/10 | 194.1 | 0.8971 | 0.1010 | $1.726\times10^{-3}$ |
| 1/100 | 46.5 | 0.9878 | .01034 | $1.642\times10^{-3}$ |

(b)構成法(i)及び式(38)を用いた場合

| 結合度 N | D/d | $P_A$ | $P_B$ | 損失 |
|---|---|---|---|---|
| 1/10 | 199.9 | 0.8931 | 0.1060 | $8.212\times10^{-4}$ |
| 1/100 | 52.2 | 0.9876 | .01210 | $2.444\times10^{-4}$ |

変化$\phi_1$とはよく一致していることがわかる。次に，３dB結合器を上記２つの位相変化の推定法に従って構成し，直線状分離部の方向性結合器と比較する。表４(a)及び(b)は共に構成法(i)の分離部を用いた場合であり，分離部における位相変化を評価するのに式(38)及び(39)を用いた場合の結果を示してある。同表(c)には直線状分離部を用い，結合部の長さは式(38)に基づいて構成した場合の結果を示してある。同表からわかるように，構成法(i)の分離部を用いることにより，方向性結合器の損失は直線状分離部を用いる場合に比べけた違いに小さくできる。又，表３(c)に示すL/d=50 の場合を除き，いずれの方法によっても３dB結合器が精度よく実現できる。この場合分離部における位相変化よりも結合区間における位相変化の方がはるかに大きいため，位相変化を評価するために式(38)或は(39)のいずれを用いても結合の程度に大きな差は現れない。しかし，結合度の小さい方向性結合器の場合，分離部における位相変化を正確に見積もる必要があると予想される。表５に分離部の長さLを50とし結合度が1/10及び1/100と比較的小さいときの結果を示す。同表から，第１近似ＬＮＭの伝搬に基づいて構成した結合器は結

(3ら向比にてわ向
式か方に部しが方
，値と合離搬とい
し計る場分伝こ低
対設いの，がるの
にと用部又Mき度
のるを離。Nで合
るなな部分るL価結
えく。離状き似評は
与さる分線で近に価
を小かの直く1確評る
度がわ）をさ第正るあ
合度が（i）失小をてよで
結合と法損に部っに要
の結こ成換い離よ法重
定はる構変違分に方は
所器な，ドたはとなに
に合くに一け化こう計
係結きうモも変すよ設
関く大よのて相なのの
無づがの器く位見こ器
に基れ上合短ると。合
度にず以結，けるる結
合8）の性べおいか性

## 8．むすび

一れ，
テられ化れ。合う一し似モ討。比とる結よ導成一
なえさ変こた一り2を次正をし果析で要と一な。射モ
う考がに，っ均取て法逐部性に結解の主こモ失た放
よと討向はか不にし成を局特かるのものす2損し，
るる検方てなの的と構ド，換らよ系る質示，低示は
すれの送しい合般例失一に変明に合す媒をにつをて
化らく伝関て結一用損モ次ド3法結応状と後且性い
変い多がにれ疎ら応低規。一，方一対ズこ最で用つ
に用てで件さをか一の正たモ2の均にンる。単有に
々にいま条に子場の器部しのを似不法レれた筒の部
徐途つ数計確素立そ合局義系件近種方バらしのそパ
が用に定設明なの，結の定合条分2の一得示器，一
率の子搬のりう論し性系に結成積第似テてを合てテ
曲々素伝子まよ理示向合的一構のの近，っ性結っの
や種的，素あの合を方結統均の来合分又よ当性よ路
造，体し形はこ結法る一系不部従結積。に妥向に波
構は具かパ性，ド方成均てら換と疎はた法の方と導
に子なし一特は一るら不っか変法，法し方法るこド
向素々。テのでモきか，従点ド方し方摘の方成す一
方の様るなそ文てで路ずに観一本討本指文本らしモ
送造，いう，論しが波ま法のモ，検，を本，か示一
伝構来てよは本とと導。方ド，に，てとがて路を単
パ従きるで系こドたの一し更較しこ果っ波法

ドも含めた取り扱いが必要であり，今後検討すべき興味ある課題と思われる。

## 文　　献


(1) D. Marcuse :"Radiation loss of tapered dielectric slab waveguides", Bell Syst. Tech. J., 49, 2, pp.273-290 (Feb. 1970).

(2) A.W.Snyder:"Radiation losses due to variation of radius on dielectric or optical fibers", IEEE Trans. Microwave Theory and Tech., MTT-18, 9, pp.608-615(Sep. 1970).

(3) D. Marcuse :"Radiation losses of the dominant mode in round dielectric waveguides", Bell Syst. Tech. J., 49, 8, pp.1665-1693 (Oct. 1970).

(4) S. Sawa:"A theoretical study of light beams guided along tapered lens like media and their applications", IEEE Trans. Microwave Theory and Tech., MTT-24, 2, pp.77-93 (Feb. 1976).

(5) H. Yajima:"Dielectric thin-film optical branching waveguide", Appl. Phys. Lett., 22, 12,pp.161-163(15 June 1973).

(6) W. K. Burns and A. F. Milton:"Mode conversion in planner-dielectric separating waveguides", IEEE J. Quantum Electron., QE-11, 1, pp.32-39 (Jan. 1975).

(7) H. Yajima:"Coupled mode analysis of dielectric planar branching waveguides", IEEE J. Quantum Electron., QE-14, 10, pp.749-755 (Oct. 1978).

(8) W. K. Burns and A. F. Milton:"An analytic solution for mode coupling in optical waveguide branches",IEEE J. Quantum Electron., QE-16, 4, pp.446-454 (Apr. 1980).

(9) W.A. Gambling, H. Matsumura and C.M. Ragdale :"Curvature and microbending losses in single-mode fibres", Opt. Quant. Elect., 11, 1, pp.43-59 (Jan. 1979).
(10) 沢，小野：”スラブ光導波路の円形曲がり部の一構成法”，信学論(C)，J64-C，2，pp.69-75（昭56-02).
(11) S. E. Miller :"Coupled wave theory and wave guide applications", Bell Syst. Tech. J., 33, 3, pp.661-719 (May 1954).
(12) R. B. Smith :"Analytic solutions for linearly tapered directional couplers", J. Opt. Soc. Am., 66, 9, pp.882-892 (Sep. 1976).
(13) N. G. Van Kampen :"Higher order correction to the WKB approximation", Physica, 35, pp. 70-79,1967.
(14) Huang Huang-chia :"Weak coupling theory of optical fiber and film waveguides", Radio Science, 16, 4, pp.495-499(July-Aug. 1981).
(15) 橋本　正弘：”不均質導波路の解析法”，電磁界理論研資，EMT83-7，1983。
(16) 川上　彰二郎：”光導波路”，第８章，朝倉書店，昭55.
(17) D. Marcuse :"Theory of dielectric optical waveguides", pp.106-111, Academic Press, 1974.
(18) H. G. Unger :"Circular waveguide taper of improved design", Bell Syst. Tech. J.,37,4, pp.899-912 (July 1958).
(19) 小野，沢：”テーパ形スラブ光導波路の構成法に関する一考察”，信学論(C)，J64-C，3，pp.213 - 214（昭56-03).
(20) Y. Okamura, S. Yoshinaka and S. Yamamoto :" Measuring mode propagation losses of integrated optical waveguides : a simple method

", Appl. Opt., 22, 23, pp.3892-3894 (1 Dec. 1983).

資料番号RS85－06

# 微小閉光共振器レーザ（ＣＭＣレーザ）

大阪大学　基礎工学部

小林 哲郎，森本 朗裕，末田　正

於　住友電工（大阪住友ビル）

昭和６０年7月１９日

輻射科学研究会

# 微小閉光共振器レーザ（CMCレーザ）

阪大基礎工　　小林哲郎，森本朗裕，末田正

## §1．はじめに．

微細加工技術の進歩により，量子サイズ効果を積極的に利用することが，可能となり，量子井戸デバイスや，超格子デバイスの研究，開発が盛んに進められている．一方，物質と輻射場の相互作用に基づく光デバイスでは，サイズ効果はもっと大きいところで，物質に先立ち輻射場に現われ，例えば，自然放出過程を規定するが，このような観点から，発光過程や光デバイスを研究，検討している例は，殆どないようである．光半導体デバイスでは，バンド間遷移の大部分が自然放出過程によるものであるので，これを輻射場の微小化　によるサイズ効果で制御，制限することができれば，従来にはない新しい光機能デバイスを実現しうる可能性がある．

ここでは，微小輻射場における，自然放出過程の制御の概要とデバイス応用の概要述べた後，応用デバイスの１例として，高密度集積化が可能な極低しきい値レーザ”微小閉光共振器レーザ（Closed Micro-Cavity Laser，CMCレーザ）”について検討した結果について述べる．

## §2．微小閉光共振器による自然放出過程の制御

### 2．1　場とモード

発光過程は，物質と輻射場の相互作用に基づくものであり，物質の波動関数，境界条件のみならず，光子の受け皿である輻射場の境界条件によっても規定される．例えば，図1に示すように，波長に比べ十分に小さい完全導体球面内に，十分に励起された，発光物質を詰め込んでも，発光は禁止され，発光できないことが容易に理解できよう．光を含めすべての電磁界はそれの存在する場の状況，境界条件等に支配されており，当然，物質との相互作用（誘導放出，誘導吸収，自然放出）もこれらから自由ではない．

一般に，電磁場は境界条件に基づく固有関数系（固有モード）の１次結合で記述できる．よく知られているように，これらの個々のモードがそれぞれ調和振動子として，場を構成しており（場の量子化），光の放出過程，吸収過程はこれら調和振動子と物質との間の光子のやりとりであると言うのが，量子力学的な考えである．上の例はボール（光子）は懐に沢山あるが，捕手（調和振動子）のいない投手（物質）のようなもので，ボールを投げることができないわけである．

次に光波電磁界のモードについて具体的に考えてみる．

最も，単純なモデルとして，図２に示すような，完全導体で囲まれた直方体光共振器を考える．マイクロ波共振器の場合と同様，内部の光波電磁界は，境界条件を満足する光共振器固有のモードで完全に記述されることになる．共振器内に光損失が存在する場合は，モードの固有値（周波数，波数）に広がりを導入すればよい．直方体の３辺をそれぞれａ，ｂ，ｄとすると，固有共振モードの波数ベクトルは，

$$K_{l,m,n}=(l\pi/a,\ m\pi/b,\ n\pi/d),\ (l,\ m,\ n\text{は整数}) \qquad (1)$$

と離散的な値をとり，ｋ空間では周期的な格子点に対応する．物質の発光スペクトル（あるいは，レーザの利得スペクトル）の中心周波数を$\nu_c$，スペクトル幅（利得帯域）を$\Delta\nu$とすると，発光に寄与する固有モードは

$$2\eta\pi(\nu_c-\Delta\nu/2)/c<\sqrt{(l\pi/a)^2+(m\pi/b)^2+(n\pi/d)^2}\ (=k)<2\eta\pi(\nu_c+\Delta\nu)/c$$

$\eta$：屈折率 (2)

を満足しなければならず，結局，発光に関連する固有モードはｋ空間では図３に示すように球殻内に存在する格子点に対応することになる．ａ，ｂ，ｄの寸法が小さくなると，この球殻内に分布する格子点数（モード数）は少なくなり，自然放出を含め発光は，この球殻のごく一部に局限され，時間的にも空間的にもコヒーレント化される．通常のレーザや発光素子おけるような，開放形や大寸法の光共振器内やあるいは，自由空間では，光波モードはｋ空間内に密に（場合によっては，連続固有値となるので，連続的に）球殻全体に分布し，自然放出は球殻全体のモードにわたって生じる．単一モード発振レーザも発振モードは１つだが，発振しないが自然放出の生じているモードはやはり球殻全体にわたって

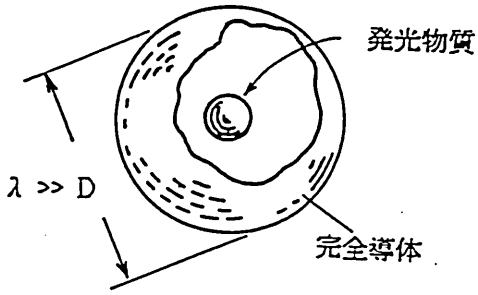



図1　発光，自然放出の禁止

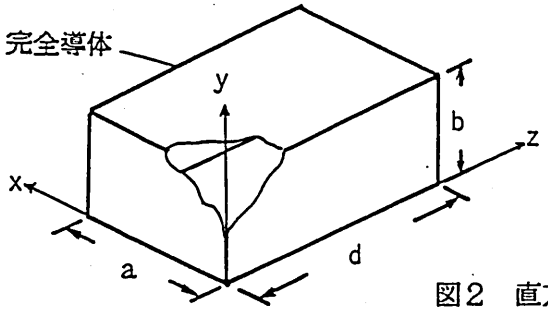



図2　直方体閉光共振器

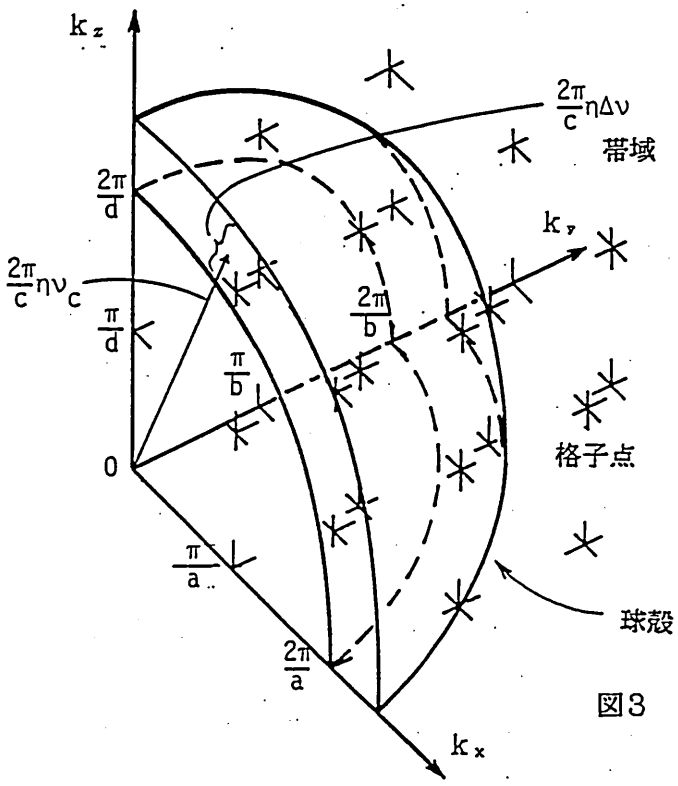



図3　固有モードの分布

いる．

## ２．２　各種構成レーザにおける，モードと発光

図４～図７は各種レーザ，およびＳＬＤ（スーパルミネッセンスダイオード）のｋ空間におけるモード分布の状況を示したものである．レーザのように誘導放出が特定のモードに集中して起こる場合，従来の発光素子では，全発光に占める自然放出の割合は高いが，その特定モードに混入している自然放出光の割合はむしろ小さい．これに対し，球殻内に固有モードが１つしかないような場合（単一モードＣＭＣレーザが相当）は，自然放出，誘導放出，誘導吸収のいずれもがこのモードのみに生じることになり，発光量が同じなら自然放出の全発光に占める度合は小さくなるが（自然放出確率は１光子に対する誘導放出確率に等しくなる），このモードへの寄与は逆に高くなる（～１）．図４～図７には，各方向への発光のスペクトルの相違，励起強度変化に対する発光強度の変化等も併せて示した．

さて，自然放出光がコヒーレントと言うのは，各原子（分子，電子）等が光子場に無関係にランダムに光子を放出すると言う自然放出の従来のイメージとは矛盾する．モードの数が多く，光子をそれらにばらまいて放出するときは，光子間の位相関係に関わりなく光子エネルギ，従って光子を放出できる（異なるモードに属する光子間の干渉があっても光子場全体のエネルギは保存できる）．他方，１つしかモードがないときは，光子放出中（少なくとも$T_2$～１／$\Delta\nu$の間，$T_2$：横緩和時間）に輻射場の境界からの反射による自己干渉や，既に場に存在している光子との干渉が生じれば，光子場（いまの場合単一のモード，調和振動子）内ではエネルギが保存できないこともあり，物質系とのエネルギの授受が左右され，光子の放出そのものが左右される．もっと簡単に言うと，自然放出は境界条件を満足する形でのみ生じ（境界条件を窺いつつ放出し），さらに場に既にある光波電磁界エネルギを減らさないよう位相に気をつけて行われるのである．結局のところ，単一モード閉光共振器内では，自然放出と誘導放出に大きい差はないようである．共振器が有限の損失をもつ場合は，自然放出はもうすこしそれらしくなるが，上述の傾向は変らない．高密度励起で分布反転密度が高いときは，自然放出の頻度も高く，同時に複数個の光子の自然放出も起りうるが，その場合は，それらは互いに同相になることになる．この現象は，ＡＳＥ（自然放出光の増幅，スーパルミネセンスダイオードや高利得ガスレーザでよく利

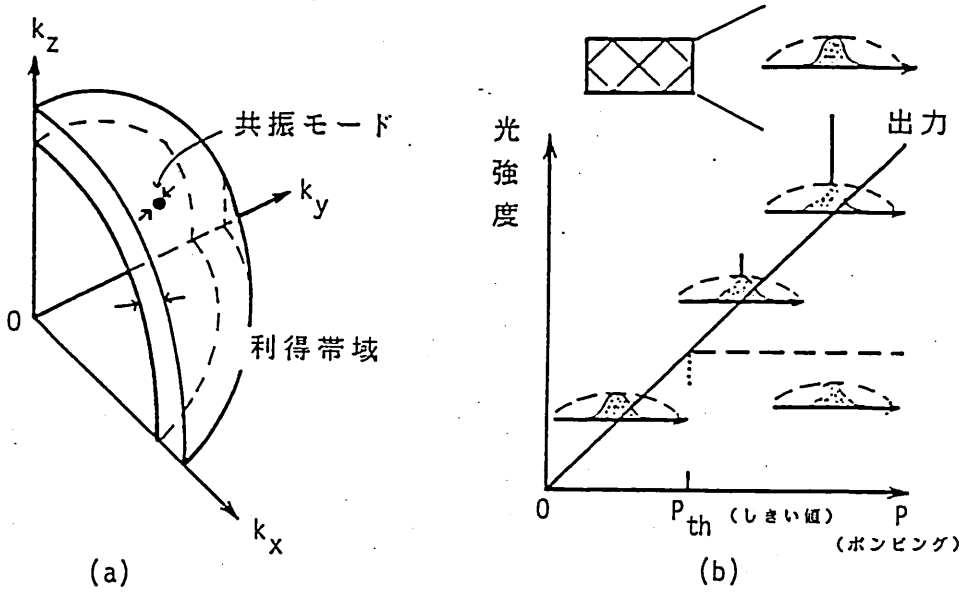



図4　単一モードCMCレーザ

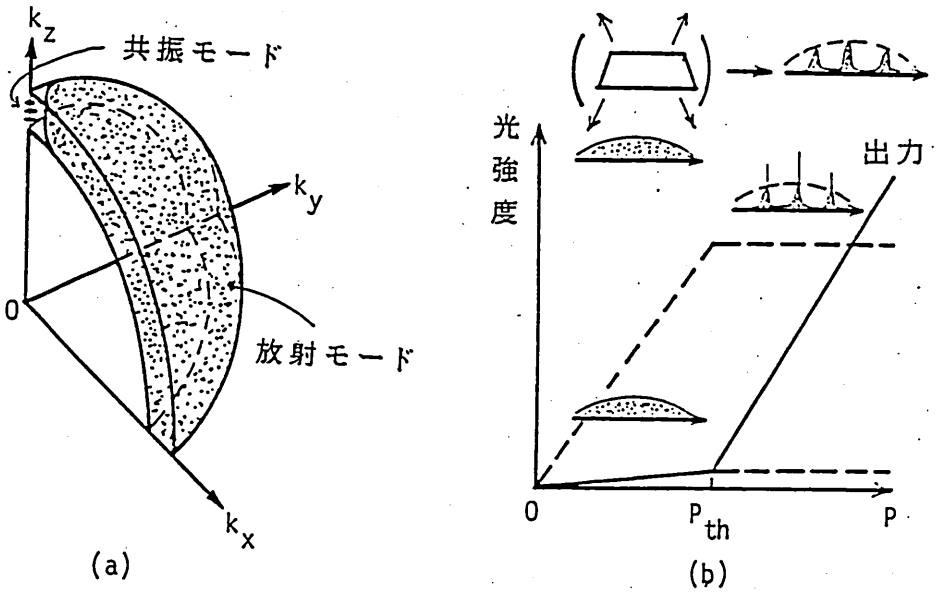



図5　ファブリ・ペロー共振器レーザ

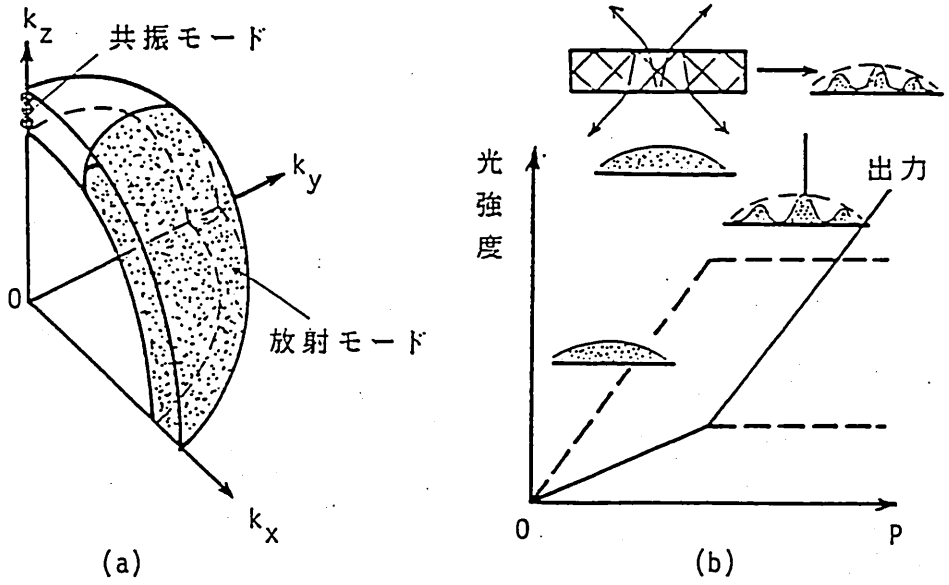



図6　導波形レーザ

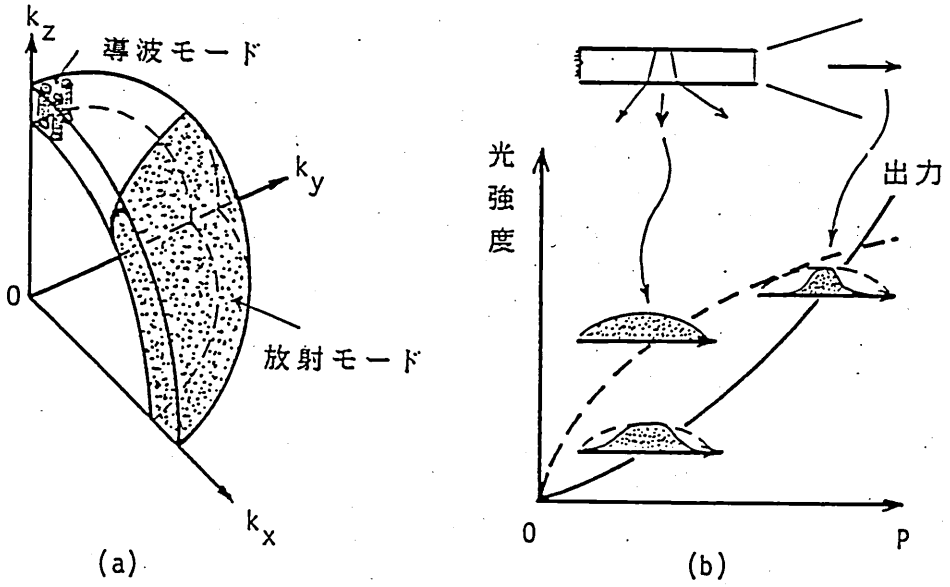



図7　スーパルミネッセンスダイオード（ＳＬＤ）

用される）と言うよりは，超放射に近いものである．何れにしても，微小閉光共振器内での発光過程は，新しい光デバイスへの応用を抜きにしても，量子エレクトロニクス的に興味深い研究対象となる．

－－　ここの解釈は筆者（小林）の考えであり，一般に認められているものではなく，十分な理論的裏付けもされていない．諸兄の御批判，御教示を乞う次第である．－－

## ２．３　期待される応用デバイス

（ａ）　低しきい値マイクロレーザ

自然放出確率が通常のレーザに比べ減少するため，上位準位寿命（キャリア寿命）が著しく伸張し，レーザ発振のしきい値が低下する．レーザ１素子の大きさは非常に小さくなるが，しきい値の低下は体積（勿論，面積）縮小のスケーリングよりさらに速いので，レーザの高密度集積に適している．

（ｂ）　Ｑスィッチレーザ（図８）

すべての固有共振器モードをレーザ利得対域外にやり，利得対域内の固有モードを零個に設定しておく．自然放出，誘導放出等の輻射遷移が禁止されるため大きな反転分布を得ることが可能であり，電気，磁気，光その他の手法で，固有周波数，利得曲線の位置を相対的に移動させ，これらを重ね合せることができるなら，Ｑスィッチ動作が可能である．

（ｃ）　非線形スィッチ素子，高速光論理素子

レーザ利得，屈折率，共振周波数の反転分布の量（キャリア密度），光子密度に対する非線形な依存性を利用すれば，光双安定素子，論理素子等非線形光学機能素子が期待できる．

（ｄ）　コヒーレントＬＥＤ（？）

前述のように，自然放出光がコヒーレント化できるので，コヒーレントＬＥＤが実現できそうである．しかし，１つ程度の共振モードから十分な発光量を得ようとすれば，モードの光子数をある程度増やす必要が生じ，この時点で，誘導遷移の方が支配的なレーザに移行する．つまり，ＬＥＤとして働かせても直ぐレーザになると言うことであろう．

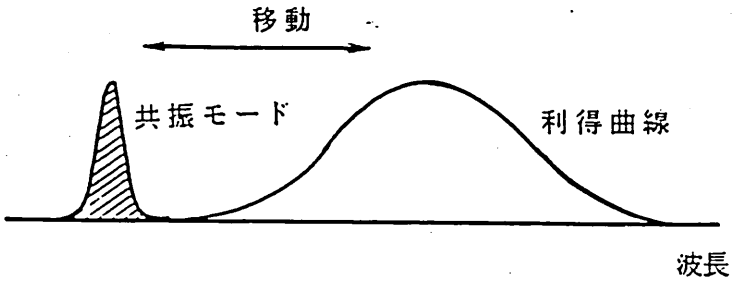



図8　Qスィッチレーザ

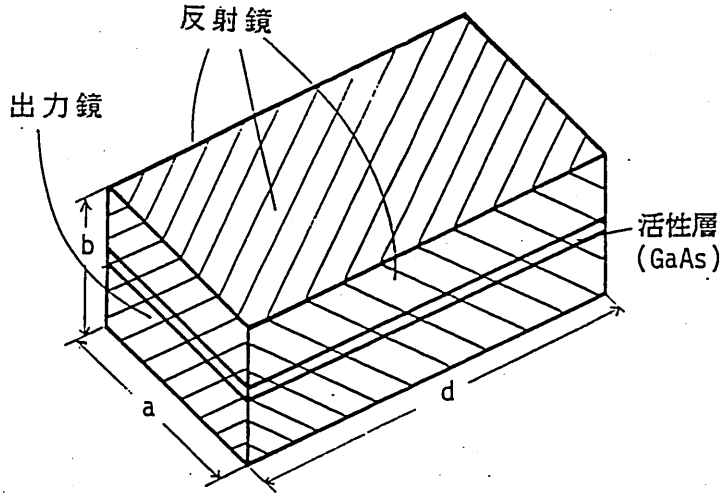



図9　CMCレーザの構成（GaAlAs-GaAs、単一モード）

a=246nm, b=113nm, d=12.5μm,

η=3.6 で m＝1 （λ=900nm）

## §3　微小閉光共振器（CMC）レーザとその特性

CMCレーザは図9に示すように，3次元的に閉じた微小共振器からなるレーザで，すべての発光（誘導放出は勿論自然放出も）が，極めて少数の離散的固有モードのみに規定され，自然放出光までコヒーレント化され有効に利用される特異な高効率レーザであるが，我々が提案したのみで，まだ実現されておらず詳しい検討もなされていない[1,2]．

### 3．1　出力特性の解析

ここでは，レート方程式を用いて簡単に解析してみる．　解析では，半導体レーザを念頭におきつつも，簡単のため4準位系（図10）のレート方程式を用いることにする．
1原子（分子，キャリア）がある特定の1モードへ光子を放出する確率は

$$\alpha_i (S_i + 1) \tag{3}$$

であり[3-6]，そのモードから光子を吸収する確率は

$$\alpha_i S_i \tag{4}$$

である．ここで，$S_i$はiモードに含まれる光子の数で，$\alpha_i$は誘導遷移の係数で

$$\alpha_i = (\pi \omega |\mu_{12}|^2 / \varepsilon V h)\ g(\nu_i) \tag{5}$$

で与えられる[5]．$\mu_{12}$は分極のマトリクスエレメント，Vは光共振器の体積，$g(\nu)$はレーザ媒質の規格化した利得曲線で$\nu_i$はiモードの共振周波数である．共振器内の反転分布量をN（$=N_2-N_1 \sim N_2$，4準位系）とすると，レート方程式は

$$\dot{N} = -\sum_i \alpha_i N (S_i + 1) - (N + N_0) / \tau_{nr} + P \tag{6}$$

$$\dot{S}_i = \alpha_i N (S_i + 1) - S_i / \tau_{ci} \tag{7}$$

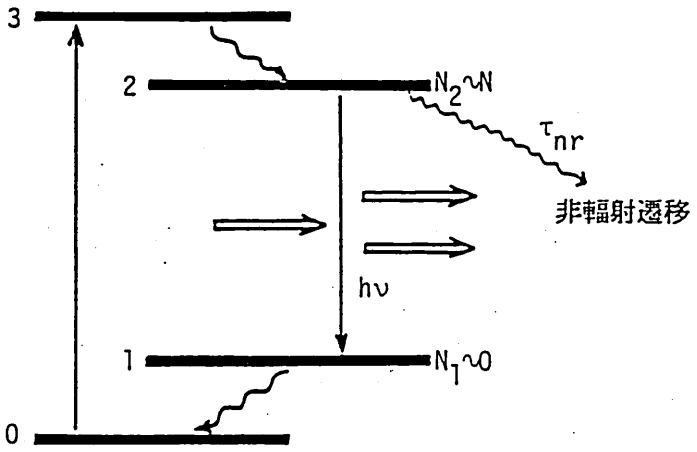



図１０　４準位系モデル

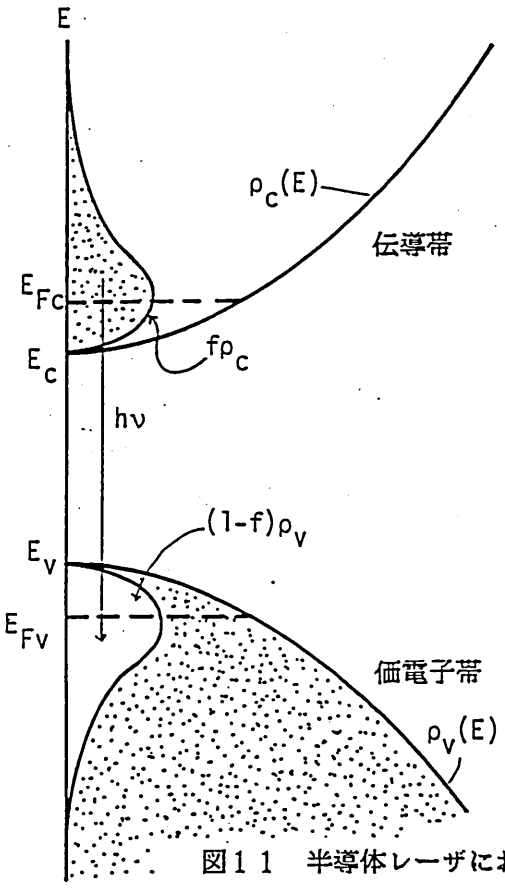



図１１　半導体レーザにおける反転分布

となる．ここで，$\tau_{nr}$は拡散効果も含めた反転分布量の非輻射緩和の寿命[7]，Pはポンピングの割合（電流に対応），$\tau_{c1}$は光子寿命，$\sum_i \alpha_i$は自然放出係数で存在する全モードへの自然放出確率で，通常の開共振器では，アインシュタインのA係数に対応する．$N_0$は$\tau_{nr}$の非線形性を考慮して現象論的に導入した漏れ分布量である．

半導体レーザにおいては，反転分布量に対し

$$Ng(\nu) \propto hV\int \rho_c(E')\rho_v(E'-h\nu)(f_c(E')-f_v(E'-h\nu))dE' \qquad (8)$$

の対応がある（図１１）[8]．

今１例として$\tau_{c1}=\tau_c\delta_{01}$となっている理想的な単一モード発振レーザ（発振モードの数が１つという意味，全モード数はm個）を考え，定常時の光子数Sを求めると，

$$S_0=\frac{1}{2}\{[(P-N_0/\tau_{nr})\tau_c-(m+1/\tau_{nr}\alpha_1)]+\sqrt{[\quad]^2+4(P-N_0/\tau_{nr})\tau_c}\} \qquad (9)$$

光子数とポンピング量P（注入電流に対応）の関係を図１２に示す．例えば図９の構成ではm＝１となるので，$\Sigma\alpha_i$（$=\alpha_1$）はAより１桁程度小さくなり，同寸法の開共振器構成($\sum_i \alpha_i=m\alpha_i=\alpha_1/\beta_1=A$）**に比べ発振しきい値は１桁程低下する．この値は寸法が小さくなっていることもあって，現在実用化されているものに比べると５～６桁程度低いものである．ちなみに，$I_{th}$を見積るとA＝$10^9$，$\tau_{nr}$＝10ns，$\tau_c$＝３psの場合 100nAとなる．

**ここで$\beta_1$は自然放出光のレーザモードへの寄与の度合をあらわす係数で1/mであるが，通常のレーザでは，

$$\beta_1\ (=1/m)=\alpha_1/\sum_i \alpha_i=c^3/(\eta^3\omega^3\Delta\nu V)=\lambda^4/(4\pi^2\eta^3\Delta\lambda V) \qquad (10)$$

である[9, 10]．

図１２で見ると，S＝１～３，つまり，共振器内の光子数が数個の状態で発振状態になっており，従来のレーザとは根本的に異なる発光素子とも言えそうである．さらに，自然放出光そのものがコヒーレントで 100%利用でき，低励起領域で高効率コヒーレント動作が可能なので，高密度集積にも適している．

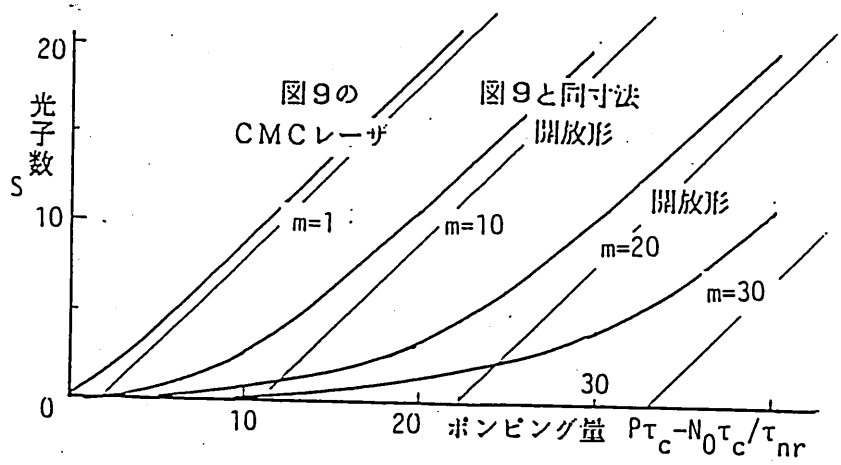



図１２　光子数とポンピング量の関係

## ３．２　スペクトル幅と動特性

従来の考えを適用すれば [6, 9, 10]，定常発振時のスペクトル広がりは

$$\Delta\nu_{osc}\ (\sim\beta m(1+\Gamma^2)/(2\pi\tau_c S))\sim(1/2\pi\tau_c)(1+\Gamma^2)/(S+1) \qquad (11)$$

で与えられる．Γは半導体レーザ特有のもので，共振器内部非線形効果による補正係数で２～６程度である．Γ→０で Schawlow Townesの式に対応する．これでみる限り，Ｓの小さいところで使う分だけスペクトル幅が広いことになるが，ＣＭＣレーザで（11）式が成立するかどうか，さらに，Γの値はどうかなどまだまだ検討しなければいけないところである．単色性，時間コヒーレンスはＬＥＤと従来の単一縦モード発振レーザの中間に位置し，戻り光に対しては，比較的安定になることが予想される．

スペクトルの動特性は，常にモードが１つしかないと言うことから安定で，大振幅変調時にもスペクトル広がりが（11）式の範囲を極端に越えることはないであろう．

### ３．３　実際的な素子構成の検討

直方体のＧａＡｓ（$\eta$～3.6，$\lambda$～0.9$\mu$m）をレーザ媒質としてこれに金属膜コーティングをして，閉光共振器を構成した場合（図９）についての設計例を以下に示す．

（イ）　a=248nm，b=113nm，d=25.0$\mu$m，　（ロ）　a=246nm，b=113nm，d=12.5$\mu$m

| $\ell$， | m， | n， | $\lambda$(Å) | $\ell$， | m， | n， | $\lambda$(Å) |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 1， | 0， | 172， | 9032 | 1， | 0， | 85， | 9091 |
| 1， | 0， | 173， | 8993 | 1， | 0， | 86， | 9012 |
| 1， | 0， | 174， | 8954 | 1， | 0， | 87， | 8935 |

利得帯域を～100Åとすると，（イ）では単一モードすれすれであるが，（ロ）では余裕をもって単一モード動作が可能になる．長波長のInGaAsP 系では寸法を倍近く大きくできよう．光励起半導体レーザなら上述のような素子は比較的簡単に作製可能と思われるが，実用的な電流注入形ＤＨ構造をとる場合には，金属膜あるいは多層膜反射鏡の他に電流注入部をつける必要があり，実際的な構成はかなり困難であろう．多層膜反射鏡を用いる場合には，この部分だけでも厚さが数波長となるため，モードの計算には，この分も共振器構成要素として考慮する必要が生じる．

## §４．今後の課題

今後の課題としては，本素子の作製と動作確認がまず第一にあげられう．

さらに．重要なことは，本素子のもつ特徴を明確にし，本素子が有効な用途，本素子でないとできないような用途を見出すことである．それには，本素子に関連深い，マイクロレーザ，面発光レーザ，ＤＦＢ，ＤＢＲレーザ，ＳＬＤ等との比較検討が必要であろう．

また，本素子を複数個結合させて用いたときの．相互干渉．コヒーレンス．結合出力などの検討も重要である．

レーザの戻り光が致命的な影響を与える情報機器分野での応用において，レーザ光のインコヒーレント化やＳＬＤが有望視されつつあり，空間コヒーレンスがあるが，時間コヒーレンスの少ない光源***や制御されたインコヒーレント光と言うようなコヒーレントと

インコヒーレントの中間をいく光源が今後注目を浴びよう．本素子はこれらの有力な候補でもある．

今後，光エレクトロニクスデバイスも必然的に小型化，集積化の道を歩むであろうが，その際，発光素子，レーザの行きつくところはは結局はこのＣＭＣレーザか，これに類似したものになるように筆者には思える．

＊＊＊ 最近，サブピコ秒，フェムト秒分光の分野でも，この種の光源が有効であることが示されている[11]．

最後に御教示を賜った本学望月和子教授，小林猛助教授に謝意を表す．

参考文献

[1] 小林哲郎他，　応物学会講演予稿集　29a-B-6(1982).
[2] 同 ，特定研究「極微構造エレクトロニクス」昭和57年第３回研究会資料(1983).
[3] 霜田光一，レーザ物理入門　岩波書店　1983.
[4] 宅間宏，量子エレクトロニクス入門　培風館　1972.
[5] A. Yariv,Quantum Electronics (John Wiley & Sons,New York,1975) .
[6] 望月和子，量子物理，オーム社 1974.
[7] C．van Opdorp and G. W.'t Hooft,J. Appl. Phys. 52(1981) 3827.
[8] H.C.Casey et al. Heterostructure Lasers (Academic Press,New York,1978)A，§3.
[9] 応用物理学会，量子エレクトロニク研究会資料 ”半導体レーザーの量子エレクトロニクスと期待される応用”(1981).
[10] 応用物理学会，量子エレクトロニク研究会資料 ”半導体レーザ”(1985) .
[11] 矢島達夫，物理学会誌 40 (1985) 519.

電波科学研究会資料
RS 85-7

# VHF/UHF帯大型レーダーによる中層大気の観測

前川 泰之
（大阪電気通信大学）

1985年 9月20日
（於大阪大学基礎工学部）

## 1. はじめに

VHF/UHF帯大型レーダーは、中層大気（高度10～100km）を観測する手段として大変有用である。中層大気中の風系や大気波動は、対流圏（高度約10km以下）の気象現象の様に日常生活に直接には関与しないものの、長期の気候変動などを左右する重要な要因であると今日では考えられている。たとえば太陽からの紫外線光を吸収する役目を持つ成層圏オゾンの分布、或は光化学反応を起す窒素酸化物などの大気汚染物質の輸送など、中層大気の環境を常に監視する上でも、中層大気の運動を連続的に観測することが望まれる。この様な中層大気に対する関心から、現在世界的レベルで"中層大気国際協同観測計画（MAP；1982-1985）"が進行中である。

近年、世界各地において、VHF/UHF帯の大出力（ピーク電力約1MW）のパルスドップラーレーダーを用いた中層大気の観測が盛んに行なわれる様になった（例えば Balsley and Gage, 1980; Rottger, 1980）。日本においても、京都大学超高層電波研究センター（代表；加藤進教授）によってMUレーダーが滋賀県信楽町に建設され昨年（1984年）11月から共同利用観測が開始された。これらのレーダー基地は、そのほとんどが欧米や日本などの地理的には中高緯度に集中しており、一方では赤道域における中層大気の観測データが現在に至るまで大変不足している。赤道域は、太陽エネルギーの最大入射地点である他、大気の運動に働くコリオリ（Coriolis）力が零になるなど

大気物理学上大変興味が持たれる地域である。この観点から京都大学超高層電波研究センターのグループは、1977年以来数回にわたって、ヒカマルカレーダー（ペルー；11.75°S, 76.87°W）及びアレシボレーダー（プエルトリコ；18.35°N, 66.75°W）を用いて中層大気の観測を行なって来た。これらの大型レーダーは、いずれも赤道域に位置しており、世界最大級の出力とアンテナ開口面積を有している。本研究では、ヒカマルカレーダーとアレシボレーダーを用いて観測された電波の散乱エコーを解析し、その周波数スペクトルのドップラーシフトから得られる中層大気の運動について議論を行なう。

## 2. 大型レーダー

ヒカマルカレーダーやアレシボレーダー等のVHF／UHF帯の大型レーダーは、元来電離層（高度100km以上）観測用のレーダーとして、1960年代初頭建設された。当時は今日の様に衛星通信が発達する以前の時代であり、遠距離通信はもっぱら中波・短波帯の電離層反射を利用して行なわれていた。そのため、安定な通信回線の構築には電波の反射点である電離層の構造や性質を詳しく知ることが不可欠であった。この様な要請から、地上から強力なVHF/UHF帯電波を発射し、電離層からの散乱波を地上で受信して周波数スペクトル解析を行なうことにより、電子やイオンの密度、温度、或は平均移動速度等の様々な電離層プラズマのパラメータをリモートセンシングする技術

が開発された(Evans, 1969). こうして出現したヒカマルカ, アレシボレーダーは、電離層の電子やイオンのランダムな熱運動に起因する電波のインコヒーレント散乱波を探知することから、IS (Incoherent Scatter) レーダーとも呼ばれる。

ヒカマルカレーダーはペルーの首都リマの北東30kmの位置にある。送信周波数は50MHzであり、送信パルスの最大瞬時出力は約1.5MWである。アンテナアレイは、地上1.8mの所に取りはけられた直交ダイポール9216素子から成る一辺288mの大口径アレイが用いられている。アンテナアレイは4個に分割利用可能であり、また直交ダイポールもそれぞれ独立に励振することが出来る。アンテナ素子144個ごとに設けられたモジュールの励振位相を変えることにより、アンテナをフェイズドアレイとして使用可能であり、アンテナビームを天頂から数度の範囲で操作することが出来る。

アレシボレーダーはプエルトリコの首都サンファンの西80kmの位置にある。送信周波数は430MHzであり、公称最大ピーク出力は約2.5MW, 平均出力は150kW程度である。送信機の帯域は約1MHzを有する。アンテナは直径約300mの固定球面反射鏡とその上方約150mの高さに吊り下げられた可動式の一次放射機から成る。アンテナビームは一次放射機を動かすことにより、天頂角20°の範囲内で任意の方角に向けることが出来る。アレシボレーダーは、ヒカマルカレーダーと比べて格段に広い周波数帯域を持ち、より短いパルス又はパルス

列による高分解能観測に適している。また、アレイプロセッサを有する高速演算可能なミニコンピュータを用いており、観測時にリアルタイムで受信信号の周波数スペクトルをFFTで算出するなど、優れたオンライン処理能力を有する。

一方、対流圏領域（高度約10km以下）では、マイクロ波帯のレーダーが大気中の雨滴や氷晶を遠隔探知（リモートセンシング）する有力な手段として早くから注目されており、近年、降雨域や雲の分布を測定する気象観測用レーダーとして発達して来た。ところが、レーダーの感度を上げた場合、雨や雲が存在しない晴天の大気からも微弱のエコーが検出されることが明らかになり、この種のエコーは目に見えないターゲットからの電波の散乱であることから"Angle Echo"と呼ばれ、その原因が議論された(Battan, 1973)。そして、これらのエコーは、一部は大気中を飛翔する鳥や昆虫或いはそれらの群れが散乱体になると考えられるものの、その大部分は晴天乱流（CAT；Clear Air Turbulence）による大気の屈折率の局所的な変動が原因であることが解明された。大気の乱流は気流の変化に付随して至る所に存在するものであるから、高感度のマイクロ波帯ドップラーレーダーを用いると時空間で連続して対流圏の大気の運動を測定することが出来る。

ところで、この様な大気乱流による屈折率の乱れによって電波が後方に散乱される為には、電波の半波長の空間スケールを有する大気の乱れが存在することが大前提となる。図1に大気中に存在し得る乱

流の最小スケールの高度変化を示す。図1より、乱流のスケールは成層圏領域（高度10～50km）では数10cm以上，中間圏領域（高度50～80km）では数m以上になることが分る。これは大気の密度の減少が主な原因である。また同図の上に、半波長の空間スケールに対応するレーダー電波の周波数を示す。従って波長10cm程度以下のマイクロ波気象レーダーでは幾ら感度を上げて最大観測レンジを増しても．高度10km以上の成層圏，中間圏等中層大気の観測は不可能であることが分る。そしてUHF電波を用いれば成層圏高度まで、VHF電波ならば中間圏高度までもし散乱強度が充分であれば観測可能であることが示される。この様な経緯から1970年代半ば頃、元来電離圏観測用に建設されたVHF／UHF帯大型レーダー（ISレーダー）が、中層大気の乱流性散乱エコーの観測に応用して用いられる様になった（Woodman and Guillén, 1974）。最近では前述のヒカマルカレーダーとアレシボレーダーの他に中層大気の観測専用の大型レーダーが欧米等の各地に建設されており．これらのレーダーは時々その観測領域である中間圏（Mesosphere），成層圏（Stratosphere），及び対流圏（Troposphere）の頭文字を取り、MSTレーダーと呼ばれることもある

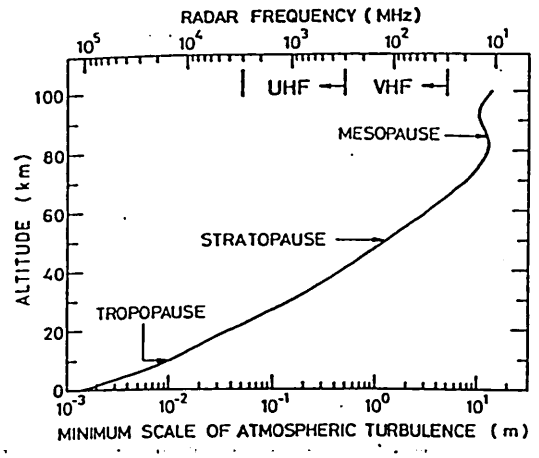



図1．乱流の最小スケールの高度変化とレーダー周波数の関係

(Balsley and Gage, 1980)。また、京都大学が信楽に建設した大型レーダーは、ISレーダーよりは若干規模が小さいものの中層大気(Middle Atmosphere)と電離層から上の上層大気(Upper Atmosphere)も一部観測可能であることからMUレーダーと名づけられた。

図1で示した様に、UHF帯電波の乱流による散乱が起るのは成層圏高度までであり、実際430MHzのアレシボUHFレーダーで乱流性散乱エコーが検出できる上限は30km程度である。一方高度65km以上の上部中間圏は電離圏のD層にも対応する高度であり、わずかに存在する電子やイオンからの熱的なインコヒーレント散乱を受信可能である(Harper, 1978)。この様にUHF帯のアレシボレーダーでも、各々の散乱エコーの性質は異なるものの、成層圏と中間圏の両方が観測可能である。

## 3. 観測方法

中層大気のレーダー観測では、通常送信パルスを一定間隔(IPP: Inter Pulse Period)で繰返して送るパルスレーダー方式が用いられる。また大型レーダーは、普通送受信に同一のアンテナを用いるモノスタティックレーダー(monostatic radar)であるので、各パルス送信後受信側にスイッチを切り替え、観測高度に相当する時間差で散乱エコーのサンプリングが行なわれる。図2に送信パルスと受信サンプルの関係を時間-高度図に示す。ここで観測高度とサンプル時間で

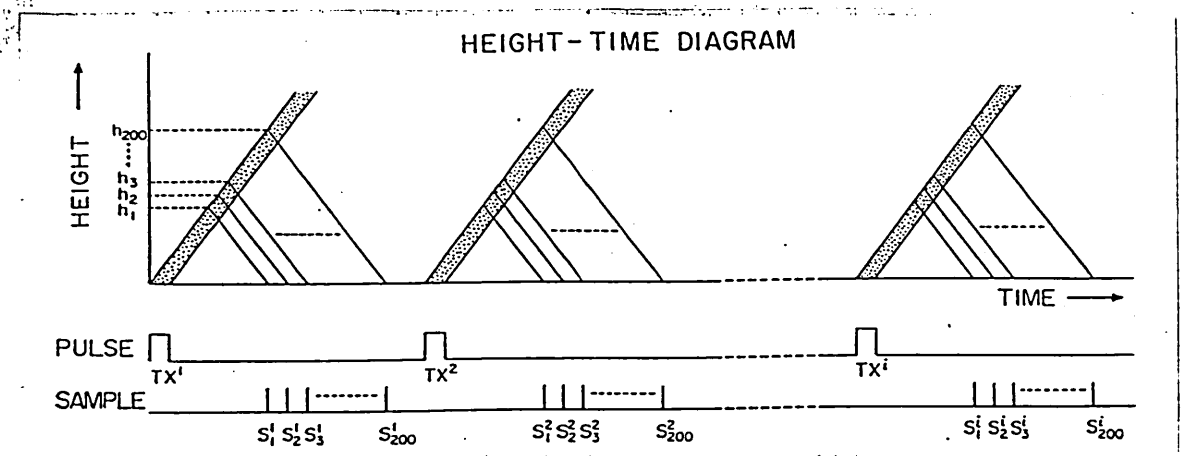



図2．送信パルスと受信サンプルおよび観測高度との関係

は光速をCとして次式の関係にある。

$$r = \frac{1}{2}C\tau \qquad (3.1)$$

パルス繰返し周期（IPP）は最高所望観測高度から同様に（3.1）式を用いて決定される。中層大気の観測の場合対象となる高度は100km以下であり、IPPは通常1ms程度に選ばれる。

パルス幅$\Delta\tau$は、中層大気からの散乱エコーを受信出来るだけの送信出力を得るためには、25−50μs（パルスのデューティー2.5−5%）程度必要とされる。無変調で単一のパルスを送信するビカマルカレーダーでは、このパルス幅$\Delta\tau$で高度分解能$\Delta r$が（3.1）式に基づいて決定され、高度分解能は数km程度である。一方広帯域のアレシボレーダーでは、送信パルスをさらに1〜4μs程度のサブパルスに分割し、サブパルス単位で位相変調（0°又は180°）によるコーディングが

行なわれる。これはパルス圧縮技術（Pulse Compression Technique; Skolnik, 1980）と呼ばれ、この方法を用いると送信パルスと受信信号の相関を観測高度順に計算して行くことにより、全パルス幅 $\Delta\tau$ よりもずっと短かいサブパルス幅 $\Delta\tau_c$ に相当する高度分解能が得られる。この方式に適したコーディング法としては、32ビット・コンプリメンタリーコードや13ビット・バーカーコードなどが用いられる（Woodman, 1980; Harper, 1978）。この結果アレシボレーダー観測では150～600m程度の高い高度分解能が実現される。観測高度は、レーダーシステムに付属する計算機の処理能力や記憶容量によるが、図2にも示した様に通常数十から数百高度程度同時にサンプルされる。

こうして各高度毎に得られた受信信号は同期検波され、ベースバンドにおいて所謂cos, sin両チャンネルからなる複素時系列信号が得られる。この信号をスペクトル解析を行なって周波数偏移（ドップラーシフト）を求める際、次に述べる様な積分操作と呼ばれる処計的手法により、信号のSNRの改善が計られる。まず乱流性散乱の場合（VHF帯の観測及びUHF帯の成層圏観測）、信号の相関時間 $T_c$（散乱体の性質がほぼ同一と認められる時間）は0.5～1s程度である。また大気の運動に従って散乱体が移流することによる周波数偏移は、アンテナビームの天頂角が約10°の場合、VHF帯電波では最大1Hz、UHF帯電波では最大10Hz程度である。従って、受信信号から散乱体のすべての情報を得るために必要なサンプリング間隔は、IPPの

の1msに比べてずっと長くて良く、ヒカマルカVHFレーダーの場合は100ms程度、アレシボUHFレーダーの場合は30ms程度の間受信信号の平均（積算）が行なわれる。この平均操作は受信信号の位相の情報が保たれている複素時系列信号の段階でなされることからコヒーレント積分（Coherent Integration）と呼ばれる。またこれから後の信号の統計処理は通常AD変換されたディジタル信号に基づき観測時にリアルタイムになされる。このコヒーレント積分は、相関時間が短い雑音成分（熱雑音，天空雑音，電離圏からの散乱エコー等）の除去に効果があり、積分回数 $I_c$ に比例してSNRが改善される。ただしUHF帯の中間圏観測では、電子やイオンの熱的なインコヒーレント散乱が受信されるため信号の相関時間が10ms程度と大変短いので、コヒーレント積分は行なわれずFFTがサンプリング間隔としてそのまま用いられる。パワースペクトルは通常32～128点の高速複素フーリエ変換のアルゴリズムを用いて計算される。得られた受信信号スペクトルは、さらにスペクトルの統計的なゆらぎを押え信号の検出度（detectability）を上げるために、1～2min程度の間平均操作が行なわれる。この操作は位相の情報を既に持たないパワースペクトルに対してなされる所からインコヒーレント積分（Incoherent Integration）と呼ばれる。このインコヒーレント積分の回数を $I_i$ とすると、信号の検出度は $\sqrt{I_i}$ に比例して増大する。

以上の様な観測方法により、大型レーダーを用いると、1～2分

程度の時間分解能で成層圏は高度約30kmまで連続して風速の測定が可能である。また中間圏も太陽光によってD層の電子やイオンが増大する昼間は、高度60～100kmの範囲で同様の観測が行なえる。従来の気象観測では、高度30km付近までは気球観測、高度60km付近まではロケット観測によりデータを取得して来た。これらの観測が定期的に行なわれている頻度は、気球観測は日に2回、ロケット観測は週に1～2回程度であり、時間分解能の点では、地上から連続して電波を発射出来るレーダー観測の方が、格段に優れていることが分る。一方、高度80～110kmの領域の風速測定法としては、流星飛跡からのVHF帯電波の反射による方法や、中波・短波帯電波の電離層からの反射による方法もあるが、時間・高度分解能や、データの信頼度の点では大型レーダー観測の方が優位である。さらに、高度60～80kmの領域では、現在の所風速を測定する有効な方法が特別に大型のロケットを打上げる程度しか存在せず、気象データも大変乏しいので、大型レーダーによる中間圏観測は極めて重要な意味を持つ。

## 4 観測結果

本節では、1977年から1981年にかけて数回にわたり、ヒカマルカレーダーおよびアレシボレーダーを用いて観測された中層大気の風速の解析例を示す。まず最初にレーダー電波による風速のリモートセンシングの信頼性を示すために、大型レーダーと従来から用いられてい

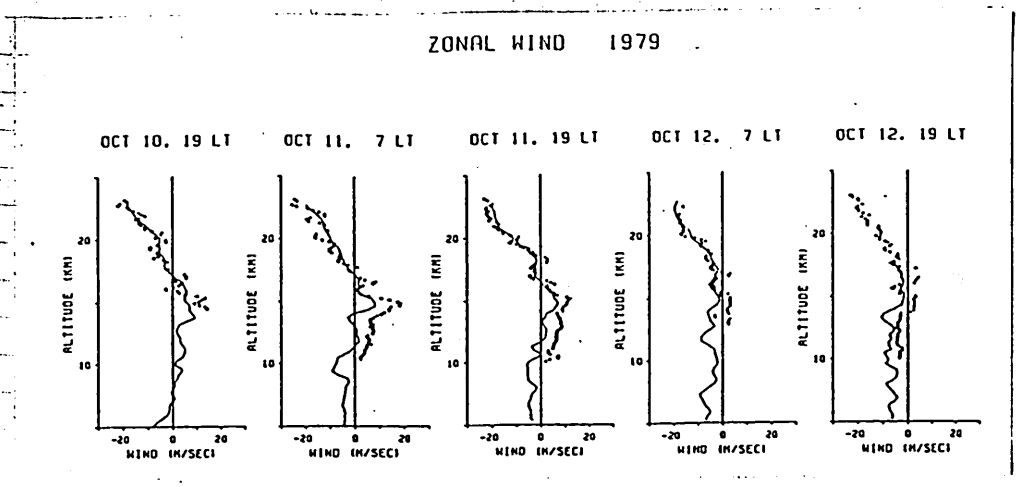



図3. アレシボレーダー観測(・印)と気球観測(実線)の比較。気球観測はアレシボの東約20kmに位置するサンファンでなされた。

る測器との間で観測値の比較を行なう。図3はアレシボレーダー観測と近くで12時間毎に行なわれている定期の気球気象観測の比較を示す。この例は東西風(Zonal Wind)観測であり、東向きを正として5～25kmの高度範囲で描いてある。高度15km以下の対流圏では若干の差異が認められるものの、細かい鉛直構造に到るまで両者の間に全般的に良い一致が見られる。対流圏で見られる若干の違いは、海陸の分布や山脈の存在などの地理的な要因が地表面近くの気流に対して影響を及ぼすためと考えられる。また高度15km以上の成層圏では、高度の上昇と伴に西向きの風が増大することも注意を要する。本例からアレシボUHFレーダーにより受信された乱流性散乱エコーから大気の運動を推定する手法の妥当性が示された。

次に、アレシボUHFレーダーによる中間圏・下部熱圏(高度

67～95km）の観測と、流星レーダー観測（点線）及びロケット観測（細線）との比較を図4に示す。流星レーダー観測はアレシボの50km西，ロケット観測はアレシボの500km東で同じ日に行なわれたものである。これらはいずれも東西風（Zonal Wind）観測である。60～70kmの高度ではロケット観測と連続性が見られ，85km以上の高度では流星レーダーと良い一致が見られ，インコヒーレント散乱によるアレシボレーダー観測の信頼性の高さが示される。また同図より8月13日と15日では高度90km付近では100 ms$^{-1}$！近い風速の変化が見られ、下部熱圏での風速の日変化の大きさが予想される。

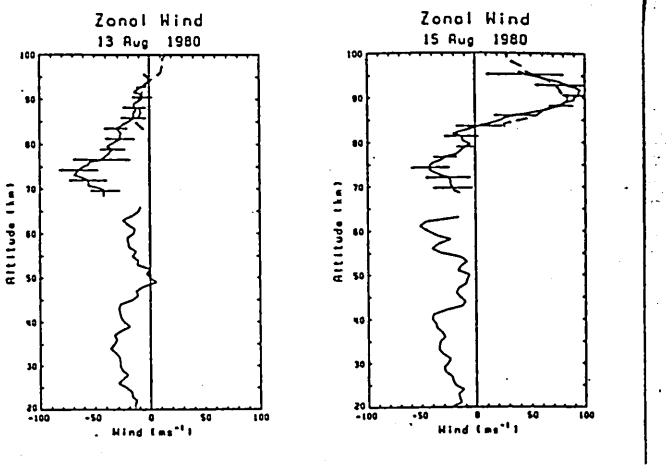



図4. アレシボレーダー観測と流星レーダー観測（点線）及びロケット観測（細線）の比較。

図5にヒカマルカレーダーにより観測された中間圏風の3日間の平

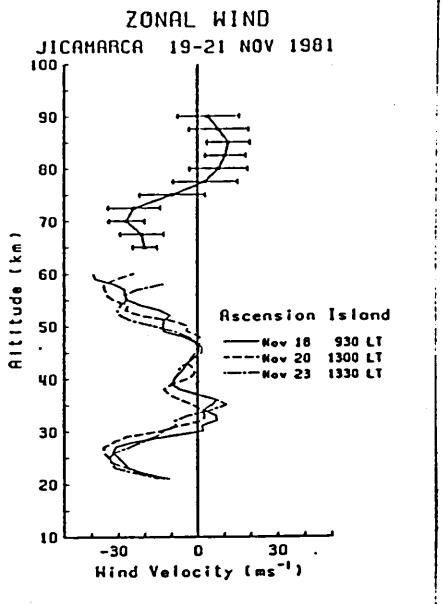



図5. ヒカマルカレーダー観測とロケット観測の比較。

均値と、大西洋上の同経度に位相するアセンション島で同様な期間に行なわれたロケット観測との比較を示す。レーダー観測値に付した横棒は、平均値のまわりの変動幅(Standard Deviation)を示す(図4も同様)。両観測点の経度差は60°程度あるものの、高度60-70km付近では20~30 ms⁻¹の西向きの風系が共通して観測されている。また高度80km以下では全般的に西向きで、80km以上では次第に東向きに風系が転じる様子は図4のアレシボレーダー観測にも見られ、夏季(ヒカマルカは南半球にあるので11月は夏)に同緯度(12°-18°)で一般的に観測される特徴と良く一致する(CIRA, 1972)。

図6に、ヒカマルカレーダー観測による東西風の時間変化(点線)と、48, 24, および12時間周期の正弦波の和によって観測値を最小自乗近似した値(実線)を示す。図より高度20km以上では特に24時間と12時間周期の振動が卓越することが分るが、これらの成分は大気潮汐と呼ばれる現象である。海の潮の干満に現れる海洋潮汐は、月や太陽

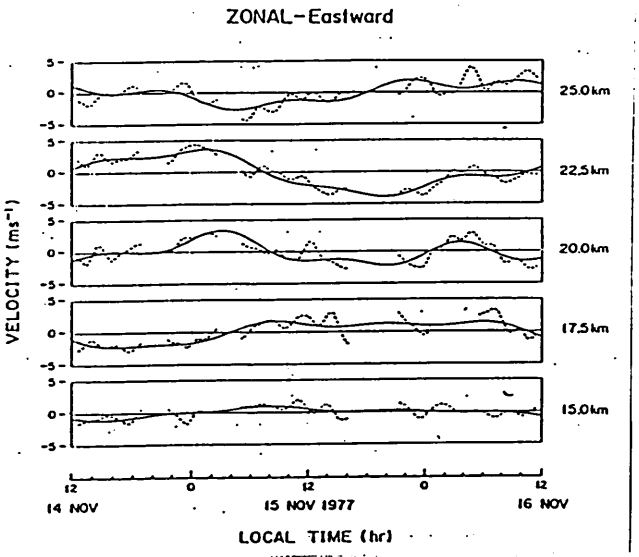



図6. ヒカマルカレーダー観測による東西風の時間変化(点線)と、48, 24, および12時間周期の正弦波の和による近似値(実線)。

の引力がその原因であるのに対し、大気潮汐は太陽熱の放射による地表面の水蒸気や成層圏のオゾン層の加熱によって主として引き起こされる。地表面では他の気象現象の方が優勢であるが、中層大気中では大気潮汐は最も注目すべき大気の運動のひとつとなる。また大気潮汐は電離層まで伝搬し、電離層電流の日変化を起こす。この影響は地磁気の変化となって地上でも顕著に観測される（Kato, 1980）。特に太陽光の入射量の多い赤道域では、図6に示される様に下部成層圏においても1～2 m/s 程度の振幅を確認することが出来る（Fukao et al, 1981）。

時間スケール1～2日程度の大気運動としては、赤道域には長周期の慣性重力波と呼ばれる特徴的な波が存在する。一般に中層大気では周期が5分程度（対流圏では10分程度；ブラントーバイサラ周期と呼ばれる）以上の大気の振動には、等方的な圧力（音波モードの場合当てはまる）の他に重力による浮力が復元力として働く様になる。この種の波動は鉛直方向に異方性を示し、重力波モードと呼ばれる。さらに周期が増すと、振動の水平成分はコリオリ力の影響を受け、波動に伴う大気の流れは水平面内で円に近い軌跡を描く様になる。この状態の波動が特に慣性重力波と呼ばれる。遠心力とコリオリ力が完全に釣り合い、振動がちょうど水平面内で円運動となる周期は慣性振動周期 $T_i$ と呼ばれ、所謂フーコー（Foucault）の振子の周期の半分で与えられる。ここで慣性重力波の分散関係式は、水平波数を $k_x$、鉛直波数を $k_z$、角周波数を $\omega$ とすると次式で与えられる。

$$k_z^2 = -\frac{\omega_B^2 - \omega^2}{\omega^2 - f^2} k_x^2 \qquad (4.1)$$

ただし、$\omega_B$は前述のブラント・バイサラ角周波数、$f$は慣性振動角周波数($= 2\pi/T_i$)である。(4.1)式より、水平方向にある振動が与えられた場合、$f < \omega < \omega_B$であれば$k_z^2 > 0$であり、波は内部重力波として鉛直方向に伝搬可能であることが分る。また$\omega \to f$の時$k_z^2 \to \infty$であるので、波の周期が長く慣性振動周期に近い場合は鉛直波長が短かくなることが示される。

アレシボレーダーによる慣性重力波の観測例を図7に示す。高度15~20kmの下部成層圏領域に、周期約2日、鉛直波長約2kmで振幅2ms$^{-1}$程度の風では横に平べったく見える振動が存在することが分る。アレシボの緯度(18°N)では慣性振動周期は約40時間と中緯度地方の倍程度になるため、この様な周期1日以上の長周期でも鉛直伝搬可能な内部慣性重力波が存在可能となる。また図7の等速度線図の尾根によって示される風速の振動の位相変化を見ると、等位相面が現れる高度は時間

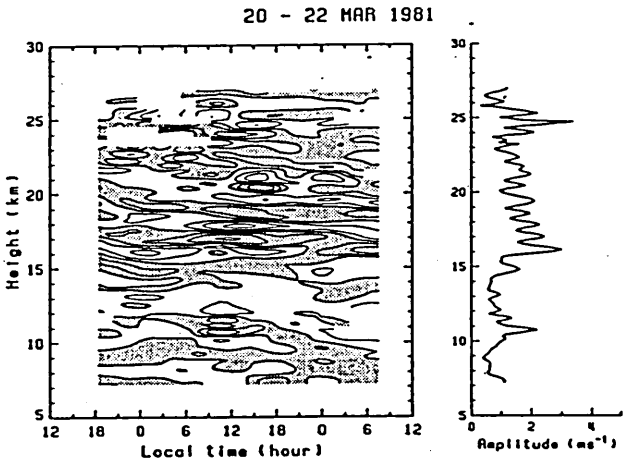



図7. アレシボレーダーにより観測された下部成層圏東西風の時間・高度変化。シェードは西向きの風。等速度線間隔は2ms$^{-1}$, 右図は平均振幅を示す。

上空に下方へ伝播していることが分る。このことは、後に述べる様に内部重力波のエネルギーは上方へ伝わることを示し、波動のエネルギー源は対流圏の方にあることを意味する点が注目される。この他内部横性重力波の諸特性は、今回示したアレシボレーダーによる高分解能観測（高度分解能150m）のデータに基き、さらに詳しく研究がなされている（Maekawa et al, 1984）。

内部重力波は、対流圏で発生したエネルギーを上方へ伝え得るという点で、中層大気の力学全般を考える上で大変重要な大気運動である。特に図4と図5で少し触れた中間圏界面（80－85 km）付近に見られる平均東西風の反転に関しては、内部重力波が下方から運んで来る平均流とは逆向きの運動量が大きく作用していることが最近の理論的研究で唱えられている（Matsuno, 1982）。

図8に、アレシボレーダーによる中間圏及び下部熱圏高度（75－95km）における内部重力波の観測例を示す。この日（1980年8月14日）の午前中には、周期2時間、鉛直波長20km程度の顕著な振動が見られる。振幅は4

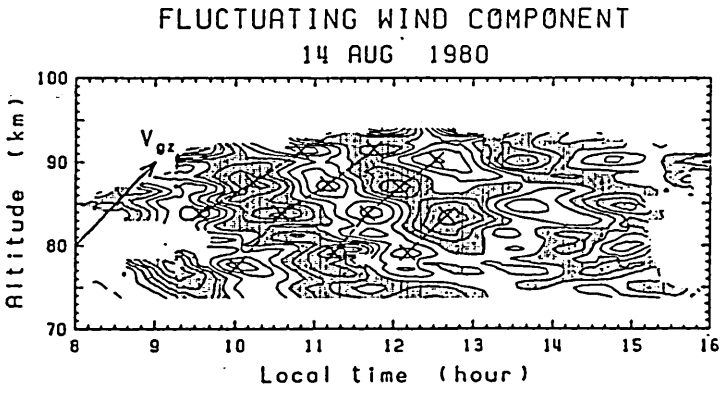



図8. アレシボレーダー観測による中間圏東西風の時間・高度変化。シェードは西向の風，等速度線間隔は2 $ms^{-1}$，点線は波面の動き．矢印は群速度の計算値を示す。

乃至 6 $ms^{-1}$ であり、位相が時間と共に下方へ伝搬するのが特徴である。ここで重力波の鉛直群速度は

$$V_{gz} \simeq -\frac{k_z \omega^3}{k_x^2 \omega_B^2} \qquad (4.2)$$

で与えられ、位相が下方伝搬の場合は $\omega/k_z < 0$ であるから $V_{gz} > 0$ 即ち鉛直群速度は上向きになる。また $\omega$, $k_z$ は図8に示した観測から与えられ $k_x$ は (4.1) 式から逆算されるので $\omega_B = 0.021\ rad\ s^{-1}$ (ブラント・バイサラ周期5分) とすると $V_{gz} \simeq 2.7\ ms^{-1} = 10\ km\ h^{-1}$ 即ち図8の時間・高度図の左に示す矢印の方向になる。一方、図中の点線は風速変動の極大値と極小値を交互に結んだもので、波動に伴なう波束 (Wave packet) の通過を時間と高度で示すと考えられる。この方向は $V_{gz}$ の計算値と良く一致しており、内部重力波のエネルギーは波束の形で位相の変化とは逆向きに上方へ伝わって行くことが分る。

ただしこの様に一つのモードが単独に観測されることは、中間圏界面付近の高度ではむしろ希なことであり、一般に中層大気中の時間スケール数時間程度の風速変動は多数の重力波モードの波の重ね合わせからなると考えられる。またこの日 (8月14日) は例外的に東西平均流が小さい ($< 20\ ms^{-1}$) ので観測周波数をそのまま (4.2) 式に代入して理論値との比較を行なったが、一般には、観測周波数 $\sigma$ と波の平均流に対する周波数でかつ媒質中の波の伝搬特性を決める $\omega$ (intrinsic frequency) との間の関係は次式を用いて議論する必要が

ある。

$$\omega = \sigma - k_x U_0 \qquad (4.3)$$

ここで $U_0$ は平均東西風であり、(4.3)式は平均流が大気波動に与えるドップラーシフトの効果を示す。従って平均流が高度によって変化する場合；波の鉛直波数や鉛直群速度等も(4.1)及び(4.2)式により変化することを意味し、実際中間圏界面付近で観測される内部重力波も平均流の高度変化に応じて複雑な伝搬特性の変化を見せる。この様な場合、個々の波のモードを定量的に扱うのは不可能であるので次に1980年8月1－15日の観測期間全体に見られる内部重力波の統計的な性質と平均東西流の高度変化について議論する。

図9は、各日に観測された東西風の変動成分を4時間(240 min)を基本周期として4次の高調波成分(60 min)まで分解し、各成分の振幅の高度プロファイルを15日間の平均値で示したものである。右端に、同期間中の平均東西風を示す。点線及び一点鎖線は、各高度の $\rho^{-1/2}$ ($\rho$；大気密度)に適当なファクターを掛けた値であり、大気波動のエネルギー($\rho u^2$)が高度方向に一定に保たれる場合の風速変動の振幅 $u$ を示す。図から明らかな様に、平均流が西向きから東向きに高度を共に転ずる85km付近で、波動のエネルギーに大きな変動が見られる。この現象は、波動と平均流の相互作用を示すものとして注目される(Maekawa et al., 1985)。

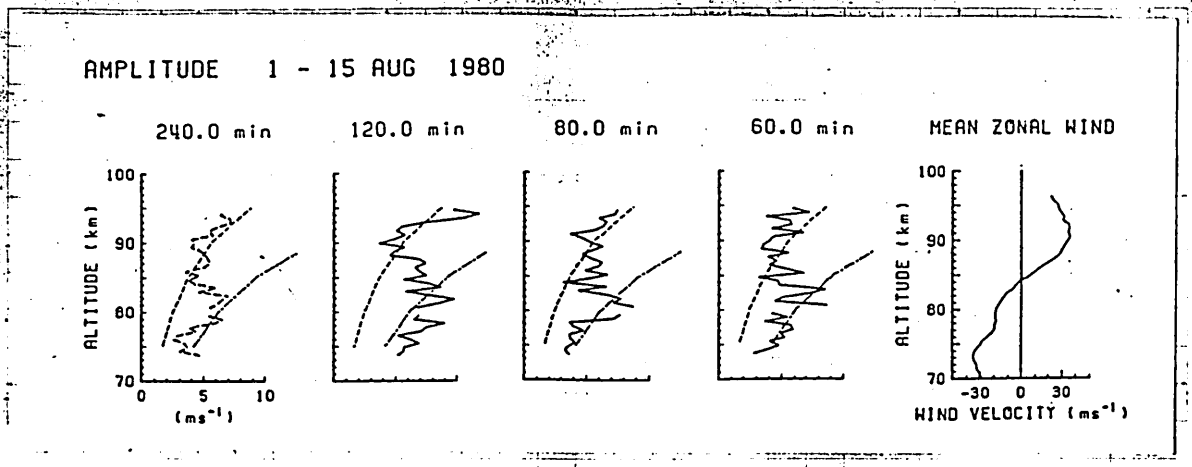



図9. 240分を基本周期とする風速変動の各高調波成分の高度プロファイル。ここでは観測期間中の平均値で示す。右端は同期間中の平均東西風。点線と一点鎖線は、波動のエネルギーが一定に保たれる場合の振幅の高度変化例。

一般に、内部重力波の水平方向の位相速度 $V_{px}$（対地速度）は、数10 ms⁻¹程度であり、中層大気中の平均流と同程度の大きさである。今、(4.3)式を $V_{px} = \sigma/k_x$ を用いて書き直すと

$$V_{px}^* = V_{px} - U_0 \qquad (4.4)$$

となる。ここで $V_{px}^* = \omega/k_x$ は波動の平均流 $U_0$ に対する位相速度を示す。この式は平均流が波動の伝搬方向に増大して $U_0 \to V_{px}$ に漸近するならば、$V_{px}^* \to 0$、つまり波動は平均流に対して静止した状態となることを示す。この状態は言い換えると $\omega \to 0$（ただし波動の水平構造は保存されること即ち $k_x$ 一定を仮定）であり、(4.2)式から $V_{gz} \to 0$ となるので、波動の鉛直伝搬性が失なわれることを意味する。

図8で示した例の様に、1980年8月アレシボで観測された中間圏界面付近の内部重力波は、下方から上方へエネルギーが伝搬する成分が卓越する。この中で東向きの水平波数成分を持つ波は、平均流が高度と共に東向きに変わると、その近辺の高度でトラップされてそれ以上上方へ伝わらずに消失する様子が図9の各周期成分に共通して現れていると解釈できる。この様な内部重力波の振舞いは、前述の大気大循環モデルの理論的研究(Matsuno, 1982)で予想されるものと良く一致する。

## 5. むすび

本研究では、ヒカマルカVHFレーダーとアレシボUHFレーダーを用いた中層大気の風速の観測法について述べ、観測風に見られる様々な大気運動について議論した。特に赤道域下部成層圏に特徴的に見られる長周期(>1 day)の慣性重力波や、中間圏界面付近での内部重力波の鉛直伝搬特性と平均東西風との関係については、大気物理学的な考察も試みた。

本研究の大型レーダー観測では、ひとつの固定ビームによる一方向のみ(例えば天頂から斜15°東向き)の連続測定で風速を得ており、必然的に風速変動の鉛直構造やその時間変化(鉛直伝搬)が研究の課題となった。しかし大気運動は本来水平波数(及びその伝搬方向)をも含む立体的な構造を持つものであり、マルチビームによる多方向の

の同時観測、或は複数の大型レーダーによる多点同時観測によりその全貌が明らかにされるべきものである。

此の程日本に建設された京都大学信楽MUレーダー(46.5MHz)は1IPPごとにビームを操作出来るなど他の大型レーダーにはない優れた機能を有し、各高度の水平面内で多数の点で風速を推定することが可能である。従って、比較的空間スケールの小さい内部重力波等は、その水平構造と鉛直構造が同時に明らかにされ、三次元的な振舞いが明らかにされるものと期待出来る。

## 参加文献


Balsley, B. B., and K. S. Gage, Pure Appl. Geophys., 118, 452-493 (1982).

Battan, L., J., Radar Observation of the Atmosphere, 324pp., Univ. Chicago Press, Chicago (1973).

CIRA, COSPAR International Reference Atmosphere, Akademie-Verlag, Berlin (1972).

Evans, J. V., Rev. Geophys. Space Phys., 16, 195-216 (1978).

Fukao, S., Y. Maekawa, and S. Kato, J. Geomag. Geoelectr., 33, 421-427 (1981).

Harper, R. M., Geophys. Res. Lett., 5, 784-786. (1978)

Kato, S., Dynamics of the Upper Atmosphere, 233pp., D. Reidel, Dordrecht. Netherlands (1980).

Maekawa, Y., S. Fukao, T. Sato, S. Kato, and R. F. Woodman, J. Atmos. Sci.,

41, 2359-2367 (1984).

Maekawa, Y., S. Fukao, and S. Kato, Submitted to J. Atmos. Terr. Phys. (1985).

Matsuno, T., J. Meteor. Soc. Japan, 60, 215-226 (1982).

Röttger, J., Pure Appl. Geophys., 118, 494-527 (1980).

Skolnik, M. I., Introduction to Radar System, 581 pp, McGraw-Hill, New York (1980).

Woodman, R. F., Radio Sci., 15, 417-422 (1980).

Woodman, R. F., and A. Guillén, J. Atmos. Sci., 31, 493-505 (1974).

輻射科学研究会
資料番号RS85-8

# 地震予知のための
# 二波長レーザ精密測距儀の開発

京都工芸繊維大学工芸学部電子工学科

中山　茂

昭和６０年９月２０日

# 概要

移動物体としては非常に遅い地表面の伸縮を精密に測定するために，波長の異なつた幾つかのレーザーを用いた測距儀の開発を行つている。　これにより，水平方向の地殻の時間変動を高精度に知ることができ，今迄の技術と合せて地震予知を高い確率で行うことができる。　数年来より，数１０ｋｍの距離を約$10^{-7}$の精度で測定するレーザー測距システムの開発研究を行つており，そのために二波長レーザー測距法が考えられ，そこで最も重要な光変調器としてリエントラント型共振器を用いたマイクロ波周波数３ＧＨｚの変調器の試作を行った。　変調器の特性を測定した結果，高い効率が得られ，二波長レーザー測距儀におけるマイクロ波光変調器の使用例を示す。

二波長レーザー精密測距に於ける問題点として，伝搬方向の屈折率分布による二波長レーザーの速度の違い（速度補正），そして，垂直方向の屈折率分布による二波長レーザーの行路の曲りと不一致（幾何学的補正）があり，それぞれの誤差の評価を行う必要がある。　速度補正にかんしては，乾燥大気にたいしては完全に補正できるが，水蒸気を含む大気にたいしては補正できない。　水蒸気圧１ｍｂあたり距離にして約０．１ｐｐｍの誤差ができる。幾何学的補正にかんしては，１０ｋｍ程度の距離では約０．００３ｐｐｍの誤差であつてほとんど問題とならないが，行路の曲りの大きさは距離の３乗に比例するために５０ｋｍの測距では約０．０７５ｐｐｍの誤差となる。

# 目次

第１章　レーザー測距儀による地震予知の研究状況
§１　レーザー測距原理
§２　アメリカでの研究状況
§３　日本での研究状況
第２章　測距用マイクロ波光変調器
§１　はじめに
§２　マイクロ波光変調器の設計法
　２．１　設計上の考察
　２．２　３ＧＨｚ変調器の設計法
　２．３　有限要素法による共振器内の電界分布
§３　変調器の変調特性と評価
　３．１　共振曲線
　３．２　変調効率
　３．３　フィゾーの実験
　３．４　試作変調器の問題点
§４　二波長測距システムにおける変調器の使用例
　４．１　マイクロ波回路
　４．２　信号処理
　４．３　熱制御
第３章　多波長レーザー測距法とその問題点
§１　はじめに
§２　大気の屈折率
　２．１　光波での屈折率
　２．２　ラジオ波での屈折率
　２．３　光波とラジオ波での屈折率比較
§３　二波長レーザー測距原理
　３．１　速度補正（波長補正）
　３．２　水蒸気圧による測距誤差
　３．３　大気パラメータの許容範囲
§４　幾何学的距離補正
　４．１　分散媒質での幾何光学
　４．２　幾何学的距離補正項の計算
　４．３　垂直方向の屈折率こうばい
　４．４　幾何学的距離補正の波長依存性
§５　おわりに

# 第１章　レーザー測距儀による地震予知の研究状況

## §１　レーザー測距原理

測距方法には，干渉法，変調法，パルス法があるが，数十ｋｍの精密測距には変調法が最適である。変調測距原理は，光をマイクロ波で変調し，測定点からの反射光の位相をもとの変調光と比較して，距離を測定するものである。　ところが，一波長のレーザー光では大気の屈折率の変動をまともにうけて，１ppmより良い測距精度はえられない。　例えば，大気の屈折率の変化は，気圧１mbにたいして０．２７ppm，気温１Kにたいして－１．０ppm，水蒸気圧１mbにたいして－０．０４ppmである。

そこで，大気の分散特性（図１）を利用して，二波長のレーザーで測定すると気温と気圧の変動に無関係となり，より精密に測距できる。　更に，水蒸気の影響を除くために光より約１００倍感動の良いマイクロ波を加えた三波長精密測距が有効である

## §２　アメリカでの研究状況

二波長測距原理は1957年にソ連科学者M.T.Prilepinによって提案され，二波長レーザー（HeNeレーザーとHeCdレーザー）を用いた実用的な測距儀が1972年にNOAAのK.B.Earnshawらによって開発された。　この測距儀はコロラド州ボルダーで距離5.9kmを0.39ppmの精度で測定している。　そして，更に改良されて，1968年にM.C.Thompsonによって提案された二波長レーザーとマイクロ波による三波長測距が，1976年にワシントン大学のL.E.SlaterとG.R.Huggettによって実用化された。　この三波長精密測距儀では，距離10.1kmで0.04ppmの精度を得ている。

現在では，二波長レーザー精密測距儀（距離10kmで精度0.1ppm）が主に用いられ，USGSやCIRESによって，カリフォルニア州のサンアンドレアス断層での地震予知研究が行われている。

特に，ここ数年以内にマグニチュード６の地震を予想しており，４台の二波長レーザー測距儀で観測しようとしている。更に，長距離測距のための装置の開発としてマイクロ波・トランスポンダを応用した光トランスポンダ方式での多波長レーザ

一精密測距儀（距離50kmで精度0.1ppm）がJILAのJ.Levineらによって開発中である。

## §3　日本での研究状況

現在，国土地理院で多波長レーザー精密測距儀の開発が進んでおり，長距離50kmで0.2ppmより良好な精度を目標としている。

予定されている観測地点は，観測強化地域として指定されている東海の駿河湾対岸である。　開発中の測距儀は，初期の段階では反射型の二波長レーザー測距儀で，本年度はトランスポンダ方式で10kmの測定実験が筑波で行われている。

図2は，東海地震の創造図である。　駿河湾の奥から沖にかけて約１２０kmの断層ができ，西側の地塊が東側の地塊の上にのし上がるとおもわれる。

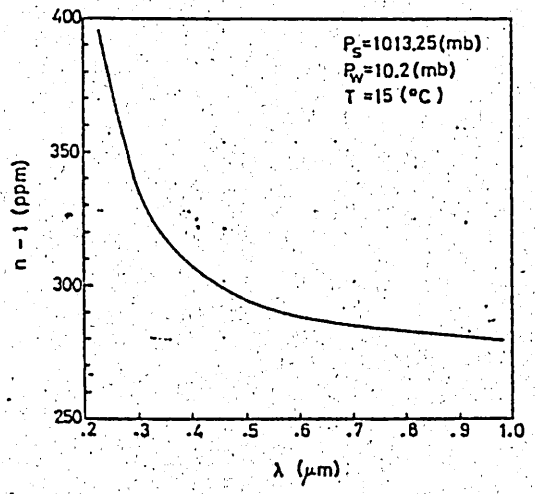



図１　大気の分散特性

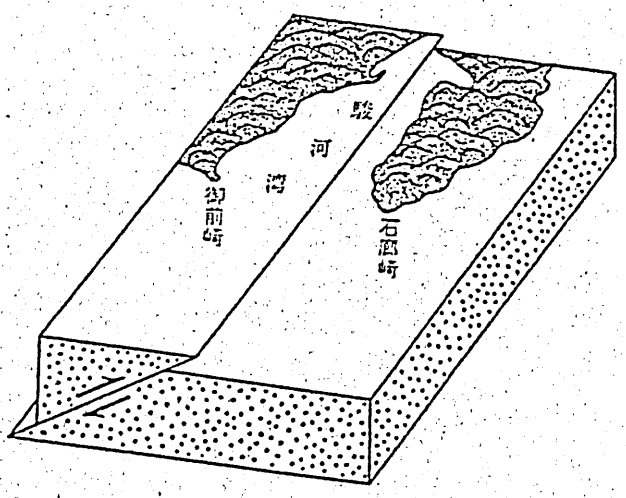



図２　東海地震の想像図

# 第２章　測距用マイクロ波光変調器

## §１　はじめに

数10kmの距離でのレーザー測距システムとして，光変調方式が最適と考えるが，市販されている変調器としては1GHz程度までで，精密測距には3GHz程度の変調周波数を持つ変調器が必要で，ここにその設計方法を詳細に述べる。

更に，試作された変調器の変調特性の評価法についてもいろいろな場合について考察し，変調効率（変調度）の求め方についてのべ，その測定を行つた。　最後に，そのマイクロ波光変調器が二波長レーザー測距システムにどのようにつかわれているかについても詳しく述べる。

## §２　マイクロ波光変調器の設計法

### ２．１　設計上の考察

電気光学効果を利用したマイクロ波光変調器の設計上の考察事項を述べる。

（１）　変調器の電磁波構造は進行波型か空洞共振器か？

ひとつのマイクロ波周波数で発振するためには，高いＱ値を持つ空洞共振器がよく，進行波型よりもマイクロ波電力を有効に利用できる。

（２）　変調用結晶は横型か縦型か？

横型変調と縦型変調があるが，横型では温度依存性の自然複屈折率があつたり，それを補正するためには２個の特性やサイズが同じ結晶がいることやアライメントがむつかしいことを考えると，それらのない縦型変調がよいと思われる。

（３）　共振器の共振モードはTEモードかTMモードか？

結晶にそって一定の電場がかかるにはTMの共振モードが必要であり，TM(010)モードで発振するような円筒共振器が考えられる。

（４）　結晶断面で一様な変調電場を得るには？

レーザービームの断面で同じ位相差を得るには結晶断面上で一様な変調電場がかかる必要である。　　そこで，TM(010)モードで発振している円筒共振器ではその断面上で一様ではなく，ギャップで一様な電界分布（TM(010)モード）を持つre-entrant型共振器がよい[2]。

（５）　電気光学結晶として何を？

AM変調の縦型で動作する電気光学結晶で容易にえられるものは，正方晶系（$\bar{4}$２ｍ）の結晶でADP,KDP,KD*Pがある。　　損失の小さい，即わち，tanδの小さい結晶がよいのでKDP（$KH_4PO_4$,tanδ=0.007）がよい。（ADP:tanδ=0.041，KD*P:tanδ=0.11）

（６）　結晶の大きさは？

結晶には損失があるので小さな断面積を持つものがよく，直径2-3mmのレーザービームにたいして4x4mm²の結晶でよい。
また，結晶の長さLには，マイクロ波走行時間による限界があり，$L=\lambda_m/2n=33mm$，以下にする必要があり15mmとした。

（７）　電極構造は？

縦型変調器として，図２に２つの形の電極構造を示す。
図２の(a)は平面電極で(b)は電極レンズである。　　レーザー光の通過するところで電界が強いのは(b)の形で，結晶の大きさも4x4mm²と小さくできるので電極レンズ型がよいとおもわれる。

（８）　共振器の励振方法は？

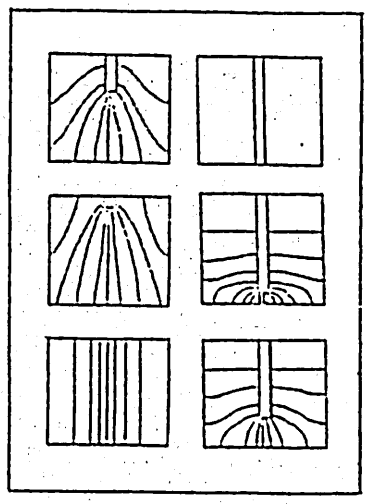


図１　各共振器での電界分布

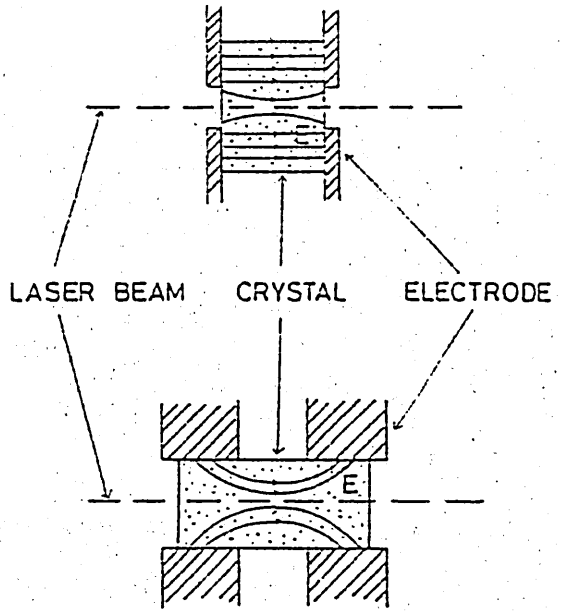



図２　共振器で電極構造比較

リエントラント型共振器の励振は，TMモードを起こさせる磁界結合ループを図３のように用いた。

（９）　共振器の微同調の方法は？

図３に示すように，微同調スタブを用いてのぞましいマイクロ波周波数に同調できるようにした。　スタブは中に入れると周波数は増加する。

## ２．２　３ＧＨｚ変調器の設計法

3GHz用の変調器のサイズをきめて，Ｑul値を求める。　次に，共振器の容量を求め，結晶をいれた時のＱ１値を求めて，変調効率の理論値を求めた。

（１）　共振器のサイズ

変調器を3GHzで動作させるには，共振周波数を無結晶時で20%-30%ましに3.6GHz-4.0GHzになるように設計する必要がある。

ここでは，f o=4.0 GHzで計算すると波数はk=0.8378 $cm^{-1}$となり，図３に示すように$\delta / l_1 = 1.5$，$l_2 / l_1 = 2.83$とし，結晶の長さが15mmであるから，$\delta$ =9mmとする。　そうすれば$l_1$ =6，$l_2$ =17mmなりk $l_1$ =0.50。　ここで図４のような設計曲線を利用すれば，z o/$l_1$ =3.33となりz o=20mmとなる。　正確には，リエントラント型の共振周波数f o[GHz]は

$$f_o = 30 / 2\pi \sqrt{z_o [l_1^2/2\delta + l_1 (2/\pi) \ln(e l_M/\delta)] \ln(l_2/l_1)}$$

で与えられる[1]。　ここで$l_M = \sqrt{(l_2 - l_1)^2 + z_o^2/2}$である
高いQ値を得るためにはz o-$\delta$ =11mm=$l_2 - l_1$ であればよい。

（２）　無結晶時のQ ul値

近似的に結晶がない場合の共振器のQ ul値は

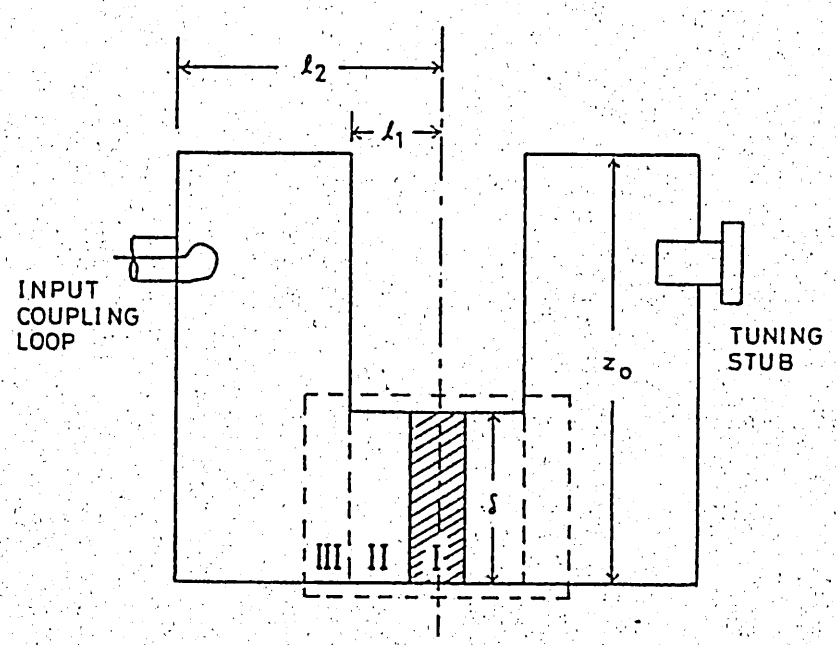



図３　軸対称re-entrant型共振器

$$Q_{ul} \fallingdotseq 2(z_o/\delta_s)\ln(l_2/l_1)/[2\ln(l_2/l_1)+z_o(1/l_1+1/l_2)]$$

で与えられる。　ここで $\delta_s=\sqrt{\lambda\rho/30/2\pi}$ は表皮の厚さで，アルミニウムに対しては抵抗率 $\rho=0.000002828$ [ohm·cm]により

$\delta_s=0.000133$ [cm]　(fo=4GHzにたいして)

となるので

$Q_{ul}=4750$

となる。

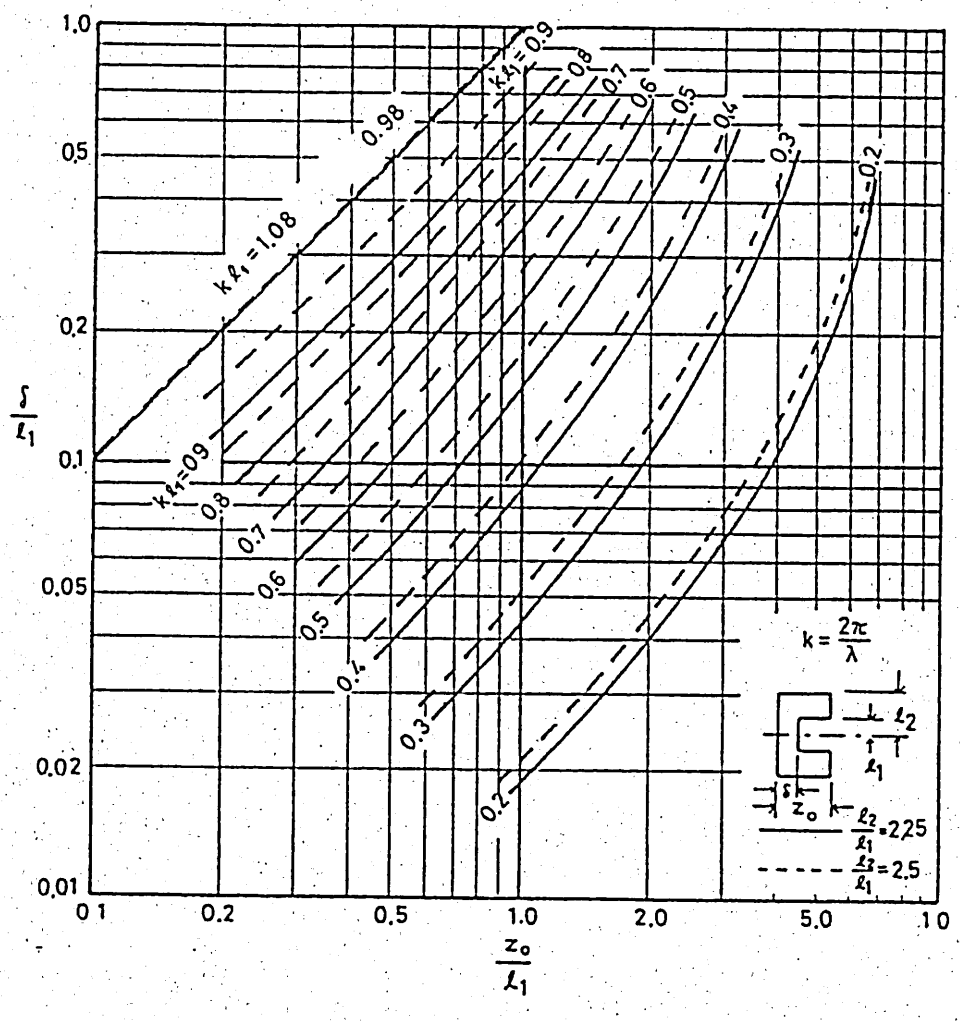



図４　軸対称 re-entrant型共振器の共振周波数の特性曲線

（３）　共振器の容量

リエントラント型共振器に結晶をいれた場合の容量を図３のように各領域にわけてＣＩ，ＣＩＩ，ＣＩＩＩとすれば，

$C_I = \varepsilon_{(KDP)} \varepsilon_o A/\delta = 3.56\varepsilon_o$

$C_{II} = \varepsilon_o(\pi l_1 - A)/\delta = 1.08\varepsilon_o$

とかけ，ここで$\varepsilon_{(KDP)}$は結晶の比誘電率で20である。　Aは結晶の断面積である。　　また，ＣＩＩＩは

$C_{III} = 4\varepsilon_o l_1 \ln(el_M/\delta) = 2.97\varepsilon_o$

となる。

（４）　結晶をある共振器のＱｌ値

共振器の中心での電場の強さをEとすれば，ギャップ間の電位差Vは

$V = E\delta$

となり，共振時に結晶と共振器に蓄えられるエネルギーは

$E_{(cr)} = CV^2/2$,　$E_{(ca)} = (C_{II}+C_{III})V^2/2$

となる。　　一方，結晶と共振器での損失は

$P_{(cr)} = \omega_r E_{(cr)} \tan\delta$ ,　$P_{(ca)} = \omega_r E_{(ca)}/Q_{ul}$

で与えられる　　$\omega_r$は結晶がある時の共振角周波数である。
それ故に結晶のある時の共振器のQl値は

$Q_l = \omega_r [E_{(cr)}+E_{(ca)}]/[P_{(cr)}+P_{(ca)}]$

$= [C_I+C_{II}+C_{III}]/[C_I \tan\delta + (C_{II}+C_{III})/Q_{ul}] = 295$　　となる。

（５）　変調度[3]

Pをマイクロ波の入力電力とすれば，

$$P=P(cr)+P(ca)=\omega rV\ [CI\tan\delta+(CII+CIII)/Qul]/2 \quad [W]$$

即わち，

$$V=2P/\omega r[CI\tan\delta+(CII+CIII)/Qul]=46497P$$

となるから，KDP結晶への付加電圧Vは

$$V=216\sqrt{P} \quad [volts]$$

となる。　故に，KDP結晶の位相差Γ[rad]はV(λ/2)[volts]をKDP結晶の半波長電圧として

$$\Gamma=\pi V/V(\lambda/2)=\pi\ 216\sqrt{P}/7450=0.09\sqrt{P}$$

となり，ピーク電力P=10[watts]にたいして，

$$\Gamma=0.09\sqrt{10}=0.288\ [rad]$$

の位相差がえられる。　これにより変調度m[%]は

$$m=100\sin\Gamma=28.4\ [\%]$$

である。

## ２．３　有限要素法による共振器内の電界分布

ここでは有限要素法をもちいて，リエントラント型共振器内の電界分布の様子を調べ，平面電極型と電極レンズ型との電界のかかりかたの違いを見る。

### （１）　有限要素法[5]

共振器内の波動解は一般にヘルムホルツ方程式によってあたえられ，三角要素内のポテンシャル$\phi(r,z)$をとすれば，

$$\omega^{-2}\Delta\phi+c^{-2}\phi=0$$

で，ポテンシャルエネルギーと運動エネルギーは

$$T=(1/2\omega^2)\iint_e 2\pi r[(\delta\phi/\delta z)^2+(\delta\phi/\delta r)^2]drdz$$

$$=(2\bar{r}_e\pi/2\omega^2)\phi_e^T M_e\phi_e$$

$$U=(1/2c^2)\iint_e 2\pi r\phi^2 drdz=\phi_e^T K_e\phi_e/2$$

となり($c^2=1/\varepsilon\mu$)，境界要素をとおして外部から与えられる駆動によって供給されるエネルギーに関する項は

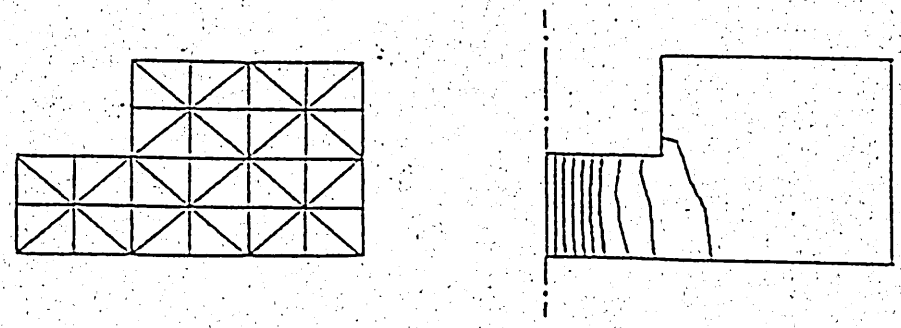


図５　結晶のないre-entrant型共振器内の電界分布

$P=\int \phi\, u_n ds$ （s:境界）

となり，汎関数L=T-U-Pが最小エネルギー原理δL=0を満たすとすると

$(K_e-\omega^{-2}M_e)\phi_e=-u_e$

となる。　$K_e$,$M_e$は３列３行の行列要素で固有値問題として対角化し最小の固有値（基本波TM(010)）とその固有ベクトル（ポテンシャル）を求めることによって，固有周波数ω（共振周波数）と等ポテンシャル線（電界分布）を求めることができる。

（２）　平面電極型と電極レンズ型との電界分布比較

効率の良い電極構造を確かめるために平面電極型と電極レンズ型との電界分布比較を有限要素法で解析した。

平面電極型共振器内の電界分布の様子を図６に示す。　レーザー光は軸上を通過するが，軸上は穴をもうけなければならず，電極はなく，電界はかかりにくい。　しかし，図７に示す電極レンズ型共振器では，結晶のロッドを共振器を通過するようにしてあるので，電界が収束してかかっている。　そのため，電界の分布がロッドの中心で効率よくかかる。　また，結晶が小さくてよいので，結晶のtanδによる損失も少なくてよく，Q値が高くなる。

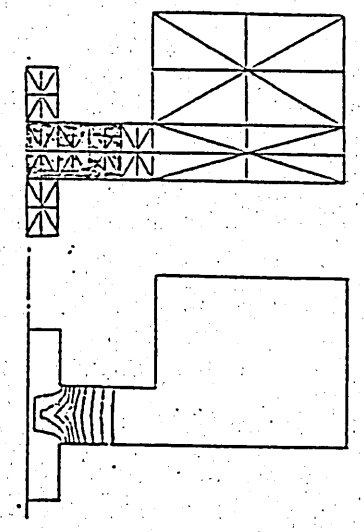


図６　平面電極共振器内の電界分布

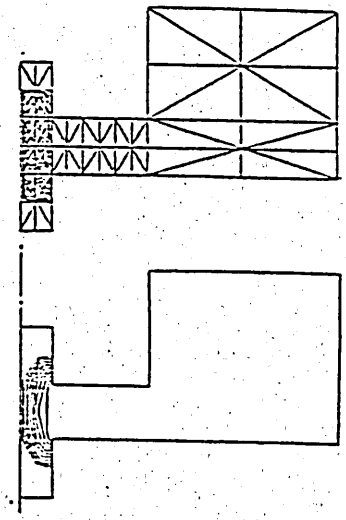


図７　電極レンズ型共振器内の電界分布

## §３　変調器の変調特性と評価[4]

前節の設計法に基ずき，図８のような共振器を試作した。
そこで，この共振器の共振曲線より，共振周波数ωとＱ値の理論値と測定値とを比較した。　そして，重要な変調効率を求め，それについても理論値と測定値とを比較した。

### ３．１　共振曲線

共振器の共振曲線を求めるために図９のような装置でマイク

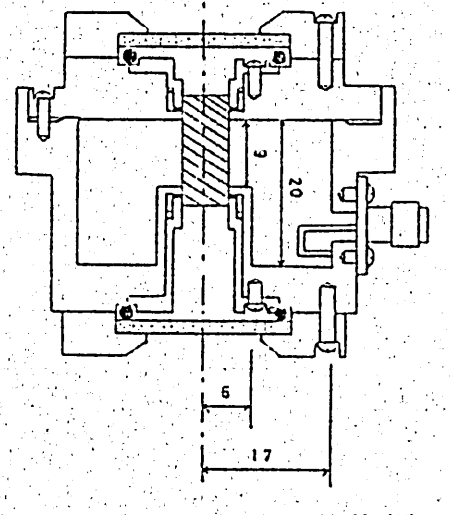



図８　re-entrant型共振器

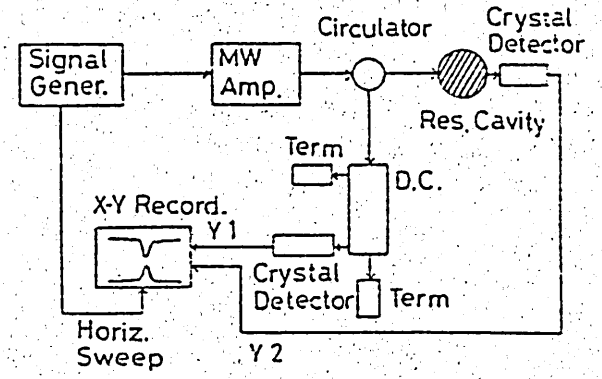



図９　共振曲線の測定装置

ロ波の反射波と吸収とを測定した。　その反射波の例を図１０に示す
結晶のある場合の共振周波数fo(cr)は次のようになる

$$fo(cr)=(30/2\pi)\div\sqrt{z_o[(l_1^2-A)/2\delta+\varepsilon(KDP)A/2\delta\pi+l_1(2/\pi)\ln(el_N/\delta)]\ln(l_2/l_1)}\quad[GHz]$$

ここで，Aは結晶の断面積で，ε(KDP)はKDPの比誘電率である。
そこで，理論値は fo(cr)=2.97 [GHz] となり，実験値 3.05 [GHz] とほぼ一致する。　またＱ値の理論は前節よりＱ

1=295で実測値Q1=320より約10%小さい。　これは，共振曲線のベースラインのひき方も影響し，共振器内の表面状態と複雑に影響していると考える。

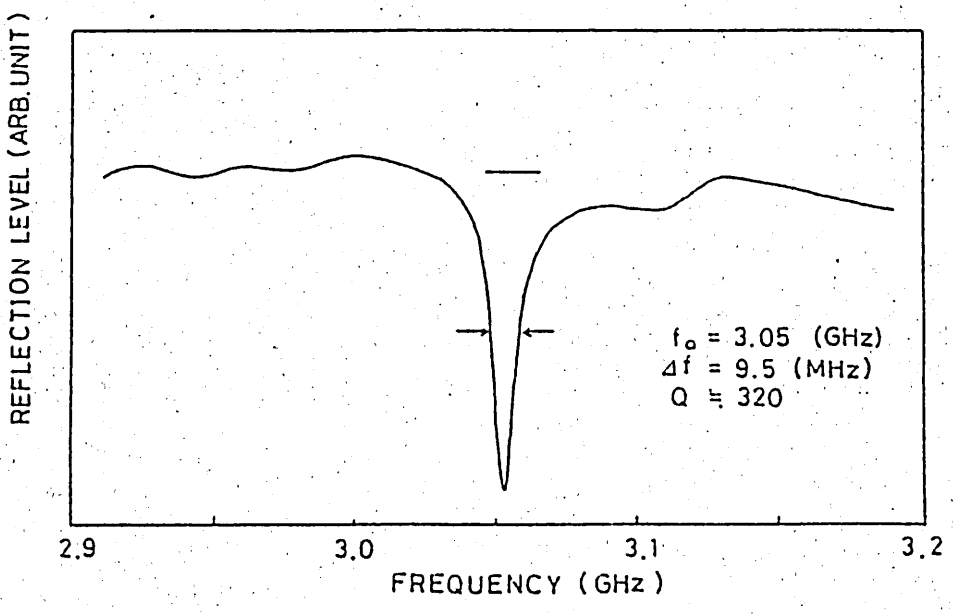



図１０　試作共振器の共振曲線

## ３．２　変調効率[6]

変調効率の測定方法はいろいろあるが，ここでは反射器と４分の１波長板を用いた方法で行つた。　検出器の入力はマイ

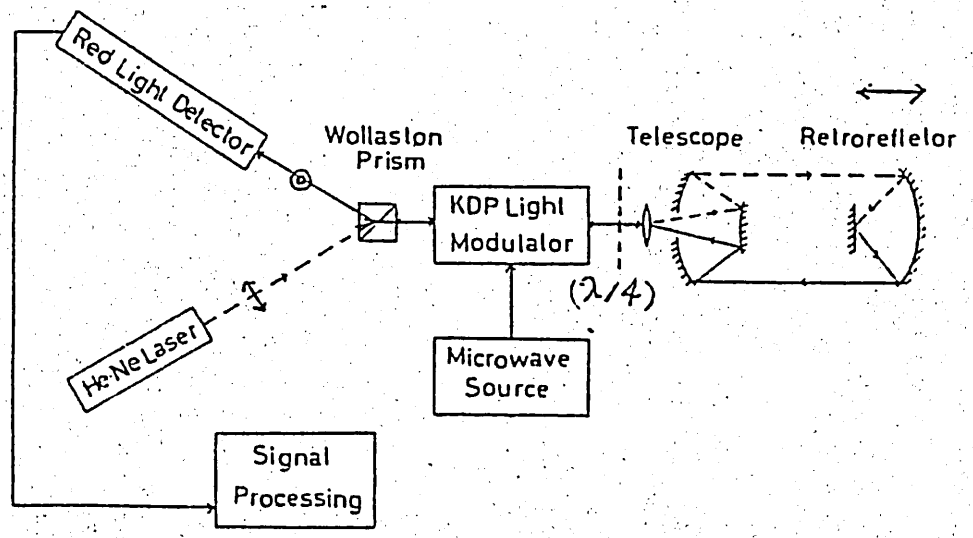



図１１　変調効率測定とフィゾー実験の装置

クロ波周波数の２倍の周波数であるので，検出器には６ GHzの応答はできないので，その平均値の出力がえられ，

$$I_2/I_0=\Gamma_m^2\,(1+\cos\Phi\,)/4$$

となる。　ここで$\Gamma_m$は変調振幅で，$\Phi$は空間伝ばん中での位相のずれである。　$\cos\Phi=1$となるように距離を変化させれば，

$$\Gamma_m=\sqrt{2I_2/I_0}$$

となり，マイクロ波の入力１ [W]に対して，

$\Gamma$ =0.078 [rad]

である。　これは理論値$\Gamma=0.09\sqrt{1}$ [rad]にほぼ等しい。

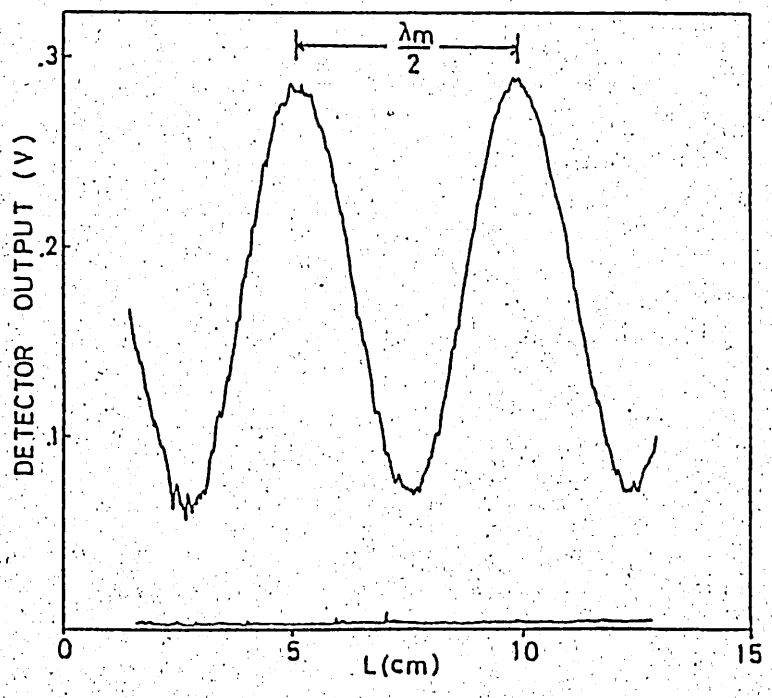



図１２　フィゾー実験の出力

## ３．３　フィゾーの実験

図１１と同じ設定でフィゾーの実験をおこなった。　ここでは，レーザー光は偏光変調を受けており，反射器の距離を移動することにより図１２のような出力曲線がえられる。　つまり，cosΦが1から-1まで変化していることになる。　往復なので，半波長でピークがあらわれる。

## ３．４　試作変調器の問題点

変調器にマイクロ波電力を加えると，KDP結晶にマイクロ波加熱を引き起し，結晶の誘電率ε(KDP)が変化して共振周波数foが変動する。　約１０分ほどで共振周波数の約１％変化して安定になる。　マイクロ波電力を変えると共振周波数が変化して温度に敏感である。　これを改善するためには次の節で示すような熱制御が必要となる。

## §４　二波長測距システムにおける変調器の使用例

マイクロ波光変調器が二波長レーザー測距システムにどのように使用されているかについて述べる。　Slater等[7,8]が用いた精密測距儀についてべる。　図１３に示すように，プリズムを利用して２台の青色，赤色レーザー光を同軸にして変調器で偏光変調して，口径20cmのテレスコープで発射し，cat's eye型反射器で偏光面をかえずに入射方向と同じ方向に反射させる。　そうして，再び同じ変調器を通りWollastonプリズムで入射波の偏光面と垂直方向の偏光成分をもつた反射光を検出する。

そして，信号処理されて，青色，赤色レーザーによる測定距離Rb，Rrを2msec毎にそれぞれ測定し，10secの平均をとって計算距離Roを求める。　約２５００回の平均がとられている。

更に，５分間測定し３０回のRoを求めて，その平均$\overline{Ro}$と分散σを求める。　そして，分散の少ないものをデータとして記録する。

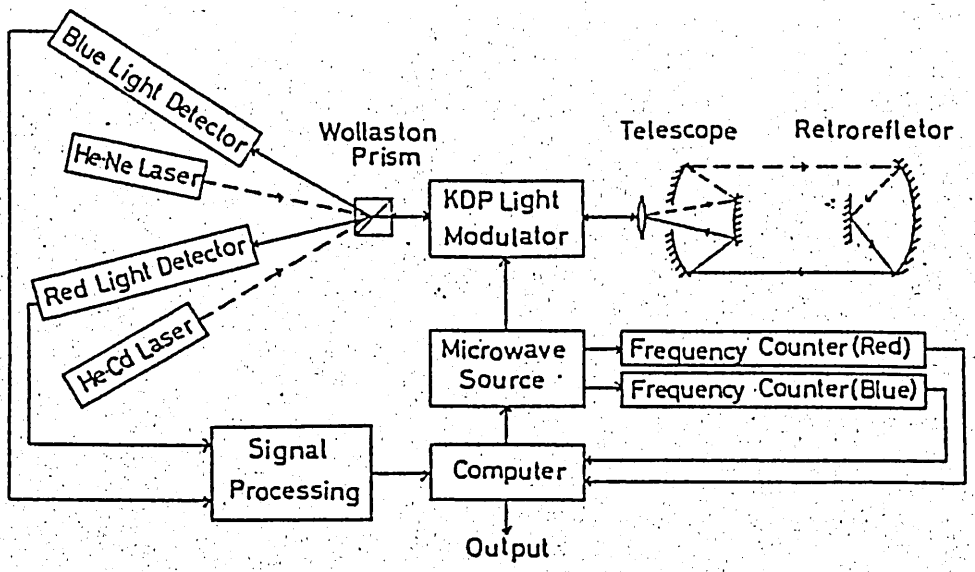



図１３　二波長レーザー測距システム

## ４．１　マイクロ波回路

変調効率はピーク電力の平方根に比例し熱破壊のために，KDP結晶に1W以上の平均電力を加えられないので，1msecの繰り返しで，25μsecのパルス幅を持つダブルパルスを用いる。

そのため，1Wの平均電力でduty cycleが5%でピーク電力は20Wとなる（図１４）。

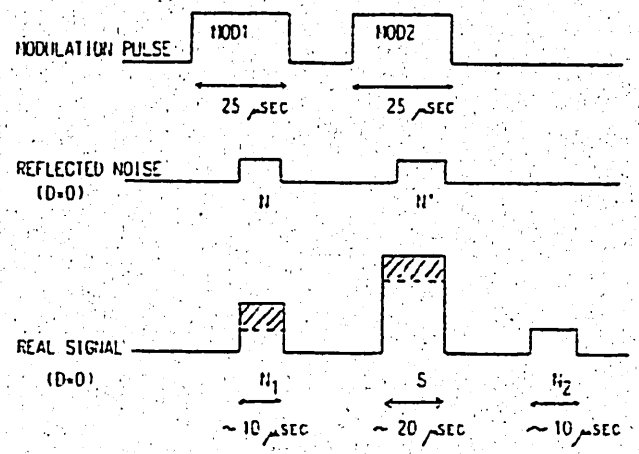



図１４　変調パルスと検出信号パルス

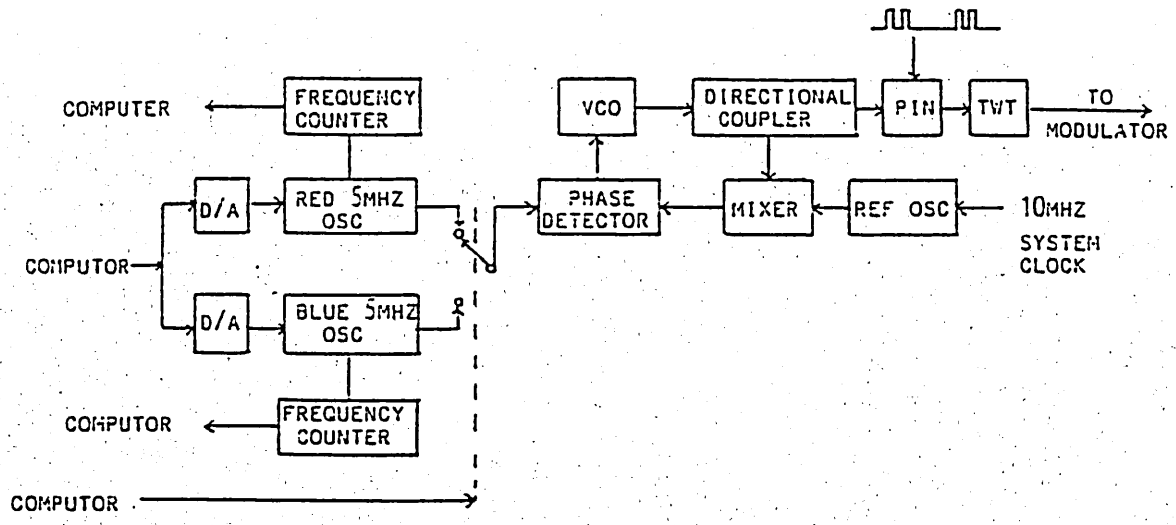



図１５　マイクロ波回路

図１５にマイクロ波関係の回路を示すが，赤色レーザーと青色レーザーについておのおのダブルパルスを２回ずつかけて信号処理する。　そのためにそれぞれ2msecの時間がいる。

安定したマイクロ波周波数を得るために，Reference Osc.は10MHzのシステム時計で位相同期されて，計算機制御された5MHz前後の周波数が付加される。　マイクロ波の安定度は１日あたり$\Delta f/f=5\times10^{-10}$がえられている。　ダブルパルスはピンダイオードで制御されて，進行波管(TWT)でピーク電力20Wに増幅される。

## ４．２　信号処理

変調器を通りもどつてきた反射波が，零になるようにマイクロ波周波数を微調すればよいが，零位法では誤差が大きい。そこで図１６のように周波数を走査させるとのsin の特性がえられ，fo± δ fで反射波の信号の値をひとしくしてやれば，その平均がfoを与えることになる。　fo± δ fでの信号をひとしくするには，図１７のような積分回路をもちいて，出力があればなくなるようにマイクロ波の周波数を変える。　周波数カンターにfo− δ fとfo+ δ fとをいっしょにいれると平均値が自動的にでる。　信号処理系は図１９に示す。　検出器は光電子増倍管を用いている。

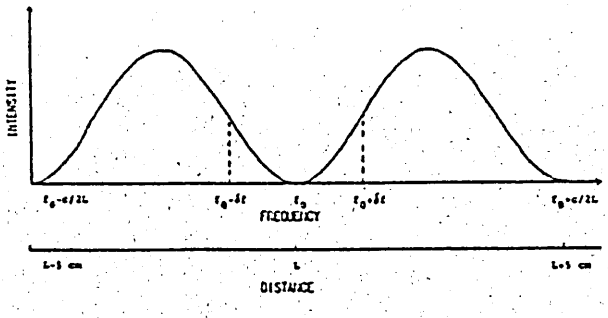



図１６　マイクロ波周波数による出力変化

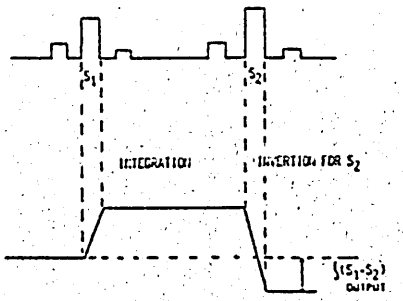



図１７　信号の積分

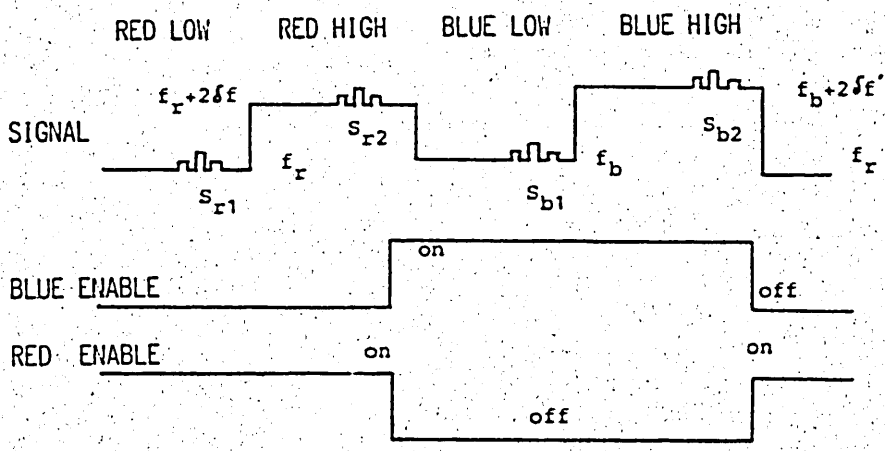



図１８　赤色　青色レーザーの出力例

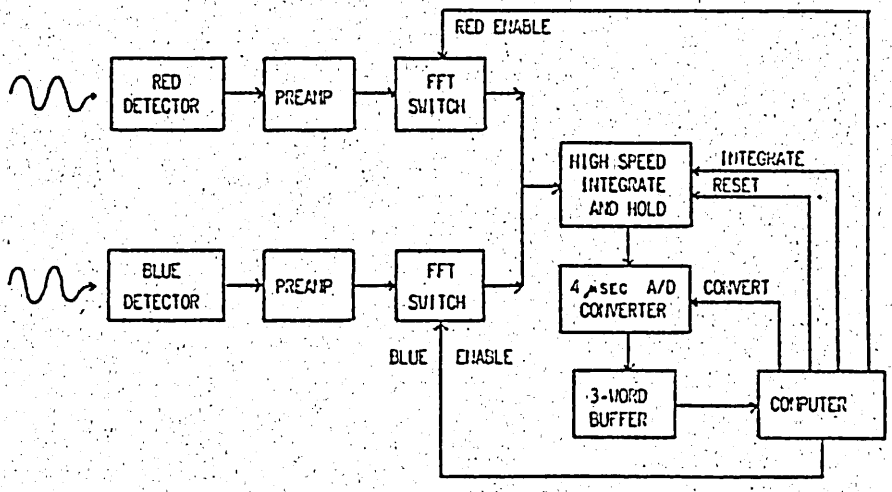



図１９　信号処理回路

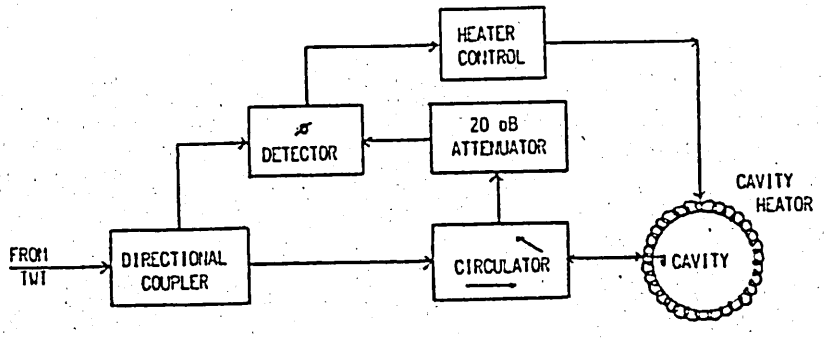



図２０　熱制御回路

## ４．３　熱制御

マイルロ波加熱による結晶の誘電率変化に伴う共振周波数の変化をなくすために，共振器にヒーターをまいて室温より数度高くして熱制御を行うと安定する。　それには，図２０のように共振器のプローブからモニターして，共振周波数がずれると位相差がずれるので，その位相ずれを検出してヒーターを制御してやる。

## 参考文献

[1] K. Fujisawa, IRE Trans. MTT (1958) 344
[2] W.L. Barrow and W.W. Mieher, Proc. IRE (1940) 184
[3] G.S. Taker, MSc thesis, Univ. of Washington, 1973
[4] S. Nakayama, Proc. 9th Laser Radar Symposium, Totigi, 1983
[5] Y. Kagawa, Introduction to Finite Element Method, Omusha, 1982
[6] E.N. Hernandez, Appl. Opt. 11 (1972) 609
[7] L.E. Slater and G.R. Huggett, J. Geophys. Res., 81 (1976) 6299
[8] L.E. Slater, PhD thesis, Univ. of Washington, 1975

# 第３章　多波長レーザー測距法とその問題点

## §１　はじめに

単一レーザー光では伝搬行路上での大気屈折率の不確かさ（水平方向の不均一性）のために１ｐｐｍ以上での距離測定精度を得ることはできない。そこで，同じ行路での二波長レーザー光の同時使用は異なつた波長での大気分散特性を利用しているので，測定精度を改善できる。　しかし，大気中の水蒸気の影響は無視できず，水蒸気圧による測距誤差を求めた。

さらに，幾何光学理論より明らかなように，大気屈折率の垂直方向の不均一性のためにレーザー光線は直線で伝搬せずに曲り，おのおののレーザー波長での屈折率の違いでレーザー光線の曲率が異なり，二波長レーザー光の行路長が異なる。　そこで，曲率の違いによる幾何学的測距誤差を求めた。

## §２　大気の屈折率

### ２．１　光波での屈折率

空気の屈折率は気温，気圧，湿度，波長の関数として多くの研究者によつて研究されている[1-4]。1967年のＯｗｅｎｓの研究[5,6]はとくによく利用されている。Ｏｗｅｎｓは空気の屈折率の密度依存性を再検討し，新しい位相屈折率と群屈折率をみちびいた。式の係数は熱力学的資料をもとにして最小２乗法多項式近似によって空気の各成分について求めた。コンピュータフィトは０－４の大気圧，２５０－３２０Ｋの温度範囲，０－１００％の相対湿度，０－１７ｍｂの炭酸ガス分圧の範囲で０．００１ｐｐｍの精度で一致している。

光波での大気の群屈折率は

$$N-1=C\ f(Ps,T)+D\ g(Pw,T) \qquad (1)$$

となり，ｆ（Ｐｓ，Ｔ）は乾燥空気（窒素：７８．０９％，酸素：２０．９５％，炭酸ガス：０．０３％）にたいする密度因

子で

$$f(Ps,T)=(Ps/T)[1+Ps\{57.90\times10^{-8}-(9.325\times10^{-4}/T)+(0.25844/T^2)\}]$$

となり，ｇ（Ｐｗ，Ｔ）は水蒸気圧Ｐｗ［ｍｂ］の水蒸気にたいする密度因子で

$$g(Pw,T)=(Pw/T)[1+Pw\{1+3.7\times10^{-4}\,Pw\}\{-2.3732\times10^{-3}-(2.23366/T)-(710.792/T^2)+(7.75141\times10^4/T^3)\}]$$

ここで，ＰｓとＴは気圧［ｍｂ］，気温［Ｋ］である。
Ｃ，Ｄは波長だけで決定される分散定数でそれぞれ

$$C\times10^8=2371.34+683939.7(130+\sigma^2)/(130-\sigma^2)^2+4547.3(38.9+\sigma^2)/(38.9-\sigma^2)^2$$

$$D\times10^8=6487.31+174.174\sigma^2-3.5575\sigma^4+0.61957\sigma^6$$

ここで，σは波長λの逆数［$\mu m^{-1}$］である。
（真空中の）

## ２．２　ラジオ波での屈折率

光波の式では水蒸気分子の有極性による効果はあまりきかないが，ラジオ波では重要となる。　特に，ラジオ波では分散効果はなく波長の関数とはならないが，光波では重要となる。それゆえに，ラジオ波では，大気の非分散性を仮定しているので位相屈折率も群屈折率も同じとなる。

１９５３年Smithらのラジオ波領域での屈折率の式[7]は，全気圧P=Ps+Pwとして，

$$Nm-1=77.6\times10^{-6}\,P/T+0.373256Pw/T^2$$

である。

## ２．３　光波とラジオ波での屈折率比較

光波とラジオ波での屈折率を比較すると，大気条件Ｔ＝２８８．１６，Ｐｓ＝１０１３．２５，Ｐｗ＝１０　では

（Nm-1）dry＝２７０．１７　　［ｐｐｍ］

（Nm-1）wet＝　４４．９５　　［ｐｐｍ］

で，Ｏｗｅｎｓの式でλ＝６ｍｍ（５０ＧＨｚ）のとき

（N-1）dry＝２７２．６１　　［ｐｐｍ］

（N-1）dry＝　２．２５　　［ｐｐｍ］

となり，　乾燥大気では屈折率はよく似ている。

また，各大気パラメータの屈折率への影響を調べると，光領域での大気屈折率を

$$N-1=C(Ps/T)+D(Pw/T)=C(P/T)+(D-C)(Pw/T)$$

で近似すると

$$dN/dP=C/T,\ dN/dPw=(D-C)/T,\ dN/dT=-CPs/T^2-DPw/T^2$$

表　1

各大気パラメータの屈折率への影響

| | 光波 | | ラジオ波 | |
|---|---|---|---|---|
| 気温 | -1.0 | ppm/K | -1.2 | ppm/K |
| 全気圧 | 0.27 | ppm/mb | 0.26 | ppm/mb |
| 水蒸気 | 0.04 | ppm/mb | 4.3 | ppm/mb |

波長λｒ＝６３２．９９ｎｍで大気条件Ｔ＝３００，Ｐｓ＝１０００，Ｐｗ＝１０　では，各大気パラメータの屈折率への影響は表１のようになる。ラジオ波にたいしても同様に計算できる。

表１からも，光波とラジオ波での違いは水蒸気による項で，ラジオ波での屈折率は光波よりも約１００倍感度がよい。

## §３　二波長レーザー測距原理

### ３．１　速度補正（波長補正）

図１のようなＨｅ・Ｎｅレーザー（λｒ＝６３２．９９ｎｍ）とＨｅ・Ｃｄレーザー（λｂ＝４４１．６８ｎｍ）による二波長レーザー測距システムにおいて水平方向の乾燥大気の屈折率の影響を無くすことは可能である[8]。

測定する二点間のレーザー光の行路が直線で真の距離をＤｏとする。近似的に大気屈折率は乾燥空気密度だけの関数とすれば，赤色レーザーと青色レーザーによって測定される距離Ｒｒ とＲｂは，

$$Rr = Nr\ Do \qquad (2)$$

$$Rb = Nb\ Do$$

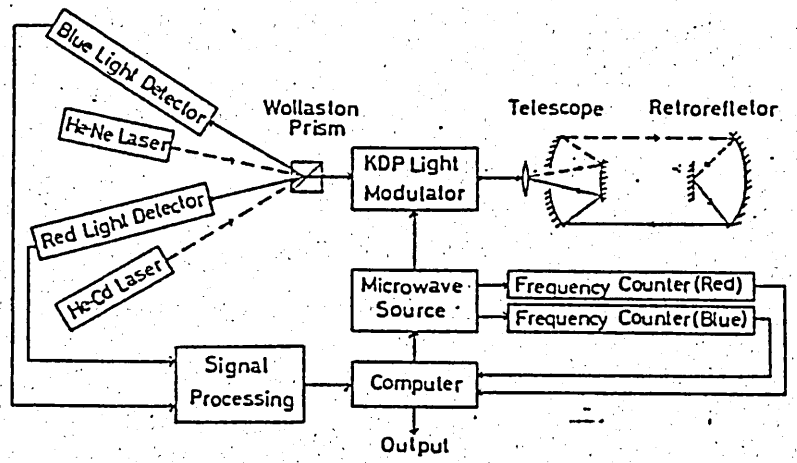



図１　二波長レーザー測距システム

で与えられる。　ただし，群屈折率は

$$Nr-1=Cr\ f(Ps,T)$$
$$Nb-1=Cb\ f(Ps,T) \qquad (3)$$

となり，Ｃｒ，Ｃｂは波長だけで決定される分散定数でそれぞれ

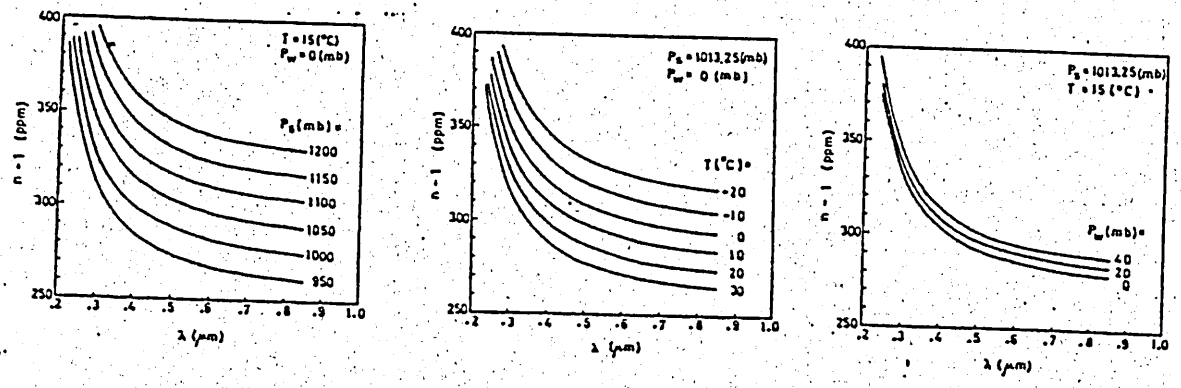
$$Cr=80.874236,\qquad Cb=84.735564 \qquad [ppm]$$

となる。

そうすれば，計算距離Ｒｏは

$$Ro=Rr-Ao\ (Rb-Rr) \qquad (4)$$

となり，ここで，定数Ａｏは（Ｎｒ－１）／（Ｎｂ－Ｎｒ）＝Ｃｒ／（Ｃｂ－Ｃｒ）＝２０．９４４６６である。乾燥大気では定数であるが，しかし，水蒸気圧Ｐｗによつておおきくａｏは変動する。




（ａ）気圧による変動　（ｂ）気温による変動　（ｃ）水蒸気による変動

図２　群屈折率の分散特性

## ３．２　水蒸気圧による測距誤差

大気は水蒸気を含むので，実際には式（３）を用いる場合には修正を加えなければならない。　水蒸気圧Ｐｗ［ｍｂ］を含む大気の屈折率は

$$Nr-1=Cr\ f(Ps,T)+Dr\ g(Pw,T)$$
$$Nb-1=Cb\ f(Ps,T)+Db\ g(Pw,T) \qquad (5)$$

で与えられ，定数Ｄｒと Ｄｂは

$$Dr=69.094825,\qquad Db=73.701124\qquad [ppm]$$

となる。　そうすれば，計算距離Ｒｏは

$$Ro=Rr-A\ (Rb-Rr) \qquad (6)$$

となり，定数Ａは

$$A=Ao[1-(g/f)(DrCb-DbCr)/\{Cr(Cb-Cr)\}] \qquad (7)$$

で，大気条件（Ｔ＝１５°Ｃ，Ｐｓ＝１０１３．２５ｍｂ）では　Ａ＝Ａｏ［１－３．２４１２５×１０$^{-4}$ Ｐｗ］とかける（図３参照）。

そこでもしも水蒸気項を無視して測距した場合の誤差は，Ａとして厳密な式（５）を用いた場合とＡｏを用いた場合の差であたえられるから，ΔＲｃ＝Ｒｏ（Ａ）－Ｒｏ（Ａｏ）となる。

図４に測距誤差ΔＲｃの水蒸気圧Ｐｗによる影響を示す。

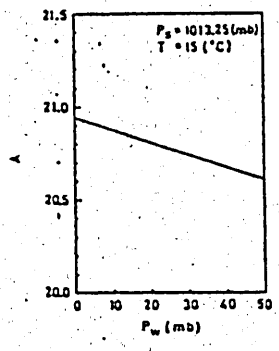



図３　定数Ａの水蒸気による変動

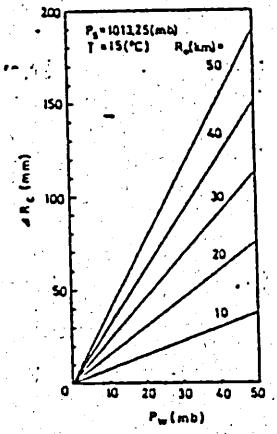



図４　測距誤差ΔＲｃの水蒸気圧による効果

１０ｋｍあたり約１ｍｍ／ｍｂの誤差がある。　距離にして約０．１ｐｐｍ／ｍｂである。

## ３．３　大気パラメータの許容範囲

測距式で距離精度0.1ppmを得るための大気パラメータの許容範囲を一波長と二波長との場合について計算する。

一波長では計算距離Roの誤差δRoは

$$\delta Ro/Ro=\delta R1/Do$$

となる。また，二波長の測距式では，

$$\delta Ro/Ro\sim[\delta Rr-A(\delta Rr-\delta Rb)]/Do$$

これより，計算距離精度は測距精度よりA倍よくなければならない。定数Aは

$$A=(80.9P-11.8Pw)/(3.86P+0.74Pw)$$

と近似でき，

$$\delta Ro/\delta Ps=-(\delta A/\delta Ps)Do(Nb-Nr),$$
$$\delta Ro/\delta Pw=-(\delta A/\delta Pw)Do(Nb-Nr)$$

となるから，Nb-Nr～14[ppm]，Ps=1000mb，Pw=35 mbとすればδRo/Doが0.1ppmよりよい精度をえるためには大気パラメータは表２のようにまとめられる。

表　2

大気パラメータの許容範囲（δRo/Do<0.1ppm）

| | 一波長 | 二波長 |
|---|---|---|
| 気温 | < 0.1 C | < 2000 C |
| 気圧 | < 0.4 mb | < 28 mb |
| 水蒸気 | < 2.5 mb | < 1 mb |

## §４　幾何学的距離補正

### ４．１　分散媒質での幾何光学

前節ではレーザー光は直線で伝搬すると仮定したが，大気の垂直方向の屈折率分布のために直線ではなく，ある曲率をもった曲線を描く（図５参照）。　つまり，実際に測定される距離Ｒｅは

$$Re = \int_{0}^{Rg} N\,ds \qquad (8)$$

で与えられる。　ここで，ｄｓは光線にそった幾何光学的光線の行路長の増分である。　Ｒｇはターゲットまでの曲線を描く実際の長さである。　直線距離をＲｏとすれば，距離補正△Ｒｅは

$$\Delta Re = \int_{0}^{Rg} (N-1)\,ds + (Rg-Ro) \qquad (9)$$

となる。　第一項は屈折率に関係した速度（または波長）補正項で，前節で計算された。　第二項は光線の曲りによる幾何学的距離補正項である。Ｒｏ＝１０ｋｍ程度では第二項はほとんど問題とならないが，それ以上の精密測距では重要となる。

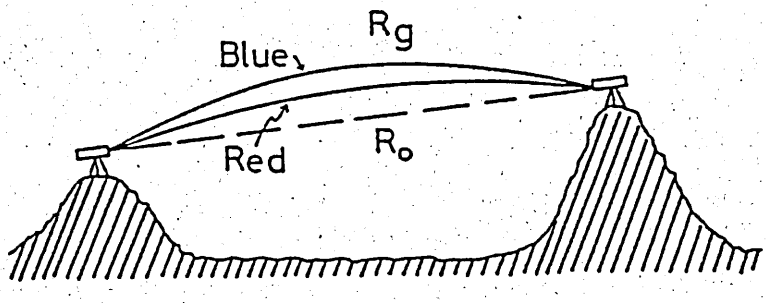



図５　二波長レーザー光の大気伝搬軌跡

### ４．２　幾何学的距離補正項の計算［９］

幾何学的距離補正項△Ｒｇ＝Ｒｇ－Ｒｏは幾何光学でのレイ・トレースによつて導かれる。　等方性分散媒質でのレイ　トレースの基礎方程式は

$$\tan\theta d\theta = (dN/N) + (dr/r)$$

$$N\ r\ \cos\theta = No\ ro\ \cos\theta\ o$$

$$\tau = \int_{No}^{N1} (dN/N)\cot\theta$$

で与えられるから（図５ａ　参照），これらの式を用いて△Ｒｇの導出を行う。いま，Ｒｇは完全な円弧を描くとすれば△Ｒｇは簡単に計算でき，

$$\triangle Rg = Rg - Ro = r\tau - 2\sin(\tau/2) = r\tau^3/24$$

と近似できる。ここで，$\tau$　以上の項は無視した。ｄ$\tau$の値は上式より

$$d\tau = -(dN/N)\cot\theta$$

であるから

$$d\tau = -(1/N)(dN/dh)(dh/\sin\theta)\cos\theta$$

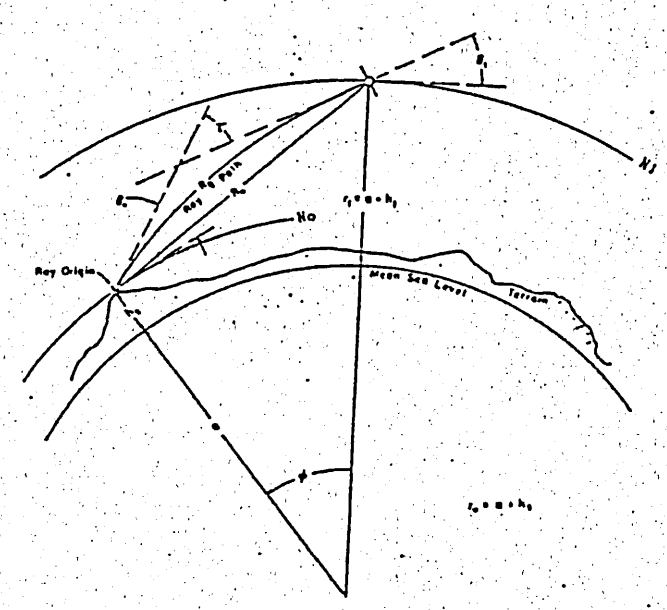



図５ａ　大気中のレーザー光の伝ばん

そこで，

$$\tau = \int_{No}^{N1} (dN/dh)ds = -(dN/dh)Rg - (dN/dh)Ro$$

また，Ｒｇの曲率半径ｒは－１／（ｄＮ／ｄｈ）で与えられるから，

$$\Delta Rg = -[1/(dN/dh)][-(dN/dh)Ro]^3/24$$

となるから，ΔＲｇは次の式で与えられる。

$$\Delta Rg \sim (Ro^3/24)(dN/dh)^2 \qquad (10)$$

ここで，ｄＮ／ｄｈは屈折率の垂直方向のこうばいである。これにより，ΔＲｇはＲｏの３乗に比例するので，長距離になるに従って大きく式（８）の関係式を図６に示す。

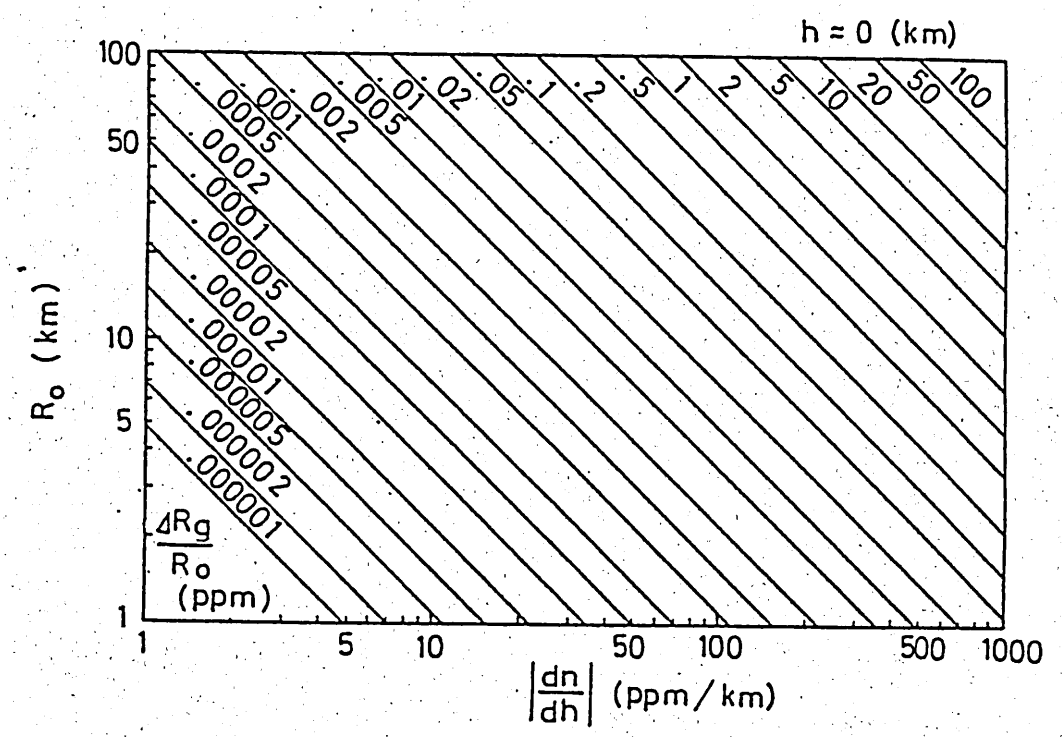



図６　屈折率こうばいによる幾何学的距離誤差

## ４．３　垂直方向の屈折率こうばい

垂直方向の屈折率こうばいを求めるためにはラジオゾンデのようなもので各高度での気圧，気温，湿度のデータを必要とするが，ここでは標準大気を仮定して簡単な計算を行う。

つまり，標準大気とは１０１３．２５ｍｂの海面気圧，１５°Ｃの海面気温で，次の減率をもつものをいう。

$$T=288.16-6.5h \qquad [K]$$

$$Ps=1013.25(1-0.1186h) \qquad [mb]$$

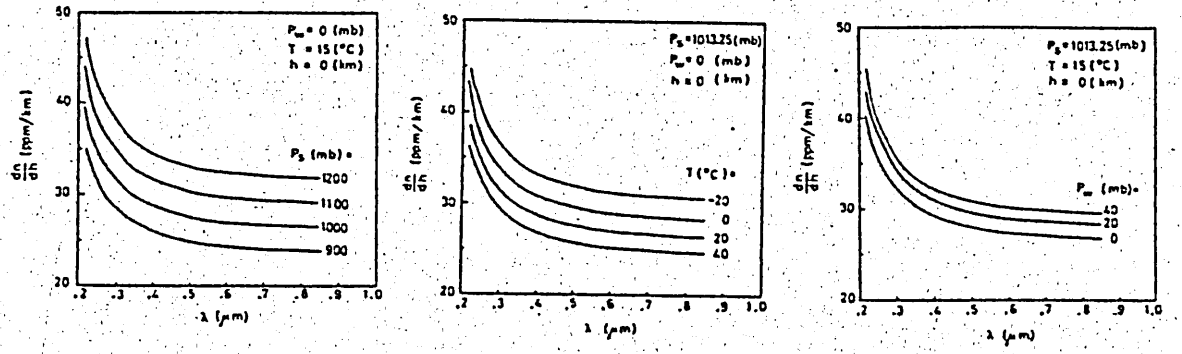
ただし，ｈ［ｋｍ］は高度を示す。　湿度としては別に相対湿度６０％として求めると，

$$Pw=10.2(1-0.384h) \qquad [mb]$$

となる。　このようなＰｓ，Ｔ，Ｐｗの高度変化を考慮して，地表面近くのｄＮ／ｄｈを求めると図７のようになる。　例えば，標準乾燥大気では

$$Nr-1=284.51-27.32h \qquad [ppm]$$

となる。（ただし，赤色レーザーの波長で求めた。）




（ａ）気圧による変動　（ｂ）気温による変動（ｃ）水蒸気による変動

図７　屈折率こうばいの大気変動のおける波長特性

## 4．4　幾何学的距離補正の波長依存性

幾何学的距離補正$\Delta Rg = (Ro^3/24)(dN/dh)^2$は，dN／dhの波長依存性に従つて，波長の関数となる。その関係は図８のように計算される。　Ro＝１０kmとRo＝５０kmとでは$\Delta Rg$は１２５倍の違いがある。　波長λrとλbとではλbのほうが曲りが大きくて図９のような違いがある。

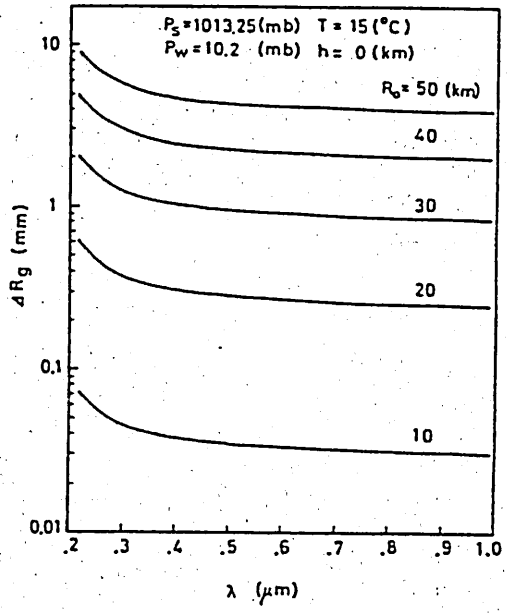
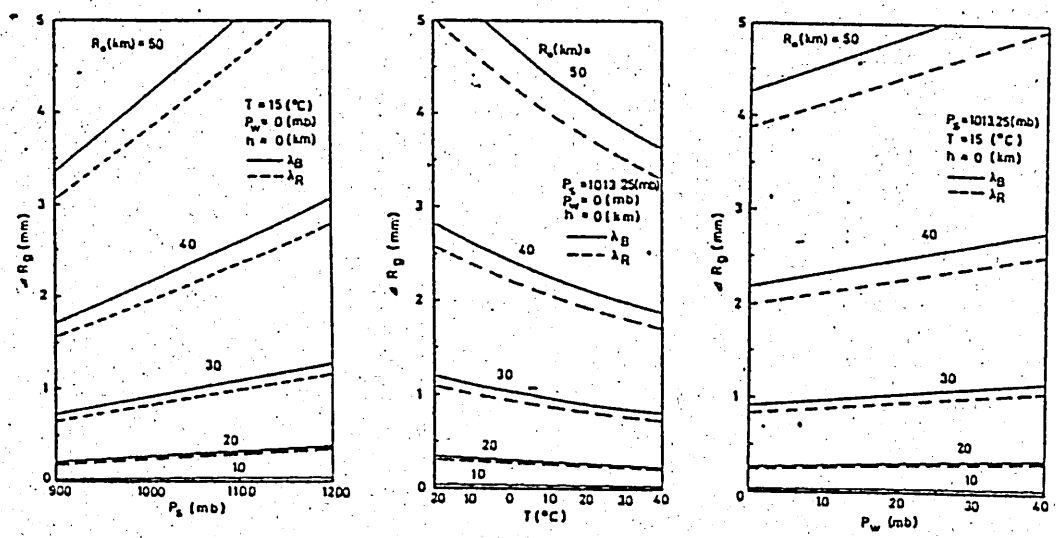



図８　幾何学的距離誤差の波長特性




（ａ）気圧による変動（ｂ）気温による変動（ｃ）水蒸気による変動

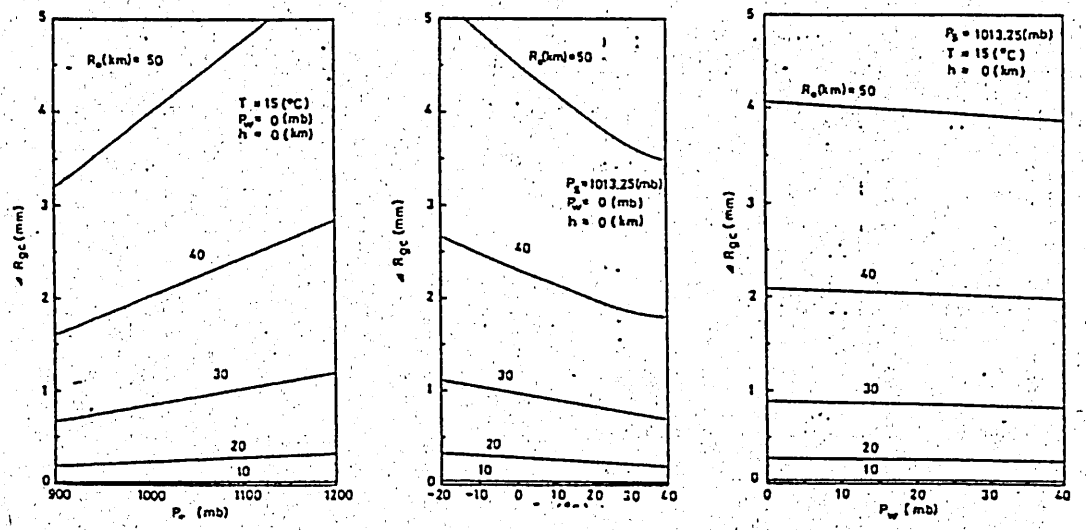
図９　λrとλbとのそれぞれの幾何学的測距誤差の大気依存性

そこで，これらの△Ｒｇをしらず，直線で伝搬しているとして，距離を求めると，Ｒｏ＝Ｒｒ－Ａ（Ｒｂ－Ｒｒ）から，幾何光学的測距誤差△Ｒｇｃは

$$\triangle Rgc=Rr+\triangle Rgr-A[(Rb+\triangle Rgb)-(Rr+\triangle Rgr)]-Ro$$

$$=\triangle Rgr-A(\triangle Rgb-\triangle Rgr)$$

となり，図１０のように計算される。




（ａ）気圧による変動（ｂ）気温による変動（ｃ）水蒸気による変動

図１０　λｒとλｂとの測距における幾何学的測距誤差の大気依存性

§５　おわりに

二波長測距システムのおもな誤差源として次のようなものがある。

１．　装置そのものの測定誤差
２．　計算距離での精度の低下（定数Ａ～２１のため）
３．　屈折率に対する式の精度（数$10^{-9}$の程度）
４．　水蒸気の存在（約０．１ｐｐｍ／ｍｂの誤差）
５．　空気成分の不確定性（主に$CO_2$濃度で，標準大気では約０．３ｍｂであるが，１ｍｂの増加で約０．１ｐｐｍの誤差）
６．　幾何学的距離補正（５０ｋｍで約０．０７５ｐｐｍの誤差）

7．　不一致伝搬行路（不一致行路上での屈折率の違い）

マイクロ波を使う場合にはこの他に，多重行路効果や衛星測距にみられる電離層効果がある。　ここでは特に４と６について議論した。

幾何学的距離補正では，λｒでｄＮ／ｄｈ～－２７（ｐｐｍ／ｋｍ）程度であったが，地表面上数百ｋｍ以内では０から数百（ｐｐｍ／ｋｍ）も変動することがあるので，ここでの結果は変動の少ない標準的なものとして考える必要がある。

## 参考文献


[1]　B. Edlen, J. Opt. Soc. Am. 43 (1953) 339

[2]　B. Edlen, Metrologia 2 (1966) 12

[3]　H. Barrell, J. Opt. Soc. Am. 41 (1951) 295

[4]　F.E. Jones, J. Res. NBS, 86 (1981) 27

[5]　J.C. Owens, Applied Optics, 2 (1967) 1, 51.

[6]　E. Wood and M.C. Thompson, Jr., Applied Optics 7 (1968) 1408

[7]　E.K. Smith and S. Weintranb, Proc. IRE August (1953) 1035

[8]　P.L. Bender and J.C. Owens, J. Geophys. Rev. 70 (1965)
10, 2461

[9]　D. Thayer, ESSA Tech. Rept. IER 56-ITSA 53
(U.S. Government Printing Office, 1967)


## 謝辞


本研究は，当初，著者が建設省国土地理院多波長レーザー測距検討会委員としてレーザー測距にかんして調査研究し，光変調器にかんして日本電気府中工場と共同研究したもので，のちに，村田学術振興財団の研究助成に依る所が大きい。　関係者各位に感謝いたします。

# 付 録

## 絶対距離の測定法

変調法での絶対距離を求め方，即わち，二分の一波長の整数倍Nの不確定性に対する決定法を具体的な数値を用いて述べる。距離D=10kmで変調周波数2GHz（安定度±1Hz）としてNを決めるには約540KHzの周波数走査が必要である。

測距システムの検出器の最大出力をえるために，マイクロ波の波長を調整すれば，距離Dは，真空中では

$$D=N_1\lambda_1/2$$

で与えられる。距離Dを一定にして，マイクロ波の波長λを連続的にλに変化させて最大出力をえるようにすれば，

$$D=N_2\lambda_2/2$$

となる。　これよりDを消去して，

$$N=(N_2-N_1)\lambda_2/(\lambda_1-\lambda_2)$$

となり，$\lambda_1$から$\lambda_2$へと波長を変化させたときの最大出力の個数，つまり，$(N_2-N_1)$がわかれば，$\lambda_1$，$\lambda_2$は既知であるからNが計算できる。

マイクロ波周波数f,大気屈折率nとすれば，実際にはNは

$$N=2nDf/c$$

となる。これをfで微分すれば，

$$dN/df=2nD/c$$

となり，　　N=(dN/df)f

とかける。

ここで，大気条件としてT=15 C，Ps=1013.25mb，Pw=5mbと仮定すれば，He Ne レーザーの波長（λr=632.99nm)での大気群屈折率は，n-1=287.041[ppm]となる。f=2.0GHz(λ=15cm)，D=10km，c=2.997925×$10^8$m/sec とすれば　N=133463.9となるのでここでNo=133464とする。そのときのマイクロ波周波数foを求めると，fo=2,000,001,213± 1 Hzとなり，ここでマイクロ波発振器の誤差を± 1Hzとした。

（ i ）△N1=1

次に，マイクロ波周波数を少しずつたかくしていくと再び最大出力がえられるようなマイクロ波周波数f1が存在する。即わち，N1=133465となり，新しいマイクロ波周波数f1は

$$f1=cN1/2nD=2,000,016,198\pm 1\ Hz$$

で，△f1=f1-fo=14,985± 2 Hzとなり，ここでNoを求めようとすると，

$$No=(N1-No)fo/(f1-fo)=(\triangle N1/\triangle f1)f1=133466.9\pm 17.8$$

$$133450 \leqq No \leqq 133484$$

としか決定できない。

（ i i ）△N10=10

このようにして周波数を高くしていくと△N= 2,3,4,...となるが，大気条件が変動しないあいだにこれらの測定を終える必要がある。そこで，△N= 1 に対する△f1=14,985± 2 Hzとわかっているので，△N= 10に対する△f10は約150KHzと計算できる。そのために，△N= 10に対しては△f10= 150KHz辺りに速くもっていき，新しい周波数f10を得る。

N10=133,474

f10=2,000,151,066± 1 Hz

△f10=149,853± 2 Hz

No=133,464.209± 1.78

133,463≦No≦133,465

唯一のNoを得るにはまだ不十分である。

（iii）△N100=100

同様にして，

N100=133,564

f100=2,001,499,745± 1 Hz

△f100=1,498,532± 2 Hz

No=133,464.032± 0.178

No=133,465

唯一のNoがえられた。

逆算して，No=133,464± 0.5となるような△fを求める△f=4 No=534 Hzとなり，△N=36である。

RS85－9

# 選択ドープＡｌＧａＡｓ／ＧａＡｓヘテロ界面の２次元電子プラズモンを用いたＦＩＲ輻射

三部　靖夫、　沖須　宣之、　小林　猛

（　大阪大学　基礎工学部　）

昭和６０年９月２０日

輻射科学研究会資料

# 選択ドープＡｌＧａＡｓ／ＧａＡｓヘテロ界面の２次元電子プラズモンを用いたＦＩＲ輻射

三部　靖夫、　沖須　宣之、　小林　猛

（　大阪大学　基礎工学部　）

## １．序論

固体中の電子ガスには素励起の一つであるプラズモンが存在する。プラズモンは多数電子のｓｅｌｆ－ｏｒｇａｎｉｚｅした集群運動であり、遠赤外から紫外にわたる振動周波数を有する為に、種々の観点から興味が持たれてきた。Ｓｉ－ＭＯＳ界面特性の向上に伴い界面反転層中の２次元（２Ｄ）電子ガスが詳しく研究されるようになったが、同時に２Ｄ電子ガス中のプラズモンにも熱い視線が向けられてきた。そこでは、従来のバルクプラズモンに代わって表面プラズモンの励起されることが見出だされた。表面プラズモンは、バルクプラズモンと異なり、結晶表面外部に高周波電界の大半を漏らしていることが特徴である。そのために、外部回折格子と表面プラズモンとは効率よく結合して、ｒａｄｉａｔｉｖｅな電磁波として取り出すことが可能となる。

ところで、この原理による遠赤外（ＦＩＲ）輻射では、２Ｄ電子の移動度が大きい程、有効にプラズモンを励起することが期待される。Ｓｉ－ＭＯＳ反転層の電子に比して、より大きな移動度を持つものとして選択ドープＡｌＧａＡｓ／ＧａＡｓヘテロ界面近傍に得られる２Ｄ電子ガスがある。このヘテロ界面の２Ｄ電子はそのペアレントドナーから空間的に隔離しているために散乱が

減ずるからである。従って低電界印加においてさえヘテロ界面の２Ｄ電子は高いエネルギー状態に加速されうる。最近Ｌｕｇｌｉ等[1]はｂａｌｌｉｓｔｉｃ輸送に近い領域では、光学フォノン散乱以外にプラズモン散乱が支配的になることをシミュレイションで明らかにしている。彼等の結果を選択ドープＡｌＧａＡｓ／ＧａＡｓ界面の２Ｄ電子に適用すれば、走行する２Ｄ電子は高い確率で表面プラズモンと衝突することになり、表面プラズモンが有効に励起されることが示唆される。実際にＧｏｒｎｉｋやＢｅｌｌ研究所のグループ[2,3]は簡単な実験で表面プラズモンを見出している。また、ＧａＡｓ系Ｐｌａｎａｒ－Ｄｏｐｅｄ－Ｂａｒｒｉｅｒトランジスタのベース中に注入されたホットエレクトロンのエネルギー緩和がプラズモン衝突に大きく拘わっていることもＣｏｒｎｅｌｌ大学やＢｅｌｌ研究所のグループにより明らかにされはじめている。[4,5]このように高移動度半導体材料では電子－プラズモン散乱はもはや無視できない存在であり、とくに高電界移動度を決定する一つの要因として注意を払わなければならない。

本研究ではＭＢＥ成長したＡｌＧａＡｓ／ＧａＡｓ選択ドープウエハを用いて、金属回折格子との結合を介した表面プラズモン輻射を直接観測し、プラズモン輻射電力の定量化を行った。Ｓｉ－ＭＯＳのプラズモン分散関係にかえて、新たに、表面に金属ゲートを持たないＡｌＧａＡｓ／ＧａＡｓヘテロ接合での表面プラズモンの分散関係を導き、その結果をもとにエピタキシャルウエハの層構造、２Ｄ電子密度、そして回折格子周期を決定して、光検出器波長の窓にプラズモン輻射波長が一致するようにした。素子への印加電界強度に対するプラズモン輻射電力、ホットエレクトロン熱輻射、そしてホットな電子温度の相関をここに初めて明らかにすることが出来た。まだ研究は端緒についたばかりであり、十分な検討もできていないが、それでも試作した素子においてプラズモン輻射（波長２２８$\mu$ｍ，４．２Ｋ）強度１０$^{-8}$ Ｗ／ｃｍ$^2$が印加電界強度５０Ｖ／ｃｍのもとに得られた。

## 2．　実験結果

### 2．2　素子の作製　及び　表面プラズモン分散関係

表面プラズモン測定のために試作した素子の模式図を図1に示す。素子はプレナ構造であり、電流を通じるためのソース、ドレイン電極を2D電子層に設ける。Non-doped AlGaAs Cap層（後述）の表面には周期aが3μmのAu回折格子を具備している。尚、本研究では実施しなかったが、上記AlGaAs Cap層と回折格子の間に半透明金属ゲート膜を設けることで2D電子密度を変調し、プラズモン分散関係を電圧可変することが可能である。

本研究では全ての測定を極低温液体He温度で行っている。そこでプラズモンからのFIR輻射を高純度GaAsの不純物準位励起フォトコンダクションを利用して検出することとした。この場合、水素準位likeのフォトコンダクションとなるために、検出波長は35．5／cm（＝4．4me.V）で、且つ狭帯域である。

そこで、まずエミッタを作製するにあたって、層構造、グレーティング周期等を決定するために、表面プラズモンの分散関係をNakayama[6]の定式をもとにして計算した。図2にその計算に使ったモデルを示す。このような表面に局在した電磁界はTMモードである。表面に設ける回折格子との結合を含めなければ、この電磁界は次のように書かれる。

I．$z<0$

$$E_{x,1} = E_1 \exp[i(kx-\omega t)+\alpha_1 z] \qquad (1)$$

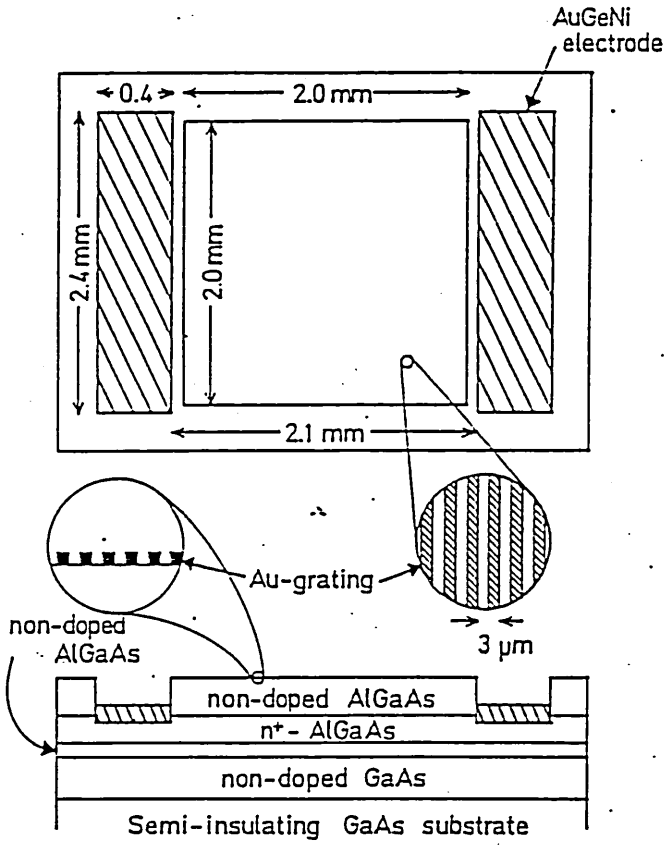



図１　エミッタの top view と cut-away view

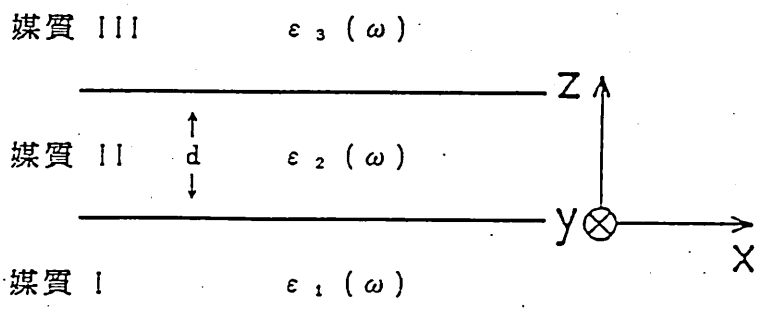



図２　表面プラズモンの分散関係の計算に使用したモデル

$$E_{z,1} = -\left(\frac{ik}{\alpha_1}\right) E_1 \exp\left[i\left(kx-\omega t\right)+\alpha_1 z\right] \quad (2)$$

$$H_{y,1} = \left(\frac{i\omega\varepsilon_1}{\alpha_1}\right) E_1 \exp\left[i\left(kx-\omega t\right)+\alpha_1 z\right] \quad (3)$$

II. $0 < z < d$

$$E_{x,2} = \left[E_2 \exp\left(\alpha_2 z\right) + E_2' \exp\left(-\alpha_2 z\right)\right] \cdot \exp\left[i\left(kx-\omega t\right)\right] \quad (4)$$

$$E_{z,2} = \left(\frac{ik}{\alpha_2}\right)\left[-E_2 \exp\left(\alpha_2 z\right) + E_2' \exp\left(-\alpha_2 z\right)\right] \cdot \exp\left[i\left(kx-\omega t\right)\right] \quad (5)$$

$$H_{y,2} = \left(\frac{i\omega\varepsilon_2}{\alpha_2}\right)\left[-E_2 \exp\left(\alpha_2 z\right) + E_2' \exp\left(-\alpha_2 z\right)\right] \cdot \exp\left[i\left(kx-\omega t\right)\right] \quad (6)$$

III. $z > d$

$$E_{x,3} = E_3 \exp\left[i\left(kx-\omega t\right)-\alpha_3 z\right] \quad (7)$$

$$E_{z,3} = \left(\frac{ik}{\alpha_3}\right) E_3 \exp\left[i\left(kx-\omega t\right)-\alpha_3 z\right] \quad (8)$$

$$H_{y,3} = -\left(\frac{i\omega\varepsilon_3}{\alpha_3}\right) E_3 \exp\left[i(kx-\omega t)-\alpha_3 z\right] \tag{9}$$

また各層において

$$E_{y,i}=H_{x,i}=H_{z,i}=0 \qquad (i=1,\ 2,\ 3) \tag{10}$$

$$\alpha_i=\sqrt{k^2-\varepsilon_{r,i}(\omega)\frac{\omega^2}{c^2}} \qquad (i=1,\ 2,\ 3) \tag{11}$$

境界条件は、z＝0で　sheet　chargeの導電率をσ
として

$$E_{x,1} = E_{x,2}\ ,\quad H_{y,1}-H_{y,2}=\sigma E_{x,1} \tag{12}$$

z＝dで

$$E_{x,2}=E_{x,3}\ ,\quad H_{y,2}=H_{y,3} \tag{13}$$

これらの式から、次のような分散関係を得る。

$$\frac{\left(\frac{\varepsilon_2}{\alpha_2}+\frac{\varepsilon_3}{\alpha_3}\right)\left(\frac{\varepsilon_1}{\alpha_1}+\frac{\varepsilon_2}{\alpha_2}\frac{\sigma}{i\omega}\right)}{\left(\frac{\varepsilon_2}{\alpha_2}-\frac{\varepsilon_3}{\alpha_3}\right)\left(-\frac{\varepsilon_1}{\alpha_1}+\frac{\varepsilon_2}{\alpha_2}+\frac{\sigma}{i\omega}\right)} = \exp(-2\alpha_2 d) \tag{14}$$

ｓｈｅｅｔ　ｃｈａｒｇｅの電子濃度ｎｓは、比較的容易に実現し得る値として、$10^{12}/cm^2$である。Ａｌｌｅｎ[7]らの実験によって、この濃度の２Ｄ電子ガスの導電率$\sigma$には、運動量緩和時間$\tau$を使ったＤｒｕｄｅの式

$$\sigma(\omega) = \frac{n_s e^2 \tau}{m^*(1 - i\omega\tau)} \qquad (15)$$

が使えることが示されている。$m^*$は有効質量である。計算では$\tau \to \infty$の極限をとった。

従来から行なわれてきたＳｉ－ＭＯＳの場合、すなわち第３層が金属である場合は、誘電率と減衰定数との比について$|\varepsilon_3/\alpha_3| >> |\varepsilon_2/\alpha_2|$の関係が成り立ち、$\alpha_1 \sim \alpha_2 \sim k$であるとして今迄、広く使われてきた分散関係

$$\omega^2 = \frac{n_s e^2}{m^*} \frac{k}{\varepsilon_1 + \varepsilon_2 \coth(kd)} \qquad (16)$$

が得られる。最近、Ｇｏｒｎｉｋ[8]らは、ＡｌＧａＡｓ／ＧａＡｓヘテロウェハーを用いたプラズモンＦＩＲ輻射の実験を行ない、放射周波数が（１６）式を適用したものに比較して高くなったことを報告している。彼らはこの原因として、第３層が真空であるためにＡｌＧａＡｓの誘電率が実効的に小さくなっているためと誤って結論していることに注意しなければいけない。

Ｓｉ－ＭＯＳと異なって、ＡｌＧａＡｓ／ＧａＡｓヘテロ接合を用いる場合には、２Ｄ電子を誘起するための金属ゲートを持つ必要がなく、一般に第３層は真空であり、ｍｅｔａｌ　ｂｏｕｎｄａｒｙを持たない。従って（１６）の分散関係を用いて解釈することには本来無理がある。そこで我々は新たに、第３層が真空

である場合の簡便な分散関係を導くこととした。　この場合　$|\varepsilon_3/\alpha_3| \ll |\varepsilon_2/\alpha_2|$ の近似が成り立つ。先程と違って

$$\omega^2 = \frac{n_s e^2}{m^*} \frac{k}{\varepsilon_1 + \varepsilon_2 \tanh(kd)} \quad (17)$$

を得る。（16）と比較して、分母のcothがtanhに変っており、同じ第2層の厚みdに対して（17）式から求まるωは、（16）に比べて大きくなる。従って先程述べたGornikの結果は（17）の分散関係を用いて矛盾なく説明される。2D電子濃度として　$1.3 \times 10^{12}/cm^2$ としたときのプラズモン分散関係を、（14）式から求めたものと、近似をおいた（17）式から求めたものとをプロットしたものが、図3である。（17）の近似式が、精度が良く、概ね妥当ものであることがわかる。

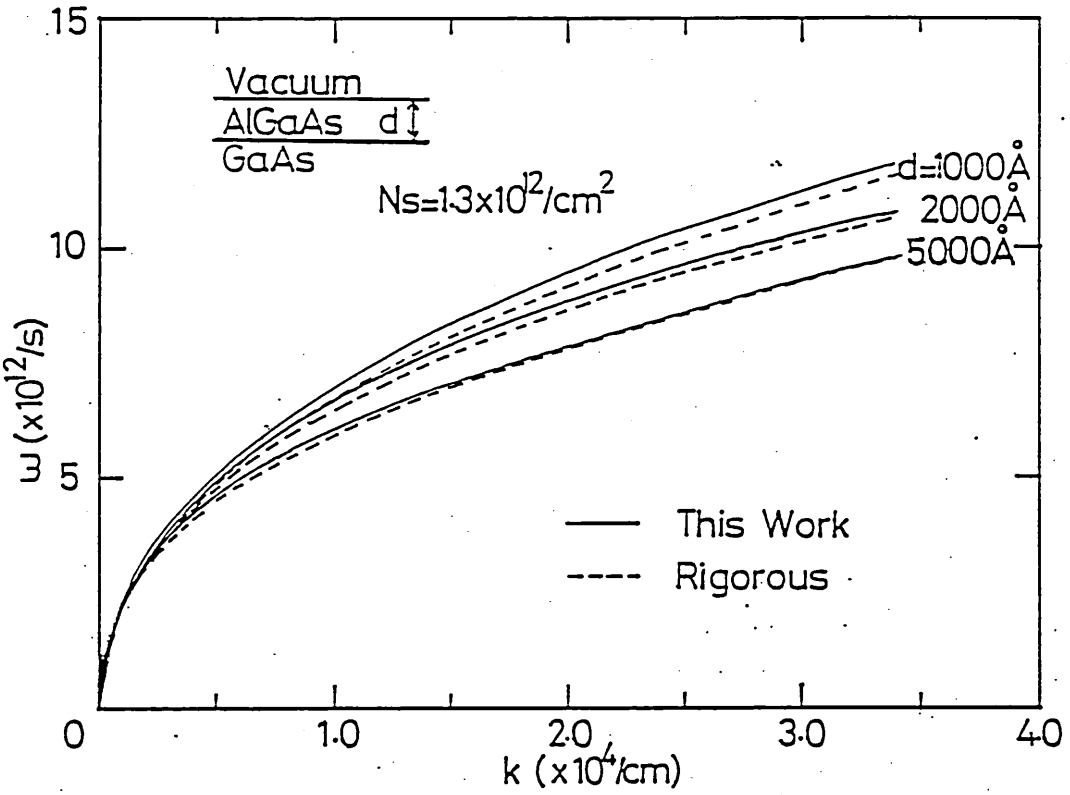



図 3　表面プラズモンの分散関係

ＧａＡｓ検出器のｃｕｔ－ｏｆｆ周波数ω が６．６ｘ１０$^{12}$ｒａｄ／ｓであることから、ｄの値として比較的大きな値を要する。回折格子とプラズモンの結合は、回折格子の基本波数ｋ（＝２π／ａ）で生じるとして高次の結合を無視すれば、ｄの値として少なくとも５０００Ａ以上が必要である。

選択ドープＡｌＧａＡｓ／ＧａＡｓウエハはＭＢＥ成長で作製した。表１に示す＃１２４のウエハはプラズモン測定用、そして＃６０はその対比用に特に用意したものである。両ウエハとも基盤にはＧａＡｓを用い、ＭＢＥ法で ｎｏｎ－ｄｏｐｅｄ ＧａＡｓ（１．４μｍ）、ｎｏｎ－ｄｏｐｅｄ ＡｌＧａＡｓバッファ層、そしてＳｉ－ｄｏｐｅｄ ＡｌＧａＡｓを順次エピタキシャル成長する。ウエハ＃１２４では、更に ｎｏｎ－ｄｏｐｅｄ ＡｌＧａＡｓキャプ層を成長することにより、輻射プラズモン波長と光検出器の波長 ｍａｔｃｈｉｎｇを行っている。図１の模式図はウエハ＃１２４を用いたサンプルの場合に対応している。そこではソース、ドレインの電極形成のために ＡｌＧａＡｓキャップ層を部分的に取り除いている。これは陽極酸化とＨＣｌエッチングの繰り返し使用により達成した。リフトオフ法でＡｕＧｅＮｉ電極金属を設け、$H_2$ 雰囲気中３８０・Ｃで１０分間シンターを施した。このようにして得られたコンタクト抵抗はチャネルの抵抗値の２～３％以下に抑えることができた。

表１　素子の各種パラメータ

| Sample type | Layer structures | | | | | | | | Surface electron density | Grating period | Estimated FIR wave-length |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | Non doped GaAs (μm) | Buffer layer $Al_xGa_{1-x}As$ x, (Å) | | Doped layer $Al_xGa_{1-x}As$ $N_D(cm^{-3})$,x,(Å) | | Cap layer $Al_xGa_{1-x}As$ x, (Å) | | | $n_s(cm^{-2})$ | (μm) | (μm) |
| #124 | 1.4 | 0.28 | 70 | $1x10^{18}$ | 0.28 350 | 0.28 | 5000 | | $1.4x10^{12}$ | 3 | 228 |
| #60 | 1.4 | 0.28 | 80 | $1x10^{18}$ | 0.28 100 | | 0 | | $3.5x10^{11}$ | 3 | 350 |

#124ウエハのサンプルのチャネル上にはAu回折格子や半透明ゲートメタルを種々の組合せで構成しながらFIR測定を進めた。尚、Au回折格子は3μm周期（1：1）で、1000AのAu蒸着膜をフオトリソグラフイと化学エッチングを用いて作製した。ゲート膜は約50Aの厚みのNbをRFスパッタ法で成長した。

FIR測定用には 7x10¹⁴ /cm³ のSi-doped GaAs VPE ウエハ'(住友電工) を用いた。4.2Kのもとに，概ね1V/cmの印加電界で不純物準位励起の衝突イオン化が確認できた。測定の再現性を高めるために、予め長時間のagingを行って、特性が安定した後に測定に用いるようにした。

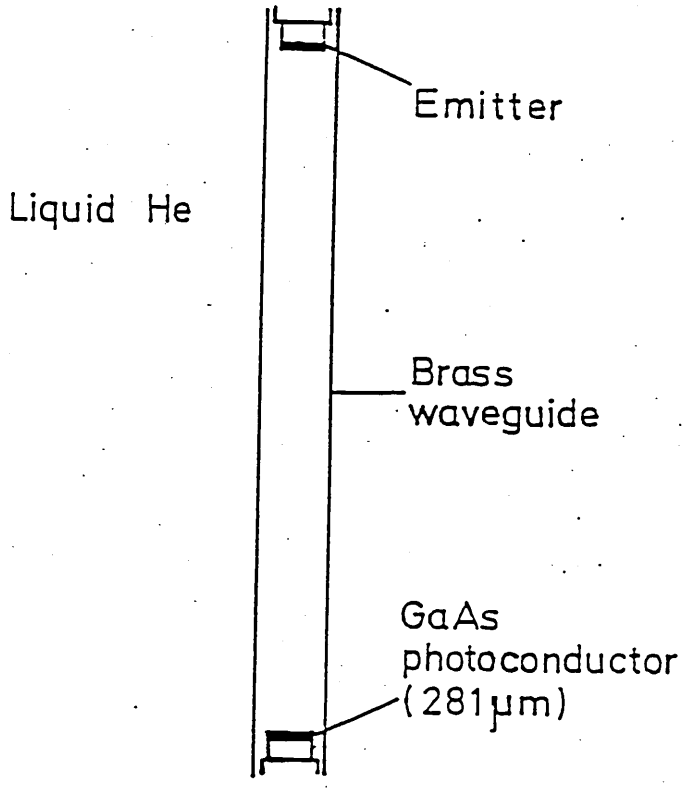



図4 エミッタとGaAsフォトコンダクタの配置

## ２．２　光検出器の RESPONSIVITY

素子ならびに検出器を共に液体Ｈｅに浸漬した状態で観測を行った。素子が電流加熱することを避けるために、全ての測定で素子に２μｓ幅のパルス電界（１／５００　ｄｕｔｙ）を印加した。ＧａＡｓ検出器の出力はパルス周期に同期したロックインアンプを通して得ている。図４に示すように素子と検出器はｂｒａｓｓ　ｔｕｂｅ　内に対向して配置し、その間隔は約１００ｍｍである。それ故に、検出される信号はほぼ垂直に素子から輻射される光信号に限られるとみてよい。

プラズモン輻射電力の測定には，検出系のｒｅｓｐｏｎｓｉｖｉｔｙ　Ｒ　を決定することが欠かせない。ここでは，素子のホットエレクトロンにもとずくｔｈｅｒｍａｌ　ＦＩＲ輻射量の測定を行うことからＲの決定をする。よく知られているように、単位面積当たりの２Ｄ電子ガスが単位立体角に輻射する熱輻射強度Ｉ（ω）は[9]

$$I(\omega)\,d\omega = \frac{\hbar\omega^3}{4\pi^3 c^2\{\exp(\hbar\omega/kT)-1\}} \cdot A(\omega)\,d\omega \qquad (18)$$

ここで、Ａ（ω）は吸収率で$4\,Re(F)/|\sqrt{\varepsilon}+1+F|^2$、$F=\sigma(\omega)/\varepsilon_0 c$、σ（ω）は（１５）式で与えられる。またｃは光速度、ｄωは検出器の波長窓幅である。ＧａＡｓ検出器は不純物準位の励起を利用するために極めて狭帯域であり、ω＝３５．５／ｃｍ、そしてｄω＝２／ｃｍとなる。≒６０の素子について別途Ｈａｌｌ測定用の素子を作製してｎｓ　やτの測定を行い、その結果を上式に代入した。ここで≒６０のウエハを選んだ理由について少し触れておく。≒６０素子の電子移動度μは４．

２Ｋで約５３５００ｃｍ$^2$／Ｖｓと高く、丁度Ｓｈａｈ等が電子温度測定に用いたサンプルの移動度に近い[10]。また$\mu$の周囲温度（格子温度）に対する変化、並びに印加電界に対する変化も互いによく似ている。それ故に、≒６０の素子の電子温度Ｔ$_e$はＳｈａｈ等の報告した値に従うものと考えてよい。図５に≒６０素子の運動量緩和時間$\tau$が電界で変化する様子をプロットしているが、図中でホットエレクトロン効果の顕著にあらわれるｂｒｅａｋ-ｐｏｉｎｔではＴ$_e$＝７０Ｋと出来る。このときの≒６０素子からのｔｈｅｒｍａｌ－ＦＩＲ信号は１２．５ｎＶであった。以上のデータを用いた解析により系のＲを７．３ｘ１０$^6$Ｖ／Ｗと見積ることができる。

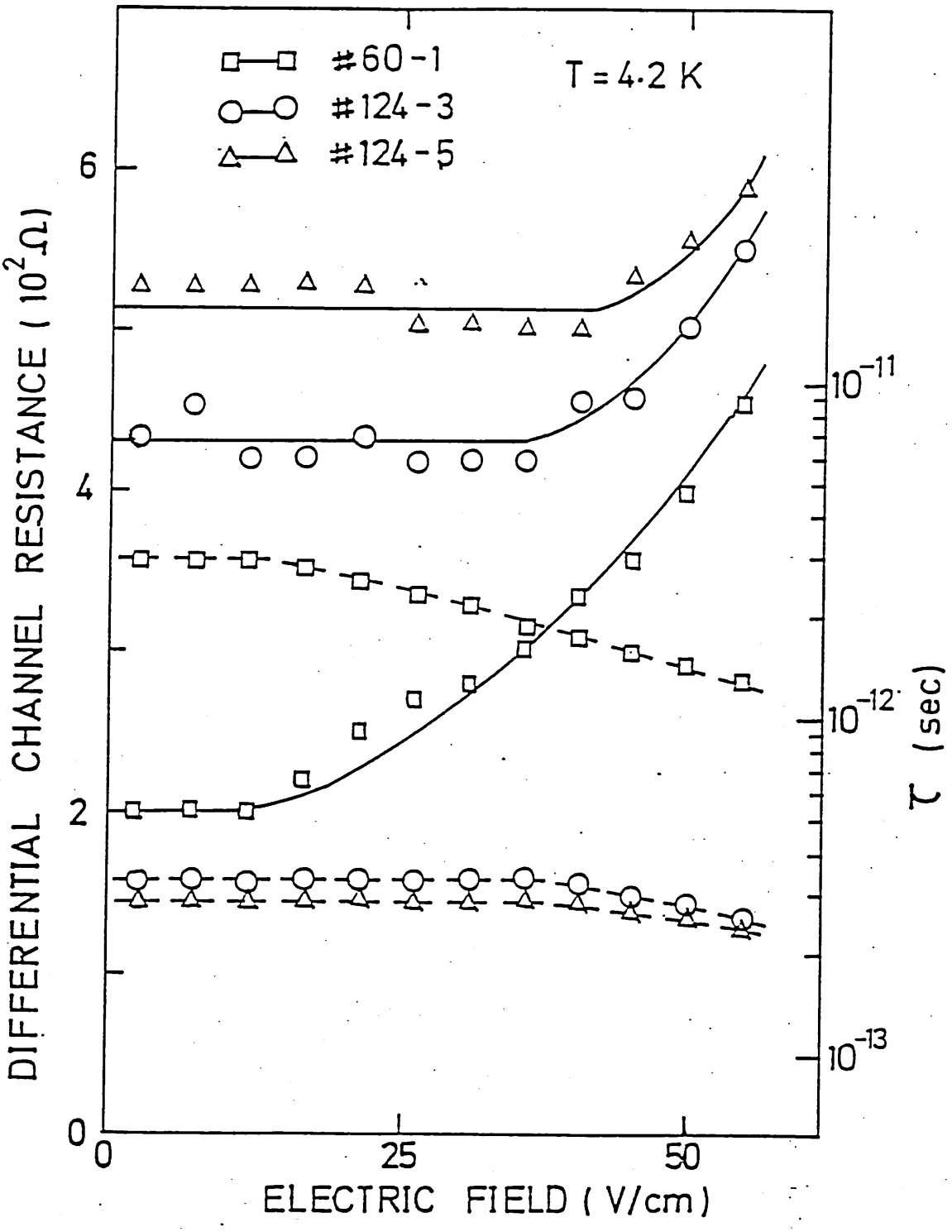



図5　エミッタのチャネル微分抵抗（実線）と運動量緩和時間（破線）

## ２．３　プラズモン輻射

素子≒１２４－０３についてチャネル上の半透明ゲートやＡｕ回折格子を順次設けながら測定したＦＩＲ強度の電界依存性を図６に示す。素子構成の詳細を表２に示している。半透明ゲートを設けてｎｓの変調を目指したものの、本実験では厚いキャップＡｌＧａＡｓの存在と大きなリーク電流のために十分な成果を得ることが出来なかった。

ところで、上図のＦＩＲ信号にはプラズモン輻射とｔｈｅｒｍａｌ輻射の混在していることに注意しなければならない。表２が示すように回折格子のある場合には両者が共存し、回折格子のない場合にはｔｈｅｒｍａｌ輻射のみとなる。最も注目すべき点は、図６において≒１２４－０３'（回折格子＋ゲート）　の信号が≒１２４－０３"（ゲート）の信号より増大することである。ｔｈｅｒｍａｌ輻射の回折格子挿入による減衰は計算から７５％と見積もられるために、≒１２４－０３"の信号中には僅かなｔｈｅｒｍａｌ輻射しか含まれなくなるが、回折格子で結合した表面プラズモンの輻射が大きく現われて、その合成信号強度が≒１２４－０３"の信号を凌駕したものと考えられる。これは、２Ｄ電子ガス中に励起される表面プラズモンの存在を直接示す有意義な結果である。≒１２４－０３と≒１２４－０３"の対比より、半透明ゲート金属膜のｔｈｅｒｍａｌ輻射透過率を約２０％と得る。この透過率については、別途求めた金属Ｈａｌｌ測定の電子密度７ｘ１０$^{22}$／ｃｍ$^{3}$　を用いて計算した値と概ね一致した。

素子≒１２４－０３"'については図６のデータから、そして≒１２４－０５"'(本素子についてのデータは資料に記していない)の測定結果からプラズモン輻射強度とｔｈｅｒｍａｌ輻射強度を分離して求めることが可能である。算出した結果を素子への印加電界の関数として図７に示す。プラズモン輻射強度は電界に対して強いｓｕｐｅｒｌｉｎｅａｒ性をもち、５０Ｖ／ｃｍの印加電界のもとに１０$^{-8}$Ｗ／ｃｍ$^{2}$　（波長２２８μｍ）の強度に達し

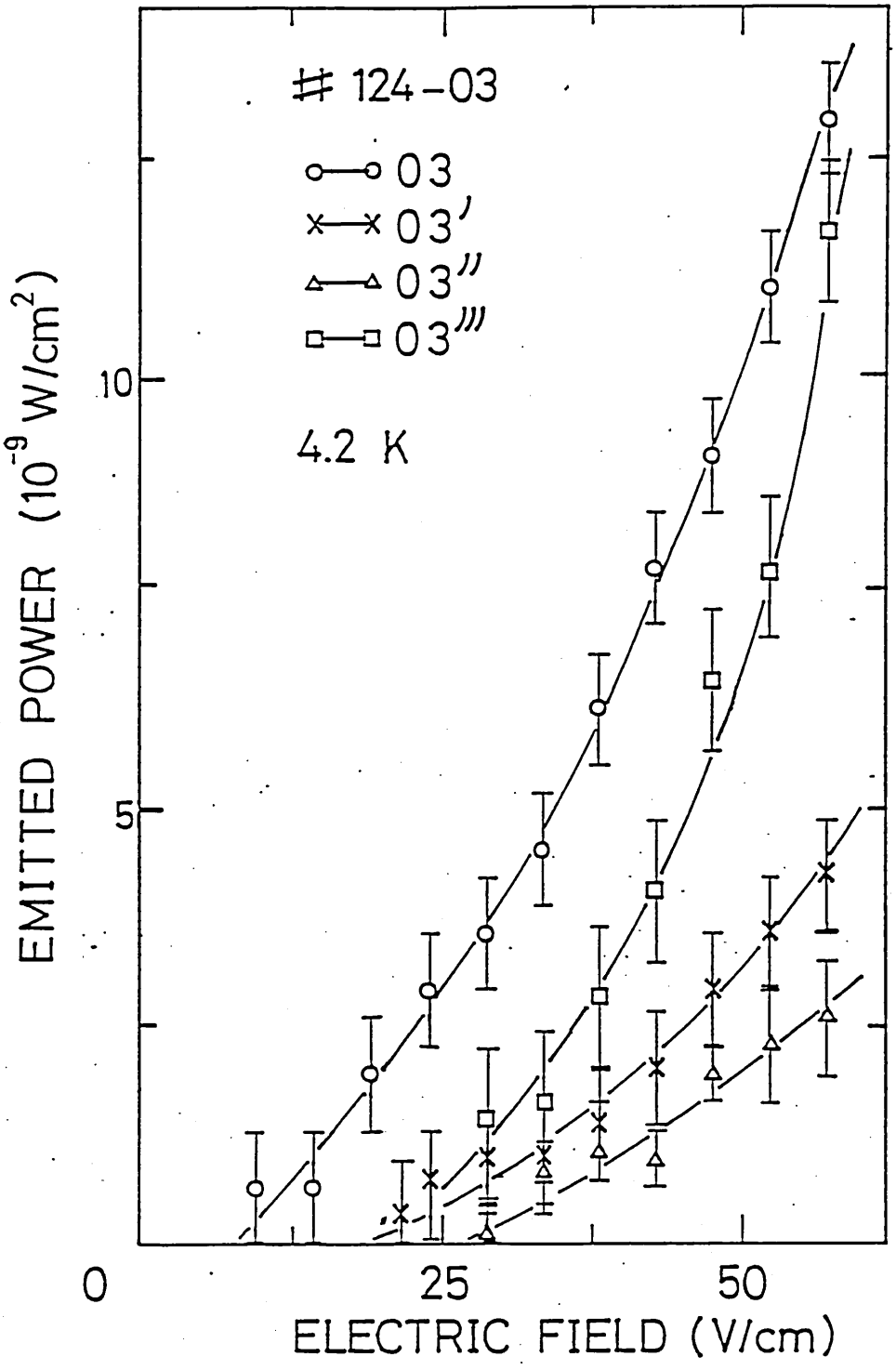



図6　ＦＩＲ輻射強度の電界依存性

たことがここに明らかとなった。用いたウエハ＃１２４の素子の電子移動度が低温で約８０００ｃｍ²／Ｖｓと低く、従って図３にも示したように印加電界の範囲では十分に電子をホットにしている訳ではない。プラズモン輻射が電界に対してｓｕｐｅｒｌｉｎｅａｒなることは、より高い電界の印加を行えば相当な強度に達しうることを期待させる。同様に、電子移動度の高い試料を用いればそれだけ密度の高いプラズモンが励起されよう。

実験結果は、半透明ゲート金属がプラズモンに対してｔｈｅｒｍａｌ輻射よりも高い透過率を呈することを示している。そのために、素子＃１２４－０３'（ゲート＋回折格子）のＦＩＲ信号は大半がプラズモン輻射であり，ｔｈｅｒｍａｌ成分の占める比率は非常に小さくなっている。よって、プラズモン輻射のみを取り出すための適度なフィルタとしてこの複合ゲート構造を採用することができる。

表２　プラズモン輻射測定に使用した素子の構造

| Sample number | structure | | FIR emission | |
|---|---|---|---|---|
| | gate | grating | plasmon | thermal |
| 124-03 | X | X | X | O |
| 03' | O | O | O | O |
| 03" | O | X | X | O |
| 03"' | X | O | O | O |

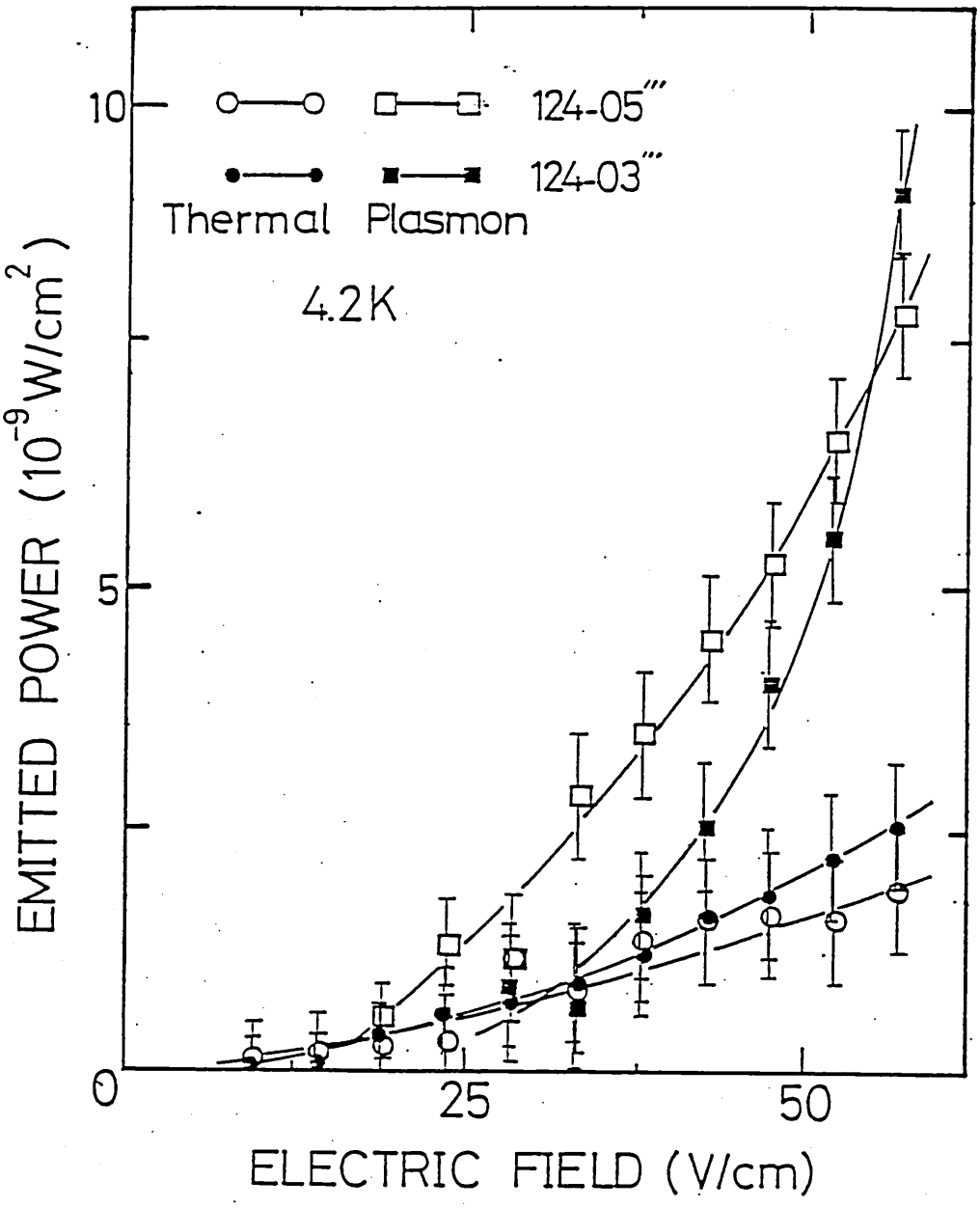



図7　プラズモン輻射強度と熱輻射強度

## 3．検討

観測した表面プラズモン輻射強度と２Ｄ電子温度Ｔｅの相関を明確にしておくことは今後の議論を進めるうえで極めて有意義であると考えられる。幸い、我々は素子のｔｈｅｒｍａｌ　ｅｍｉｓｓｉｏｎを求めているために、先の解析を逆に進めることで容易にＴｅを求めることが可能である。素子＃６０－０１、１２４－０３、そして１２４－０５のｔｈｅｒｍａｌ輻射強度から算出した電子温度Ｔｅの電界依存性を図８にプロットする。高移動度試料である素子＃６０－０１では、Ｔｅの上昇が他よりもはるかに顕著である。Ｔｅ＞７０Ｋの範囲では次第にＴｅの増加が遅くなり、散乱機構のうちの有極性光学フォノン放出が目立ってくることを反映している。電子移動度の低い＃１２４の素子では、実験の範囲ではＴｅの上昇が高々４５Ｋであった。

＃１２４の素子で観測された（図７）プラズモン輻射の５０Ｖ／ｃｍ付近における急激な増加は電子温度の観点から容易に説明されうる。上昇した電子温度はこのとき約４５Ｋであり、この温度はエネルギーで３．９ｍｅＶとなる。このようにホットになった電子はプラズモン散乱を高めながら、次第に回折格子と結合しうるエネルギーのプラズモン励起確率を急増させる。この回折格子と結合したプラズモンがＧａＡｓ検出器から検出信号として取り出される。これがｓｕｐｅｒｌｉｎｅａｒなプラズモン輻射の説明になる訳であるが、より一層の高い電界を印加したならばそれだけ多くの表面プラズモンが励起されてくることになる。

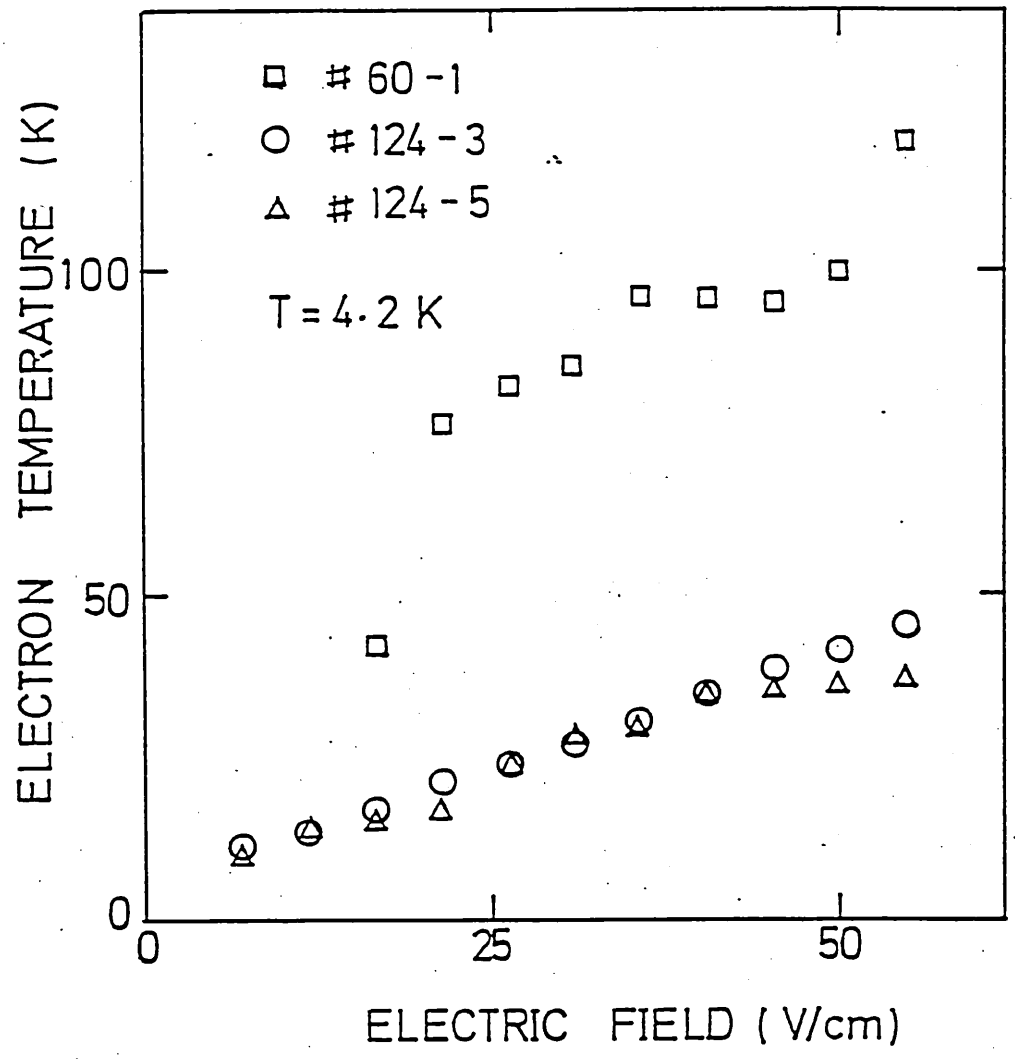



図8　電子温度の電界依存性

## 4．結論

選択ドープＡｌＧａＡｓ／ＧａＡｓヘテロ界面の２Ｄ電子ガスに伴う表面プラズモンのより直接的な測定を行い、回折格子との結合を介したプラズモン輻射強度の値$10^{-8}$Ｗ／ｃｍ$^2$（波長２２８μｍ）を印加電界５０Ｖ／ｃｍのもとに得た。電子ガス中のプラズモン励起は電子温度と密接な関係にあることを明らかにした。

最後に、本研究を進めるに当たり有益な御助言を頂いた大阪産業大学藤澤和男教授、電子ビームリソグラフィの御協力を頂いた本学難波進教授、有留宏明助教授、そしてＭＢＥ成長ウエハの提供を頂くシャープ株式会社桜井武室長、富田孝司氏に謝意を表する。

参考文献


(1) P. Lugli and D.K.Ferry, IEEE Electron Device Lett.,EDL-6 (1985) 25.

(2) R.A.Hopfel, E.Gornik, A.C.Gossard and W.Wiegmann, Physica 117&118B (1983) 646.

(3) D.OLego, A.Pinczuk, A.C.Gossard and W.Wiegmann, Physical Rev. B,26 (1982) 7867.

(4) M.A.Hollis, S.C.Palmateer, L.F.Eastman, N.V.DanDekar and P.M.Smith, IEEE Electron Device Lett., EDL-4 (1983) 440.

(5) J.R.Hayes, A.F.J.Levi and W.Wiegmann, Phys.Rev.Lett.,54 (1985) 1570.

(6) M.Nakayama, J. Phys.Soc.Japn., 36 (1974) 393.

(7) S.J.Allen, D.C.Tsui, and F.De Rosa, Phys.Rev.Lett. 35 (1975) 1359

(8) R.Hopfel, G.Lindemann, E.Gornik, G.Stangl, A.C.Gossard and W.Wiegmann, Surface Sci. 113 (1982) 118.

(9) R.A.Hopfel, E.Vass and E.Gornik, Solid St. Comm., 49 (1984) 501.

(10) J.Shah, A.Pinczuk, H.L.Stormer, A.C.Gossard, and W.Wiegmann, Appl.Phys.Lett.,42 (1983) 55.

RS85－10

輻射科学研究会資料

# シリコン基板光導波路の単一モード化

大河 正志，高畑 浩二，井筒 雅之，末田 正

（大阪大学 基礎工学部）

昭和６０年１２月１３日

# シリコン基板光導波路の単一モード化

大河 正志，高畑 浩二，井筒 雅之，末田 正

大阪大学 基礎工学部

## 1 まえがき

光ファイバ，半導体レーザをはじめとする光エレクトロニクス技術の発達に伴い，光回路の小形化・高性能化の重要性が高まりつつある．光集積回路技術は，新しい光回路構成法として注目を集め，熱心に研究が続けられている．最近では，変調素子，偏向素子等の個別光回路素子だけでなく，これらを組み合わせた信号演算回路，スイッチアレイ等，さらには，センサ，トランスデューサ等新しい応用を念頭に置いた研究も活発である．

ところで，これまでのところ，光集積回路用基板材料として，最もよく利用されてきたのは，強誘電体材料である$LiNbO_3$と言える．電気光学，音響光学，非線形光学効果等，大きな非線形性を有し，また，比較的容易に良質な導波路が得られるからである．また，一方，光源，受光素子，電子回路等をも一体に構成できる可能性により，半導体材料を光導波路基板として利用することの重要性も早くから指摘され，ここ数年，しだいにこの方面の研究も活発になりつつある．特に，GaAs，InP 系の化合物半導体は，半導体レーザ，高速受光素子，高速変調光回路など，幅広く研究されている．一方，半導体材料として，いまひとつの重要な材料であるシリコンを，光集積回路用材料として利用しようとする研究も続

けられてきた．基板としてシリコンを用いれば，超ＬＳＩ技術に代表されるすぐれた電子回路集積技術により，光回路と光検波素子をはじめとする電子回路との一体化が期待できる．また，安価で，大面積のシリコンウェハーが容易に手に入るため，他の基板材料に比べ有利である．これまで，シリコンを基板に用いた光集積回路として，ZnO[1]，$Si_3N_4$[2]，$Ta_2O_5$[3]，ガラス[4] などを導波層とするスラブ導波路，ガラス・石英系多モードチャンネル導波路[5]，導波路レンズ[6]，デマルチプレクサ[7]，スペクトラムアナライザ[8]などが報告されている．また，スラブ導波路と光検波素子・ＣＣＤとの結合[9]も報告されている．

これまで，シリコンを基板に用いた光集積回路の研究は，スラブ導波路，あるいは多モードチャンネル導波路を用いたものが中心となってきたようである．単一モードチャンネル導波路を作製した研究報告[10]は，数少ない．しかし，単一モードチャンネル導波路は，マッハツェンダ干渉計，マイケルソン干渉計など光の干渉を利用しようとする場合，不可避となることが多く，導波路の単一モード化を行うことは重要であると思われる．

本報告では，シリコン基板チャンネル導波路の単一モード化の検討及び試作を行ったので，その結果について述べる．まず，チャンネル導波路を取り扱うための基礎として，薄膜導波路について考察する．特に，シリコン基板への放射損失を十分小さく抑えるために必要な，バッファ層の膜厚について検討する．次に，スラブ導波路のチャンネル化の方法として，リブ形，装荷形の２種類を取り上げ，それぞれ等価屈折率法を用いて，単一モード化の条件を検討する．さらに，試作及び導波実験の結果を示すとともに，Ｙ分岐導波路を試作したので，その結果についても簡単に述べる．

## 2　シリコン基板薄膜導波路

図１は，ここで取り扱う４層スラブ導波路の断面図である．シリコン基板（屈折率 $n_4$）上にバッファ層（厚さ $t_3$，屈折率 $n_3$）を介して導波層（厚さ $t_2$，屈折率 $n_2$）を形成する．シリコン基板の屈折率（$n_4$=3.85-j0.07）[2]は，導波層（ガラス薄膜）の屈折率（$n_2$=1.54）に比べて高いので，この構造では光波のシリコン基板への漏洩は不可避となり，無損失な光波の伝送はできない．そこで，この損失を低減するため，導波層よりも屈折率の低いバッファ層を導波層と基板との間に設ける．ここでは，バッファ層として，安定で作製の容易なシリコンの熱酸化膜($n_3$=1.45)を考える．ところで，このような導波路構造では，バッファ層の厚さにより，シリコンへの放射損失が大きく変化する．そこで，この章では，シリコン基板への放射損失を十分に小さく抑えるために必要なバッファ層の膜厚について検討する．解析は，チャンネル導波路では困難なので，図１に示すシリコン基板４層スラブ導波路について行った．

まず，はじめに，図１に示した４層スラブ導波路の特性方程式を求める．特性方程式は，各境界面上での電磁界の連続性の条件から得られ，次のように表せる．

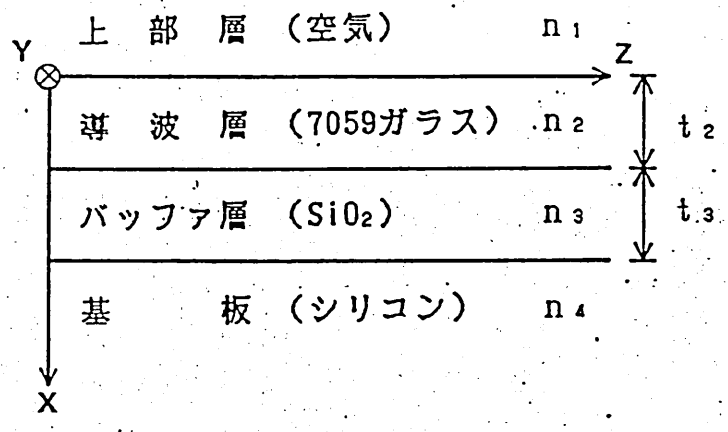



図１　４層スラブ導波路の断面図

$$k_{x2}t_2 = \tan^{-1}\left(\frac{\bar{k}_{x1}}{k_{x2}}\right) + \tan^{-1}\left(\frac{\bar{k}_{x3}}{k_{x2}} \cdot \frac{(\bar{k}_{x4}/\bar{k}_{x3}) + \tanh(k_{x3}t_3)}{1 + (\bar{k}_{x4}/\bar{k}_{x3})\tanh(k_{x3}t_3)}\right) + m\pi$$

$$\begin{cases} k_{x1}^2 = \beta^2 - (k_0 n_1)^2 \\ k_{x2}^2 = (k_0 n_2)^2 - \beta^2 \\ k_{x3}^2 = \beta^2 - (k_0 n_3)^2 \\ k_{x4}^2 = \beta^2 - (k_0 n_4)^2 \end{cases}$$

ただし，m ：モード次数
$k_0$：真空中の波数
$\beta$：伝搬定数

$$\bar{k}_{xi} = \begin{cases} k_{xi} & (\text{TEモード}) \\ (n_2/n_i^2)\, k_{xi} & (\text{TMモード}) \end{cases} \quad (i=1,3,4)$$

この方程式を，直接解析的に解くことは困難なので，計算機による数値計算を行った．得られる伝搬定数は，複素数となり，その虚部の値の２倍が放射損失に対応する．図２には，バッファ層の膜厚に対する損失の変化を示している．光波長を 0.63$\mu$m，導波層材料として，コーニング7059ガラスを考えた．また，導波層の膜厚は，0.8$\mu$mとしている．この膜厚は，シリコンを無視したときの３層スラブ導波路の１次モードカットオフ付近の値である．図２からわかるように，バッファ層の膜厚変化 0.25$\mu$mに対し，損失は，ほぼ１桁変化している．また，TMモードに対する損失は，TEモードに比べ，１桁程度大きくなる．

ここでは，導波路界面における散乱損失は考慮していないが，通常，散乱損失は，1 dB/cm程度と考えられる． 従って，シリコンによる損失を 0.1～0.01 dB/cm程度に抑えることができれば，実際に導波路を作製する上でシリコン基板の影響はほとんど無視できると言える．ここでは，シリコンによる損失を十分に小さく抑えるために必要なバッファ層の膜厚を1.5$\mu$mと見積った（図２参照）．この値は，スラブ導波路に対する値であるが，以後チャンネル導波路に対しても，この値（$t_3$=1.5$\mu$m）を使用することにする．

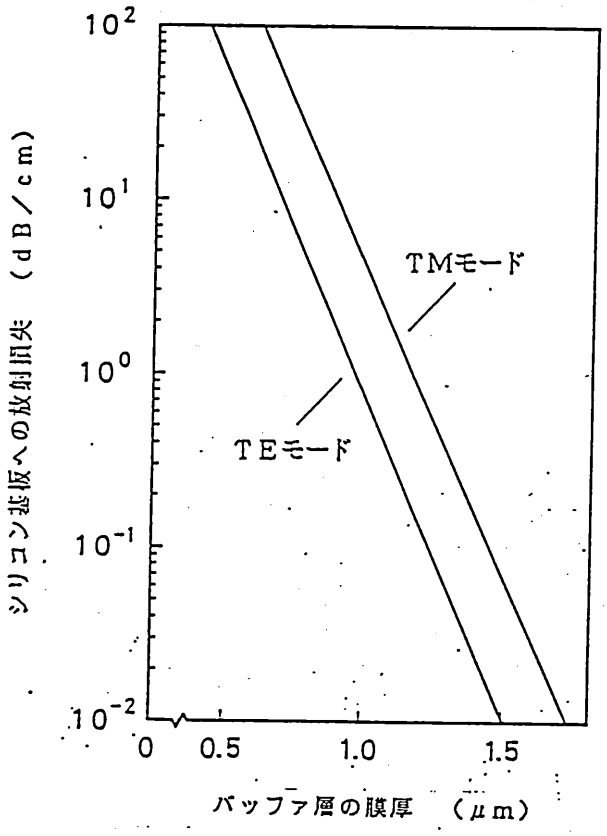



図２　シリコン基板への放射損失

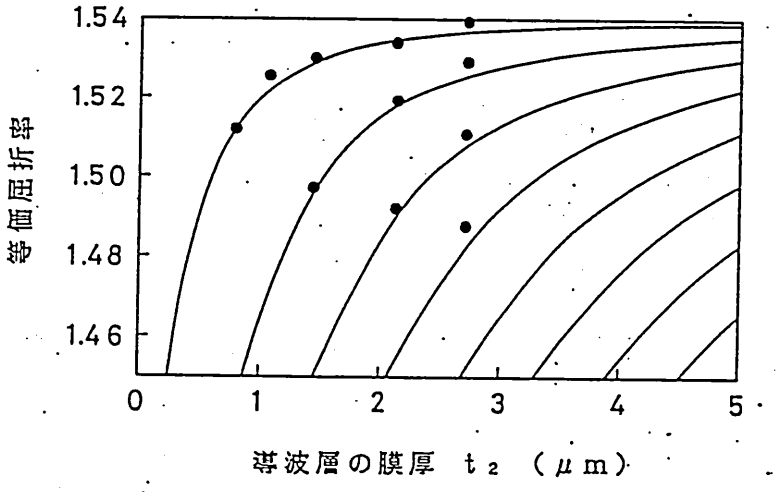



図３　４層スラブ導波路の分散曲線

図３に，４層スラブ導波路の分散曲線を示す．実線は計算値で，黒丸は実験値を示している．実験値は，導波層膜厚の異なるスラブ導波路を作製し，プリズム入射法を用いて導波モードを励起して，その入射角より求めた．計算値は，実験値によく一致している．ただし，導波層の膜厚1.0μmの時，計算では２つのモードが励起されるはずであるが，実験では１次モードの励起は確認できなかった．

## ３　リブ形及び装荷形チャンネル導波路の単一モード化

図４に代表的なチャンネル光導波路の構成を示す．埋め込み形，リブ形，装荷形などがあるが，ここでは，作製が比較的容易であるリブ形，装荷形の２種類を取り上げ，単一モード化を検討した．まず，リブ形，装荷形チャンネル導波路の一般的特徴を挙げてみる．

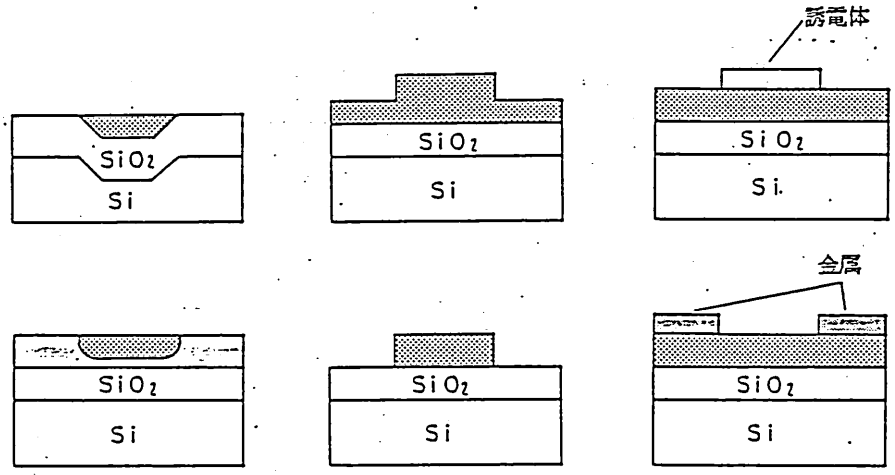



図４　チャンネル導波路の構成法

リブ形導波路は，GaAs系の導波路をはじめ，埋め込み形導波路の作製が困難な場合には，チャンネル化の一方法としてよく用いられている．また，リブの高さを変えることにより，光の閉じ込めの強さを変化させることができるので，低損失曲がり導波路などの作製には有利である．しかし，導波路のエッジの凹凸の影響を受け易いため，伝搬損失は比較的大きくなる．

一方，装荷形チャンネル導波路は，一般にリブ形に比べて光の閉じ込めが弱く比較的幅の広い導波路でも単一モード導波路が得られる．また，導波路のエッジの凹凸の影響を受けにくいため，これによる伝搬損失は，リブ形チャンネル導波路ほど大きくない．

等価屈折率法を用いて，リブ形・装荷形チャンネル導波路について，単一モード化の条件について検討を行ったので，その結果について述べる．

## 3．1　リブ形チャンネル導波路

まず，図5に示すリブ形チャンネル導波路の単一モード条件について検討する．簡単のため，バッファ層の膜厚が十分に厚いとして，シリコン基板を無視した導波路を考え，等価屈折率法を用いて計算した．ただし，導波モードは，TE-likeモードとし，光源の波長は，He-Neレーザの 0.63 μmとした．結果を，図6に示す．

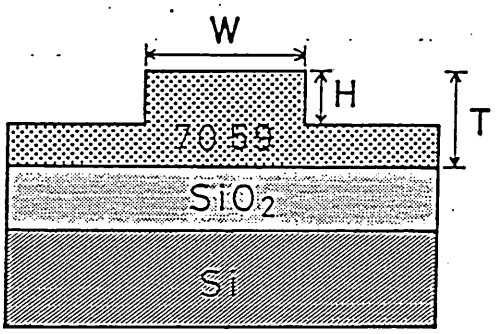



図5　リブ形チャンネル導波路の断面図

図には，導波層の膜厚をパラメータとし，リブの高さに対する単一モードとなる最大導波路幅を実線で示している．実線より下の領域で単一モード導波路が得られることになる．点線部の導波路膜厚では，膜厚方向

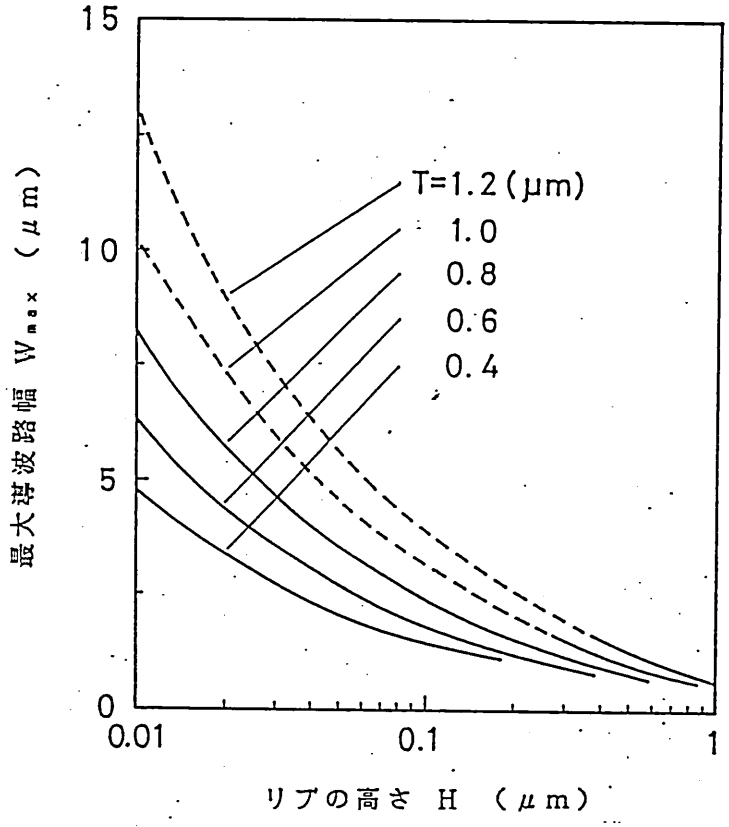



図6　リブ形チャンネル導波路の単一モード化
（リブの高さに対する最大導波路幅）

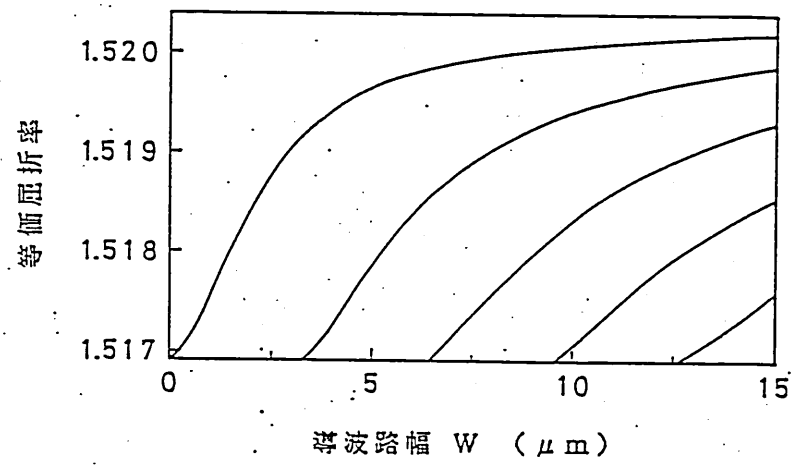



図7　導波路幅に対する等価屈折率変化

に高次モードがたち，単一モードは得られない．例えば，この図から，リブの高さを0.1μm，導波路膜厚を0.8μmとしたとき，単一モードとなる最大導波路幅は，約2.5μmとなることがわかる．

先ほどのシリコン基板４層スラブ導波路の導波実験により，導波層膜厚1.0μmの導波路について単一モードとなることを確認した．そこで，図７に導波層膜厚を1.0μm，リブの高さを0.1μmとした時の，導波路幅に対する各モードの等価屈折率の変化を示す．この図より，このときの単一モードとなる最大導波路幅は，約３μmであることがわかる．

## ３．２　装荷形チャンネル導波路

次に，装荷形チャンネル導波路（図８参照）の単一モード条件について検討する．リブ形チャンネル導波路と同様に，シリコン基板を無視した導波路構造を考え，等価屈折率法を用いて計算した．ここでは，装荷誘電体として，$SiO_2$のスパッタ膜を考える．図９に，計算結果の一例を示す．この図は，導波層の膜厚をパラメータとした時の，装荷誘電体の膜厚に対する単一モード導波路が得られる最大導波路幅を示している．実線より下の領域で単一モード導波路が得られる．点線部の導波路膜厚では，膜厚方向に高次モードがたち，単一モード導波路は得られない．

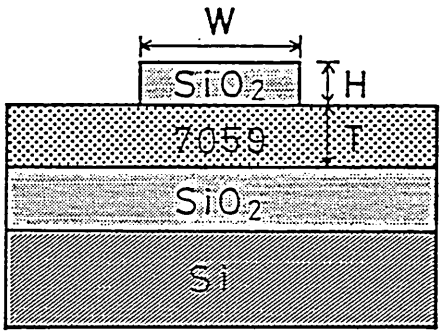



図８　装荷形チャンネル導波路の断面図

また，図10に，導波路幅に対する等価屈折率の変化を示したもので，３種類の膜厚 0.8,0.6,0.4μm について考えた[11]．ただし，この計算では，装荷誘電体の膜厚が，十分に厚いとしている．

図９，10より，装荷誘電体の膜厚を 0.5μm，導波層の膜厚を 0.8μm とした時，単一モード導波路となる最大導波路幅は，約 3μm となることがわかる．

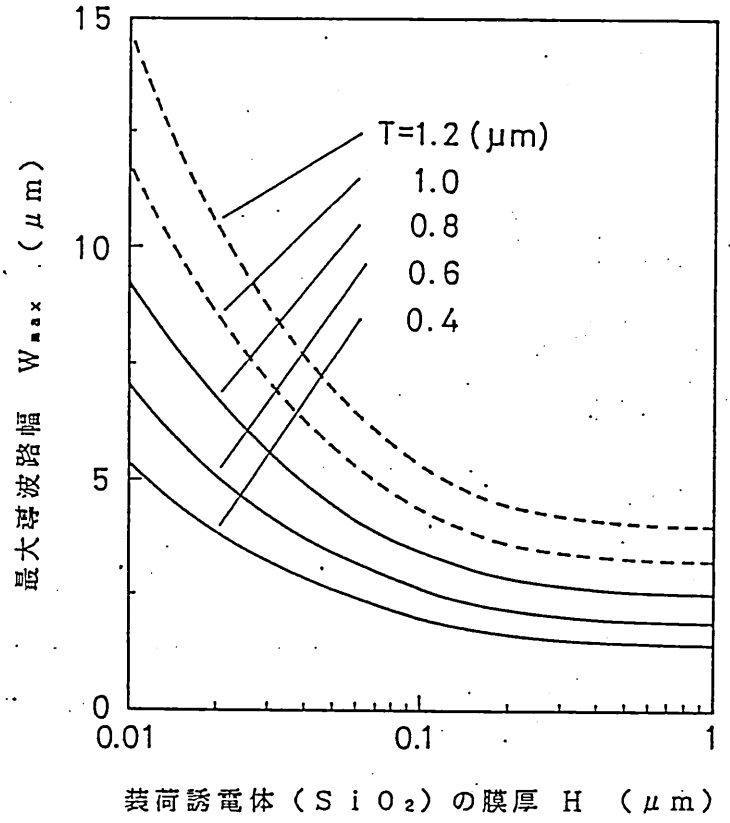



図９　装荷形チャンネル導波路の単一モード条件
（装荷誘電体の膜厚に対する最大導波路幅）

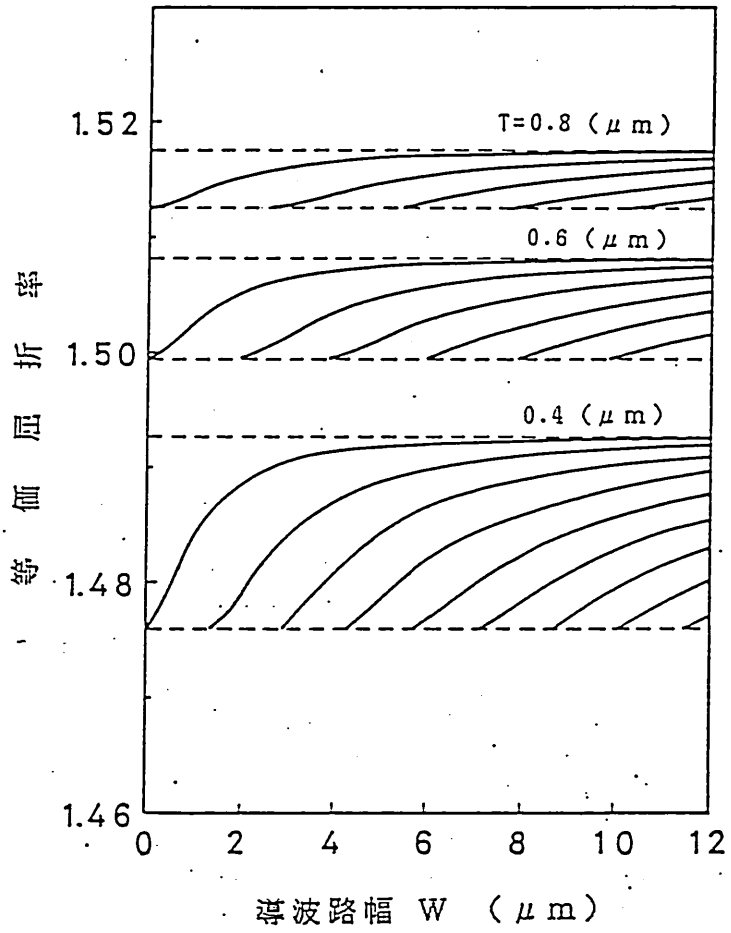



図１０　導波路幅に対する等価屈折率

## 4　試作・導波実験

前２章の結果を基礎として，リブ形及び装荷形導波路を試作し，単一モード条件を実験的に確かめた．

## ４．１　リブ形チャンネル導波路

図11に，リブ形チャンネル導波路の作製プロセスを示す．基板として，抵抗率 8～12Ω･cmの（100）Siを用いた．はじめに，シリコンを 1100℃で熱酸化して，厚さ 1.5μmの$SiO_2$バッファ層を作製する．$SiO_2$/Si上にコーニング7059ガラスを 1μmスパッタして，導波層を作製する．以上の

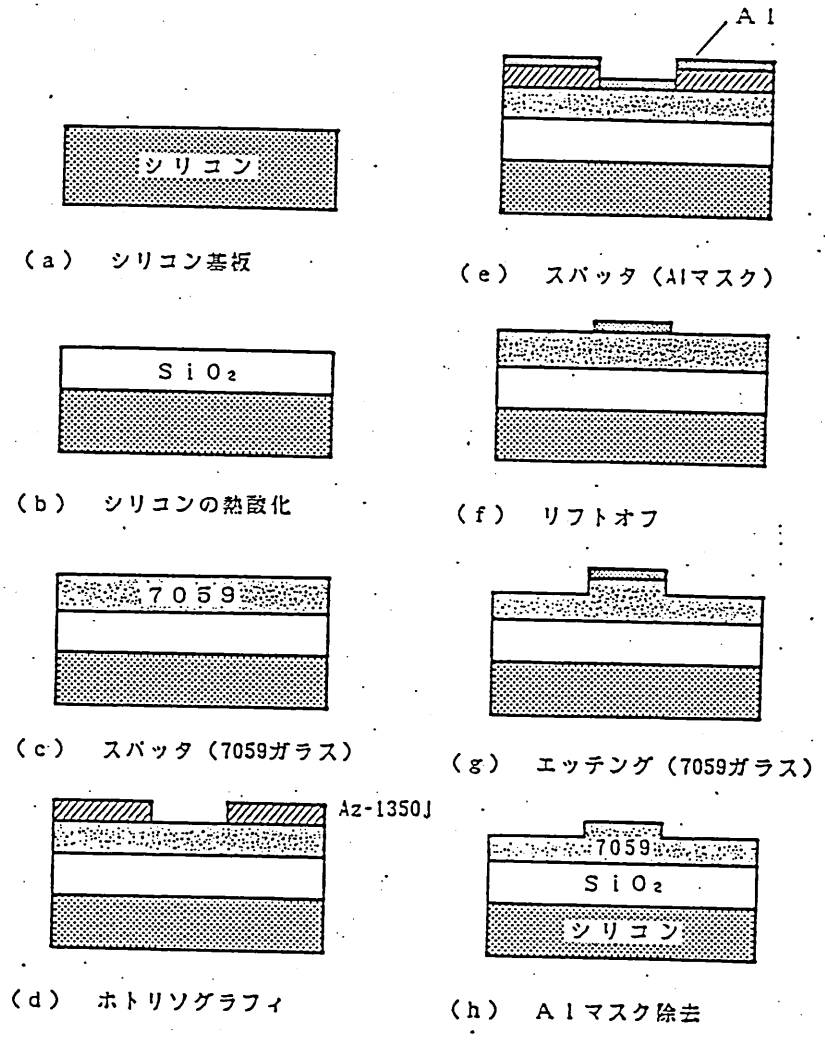



図１１　リブ形チャンネル導波路の作製プロセス

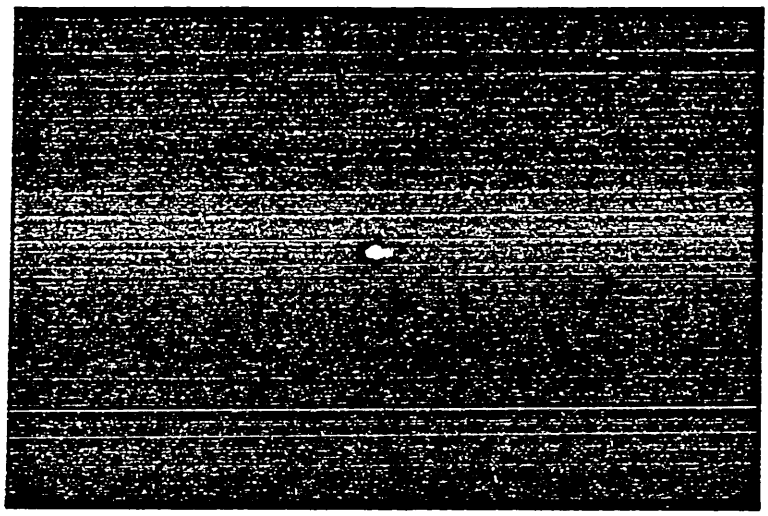


図１２　出力光の近視野像　（リブ形導波路）

プロセスにより得られたスラブ導波路上に，ホトリソグラフィ，リフトオフ法でＡｌマスクをパターニングした後，ドライエッチング法で，リブの高さ 0.1μm のチャンネル導波路を作製する．導波路端面は，シリコンをへき開することにより処理した．次に，同一基板上に，図11の作製プロセスに従い，導波路幅 2.0,2.5,3.0,･･･,5.0μm の導波路を作製した．光源には，0.63μmのHe-Neレーザを用いた．導波路端面よりレーザ光を入射し，出力光の近視野像を観察した．

図12は，バッファ層の膜厚 1.5μm，導波層の膜厚 1.0μm，リブの高さ 0.1μm，導波路幅 3.0μmのリブ形チャンネル導波路の近視野像で，この導波路が，単一モード導波路であることを確認した．

## ４．２　装荷形チャンネル導波路

図13に，装荷形チャンネル導波路の作製プロセスを示す．リブ形導波路の作製プロセスに比べて，ドライエッチングの工程がなく，作製は容易である．

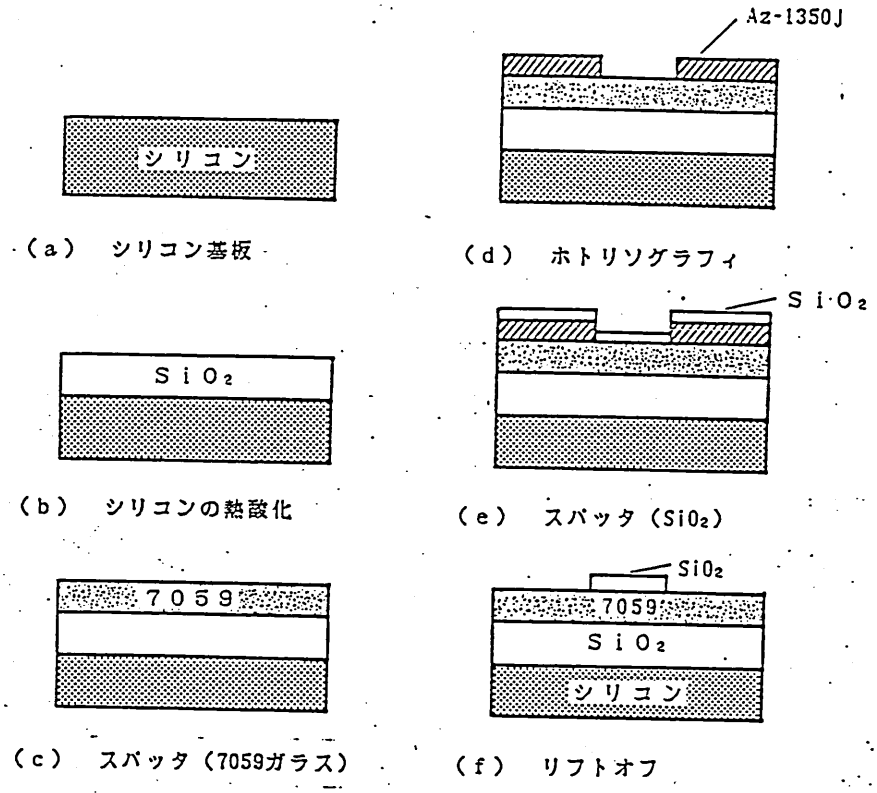



図１３　装荷形チャンネル導波路の作製プロセス

リブ形チャンネル導波路と同様に，同一基板上に導波路幅 2.0,2.5,3.0,･･･,5.0μmの導波路を作製した．導波路端面よりレーザ光を入射し，出力光の近視野像を観察した．

図14は，バッファ層の膜厚 1.5μm，導波層の膜厚 0.8μm，装荷誘電体の膜厚 0.5μm，導波路幅 3.5μmの装荷形チャンネル導波路の近視野像で，この導波路が単一モード導波路であることを確認した．

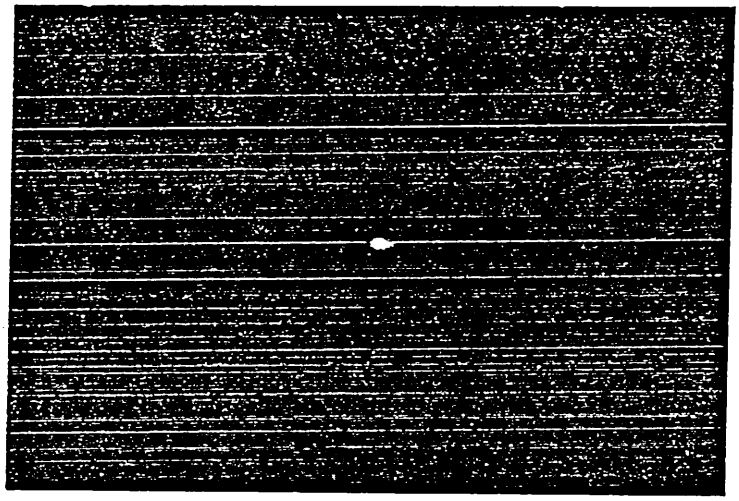


図１４　出力光の近視野像　（装荷形導波路）

## ４．３　Ｙ分岐導波路

リブ形チャンネル導波路を用いて，Ｙ分岐導波路を作製したので簡単に述べる．図15にＹ分岐導波路の概略図を示す．バッファ層の膜厚 1.5μm，導波層の膜厚 1.0μm，リブの高さ 0.1μm，導波路幅 4.0μm，分岐角 1/100とした．図16に今回作製したＹ分岐導波路の出力光の近視野像を示している．

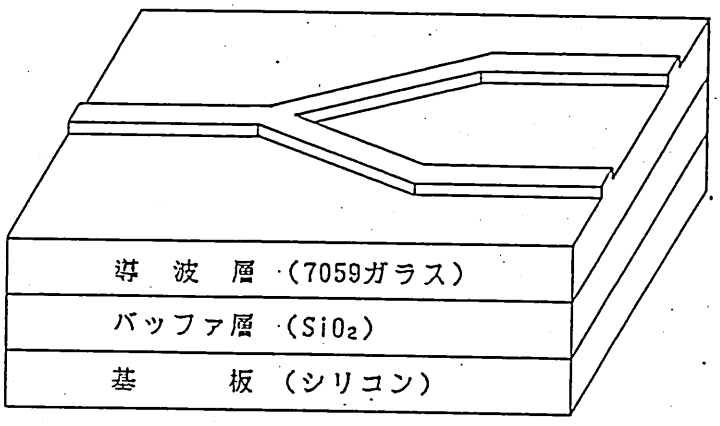



図１５　Ｙ分岐導波路の概略図

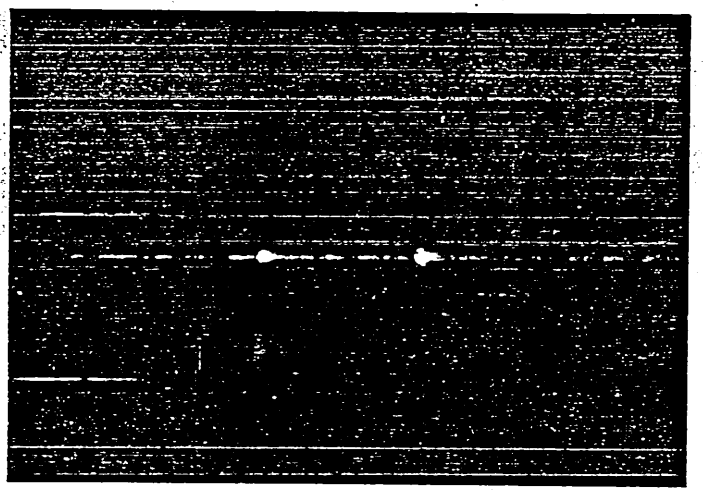


図１６　出力光の近視野像　（Ｙ分岐導波路）

## 5　むすび

シリコン基板を用いたガラス導波路のチャンネル化及び単一モード化の検討及び試作・導波実験の結果について述べた．チャンネル導波路の構造として，リブ形導波路と装荷形導波路の２種類を考えた．

シリコンを基板に用いたガラス導波路では，導波光の基板への放射損失が存在する．その損失を十分小さくするために，バッファ層としてシリコンの熱酸化膜を用いることを考え，その膜厚は，波長 0.63μmの光に対して，1.5μm程度が適当であることを示した．

等価屈折率法を用いてチャンネル導波路の単一モード化の検討を行い，その結果をふまえて，２種類の導波路の試作・導波実験を行った．その一結果として，リブ形チャンネル導波路（導波層膜厚 1.0μm，リブの高さ 0.1μm，導波路幅 3.0μm）と装荷形チャンネル導波路（導波層膜厚 0.8μm，装荷誘電体膜厚 0.5μm，導波路幅 3.5μm）の出力光の近視野像を示し（図12,14参照），これが，単一モード導波路であることを確認した．

リブ形チャンネル導波路を用いたＹ分岐導波路についても，試作・導波実験を行い，動作を確かめた．

今回作製した２種類の導波路とも，やや損失が大きいので，今後低損失化の検討が必要であると思われれる．

リブ形，装荷形単一モードチャンネル導波路を用いて，マッハツェンダ干渉計あるいはマイケルソン干渉計を構成し，センサをはじめとする機能素子へ応用していく考えである．

## 参考文献

(1) S.Dutta,H.E.Jackson,J.T.Boyd,F.S.Hickernell,and R.L.Davis : Appl.Phys.Lett.,vol.39,p.206 (1981)

(2) W.Stutius and W.Strifer : Appl.Opt.,vol.16,p.3218 (1977)

(3) D.H.Hensler,J.D.Cuthbert,R.J.Martin,and P.K.Tien : Appl.Opt.,vol.10,p.1037 (1971)
(4) S.Dutta,H.E.Jackson,and J.T.Boyd : J.Appl.Phys.,vol.52, p.3873 (1981)
(5) Y.Yamada,M.Kawachi,M.Yasu,and M.Kobayashi : Electron.Lett., vol.20,p.313 (1984)
(6) T.Suhara,K.Kobayashi,H.Nishiha,and J.Koyama : Appl.Opt., vol.11,p.1966 (1982)
(7) T.Suhara,Y.Handa,H.Nishihara,and J.Koyama : Appl.Phys.Lett. vol.40,p.120 (1982)
(8) S.Valette,J.Lizet,P.Mottier,P.Gidon,and S.Renard : IEE PROCEEDINGS,vol.131,p.325 (1984)
(9) J.T.Boyd,and C.L.Chen : IEEE J. Quantum Electron.,vol.QE-13 p.282 (1977)
(10) A.Himeno,M.Kobayashi,and H.Terui : Electron.Lett.,vol.21, p.1020 (1985)
(11) H.Furuta,H.Noda,and A.Ihaya : Appl.Opt.,vol.13,p.322 (1974)

RS85-11

# 非対称X分岐を用いた導波型光変位センサ

高木 潤一　　山下 牧　　加藤 充孝

立石電機　　中央研究所

1985年 12月 13日

輻射科学研究会資料

# 非対称X分岐を用いた導波型光変位センサ

高木　潤一　　山下　牧　　加藤　充孝

立石電機　　中央研究所

## 1．まえがき

光集積回路は、基板上に様々な光回路素子を集積して構成したもので、次世代の光通信システムのにない手として、活発な研究が進められてきた。最近では光情報処理分野への応用も考えられ、スペクトラムアナライザ[1]、光偏向器[2]、光コンパレータ[3]、光エラー検出素子[4]など各種の新しい光デバイスが提案、研究されている。

一方、計測分野においても、光ファイバの無誘導性、防爆性などの特長を利用した、光ファイバセンサ[5]の開発が活発に進められ、これまで計測不可能であった領域での応用が期待されている。

導波型光センサは、光集積回路をセンサに応用したもので、センサの高精度化、多機能化に対する要求を実現するものとして注目され、これまで、圧力[6]、温度[7]、電圧[8]など多くの研究発表がなされている。

導波型変位センサ[9~11]は導波路と光ファイバを用いて、サブミクロンの微小変位量を測定するものであるが、導波路端面からの出射光が、回折現象により拡がり、この結果反射ミラーからの反射光が減少するため、従来のセンサでは測定レンジが数１０μmに制限されていた。そこで我々は、導波路端面からの出射光をロッドレンズを用いて、平行ビームに変換することを試み、反射ミラーの位置が変わっても、十分な反射光が得られることを確認した。

本稿では、センサの基本技術である、非対称X分岐導波路、端面ミラー、導波路ーロッドレンズ結合法などについて詳述する。さらに、試作した導波型光変位センサについて、その作製法および特性について報告する。

## 2．構成

導波型光変位センサの構成を図１に示す。センサは基板およびその表

面に作製された非対称X分岐導波路、端面ミラー、ロッドレンズ、可動反射ミラー、入射用の偏波面保存ファイバおよび出射用マルチモードファイバから構成される。

基板は光学結晶であれば何でも良いが、ここでは比較的容易に良好なシングルモードチャネル導波路が形成できるZカット$LiNbO_3$を用いた。形状は10×20×0.5mmで、短軸の面を光学研磨してある。

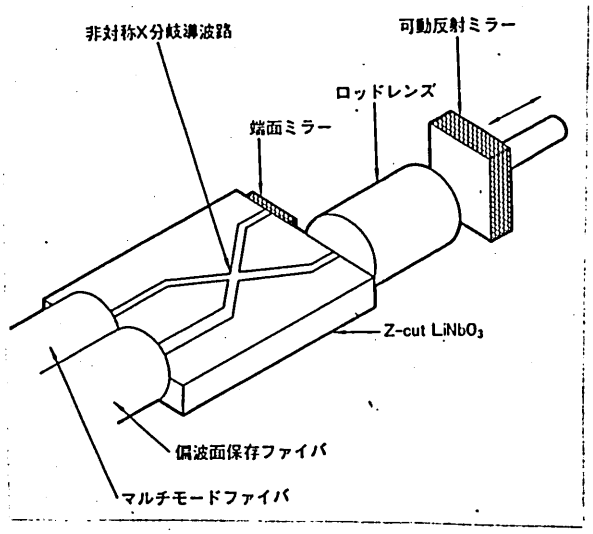



図1　導波型光変位センサ構成図

非対称X分岐導波路[12]は図2に示すように4本のチャネル導波路を1ケ所で結合した構成で、その導波路幅が、1組が同じ、他の1組が異なっているところから非対称X分岐という。非対称X分岐導波路は通常のビームスプリッタの動作と同様なふるまいをすると同時に、モードの選択性がある。すなわち、導波路Iから入射した光は導波路III，IVに均等に分れて伝搬するが、導波路III，IVからの反射光が、同相，逆相の場合はそれぞれ、導波路I，IIに伝搬する[13]。したがって、導波路Iから光を入射し、導波路IIで反射光を検出すると、導波路III，IVからの反射光の位相が検出できる。

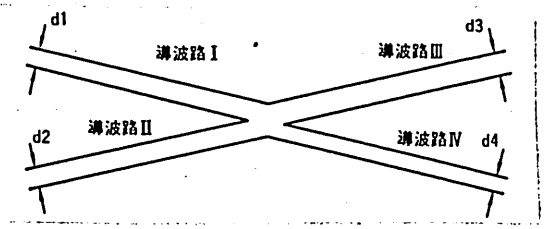



図2　非対称X分岐導波路の構成

端面ミラーは導波路IIIの端部に設けられた反射ミラーで、金の蒸着により形成される。金の厚みを制御することにより反射光の強度を調整する。

ロッドレンズは、屈折率が中心軸から外周面に向かって放物線状に分布している円柱状の光学ガラス体で、レンズと等価な機能を有している。ここでは、波長の4分の1のピッチのものを用い、導波路IVからの出射

ビームを平行ビームに変換するとともに、可動ミラーからの反射ビームを、集光し、導波路Ⅳに効率よく結合する機能を持たせた。可動ミラーは、ロッドレンズからの出射ビームを効率よく反射させるためのもので、測定対象に連動してスムーズに移動するよう設計した。

偏波面保存ファイバは、X分岐がモードの依存性を有するので、ＴＥモードの光を効率よく入射できるコア径４$\mu$ｍのものを用いた。

マルチモードファイバは光の出射に用い、光強度のみを伝搬すればよいことから、導波路との結合が容易なコア径５０$\mu$ｍのマルチモードファイバを用いた。

いずれのファイバも、光軸調整しながら、光学接着剤を用いて導波路と結合し、結合ロスを軽減した。

３．原理および動作

非対称X分岐導波路は通常のビームスプリッタの動作と同様な機能を有するので、これを利用するとマイケルソン型の干渉計が構成できる。つまり、一方の反射端を可動ミラーとすることにより、可動ミラーの変位に対応して干渉縞の移動が観察できる。干渉する２つの光の強度$I_1$, $I_2$ が等しい場合（$=I_0$）、干渉縞の強度Ｉは、$I \propto I_0 cos^2(k \cdot \Delta l/2)$ となる。ここで、ｋは光の波数ベクトル、Δｌは２つの光の光路差である。可動ミラーが波長λの４分の１移動すると、光路差が往復でλ／２となり、干渉縞がひと山移動する。この移動パルス数をカウントすることにより、光源の波長の４分の１の分解能で変位量が測定できる。

図１を用いて動作を簡単に記す。偏波面保存ファイバを伝搬した光は端面結合法により、非対称X分岐導波路の細い導波路に結合される。細い導波路を伝搬した光は分岐部で２つの対称導波路に分岐され、一方の分岐導波路の光は、端部に設けた反射ミラーでその一部が反射され、分岐部に戻ってくる。他方の分岐導波路の光は端面から結晶の外に出射され、ロッドレンズを用いて平行ビームに変換される。この平行ビームは、可動ミラーにより反射され、ロッドレンズを通して、再び導波路内に結合され、分岐部で、もう一方の導波路の反射ビームと干渉し、その位相に応じて、出力導波路から、マルチモードファイバへと出力される。したがってマルチモードファイバの出力光を２値化し、その数をカウントすれば、変位量が測定できる。

## ４．実験と結果

### ４．１　素子作製

基板には、あらかじめ端面研磨をしたＺカットＬｉＮｂ$O_3$ を用いた。導波路はＴｉの熱拡散法を用い、Ｔｉ膜厚３００Å、拡散温度１０００℃で５時間拡散した。雰囲気ガスには、Ｌｉ$O_2$ の外拡散を防ぐため、ウェット$O_2$[14]雰囲気で行った。

導波路端面のミラーは、測定用分岐からの反射光強度と一致させるため、Ａｕを１５０Å蒸着させた。

光ファイバは次のように接続した。すなわち、あらかじめ保持具に、偏波面保存ファイバとマルチモードファイバを２本並べた状態で、その端部が同一になるよう調整しておき、結合の状態を他の端面で観測しながら、最適になるよう調整しつつ、結合した。（写真１）

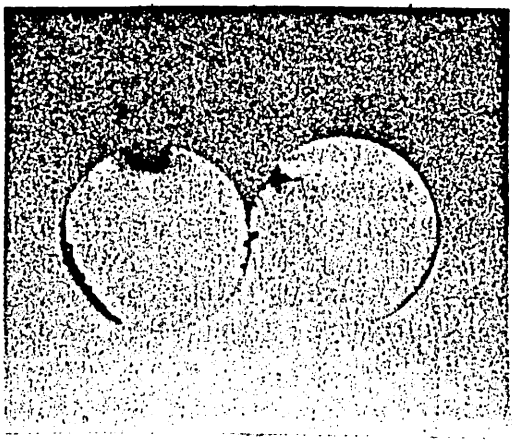


写真１　偏波面保存ファイバとマルチモードファイバの端面

試作した変位センサを写真２を示す。光ファイバを接続した素子を、治具に固定し、可動ミラーとロッドレンズからの反射光をモニタしながら、両素子を固定した。可動ミラーは、スムーズに平行移動できるよう、ミニチュアリニアボールベアリングで支えた。

なお、ロッドレンズの両端面には無反射コート（ＡＲコート）を施している。

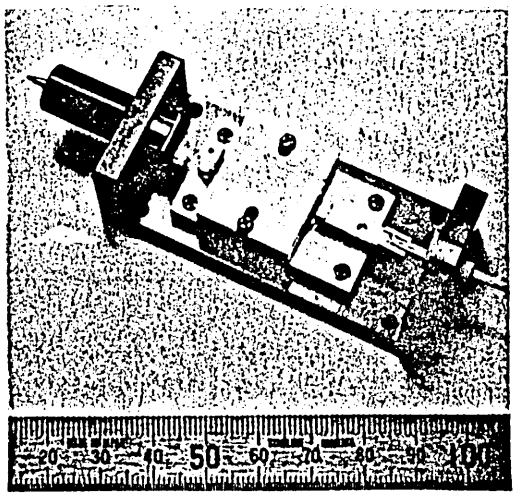


写真２　試作した変位センサ

### ４．２　導波路特性

作製した導波路は、波長０．６３３μｍにおいてシングルモードが得られた。マスク幅４μｍの場合の導波路からの出射光とそのプロファイルを図３に示す。写真３は、ＴＶカメラを通し、モニタ画面上に表示した導波光の近視野像である。

プロファイルから、$1/e^2$ の強度のビーム幅は、基板の横方向で５．６μｍ、

深さ方向で４．５μｍであることがわかる。またそのパターンについては、横方向がガウス分布、深さ方向がエルミートガウス分布になっていることがわかる。

非対称Ｘ分岐導波路の非対称側から光を入射した場合の対称側導波路の分岐比を図４に示す。平均分岐比は１対１．１６で、Ｘのバラツキも±１０％以内に入っている。

分岐比が１対１にならないのは、分岐部長が４５０μｍと長く、この間でモード変換が生じるためと考えられる。

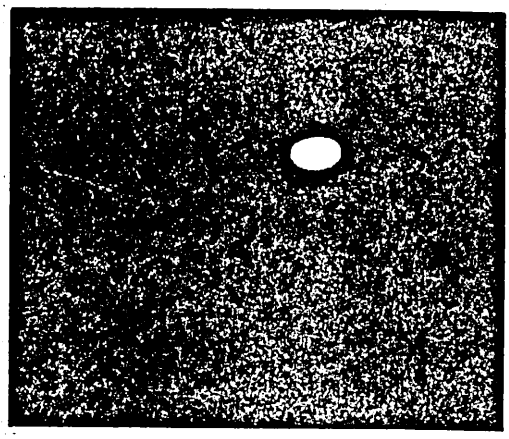


写真３　近視野像

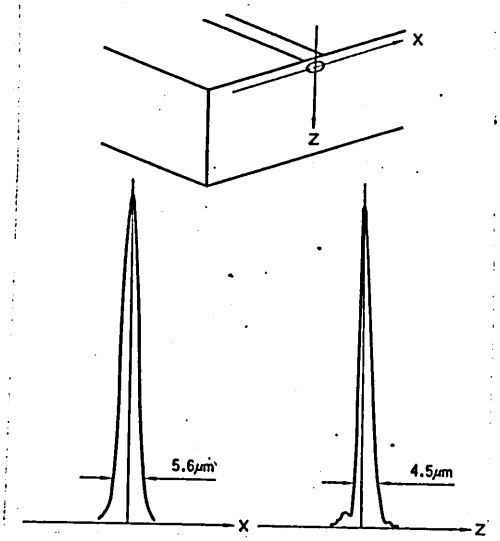



図３　出射光の近視野像と強度プロファイル

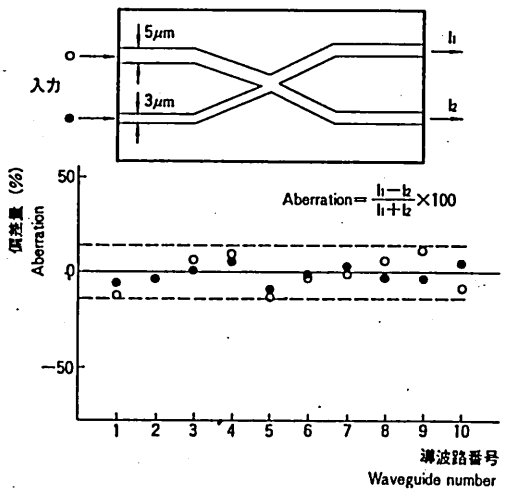



図４　非対称Ｘ分岐導波路の分岐比

４．３　導波路－ファイバ結合

入力用導波路と偏波面保存ファイバの軸ずれ量に対する結合効率の依存性を図５に示す。

結合効率のプロファイルは、基板の横方向についてはガウス分布となり、深さ方向にはエルミートガウス分布となっている。したがって、導波光のプロファイルと結合効率のプロファイルが似ていることがわかる。

軸ずれによる結合効率の低下を９０％以内におさめるためには、深さ方向 $^{+0.7}_{-0.5}\mu$ m、横方向±１μm以内の位置合わせが必要である。

出力用導波路とマルチモードファイバの軸ずれによる結合損は、マルチモードファイバのコア径が５０μmと大きいため無視できると考えられる。

４．４　可動ミラーによる反射

図６に可動ミラーの角度ずれに対する信号用導波路への結合効率の依存性を示す。この場合の結合効率のプロファイルも導波光のプロファイルと同様、基板横方向にはガウス分布、深さ方向にはエルミートガウス分布となっている。

この図から、反射光の入射効率を９０％以内におさえるためには、可動ミラーの傾き角を、基板横方向±３'、深さ方向 $^{+3}_{-2}$ '以内に設定する必要があることがわかる。

４．５　変位に対する出力光の強度変化

実験系を図７に示す。光源には波長０．６３３μmのＨｅ－Ｎｅレーザ、受光素子にはフォトダイオードを用いた。

可動ミラーの変位実験には光学ステージと圧電素子（ＰＺＴ）を併用した。可動ミラーをロッドレンズに最も近づけた状態（ｄ＝０mm）と５mm離した場所で、それぞれ微少に振動させた場合の出力光強度変化を写真４に示す。

この図からわかるように、５mmのミラー移動に対しても、その出力光強度変化のＡＣ，ＤＣレベルがほとんど変化していない。これにより、変位センサとしてのワーキングディスタンス（変位量測定範囲）を大幅に拡大できた。ここで写真４の直線は、ミラーの移動量に比例している。

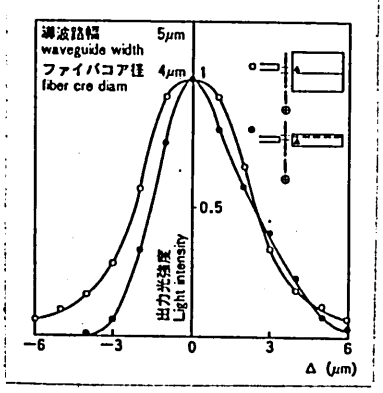



図５　偏波面保存ファイバと光導波路の軸ずれ量に対する結合効率

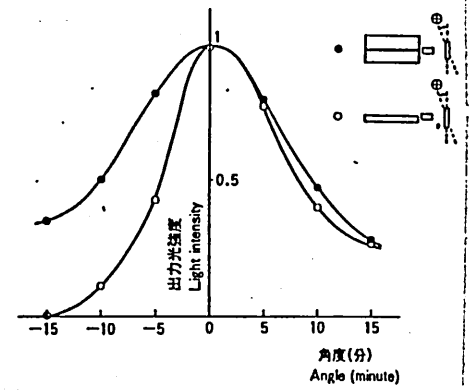



図６　可動ミラーの角度ずれによる結合効率

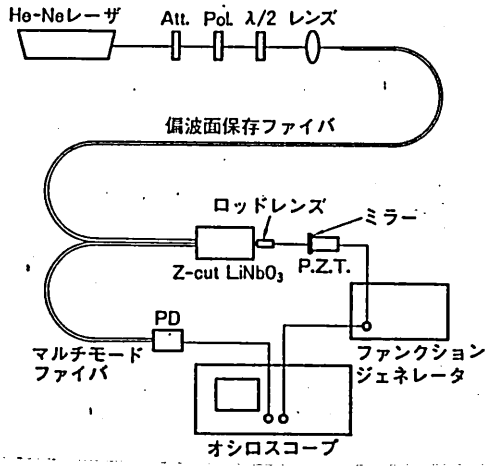



図7　実験系

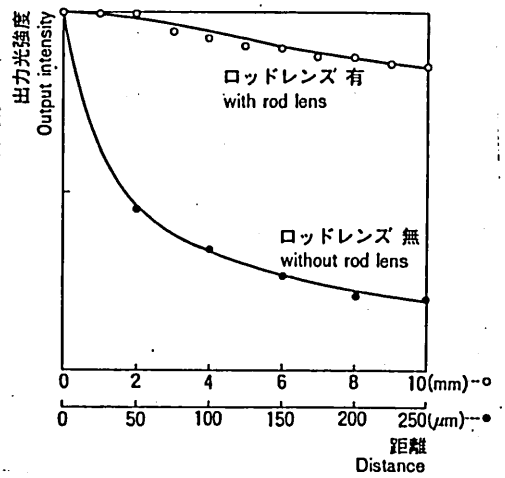



図8　ロッドレンズの有無によるワーキングディスタンス

図8にロッドレンズの有無によるワーキングディスタンスの違いを示す。レンズを挿入しない場合、出力光強度が８０%に低下する距離が１０μm程度であるのに対しロッドレンズを挿入した場合、ミラーの移動量が１０mmになってもその出力光強度は８０%以上ある。したがって、この範囲を変位センサのワーキングディスタンスとすれば、ロッドレンズを挿入した場合のダイナミックレンジは４８dBとなり、レンズを挿入していない場合の１８dBに比べて３０dBの改善がはかられたことになる。

また、ＰＺＴの微小振動に対する、出力光強度変化を写真５に示す。図中の上側の正弦波はＰＺＴを振動させるための印加電圧である。ミラーの振動方向が反転する際にミラーが静止するため、出力光強度変化も、変化の途中で静止すると

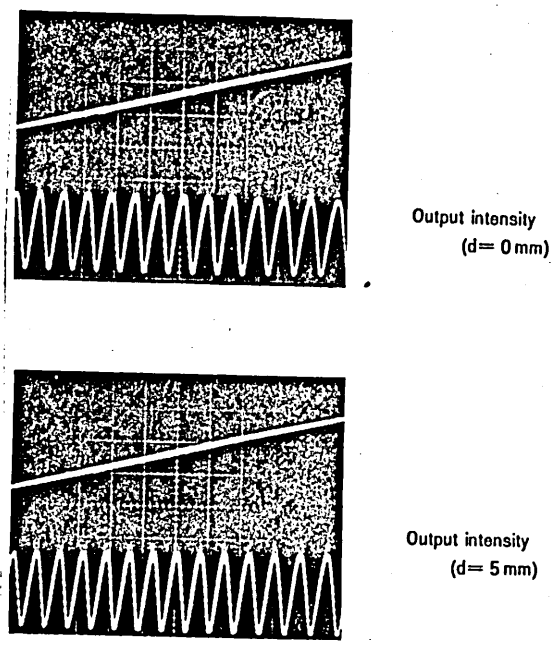



写真4　可動ミラーの移動に対する出力光強度変化

同時に位相が逆になっていることがわかる。なお、本デバイスのインサーションロスは２９ｄＢであった。

５．むすび

ＺカットＬｉＮｂ$O_3$ 基板上にＴｉ拡散法をもちいて非対称Ｘ分岐導波路を作製し、導波路からの出射光をロッドレンズで平行ビームに変換することにより、変位量測定範囲を１０ｍｍに拡大した導波型光変位センサを試作した。

センサへの光の入出射にはそれぞれ、偏波面保存ファイバ、マルチモードファイバを用い、導波路端面と直接結合することにより、インサーションロス２９ｄＢを得た。

変位センサの測定感度は０．１６μｍ（波長０．６３３μの4分の1）で、測定ダイナミックレンジは４８ｄＢであった。

本技術を用いれば、容易に他の物理量、例えば、振動数や、加速度の測定などにも応用できる。又、多種類のセンサの集積化も可能である。

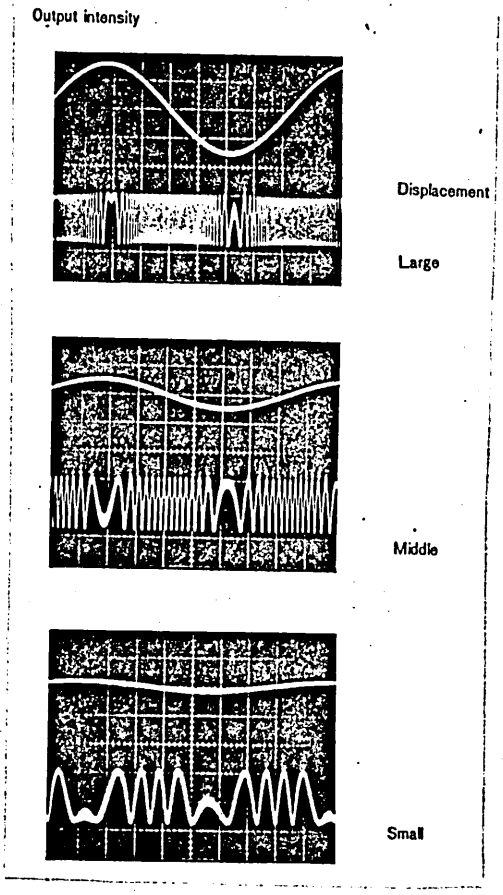



写真５　微動振動に対する出力光強度変化

今後は、ファイバと導波路の結合を含めた、全体の損失の低減や、光源の半導体化をめざしていく。

参考文献


1) T. Suhara et al : IEEE J. Quantum Electron., QE-18, p.1057 (1982).
2) 山下, 緒方ほか : 微小光学研究会資料, 2, p.129(1984).
3) T. Yamashita, N. Inoue, M. Katoh et al : CLEO'85, FL-4 (1984).
4) H. Haga, M. Ohta, M. Izutsu and T. Sueta : IOOC-ECOC'85 p.121(1985).
5) 保立 : 12, p.340(1983).
6) M. Izutsu, A. Enokihara and T. Sueta : Europian conference on Optical fiber sensor, p.144(1983).
7) 仲嶋, 春名, 西原 : 昭和59年信学会光・電波部門全国大会, 369 (1984).
8) 高木, 山下, 加藤ほか : 昭和59年信学会・電波部門全国大会, 344 (1984).
9) M. Izutsu, A. Enokihara and T. Sueta : Election. Lett., 18, p.867(1982).
10) 高木, 山下, 加藤 : 第1回光ファイバセンサワークショップ資料, WOSF1-4(1985).
11) O plus E, No69, p.35(1985).
12) M. Izutsu, A. Enokihara and T. Sueta : Opt. Lett., 7, p.549 (1982).
13) 井筒, 榎原, 末田 : 信学技報, OQE82-12, p.49(1982).
14) J. L. Jackel et al : Appl. Phys. Lett., 38, p.509(1981).

RS85－12

# 光集積回路用高効率反射形ブラッググレーティング

田中　英明　　栖原　敏明　　西原　浩

（　大阪大学　工学部　）

1985年12月13日

輻射科学研究会

〔1〕まえがき

波長分波器やスペクトルアナライザ等を導波路を用いて光集積化する研究が活発に行われている。[1] [2] このような光集積回路にはグレーティングが用いられることがある。このグレーティングには導波路の端面に接着して使用するので反射形のものを使用している。そして、グレーティングにレンズ機能を持たせるときはチャープ状となっている。この反射形グレーティングの特性として、回折効率が高く受容角と波長帯域幅が広いことが要求される。

従来、よく用いられてきた断面が矩形のラメラーグレーティングは作製が比較的容易で、受容角と波長帯域幅は広いが、得られる回折効率は最大で41%とあまり良くない。また、断面が鋸歯状のエシェレットグレーティングは得られる回折効率は最大でほぼ 100%で、受容角と波長帯域幅が比較的広いが、チャープ化したエシェレットグレーティングを作製することは非常に難しい。deep-reliefグレーティング[3]は回折効率が高く、受容角と波長帯域幅が広いが透過形である。これまで表面に周期的な凹凸を与えて回折に利用するようなタイプの極めて薄いグレーティングについて述べてきた。それに対して、屈折率を周期的に変調して回折に利用するような厚いタイプのグレーティングがある。その中でQ≫10であるグレーティングをブラッググレーティングと呼び、体積ホログラムやＳＡＷによく用いられ、得られる回折効率は最大でほぼ 100%であるが、一般には受容角、波長帯域幅が狭い。しかしながら、我々は

ブラッググレーティングの厚さを薄くすると受容角と波長帯域幅が広くなる点に着目し、Qを10程度に保ったまま薄くして、かつ十分な結合を得るため屈折率の変調を大きくして高効率でかつ受容角、波長帯域幅の広いブラッググレーティングの実現を考えた。ここでは、これまで一般に用いられてきたブラッググレーティングを『厚い』ブラッググレーティングと呼び、厚さ薄くしたこのブラッググレーティングを『薄い』ブラッググレーティングと呼ぶことにする。

今回、グレーティングの格子に電界成分が平行なＴＥ偏光を用いて利用する場合について検討した。まず、光集積回路に用いるので反射形とした『薄い』ブラッググレーティングを二波結合理論[4]を用いた設計を述べる。つぎに、空間高調波展開法[5]を用いて厳密な理論解析を行い、その計算結果からこのグレーティングを利用する際に検討すべき点を明らかにしたことを述べる。そして、実際にこのグレーティングを作製して回折効率を測定した結果を述べる。

〔2〕グレーティングの構成と設計

（i）グレーティングの構成

Fig. 1に「薄い」反射形ブラッググレーティングの概略図を示す。

このグレーティングは屈折率が$n_t$と$n_g$の領域を周期Λで現れるようにし、光の入射する面と反対側に反射膜を設け、入射光と同じ側に回折する1次の回折光を利用するものである。

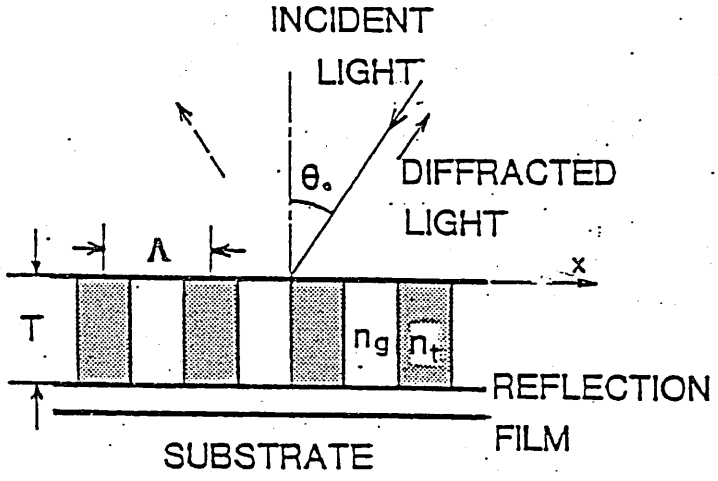



Fig. 1「薄い」反射形ブラッググレーティングの概略図

（ii）グレーティングの設計

グレーティングの周期Λに対してグレーティングの厚さTを相対的に表したパラメータQは入射光の真空中の波長を$\lambda_0$、グレーティングの平均屈折率を$n_0$とすると次式のように定義される。

$$Q=\frac{4\pi\lambda_0 T}{n_0\Lambda^2} \qquad (1)$$

このQが、10≪Qであるグレーティングに適用される近似的な解析的表現である二波結合理論[4]を用い、反射形ブラッググレーティングの2倍の厚さ（2T）を持つ透過形ブラッググレーティングと等価と考えて設計を行った。

Fig. 1のようにx軸をとり、グレーティングの比誘電率は次式のように分布しているとする（Fig. 2）。

$$\varepsilon_r(x) = \begin{cases} \varepsilon_g & \left(-\frac{\Lambda}{2}+m\Lambda \leqq x \leqq -\frac{\Lambda}{4}+m\Lambda,\ \frac{\Lambda}{4}+m\Lambda \leqq x \leqq \frac{\Lambda}{2}+m\Lambda\right) \\ \varepsilon_t & \left(-\frac{\Lambda}{4}+m\Lambda \leqq x \leqq \frac{\Lambda}{4}+m\Lambda\right) \end{cases} \quad (2)$$

$(m = 0, \pm 1, \pm 2, \cdots)$

そこで、フーリエ級数展開を行い、基本周期成分のみをとると、

$$\varepsilon_r(x) \simeq \varepsilon_0 + \varepsilon_1 \cos\frac{2\pi}{\Lambda}x \quad (3)$$

$$\varepsilon_0 = \frac{\varepsilon_t+\varepsilon_g}{2} = \frac{n_t^2+n_g^2}{2} \quad (4)$$

$$\varepsilon_1 = \frac{2(\varepsilon_t-\varepsilon_g)}{\pi} = \frac{2(n_t^2-n_g^2)}{\pi} \quad (5)$$

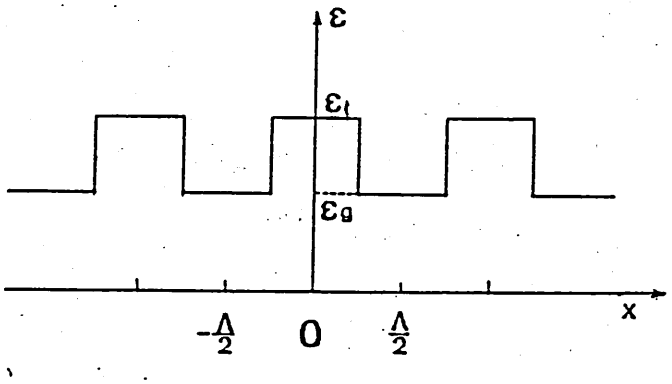



Fig. 2 比誘電率の分布

となる。次にブラッグ角入射 $\theta_B$ における1次の回折光の効率 $\eta$ は

$$\eta = \sin^2\left(\frac{2KT}{\cos\theta_B}\right) \tag{6}$$

$$K = \frac{\pi n_1}{\lambda_0} = \frac{\pi \varepsilon_1}{2(\varepsilon_0)^{1/2}\lambda_0} = \frac{\sqrt{2}(n_t^2 - n_g^2)}{\lambda_0\sqrt{n_t^2 + n_g^2}} \tag{7}$$

$$\theta_B = \sin^{-1}\left(\frac{\lambda_0}{2n_0\Lambda}\right) = \sin^{-1}\left(\frac{\sqrt{2}\,\lambda_0}{2\sqrt{n_t^2 + n_g^2}\,\Lambda}\right) \tag{8}$$

となる。(6)式より

$$\frac{2KT}{\cos\theta_B} = \frac{\pi}{2} \tag{9}$$

のとき、回折効率が 100%となる。すなわち、

$$T = \frac{\pi\lambda_0\sqrt{n_t^2 + n_g^2}}{4\sqrt{2}\,(n_t^2 - n_g^2)}\cos\theta_B \tag{10}$$

のとき 100%となる。また、ブラッグ条件からのずれに関するパラメータ $\xi$ は、ブラッグ角からのずれ $\Delta\theta$ と波長のずれ $\Delta\lambda$ を用いて、次式のように表せる。

$$\xi = \left(\frac{2\pi n_0}{\lambda_0}\right)\Delta\theta \cdot 2T\sin\theta_B \tag{11}$$

$$= -\frac{\Delta\lambda}{\lambda_0}\tan\theta_B\left(\frac{2\pi n_0}{\lambda_0}\right)2T\sin\theta_B \tag{12}$$

$\xi$ が 1.3のとき回折効率が50%となるので、半値幅はそれぞれ

$$2\Delta\theta \sim 0.41\,\frac{\Lambda}{T} \tag{13}$$

$$2\Delta\lambda \sim 0.59\sqrt{n_t^2 + n_g^2}\cos\theta_B\,\frac{\Lambda^2}{T} \tag{14}$$

となる。

この式より、受容角と波長帯域幅が広い「薄い」ブラッググレーティングを得るためには厚さを薄くする必要がある。すなわち、高効率を保ったまま厚さを薄くするには(10)式より、$n_t$と$n_g$の屈折率差の大きい材料を選ぶ必要がある。また、そのとき高効率であるためにはQがQ～10の必要がある。そこで、我々は光集積回路の導波路の端面にグレーティングを接着して用いることを考えて、$n_t$に Si-N（$n_t=2.0$）を$n_g$に接着剤（$n_g=1.5$）を選んだ。$\lambda_0=1.06\mu m$で使用することにすると、(10)式は、

$$T = 0.84 \times 10^{-6} \cos\theta_B \quad (m) \qquad (15)$$

となる。上式からこの場合，T～ 0.8（$\mu m$）でよいことがわかった。このときグレーティングの周期を$0.77 \leq \Lambda \leq 1.7$（$\mu m$）と選ぶと、$10 \geq Q \geq 2.1$ となる。

そして、$\Lambda=1.4\ \mu m$とすると、(13)、(14)式より

$$2\Delta\theta = 43^\circ \qquad (16)$$

$$2\Delta\lambda = 3.7\ (\mu m) \qquad (17)$$

となり、高効率で受容角と波長帯域幅が広いものを得られることが期待できる。

〔3〕理論解析

〔2〕の設計法の妥当性を確かめ、より正確な特性を知るために回折効率を空間高調波展開[5]を用いて厳密に求めた。解析にはFig. 3に示すモデルを用いた。光（真空中の波長$\lambda_0$の平面波）が入射する空間を空間Ⅰ、グレーティングの空間Ⅱ、空間Ⅲは反射基板であるが完全導体と仮定する。光はz軸と$\theta$の角をなしてグレーティングに入射しているとする。

まず、空間Ⅱの電磁界について述べる。このグレーティングの比誘電率はFig. 2のように変化しているとする。(2)式で用いた$\varepsilon_r(x)$を、フーリエ級数で展開すると、

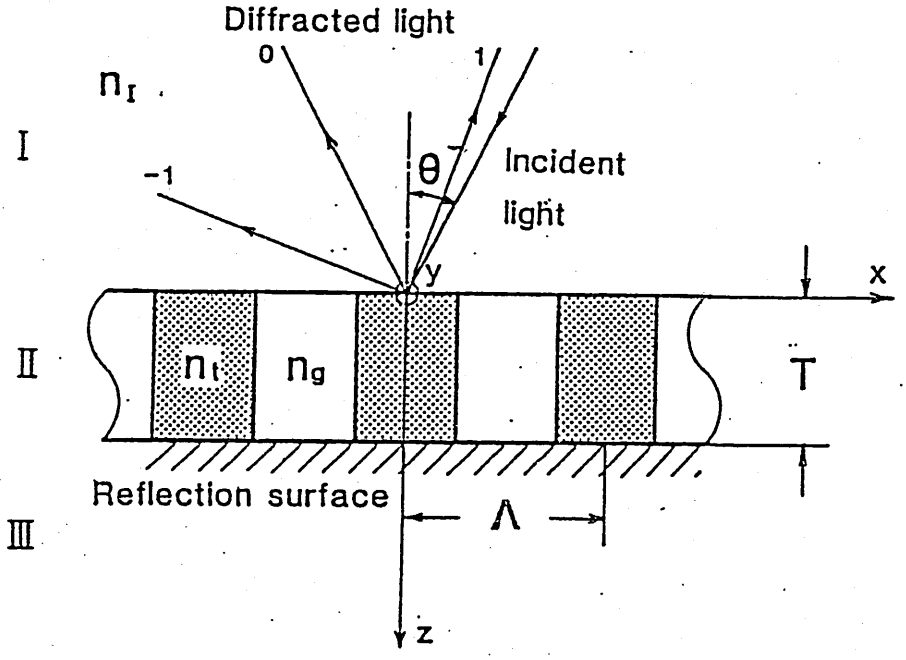



Fig. 3　解析のためのモデル

$$\varepsilon_{r\mathrm{II}}(x) = \sum_{l=-\infty}^{\infty} a_l \exp\left(jl\frac{2\pi}{\Lambda}x\right) \tag{18}$$

$$a_{+l} = a_{-l} = \frac{1}{\Lambda}\int_{-\frac{\Lambda}{2}}^{+\frac{\Lambda}{2}} \varepsilon_r(x) \exp\left(jl\frac{2\pi}{\Lambda}x\right) dx \tag{19}$$

ここで、添え字のⅡは空間Ⅱを表す。マックスウエルの方程式より、電界成分がy方向にしか存在しない場合は次式が導出できる。

$$\nabla^2 E_{y\mathrm{II}} + k^2 \sum_{l=-\infty}^{\infty} a_l \exp\left(jl\frac{2\pi}{\Lambda}x\right) E_{y\mathrm{II}} = 0 \tag{20}$$

ここで、空間Ⅰの屈折率を$n_1$とすると$k=2\pi n_1/\lambda_0$である。

$$E_{y\mathrm{II}}(x,z) = X_{\mathrm{II}}(x)\cdot Z_{\mathrm{II}}(z) \tag{21}$$

と変数分離をすると、次式が導ける。

$$\frac{d^2}{dx^2}X_{\mathrm{II}} + k^2\sum_{l=-\infty}^{\infty} a_l \exp\left(jl\frac{2\pi}{\Lambda}x\right) X_{\mathrm{II}} = -\alpha^2 X_{\mathrm{II}} \tag{22}$$

$$\frac{d^2}{dz^2}Z_{\mathrm{II}} = \alpha^2 Z_{\mathrm{II}} \tag{23}$$

フロッケの定理より（22）式の解は次のように表される。

$$X_{\mathrm{II}} = \sum_{l=-\infty}^{\infty} \beta_l \exp\left\{j2\pi\left(\xi + \frac{1}{\Lambda}l\right)x\right\} \tag{24}$$

$\xi$は一般に複素数であるが、Xはxに関して周期関数でなければならないので、$\xi$は実数でなければならない。（24）式を（22）式に代入して指数関数べきの係数を比較すると、次式を得る。

$$\underline{D}\beta = \alpha^2\beta \qquad (25)$$

$\underline{D}$ ; 無限行列

$$d_{l,m} = 4\pi^2\left(\xi + \frac{1}{\lambda}\ell\right)^2 - k^2 a_0 \qquad (l=m)$$

$$d_{l,m} = -k^2 a_{\pm i} \qquad (l=m\pm i)$$

$\beta$ ; 無限列ベクトル $\qquad (i = 1, 2, \cdots\cdots)$

(25) 式は $\alpha^2$ が行列$\underline{D}$の固有値となるとき、自明でない解を持つ。行列$\underline{D}$を

$$L_1 \leqq \ell \leqq L_2 \qquad (L_1 \leqq 0,\ 0 \leqq L_2) \qquad (26)$$

のように省略すると、固有値 $\alpha_m^2$、固有ベクトル $\beta_m$ が実際に計算できる。行列$\underline{D}$が対称行列なので、$\alpha_m^2$ は実数となる。また、(23) 式は次のようになる。

$$Z_{II} = \sum_{m=L_1}^{L_2}\left\{A_m^+ \exp(-\alpha_m z) + A_m^- \exp(+\alpha_m z)\right\} \qquad (27)$$

よって、空間Ⅱの電界 $E_{yII}$ は

$$E_{yII} = \sum_{m=L_1}^{L_2}\left[\left\{A_m^+ \exp(-\alpha_m z) + A_m^- \exp(+\alpha_m z)\right\} \times \sum_{\ell=L_1}^{L_2}\beta_{\ell m}\exp\left\{j2\pi\left(\xi + \frac{1}{\lambda}\ell\right)x\right\}\right] \qquad (28)$$

$\beta_{l,m}$ ; m番目の固有ベクトルの l 番目の要素

入射平面波の空間Ⅰでの波長を $\lambda$ とし、$\xi$ を空間周波数と同じ

$$\xi = \frac{\sin\theta}{\lambda} \tag{29}$$

と選ぶと、(28) 式は入射したξに対し、グレーティング中でξ + $\frac{1}{\Lambda}l$ の波が存在することになり、境界条件を満足する。また、磁界は (28) 式より、

$$H_{xII} = \frac{1}{j\mu_0\omega}\sum_{m=L_1}^{L_2}\left[\left\{-A_m^+\alpha_m\exp(-\alpha_m z)+A_m^-\alpha_m\exp(+\alpha_m z)\right\}\right.$$
$$\left.\times\sum_{l=L_1}^{L_2}\beta_{l,m}\exp\left\{j2\pi\left(\xi+\frac{1}{\Lambda}l\right)x\right\}\right] \tag{30}$$

となる。

次に空間Ⅰにおける電界$E_1$、磁界$H_1$は次のように書ける。

$$E_{yI} = E_{0I}^+\exp(j2\pi\xi x)\exp(-jK_0 z)$$
$$+\sum_{l=L_1}^{L_2}E_{lI}^-\exp\left\{j2\pi\left(\xi+\frac{1}{\Lambda}l\right)x\right\}\exp(jK_l z) \tag{31}$$

$$H_{xI} = \frac{1}{\mu_0\omega}\left[-K_0E_{0I}^+\exp(j2\pi\xi x)\exp(-jK_0 z)\right.$$
$$\left.+\sum_{l=L_1}^{L_2}K_lE_{lI}^-\exp\left\{j2\pi\left(\xi+\frac{1}{\Lambda}l\right)x\right\}\exp(jK_l z)\right] \tag{32}$$

ここで、添字の＋は、入射波を表し、－は反射波を表し、

$$K_l = +k\left\{1-\lambda^2\left(\xi+\frac{1}{\Lambda}l\right)^2\right\}^{\frac{1}{2}} \tag{33}$$

とする。

空間Ⅲは完全導体であるから、

$$E_{yⅢ} = 0 \tag{34}$$

$$H_{xⅢ} = 0 \tag{35}$$

となる。

$z = 0$ と $z = T$ で $E_y$、$H_x$ の連続性から、$A_m^+$、$A_m^-$ を求める。まず、$z = 0$ で次式が得られる。

$$E_{\ell I}^+ + E_{\ell I}^- = \sum_{m=L_1}^{L_2} (A_m^+ + A_m^-)\beta_{\ell,m} \quad (\ell = 0) \tag{36}$$

$$E_{\ell I}^- = \sum_{m=L_1}^{L_2} (A_m^+ + A_m^-)\beta_{\ell,m} \tag{37}$$
$$(\ell \neq 0,\ L_1 \leqq \ell \leqq L_2)$$

$$-K_\ell E_{\ell I}^+ + K_\ell E_{\ell I}^- = -j\sum_{m=L_1}^{L_2} (-A_m^+ + A_m^-)\alpha_m \beta_{\ell,m} \tag{38}$$
$$(\ell = 0)$$

$$K_\ell E_{\ell I}^- = -j\sum_{m=L_1}^{L_2} (-A_m^+ + A_m^-)\alpha_m \beta_{\ell,m} \tag{39}$$
$$(\ell \neq 0,\ L_1 \leqq \ell \leqq L_2)$$

よって、

$$\sum_{m=L_1}^{L_2} (K_\ell \beta_{\ell,m} - j\alpha_m \beta_{\ell,m}) A_m^+ + \sum_{m=L_1}^{L_2} (K_\ell \beta_{\ell,m} + j\alpha_m \beta_{\ell,m}) A_m^-$$
$$= 2K_\ell E_{\ell I}^+ \quad (\ell = 0) \tag{40}$$

$$\sum_{m=L_1}^{L_2}(K_\ell\beta_{\ell,m}-j\alpha_m\beta_{\ell,m})A_m^{+}+\sum_{m=L_1}^{L_2}(K_\ell\beta_{\ell,m}+j\alpha_m\beta_{\ell,m})A_m^{-}$$

$$=0 \qquad (\ell\neq 0,\ L_1\leqq\ell\leqq L_2) \tag{41}$$

となる。　次に z ＝ T で次式が得られる。

$$\sum_{m=L_1}^{L_2}\beta_{\ell,m}\exp(-\alpha_m T)A_m^{+}+\sum_{m=L_1}^{L_2}\beta_{\ell,m}\exp(+\alpha_m T)A_m^{-}$$

$$=0 \qquad (L_1\leqq\ell\leqq L_2) \tag{42}$$

(40)、(41)、(42)式をまとめると、

$$\begin{bmatrix}\underline{B}^{+} & \underline{B}^{-}\\ \underline{C}^{+} & \underline{C}^{-}\end{bmatrix}\begin{bmatrix}A^{+}\\ A^{-}\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}R\\ 0\end{bmatrix} \tag{43}$$

$\underline{B}^{+}, \underline{B}^{-}, \underline{C}^{+}, \underline{C}^{-}$ ; $(L_2-L_1+1)\times(L_2-L_1+1)$ の正方行列

$\underline{B}^{+}$ ; $b^{+}_{\ell,m}=(K_\ell-j\alpha_m)\beta_{\ell,m}$

$\underline{B}^{-}$ ; $b^{-}_{\ell,m}=(K_\ell+j\alpha_m)\beta_{\ell,m}$

$\underline{C}^{+}$ ; $c^{+}_{\ell,m}=\beta_{\ell,m}\exp(-\alpha_m T)$

$\underline{C}^{-}$ ; $c^{-}_{\ell,m}=\beta_{\ell,m}\exp(+\alpha_m T)$

$A^{+}$, $A^{-}$ ; $A_m^{+}$, $A_m^{-}$を要素に持つ列ベクトル

$R$ ; $R_\ell$を要素に持つ列ベクトル

$R_\ell=2K_0E^{+}_{01}$　$(l=0)$

$R_\ell=0$　$(l\neq 0, L_1\leqq l\leqq L_2)$

となり、(43)式の連立一次方程式を解くことで、$A_m^+$ 、$A_m^-$ が求まる。

よって、(36)、(37)式より、

$$E_{lI}^- = \sum_{m=L_1}^{L_2} (A_m^+ + A_m^-)\beta_{l,m} - E_{oI}^+ \quad (l=0) \tag{44}$$

$$E_{lI}^- = \sum_{m=L_1}^{L_2} (A_m^+ + A_m^-)\beta_{l,m} \quad (l\neq 0,\ L_1 \leqq l \leqq L_2) \tag{37}$$

となり、各次数の$E_{lI}^-$が求まる。

そして、回折効率$\eta$はグレーティング面における単位面積あたりの入射光と回折光のエネルギー密度の比で表されるので、

$$\eta = \frac{Re(K_l)\,|E_{lI}^-|^2}{Re(K_0)\,|E_{oI}^+|^2} \tag{45}$$

で求まる。

〔4〕理論特性

〔3〕で行った回折効率の理論解析に基づいて、回折効率を計算した結果を以下に示す。

(25) 式における固有値、固有ベクトルの計算法にヤコビ法を用い、(43) 式における連立一次方程式の解の計算法として共役傾斜法を用いた。グレーティングは〔2〕で設計した$n_t=2.0$、$n_g=1.5$、周期1.4$\mu$mについて回折効率の計算を行った。

(i) 空気中($n_I=1.0$)から入射したとき

まず、上記に示したグレーティングに真空中での波長1.06$\mu$mの光が空気中からブラッグ角($\theta_B=22.2^\circ$)で入射した場合にグレーティングの厚さTを変化させたときの回折効率を±3次の回折光まで考えて計算を行った。計算結果の1次の回折光の回折効率をFig.4 に示す。この結果から、二波結合理論より予想した厚さ 0.8$\mu$mの近傍で高い回折効率(〜100 %)が得られることがわかった。また，その厚さより薄い0.15$\mu$m、0.46$\mu$mでも高い回折効率が得られ，さらに厚さに対する回折効率の変化が激しいことがわかった。これは空間Ⅰと空間Ⅱ、空間Ⅱと空間Ⅲの境界面の間で多重反射[6]がおこるために、激しい変化が生じると考えられる。

次に高い回折効率が得られるグレーティング厚さが0.76$\mu$mにおいて、入射角$\theta_0$、波長$\lambda_0$を変えたときの計算結果の1次の回折光の回折効率特性をFig. 5、Fig. 6に示す。この結果から、受容角の半値幅は25°となった。

また、波長帯域は半値幅は、0.18μm以上となり、十分に広い受容角と波長帯域幅が得られることが確認された。

（ii）$n_1$ =1.5 の媒質中から入射したとき

先に用いたグレーティングに真空中での波長1.06μmの光を用いて導波路の端面に結合し（$n_1$ =1.5）、ブラッグ角（$\theta_B$ =14.6°）で入射した場合にグレーティングの厚さTを変化させたときの回折効率を±4次の回折光まで考えて計算を行った。計算結果の1次の回折光の回折効率をFig.7に示す。この結果から空気中から入射したときのように厚さ 0.8μm近傍で高い回折効率が得られないことがわかった。また、（i）の場合と同様に〔2〕の理論が適用できない厚さで、比較的高い回折効率（81%）が得られた。

（i）の場合、0次、1次の回折光が回折されたが、（ii）の場合－1次、0次、1次、2次の回折光が回折された。このため、回折する次数が増えて、回折効率が下がったと考えられる。(45) 式から、入射媒質に回折されるには、$K_1$ が実数でなければならない。よって、(33) 式より必要のない回折光を減らして回折効率が上げるためにはグレーティングの周期を短くして利用するか、波長を長くして利用する必要があることがわかる。

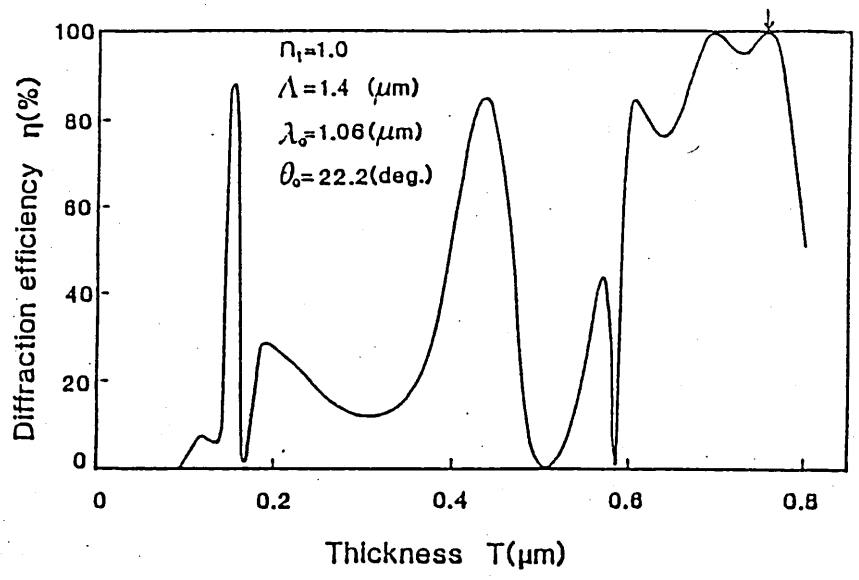



Fig. 4　厚さに対する理論回折効率 ($n_1$=1.0)

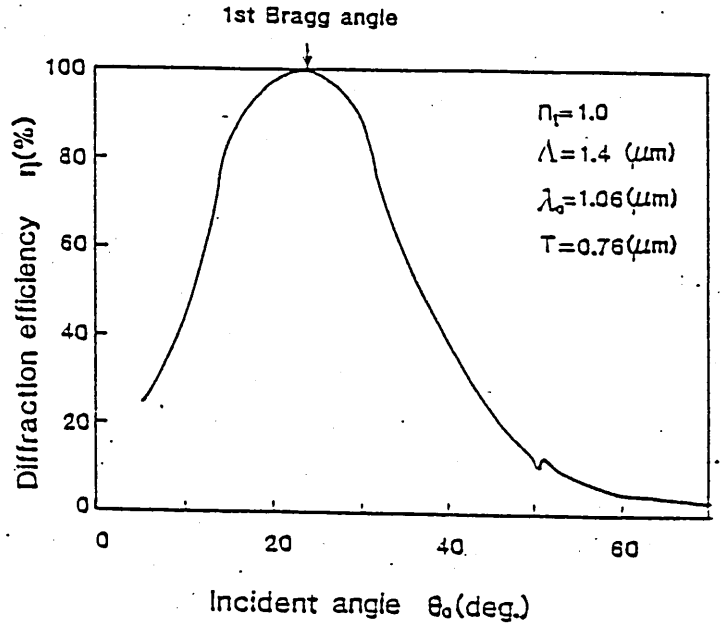



Fig. 5　角度に対する理論回折効率 ($n_1$=1.0)

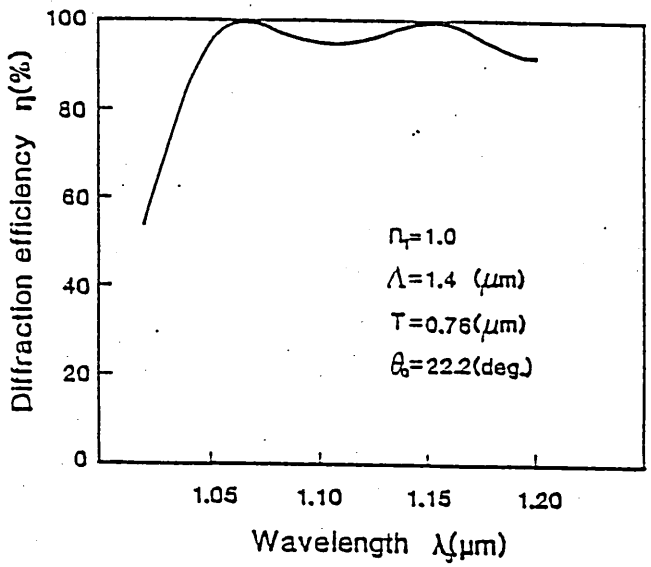



Fig. 6　波長に対する理論回折効率 ($n_1$=1.0)

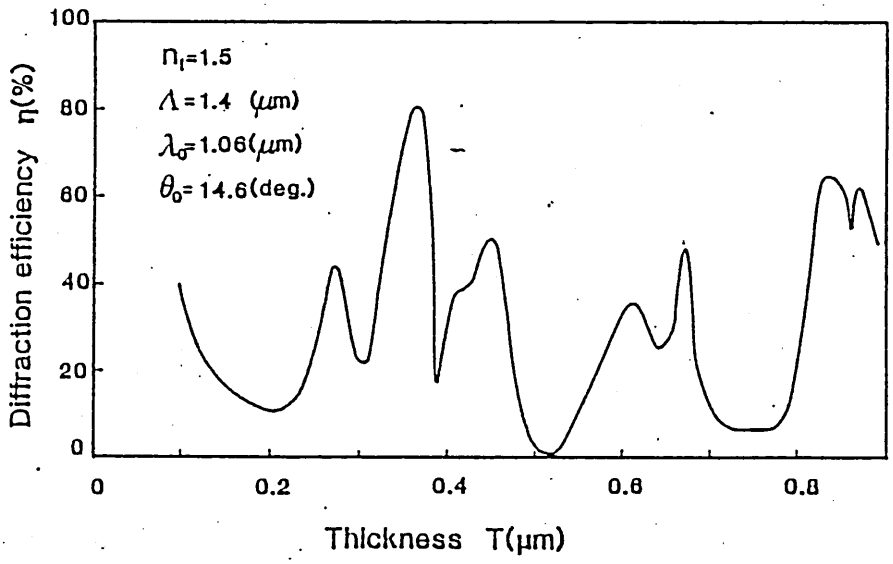



Fig. 7　厚さに対する理論回折効率 ($n_1$=1.5)

〔5〕基礎実験

次に、比較的高い効率が得られるグレーティングが実際上作製できることを確認したことを述べる。

（i）グレーティングの作製

Fig. 8 に作製プロセスを示す。

Si基板に反射膜としてAlを真空蒸着し、ＰＣＶＤにより、Si-Nを0.8 μm堆積し、ポジタイプの電子ビームレジストを塗布した。そして、電子ビーム直接描画法でパターンを作製し、反応性イオンエッチングでSi-Nに転写をし、レジストを除去した。作製したグレーティングは開口径1.0mm,幅0.4mmのものである。

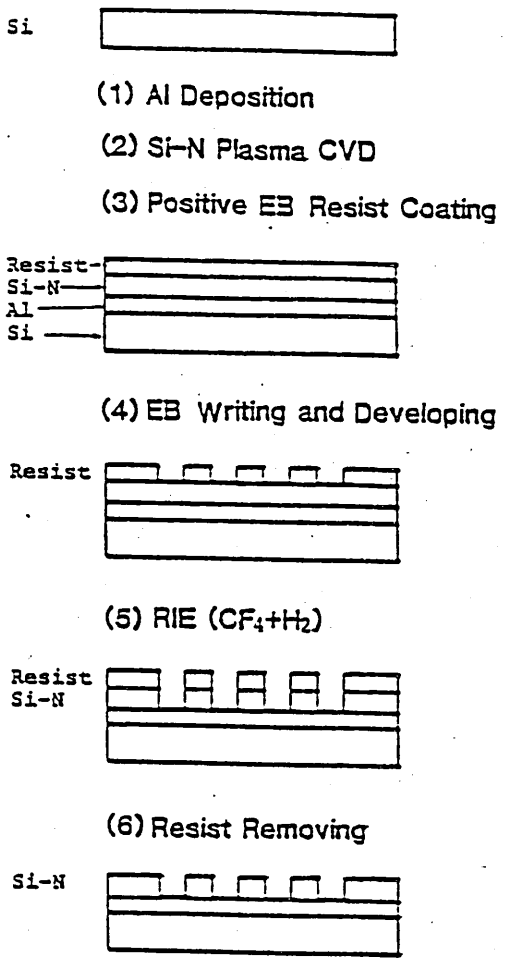



Fig. 8　デバイスの作製プロセス

（ii）回折効率の測定

左記のプロセスで作製したグレーティング（$n_t$=2.0, $n_g$=1.0）に空気中から波長 0.633μmのＴＥ偏光を入射したときの１次の回折光の強度を測定した。Fig. 9 に測定系を示す。グレーティングの周期を変えたとき、その周期に対応するブラッグ角の近傍での回折効率の測定結果をFig.10に示す。[7] 周期が 1.0μmでラメラーグレーティング（$\eta_{max}$ =41%）より高い回折効率（$\eta$ =54%）が得られた。このことから、『薄い』反射形ブラッググレーティングを実際に作製して、高い回折効率が得られることが確かめられた。パラメータの最適化を行えば、ブラッググレーティングで得られる最高の回折効率（$\eta_{max} \simeq$ 100%）にさらに近ずくものと思われる。

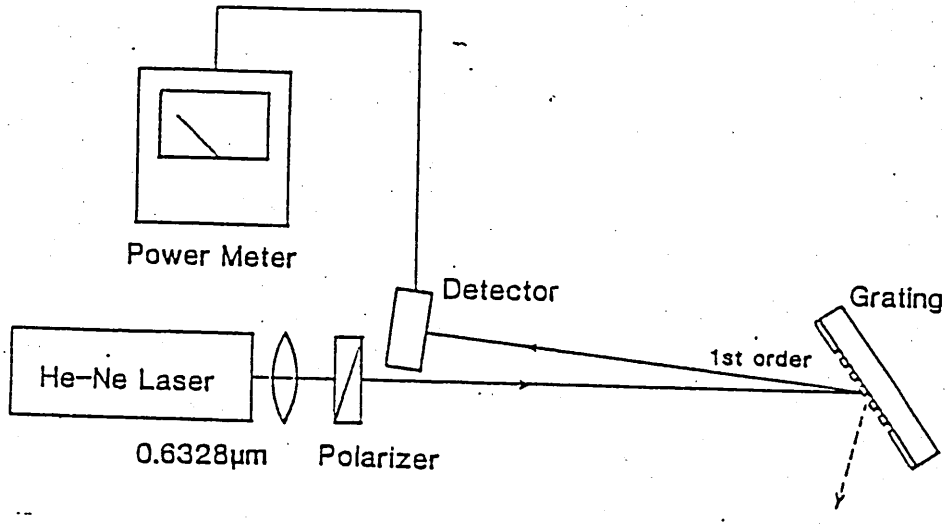



Fig. 9　回折効率の測定系

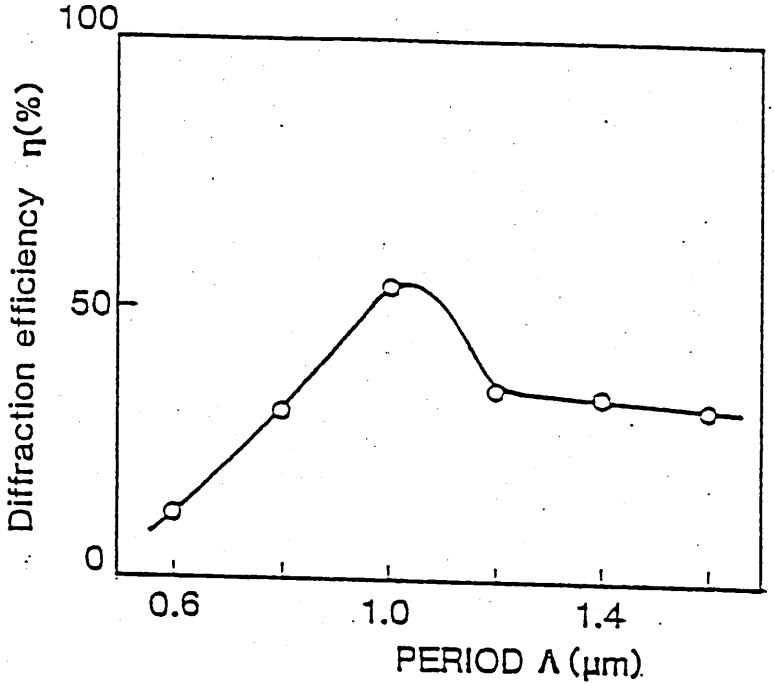



Fig.10　回折効率の測定結果

〔6〕むすび

ブラッググレーティングを薄くして高効率でかつ受容角，波長帯域幅の広いものを実現することを考え、『薄い』ブラッググレーティングを提案した。光集積回路で用いるために反射形とした『薄い』ブラッググレーティングの設計法を二波結合理論を用いて明らかにした。空間高調波展開を用いて回折効率の理論解析を行った。これを用いて回折効率の計算を行い、先に設計したグレーティングを空気中で利用した場合、回折効率が高く、比較的広い受容角と波長帯域幅を持つことを確認した。しかし、このグレーティングは不必要な回折次数が増えると、この設計法があてはまらなくなることがわかった。不必要な次数の回折光を減らすにはグレーティングの周期を短くするか、利用する波長を長くする必要があることを示した。また、ラメラーグレーティングに比べて高い回折効率（54%）のものを実際に作製できることを示した。今後、さらにグレーティングのパラメータの最適化をするとともに実際の特性を明らかにする予定である。

## 文　献


(1) T.Suhara, J.Vijanen, M.Leppihalme: "Integrated-optic wavelength multi- and demultiplexers using a chirped grating and an ion-exchanged waveguide", Appl.Opt. ,21,12, pp.2195-2198 (June 1982)

(2) T.Suhara, H.Nishihara, J.Koyama: "A folded-type integrated-optic spectrum analyzer using butt-coupled chirped grating lenses", IEEE J.Quantum Electron. ,QE-18,7, pp.1057-1059 (July 1982).

(3) K.Yokomori: "Dielectric surface-relief gratings with high diffraction efficiency", Appl.Opt. ,23,14, pp.2303-2310 (July 1984)

(4) H.Kogelnik: "Coupled wave theory for thick hologram gratings", Bell Syst.Tech.J., 48,9, pp.2909-2947 (Nov. 1969).

(5) C.B.Burckhardt: "Diffraction of a plane wave at sinusoidally stratified dielectric grating", J.Opt.Soc.Am. ,56,11, pp.1502-1509 (Nov. 1966).

(6) H.Kogelnik: "Bragg diffraction in hologram gratings with multiple internal reflections", J.Opt.Soc.Am.,57,3, pp.431-433 (March 1967).

(7) 田中，栖原，西原：＂光集積回路用高効率反射形ブラッググレーティング＂，第46回応用物理学会予稿集，pp.154 (1985年秋季)

RS85-13

# 電子ビーム描画作製による
# 矩形クリップ型マイクロフレネルレンズ

松下電器　中央研究所

塩野 照弘　瀬恒 謙太郎　山崎 攻

## 1. はじめに

光信号処理を行う上で重要な微小光学用レンズとして，近年マイクロフレネルレンズが注目されている[1]。マイクロフレネルレンズは，薄膜構造を有するため複製が容易であり，使用波長による最適設計で回折限界の集光特性を有し，ヌブレーズ化（鋸歯状化）により100％に近い集光効率実現も可能である。さらに，光検出器等の他の素子との集積化も容易である。

筆者らは，マイクロフレネルレンズを含めた薄膜微小光学素子の可能性を探るため，コンピュータによる最適設計が可能でサブミクロンの微細加工性が期待できるコンピュータ制御の電子ビーム描画装置を設計・試作[2,3]した。本報告では，試作装置の構成，描画性能と，円形，円筒形ブレーズ化マイクロフレネルレンズの実現可能性を示し[4]，後半で薄膜形レンズの特徴を生かした構造をもつ矩形クリッ形フレネルレンズで構成した高効率構造を有するマイクロレンズアレイ[5,6]について述べる。

## 2. 描画装置と描画特性評価

### 2.1 描画装置の構成

試作電子ビーム描画装置は，図1に示すように走査型電子顕微鏡（SEM）に，矩形，円，直線という3種類のパターンジェネレータ，16ビットD/A変換器，制御信号プロセッサ，ビームブランキング制御器，X・Yステージ駆動装置（SSD）等の制御装置を接続し，16ビットパラレルインターフェース（GPIO I/F）を介してコンピュータで制御できるようにしたものである。プログラムで任意のパターンジェネレータを選択してビームブランキング制御器と連動しながら所望のパターンを描画することが可能であり，さらにX・Yステージもプログラムから1μm単位で制御することができる。

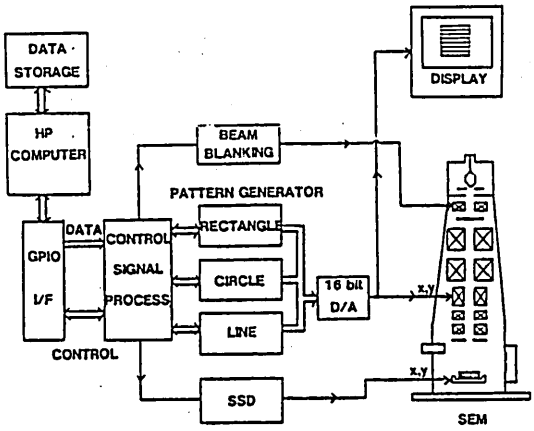



図1 試作装置構成図

図2に，内蔵した3種類のパターンジ

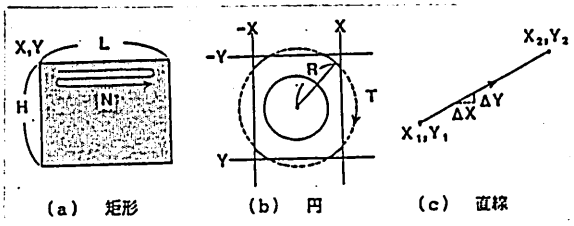



図2 パターンジェネレータ入力データと描画図形

表 1 内蔵パターンジェネレータの特徴

| | 矩　形 | 円 | 直　線 |
|---|---|---|---|
| 機　能 | •矩形塗りつぶし走査<br>•鋸歯状化<br>（走査回数変化） | •円形走査<br>•楕円走査<br>•鋸歯状化<br>（走査回数変化）<br>•矩形クリップ | •斜線走査<br>•鋸歯状化<br>（走査速度変化） |

ェネレータについて，入力データと描画図形の関係を示す。矩形のパターンジェネレータは図2(a)のように一本の直線上をN回づつ走査しながら矩形を塗りつぶし描画する。円のものは，特に円形フレネルレンズ専用に設計したものであり，図2(b)のように半径Rの円上を時間Tだけ走査するが，図の4本の直線で囲まれた領域以外はビームをオフする機能（矩形クリップ機能）を備えている。円の情報はEPROMに円を等分する形で記憶させてあり，半径Rのデータとディジタルのまま乗算されるので再現性よく同心円を描画することができる。矩形，円のパターンジェネレータにおける回数N；時間Tの機能をハード的にもたせることにより簡単なデータ処理で走査回数を制御して，グレーティング，フレネルレンズ等のブレーズ化が可能になる。直線のものでは，始点から終点までΔX，ΔYの加算を繰り返しながら図2(c)のように直線を描画する。なめらかな直線を描画するために，ΔX，ΔYの加算には整数部16ビットの他に小数部8ビットを設けた。ΔX，ΔYの値を実数倍することにより描画速度が変わり，ソフト的な速度変調が可能である。走査速度制御はブレーズ化の第2の方法である。内蔵したパターンジェネレータの機能を表1にまとめておく。

## 2.2 描画性能

試作装置の描画性能を電子ビームの加速電圧35kVについて検討を行った。

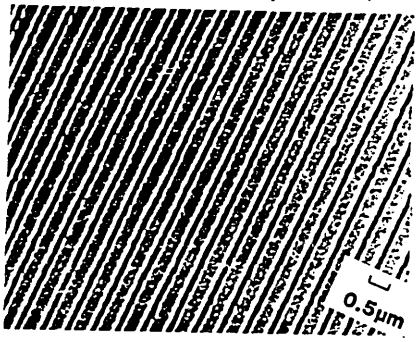



図3 作製したグレーティングパターン

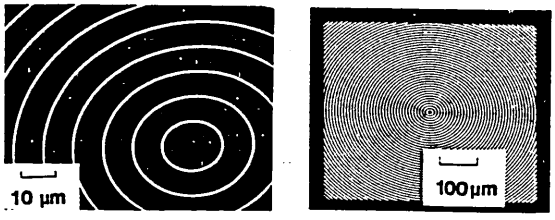



図4 作製した同心の楕円パターン

図3は，Si基板上のPMMA電子ビームレジスト（膜厚0.2μm）上に描画した

グレーティングパターンの45°傾斜SEM写真であり，周期0.5μm，線幅0.1μmである。図4は同じく描画した周囲が矩形でクリップされた同心の楕円のパターンである。従って，本装置は0.1μmの微細加工性と，なめらかな円状走査と良好なビームブランキング特性を有することを確認した。

2.3 ブレーズ化特性

高効率化や種々の光分布を実現する上で，グレーティングやフレネルレンズの断面形状を制御してブレーズ化することが必要である。前述したように，試作装置には簡単なデータ処理でブレーズ化が可能になる機能を内蔵しており，実際にCMS電子ビームレジストを用いてブレーズ化特性を評価した。

図5は，ガラス基板上に形成したグレーティング（周期660μm，最大膜厚1μm）の段差計による測定結果である。これは電子ビームを密に等間隔走査し，レジストのガンマ補正を加えて走査速度を制御して露光量を調整したものである。ほぼ設計通りにリニアな断面が実現できた。

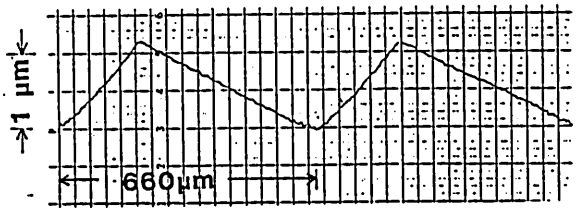
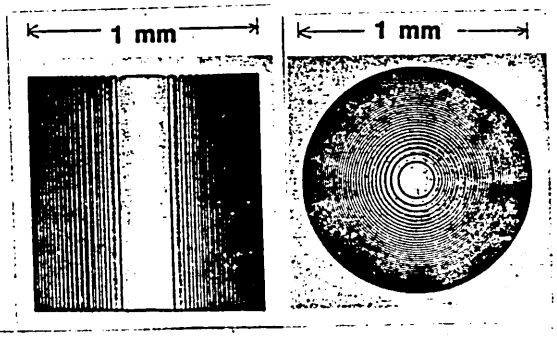
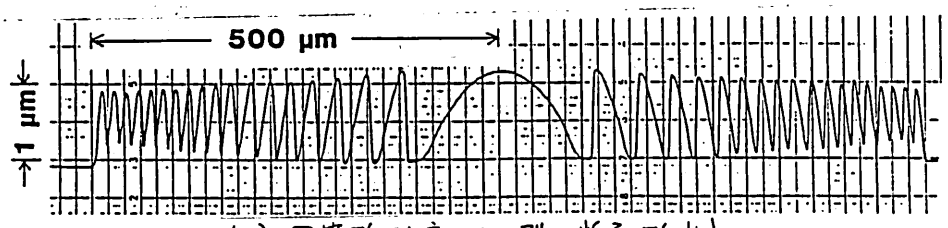



図5 作製したグレーティングの断面形状

図6(a),(b)はそれぞれマイクロフレネルレンズの例として，ガラス基板上にCMS電子ビームレジストで同様に形成した円筒形及び円形のブレーズ化フレネルレンズの顕微鏡写真である。図6(c)は円筒形フレネルレンズの段差計による測定結果である。円筒形のものは1×1mm²のサイズで焦点距離は$f=10$mm（波長$\lambda=0.6328$μm用），円形のものは口径1mmで$f=5$mm（$\lambda=0.6328$μm用）であ




(a) 円筒形 ($f=10$mm, $\lambda=0.6328$μm)　(b) 円形 ($f=5$mm, $\lambda=0.6328$μm)




(c) 円筒形フレネルレンズの断面形状

図6 作製したマイクロフレネルレンズ

り，最大膜厚は1.2 μm である。ほぼ設計通りのなめらかな断面形状をもつフレネルレンズが作製でき，本装置がブレーズ化フレネルレンズ作製の有力手段となることを確認した。

## 3. 高効率構造レンズアレイ

### 3.1 構造と集光スポット比較

矩形クリップ構造のフレネルレンズをアレイ化した高効率構造のレンズアレイについて特性を検討した。

表2 レンズアレイの集光スポット比較
（平面波入射の場合）

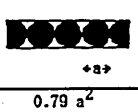
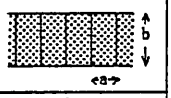
| | (a) 丸形構造 | (b) 矩形クリップ構造 |
|---|---|---|
| |   |   |
| 集光面積 | $0.79\ a^2$ | ab |
| スポット径半値幅 | $1.03\ \lambda f/a$ | $0.89\ \lambda f/a$（横方向）<br>$0.89\ \lambda f/b$（縦方向） |
| 中心光強度（入射光強度1） | $0.62\ (a^2/\lambda f)^2$ | $(ab/\lambda f)^2$ |

表2に，本構造のレンズアレイ（矩形クリップ構造）(b) と丸形構造のレンズアレイ (a) について，平面波が入射した場合の焦点面上における集光スポットの理論計算値の比較を示す。

辺の長さ a，b，焦点距離 f の矩形クリップ構造のレンズに，波長 λ，振幅1の平面波が入射したときの焦点面上での光強度分布は

$$I(x,y)=\frac{a^2b^2}{(\lambda f)^2}\mathrm{sinc}^2\left(\frac{\pi a x}{\lambda f}\right)\mathrm{sinc}^2\left(\frac{\pi b y}{\lambda f}\right) \quad (1)$$

で与えられ[7]，光スポットの半値幅は

$$2w_{1/2}=\begin{cases}0.89\lambda f/a & (\text{横軸方向})\\ 0.89\lambda f/b & (\text{縦軸方向})\end{cases} \quad (2)$$

となる。メインローブ幅は

$$2w_{Main}=\begin{cases}2\lambda f/a & (\text{横軸方向})\\ 2\lambda f/b & (\text{縦軸方向})\end{cases} \quad (3)$$

となり，メインローブに占める光パワの割合は81.5%で，第1サイドローブまで含めると90.2%である。第1サイドローブの強度は，中心光強度の4.7%である。

一方，口径 a，焦点距離 f の丸形構造のレンズでは，平面波入射時の光強度分布は

$$I(r)=\left(\frac{\pi a^2}{\lambda f}\right)^2\left[\frac{2J_1\left(\frac{2\pi a r}{\lambda f}\right)}{\frac{2\pi a r}{\lambda f}}\right]^2 \quad (4)$$

で与えられ，半値幅，メインローブ幅はそれぞれ

$$2w_{1/2}=1.03\lambda f/a \quad (5)$$

$$2w_{Main}=2.44\lambda f/a \quad (6)$$

となり，メインローブに占める光パワの割合は84%である。第1サイドローブの強度は中心光強度の1.8%である。

今，表2のように，横方向のレンズピッチを a と決めた一次元のレンズアレイを考えると，丸形構造 (a) ではサイズが1通りに決まってしまうが，本構造 (b) では縦方向に任意の大きさ b を選ぶこと

ができる。例えば，縦横比が1.5 ($b$=1.5$a$) の場合は，本構造のレンズは丸形構造のものに比べて，集光面積で1.9倍大きくなり，スポット径も半値幅で0.58倍（縦方向），0.86倍（横方向）と小さく絞れ，中心光強度も2.4倍と強くなる。

二次元レンズアレイの場合には，丸形構造のレンズの並び方は格子構造とそれより密な千鳥構造の2通りが考えられる。格子構造，千鳥構造での各レンズ列距離は，それぞれ $a$，0.93$a$ となる。これらの構造のレンズと同じ並び方で本構造のレンズをアレイ化した場合，格子構造のものに対しては $b$=$a$，千鳥構造のものに対しては $b$=0.93$a$ の場合に相当する。本構造のレンズは，丸形構造のものに比べて，それぞれ集光面積で1.3倍，1.2倍大きくなり，スポット径も半値幅で，0.86倍，0.86倍（横方向）；0.92倍（縦方向），中心光強度で1.6倍，1.4倍強くなる。

### 3.2 作製

レンズアレイは，前述の描画装置を用いて図7に示す手順で作製を行った。

まず，電子ビームチャージアップ防止用のITOの付いたガラス基板を洗浄しベーキングを行った(a)。次に，CMS電子ビームレジストをコーティングしプリベーキングを行った(b)。描画装置にて，レジストのガンマ特性に基づいて電子ビームの走査回数を制御し，矩形フレネルレンズの位相シフト関数に対応する露光量分布を与えた。1つのレンズ描画終了後コンピュータオンラインのステップモータで $x$，$y$ ステージを移動し，同様に繰り返した(c)。最後に，現像，リンス，ポストベーキングを行い，フレネルレンズアレイが完成した(d)。

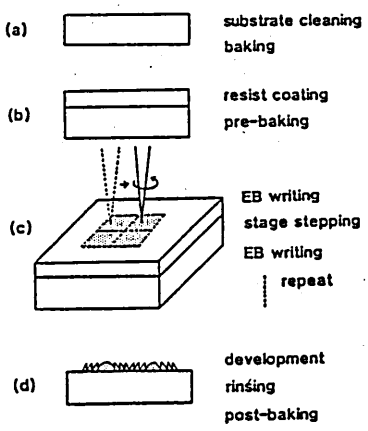
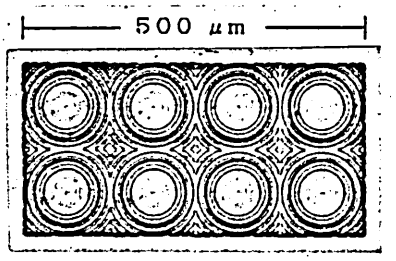
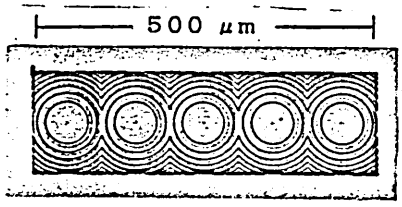



図7 レンズアレイの作製手順




(a) 2×4構造（正方形クリップ）




(b) 1×5構造（長方形クリップ）

図8 作製したフレネルレンズアレイ

作製したフレネルレンズアレイの顕微鏡写真を図8に示す。図8(a)は各レンズが正方形でクリップされた2×4構造の二次元のレンズアレイであり，各レンズは125×125 $\mu m^2$ のサイズで焦点距離は波長0.6328 $\mu m$ に対して0.88 mmである。図8(b)は各レンズが縦長の長方形でクリップされた1×5構造の一次元のレンズアレイであり，各レンズは150×100 $\mu m^2$ のサイズ（縦横比1.5）で焦点距離は波長0.6328 $\mu m$ に対して0.75 mmである。レンズアレイは両方とも，最大膜厚1.1 $\mu m$ でブレーズ化したものである。アレイの描画作製に要した時間は，それぞれ13分，9分程度であった。

3.3 光学特性の測定結果

作製したフレネルレンズアレイの光学特性を検討した。

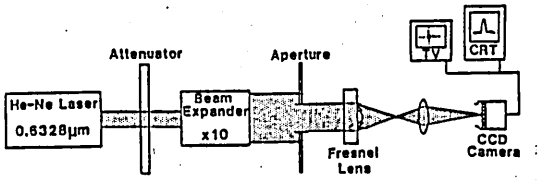
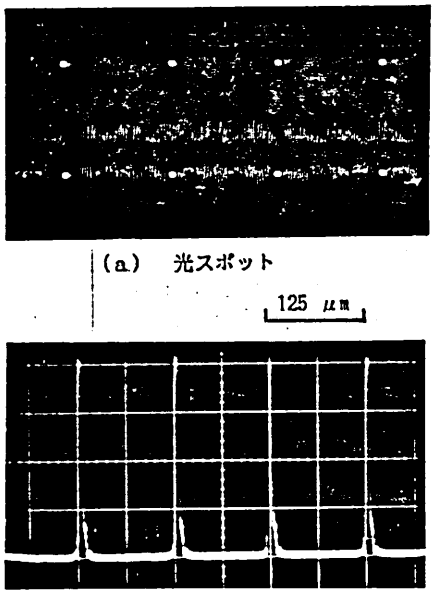



図9 集光スポット測定の光学系

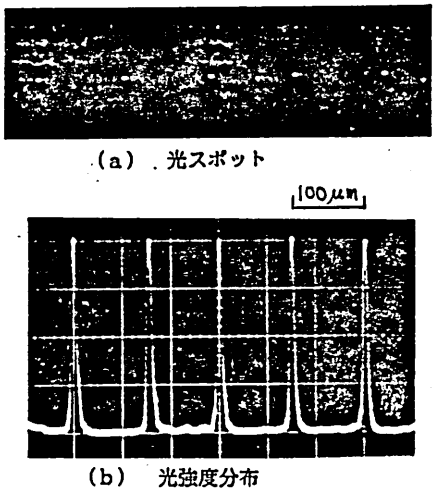
図9に示すように，波長0.6328 $\mu m$ のHe-Neレーザ光（ビーム径0.8 mm）をビームエキスパンダで10倍に拡大し，作製したフレネルレンズアレイに入射し光スポットを10倍の顕微鏡対物レンズで拡大し，CCDカメラで観測を行った。なお，入射ビームはレンズアレイの大きさを考えるとほぼ平面波と見なすことができる。観測された光スポットと光強度分布を図10，11に示す。




(a) 光スポット

(b) 光強度分布

図10 作製した2×4構造レンズアレイの集光特性（焦点面）




(a) 光スポット

(b) 光強度分布

図11 作製した1×5構造レンズアレイの集光特性（焦点面）

アレイを構成する各レンズは，1×5構造，2×4構造とも良好に集光し，レンズ間で集光特性はほとんど差がなかった。さらに詳しく光スポットを評価するために，40倍の対物レンズに変えて観測した。観測した光スポットと光強度分布を図12，13に示す。

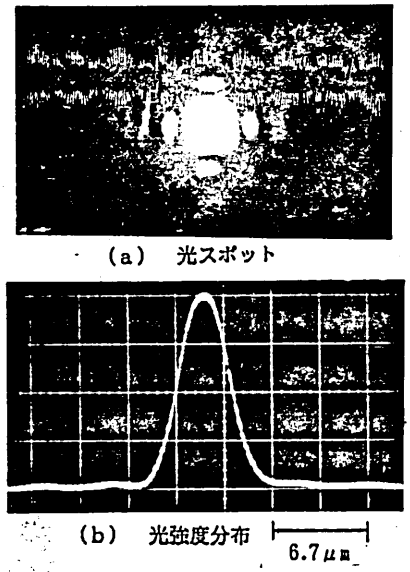



図12 作製した正方形クリップ型フレネルレンズの集光特性

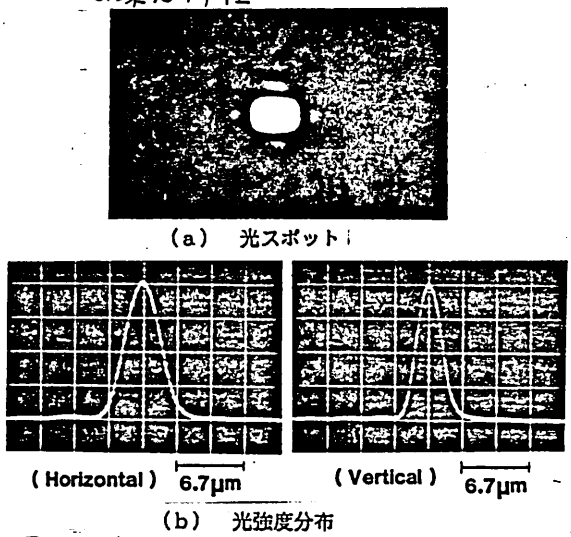



図13 作製した長方形クリップ型フレネルレンズの集光特性

正方形クリップ型フレネルレンズではスポット径は半値幅で4.0μm，長方形クリップ型の場合は4.2μm（横軸方向），2.8μm（縦軸方向）と測定され，どちらの場合も式(2)で計算された回折限界値が得られた。

次に集光効率の測定を図14に示すように行った。焦点面上での光スポットの

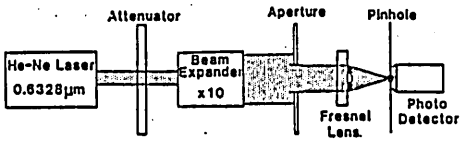



図14 集光効率測定の光学系

メインローブ幅は式(3)から，8.9μm（正方形クリップ型），9.5μm（横軸方向），6.3μm（縦軸方向）（長方形クリップ型）と計算されるから，レンズの焦点距離上にメインローブ幅の数倍の大きさをもつ20μmφのピンホールを置いて光検出器で集光パワを測定した。この測定方法での理論最高効率は90.4%（正方形クリップ型），91.8%（長方形クリップ型）となる。ビームエキスパンダで拡大されたビーム径8mmのレーザ光を1.5mmφのアパーチャを通し，フレネルレンズの作製していない基板に入射し，出射した全光パワをレンズの大きさでビームの中心部分を積分する形で入射光パワを評価し，集光パワとの比を集光効率と定義した。この方法での集光効率の測定値は62%。

(正方形クリッフ°型), 68%(長方形クリッフ°型)であった。この値を表2に示した丸形構造のレンズに換算すると, それぞれ78%, 129%の値になった。

## 4. まとめ

マイクロフレネルレンズ等の薄膜微小光学素子作製に適した電子ビーム描画装置を設計・試作し, 0.1 μmの微細加工性と良好な描画性能を確認した。さらにレジストのガンマ特性に基づき, 走査回数走査速度を制御してブレーズ化が良好に実現できることを示した。最後に, 矩形クリッフ°構造のフレネルレンズアレイを一次元, 二次元においてそれぞれ提案し, 作製を行った。光学特性を検討した結果, 一次元長方形クリッフ°型, 二次元正方形クリッフ°型のどちらの場合においても, 個々のレンズはほぼ同じ特性を示し, 回折限界の集光スポットが得られた。集光効率の測定値はそれぞれ62%(理論値90%), 68%(同92%)であったが, 矩形クリッフ°構造により, 従来タイフ°の丸形レンズのそれぞれ78%, 129%に相当するものであった。なお, 本研究は, 通産省大プロの「石油精製業光応用計測制御システムの研究開発」の一環として行われたものである。

## 文献


1) T. Fujita, H. Nishihara, and J. Koyama, "Blazed gratings and Fresnel lenses fabricated by electron-beam lithography," Opt. Lett., 7, 578 (1982).

2) 塩野, 瀬恒, 山崎, 和佐: "マイクロオフ°ティックス用電子ビーム描画装置の設計と試作", 昭和60年レーザー学会学術講演会第5回年次大会 30aIV6.

3) 塩野, 瀬恒, 山崎, 和佐: "マイクロフレネルレンズ用電子ビーム描画装置," 昭和60年春季応物講演会 29p-ZD-1.

4) 塩野, 瀬恒, 山崎: "電子ビーム直接描画によるグレーティングの断面形状制御," 昭和60年信学会総合全国大会 1051.

5) 塩野, 瀬恒, 山崎, 和佐: "高効率構造マイクロフレネルレンズアレイ," 昭和60年秋季応物講演会 3a-X-6.

6) 塩野, 瀬恒, 山崎: "電子ビーム描画作製による一次元高効率構造マイクロフレネルレンズアレイ," 昭和60年信学会半導体・材料部門全国大会 443.

7) 西原, 小山, "光波電子工学," コロナ社(昭53).

輻射科学研究会資料
RS85-14

# ＺｎＴｅ配向薄膜の作製と光変調素子への応用

根上　卓之、　岡村　康行、　芳賀　宏、　山本　錠彦

（　大阪大学　基礎工学部　）

昭和60年　12月　13日

# ＺｎＴｅ配向薄膜の作製と光変調素子への応用

根上　卓之、　岡村　康行、　芳賀　宏、　山本　錠彦

（　大阪大学　基礎工学部　）

## 1，　はじめに

光通信および光信号処理の実用化に伴い、光集積回路[1]の研究が活発に行われている。光集積回路は光導波路を基本構成要素として、光波制御を行う能動素子や分波、合波等を行う受動素子を集積化して一定の機能を果たす小型で安定な光回路である。このような光集積回路の一つとして基板上に形成した薄膜を導波路とする構成[2]があり、電気光学効果[3]、[4]、磁気光学効果[5]、音響光学効果[6]を利用した種々の導波型制御素子が報告されている。しかしながら、その多くは基板上にエピタキシャル成長した薄膜を用いたものであり、同一基板上に数種の素子を集積化するという点で自由度に欠ける。これに対して、Ⅱ-Ⅵ族化合物半導体は、真空蒸着あるいはスパッタ蒸着により、非晶質基板上に配向膜を容易に作製でき、同一基板上での光素子の集積化に適した材料であると考えられる。

本報告では、Ⅱ-Ⅵ族化合物半導体の中では大きな電気光学効果を保有するが導波型光素子への応用例が報告されていないZnTeを取り上げ、ガラス上に真空蒸着し作製した薄膜の配向性、屈折率および電気光学効果について述べる。またその応用として導波型光変調素子を試作した。

## 2，Ⅱ-Ⅵ族化合物半導体の光学的特徴

本報告で取り上げるZnTeの属するⅡ-Ⅵ族化合物半導体の光学的特徴は

(1) 薄膜の作製が容易

真空蒸着およびスパッタ蒸着により薄膜の作製が容易であり、膜作製の低廉化および大面積化が可能である。

(2) 電気光学効果の保有

Ⅱ-Ⅵ族化合物半導体は電気光学効果（ポッケルス効果）を有している。他の材料との電気光学係数の比較を表１に示す。中でも、ZnTeは$LiNbO_3$、$LiTaO_3$等の誘電体に比べれば電気光学係数は小さいが、Ⅲ-Ⅴ族化合物半導体のGaAsに比べ大きい。また配向膜を作製することにより電気光学効果が期待できる。

(3) 受光素子の作製が可能

光導電効果および光起電力効果を用いた受光素子の作製が可能である。光導電効果を用いた受光素子はCdS、CdSe結晶を用いて実用されており、またガラス上にCdSeを蒸着した素子[8]等数多く報告されている。また光起電力効果を利用した受光素子としてはCdTeを用いた高効率太陽電池[9]や、KBr等のイオン結合性結晶上に斜方蒸着したZnTeの光起電力効果[10]が報告されている。

(4) 高屈折率

高屈折率は必ずしも利点とはいえないが、(2)で述べた電気光学効果が大きくなる。表１に電気光学効果の性能指数として$n^3\gamma$の比較を示す。

以上のような項目が挙げられる。これらの特徴を利用した薄膜光導波型素子については、種々報告されている。特にZnOに関しての研究は豊富で音響光学効果、電気光学効果を用いた導波型光変調器[11]、[3]が報告されている。ZnO以外では、ガラス上に蒸着したZnS薄膜を用いた導波型プリズムおよびレンズ[12]、第２高調波発生[13]が報告され

ている。後者において配向膜の非線形光学係数は結晶の7/12倍になると報告されている。またコーニング7059ガラス上に蒸着したCdSを用いた導波型位相変調[14]が報告されている。

ZnTeは以上に挙げたZnO、ZnS、CdSより電気光学係数の値が大きく、高屈折率であるため大きな電気光学効果を期待できる。しかしながら、ZnTe薄膜の研究報告は少なく、他の半導体上へのエピタキシャル成長によるヘテロ接合の形成[15]、前述の光起電力効果についての報告が若干あるだけで、十分な研究がなされていない。

表1 種々の結晶の電気光学係数（ポッケルス係数）

| 結晶名 | 対称性 | 電気光学係数 $\times 10^{-12}$(m/V) | 屈折率 | $n^3\gamma$ $\times 10^{-12}$ | 波長 ($\mu$m) |
|---|---|---|---|---|---|
| ZnO | 6mm | $\gamma_{33}$ = 2.6 | 2.0 | 20.8 | 0.633 |
| ZnS | $\bar{4}$3m | $\gamma_{41}$ = 1.6 | 2.37 | 21.1 | 0.633 |
| ZnSe | $\bar{4}$3m | $\gamma_{41}$ = 2.0 | 2.57 | 34.3 | 0.633 |
| ZnTe | $\bar{4}$3m | $\gamma_{41}$ = 4.3 | 2.99 | 115 | 0.633 |
| CdS | 6mm | $\gamma_{33}$ = 2.4 | 2.46 | 35.7 | 0.633 |
| GaAs | $\bar{4}$3m | $\gamma_{41}$ = 1.2 | 3.60 | 56.0 | 0.9 |
| GaP | $\bar{4}$3m | $\gamma_{41}$ = -1.07 | 3.45 | -44.0 | 0.56 |
| LiNbO3 | 3m | $\gamma_{33}$ = 32.2 | 2.2 | 343 | 0.633 |
| KDP | $\bar{4}$2m | $\gamma_{63}$ = -10.5 | 1.51 | 36.2 | 0.633 |

（ただし、定応力状態における電気光学係数である。）

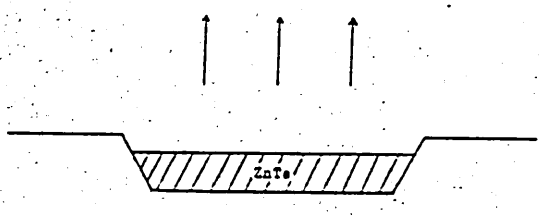
## 3，ZnTe配向薄膜の作製

ZnTe薄膜の作製法としては、真空蒸着法、スパッタリング法、CVD法、分子線エピタキシャル法等が挙げられる。本報告では、装置が簡便で、薄膜の作製が容易な真空蒸着法を用いたZnTe薄膜の作製について述べる。

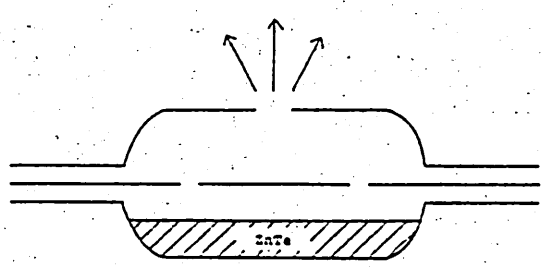
抵抗加熱式真空蒸着用のヒーターとして、図1(a),(b)に示すスライド・ボート、昇華用スライド・ボートの2種類を用いた。ボート上にチャンク粒状のZnTeをのせ、真空度$1.0\times10^{-5}$torr以下でスライド・ガラス上に基板加熱せずに蒸着した。スライド・ボートで作製した膜は黒褐色であり、昇華用スライド・ボートで作製した膜は赤褐色であった。以下に作製した膜の特性を述べる。

### 3-1 光透過特性

作製した2種類の膜の光透過特性を波長0.4～0.8$\mu$m に対して調べた。モノクロ・メーターからの光を膜面に垂直に入射し透過光をSi太陽電池で測定した。結果を図2に示す。各々試料の膜厚は、(a)スライド・ボートを用いた試料1.2$\mu$m 、(b)昇華用スライド・ボートを用いた試料1.0$\mu$m である。(b)昇華用スライド・ボートを用いた膜の方が、透過光の立ち上がり波長が短波長側で、かつ急峻な立ち上がりを示し、また光透過特性に優れている。ZnTe結晶のバンド・ギャップは2.26eVで、吸収端は0.55$\mu$m である。これに対して、(b)の試料では、透過光の立ち上がり波長が0.51$\mu$m 付近となっている。これは膜厚が薄いため吸収端より短波長でも透過するためと考えられ、膜厚が十分厚くなると立ち上がり波長は、移動度ギャップの影響を考慮すると0.55$\mu$m より長波長側になると考えられる。




(a)　スライド・ボート




(b)　昇華用スライド・ボート

図１，抵抗加熱式真空蒸着用ヒータ

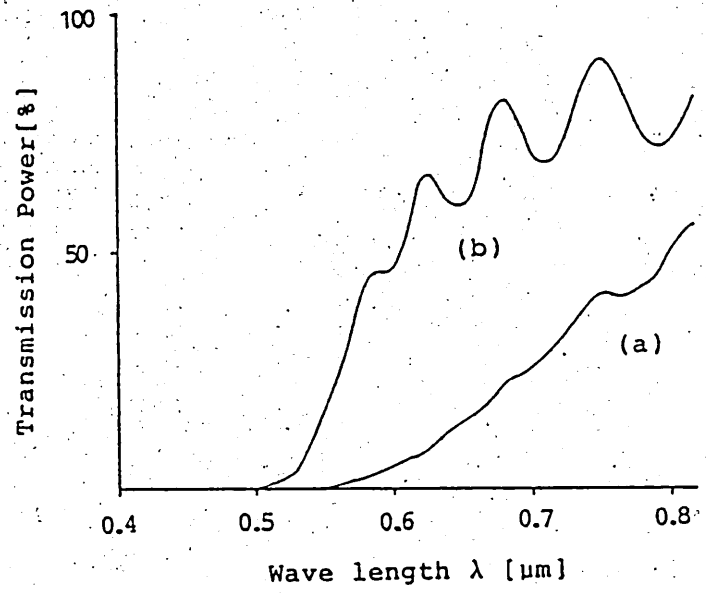
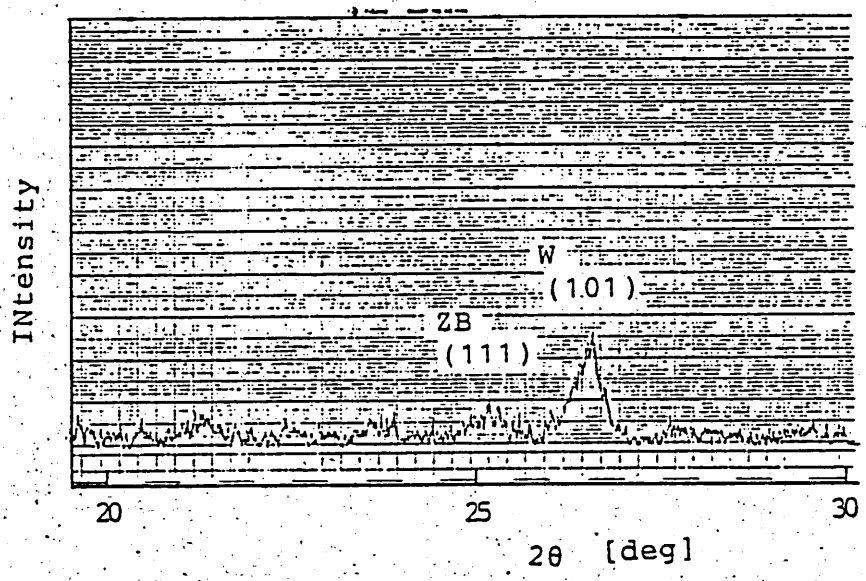



図２，ZnTe薄膜の光透過特性

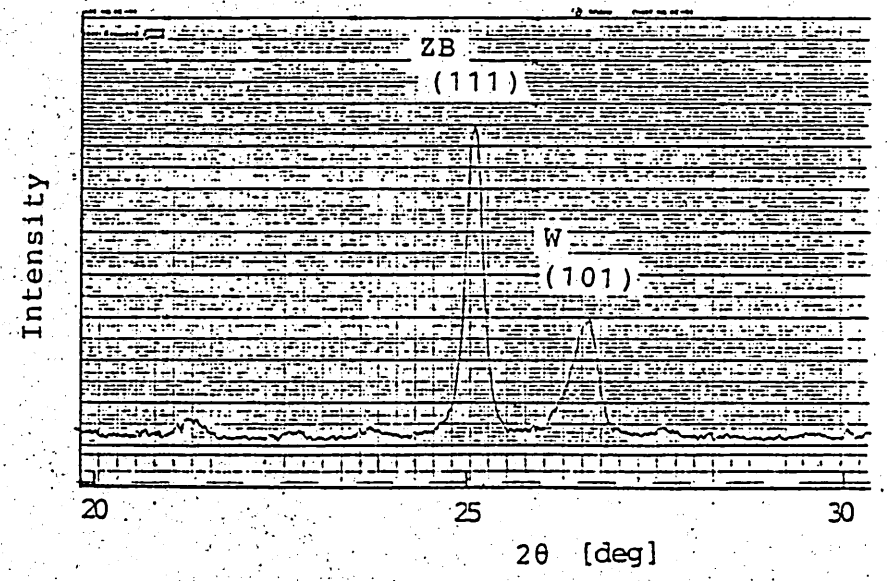
3-2 ZnTe薄膜の配向性と組成分布

X線回折法を用いて作製したZnTe薄膜の配向性を調べた。図3に結果を示す。図3(a)はスライド・ボートを、(b)は昇華用スライド・ボートを用いて作製した膜のX線回折パターンである。図3(a)からスライド・ボートによる膜はウルツサイト構造(101)ピークが弱く観測され非晶質に近い状態となっている。これに対し(b)の昇華用スライド・ボートによる膜はジンクブレンド構造(111)のピークが強く観測される。光透過特性およびX線回折パターンより昇華用スライド・ボートで作製したZnTe薄膜がスライド・ボートによる膜より優れた配向性を示していることがわかる。これは以下によって説明される。II-VI族化合物半導体におけるII族元素(Zn,Te)とVI族元素(S,Se,Te)とは蒸気圧が違う。ZnTeの場合、例えば融点1290°CでZnの蒸気圧は数十気圧、Teの蒸気圧は数気圧であり大きな差がある。図1(b)のような昇華用スライド・ボートでは上部層でZn、Teの蒸気圧が制御され上部の穴から一様な状態で蒸発するため良好な配向膜が得られると考えられる。

以下においては昇華用スライド・ボートを用いて作製したZnTe配向薄膜に関してのみ述べる。つぎに低温でのアニール処理による配向性の違いについて述べる。ZnTeは容易に酸化するのでそれを防止するため膜上に$SiO_2$または$Al_2O_3$をスパッタ蒸着し、空気中で低温のアニール処理を行った。X線回折パターンを図4に示す。試料の概寸はZnTe膜厚0.72$\mu$m , $Al_2O_3$膜厚0.22$\mu$m であり、アニール条件は、それぞれ(a)As-deposited,(b)200°C,3時間,(c)300°C,3時間である。表2にジンクブレンド構造(111)とウルツサイト構造(101)のピーク比を示す。アニール温度が上昇するにつれピーク比は増大し、ジンクブレンド構造<111>軸の配向性に優れていることがわかる。またアニール処理してない膜(As-deposited film)より、基板への付着性が増す。

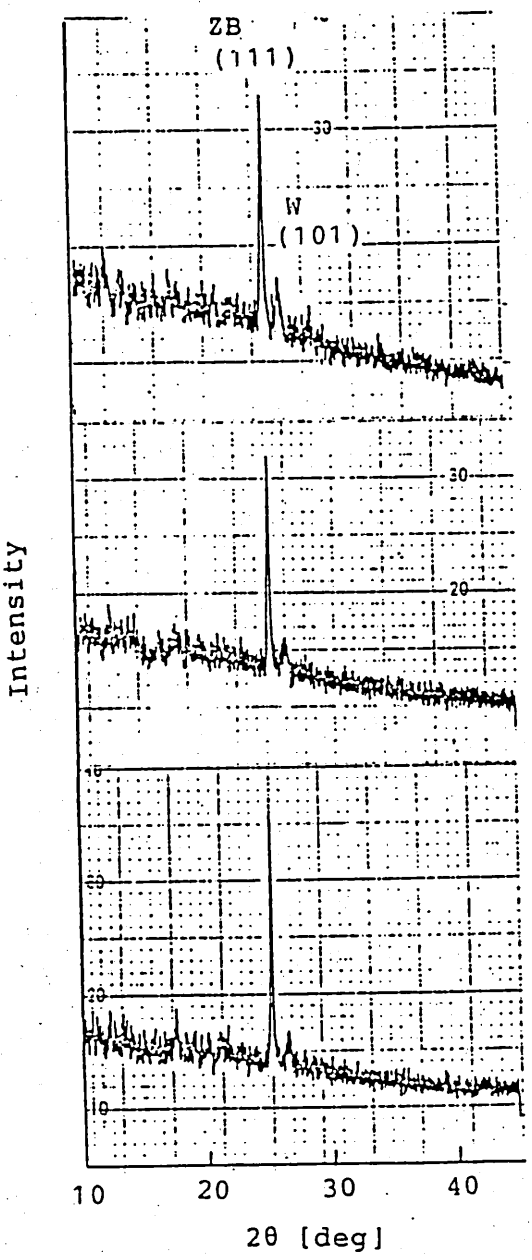



(a) スライド・ボートを用いて作製した膜




(b) 昇華用スライド・ボートを用いて作製した膜

図3，ZnTe薄膜のX線回折パターン




(a) As-deposited

(b) 200°C, 3時間

(c) 300°C, 3時間

図4，アニール温度に対するX線回折パターン

表2　アニール温度に対するピーク比

| アニール温度(C°) | ZB(111)/W(101) ピーク比 |
|---|---|
| As-deposited | 4.0 |
| 200 | 6.3 |
| 300 | 6.5 |

オージェ分析を用いてZnTe薄膜の膜厚方向に対する組成分布を調べた。図5に結果を示す。横軸は膜のエッチング時間であり膜厚に対応し、時間0が膜表面、Si,Oの量が急増する3.5時間付近が基板ガラス表面である。縦軸は元素の含有料で相対比である。膜表面で酸素の吸着によるピークが観察されるが、膜中のSi,Oはノイズ・レベルである。図5よりZn,Teの元素分布は膜厚方向に対し一様であることが観測される。また図5のZnの2倍の量が実際の膜中のZnの含有量であり、Zn:Teの比はほぼ1:1で若干Znが少ない。これはZnTeはZnの空格子点を持つ方が熱力学的に安定[16]であることによる。作製したZnTe薄膜はZnの空格子点の存在によりP型伝導を示すと考えられる。

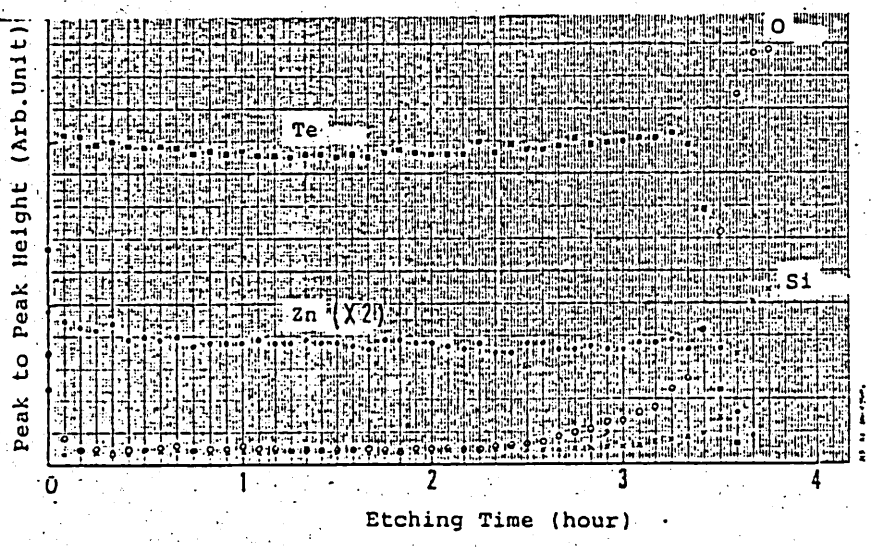



図5，オージェ分析によるZnTe膜の厚み方向の組成分布

3-3　屈折率および伝搬損失

光素子用材料においては、その屈折率は最も重要な光学定数の一つである。薄膜の屈折率測定法は種々あるが、我々は偏光解析法を用いてZnTe薄膜の屈折率を測定した。波長0.633$\mu$m に対し作製した薄膜の屈折率は、2.60であった。またZnTe結晶の可視、近赤外域の屈折率は以下の分散式[17]で表され、波長0.633$\mu$m に対し2.99である。

$$n^2 = A + \frac{B\lambda^2}{\lambda^2 - C^2} \qquad (1)$$

[$\lambda$：$\mu$m ]

A=4.27,　　B=3.01,　　$C^2$=0.142

ZnTe結晶（バルク値）に対して、作製した薄膜の屈折率は小さい。真空蒸着法、スパッタ蒸着法で作製した薄膜の屈折率は、概して結晶（バルク）の値に比べて小さい。これは薄膜の構造が光学的にみてバルクの構造より希薄であることによると理解される。

つぎにイオン交換導波路を作製しその上にZnTeを蒸着した光導波路の伝搬損失を測定した。素子の作製は、以下のとうりである。まず、スライド・ガラス（松浪S1111）を370°C、１時間$KNO_3$融液中にてイオン交換し作製した導波路上にZnTeを0.67$\mu$m 蒸着し、$SiO_2$を0.1$\mu$m スパッタ蒸着した後200°C、3時間アニール処理を行った。ここでアニール温度を200°Cに設定した理由は、200°C以上の高温でのKイオンの再拡散を防ぐためである。He-Neレーザ光(0.633$\mu$m )を端面入射し、ＴＶカメラとマイクロ・コンピュータによる実時間観測システム[18]を用い、ＴＥモード（TE-like モード）に対する伝搬損失を測定した。結果を図６に示す。伝搬損失は9.81dB/cmであった。同様なKイオン交換導波路自体の伝搬損失は1.77dB/cmであり、ZnTe膜を蒸着することにより伝搬損失は増大する。この主な理由としては、図２の光透過特性でわかるように赤色光(0.6$\mu$m 付近)でZnTe薄膜の光吸収量が多いことから導波光に対し吸収損失を生じているためであると考えられる。他のⅡ-Ⅵ族

化合物半導体薄膜を用いた光導波路ではその損失は作製条件により低減できることが報告されており、ZnTe薄膜に関しても同様に作製条件（例えば、基板温度）により伝搬損失の低減が可能であると考えられる。

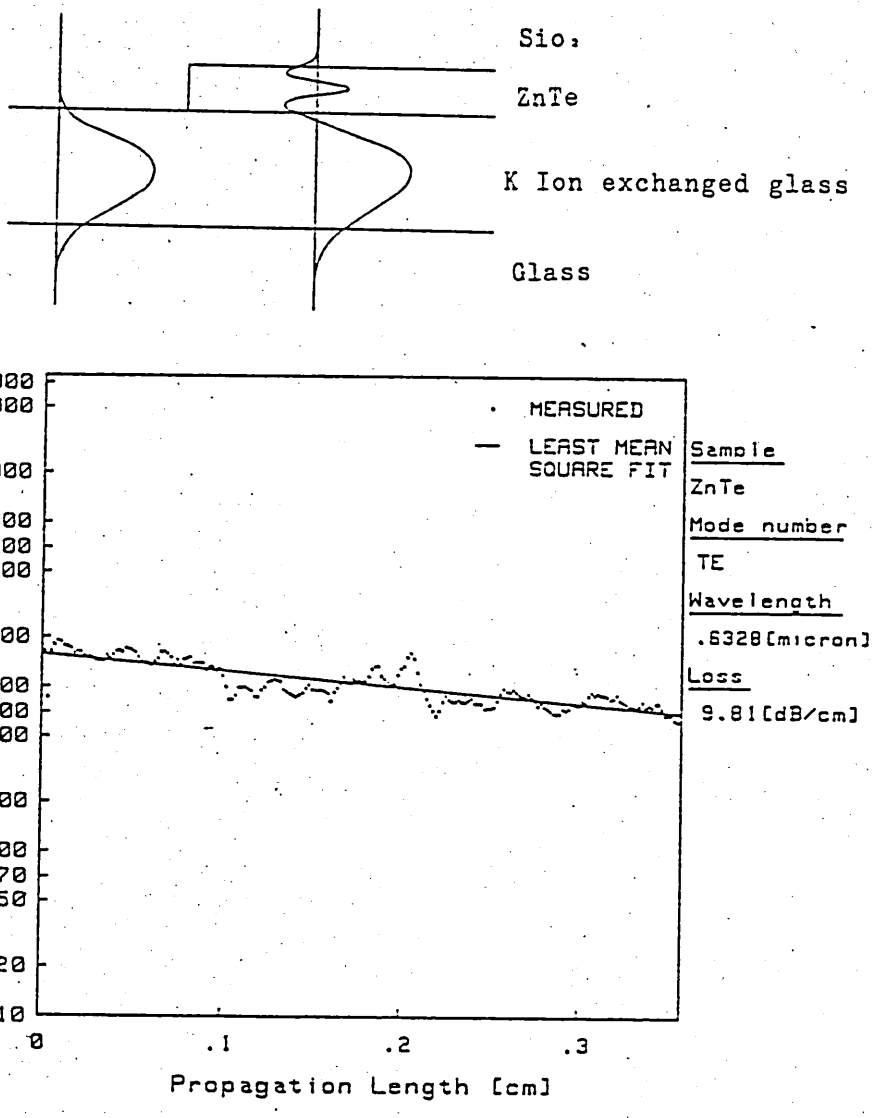



図６，ZnTe薄膜を装荷したイオン交換導波路の伝搬損失

## 4， ZnTe配向薄膜の電気光学効果と光変調素子への応用

真空蒸着法により、ガラス上に作製したZnTe薄膜が配向していることから電気光学効果の保有が期待できる。そこで電気光学効果の有無を確認するために導波型光変調器を構成し、変調実験を試みた。

### 4-1 ZnTe配向薄膜の電気光学効果

ZnTe等の立方晶系$\bar{4}3m$結晶は、立方格子の対角方向<111>に沿って3回回転対称軸を持っている。電界Eを<111>方向に印加すると、屈折率楕円体の式は以下のようになる。

$$\left(\frac{1}{n_o^2}-\frac{\gamma_{41}}{\sqrt{3}}E\right)(x^2+y^2)+\left(\frac{1}{n_o^2}+\frac{2\gamma_{41}}{\sqrt{3}}E\right)z^2=1 \qquad (2)$$

ここで、z軸は<111>方向、x，y軸は(111)面内で互いに直交する軸である。また$n_o$,$\gamma_{41}$は、それぞれ屈折率、電気光学係数である。したがって主屈折率は、

$$n_y=n_z\fallingdotseq n_o+\frac{n_o^3\gamma_{41}}{2\sqrt{3}}\cdot E$$
$$n_z\fallingdotseq n_o-\frac{n_o^3\gamma_{41}}{\sqrt{3}}\cdot E \qquad (3)$$

となり、光変調は偏波依存性を示すことになる[19]。

作製した膜は<111>軸方向に配向していることから、膜面に垂直に電界を印加することによりＴＥモードとＴＭモードとの伝搬定数の差が変化する。したがって横形光強度変調器[20]を構成し電気光学効果の確認を行った。素子の作製は、まずスライド・ガラスを370°Cの$KNO_3$融液中に一時間浸しK←→Naのイオン交換を行い導波路を作製した。つぎ

に下部電極としてI.T.O.(Indium Tin Oxide)を導波路上に長さ5mm,厚さ0.15μm 蒸着し、500°Cで3分間ベイキングを行い酸素欠陥を補償した。ZnTeを長さ7～8mm, 厚さ1.5μm 蒸着し、その上に$SiO_2$を0.5μm スパッタ蒸着し、200°C, 3時間アニール処理を行った。上部電極としてAlを長さ5mm, 厚さ0.3μm 蒸着した。ただし、I.T.O.は酸素欠陥を空気中で高温補償する方法を用いているため作製した膜の抵抗値は大きく、膜厚0.05μm に対し約400Ω・cmとなっている。図7に素子の概形および測定系を示す。

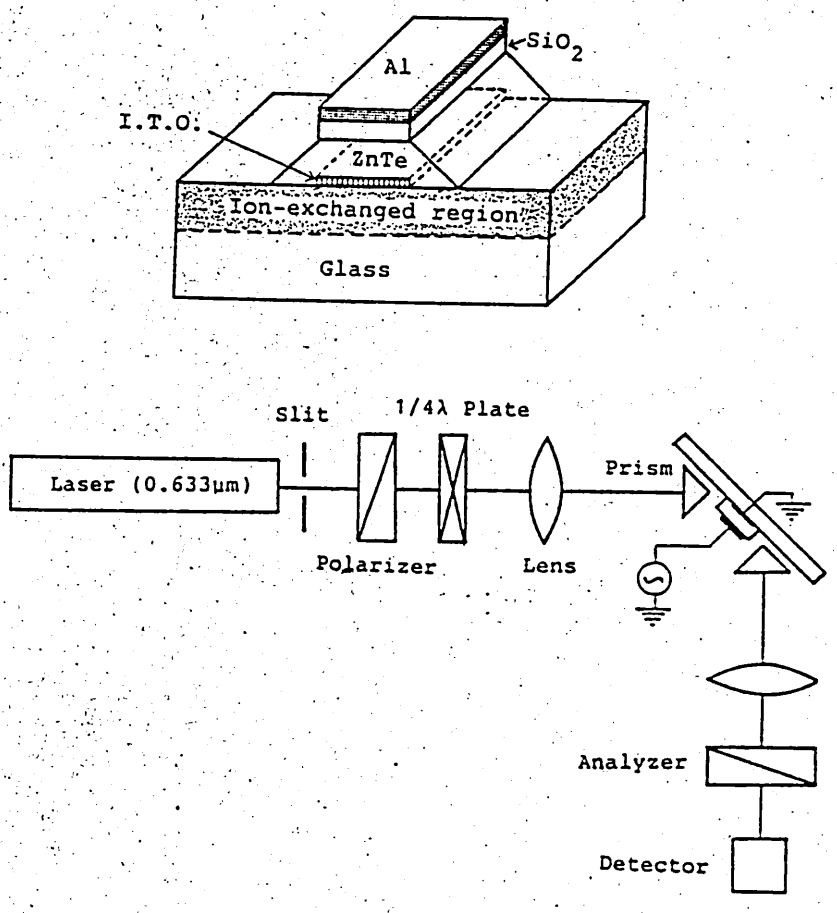



図7，素子の概形および測定系

光源としてHe-Neレーザ0.633$\mu$m を用い、導波路にＴＥ，ＴＭ両モードが励振されるように偏光子(Polarizer)を配向軸<111>と光路軸を含む平面に対し45°の方向にとり、1/4波長板を介し光学バイアスを加え、TaFDプリズムで導波光を励振した。出力光は同様にプリズムで取り出し検光子(Analyzer)の偏光角を偏光子と同一にし、光電子増倍管(Photo-multiplier)で検出した。測定結果を図８に示す。印加電圧は51$V_{p-p}$で周波数60Hzである。光変調波形が印加電圧と同周期になっていることから電気光学効果により光変調が生じていると考えられる。また60$V_{p-p}$以上の印加電圧では膜の破損を生じ、60$V_{p-p}$以下では変調度が小さいためZnTe配向膜の電気光学係数$\gamma_{41}$の算出は不可能であった。

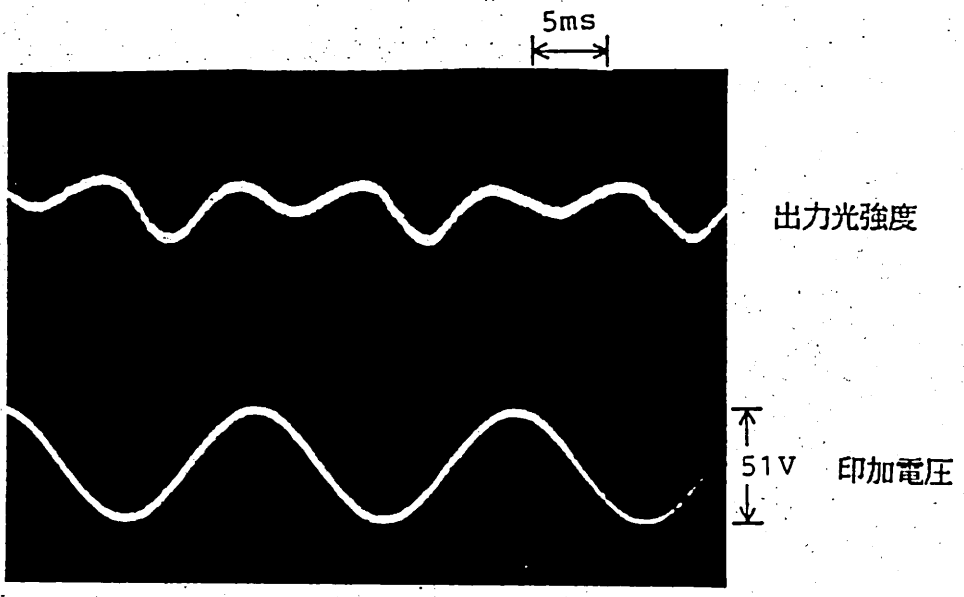



図８，横形光強度変調器の測定結果

4-2　導波型マッハツェンダ光変調素子

前節の横形光強度変調器でも光変調は可能であるが、偏光器、1/4波長板を用いる等構成が繁雑となる。そこで導波型光変調器によく用いられる導波型マッハツェンダ干渉回路を用いてZnTe薄膜装荷型光変調器を作製した。作製過程を図９に示す。

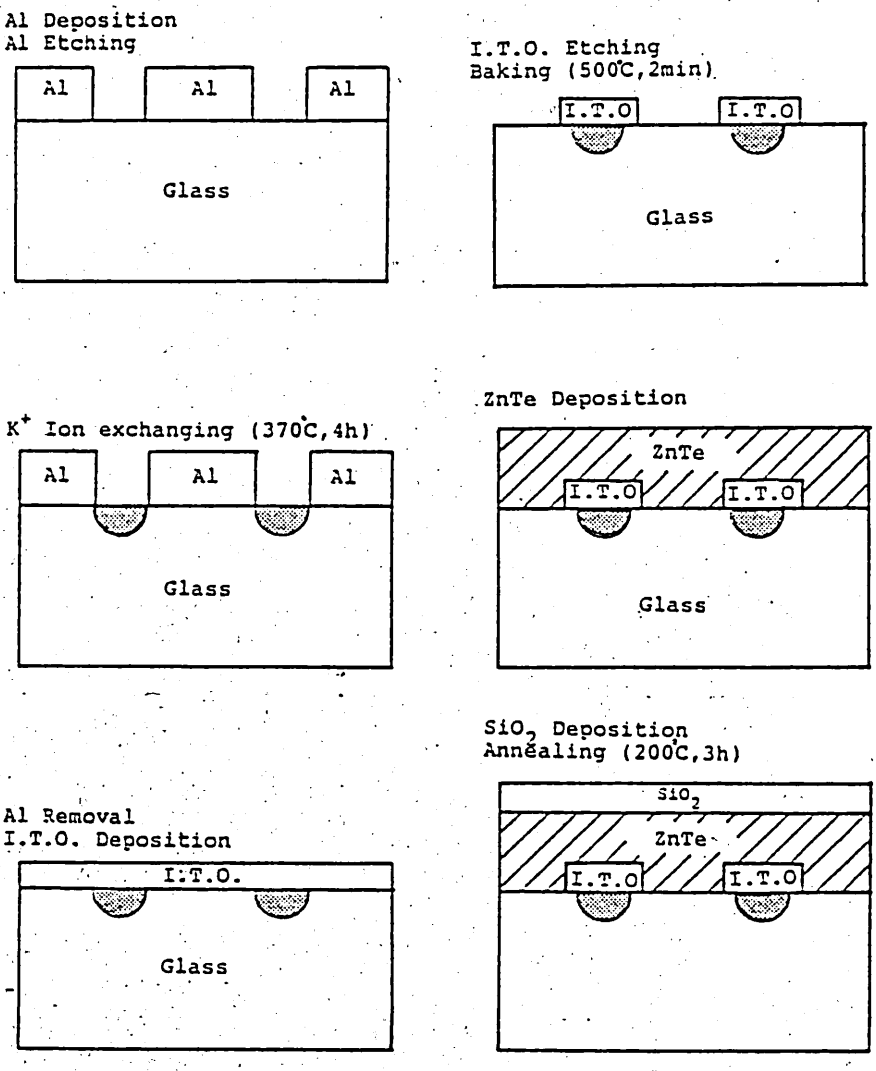



図9，素子の作製過程

チャネル導波路を形成するため、スライド・ガラス上にAlを蒸着し、AZ1350Bを塗布し導波路パターンを露光しAlエッチング液（燐酸：硝酸：酢酸：純水=10:1:2:1）で　Alをウェット・エッチングする。370°CのKNO$_3$融液中に3時間浸し、K←→Naのイオン交換を行いチャネル導波路を作製する。つぎにAlをNaOHで取り除き、電極となるI.T.O.を蒸着する。AZ1350Bを塗布し電極パターンを露光しAlエッチング液の希薄液でウェット・エッチングした後、500°C,2～5分程度ベイキングを行う。ZnTeを蒸着し、SiO$_2$をスパッタ蒸着した後、200°C,3時間アニール処理を行った。図１０に作製した素子の概寸を示す。

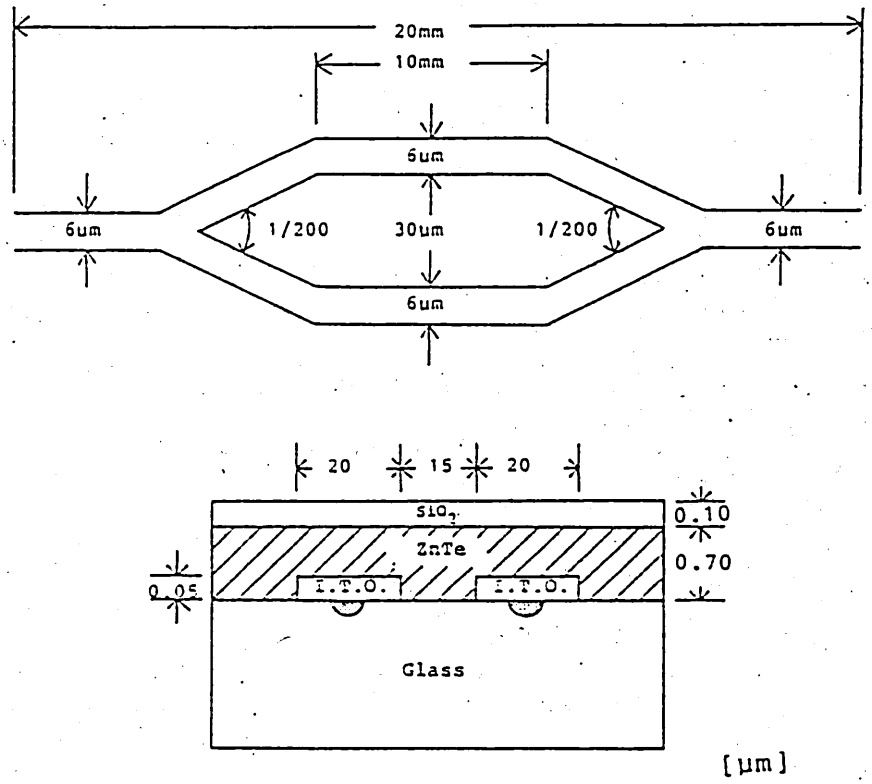



図１０，素子の概寸

実験の測定系を図１１に示す。ここでは、ZnTe膜の光吸収が小さく、かつ膜の欠陥ならびに結晶核(Grain bound-ary)による散乱が低減できる近赤外光（波長1.152$\mu$m ）を用いて測定した。対物レンズを用い光学研磨したガラス端面にレーザ光を入出射し、出力光をGe-PIN Photodiodeで検出した。ＴＥ，ＴＭモードに対する測定結果を図１２に示す。印加電圧は282$V_{p-p}$で、周波数60Hzである。印加電圧の1/2周期で変調している。この理由は、対称型 マッハツェンダ回路であるため変調器の動作点が零点付近であることによると考えられる。光変調度が小さいため変調度の偏波依存性の定量的な比較は行えなかった。

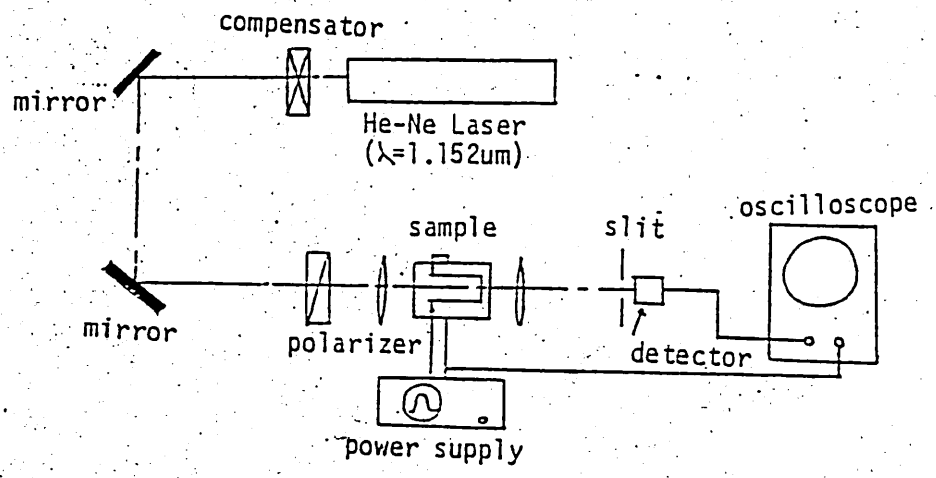
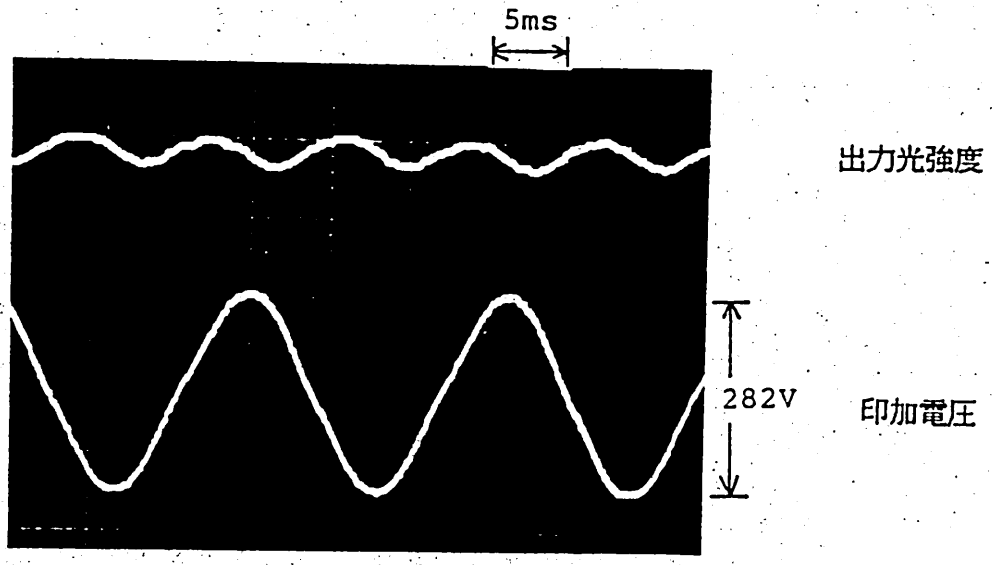
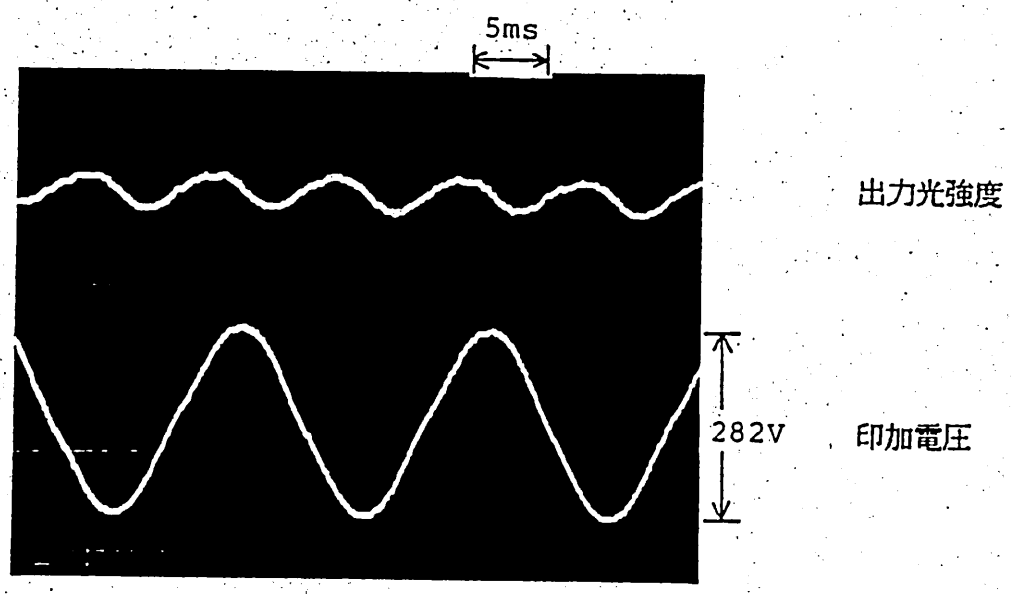



図１１，測定系




(a) ＴＥモードの変調波形




(b) ＴＭモードの変調波形

図１２，導波型マッハツェンダ光変調器の測定結果

変調電圧を低減する方法として、

(1) 配向性の向上

基板加熱などにより優れた配向性を示す作製条件を設定する必要がある。

(2) 導波路構造の検討

本報告では、ZnTe配向膜の電気光学効果の有無を確認するためイオン交換ガラス導波路上にZnTeを蒸着しており導波光の界はほとんどイオン交換導波路中に集中しているためZnTe膜中での印加電界と導波光の界とのオーバー・ラップ積分値[21]が小さく十分な変調度を得るには大きな印加電界を必要とし、その結果膜が破損する。したがって導波光の界がZnTe膜中に集中するような導波路構造が必要である。

以上が挙げられる。

## 5, むすび

ガラス基板上への加熱式真空蒸着によるZnTe配向薄膜の作製ならびに作製した薄膜の諸特性および光変調器への応用について報告した。

ZnTe薄膜の作製に関して作製した薄膜の光透過特性ならびにX線回折パターンから、通常のスライド・ボートより昇華用スライド・ボートを用いて作製した膜がジンクブレンド構造<111>軸の配向性に優れていることを確認した。また低温でのアニール処理を行うことにより膜の配向性および付着性が増すことを確認した。屈折率は2.60（波長0.633$\mu$m）であり、またイオン交換導波路上にZnTeを蒸着した導波路の伝搬損失は9.81dB/cmであった。

横形光強度変調器を構成し、ZnTe配向薄膜が電気光学効果を保有することを確認した。この特性を用いた導波型マッハツェンダ光変調器を試作した。光変調度が小さいため光変調器として十分な動作を示していない。しかし、配向性の向上、導波路構造の改善を行うことにより変調電圧を低減化すれば十分な変調度が得られると考えられる。

現在、配向性の向上を目指しスパッタリング法によるZnTe薄膜を作製中である。

## 謝辞

オージェ分析測定を行って頂いたＫＤＤ研究所材料研究室各位ならびに屈折率の測定を行って頂いた㈱松下電器産業中央研究所瀬恒博士に深謝します。

## 参考文献

(1)例えば,T.Tamir,ed:"Integrated Optics",Springer-Verlag, Berlin(1975)
(2)栖原,西原:ｵﾌﾟﾄﾛﾆｸｽ,30,34(1984)
(3)J.M.Hammer,D.J.Channin,M.T.Duffy:Appl.Phys.Lett.,28,176 (1973)
(4)川口,足立,真鍋,東野,山崎:輻研資料RS83-16
(5)Y.Okamura,M.Watanabe,S.Yamamoto:Appl.Opt.,23,1079(1984)
(6)E.G.H.Lean,J.M.White,C.D.W.Wilkinson:Proc.IEEE,779(1976)
(7)R.J.Pressly:"HANDBOOK of LASERS with selected data on OPTICAL TECHNOLOGY",Ch.15,Chemical Rubber Co., Ohio(1971)
(8)W.Margalis,W.Shibbett:Appl.Phys.Lett.,42,975(1983)
(9)S.Larachi:"Photo-Electric Materials and Devices",Van Nostland,Princeton,245(1965)
(10)C.J.Moore,D.E.Brodie:Appl.Phys.Lett.,34,78(1979)
(11)N.Chubachi,J.Kushibiki,Y.Kikuchi:Electron.Lett.,9,193 (1973)

(12)P.K.Tien,S.Piva-Sanverno,R.J.Martin:Appl.Phys.Lett.,24,547 (1974)
(13)H.Ito,N.Uesugi,H.Inaba:Appl.Phys.Lett.,25,385(1974)
(14)C.Stanley,W.Duncan,J.A.McMurray:Appl.Phys.Lett.,24,380 (1974)
(15)D.B.Holt:Thin Solid Film,24,1(1974)
(16)佐治,岡田,石割,藤本:応用物理,49,452(1980)
(17)工藤:"基礎物性図表",P403,共立出版,東京,(1972)
(18)Y.Okamura,S.Yoshinaka,S.Yamamoto:Appl.Opt.,22,3892(1983)
(19)S.Namba:J.Opt.Soc.Am.,51,76(1961)
(20)例えば,末田:"光エレクトロニクス",8.1節,昭晃堂,東京,(1985)
(21)例えば,西原,春名,栖原:"光集積回路",P117,オーム社,東京, (1985)
(22)根上,岡村,山本:昭和59年信学光・電波全大379

輻射科学研究会資料
ＲＳ８５－１５

# 伝搬モードのパターンを利用した単一モード光線路の屈折率分布測定

森下　克己

（大阪電気通信大学　精密工学科）

１９８５年１２月１３日

於　中央電気倶楽部

# 伝搬モードのパターンを利用した単一モード光線路の屈折率分布測定

森下克己 (大阪電気通信大学)

## 1. まえがき

光線路の伝搬特性及び線路間の結合などの重要な特性は主として線路の屈折率分布の形状によって決る。従って，屈折率分布測定の有効で正確な方法を確立することは理論的及び実際的な見地から非常に重要なことである。しかしながら，単一モード光線路に対しては屈折率差や線路幅が非常に小さいために屈折率分布測定は困難となっている。

伝搬モードのニアフィールド・パターンから屈折率分布を求める方法のシミュレーション結果[1]及びその唯一性の報告[2]がなされている。また，プリズム・テーパー結合と可視ビジコンを用いて，可視光で通常の単一モードファイバの屈折率分布測定が行われている。[3][4]その他，ホトダイオード[5]~[7]や赤外ビジコン[8][9]を用いた伝搬モード・ニアフィールド法の実験結果が報告されている。また，3次元光導波路の屈折率分布測定も赤外ビジコンを用いて行われているが，その精度はあまり良くない。[8]

本報告では，軸対称導波路，3次元導波路，及び3次元異方性導波路のビジコンを用いた屈折率分布測定法について述べる。また，単一モードファイバ及び$K^+$イオン交換の3次元導波路の屈折率分布測定を行ったので，その測定結果について報告する。

## 2. 屈折率分布の導出

### 2-1 軸対称導波路

軸対称な導波路の伝搬モードの界分布から屈折率分布を求める方法を述べる。導波路は磁性を持たず，屈折率差も小さいとすると，マクスウェルの方程式は近似的にスカラ波動方程式となる。導波路の屈折率分布を$n(r)$，伝搬モードの界分布と伝搬定数を$\Phi(r)$，$\beta$とすると，$\Phi$は次式

$$\frac{1}{r}\frac{d}{dr}\left\{r\frac{d\Phi(r)}{dr}\right\}+\left\{k^2n^2(r)-\beta^2-\frac{m^2}{r^2}\right\}\Phi(r)=0 \qquad (1)$$

を満たす。ただし，$m$は周方向の量子数，$k$は真空中の波数である。この式を変形することによって界分布から屈折率分布を導出する式が次のように容易に求めることができる。

$$n^2(r)=\frac{\beta^2}{k^2}+\frac{m^2}{k^2r^2}-\frac{1}{k^2\Phi}\left\{\frac{1}{r}\frac{d}{dr}\left(r\frac{d\Phi}{dr}\right)\right\} \qquad (2)$$

屈折率の2乗の分布には定数差だけの任意性があるので[2]，クラッド部又はコア部の適当な位置の屈折率が分らなければ式(2)の右辺第1項は求まらない。しかしながら，第1項は定数であるので屈折率の2乗のクラッドからの差は一意的に求めることができる。

実際の測定においては，電磁界分布ではなく光強度分布が測定される。次に，光強度分布から直接屈折率分布を求める式を導出する。式(1)の両辺に $\Phi$ を掛けて整理すると

$$n^2(r)=\frac{\beta^2}{k^2}+\frac{m^2}{k^2r^2}-\frac{1}{k^2P}\left\{\frac{1}{2}\frac{d^2P}{dr^2}-\frac{1}{4P}\left(\frac{dP}{dr}\right)^2+\frac{1}{2r}\frac{dP}{dr}\right\} \qquad (3)$$

が得られる。ただし，$P$ は光強度分布で $P=\Phi^2$ である。$P$ は測定により直接求められる量であるから，式(3)を用いることによって屈折率分布が求まる。

## 2-2 3次元導波路

導波路は磁性を持たず，屈折率差も小さいとすると，マクスウェルの方程式は次のようなスカラ波動方程式に近似的に変形される。

$$\nabla^2\Phi(x,y)+\{k^2n^2(x,y)-\beta^2\}\Phi(x,y)=0 \qquad (4)$$

式(4)を変形すると，次のように屈折率分布を求める式が導出できる。

$$n^2(x,y)=\frac{\beta^2}{k^2}-\frac{1}{k^2\Phi}\nabla^2\Phi \qquad (5)$$

右辺第1項は未知ではあるが定数なので，屈折率の2乗の差の分布は一意的に求まる。

次に光強度分布から直接的に屈折率分布を求める式を導出する。界分布 $\Phi$ の $x$ 及び $y$ による2階の偏微分は光強度 $P$ を用いて次のように表せる。

$$\frac{\partial^2\Phi}{\partial x^2}=\frac{1}{2\Phi}\left\{\frac{\partial^2P}{\partial x^2}-\frac{1}{2P}\left(\frac{\partial P}{\partial x}\right)^2\right\} \qquad (6)$$

$$\frac{\partial^2\Phi}{\partial y^2}=\frac{1}{2\Phi}\left\{\frac{\partial^2P}{\partial y^2}-\frac{1}{2P}\left(\frac{\partial P}{\partial y}\right)^2\right\} \qquad (7)$$

式(6)，(7)を式(5)に代入すると

$$n^2(x,y)=\frac{\beta^2}{k^2}-\frac{1}{2k^2P}\left\{\nabla^2P-\frac{1}{2P}(\nabla P)^2\right\} \tag{8}$$

が得られる。式(5)又は式(8)を用いると，任意断面の屈折率分布を求めることができ，2次元的にも屈折率分布が求まる。

## 2-3 異方性導波路

導波路の媒質の屈折率が2軸異方性で，次のような場合を考える。

$$\hat{n}^2(x,y)=\begin{bmatrix} n_x^2(x,y) & n_{xy}^2(x,y) & 0 \\ n_{xy}^2(x,y) & n_y^2(x,y) & 0 \\ 0 & 0 & n_z^2(x,y) \end{bmatrix} \tag{9}$$

ただし，屈折率テンソルの非対角項は非常に小さく，$n_{xy}^2 \ll n_x^2, n_y^2, n_z^2$ であるとする。伝搬モードの電界の横方向の成分を $e_t(x,y)$，伝搬定数を $\beta$ とすると，マクスウェルの方程式より

$$(\nabla^2+k^2\hat{n}_t^2-\beta^2)e_t=\nabla\left\{\nabla\cdot e_t-\frac{1}{n_z^2}\nabla\cdot(\hat{n}_t^2\cdot e_t)\right\} \tag{10}$$

が求まる。ただし，

$$\hat{n}_t^2=\begin{bmatrix} n_x^2 & n_{xy}^2 \\ n_{xy}^2 & n_y^2 \end{bmatrix} \tag{11}$$

である。導波路の屈折率差が小さいならば，式(10)は近似的に

$$\nabla^2 e_t+(k^2\hat{n}_t^2-\beta^2)e_t=0 \tag{12}$$

となる。電界を $x$ 及び $y$ 方向の成分に分けて表現し

$$e_t=\phi_x\mathring{i}_x+\phi_y\mathring{i}_y \tag{13}$$

式(13)を式(12)に代入すると

$$\nabla^2\phi_x+k^2(n_x^2\phi_x+n_{xy}^2\phi_y)-\beta^2\phi_x=0 \tag{14}$$

$$\nabla^2\phi_y+k^2(n_y^2\phi_y+n_{xy}^2\phi_x)-\beta^2\phi_y=0 \tag{15}$$

が得られる。屈折率テンソルの非対角項が小さいことから，式(14)，(15)は近似的に次式のようになる。

$$\nabla^2\Phi_\alpha + (k^2 n_\alpha^2 - \beta^2)\Phi_\alpha = 0 \qquad (16)$$

ただし，$\alpha = x$ 又は $y$ である。式(16)は式(4)と同じ形であるので，式(5)と式(8)を求める場合と同様にして，屈折率分布を求める式が次のように導出される。

$$n_\alpha^2(x,y) = \frac{\beta^2}{k^2} - \frac{1}{k^2\Phi_\alpha}\nabla^2\Phi_\alpha \qquad (17)$$

$$n_\alpha^2(x,y) = \frac{\beta^2}{k^2} - \frac{1}{2k^2P_\alpha}\left\{\nabla^2 P_\alpha - \frac{1}{2P_\alpha}(\nabla P_\alpha)^2\right\} \qquad (18)$$

ただし，$P_\alpha = \Phi_\alpha^2$ である。式(17)，(18)を用いると，任意断面の異方性導波路の屈折率分布を求めることができる。

## 3. 実験装置

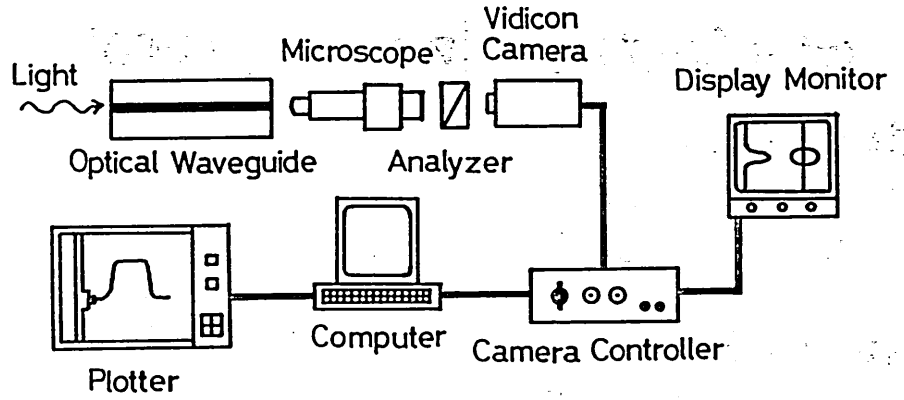



図1　屈折率分布測定システム

図1は屈折率分布測定システムの概略図である。光導波路に単一のモードのみを励振し，そのモードのニアフィールド・パターンを顕微鏡で拡大し，ビジコンカメラで光強度分布の測定を行う。その測定データをもとにして，2章で求めた式を用いて屈折率分布を導出する。異方性導波路の屈折率分布を求める場合には，偏光された光のニアフィールド・パターンを測定する必要がある。出射端において偏光されたモードが分離されていない場合には，顕微鏡とビジコンの間に検光子を入れる必要がある。本測定システムの分解能はビジコンではなく顕微鏡の対物レンズにより制限を受ける。

可視光の場合は可視ビジコン，赤外の場合は赤外ビジコンを用いて光強度分布の測定を行う。可視ビジコンは直線性は良いが，赤外ビジコンは直線性

が悪く使用するにあたっては非直線性の補正を行う必要がある。図2は使用した赤外ビジコンの光電変換特性の測定結果である。横軸は単一モード光ファイバからの出射電力，縦軸は赤外ビジコンからの光強度分布のピーク値の出力と無照射時の出力との差を表す。この図より赤外ビジコンからの出力 $V$ と光強度 $P$ との関係は次式で表されるのが分る。

$$P = AV^{1/\gamma} \qquad A: \text{定数} \tag{19}$$

式(19)を用いると赤外ビジコンの出力 $V$ から光強度 $P$ を求めることができる。$\gamma$ の値は受光面の位置により ±0.01 程度の変動があり[12]，比屈折率差で約 ∓0.008% の変化をもたらす。

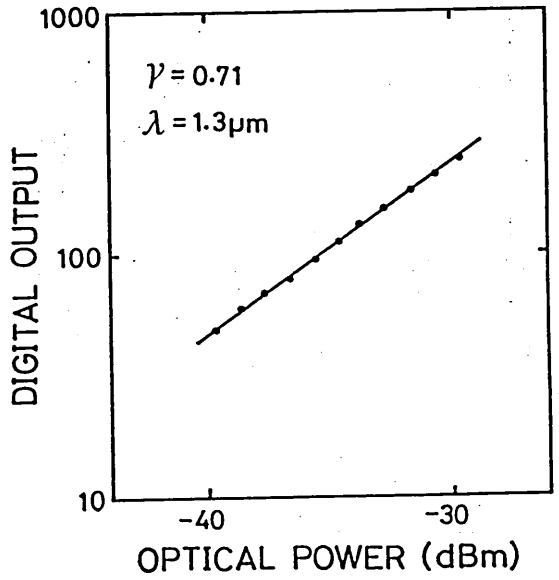



図2　赤外ビジコンの光電変換特性

## 4. 屈折率分布測定

### 4-1 軸対称導波路の屈折率分布測定

図3は単一モードファイバの基本モードのニアフィールド・パターンと屈折率分布の測定結果である。光源としては発振波長 1.3μm の安定化された半導体レーザを用いた。ニアフィールド・パターンは対物レンズ（60倍，NA = 0.8）を用いて拡大され，赤外ビジコン上に結像されている。対物レンズの空間分解能は使用波長 1.3μm で約 1μm である。[10] 光強度分布はコア中心を通る直線上で測定されており，その測定間隔は 0.1μm である。光強度分布は3次曲線と 15 のデータを用いた局所的最小2乗法によって平滑化を行い，S/N比の改善及び数値微分による誤差を減少させている。屈折率

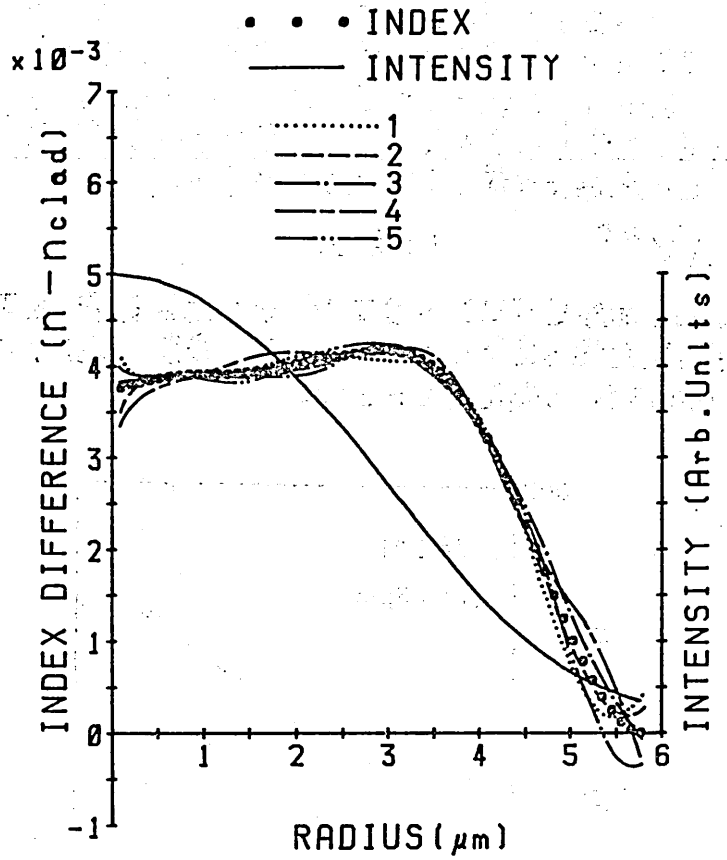



図3　単一モードファイバの屈折率分布測定

分布は平滑化された強度分布から，式(3)を用いて計算により求めた。

光強度分布は256回加算平均することによって測定し雑音の影響を減少させている。さらに，ビジコンの受光面上の感度むらの影響を取り除くために，受光面上の異なった5つの位置で光強度分布を測定している。この5つのデータの平均値から屈折率分布を求めた。線1～5はそれぞれ光強度分布の平均値から求めた屈折率分布である。実線は測定された25個の光強度分布を平均したものである。その平均化された光強度分布をもとにして導出した屈折率分布が黒丸で印を付けて示してある。半径5～6 μm付近において屈折率分布の誤差が大きくなっているが，光強度の弱い部分（クラッド付近）のS/N比の悪さが原因である。このように伝搬モード・ニアフィールド法では，光強度の弱い部分（クラッド付近）での誤差が大きくなることが分る。

次に，光強度分布を2次元的に測定し，そのデータを用いて屈折率分布の導出を行う。光強度分布は間隔が0.2μmの格子上の点で2次元的に測定されている。McCaughan等の方法では差分を用いているために誤差が大きくなっていたと思われるが[8]，本報告では2次曲面による局所的な最小2乗法

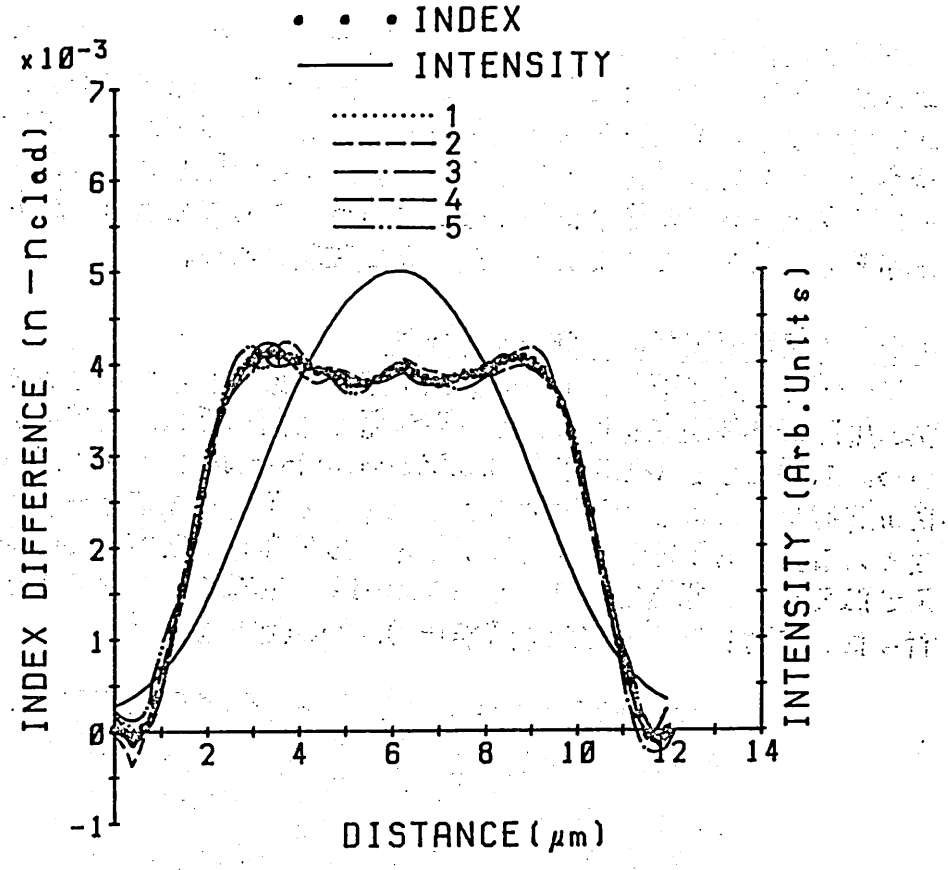



図4　単一モードファイバの屈折率分布断面

を用いて平滑化を行い，S/N比の改善及び数値微分による誤差を減少させている。(付録)平滑化したデータ及び微分値を求めるのに81個の測定データを用いている。

図4は光強度分布の2次元的な測定データをもとにして求めた屈折率分布である。測定した単一モードファイバは図3で示したものと同じファイバである。線1~5で示された屈折率分布は，それぞれ5つの測定された光強度分布の平均値から式(5)を用いて求めたものである。実線は測定された25個の光強度分布を平均したものである。この平均化されたデータをもとにして求めた屈折率分布が黒丸で印をつけて示してある。図3と比較して分るように，2次元的に光強度分布を測定する方が測定誤差が僅かに少なくなっている。その原因としては，多くの測定データを用いて2次元的に平滑化を行っているために，平滑化によるS/N比の改善及び数値微分誤差の減少の効果が大きくなっていることが考えられる。この方法で屈折率分布を求めると，任意の直線上の屈折率分布が求まるので，3次元導波路の屈折率分布を2次元的に求めることができる。

測定された屈折率分布をもとにして計算により求めた $LP_{11}$ モードの理論上のカットオフ波長は 1.26 μm であった。一方，曲げ損失法により測定された実効カットオフ波長は 1.20 μmであった。[11] 実効カットオフ波長と屈折率分布より求めた理論カットオフ波長とはよく一致しており，しかも実効カットオフ波長の方が僅かに短くなっている。このことより，屈折率分布はほぼ精度よく求まっているのではないかと推測される。

4-2 3次元導波路の屈折率分布測定

ソーダガラス基板上に $K^+$ の選択イオン交換によって作られた3次元導波路の屈折率分布測定を行う。この導波路には薄い $SiO_2$ スパッタ膜が付いている。光源としては発振波長 0.6328μm の He-Ne レーザを用い，倍率が10倍の対物レンズにより集光することによってTEの基本モードのみを励振させている。このTEモードのニアフィールド分布を倍率が60倍の対物レンズで拡大して，可視ビジコン（C1000-12，浜松ホトニクス）により測定を行った。対物レンズの空間分解能は 0.48μmである。[10]

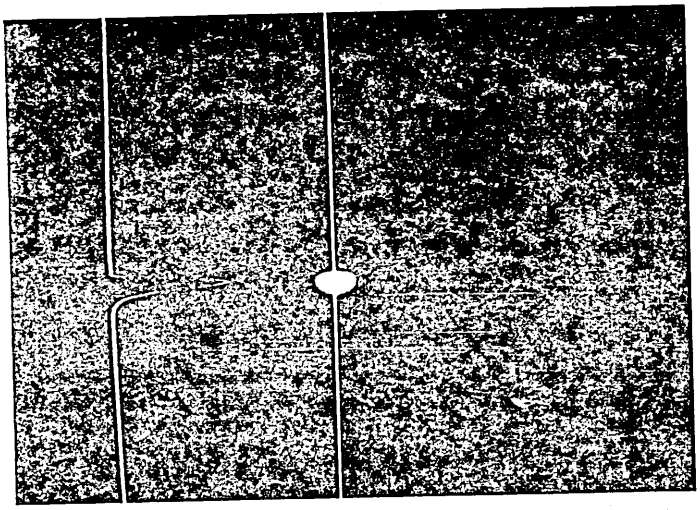


図5 TE基本モードのニアフィールド分布

図5は可視ビジコンにより撮影されたニアフィールドパターンである。この可視ビジコンは直線性のよい超高感度TVカメラである。光強度分布は間隔が 0.1μmの格子上の点で2次元的に測定されている。下の方がソーダガラス基板である。

図6は $K^+$ イオン交換導波路の屈折率分布測定結果である。屈折率は基板表面より垂直に測定されている。番号 1~3を付けられている屈折率分布は，5つの測定された光強度分布の平均値から式(5)を用いて求めたものである。実線は測定された 15 個の光強度分布を平均したものである。この平均化さ

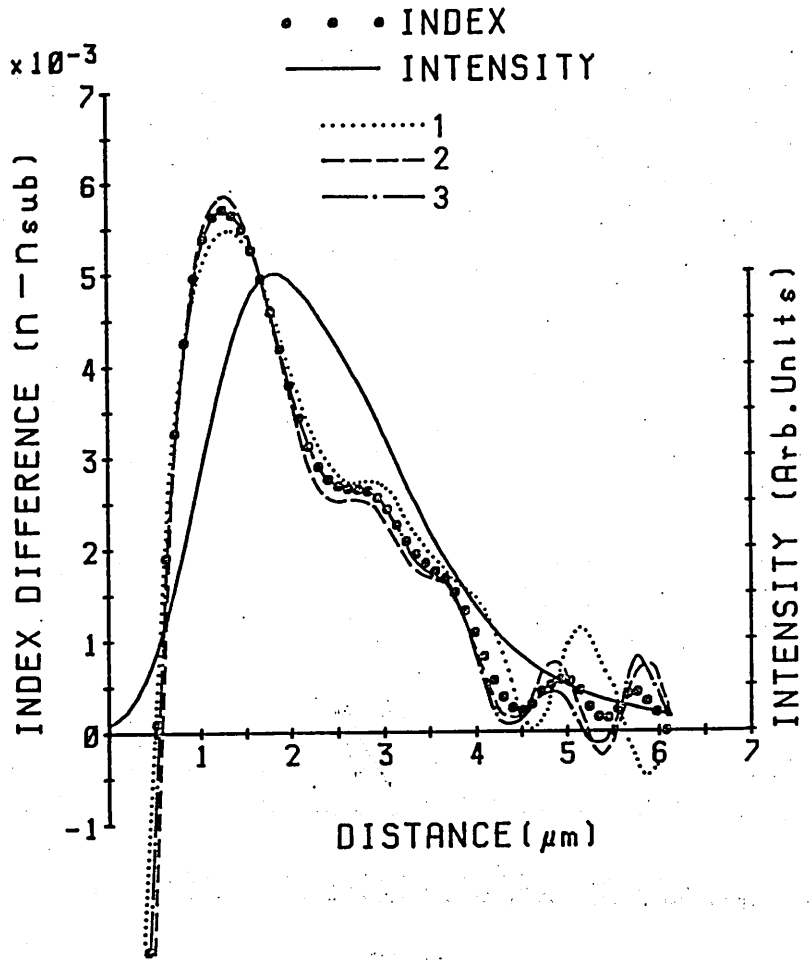



図6　$K^+$イオン交換導波路の屈折率分布測定

れたデータをもとにして求めた屈折率分布が黒丸によって示されている。

図6から明らかなように，基板領域における光強度分布は非常に弱く，そこでの屈折率分布の誤差は大きくなっている。光強度分布の測定回数を多くすればより精度の良い結果が得られるものと考えられる。平滑化はS/N比の改善や数値微分誤差減少の効果はあるが，分解能を悪くするので適度に行うことが大切である。

## 5. まとめ

単一モードファイバ及び $K^+$ イオン交換の3次元導波路の屈折率分布が伝搬モード・ニアフィールド法によって測定された。また，この測定法は異方性の3次元導波路にも適用が可能であることが示された。

赤外ビジコンの光電変換特性を測定し，非直線性に対する感度補正を行った。このことにより，赤外領域で設計された単一モード光導路の屈折率分布測定も行えるようになった。

ビジコンの感度むらのために，測定された光強度分布を平均化することによって屈折率分布の精度を向上させている。実際的な見地からは，感度むらの補正をすることによって精度良く光強度分布を測定する必要がある。また，2次元的に光強度データを測定する方が雑音や感度むらの影響を受けにくく精度良く屈折率分布が求まることが分った。

今後は，伝搬モード・ニアフィールド法を用いて3次元異方性導波路の屈折率分布測定を行う予定である。


## 謝辞

赤外ビジコンの感度補正に対する助言及び光ファイバや貴重なデータをいただきましたNTTの北山研一，大橋正治，住友電気工業の名苅谷徹の各氏に，また，3次元導波路を提供して下さった大阪大学の春名正光氏に深謝致します。

本研究の一部は文部省科学研究費の援助を受けて行われた。


## 文献


(1) K.Morishita,"Determination of single-mode fiber refractive index profiles by a propagation mode near-field scanning technique," in Proc. Int. Symp. Optical Waveguide Sciences, Kweilin, China, pp.101-107, June 1983.

(2) K.Morishita,"Refractive-index-profile determination of single-mode optical fibers by a propagation-mode near-field scanning technique," IEEE J. Lightwave Technol., vol.LT-1, no.3, pp.445-449, Sept. 1983.

(3) K.Morishita,"Refractive-index profile measurement of single-mode optical fibers by the propagation-mode near-field method," J. China Inst. Commun., vol.6, no.1, pp.52-59, Jan. 1985.

(4) K.Morishita,"Measurement of refractive-index profile of single-mode optical fibers by the propagation-mode near-field method," IEEE J. Lightwave Technol., vol.LT-3, no.2, pp.244-

247, April 1985.

(5) G.Coppa, P.Di Vita, and U.Rossi,"Characterisation of single-mode fibres by near-field measurement," Electron. Lett., vol.19, no.8, pp.293-294, April 1983.

(6) G.Coppa, P.Di Vita, and U.Rossi,"Processing of near-field intensity measurements in optical fibres," in Proc. Int. Symp. Optical Waveguide Sciences, Kweilin, China, pp.207-212, June 1983.

(7) G.Coppa, P.Di Vita, and U.Rossi,"A simple technique for the measurement of the refractive-index profile in monomode fibres," in Tech. Dig. 1983 Int. Conf. Integrated Optics and Optical Fiber Communication, Tokyo, Japan, pp.38-39, June 1983.

(8) L.McCaughan and E.E.Bergmann,"Index distribution of optical waveguides from their mode profile," IEEE J. Lightwave Technol., vol.LT-1, no.1, pp.241-244, March 1983.

(9) K.Morishita,"Refractive-index profile measurement of single-mode fibers by the propagation-mode near-field method using an infrared vidicon," in Proc. Sino-Japanese Joint Meeting on Optical Fiber Science and Electromagnetic Theory, Beijing, China, pp.91-95, May 1985.

(10)M.Born and E.Wolf, Principles of Optics, Sixth ed., Oxford, England: Pergamon, 1983, pp.418-424.

(11)茗荷谷徹氏(住友電気工業)より入手

(12)大橋,北山,青海,"NFP法によるスポットサイズの測定",信学技報, OQE84-13, 1984年5月.

## 付録

2次曲面を用いた局所的最小2乗法について述べる。標本点$(x_i, y_j)$が等間隔 $h$ で2次元的に並んでいる。各点での観測値を$z_{ij}$, 真値を$F(x_i, y_j)$とする。伝搬モードのニアフィールドパターンは比較的ゆるやかに変化するので,ここでは局所的には2次曲面であるとする。

$$F(x,y) = a + bx + cy + dx^2 + exy + fy^2 \qquad (A1)$$

$(2n+1)(2n+1)$個の観測値に対する2次曲面との差の2乗の和 $E$ は

$$E = \sum_{i=-n}^{n} \sum_{j=-n}^{n} \left\{ z_{ij} - (a + bx_i + cy_j + dx_i^2 + ex_iy_j + fy_j^2) \right\}^2 \qquad (A2)$$

となる。点 $(x_0, y_0)$ を原点としても一般性を失わないので

$$x_i = ih \qquad y_j = jh \qquad (A3)$$

と置く。Eが最小となるように各係数を決めると

$$a = \frac{(14n^2+14n-3)(\Sigma\Sigma z_{ij}) - 15\{(\Sigma\Sigma i^2 z_{ij}) + (\Sigma\Sigma j^2 z_{ij})\}}{(2n-1)(2n+1)^2(2n+3)} \qquad (A4)$$

$$b = \frac{3(\Sigma\Sigma i z_{ij})}{n(n+1)(2n+1)^2}\frac{1}{h} \qquad (A5)$$

$$c = \frac{3(\Sigma\Sigma j z_{ij})}{n(n+1)(2n+1)^2}\frac{1}{h} \qquad (A6)$$

$$d = \frac{15\{3(\Sigma\Sigma i^2 z_{ij}) - n(n+1)(\Sigma\Sigma z_{ij})\}}{n(n+1)(2n-1)(2n+1)^2(2n+3)}\frac{1}{h^2} \qquad (A7)$$

$$e = \frac{9(\Sigma\Sigma ij z_{ij})}{n^2(n+1)^2(2n+1)^2}\frac{1}{h^2} \qquad (A8)$$

$$f = \frac{15\{3(\Sigma\Sigma j^2 z_{ij}) - n(n+1)(\Sigma\Sigma z_{ij})\}}{n(n+1)(2n-1)(2n+1)^2(2n+3)}\frac{1}{h^2} \qquad (A9)$$

となる。従って，原点における値及び微分値は次のように与えられる。

$$F(0,0) = a \qquad (A10)$$

$$\left.\frac{\partial F}{\partial x}\right|_{\substack{x=0\\y=0}} = b \qquad (A11)$$

$$\left.\frac{\partial^2 F}{\partial x^2}\right|_{\substack{x=0\\y=0}} = 2d \qquad (A12)$$

$$\left.\frac{\partial F}{\partial y}\right|_{\substack{x=0\\y=0}} = c \qquad (A13)$$

$$\left.\frac{\partial^2 F}{\partial y^2}\right|_{\substack{x=0\\y=0}} = 2f \qquad (A14)$$

輻射科学研究会資料
RS 85－16

# ランダム円筒面による波動散乱

小倉久直　中山寛

京都工芸繊維大学　工芸学部　電子工学教室

昭和60年 12月13日

輻射科学研究会

# ランダム円筒面による波動散乱

小倉久直　中山寛

（京都工芸繊維大学　工芸学部　電子工学教室）

## 1. まえがき

前報告[1,2]では一様なランダム球面，すなわち統計的性質が任意の回転で不変な球面，によるスカラ波の散乱問題の定式化を回転群の確率表現[3,4]を利用して行い，散乱波のコヒーレント振幅，コヒーレント散乱角度分布，インコヒーレント散乱角度分布，電力流保存則，光学定理などの表式を与えた。更にDirichletおよびNeumann境界をもつ球面が僅かに粗な場合の波動場の近似解を単一散乱近似により求め，Mie散乱に相当するパラメタに対する具体的な数値結果を与えた。これらの問題は天体，宇宙空間の微粒子，変形した雨滴などによる光・電波の散乱に関係する実際的な必要から行ったものであるが，確率的な散乱理論それ自身としても興味深いものである。3次元ランダム球面による散乱は複雑なためか今まで取扱われていないがこの問題は球面上の一様な確率場のスペクトル表現[5,6]および波動場を記述する確率球関数の理論[3,4]を適用することにより統一的に見易い形に定式化することができる。しかしながら，回転群の表現論は原子核，素粒子以外の分野では応用されることが少いために工学の分野ではなじみがうすく，また数値計算自身はかなり複雑さを伴うのでこの問題に関して初めて得られる結果のチェックが難しく，これと比較しうる別種の解析または実験結果があることがのぞましい。その意味も含めてここでは2次元空間の球つまり円筒面による散乱を取扱う。ランダム円筒面による散乱問題は実際的な問題ではなく，解析の必要性も現在のところない様であるが，理論的には3次元ランダム球面の散乱問題に比してはるかに簡単で回転群の知識は必要とせず，上記の理論の思想を以前行ったランダム平面による散乱理論[7]を変形して組合せれば容易に定式化でき，計算結果も多重散乱も含め比較的容易に求めることができるものである。本報告ではその様な意図のもとに2次元波動散乱問題としてランダム円筒面（以下では単にランダム円とよぶ）をとりあげることにする。

## 2. 円上の一様確率場

同(筒) $S_2$ $(0 \leq \theta < 2\pi)$ の一様確率場を

$$r = f(\theta, \omega), \quad \langle f(\theta,\omega) \rangle = 0 \qquad 0 \leq \theta \leq 2\pi \qquad (1)$$

とおく。$\omega \in \Omega$ は見本空間 $\Omega$ 上の見本点，$\langle\ \rangle$ は平均を表す。円上の一様確率場に対して保測変換群 $T^\varphi$ $(\varphi : \mathrm{mod}\ 2\pi)$ があって

$$f(\theta,\omega) = f(0, T^\theta \omega) \equiv f(T^\theta \omega), \quad f(\omega) \equiv f(0,\omega) \qquad (2)$$

$$T^{\alpha_1}T^{\alpha_2}=T^{\alpha_1+\alpha_2},\ [T^{\alpha}]^{-1}=T^{-\alpha},\ T^{0}=1,\ (\theta:\mathrm{mod}\,2\pi) \tag{3}$$

と書ける。$T^{\varphi}$は(3)により円上の加法群の表現になる。

円上の確率場$\psi(\theta,\omega)$の移動変換$D^{\alpha}$を

$$D^{\alpha}\psi(\theta,\omega)\equiv\psi(\theta+\alpha,T^{-\alpha}\omega),\quad \mathrm{mod}\,2\pi \tag{4}$$

$$D^{\alpha_1}D^{\alpha_2}=D^{\alpha_1+\alpha_2},\ [D^{\alpha}]^{-1}=D^{-\alpha},\ D^{0}=1,\quad \mathrm{mod}\,2\pi \tag{5}$$

で定義する。$D^{\alpha}$は(5)により円上の加法群の1つの表現になる。

さて$D^{\alpha}$不変な確率場$u(\theta,\omega)$は1つの一様確率場である。すなわち

$$D^{\alpha}u(\theta,\omega)\equiv u(\theta+\alpha,T^{-\alpha}\omega)=u(\theta,\omega) \tag{6}$$

$$u(\theta,\omega)=u(T^{\theta}\omega),\quad u(\omega)\equiv u(0,\omega) \tag{7}$$

(2)は(7)と同形である。$D^{\alpha}$の1次元表現(指標$e^{im\alpha}$)を与える確率場は

$$D^{\alpha}\phi_m(\theta,\omega)\equiv\phi_m(\theta+\alpha,T^{-\alpha}\omega)=e^{im\alpha}\phi_m(\theta,\omega),\quad \mathrm{mod}\,2\pi \tag{8}$$

$$\phi_m(\theta,\omega)=e^{im\theta}u_m(T^{\theta}\omega)\qquad m=0,\pm1,\pm2,\cdots \tag{9}$$

で(9)の形をもつ。一般に円上の確率場$\psi(\theta,\omega)$は(9)の和に分解する:

$$\psi(\theta,\omega)=\sum_{m=-\infty}^{\infty}e^{im\theta}u_m(T^{\theta}\omega),\quad u_m(T^{\theta}\omega)=\frac{1}{2\pi}\int_{-\pi}^{\pi}e^{-im\alpha}D_{\alpha}\psi(\theta,\omega)d\alpha \tag{10}$$

円上の一様確率場$f(\theta,\omega)\equiv f(T^{\theta}\omega)$は次のスペクトル表現をもつ:

$$f(\theta,\omega)\equiv f(T^{\theta}\omega)=\sum_{n=-\infty}^{\infty}e^{in\theta}F_nB_n(\omega),\quad \mathrm{mod}\,2\pi \tag{11}$$

$$F_nB_n(\omega)=\frac{1}{2\pi}\int_{-\pi}^{\pi}e^{-in\theta}f(T^{\theta}\omega)\,d\theta \tag{12}$$

$$\langle B_n(\omega)\rangle=0,\quad \langle\overline{B_n(\omega)}B_m(\omega)\rangle=\delta_{nm} \tag{13}$$

$$R(\theta)\equiv\langle\overline{f(\omega)}f(T^{\theta}\omega)\rangle=\sum_{n=-\infty}^{\infty}e^{in\theta}|F_n|^2 \tag{14}$$

$R(\theta)$は相関関数で,$|F_n|^2$は電力スペクトルに相当する。$B_n$は平均値0の無相関な複素確率変数である。(11)(12)より$B_n(\omega)$は$D^{\alpha}$または$T^{-\alpha}$のもとで

$$D^{\alpha}B_n(\omega)\equiv B_n(T^{-\alpha}\omega)=e^{-in\alpha}B_n(\omega) \tag{15}$$

の様に変換される。

## 3. 一様ランダム円筒面による散乱

<u>一様なランダム円筒面</u>　平均半径$a$の円上の一様な確率場を

$$r=a+f(T^{\theta}\omega),\quad \langle f(T^{\theta}\omega)\rangle=0 \tag{16}$$

で表す。$f(T^{\theta}\omega)$は(11)-(14)のスペクトル表現をもち,$B_n(\omega)$は(13)の性質をもつ独立なGauss確率変数とする。分散$\sigma^2$を表面粗さのパラメタとする:

$$\sigma^2\equiv R(0)\equiv\langle|f(\omega)|^2\rangle=\sum_{n=-\infty}^{\infty}|F_n|^2 \tag{17}$$

<u>波動方程式と境界条件</u>

$$(\nabla^2+k^2)\psi(kr,\theta,\omega)=0\quad(\nabla^2:\text{2次元Laplacian}) \tag{18}$$

$$\psi(kr,\theta,\omega)=0\ ;\quad r=a+f(\theta,\omega)\ ,\ (\text{Dirichlet}) \tag{19}$$

$$\partial\psi(kr,\theta,\omega)/\partial n=0\ ;\quad r=a+f(\theta,\omega)\quad(\text{Neumann}) \tag{20}$$

とおく．$\partial/\partial n$はランダム表面の法線微分を表す。

ランダム円上の近似的境界条件　(19),(20)を$r=a$上の近似条件で表す：

$$\left[\psi + f\frac{\partial\psi}{\partial r}\right]_{r=a} = 0 \qquad \text{(Dirichlet)} \tag{21}$$

$$\left[\frac{\partial\psi}{\partial r} - \frac{1}{r^2}\frac{\partial f}{\partial\theta}\frac{\partial\psi}{\partial\theta} + f\frac{\partial^2\psi}{\partial r^2}\right]_{r=a} = 0 \tag{22}$$

平面波の円筒波展開　波数ベクトル$k$の平面波の円筒波による展開は

$$e^{ik\cdot r} = \sum_{m=-\infty}^{\infty} i^m J_m(kr) e^{im(\theta-\alpha)}, \quad r\equiv(r,\theta),\ k=(k,\alpha) \tag{23}$$

したがって平面波散乱の解は円筒波$J_m(kr)e^{im\theta}$の散乱解を合成すればよい。

無摂動場（1次波）　$\sigma^2=0$（平滑円筒）の場合，円筒波入射に対する散乱波動場は

$$\psi_m^0(kr,\theta) = [J_m(kr) + ie^{i\delta_m}\sin\delta_m H_m^{(1)}(kr)]e^{im\theta} \tag{24}$$

$$= \frac{1}{2}[H_m^{(2)}(kr) + e^{2i\delta_m}H_m^{(1)}(kr)]e^{im\theta} \tag{25}$$

$$ie^{i\delta_m}\sin\delta_m \equiv -J_m(ka)/H_m^{(1)}(ka) \qquad \text{(Dirichlet)} \tag{26}$$

$$\equiv -J_m'(ka)/H_m^{(1)\prime}(ka) \qquad \text{(Neumann)} \tag{27}$$

(25)の第1項が入射円筒波，第2項が散乱波，$\delta_m$はphase shiftを表す。円筒波$\psi_m(kr,\theta)$（$\omega$に依らない）は移動(回転)変換$D^\alpha$のもとで

$$D^\alpha\psi_m^0(kr,\theta) \equiv \psi_m^0(kr,\theta+\alpha) = e^{im\alpha}\psi_m^0(kr,\theta) \tag{28}$$

の変換をうける，すなわち固有値（群指標）$e^{im\alpha}$の固有関数(既約表現の基底)であることに注意する。

摂動場（2次波）　$\sigma^2\neq0$（ランダム円筒面）の場合，円筒波入射に対する全波動場を

$$\psi_m(kr,\theta,\omega) = \psi_m^0(kr,\theta) + \psi_m^s(kr,\theta,\omega) \tag{29}$$

で表す。波動方程式(18)および境界条件(19)(20)を与える一様ランダム円筒面(16)は(6)によりいずれも$D^\alpha$不変である。したがって摂動場$\psi_m^s$は変換$D^\alpha$に対し無摂動場の変換(28)と同じ変換をうける：

$$D^\alpha\psi_m^s(kr,\theta,\varphi) \equiv \psi_m^s(kr,\theta+\alpha,T^{-\alpha}\omega) = e^{im\alpha}\psi_m^s(kr,\theta,\omega) \tag{30}$$

摂動場のWiener-Hermite展開　摂動場はGaussランダム円筒面(16)の非線形汎関数である。これを複素Gauss確率変数$B_n(\omega)$のWiener-Hermite展開[1]で表そう。波動方程式(18)を満たす外向波でかつ(30)の変換性をもつ展開は

$$\psi_m^s(kr,\theta,\omega)$$

$$= \sum_{n=0}^{\infty}\sum_{j_1=-\infty}^{\infty}\cdots\sum_{j_n=-\infty}^{\infty} A_m^n(j_1,\cdots,j_n) H_{m+j_1+\cdots+j_n}^{(1)}(kr) e^{i(m+j_1+\cdots+j_n)\theta} \hat{H}_n(B_{j_1},\cdots,B_{j_n}) \tag{31}$$

$$= A_m^0 H_m(kr)e^{im\theta} + \sum_{j=-\infty}^{\infty} A_m^1(j) H_{m+j}^{(1)}(kr) e^{i(m+j)\theta} \hat{H}_1(B_j) +$$

$$+\sum_{j_1=-\infty}^{\infty}\sum_{j_2=-\infty}^{\infty} A_m^2(j_1,j_2)\,H^{(1)}_{m+j_1+j_2}(kr)\,e^{i(m+j_1+j_2)\theta}\,\hat{H}_2(B_{j_1},B_{j_2})+\cdots \tag{32}$$

の形をもつ。ここに $A_m^n(j_1,\cdots,j_n)$ は展開係数(W-H係数)，$\hat{H}_n(x_{j_1},\cdots,x_{j_n})$ は $n$ 変数複素 Hermite 多項式で，低次のものを2，3示せば，

$$\hat{H}_0=1,\quad \hat{H}_1(x)=x,\quad \hat{H}_2(x_{j_1},x_{j_2})=x_{j_1}x_{j_2}-\delta_{j_1-j_2},\quad\cdots \tag{33}$$

である。展開(32)の第1項は平均値(コヒーレント)部分，第2項以下は平均値0(インコヒーレント)部分 $\psi_m^{ic}$ を表す。$\hat{H}_n(B_{j_1},\cdots,B_{j_n})$ の変換則は

$$D^\alpha\hat{H}_n(B_{j_1},\cdots,B_{j_n})=e^{-i(j_1+\cdots+j_n)\alpha}\hat{H}_n(B_{j_1},\cdots,B_{j_n}) \tag{34}$$

であるから，W-H展開(31)の $n$ 次の項 $(n=0,1,2,\cdots)$

$$\phi_m^n(kr,\theta,\omega)\equiv H^{(1)}_{m+j_1+\cdots+j_n}(kr)\,e^{i(m+j_1+\cdots+j_n)\theta}\hat{H}_n(B_{j_1},\cdots,B_{j_n}) \tag{35}$$

は波動方程式を満たす外向円筒波でかつ変換性(8)または(30)と同じく

$$D^\alpha\phi_m^n(kr,\theta,\omega)=e^{im\alpha}\phi_m^n(kr,\theta,\omega) \tag{36}$$

の変換性をもつことは明らかである。

<u>円筒波入射の散乱波動場</u>　以上により円筒波入射の全波動場 $\psi_m$ は

$$\psi_m(kr,\theta,\omega)=\psi_m^o(kr,\theta)+\psi_m^s(kr,\theta,\omega) \tag{37}$$
$$=\psi_m^c(kr,\theta)+\psi_m^{ic}(kr,\theta,\omega),\quad\langle\psi_m^{ic}\rangle=0$$

$$\psi_m^c(kr,\theta)\equiv[J_m(kr)+\alpha_m H_m^{(1)}(kr)]e^{im\theta} \tag{38}$$

$$\alpha_m\equiv ie^{i\delta_m}\sin\delta_m+A_m^o\quad(\text{コヒーレント散乱係数}) \tag{39}$$

$$\psi_m^{ic}(kr,\theta,\omega)=\sum_{n=1}^{\infty}\sum_{j_1}\cdots\sum_{j_n}A_m^n(j_1,\cdots,j_n)\phi_m^n(kr,\theta,\omega) \tag{40}$$

の形に書ける。$\psi_m^c$ はコヒーレント，$\psi_m^{ic}$ はインコヒーレント部分を表す。

<u>平面波入射の散乱波動場</u>　波数ベクトル $k=(k,\alpha)$ の平面波入射に対する全波動場 $\psi$ は(23)に従って $\psi_m$ を $m$ につき合成すればえられる：

$$\psi(kr,\theta,\omega)=\psi^o(kr,\theta)+\psi^s(kr,\theta,\omega) \tag{41}$$
$$=\psi^c(kr,\theta)+\psi^{ic}(kr,\theta,\omega),\quad\langle\psi^{ic}\rangle=0 \tag{42}$$

$$\psi^c(kr,\theta)=\sum_{m=-\infty}^{\infty}i^m\psi_m^c(kr,\theta)e^{-im\alpha} \tag{43}$$
$$=\sum_{m=-\infty}^{\infty}i^m[J_m(kr)+\alpha_m H_m^{(1)}(kr)]e^{im(\theta-\alpha)} \tag{44}$$

$$\psi^{ic}(kr,\theta,\omega)=\sum_{m=-\infty}^{\infty}i^m\psi_m^{ic}(kr,\theta,\omega)e^{-im\alpha} \tag{45}$$
$$=\sum_{m=-\infty}^{\infty}\sum_{n=1}^{\infty}\sum_{j_1}\cdots\sum_{j_n}i^m A_m^n(j_1,\cdots,j_n)\phi_m^n(kr,\theta,\omega)e^{-im\alpha} \tag{46}$$
$$=\sum_{m=-\infty}^{\infty}i^m e^{-im\alpha}\Big[\sum_j A_m^1(j)H^{(1)}_{m+j}(kr)e^{i(m+j)\theta}\hat{H}_1(B_j)$$
$$+\sum_{j_1}\sum_{j_2}A_m^2(j_1,j_2)H^{(1)}_{m+j_1+j_2}(kr)e^{i(m+j_1+j_2)\theta}\hat{H}_2(B_{j_1},B_{j_2})+\cdots\Big]$$

## 4 ランダム円筒面による散乱波動場の統計量

**コヒーレント散乱振幅** 以下一般性を失うことなく入射方向はz軸方向，$\alpha=0$ととっておく。(44)より入射波を除いたコヒーレント散乱波 $\psi_s^c(kr,\theta)$ の $r\to\infty$ での漸近形は

$$\psi_s^c(kr,\theta)=\sum_{m=-\infty}^{\infty} i^m\alpha_m H_m^{(1)}(kr)e^{im\theta} \tag{48}$$

$$\sim\sqrt{\frac{2}{\pi kr}}\,e^{i(kr-\frac{1}{4}\pi)}\sum_{m=-\infty}^{\infty}\alpha_m e^{im\theta}\equiv\frac{e^{ikr}}{\sqrt{r}}\,\Phi(\theta) \tag{49}$$

$$\Phi(\theta)\equiv\sqrt{\frac{2}{k\pi i}}\sum_{m=-\infty}^{\infty}\alpha_m e^{im\theta},\quad \alpha_m\equiv ie^{i\delta_m}\sin\delta_m+A_m^o \tag{50}$$

の形に書ける。$\Phi(\theta)$ をコヒーレント散乱振幅とよぶ。

**全コヒーレント電力流** $\psi_s^c$ による全電力流を $r\to\infty$ で評価すれば

$$S_c=\lim_{r\to\infty}\frac{r}{k}\int_0^{2\pi}\mathcal{J}_m\left[\overline{\psi^c}\frac{\partial\psi^c}{\partial r}\right]d\theta=\frac{1}{k}\sum_{m=-\infty}^{\infty}(-1+|1+2\alpha_m|^2) \tag{51}$$

$$=\frac{4}{k}\sum_{m=-\infty}^{\infty}(\mathrm{Re}\,\alpha_m+|\alpha_m|^2) \tag{52}$$

**全インコヒーレント電力流** $\psi^{ic}$ による電力流は確率1で一定で，したがってその平均値に等しい：

$$\sigma_{ic}=\lim_{r\to\infty}\frac{r}{k}\int_0^{2\pi}\mathcal{J}_m\left\langle\overline{\psi^{ic}}\frac{\partial\psi^{ic}}{\partial r}\right\rangle d\theta \tag{53}$$

$$=\frac{4}{k}\sum_{m=-\infty}^{\infty}\sum_{n=1}^{\infty}n!\sum_{j_1}\cdots\sum_{j_n}|A_m^n(j_1,\cdots,j_n)|^2 \tag{54}$$

$$=\frac{4}{k}\sum_{m=-\infty}^{\infty}\left[\sum_{j=-\infty}^{\infty}|A_m^1(j)|^2+2\sum_{j_1=-\infty}^{\infty}\sum_{j_2=-\infty}^{\infty}|A_m^2(j_1,j_2)|^2+\cdots\right] \tag{55}$$

**電力流保存則** 円筒面を包む半径 $r$ の領域にGauss定理を適用すれば，電力流保存則 $S_c+\sigma_{ic}=0$ が確率1で成立つ：すなわち

$$\frac{4}{k}\sum_{m=-\infty}^{\infty}\left[\mathrm{Re}\,\alpha_m+|\alpha_m|^2+\sum_{n=1}^{\infty}n!\sum_{j_1}\cdots\sum_{j_n}|A_m^n(j_1,\cdots,j_n)|^2\right]=0 \tag{56}$$

**全散乱断面積** 上式[ ]内の第2項の部分はコヒーレント散乱波 $\psi_s^c(kr,\theta)$ による電力流 $\sigma_c$ であり，$\sigma_c$ と $\sigma_{ic}$ の和が全散乱断面積 $S$ を与える。

$$S=\sigma_c+\sigma_{ic}$$

$$=\frac{4}{k}\sum_{m=-\infty}^{\infty}\left[|\alpha_m|^2+\sum_{n=1}^{\infty}n!\sum_{j_1}\cdots\sum_{j_n}|A_m^n(j_1,\cdots,j_n)|^2\right] \tag{57}$$

**光学定理** 電力流保存則 (56) は (50)(57) により次の光学定理に書き換えられる。全散乱断面積はコヒーレント前方散乱振幅 $\Phi(0)$ で表される：

$$S=\sqrt{\frac{8\pi}{k}}\,\mathcal{J}_m\left(\frac{\Phi(0)}{\sqrt{i}}\right) \tag{58}$$

**コヒーレント散乱角度分布**（コヒーレント散乱微分断面積） (49) より

$$\sigma_c(\theta)d\theta=|\Phi(\theta)|^2d\theta=\frac{2}{\pi k}\left|\sum_{m=-\infty}^{\infty}\alpha_m e^{im\theta}\right|^2d\theta \tag{59}$$

インコヒーレント散乱角度分布（インコヒーレント散乱微分断面積）

(35)(46)(53) より

$$\sigma_{ic}(\theta)d\theta = \frac{2}{\pi k}\sum_{n=1}^{\infty} n! \sum_{j_1}\cdots\sum_{j_n} \left| \sum_{m=-\infty}^{\infty} A_m^n(j_1,\cdots,j_n) e^{im\theta} \right|^2 d\theta \qquad (60)$$

$$= \frac{2}{\pi k}\sum_{j=-\infty}^{\infty} \left| \sum_{m=-\infty}^{\infty} A_m^1(j)\, e^{im\theta} \right|^2 d\theta + \cdots \qquad (61)$$

となる。(59)(60) を積分したものが $\sigma_c, \sigma_{ic}$ である。

円筒波入射の電力流保存則　平面波入射に対する電力流保存則 (56) は項別に各 m 毎に成立する。これは (37)-(40) に保存則を適用した場合に相当する。これを (51) 右辺の書き方で表せば

$$1 = |1+2\alpha_m|^2 + 4\sum_{n=1}^{\infty} n! \sum_{j_1}\cdots\sum_{j_n} |A_m^n(j_1,\cdots,j_n)|^2 . \qquad (62)$$

左辺は円筒波入射全電力，右辺第1項は全コヒーレント散乱電力，第2項の和はインコヒーレント散乱電力を表す。電力保存則 (62)，光学定理 (58) は近似解の適用範囲をチェックするのに用いうる。

## 5　境界条件の近似解法

Dirichlet 条件　境界条件 (21)，すなわち

$$\left[\psi_m + f\frac{\partial \psi_m}{\partial r}\right]_{r=a} = 0 \qquad (63)$$

に f の表式 (11)，$\psi_m$ の表式 (37)-(40),(35) を代入し，$\hat{H}_n$ の漸化式と直交性：

$$B_j \hat{H}_n(B_{j_1},\cdots,B_{j_n}) = \hat{H}_{n+1}(B_j, B_{j_1},\cdots,B_{j_n}) + \sum_{k=1}^{n} \hat{H}_{n-1}(B_{j_1},\cdots B_{j_{k-1}}, B_{j_{k+1}},\cdots,B_{j_n})\delta_{j-j_k} \qquad (64)$$

$$\langle \overline{\hat{H}_n(B_{i_1},\cdots,B_{i_n})}\, \hat{H}_m(B_{j_1},\cdots,B_{j_m}) \rangle = \delta_{nm}\delta_{ij}^{(n)} \qquad (65)$$

$$\delta_{ij}^{(n)} \equiv \sum_{\text{allpair}} \prod_{(\nu,\mu)} \delta_{i_\nu j_\mu}, \quad \delta_{ij}^{(2)} = \delta_{i_1 j_1}\delta_{i_2 j_2} + \delta_{i_1 j_2}\delta_{i_2 j_1} \qquad (66)$$

を用いて W-H 係数 $A_m^n(j_1,\cdots,j_n)$ の満たす方程式に変換する。ここで $A_m^n$ は変数 $j_1,\cdots,j_n$ に関し対称とし，確率場が実であることから

$$\overline{B_m} = B_{-m}, \qquad \overline{F_m} = F_{+m} \qquad (67)$$

であることに注意する。W-H 係数の方程式を導く計算を分り易く示すために解くべき方程式 (63) に表れる確率場を再び具体的に書下しておく：

$$f(T^\theta\omega) = \sum_{j=-\infty}^{\infty} e^{ij\theta} F_j B_j \qquad (68)$$

$$\psi_m(kr,\theta,\omega) = [J_m(kr)+\alpha_m H_m(kr)]e^{im\theta} + \sum_{j_1} A_m(j_1) H_{m+j_1}(kr) e^{i(m+j_1)\theta}\hat{H}_1(B_{j_1}) + \sum_{j_1}\sum_{j_2} A_m(j_1,j_2) H_{m+j_1+j_2}(kr) e^{i(m+j_1+j_2)\theta}\hat{H}_2(B_{j_1},B_{j_2}) + \cdots$$

$$\frac{\partial \psi_m}{\partial r} = k[\dot{J}_m(kr)+\alpha_m \dot{H}_m(kr)]e^{im\theta} + k\sum_{j_1} A_m(j_1)\dot{H}_{m+j}(kr) e^{i(m+j_1)\theta}\hat{H}_1(B_{j_1}) \qquad (69)$$

$$+k\sum_{j_1}\sum_{j_2}A_m(j_1,j_2)\dot{H}_{m+j_1+j_2}(kr)e^{i(m+j_1+j_2)\theta}\hat{H}_2(B_{j_1},B_{j_2})+\cdots \quad (70)$$

ここで $B_j\equiv B_j(w)$, $H_m(kr)\equiv H_m^{(1)}(kr)$ と略記した。(68)-(70)を(63)に代入し漸化式(64), 直交性(66)を用いてW-H展開の次数nに関して整理すれば一連のW-H係数の満たすべき非線形方程式がえられる。θについては性質(8)(9)または(28)により $\theta=0$ において(63)を解けばよい。

まず $n=0$ は(63)の平均値部分である。以下 $[\ ]_n$ はn次部分を示す。

$$(n=0)\qquad [\psi_m]_0+\left[[f]_1\left[\frac{\partial\psi_m}{\partial r}\right]_1\right]_0=0,\quad (\theta=0,\ r=a) \quad (71)$$

$$[J_m(ka)+\alpha_m H_m(ka)]+\sum_j F_{-j}\,kA_m(j)\dot{H}_{m+j}(ka)=0 \quad (72)$$

$$(n=1)\qquad [\psi_m]_1+\left[[f]_1\left[\frac{\partial\psi_m}{\partial r}\right]_0\right]_1+\left[[f]_1\left[\frac{\partial\psi_m}{\partial r}\right]_2\right]_1=0 \quad (73)$$

$$A_m(j_1)H_{m+j_1}(ka)+F_{j_1}\,k[J_m(ka)+\alpha_m\dot{H}_m(ka)]$$
$$+2\sum_j F_{-j}\,kA_m^2(j_1,j)\dot{H}_{m+j_1+j}(ka)=0 \quad (74)$$

ここで最後の項の係数2は(64)の右辺第2項の和から生ずる。

$$(n=2)\qquad [\psi_m]_2+\left[[f]_1\left[\frac{\partial\psi_m}{\partial r}\right]_1\right]_2+\left[[f]_1\left[\frac{\partial\psi_m}{\partial r}\right]_3\right]=0 \quad (75)$$

$$2A_m(j_1,j_2)H_{m+j_1+j_2}(ka)+[kF_{j_1}A_m(j_2)\dot{H}_{m+j_2}(ka)+kF_{j_2}A_m(j_1)\dot{H}_{m+j_1}(ka)]$$
$$+2\cdot3\sum_j kF_{-j}A_m^3(j_1,j_2,j)\dot{H}_{m+j_1+j_2+j}(ka)=0 \quad (76)$$

第1, 第3項の係数2は(65)(66)によるもの, 第2項の[ ]内の対称化も(66)によるもの, 第3項の係数5は(64)の右辺第2項の和によるものである。同様にして高次のnに進むことができるが, $\sigma^2$ または $|kF_1|^2$ が微小な場合には高次のW-H係数は無視できる。(72)の第1項に

$$\alpha_m\equiv\alpha_m^0+A_m^0=-\frac{J_m(ka)}{H_m(ka)}+A_m^0 \quad (77)$$

を用いれば $[J_m(ka)+\alpha_m H_m(ka)]=A_m^0H_m(ka)$ となる。以上をまとめれば

$$H_m(ka)A_m^0+\sum_{j=-\infty}^{\infty}k\bar{F}_j\dot{H}_{m+j}(ka)A_m(j)=0 \qquad (n=0) \quad (78)$$

$$H_{m+j_1}(ka)A_m(j_1)+kF_{j_1}[\dot{J}_m(ka)+\alpha_m\dot{H}_m(ka)]$$
$$+2\sum_{j=-\infty}^{\infty}k\bar{F}_j\dot{H}_{m+j_1+j}(ka)A_m(j_1,j)=0 \qquad (n=1) \quad (79)$$

$$H_{m+j_1+j_2}(ka)A_m^2(j_1,j_2)+\frac{1}{2}[kF_{j_1}\dot{H}_{m+j_2}(ka)A_m(j_2)+kF_{j_2}\dot{H}_{m+j_1}(ka)A_m(j_1)]$$
$$+3\sum_{j=-\infty}^{\infty}k\bar{F}_j\dot{H}_{m+j_1+j_2+j}(ka)A_m^3(j_1,j_2,j) \qquad (n=2) \quad (80)$$

などとなる。(80)で $A_m^3 \cong 0$ と近似して $A_m^2$ を解けば

$$A_m^2(j_1, j_2) \cong \frac{-1}{2H_{m+j_1+j_2}(ka)}\left[kF_{j_1}\dot{H}_{m+j_2}(ka)A_m^1(j_2) + kF_{j_2}\dot{H}_{m+j_1}(ka)A_m^1(j_1)\right] \tag{81}$$

これを(79)の第3項に代入すれば

$$\left[H_{m+j_1}(ka) - \sum_j |kF_j|^2 \frac{\dot{H}_{m+j_1+j}(ka)}{H_{m+j_1+j}(ka)}\dot{H}_{m+j_1}(ka)\right]A_m(j_1) \tag{82}$$
$$+kF_{j_1}\left[\dot{J}_m(ka) + \alpha_m \dot{H}_m(ka)\right] - kF_{j_1}\sum_j kF_j \frac{\dot{H}_{m+j_1+j}(ka)}{H_{m+j_1+j}(ka)}\dot{H}_{m+j}(ka)A_m(j) = 0$$

第3項は $\sigma$，第4項は $\sigma^3$ の大きさだから，第4項を無視した近似解としては

$$A_m(j_1) \cong -\frac{kF_{j_1}\left[\dot{J}_m(ka) + \alpha_m \dot{H}_m(ka)\right]}{\left[1 + M(m+j_1)\right]H_{m+j_1}(ka)} \tag{83}$$

$$M(m+j_1) \equiv -\frac{\dot{H}_{m+j_1}(ka)}{H_{m+j_1}(ka)}\sum_j |kF_j|^2 \frac{\dot{H}_{m+j_1+j}(ka)}{H_{m+j_1+j}(ka)} \tag{84}$$

をとることができる。必要ならば(82)第4項に(83)を代入したものを(83)の分子に加えて $\sigma^3$ オーダの補正をすればよい。$M(m+j)$ はいわゆる mass operator に相当する $\sigma^2$ オーダの項である。円筒の外部問題では $H_{m+j_1}(ka) = 0$ とならないので，$\sigma^2$ が十分小さい場合の単一散乱近似では $M(m+j_1) \ll 1$ として M を無視することが可能である。また(83)分子のコヒーレント散乱係数(39)，

$$\alpha_m \equiv \alpha_m^\circ + A_m^\circ = -\frac{J_m(ka)}{H_m(ka)} + A_m^\circ \tag{85}$$

は $A_m^\circ$（$\sigma^2$ オーダ）を含む。したがって $A_m^\circ$ の(83)への寄与は $\sigma^3$ のオーダであり $\alpha_m^\circ$ に比し無視することもできる。よって単一散乱近似の場合には

$$A_m(j_1) \cong -\frac{kF_{j_1}\left[\dot{J}_m(ka) + \alpha_m^\circ \dot{H}_m^{(1)}(ka)\right]}{H_{m+j_1}(ka)} = \frac{2\mathrm{i}kF_{j_1}}{\pi ka H_m(ka)H_{m+j_1}(ka)} \quad (\text{単一}) \tag{86}$$

と書ける（$kF_{j_1}$ に比例）。右辺は Bessel 関数の Lommel 公式による。多重散乱を考慮する場合には(83)または(82)を用いる。

次に(78)より $A_m^\circ$ を求める。(78)に(83)，(85)を代入すれば

$$\left[H_m^{(1)}(ka) - \sum_j |kF_j|^2 \frac{\dot{H}_{m+j}(ka)}{H_{m+j}(ka)}\frac{\dot{H}_m^{(1)}(ka)}{1+M(m+j)}\right]A_m^\circ$$
$$-\sum_j |kF_j|^2 \frac{\dot{H}_{m+j}(ka)}{H_{m+j}(ka)}\frac{\dot{J}_m(ka) + \alpha_m^\circ \dot{H}_m(ka)}{1 + M(m+j)} = 0 \tag{87}$$

これから $A_m^\circ$ の近似解は次の形に書ける。

$$A_m^\circ = -\frac{M(m)}{1+M(m)}\left[\frac{\dot{J}_m(ka)}{\dot{H}_m(ka)} - \frac{J_m(ka)}{H_m(ka)}\right] \tag{88}$$

$$= \frac{2\mathrm{i}}{ka\dot{H}_m(ka)H_m(ka)}\frac{M(m)}{1+M(m)} \tag{89}$$

$$M(m) = -\frac{\dot{H}_m(ka)}{H_m(ka)}\sum_j |kF_j|^2 \frac{\dot{H}_{m+j}(ka)}{H_{m+j}(ka)}\frac{1}{1+M(m+j)} \tag{90}$$

$$\cong -\frac{\dot{H}_m^{(1)}(ka)}{H_m^{(1)}(ka)}\sum_j |kF_j|^2\frac{\dot{H}_{m+j}(ka)}{H_{m+j}(ka)} \qquad (91)$$

(91) は (90) で $M(m+j)\ll 1$ と近似したものである。(91) で $m\to m+j_1$ とすれば (84) になるが，正しい式は (90) で $m\to m+j_1$ としたものであり，(84) は (91) と同じ1つの近似式である。(90) は mass operator $M(m)$ の満たす分散方程式であるが，実際には $M(m+j)\ll 1$ の近似のもとで (84) または (91) で計算される。単一散乱近似の場合には $A_m^0$ は (89) の代りに

$$A_m^0 \cong \frac{2iM(m)}{\pi ka\dot{H}_m(ka)H_m(ka)} \qquad (\text{単一散乱}) \qquad (92)$$

の形をとる。

<u>Neumann条件</u>　境界条件 (22) すなわち

$$\left[\frac{\partial\psi_m}{\partial r}-\frac{1}{r^2}\frac{\partial f}{\partial\theta}\frac{\partial\psi_m}{\partial\theta}+f\frac{\partial^2\psi_m}{\partial r^2}\right]_{r=a}=0 \qquad (93)$$

を前と同様の方法で解く。(68)-(70) 以外の確率場を書下しておく：

$$\frac{\partial f}{\partial\theta}=\sum_j ij\,e^{ij\theta}F_j B_j \qquad (94)$$

$$\frac{\partial\psi_m}{\partial\theta}=im[J_m(kr)+\alpha_m H_m(kr)]e^{im\theta}+\sum_j i(m+j)A_m(j)H_{m+j}(kr)e^{i(m+j)\theta}\hat{H}_1(B_j)$$
$$+\sum_{j_1}\sum_{j_2} i(m+j_1+j_2)A_m(j_1,j_2)H_{m+j_1+j_2}(kr)e^{i(m+j_1+j_2)\theta}\hat{H}_2(B_{j_1},B_{j_2}) \qquad (95)$$

$$\frac{\partial^2\psi_m}{\partial r^2}=k^2[\ddot{J}_m(kr)+\alpha_m\ddot{H}_m(kr)]e^{im\theta}+k^2\sum_j A_m(j)\ddot{H}_{m+j}(kr)e^{i(m+j)\theta}\hat{H}_1(B_j)$$
$$+k^2\sum_{j_1}\sum_{j_2}A_m^2(j_1,j_2)\ddot{H}_{m+j_1+j_2}(kr)e^{i(m+j_1+j_2)\theta}\hat{H}_2(B_{j_1},B_{j_2}) \qquad (96)$$

(68)(70)(94)-(96) を (93) に代入して前と同様に W-H係数の方程式を導く：

$(n=0)$
$$\left[\frac{\partial\psi_m}{\partial r}\right]_0-\frac{1}{r^2}\left[\left[\frac{\partial f}{\partial\theta}\right]_1\left[\frac{\partial\psi_m}{\partial\theta}\right]_1\right]_0+\left[[f]_1\left[\frac{\partial^2\psi_m}{\partial r^2}\right]_1\right]_0=0 \qquad (97)$$

$$k[\dot{J}_m(ka)+\alpha_m\dot{H}_m(ka)]-\frac{1}{a^2}\sum_j j(m+j)F_{-j}A_m(j)H_{m+j}(ka)$$
$$+k^2\sum_j F_{-j}A_m(j)\ddot{H}_{m+j}(ka)=0 \qquad (98)$$

$(n=1)$
$$\left[\frac{\partial\psi_m}{\partial r}\right]_1-\frac{1}{r^2}\left[\left[\frac{\partial f}{\partial\theta}\right]_1\left[\frac{\partial\psi_m}{\partial\theta}\right]_0\right]_1+\left[[f]_1\left[\frac{\partial^2\psi}{\partial r^2}\right]_0\right]_1$$
$$-\frac{1}{r^2}\left[\left[\frac{\partial f}{\partial\theta}\right]_1\left[\frac{\partial\psi_{mn}}{\partial\theta}\right]_2\right]_1+\left[[f]_1\left[\frac{\partial^2\psi}{\partial r^2}\right]_2\right]_1=0 \qquad (99)$$

$$kA_m(j_1)\dot{H}_{m+j_1}(ka)+\frac{1}{a^2}j_1F_{j_1}m[J_m(ka)+\alpha_m H_m(ka)]+F_{j_1}k^2[\ddot{J}_m(ka)+\alpha_m\ddot{H}_m(ka)]$$
$$-\frac{2}{a^2}\sum_j jF_{-j}(m+j_1+j)A_m(j_1,j)H_{m+j_1+j}(ka)+2k^2\sum_j F_{-j}A_m(j_1,j)\ddot{H}_{m+j_1+j}(ka)$$
$$=0 \qquad (100)$$

$(n=2)$ $$\left[\frac{\partial\psi_m}{\partial r}\right]_2 - \frac{1}{r^2}\left[\left[\frac{\partial f}{\partial\theta}\right]_1\left[\frac{\partial\psi_m}{\partial\theta}\right]_1\right]_2 + \left[[f]_1\left[\frac{\partial^2\psi_m}{\partial r^2}\right]_1\right]_2$$
$$- \frac{1}{r^2}\left[\left[\frac{\partial f}{\partial\theta}\right]_1\left[\frac{\partial\psi_m}{\partial\theta}\right]_3\right]_2 + \left[[f]_1\left[\frac{\partial^2\psi_m}{\partial r^2}\right]_3\right]_2 = 0 \qquad (101)$$

$$2kA_m(j_1 j_2)\dot{H}_{m+j_1+j_2}(ka)$$
$$+ \frac{1}{a^2}\left[j_1 F_{j_1}(m+j_2)A_m(j_2)H_{m+j_2}(ka) + j_2 F_{j_2}(m+j_1)A_m(j_1)H_{m+j_1}(ka)\right]$$
$$+ k^2\left[F_{j_1}A_m(j_2)\ddot{H}_{m+j_2}(ka) + F_{j_2}A_m(j_1)\ddot{H}_{m+j_1}(ka)\right]$$
$$- \frac{2\cdot 3}{a^2}\sum_j j F_{-j}(m+j_1+j_2+j)A_m^3(j_1, j_2 j)H_{m+j_1+j_2+j}(ka)$$
$$+2\cdot 3k^2\sum_j F_{-j}A_m^3(j_1, j_2 j)\ddot{H}_{m+j_1+j_2+j}(ka) = 0 \qquad (102)$$

となる。係数2，3の意味は前と同様である。

$$\alpha_m \equiv \alpha_m^0 + A_m^0 = -\frac{\dot{J}_m(ka)}{\dot{H}_m(ka)} + A_m^0 \qquad (103)$$

を用いて上式を整理すれば

$$k\dot{H}_m(ka)A_m^0 - \sum_{j=-\infty}^{\infty}\bar{F}_j\left[\frac{1}{a^2}j(m+j)H_{m+j}(ka) - k^2\ddot{H}_{m+j}(ka)\right]A_m(j) = 0$$
$$(n=0) \qquad (104)$$

$$k\dot{H}_{m+j_1}(ka)A_m(j_1) + F_{j_1}\left\{\frac{j_1 m}{a^2}\left[J_m(ka)+\alpha_m H_m(ka)\right] + k^2\left[\dot{J}_m(ka)+\alpha_m\ddot{H}_m(ka)\right]\right\}$$
$$-2\sum_j \bar{F}_j\left[\frac{j(m+j_1+j)}{a^2}H_{m+j_1+j}(ka) - k^2\ddot{H}_{m+j_1+j}(ka)\right]A_m^2(j_1, j) = 0$$
$$(n=1) \qquad (105)$$

$$k\dot{H}_{m+j_1+j_2}(ka)A_m^2(j_1, j_2)$$
$$+ \frac{1}{2}F_{j_1}\left[\frac{j_1(m+j_2)}{a^2}H_{m+j_2}(ka) + k^2\ddot{H}_{m+j_2}(ka)\right]A_m(j_2)$$
$$+ \frac{1}{2}F_{j_2}\left[\frac{j_2(m+j_1)}{a^2}H_{m+j_1}(ka) + k^2\ddot{H}_{m+j_1}(ka)\right]A_m(j_1)$$
$$-3\sum_j \bar{F}_j\left[\frac{j(m+j_1+j_2+j)}{a^2}H_{m+j_1+j_2+j}(ka) - k^2\ddot{H}_{m+j_1+j_2+j}(ka)\right]A_m^3(j_1 j_2 j)$$
$$= 0 \qquad (n=2) \qquad (106)$$

これらを解くために(106)で$A_m^3 \simeq 0$とおき$A_m^2(j_1, j_2)$を求める。これを(105)に代入し$A_m(j_1)$の係数の補正を求めるためには，(106)の第3項のみをとり出して

$$A_m^2(j_1 j_2) \cong \frac{-F_{j_2}A_m(j_1)}{2k\dot{H}_{m+j_1+j_2}(ka)}\left[\frac{j_2(m+j_1)}{a^2}H_{m+j_1}(ka) + k^2\ddot{H}_{m+j_1}(ka)\right] + \cdots \qquad (107)$$

と書く。これを(105)に代入すれば

$$k\dot{H}_{m+j_1}(ka)A_m(j_1)[1+M(m+j_1)] + F_{j_1}\left\{\frac{j_1 m}{a^2}[J_m(ka)+\alpha_m H_m(ka)] + k^2[\ddot{J}_m(ka)+\alpha_m\ddot{H}_m(ka)]\right\} = 0 \quad (108)$$

$$M(m+j_1) \equiv \sum_j \frac{|F_j|^2}{k^2a^4\dot{H}_{m+j_1}\dot{H}_{m+j_1+j}}[j(m+j_1+j)H_{m+j_1+j} - k^2a^2\ddot{H}_{m+j_1+j}][j(m+j)H_{m+j_1} + k^2a^2\ddot{H}_{m+j_1}] \quad (109)$$

ここで $H_m \equiv H_m^{(1)}(ka)$ とおいた。(108)の第2,3項に Lommel 公式

$$J_m(\rho)\dot{H}_m(\rho) - \dot{J}_m(\rho)H_m(\rho) = \frac{2i}{\pi\rho}, \quad \dot{J}_m(\rho)\dot{H}_m(\rho) - \dot{J}_m(\rho)\ddot{H}_m(\rho) = \frac{2i}{\pi\rho}\left(1-\frac{m^2}{\rho^2}\right) \quad (110)$$

を適用すれば (108) より $A_m(j_1)$ の近似解として

$$A_m(j_1) = -\frac{F_{j_1}\{j_1 m[J_m(ka)+\alpha_m H_m(ka)] + k^2a^2[\ddot{J}_m(ka)+\alpha_m\ddot{H}_m(ka)]\}}{ka^2\dot{H}_{m+j_1}(ka)[1+M(m+j_1)]}$$

$$= \frac{-2iF_{j_1}(j_1 m - m^2 + k^2a^2)}{\pi(ka)^2\dot{H}_m(ka)\dot{H}_{m+j_1}(ka)[1+M(m+j_1)]}$$

$$- \frac{F_{j_1}[j_1 m H_m(ka) + k^2a^2\ddot{H}_m(ka)]}{ka^2\dot{H}_{m+j_1}(ka)[1+M(m+j_1)]}A_m^\circ \quad (111)$$

がえられる。これを (104) に代入すれば

$$k\dot{H}_m(ka)A_m^\circ[1+M(m)] \quad (112)$$

$$+\sum_j \frac{2i|F_j|^2(j m - m^2 + k^2a^2)}{\pi a^3(ka)^2\dot{H}_m(ka)\dot{H}_{m+j_1}(ka)}[j(m+j)H_{m+j}(ka) - k^2a^2\ddot{H}_{m+j}(ka)] = 0$$

$$M(m) \equiv \sum_j \frac{|kF_j|^2[j(m+j)H_{m+j} - k^2a^2\ddot{H}_{m+j}][j m H_m + k^2a^2\ddot{H}_m]}{(ka)^4\dot{H}_m\dot{H}_{m+j}[1+M(m+j)]} \quad (113)$$

$$\cong \sum_j \frac{|kF_j|^2}{(ka)^4\dot{H}_m\dot{H}_{m+j}}[j(m+j)H_{m+j} - k^2a^2\ddot{H}_{m+j}][j m H_m + k^2a^2\ddot{H}_m] \quad (114)$$

$$A_m^\circ \cong -\frac{1}{1+M(m)}\frac{2i}{\pi(ka)^5[\dot{H}_m]^2}\sum_j \frac{|kF_j|^2}{\dot{H}_{m+j}}[j m - m^2 + k^2a^2][j(m+j)H_{m+j} - k^2a^2\ddot{H}_{m+j}] \quad (118)$$

(113) は Mass operator $M(m)$ の満たす分散方程式であるが，右辺で $M(m+j)$ を1に比して無視した近似式 (114) は (109) で $j_1 = 0$ としたものに等しい。

特に単一散乱近似では (111), (118) で $M$ を無視すれば

$$A_m(j_1) \cong \frac{-2ikF_{j_1}(j_1 m - m^2 + k^2a^2)}{\pi(ka)^3\dot{H}_m(ka)\dot{H}_{m+j_1}(ka)} \quad (119)$$

$$A_m^\circ \cong -\frac{2i}{\pi(ka)^5[\dot{H}_m(ka)]^2}\sum_j \frac{|kF_j|^2}{\dot{H}_{m+j}(ka)}[j m - m^2 + k^2a^2][j(m+j)H_{m+j}(ka) - k^2a^2\ddot{H}_{m+j}(ka)] \quad (120)$$

## 6 単一散乱近似の数値計算例

ランダム平面の場合 Neumann 条件の単一散乱近似（1次摂動）による散乱振幅は発散するので $M(m)$ を考慮する多重散乱の取扱いが必須であるが，ランダム同筒の場合には表面モード，共振などの効果が顕著でないために変形 $(k\sigma)^2=\sum_j |kF_j|^2$ が微小な場合には単一散乱近似が用いうる。したがってここでは手始めに単一散乱近似 (86), (92) および (119), (120) を用いた数値結果を示す。単一散乱の場合インコヒーレント散乱振幅 (86), (119) はランダム表面の1次汎関数（$kF_j$ につき1次）であるから，各円筒入射モード $m$，円筒変形モードに対し個別に解を求め，(62) を用いる電力流保存則

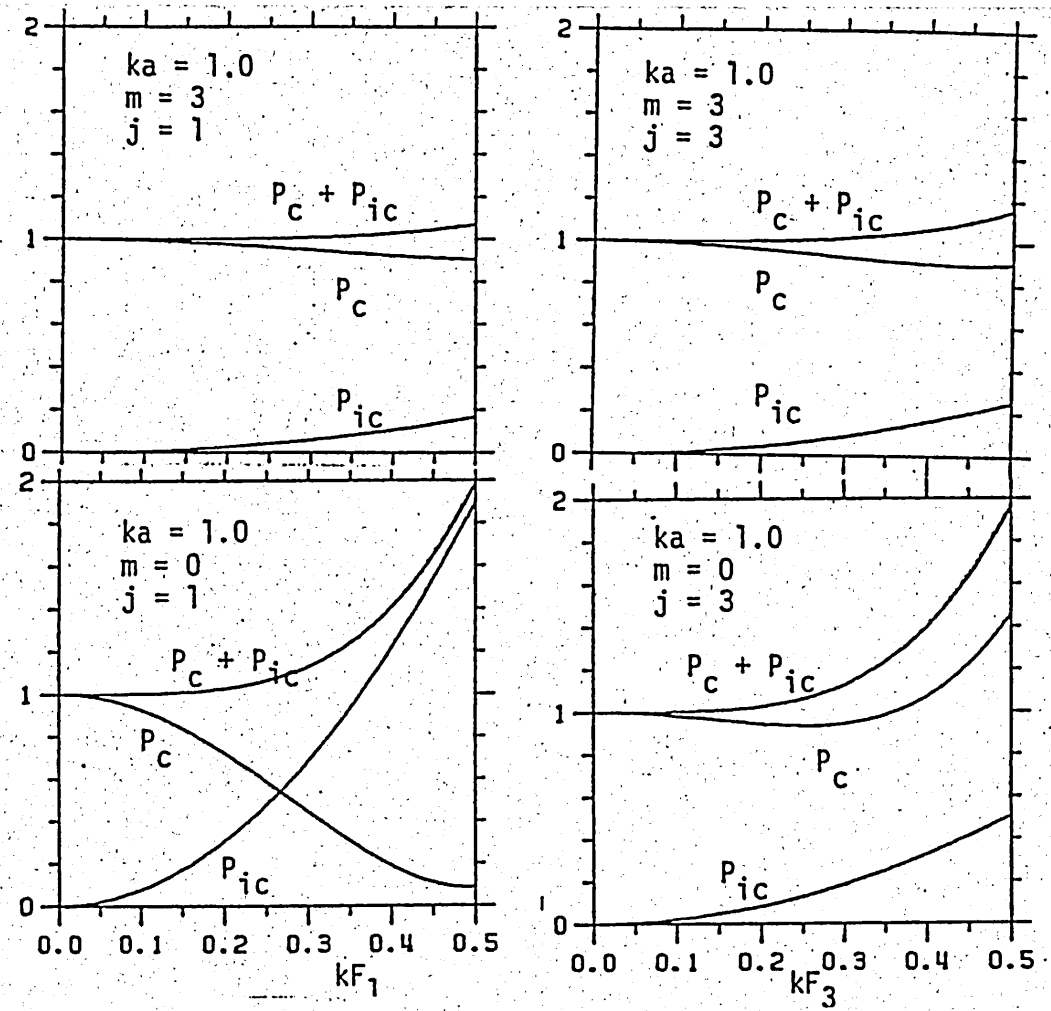
$$P_c + P_{ic} = 1 \tag{121}$$

$$P_c = |1 + 2\alpha_m|^2, \quad P_{ic} \cong 4\sum_j |A_m^1(j)|^2 \tag{122}$$

が成立つパラメタの範囲をしらべることができる。ここでは球面変形を実数とするために $kF_j$, $kF_{-j}$ を同時に用いた。したがって $(k\sigma)^2=|kF_j|^2+|kF_{-j}|^2=2|kF_j|^2$ である。図1，図6にそれぞれ Dirichlet，Neumann の場合の保存則を示す。$kF_j<0.2$ 以下では保存則が略々成立していることがわかる。図2，3，図7，8はコヒーレントおよびインコヒーレント散乱振幅角度分布 (59), (61) を示したもの，また図4は Dirichlet 条件の場合に，便宜上コヒーレント散乱振幅の揺動部分のみを示したもの，図5は平面波入射の場合の光学定理 (58) の成立範囲を示したものである。多重散乱を取入れた場合の数値計算は後日報告する予定である。

## 参考文献


1. 小倉.中山：ランダム球面による Mie 散乱，電磁界理論研資 EMT 85-5 (1985.2)
2. 小倉.中山：ランダム球面による Mie 散乱 II，同上 EMT 85-58 (1985.10)
3. 小倉：球面上の一様確率場のスペクトル表現—回転群の表現論による考察—情報理論とその応用研究会 第7回シンポジウム資料 P.598, (1984.11)
4. 小倉：球面上の一様確率場の汎関数の表現．同上資料 P.604 (1984.11)
5. Toues : Stochastic process on a sphere, Ann Math. Stat. 34 P.1 (1963)
6. Ogura : Polarspectral representation of a homogeneous and isotropic random Field, J. Phys. Soc. Japan. 21 P.154 (1966)
7. NaKayama, Ogura, Matsumoto : A probabilistic theory of scattering from a random rough surface, Radio Science 15 P.1049 (1980)
   NaKayama, Ogura, SaKata : Scattering of a scalar wave from a slightly random surface, J. Math. Phys. 22. P.471 (1981)
8. 小倉：確率過程論，コロナ社 (1978)

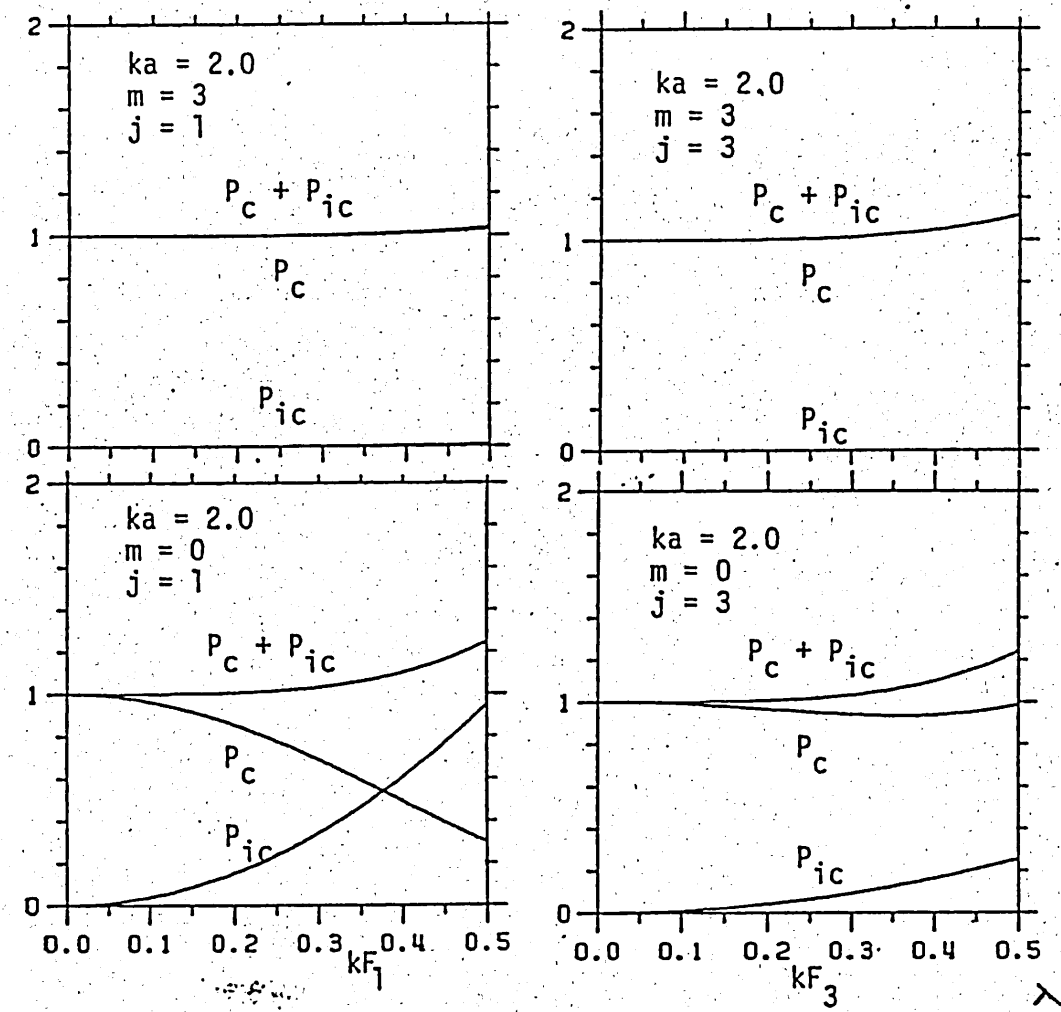



$m = 0, 3$
入射モード

$j = 1, 3$
変形モード

$ka = 1.0$

図1




$ka = 2.0$

$(k\sigma)^2 = |kF_j|^2 + |kF_{-j}|^2$

入射モード $m$
変形モード $j$.

円筒波入射の電力保存則（Dirichlet，単一散乱近似）

Dirichlet 条件

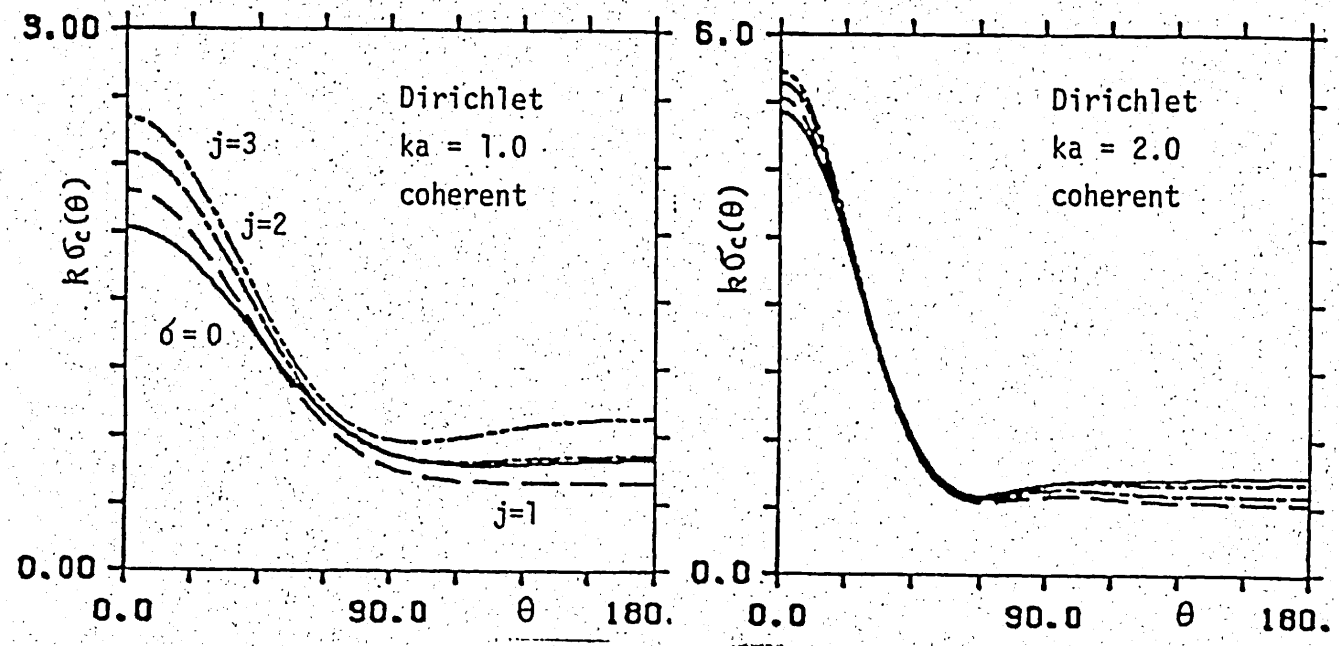



図2　平面波入射に対するコヒーレント散乱角度分布 (Dirichlet, 単一散乱)
実線は平滑球面($\sigma=0$),
円筒変形モード $j=1,2,3$,　$(k\sigma)^2=|kF_j|^2+|kF_{-j}|^2$,　$kF_j=0.2$

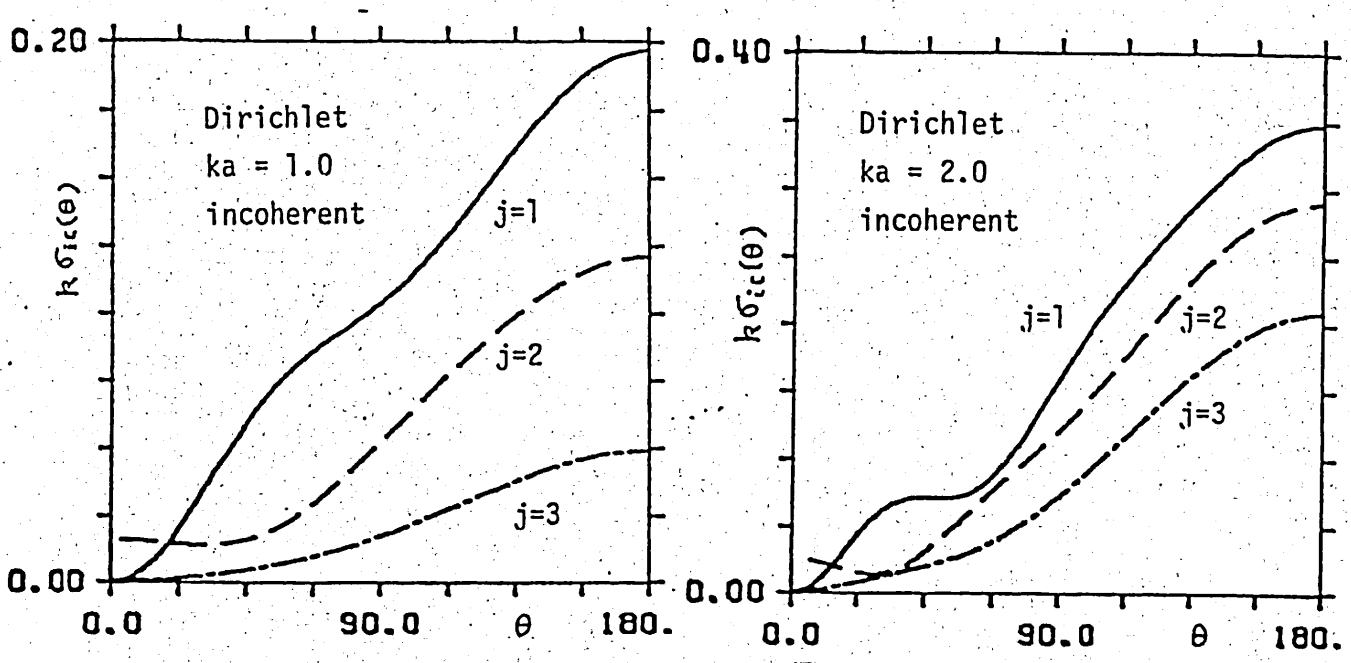
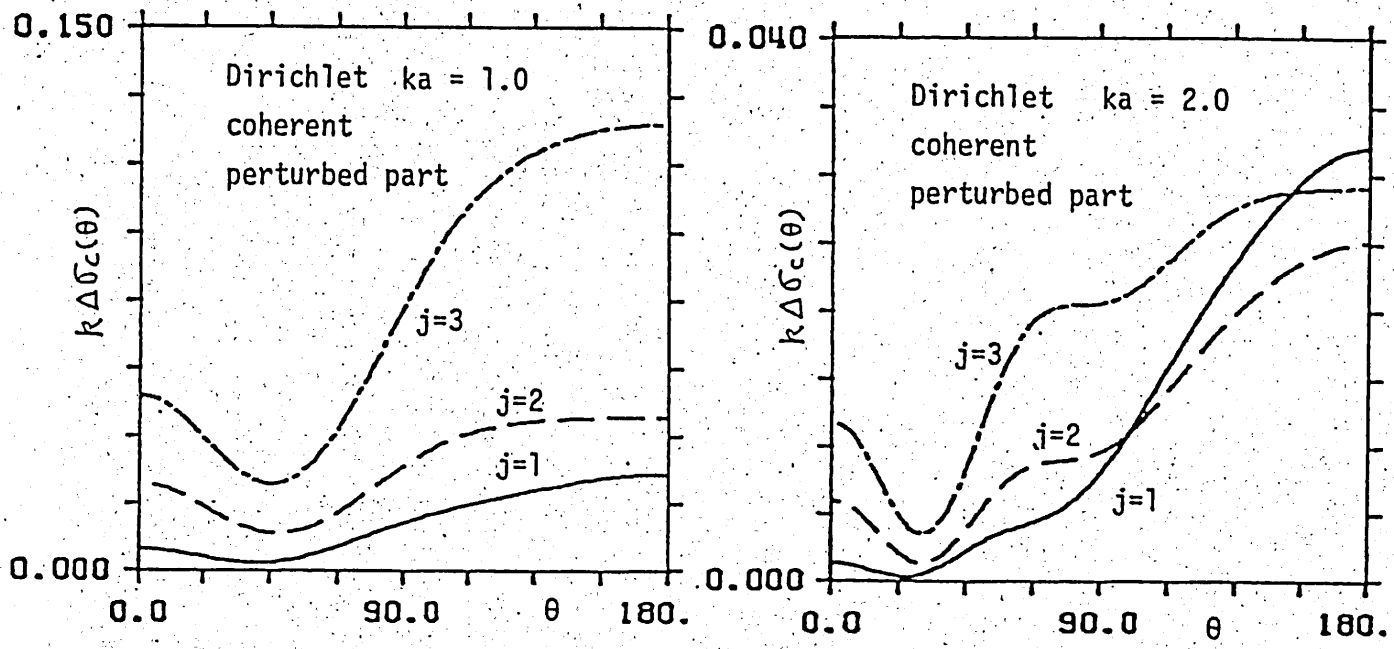



図3　平面波入射に対するインコヒーレント散乱角度分布 (Dirichlet, 単一散乱)
円筒変形モード,　$j=1,2,3$,　$kF_j=0.2$,
$(k\sigma)^2=|kF_j|^2+|kF_{-j}|^2$




摂動部分のみによるコヒーレント散乱角度分布 (Dirichlet)

図4 $\Delta\sigma_c(\theta) \equiv \frac{2}{\pi k}\left|\sum_{m=-\infty}^{\infty} A_m^o e^{im\theta}\right|^2$, $(k\sigma)^2 = |kF_j|^2 + |kF_{-j}|^2$

変形モード, $j = 1, 2, 3$, $kF_j = 0.2$.

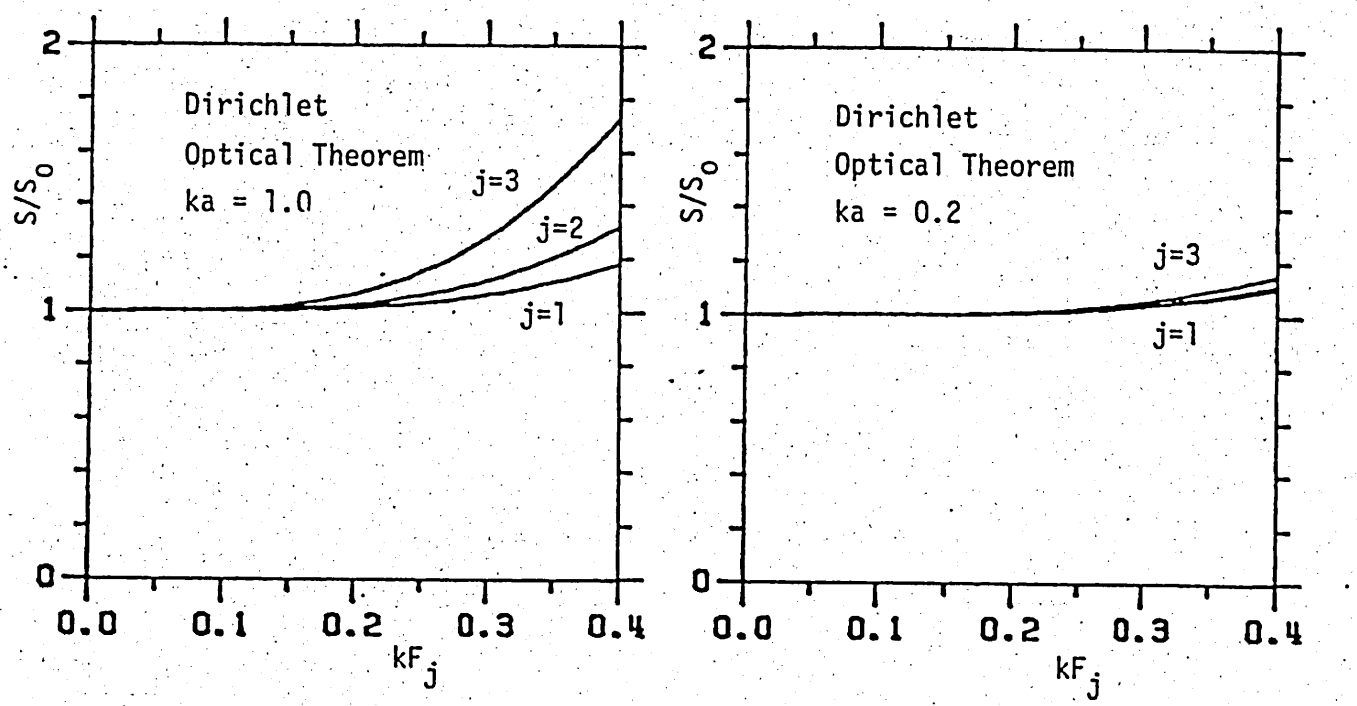
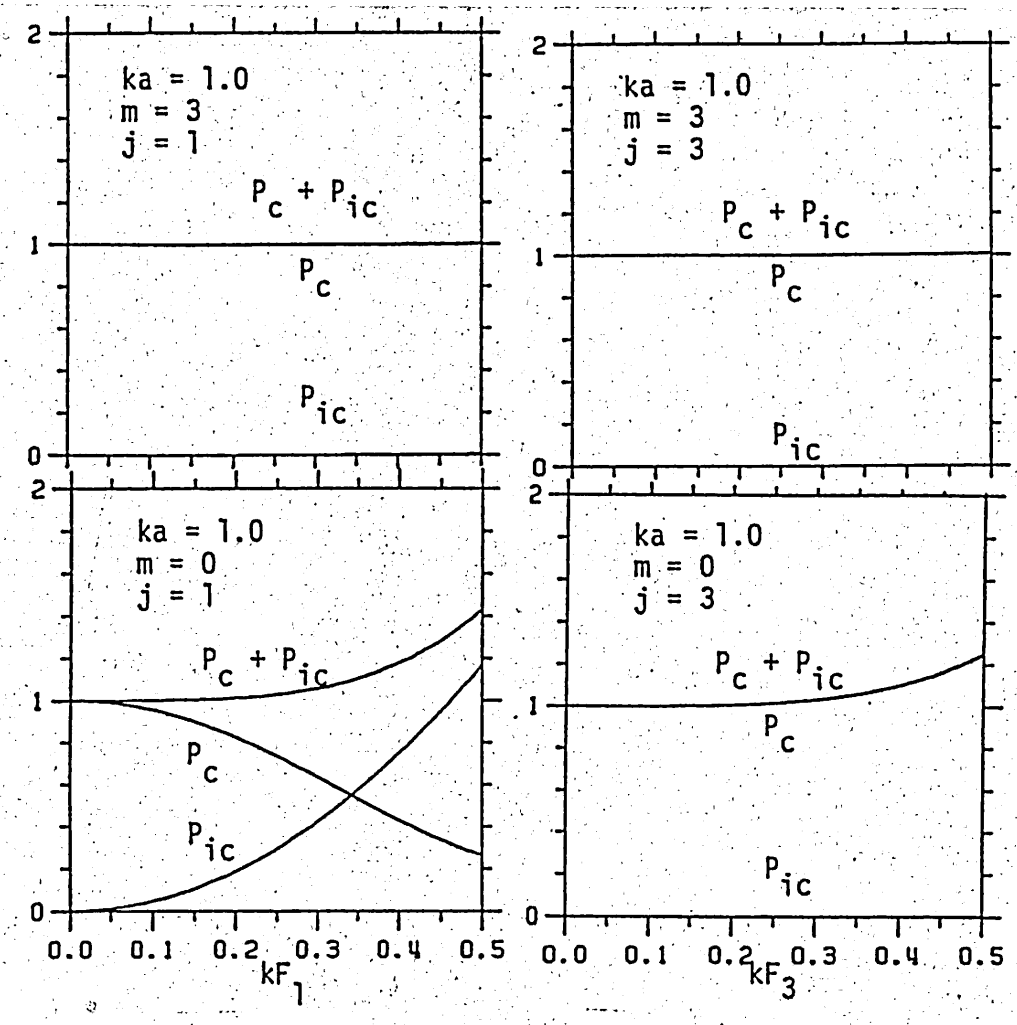



図5 平面波入射の光学定理 (Dirichlet) (単一散乱近似)

$S = \sigma_c + \sigma_{ic}$, $S_o = \sqrt{\frac{8\pi}{k}}\, Im\left(\frac{F(0)}{k}\right)$

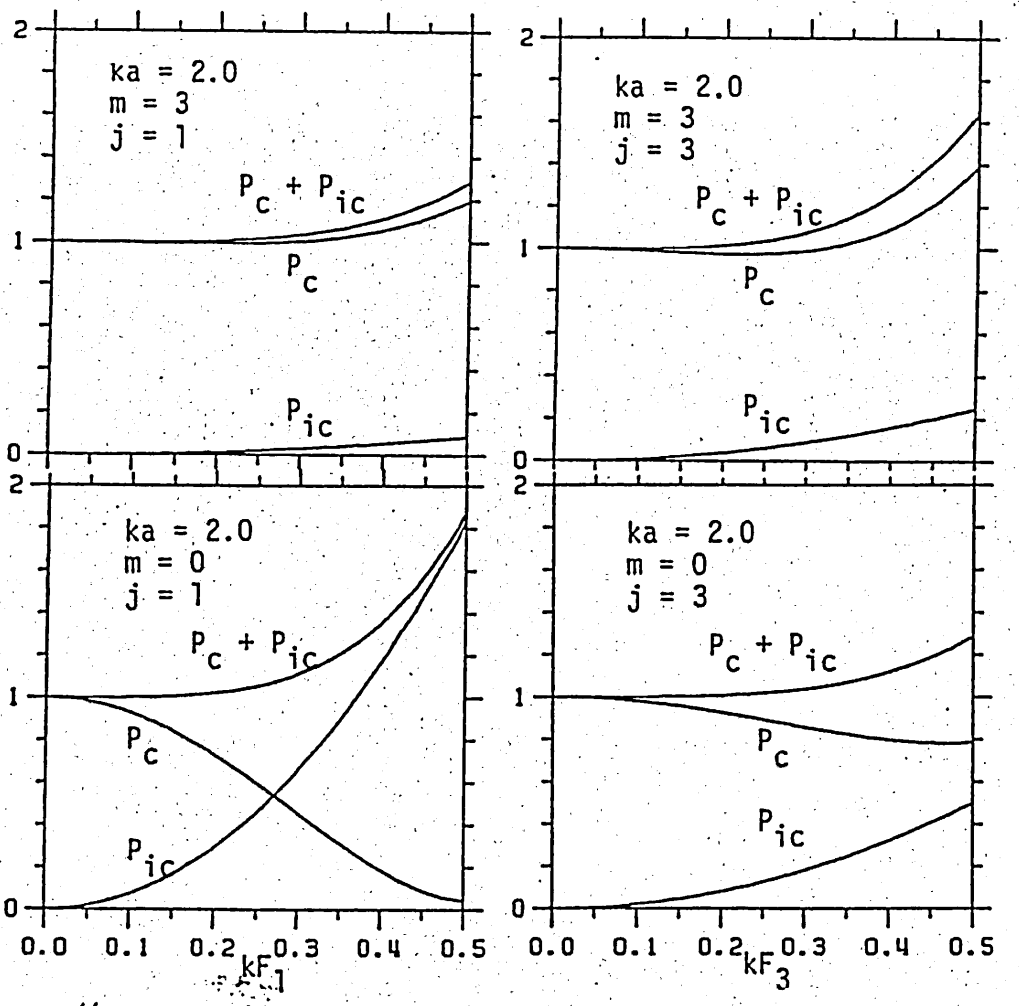



m = 0, 3
入射モード

j = 1, 3
変形モード

ka=1.0

図6



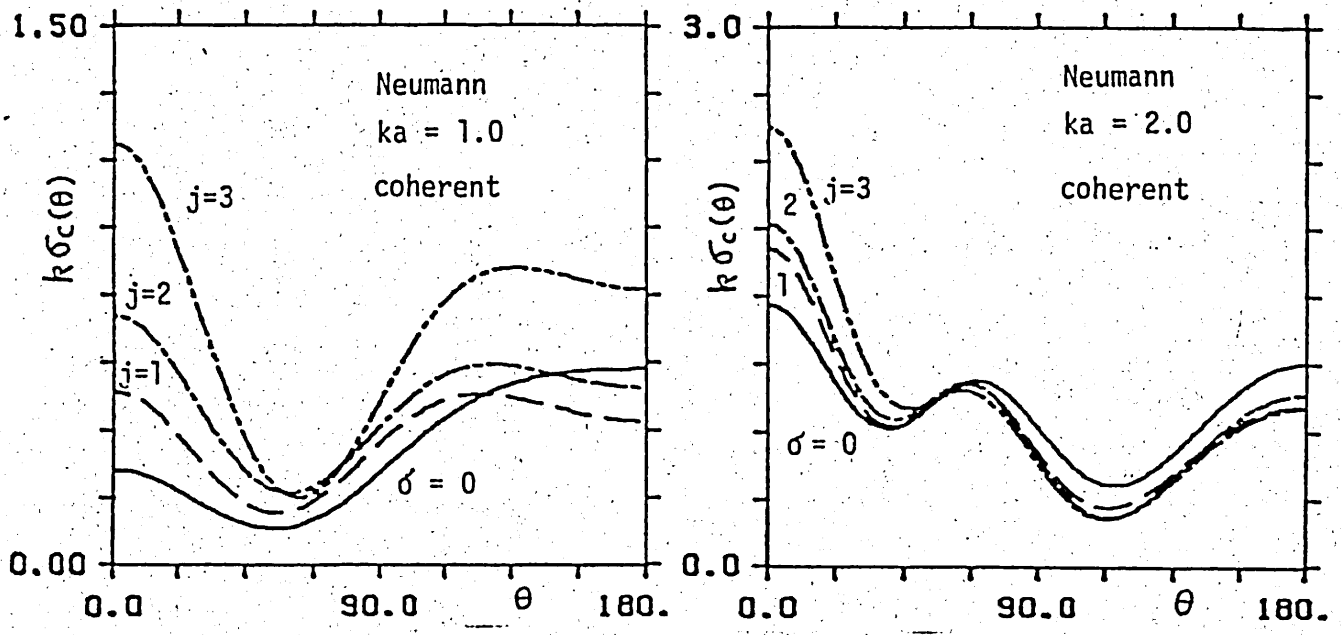

ka=2.0

$(k\sigma)^2$
$=|kF_j|^2+|kF_j|^2$

入射モードm
変形モードj

円筒波入射の電力保存則 (Neumann, 単一散乱近似)

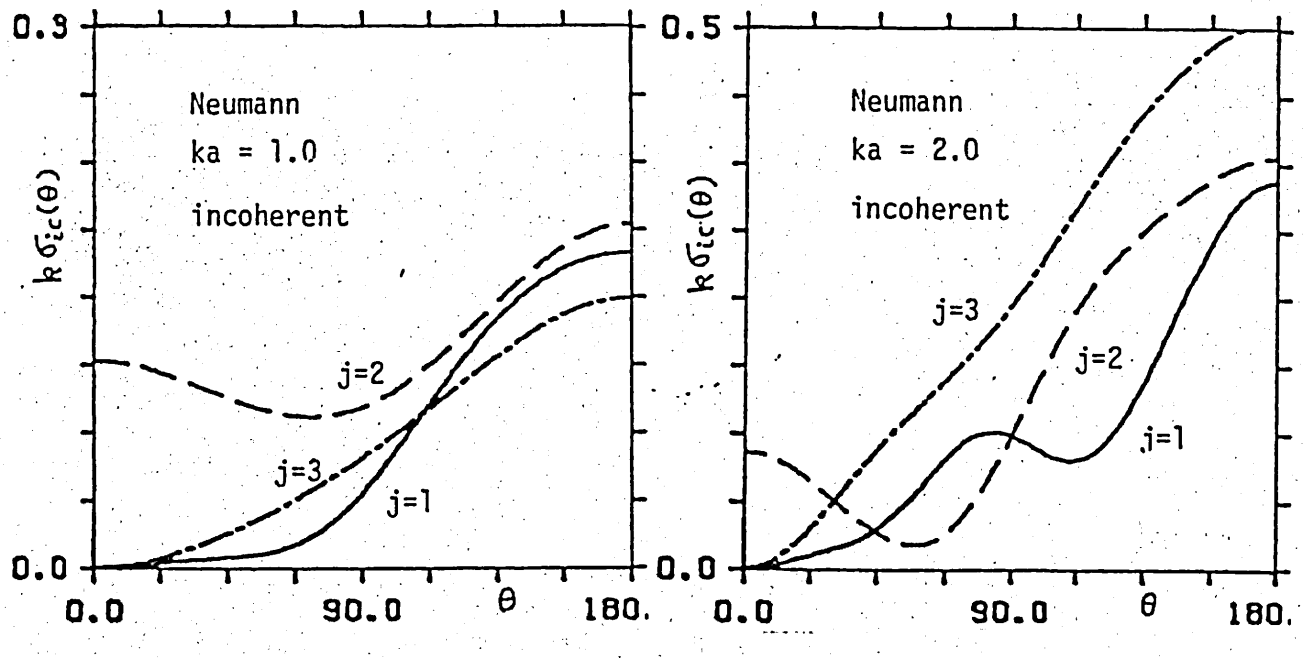
Neumann 条件




平面波入射に対するコヒーレント散乱角度分布（Neumann，単一散乱）

図7　実線は平滑球面（$\sigma = 0$）

円筒変形モード，$j = 1, 2, 3$，$(k\sigma)^2 = |kF_j|^2 + |kF_{\bar{j}}|^2$，$kF_{\bar{j}} = 0.2$




平面波入射に対するインコヒーレント散乱角度分布（Neumann，単一散乱）

図8　円筒変形モード．$j = 1, 2, 3$，　$kF_j = 0.2$

$(k\sigma)^2 = |kF_j|^2 + |kF_{\bar{j}}|^2$

輻射科学研究会資料
RS85－17

# 層状磁性膜スロット導波路の解析

張　年錫　　阿爾肯　．斯地克
(Erkin . SIDICK)
(大阪電気通信大学)

1986年3月14日

## 1．はじめに

円筒磁性体棒（有限）の軸方向に直流磁界を印加すると，反磁場効果により内部磁場分布は端面では弱く，中央が大きくなる．この効果によって波数の非常に大きいスピン波を励起できる事実を示したのは[1]，その後，この方面の研究に大きな刺激となった．一方，外的に試料の内部磁界分布を制御することにより，損失が軽減できるマイクロ波同調ろ波器の構成[2),3)]や遅延時間の長い（1μs）低損失遅延線の実験を行なった[4]．また，磁性体中の磁化を分布さし等価的に内部磁場変化をおこし，エネルギー局在化の検討を行なっている[5]．

本文は層状磁性薄膜に波動の伝搬方向にスロットを設けると，その部分の磁化が減少するので等価的に内部磁場が増大することを利用して，伝搬する表面静磁波のエネルギー集中を検討している．解析では等価透磁率法[6]（EPM）を用いた．加えて，簡単な磁界分布の測定を行なった．

## 2．解析

図1に解析モデルを示す．解析では二次元近似（$\partial/\partial z=0$）を行うが，静磁近似は行わない．すなわち，マクスウェルの方程式を利用する．時間変化を$\exp(j\omega t)$とし，以後は省略する．

$$\nabla\times E=-j\omega\tilde{\mu}H \tag{1}$$

$$\nabla\times H=j\omega\varepsilon E \tag{2}$$

ここで$\tilde{\mu}$はテンソル透磁率である．

$$\tilde{\mu}=\mu_0\begin{bmatrix}\mu & -j\kappa & 0\\ j\kappa & \mu & 0\\ 0 & 0 & 1\end{bmatrix} \tag{3}$$

$$\omega_0 = \gamma H_0$$

$$\omega_m = \gamma 4\pi Ms$$

$$\mu = 1 + \omega_0 \omega_m / (\omega_0^2 - \omega^2)$$

$$\varkappa = \omega \omega_m / (\omega_0^2 - \omega^2)$$

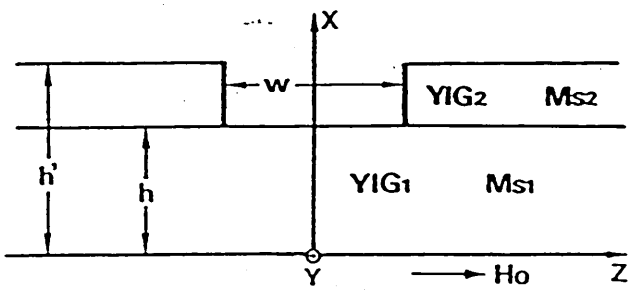



図1

ＥＰＭを用いるので，図１を２つの部分，スロットと層状のそれに分けることにする．これを図２と図３に示す．

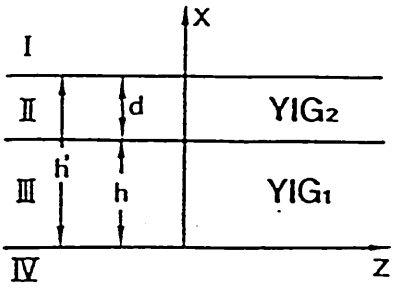



図2

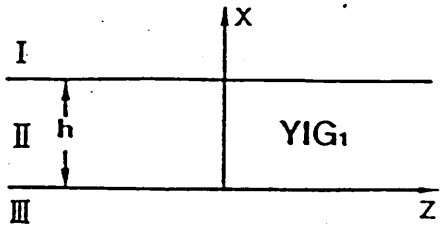



図3

図２は四層構造で，II 、III の部分がＹＩＧ$_2$ 、ＹＩＧ$_1$ に対応し，飽和磁化は$M_{s2}$ と$M_{s1}$ である．(1)、(2) に二次元近似を適用すると，ＴＥ、ＴＭモードに分離する．ＴＭモードについては(4) を得る．この式は

$$\frac{d^2 E_y}{dx^2} + (\omega^2 \varepsilon \mu_0 - \beta_z^2)\, E_y = 0 \qquad (4)$$

磁性体に無関係なものとなっている．一方，ＴＥモードに対しては(5)のようになる．

$$\frac{d^2Hy}{dx^2}+(\omega^2\varepsilon\mu_{eff}-\beta_2^2)\,Hy=0 \qquad (5)$$

$$\mu_{eff}=\mu_o\left(\frac{\mu^2-\varkappa^2}{\mu}\right)$$

ここで$\mu$、$\varkappa$は II、III の層に対して，2,1 の添字を付す．分散関係式を求めるために，各領域の磁界を次のように仮定する．

$$Hy=H_1\exp\left[-k_{xo}(x-h')\right] \quad , x\geqq h' \qquad (6)$$

$$Hy=H_2\cosh\left[k_{x2}(x-h)\right]+H_3\sinh\left[k_{x2}(x-h)\right], \quad h'\geqq x\geqq h \qquad (7)$$

$$Hy=H_4\cosh(k_{x1}x)+H_5\sin(k_{x1}x) \quad , h\geqq x\geqq 0 \qquad (8)$$

$$Hy=\exp(k_{xo}x), \quad 0\geqq x \qquad (9)$$

これらを（5）に代入すれば，波数間の関係式を得る．

$$\begin{aligned} &k_{xo}^2+\omega^2\varepsilon\mu_{effo}=\beta_2^2 \\ &k_{x2}^2+\omega^2\varepsilon\mu_{eff2}=\beta_2^2 \\ &k_{x1}^2+\omega^2\varepsilon\mu_{eff1}=\beta_2^2 \end{aligned} \qquad (10)$$

ここで，$\mu_{effi}$をｅｆｆｅｃｔｉｖｅ　ｐｅｒｍｅａｂｉｌｉｔｙという．

$$\mu_{effi}=\mu_o\frac{\mu_i^2-\varkappa_i^2}{\mu_i} \quad , \quad i=0,\ 1,\ 2$$

ＴＥモードの電界成分はＥｚで，磁界成分はＨｘ，Ｈｙである．

$$Ez=j\omega\mu_o(\varkappa_i\beta_2 Hy-\mu_i dHy/dx)\,A_i \qquad (11)$$

$$A_i=(\omega^2\varepsilon\mu_o\mu_i-\beta_2^2)^{-1}$$

境界条件

四層の場合

ｘが，ｈ'，ｈ，０の三つの境界におけるＨｙ、Ｅｚの連続条件を適用すると，各領域に対してつぎの式を得る．

$x=h'$ ,

$$H_1=H_2\cosh(k_{x2}d)+H_3\sinh(k_{x2}d) \tag{12}$$

$$A_0H_1k_{x0}=A_2\left[(H_2\varkappa_2\beta_2-H_3\mu_2k_{x2})\cosh(k_{x2}d)+(H_3\varkappa_2\beta_2-H_2\mu_2k_{x2})\sinh k_{x2}d\right] \tag{13}$$

$x=h$,

$$H_2=H_4\cosh(k_{x1}h)+H_5\sinh(k_{x1}h) \tag{14}$$

$$A_2\left[H_2\varkappa_2\beta_2-H_3\mu_2k_{x2}\right]=A_1\left[(H_4\varkappa_1\beta_2-H_5\mu_1k_{x1}\cosh(k_{x1}h)+(H_5\varkappa_1\beta_2-H_4\mu_1k_{x1})\sinh(k_{x1}h)\right] \tag{15}$$

$x=0$,

$$H_4=H_6 \tag{16}$$

$$A_1\left[H_4\varkappa_1\beta_2-H_5\mu_1k_{x1}\right]=-H_6k_{x0}A_0 \tag{17}$$

$H_1\sim H_6$に関する連立方程式が自明の解をもつための条件として，それらの係数が作る行列式を零として，分散関係式を得る．

$$A\tanh(k_{x1}h)\tanh(k_{x2}d)+B\tanh(k_{x1}h)+C\tanh(k_{x2}d)+D=0 \tag{18}$$

ここに，

$$A=\alpha_1(\alpha_1k_{x0}-\varkappa_1\beta_2)(\varkappa_2^2\beta_2^2-\mu_2^2k_{x2}^2)+\alpha_2(\alpha_2k_{x0}+\varkappa_2\beta_2)\times(\varkappa_1^2\beta_2^2-\mu_1^2k_{x1}^2)+\alpha_1\alpha_2\beta_2k_{x0}\left[k_{x0}(\alpha_1\varkappa_2-\alpha_2\varkappa_1)-2\varkappa_1\varkappa_2\beta_2\right]$$

$$B=\alpha_2\mu_2k_{x2}(\varkappa_1^2\beta_2^2-\mu_1^2k_{x1}^2-\alpha_1k_{x0}^2)$$

$$C=\alpha_1\mu_1k_{x1}(\varkappa_2^2\beta_2^2-\mu_2^2k_{x2}^2-\alpha_2k_{x1}^2)$$

$$D=-2\alpha_1\alpha_2\mu_1\mu_2k_{x0}k_{x1}k_{x2}$$

$$\alpha_1=\mu_1^2-\varkappa_1^2$$

$$\alpha_2=\mu_2^2-\varkappa_2^2$$

$$d=h'-h$$

波数関係式から透価屈折率表現を行う．（10）から

$$\beta_2=\sqrt{\omega^2\varepsilon\mu_{eff1}+k_{x1}^2}=\sqrt{\omega^2\varepsilon(\mu_{eff1}+k_{x1}^2/\omega^2\varepsilon)}=\sqrt{\omega^2\varepsilon\mu_{eq2}} \tag{19}$$

$$\mu_{eq1,2}=\mu_{eff1}+\frac{k_{x1}^2}{\omega^2\varepsilon}=\mu_{eff2}+\frac{k_{x2}^2}{\omega^2\varepsilon} \tag{20}$$

三層の場合

図３のようにＹＩＧ₁の場合は，図２でｈ’＝ｈ，ｄ＝０とすればよい．この関係を（１８）に代入すると，分散関係式が容易に求まる．

$$\tanh(k_x h)=\frac{2\mu_1 k_{x0}' k_x(\mu_1^2-\varkappa_1^2)}{\varkappa_1^2\beta_1^2-\mu_1^2 k_x^2-k_{x0}'^2(\mu_1^2-\varkappa_1^2)^2} \tag{21}$$

$$\beta_1^2=\omega^2\varepsilon\mu_{eff1}+k_x^2=\omega^2\varepsilon\mu_0+k_{x0}'^2 \tag{22}$$

$$\mu_{eq1}=\mu_{eff1}+\frac{k_x^2}{\omega^2\varepsilon} \tag{23}$$

等価透磁率法の適用

図１の解析モデルを図４のように等価透磁率をもつ層からなるとする．

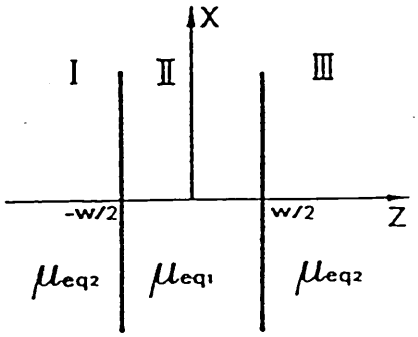



図４

ここで二次元近似を適用し，ｘ方向の変化を無視する（∂／∂ｘ＝０）．Ｉ、IIIの層は$\mu_{eq2}$，ＩＩ層が$\mu_{eq1}$となる．その場合もＴＥ，ＴＭモードに分離される．ＴＥモードに対して電磁界成分はＥｘ、Ｈｙ、Ｈｚで，波動方程式は（２４）となる．

$$\frac{d^2Hy}{dz^2}+(\omega^2\varepsilon\mu_{eq}-\beta^2)Hy=0 \tag{24}$$

各領域の界を仮定する．

$$Hy=G_1 \exp\left[k_{z1}(z+w/2)\right] \quad , \quad z \leqq -w/2 \qquad (25)$$

$$Hy=G_2 \cos(k_{z1}z)+G_3 \sin(k_{z1}z) \quad , -w/2 \leqq z \leqq w/2 \qquad (26)$$

$$Hy=G_4 \exp\left[-k_{z2}(z-w/2)\right] \quad , \quad z \geqq w/2 \qquad (27)$$

（２５）－（２７）を（２４）に代入し，（２０）を用いると，系の伝搬定数$\beta$と$\beta_2$、$\beta_1$の関係が求まる．

$$\beta^2=\beta_1^2-k_{z1}^2=\beta_2^2+k_{z2}^2 \qquad (28)$$

$z=\pm w/2$における境界条件によって分散関係が求まる．電界成分Ｅｘは次式で与えられる．

$$Ex=j\omega\mu_{eq}\frac{\partial Hy}{\partial z}\Big/(\omega^2\varepsilon\mu_{eq}-\beta^2) \qquad (29)$$

$$\tan\left(\sqrt{\beta_1^2-\beta^2}\,w/2+m\pi\right)=\frac{\beta_1^2}{\beta_2^2}\sqrt{\frac{\beta^2-\beta_2^2}{\beta_1^2-\beta^2}} \quad , \quad m=0,1,.. \qquad (30)$$

（３０）からわかるように，無損失系で波動伝搬条件として（３１）を満足する必要がある．

$$\beta_1>\beta>\beta_2 \qquad (31)$$

３．数値計算

層状磁性膜スロット線路を伝搬する表面静磁波の振舞いを明らかにするため，数値計算を行う．まず与えられた物理パラメイータに対して$\beta_1$、$\beta_2$を出し，（３０）から$\omega-\beta$関係を求める．計算ではｍ＝０場合に限定する．

| | |
|---|---|
| 直流磁界 | $H_0=600$ Oe |
| 飽和磁化 | $4\pi M_{s1}=1750$ Oe |
| | $4\pi M_{s2}=1100$ Oe |
| 二層の厚みい | $h'=10\mu m$ |

$$d = h' - h$$

溝の幅　　$w = 1\,mm$

図5はd＝3．5、3、2μmに対する分散曲線である．どの場合も上限、

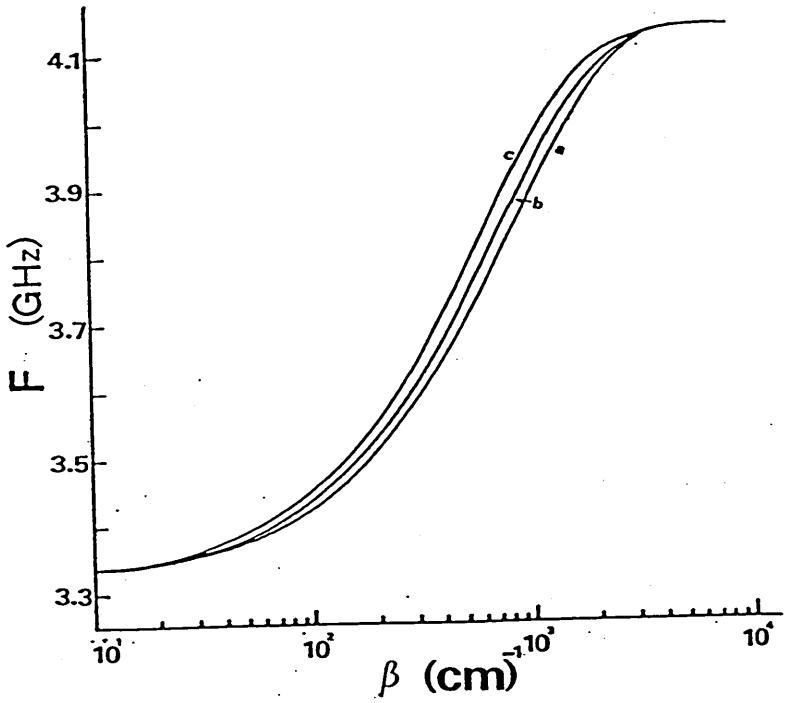



図5

下限の遮断周波数$\omega_{cu}$、$\omega_{c1}$は3．328、4．-13で，ほとんど変化がない．曲線は$H_c$、$4\pi M_s$、h'、hで変化するけれども，これらの値がきまると$\omega_{cu}$、$\omega_{c1}$は一定である．つぎに伝搬波の振幅を求めるために，$G_1$＝1と仮定して，境界条件から各定数を求める．

例えば，（－w／2≦z≦w／2）部分のHz成分は（32）となる

$$Hz = -\frac{j\beta}{k_{z1}} [G_3 cos(k_{z1} z) - G_2 sin(k_{z1} z)] \qquad (32)$$

図6と図7は周波数3．6GHz，dは図5と同様の場合，スロット部分を

中心としたＨｚの分布と，ｙ方向に伝搬するＭＳＳＷ波の電力を示している．与えられたパラメータｄの値に関する限り，溝の深さが大きい値で振幅、

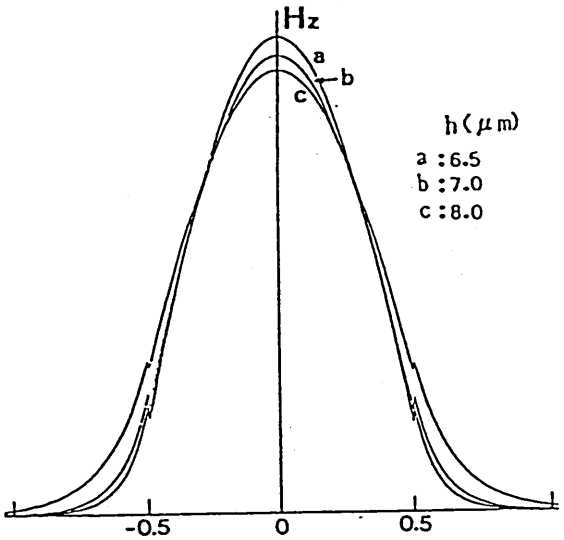



図６

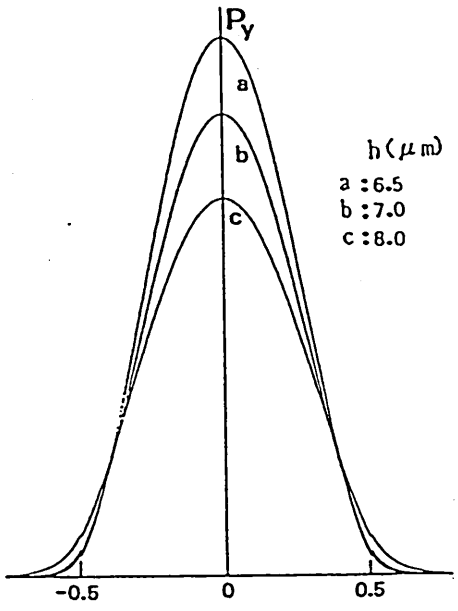



図７

電力の値が大きくなっている．すなわち，エネルギーの集中度が大きくなっているといえる．このことは等価的にＨ₀が大きくなっている とも考えられる．図８はｄを１．５μｍから７μｍまで変化させたとき，（Ｈｚ）ｍａｘ（図６でｗ＝０でのＨｚの値）のｄに対する変化の様子を示す．ｗはパラメータである．ｗの小さい（０．２＞）領域ではｄの小さい値で（Ｈｚ）ｍａｘが大きくなるが，これより大きいｗでは特に特徴はない．一方，ｄの大きい値ではｗの増大と共に（Ｈｚ）ｍａｘは大きくなる．図９では，基本モードの伝搬とスロットの関係を示している．この条件は（３３）と（２８）の関係から（３４）を満足する必要がある．定性的にパラメータのｗが小さい

$$k_{z1} w \leqq \pi \tag{33}$$

$$\beta \geqq \sqrt{\beta_1^2 - (\pi / w)^2} \tag{34}$$

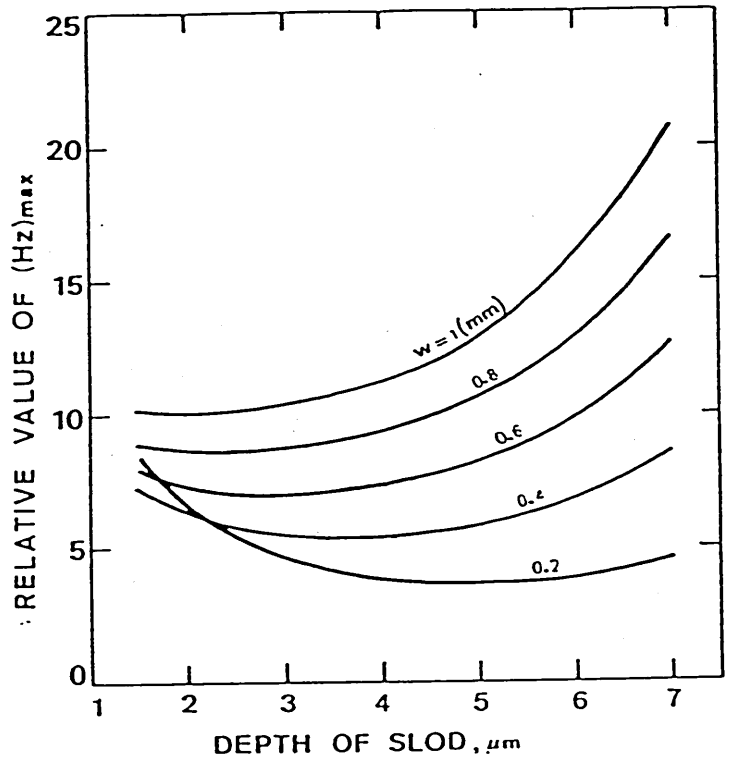



図8

程，一定のd値に対して動作周波数が低くなる．これは波数が小さくなることから理解できる．

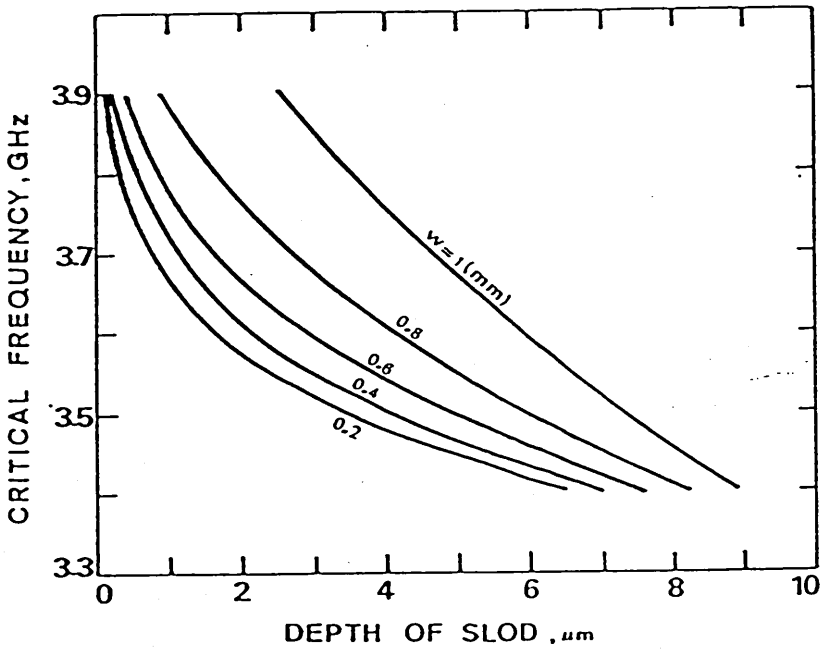



図9

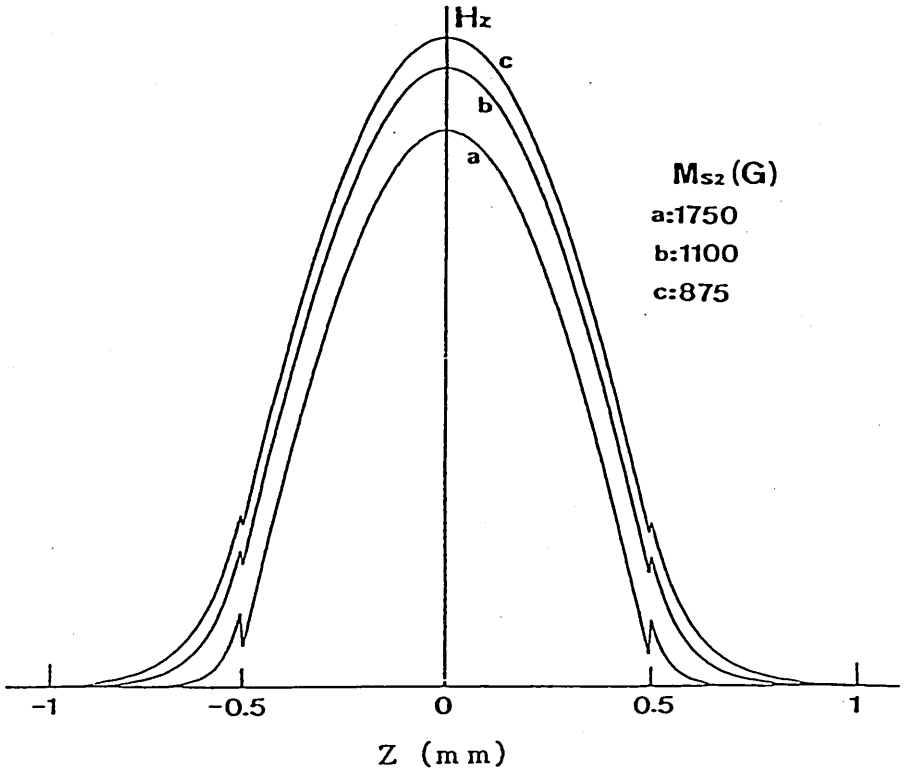



図１０

図１０は図１のモデルで$M_{s1}$＝１７５０G、ｄ＝３．５μｍを固定し，$M_{s2}$を変化したときの相対的なＨｚの変化示したものである．図中（ａ）が一層の場合に対応する．（ｃ）のように$M_{s2}$が$M_{s1}$の半分のとき，Ｈｚはかなり大きくなるが，スロット端から外への広がりが若干大きくなる．一概に結論は出せないけれども，二層の効果があるといえる．

４．実験．

ＹＩＧ膜を伝搬するＭＳＳＷの磁界分布を測定した例はＢｉｎｉらによる報告[7]や同じ時期に栗井らのものがある[8]．これらは薄膜においてＭＳＳＷの進行方向と直角方向の面分布である．しかし，スロット導波路に関しては，既に，著者によって発表したものがある[9]．ここでは，その内容を簡単

に述べ，本解析の参考としたい．用いた試料はＧＧＧ基板上に液相成長（ＬＰＥ）させたＹＩＧ薄膜で，飽和磁化１７５０Ｇ、膜厚６μｍ、長さ１０．２ｍｍ、幅４．８ｍｍのスラブである．スロットは幅ｗ＝１ｍｍ、長さ８ｍｍ、深さ２．６μｍのもので，エッチングによって作成し，ＭＳＳＷの磁界はループアンテナで測定した．ループは径１００μｍの導線を用いていて，直径は１ｍｍ，スラブの中央膜上１ｍｍの所に固定し，プローブ駆動装置によって測定する．出力はＸＹレコーダーで記録した．直流磁界５４８０ｅ、入力周波数３．３４ＧＨｚ、入力電力０ｄＢｍで出力電力は約－２０ｄＢｍであった．

図１１はスロットが付加されていない場合の磁界分布（Ｈｚ成分）で，点線部分はスロットの位置と幅を示している．図１２はスロットを付加したときの分布である．明確ではないけれども，図１２の場合が磁界の集中がスロット付近におこっている．そして，両方ともスラブ端部へのもれ磁界が存在するが，相対的に後者が少ないと見てよい．スロットのある場合，磁界分布が非対称になっているのは，スロットの構造やループと薄膜との位置関係などでインピーダンス整合が不十分なためおこったものと考えられる．

図１３ａ、ｂは前図と同じ試料を用い，周波数に対する伝搬波の出力特性示したものである．ここで周波数は外部磁界と同意である．すなわち，$H_0$を与えると，それに対応した透過帯域幅が決まる．図１３ａはスロットのない場合，スロットが装荷されているのが図１３ｂである．このように同じ膜，形状で，スロットの有無が可能なのは，結晶成長の際基板ＧＧＧの両面に同じ条件で結晶の成長ができるからである．図１３から明らかなように，スロット部分の等価的$H_0$の変化で，透過帯域の減少が起こっている様子がわかる．挿入損失に関しては，低い周波数で（ｂ）の方が小さく，高い周

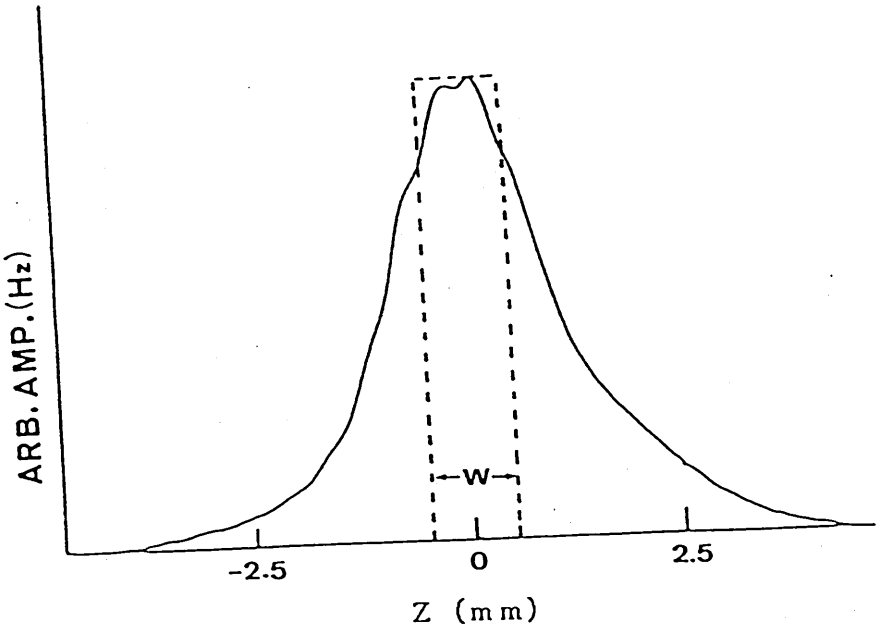



図１１

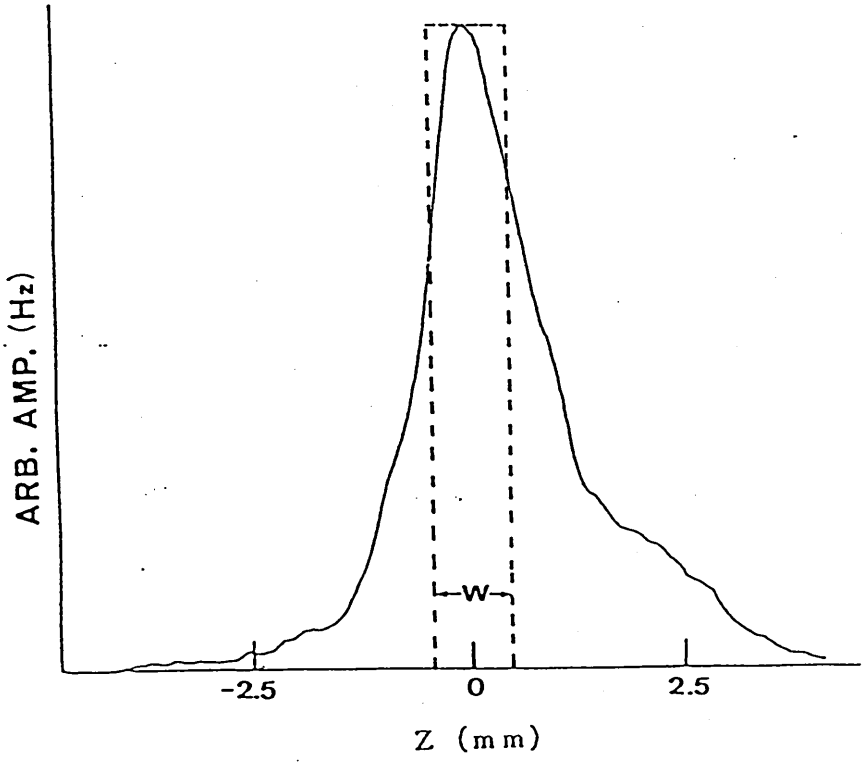



図１２

波数になるに従い，その逆となる．これらから明確なエネルギー集中度の議論はできないけれども，スロット効果が指摘できる．

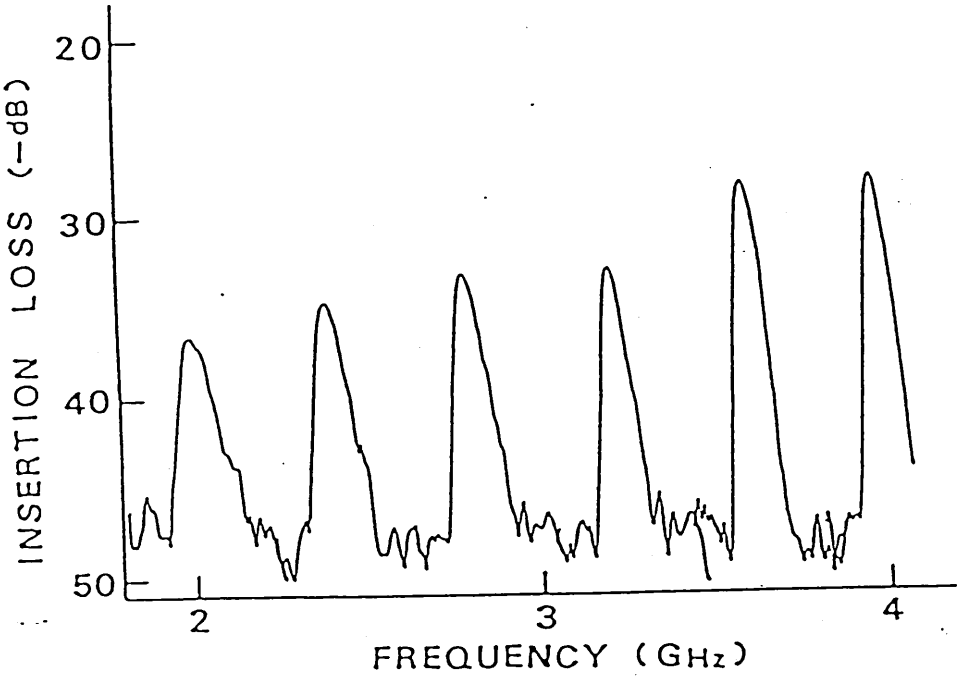



図１３，a

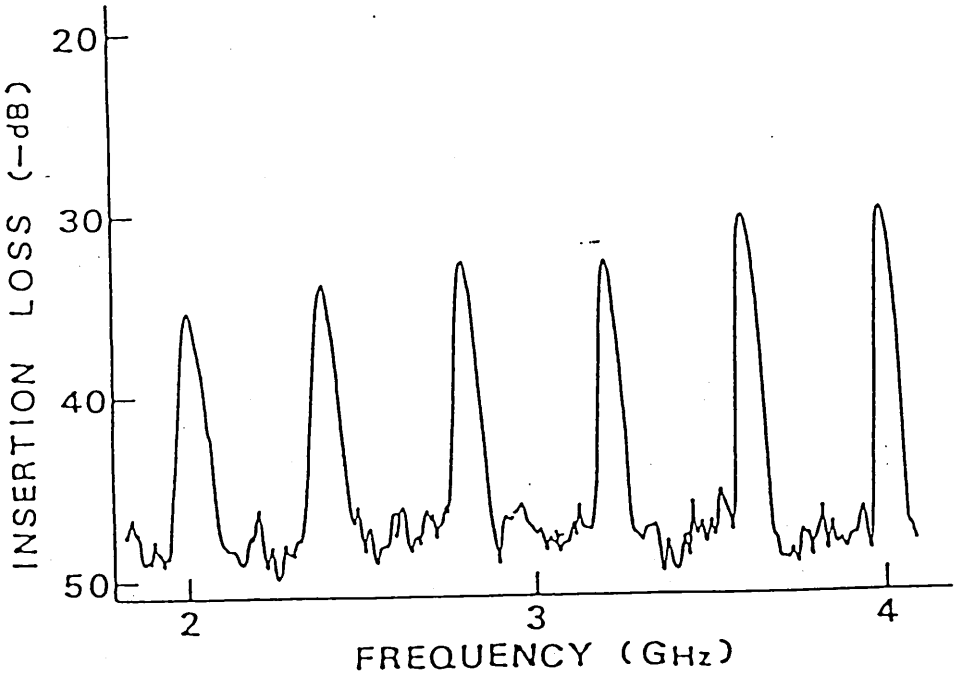



図１３，b

## 5．結論

半無限、層状磁性膜に単一のスロットを設け，スロット方向に伝搬する表面静磁波の伝搬特性を，スロットの幅や深さ，また，層状ＹＩＧ膜の飽和磁化を変化させた場合を，等価透磁率法で計算した．特に，スロット部の等価的直流磁界の増大効果を利用した静磁波のエネルギー集中度を磁界分布やポインチング電力で検討した．きわめて浅い溝でない限り計算は可能で，溝の深さ，幅や動作周波数の調整でエネルギー集中度を大きくする可能性のあることを見いだした．

実験は単層の場合について，磁界分布（Ｈｚ）と伝搬帯域全体を与えられた直流磁界に対して測定した．非スロットスラブではＨｚ成分は，スロットに対して対称分布となり，スロットスラブの場合は非対称になったが，スロット付近の磁界集中度はかなり大きいものとなった．伝搬特性では後者の通過帯域が狭くなる結果を得たが，その理由は現在のところ検討中である．

## 参考文献


1) E. Schlomann, "Advances in Quantum Electronics", P. 437 (1961).

2) D. A. Zeskind and F. R. Morgenthalar, "Localized high-Q ferromagnetic resonance in nonuniform magnetic fields", IEEE, MAG-13, 1249-1251, (1977).

3) F. J. Morgenthelar, "Magnetostatic waves bound to a DC field gradient", IEEE, MAG-13, 1252-1254, (1977).

4) M. Tsutsumi, Y. Masaoka, T. Ohila and N. Kumagai, "A new technique for magnetostatic wave delay lines", FERRITES: Proc. of Int. Conf. Japan. P. 847-850, (1980).

5) E. Sawado and N. S. Chang, "Variational approach to analysis of propagation of magnetostatic waves in highly inhomogeneosly magnetized media". J. Appl. Phys, 55, 1062-1067, (1984).

6) W. V. Mclevige, T. Itoh and R. Mittra, "New wavegide structures for millimeter-wave and optical integrated circuits", IEEE, MTT-23, 788-794, (1975).

7) M. Bini, L. Millanta and N. Rubino, "Gaussian-beam distribution of magnetostatic surface waves in inhomogeneous dc fieid", J. Appl. Phys, 46, 3175-3177, (1975).

8) 栗井, 池上" 表面静磁波の電磁界測定" , 信学論B58-8, 393-399, (1975).

9) 張, 土井, 矢島, 澤渡, " 磁気同調ＭＳＳＷろ波器の検討" , 電通総全大 No. 855, (1984).

輻射科学研究会資料　RS85-18

# 重ね導波管によるマイクロ波大電力合成回路の提案と実験的検討

王　明　　高橋　光典†　　中島　将光

京都大学　工学部

（† 現在ソニー）

昭和61年3月14日

目　次


1．　まえがき……1

2．　E面等度Y分岐……1
　2．1　伝搬モード……1
　2．2　散乱行列表現……2

3．　E面等度Y分岐を用いた電力合成回路……3
　3．1　電力合成回路の構成……3
　3．2　基本回路方程式……4
　3．3　系の定常動作……6
　3．4　安定条件……7

4．　実験および検討……8
　4．1　主導波路およびY分岐の構成……8
　4．2　同軸－導波管変換器と位相基準面の設定……9
　4．3　反射板とその反射係数の測定……10
　4．4　電力合成……15

5．　むすび……16

文献

付録

## 1．まえがき

核融合におけるプラズマの追加熱として、電磁波による低域混成加熱（Lower Hybrid Heating）がある。周波数 1～3 GHz においてHWオーダーの大電力マイクロ波を必要とする。このために，複数個の発振器による電力合成が望まれている。

複数個のマイクロ波発振器の電力合成運転系を構成する際に用いられる結合回路は、従来、Hybrid Couplerが主流となっている。ところが、大電力の場合には、Hybrid Couplerの各開口部の整合をとるために、挿入された導体棒などによる放電現象が生ずる。このような欠点をさけ、かつ構造簡単というメリットをもつ結合回路を考案することが必要となる。

本論文は、E面零度Y分岐（本文ではY分岐と略称しておく）を用いた２つの発振器の電力合成系の構成について述べる。まず、結合回路素子としてのY分岐の等価回路を散乱行列によって表わす。次に、適当な反射板を設けるならば、Y分岐を用いて完全電力合成ができることを示すと共に、最適回路条件を求める。最後に、２つのマグネトロンを用いて、電力合成の実験を行ない、解析で得られた理論結果と比較する。

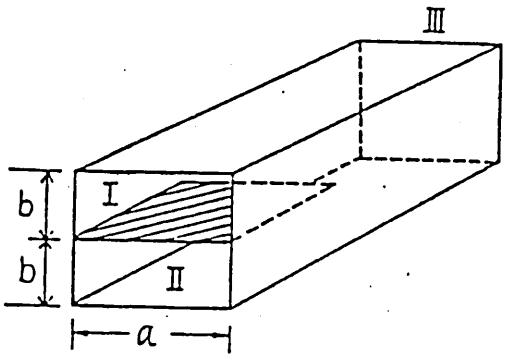


図2-1 E面零度Y分岐の構造

## 2．E面零度Y分岐とその解析

図2-1 に示すようなE面零度Y分岐は、構造簡単で、電界が集中する場所もなく損失がないので、大電力合成に適する。

### 2－1 伝搬モード

Y分岐電力合成において、図2-2 に示すように各領域をⅠ、

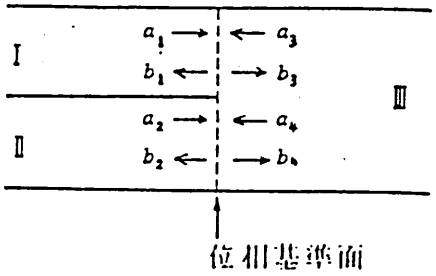


図2-2 E断面における入射波と反射波

II、IIIと名付ける。領域I、IIには基本モード（TE10モード）のみ、領域IIIには、基本モードと高次モード（TE11＋TM11モード）が伝搬するように寸法a、bを定める。そのとき、周波数fは次の条件

$$\frac{1}{2}\frac{c}{a} < f < \frac{c}{a} \qquad c^2 = 1/\mu\varepsilon \quad (2\text{-}1)$$

を満足すべきである。

## 2－2　散乱行列表現

電力合成が完全に出来るための一般的な回路条件は既に求められている[1]、[2]が、Y分岐においてもその回路条件を満足させ得る。これを明らかにするために、Y分岐を素朴な形状の4開口素子†とみなす（図2-2）。そして、領域I、IIのTE10モード、領域IIIのTE10およびTE11＋TM11モードの入射波をそれぞれ$a_1$、$a_2$、$a_3$、$a_4$とし、同様に、出力波を$b_1$、$b_2$、$b_3$、$b_4$とすると、この仮想的な4開口素子の電気的特性は一般に、次のような4＊4散乱行列によって表現できる。

$$\begin{bmatrix} b_1 \\ b_2 \\ b_3 \\ b_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} S_{11} & S_{12} & S_{13} & S_{14} \\ S_{21} & S_{22} & S_{23} & S_{24} \\ S_{31} & S_{32} & S_{33} & S_{34} \\ S_{41} & S_{42} & S_{43} & S_{44} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} a_1 \\ a_2 \\ a_3 \\ a_4 \end{bmatrix} \qquad (2\text{-}2)$$

この［S］行列の各要素を求めるにあたり、次の条件を用いる。

1). 可逆条件　　$Sij = Sji$　　(2-3)

2). 整合条件　　$S11 = S22 = S33 = 0$　　(2-4)

3). 対称条件　　$S31 = S32$　　(2-5)

4). 無損失条件　　$\sum_{k=1}^{4} Sik^{*} \cdot Skj = \delta ij$　　(2-6)

そして、Y分岐の分岐面を位相基準面にとると、式(2-2)の散乱行列は、

---

†外観的に3開口素子であるが、領域IIIにおいては基本モードと高次モードが存在するので、両者を区別して、4開口素子として扱う[3]。

$$[S] = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & e^{j\phi} \\ 0 & 0 & 1 & -e^{j\phi} \\ 1 & 1 & 0 & 0 \\ e^{j\phi} & -e^{j\phi} & 0 & 0 \end{bmatrix} \qquad (2\text{-}7)$$

によって与えられる（付録参照）。ただし、$\phi$は任意の位相角である。

## 3．Y分岐を用いた電力合成回路

図2-1のようなY分岐を用いて電力合成回路を構成する際、前節にも言及したように、領域IIIに高次モードが存在する。基本モードを出力合成モードにとるとき、この高次モードをどう扱うか、また、どうすれば電力合成の効率が最も良いか、これから検討していく。

### 3－1．電力合成回路の構成

結論的に言えば、Y分岐において領域I、IIに同じ信号入力（$a_1 = a_2 = a$）を入れて、領域IIIにおける基本モードを出力にとり、高次モードを同期発振のための注入信号として利用すれば、完全電力合成ができる。このために、領域IIIに負荷を接続し、分岐面と負荷との間に図3-1に示すように反射板Γを取り付ける。

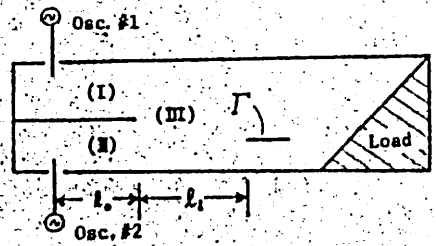
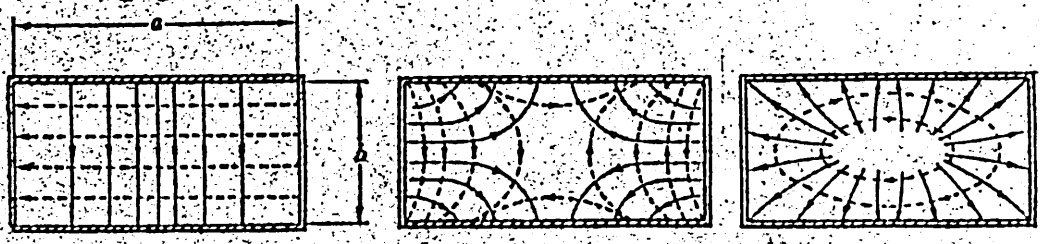



図3-1 Y分岐を用いた電力合成回路

図3-2に示す導波管のE面内におけるTE10、TE11、TM11の各モードの電磁界パターンを見ればわかるように、




$TE_{10}$ モード　　$TE_{11}$ モード　　$TM_{11}$ モード

図3-2 導波管断面における各モードの電磁界パターン

反射板は、H面に垂直に入れているので、H面に平行な電界を有するTE10モードには何も影響を与えないが、TE11+TM11モードに反射を与える。

図3-1 の電力合成回路において、分岐面から発振器#1,#2 の基準面まで、また反射板までの幾何学的距離をそれぞれ $\ell_0$、$\ell_1$ とし、反射板の高次モードに対する反射係数を $\Gamma = |\Gamma| e^{j\theta}$ とすると、この回路の Signal Flow Graph は図3-3 のようになる。ただし、図において $\beta_0$、$\beta_1$ は

$$\beta_0 = \sqrt{\omega^2\mu\varepsilon - (\pi/a)^2} \qquad (3\text{-}1)$$

$$\beta_1 = \sqrt{\omega^2\mu\varepsilon - (\pi/a)^2 - (\pi/2b)^2} \qquad (3\text{-}2)$$

としている。

## 3－2　基本回路方程式

図3-1 における発振器のモデルとして、最も一般的な Van der Pol 形を考える。発振器 #i (i=1,2) の出力波を $a_i$ 入射波を $b_i$ とすると、それぞれの発振器について相互同期を表わす基礎方程式[2),(4),(6)] は

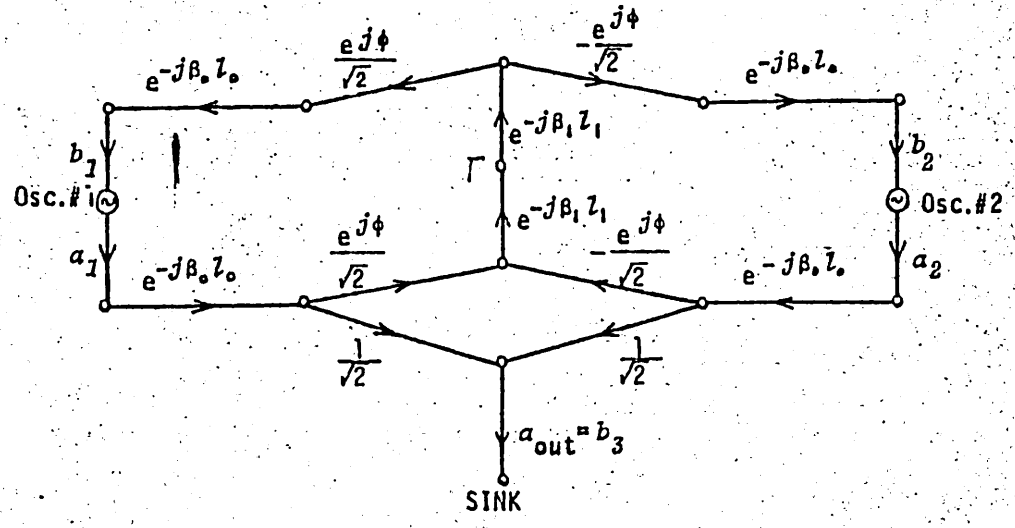



図3-3　Signal Flow Graph

$$\frac{d\alpha_i}{dt} = \frac{\omega_i}{Q_i} I_m\left(\frac{a_i}{b_i}\right) - \omega_s - \omega_i \qquad (i = 1,2) \qquad (3\text{-}3)$$

と書くことができる。各パラメータは、それぞれ

$\alpha_i$ : Osc. # i の発振位相

$\omega_i$ : 〃 固有周波数

$Q_i$ : 〃 外部Q値

$\omega_s$ : 両発振器の同期周波数

を表わす。図3-3 より、各発振器への注入信号 $b_i$ ( $i$ =1,2) および合成出力 $b_3$ はそれぞれ次のように求められる。

$$b_1 = \frac{1}{2}|\Gamma| e^{j\psi}(a_1 - a_2) \qquad (3\text{-}4)$$

$$b_2 = \frac{1}{2}|\Gamma| e^{j\psi}(a_2 - a_1) \qquad (3\text{-}5)$$

$$b_3 = \frac{1}{2} e^{-j\beta_0 l_0}(a_1 + a_2) \qquad (3\text{-}6)$$

ただし

$$\psi = \theta + 2(\phi - \beta_0 l_0 - \beta_1 l_1) \qquad (3\text{-}7)$$

そして、両発振器の出力信号が同振幅すなわち、

$$a_i = |a| \cdot e^{j\alpha_i} \qquad (i=1,2) \qquad (3\text{-}8)$$

の場合には、式(3-3)～(3-8)から次の式が得られる。

$$\frac{d(\alpha_1-\alpha_2)}{dt} = \frac{|\Gamma|}{2Q_{ex}} \{-(\omega_2-\omega_1)\sin\psi + (\omega_2-\omega_1)\sin\psi \cos(\alpha_1-\alpha_2) + (\omega_2-\omega_1)\cos\psi \sin(\alpha_1-\alpha_2)\} - (\omega_2-\omega_1) \qquad (3\text{-}9)$$

$$\frac{d(\alpha_1+\alpha_2)}{dt} = \frac{|\Gamma|}{2Q_{ex}} \{(\omega_2+\omega_1)\sin\psi - (\omega_2+\omega_1)\sin\psi \cos(\alpha_1-\alpha_2) - (\omega_2-\omega_1)\cos\psi \sin(\alpha_1-\alpha_2)\} - 2\omega_s + (\omega_2+\omega_1) \qquad (3\text{-}10)$$

$$|a_{out}|^2 = |b_3|^2 = |a_i|^2 \cdot \{1 + \cos(\alpha_1-\alpha_2)\} \qquad (3\text{-}11)$$

ただし、両発振器の外部Q値が等しい、すなわち、$Q_1 = Q_2 = Q_{ex}$ とした。なお、式(3-9) (3-11) を電力合成系の基本回路方程式と呼ぶ。

3－3　系の定常動作

式(3-9),(3-10)において、時間微係数を零とおいた式（定常動作方程式）から、同期定常状態における相互同期周波数$\omega s$,両発振器の位相差$\alpha_{12s}$,電力合成率 $|b_3|^2/(|a_1|^2+|a_2|^2)$が求められる。ここに、添字sは定常値を表わす。

解析を整理するために、両発振器の自励発振周波数$\omega_1$、$\omega_2$の平均値を$\omega_0$、それらの間の規格化相互離調度を$\Omega_0$、相互同期周波数$\omega s$に対応する規格化量$\delta$を次のように定義する。

$$\omega_0 = (\omega_1 + \omega_2)/2 \qquad (3\text{-}12)$$

$$\Omega_0 = (\omega_1 - \omega_2)/2\omega_0 \qquad (3\text{-}13)$$

$$\delta = (\omega s - \omega_0)/\omega_0 \qquad (3\text{-}14)$$

$$\alpha_{12s} = \alpha_{1s} - \alpha_{2s} \qquad (3\text{-}15)$$

そして、これらの定義式を用いると、定常動作方程式は、

$$\frac{|\Gamma|}{2Q_{ex}}\{-\Omega_0\sin\psi + \Omega_0\sin\psi\cos\alpha_{12s} + \cos\psi\sin\alpha_{12s}\} - \Omega_0 = 0 \qquad (3\text{-}16)$$

$$\frac{|\Gamma|}{2Q_{ex}}\{\sin\psi - \sin\psi\cos\alpha_{12s} - \Omega_0\cos\psi\cdot\sin\alpha_{12s}\} - \delta = 0 \qquad (3\text{-}17)$$

となる。

$(|\Gamma|/Q_{ex})<<1$、$|\Omega_0|<<1$の場合には、式(3-16),(3-17)に、式(3-12)～(3-14)を用い、さらに安定条件［式(3-28)，次節参照］を考慮に入れて、定常状態の諸パラメータは次のように求められる。

$$\alpha_{12s} = \begin{cases} \pi + \sin^{-1}\left(\frac{\Omega_0}{W}\right) & -\pi/2 < \psi < \pi/2 \\ \sin^{-1}\left(\frac{\Omega_0}{W}\right) & \pi/2 < \psi < 3\pi/2 \end{cases} \qquad (3\text{-}18)$$

$$\delta = \frac{|\Gamma|}{2Q_{ex}}\cdot\sin\psi\left\{1 + \frac{|\cos\psi|}{\cos\psi}\cdot\sqrt{1-\left(\frac{\Omega_0}{W}\right)^2}\right\} \qquad (3\text{-}19)$$

$$|a_{out}|^2 = |b_3|^2 = |a|^2\cdot\left\{1 - \frac{|\cos\psi|}{\cos\psi}\cdot\sqrt{1-\left(\frac{\Omega_0}{W}\right)^2}\right\} \qquad (3\text{-}20)$$

ここで、Wは相互同期可能な最大離調度($|\Omega_0| \leq W$)、すなわち同期

範囲であり、次式によって与えられる。

$$W = \frac{|\Gamma|}{2Qex}|\cos\Psi| \geq |\Omega_0| \qquad (3\text{-}21)$$

式(3-20)より、電力合成ができるためには、

$$\cos\psi < 0 \qquad (3\text{-}22)$$

でなければならない。特に相互離調度$\Omega_0$が零のとき、式(3-18),(3-19)は、それぞれ

$$\alpha_{12S} = \begin{cases} 0 & \pi/2 < \psi < 3\pi/2 \\ \pi & -\pi/2 < \psi < \pi/2 \end{cases} \qquad (3\text{-}23)$$

$$\delta = \begin{cases} 0 & \pi/2 < \psi < 3\pi/2 \\ (|\Gamma|/Qex)\sin\psi & -\pi/2 < \psi < \pi/2 \end{cases} \qquad (3\text{-}24)$$

となる（図3-4 参照）。これらの式と式（3-21）から、最大同期範囲の下に同相合成（$\alpha_{12S}=0$）を行わせるためには、結合位相$\psi=\pi$ (mod.$2\pi$)とすべきこと、また、そのとき最大電力合成(100%)ができることがわかる。

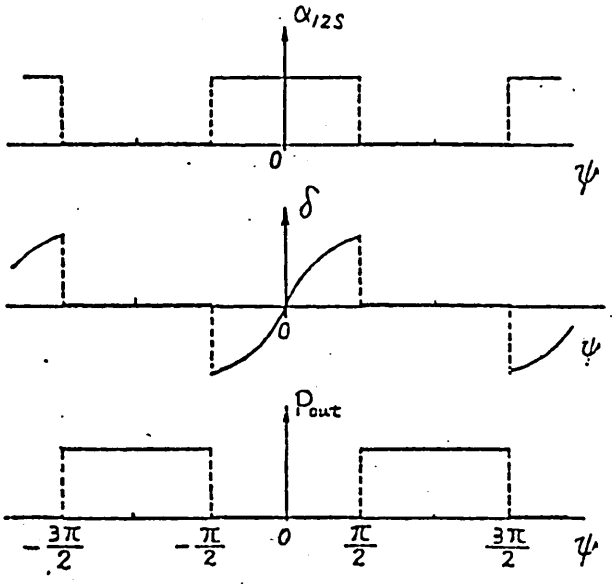



図3-4 零離調度（$\Omega_0=0$）における
(a) 両発振器の位相差$\alpha_{12S}$、
(b) 相互同期周波数$\omega_S$（$\delta$）、
(c) 電力合成率 $|a_{out}|^2$ の$\psi$依存性

## 3－4　安定条件

前節に同期解を求め、安定な定常動作について述べたが、ここでは、その際に用いた安定条件を導く。

安定性を調べるには、一般に定常解の近傍での小さなゆらぎを考え、

そのゆらぎが時間と共に減衰するかどうかをみれば良い。式 (3-9)～(3-16) において、定常位相 $\alpha_{is}$ $(i=1,2)$ の近傍のゆらぎ $\Delta\alpha_{12}$ を

$$\alpha_{12} = \alpha_{12s} + \Delta\alpha_{12} \qquad (3\text{-}25)$$

とおくと、$\Delta\alpha_{12}$ の時間変化を記述する次の微分方程式が得られる。

$$\frac{d\alpha_{12}}{dt} = \frac{d\alpha_{12s}}{dt} + \frac{d\Delta\alpha_{12}}{dt}$$

$$\approx k\cdot[-\Omega_o\sin\psi + \Omega_o\sin\psi\cdot\cos\alpha_{12s} + \cos\psi\cdot\sin\alpha_{12s}] - \Omega_o$$

$$+ k\cos\psi\cdot\cos\alpha_{12s}\cdot\Delta\alpha_{12} \qquad (3\text{-}26)$$

つまり

$$\frac{d\Delta\alpha_{12}}{dt} \approx k\cdot\cos\psi\cdot\cos\alpha_{12s}\cdot\Delta\alpha_{12} \qquad (3\text{-}27)$$

上式より、$\Delta\alpha_{12}$ が時間的に減衰するための条件、すなわち安定条件は

$$\cos\psi\cdot\cos\alpha_{12s} < 0 \qquad (3\text{-}28)$$

となる。たたし、$k=|\Gamma|/Q_{ex}$ とした。前節に述べられたような最大電力合成のために $\psi=\pi$ にとれば、安定度も最大となる。

以上、Y分岐を用いた電力合成結合系の定常状態における系の各振舞（$\omega_s$、$\alpha_{12s}$、$|a_{out}|^2$、安定度など）について述べたが、これらの結論は、従来のHybrid Couplerによる発振器電力合成結合系のそれとよく似ている[6]。

## 4．実験および検討

以上の解析結果を実証するために、マグネトロン発振器を２つ用いて電力合成の実験を行なった。使用したマグネトロンは東芝社製2M172Aである。

### 4－1　主導波路およびY分岐の構成

実験には、使用するマグネトロンの発振周波数と式(2-1) を考慮して、a＊b＝109.2＊54.6 (mm) の導波管 (WRJ-2) ２本を重ね合わせ、a＊b′＝109.2＊111.2 (mm)のそれとを結合してY分岐を構成した。また、主導波路として、a＊b′の導波管を使用しているが、ここでb′＝ 111.2

mm が 2b＝109.2 mmより大きいのは WRJ-2の管壁の厚みを余分に必要とするからである。

このような導波路において、式(2-1) は、

$$1.943 < f < 2.747 \quad (GHz) \qquad (4-1)$$

となり、マグネトロン2M172Aの f ＝ 2.460±0.010 GHz に適当であることがわかる。

## 4－2　同軸－導波管変換器と位相基準面の設定

同軸型で出ているマグネトロン出力をY分岐の入力側に注入するために、同軸－導波管変換器を製作した。この変換器の反射係数（整合度）およびY分岐の片側の往復長による移相の測定は、図4-1 、4-2 の測定系で行なった。測定結果は図4-3 、4-4 に示されている。

図4-1 において、$\ell_2$＝19mm、$\ell$＝27 mm のときに反射が最も小さくな

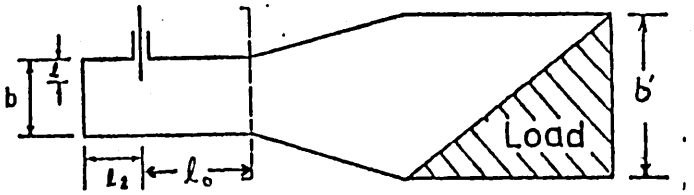



図4-1 同軸－導波管(a*b) 変換器の測定系

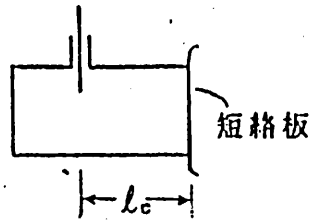



図4-2 Y分岐の移相

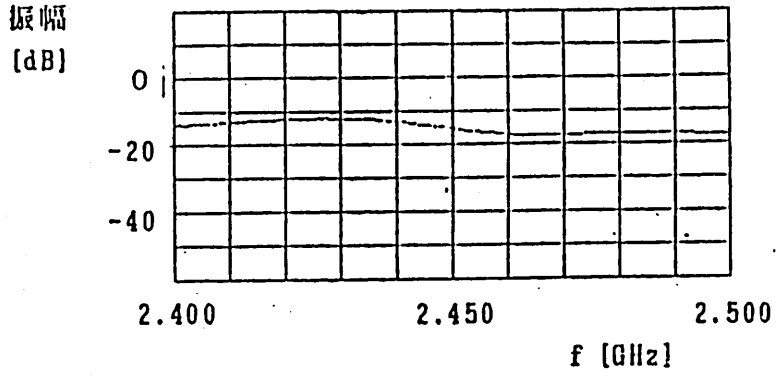



図4-3 同軸－導波管(a*b) 変換器の反射係数

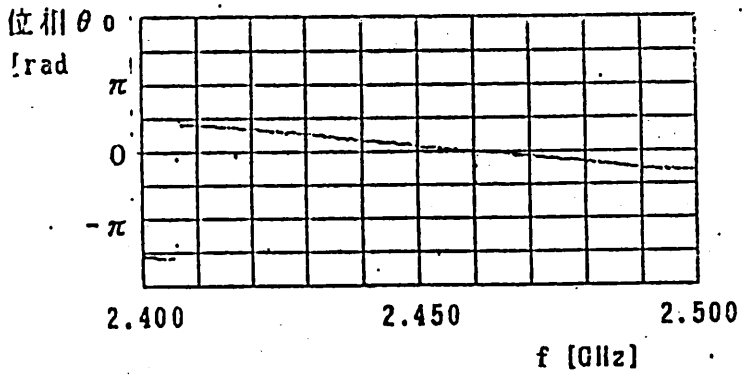



図4-4 同軸－導波管(a*b) 変換器の往復長の位相

る。また、図4-3 からわかるように、f ＝2.460 GHz での反射電力は －17 dB ＝２％以下であり、無視して良い程度である。

また、図4-4 によれば、Y分岐の片腕の往復長の位相を $\theta_o = 2\beta_o \ell_o$ とおくと、f ＝2.460 GHz で $\theta_o = 0$ (mod.2 $\pi$)($\ell_o$ = 300 mm) になることすなわち、位相基準面をY分岐の分岐面にとれば良いことがわかる。

## ４－３　反射板とその反射係数の測定

実験に用いた反射板はアルミ板をΠの字形に折り曲げて製作したもので、波の進行方向における反射板の長さは高次モードの管内波長 $\lambda'_g$ (199 mm)の1/2 (約100 mm) にした。

反射板は、a＊b'の導波管に装荷した場合、基本モードには何も影響せず、高次モードにのみ反射を与えることを図4-5,4-6 の測定系で確認

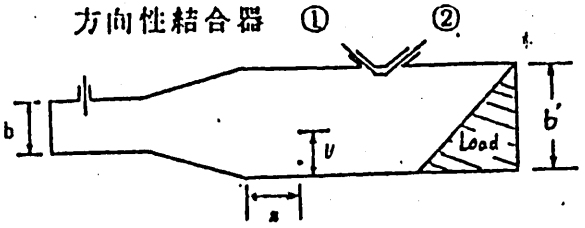



図4-5 基本モードに対する反射板の測定系

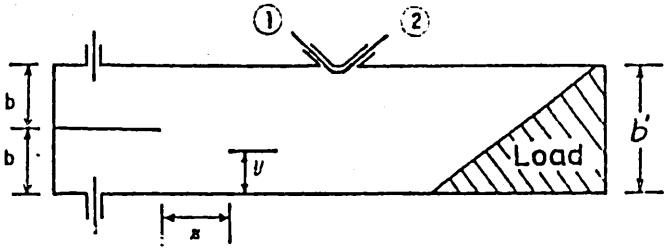



図4-6 高次モードに対する反射板の測定系

した。図4-7 ～ 4-10 にそれらの測定結果を示す。

まず、図4-7 において、反射板がない場合、反射板が（z＝200mm 、y＝56mm）および（z＝200mm 、y＝38mm）のところに置れた３つの測定条件に対して、基本モードを検出する方向性結合器からの出力はほぼ同じであった。すなわち、反射板は基本モードに何も影響しないことを示している。

次に、図4-6 の測定系で、反射板がないときの測定結果は図4-8 に示されているが、f＝2.460GHzで、S11(またはS22)は－12dB以下である。完全に零になっていないのは、同軸－導波管変換器およびＹ分岐の不整合などによるものと考えられる。また、S21(またはS12)は－20dBであり、領域ⅠとⅡの間に結合はほとんどないと確認される。

そして、反射板を（Z＝200 mm、 y＝18 mm ）のところに入れたときのＳパラメータを図4-9 に示す。f＝2.460 GHz における位相を調べて

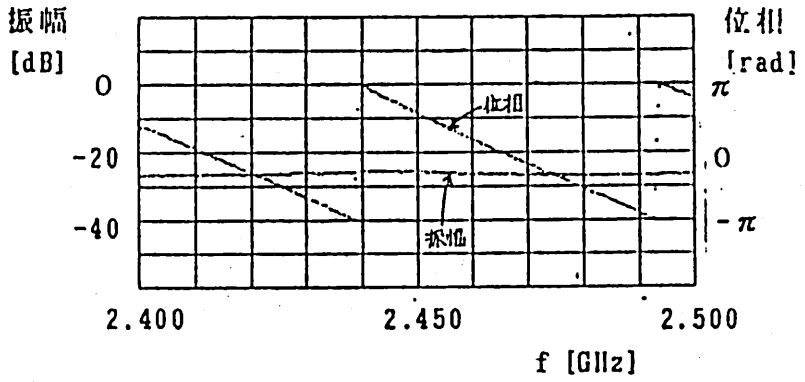
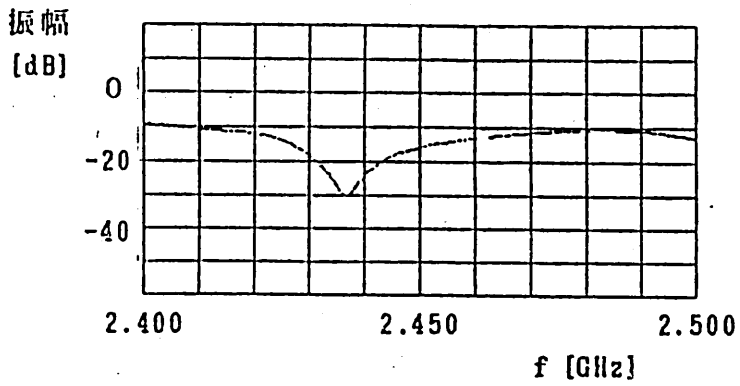
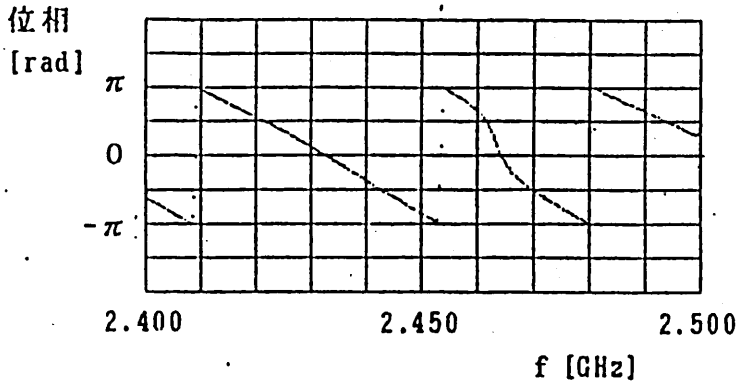



図4-7　基本モードに対する反射

(a)

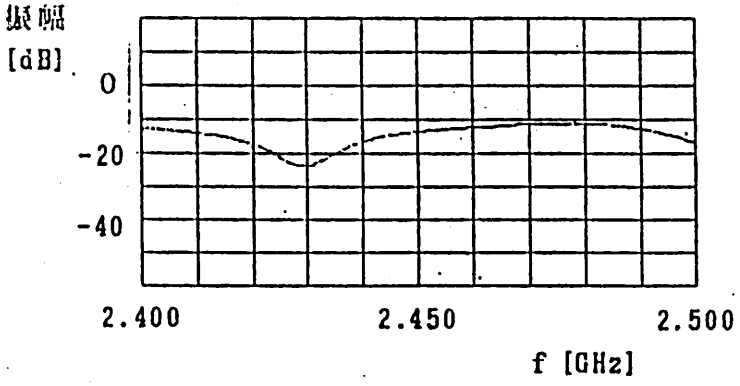

振幅
[dB]
0
-20
-40
2.400
2.450
2.500
f [GHz]

(b)

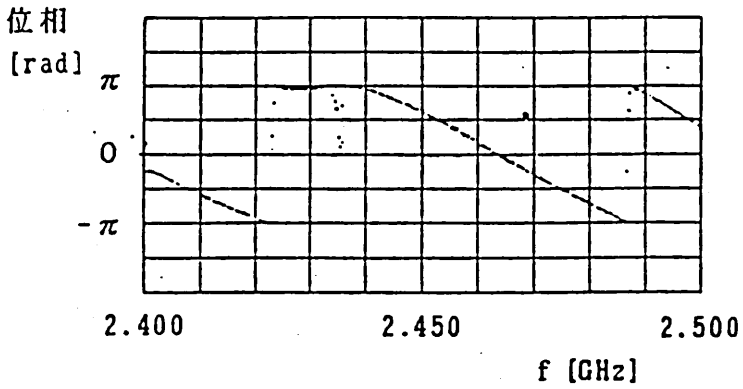

位相
[rad]
π
0
-π
2.400
2.450
2.500
f [GHz]

(a)、(b)　S11

(c)

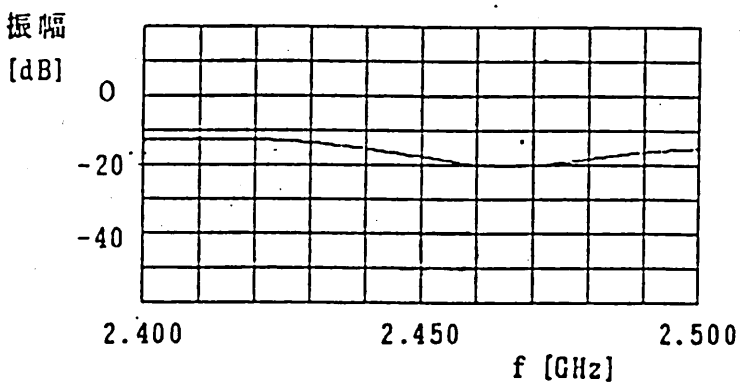

振幅
[dB]
0
-20
-40
2.400
2.450
2.500
f [GHz]

(d)

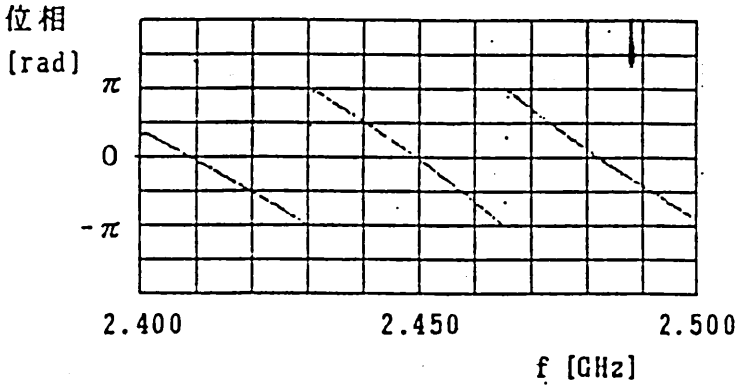



(c)、(d)　S22

(e)




(f)




(e)、(f)　S21

図4-8 反射板がない場合におけるＹ分岐のＳパラメータ

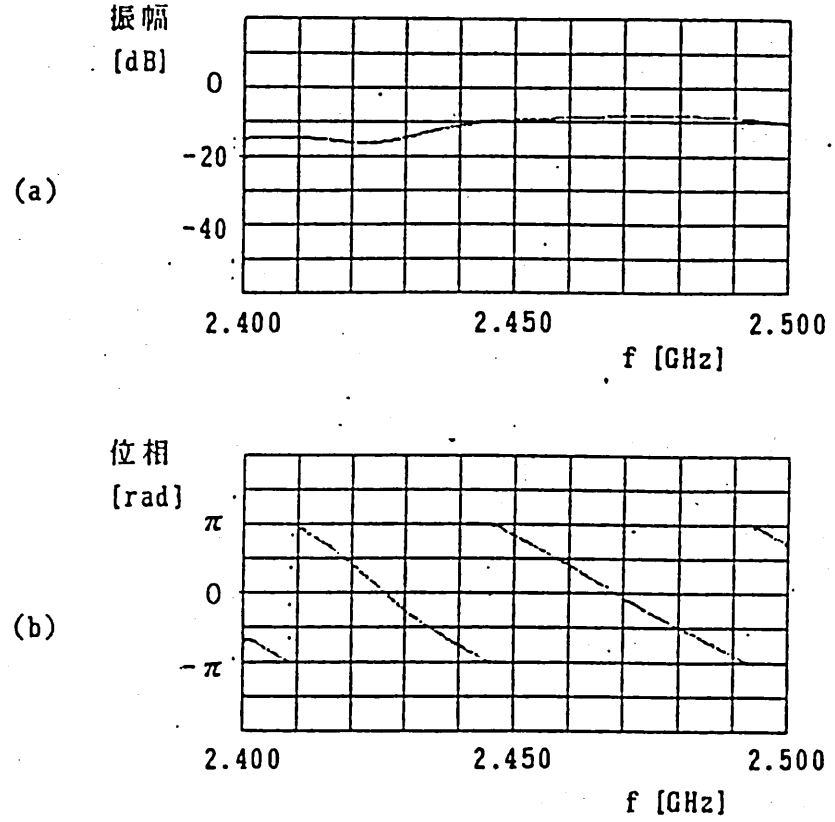



図4-9　反射板の位置が z=200mm,y=18mm のときの S22

みると、 Z＝100 mm（高次モードの約１波長分）ごとに位相の復帰が見られた。このことから、高次モードの反射があると認められる。

以上の測定結果から、Y分岐と反射板の間の領域III、IVにおける多重反射を無視すると、f＝2.460 GHz での高次モードに対する反射係数Γの大きさおよび結合位相ψを求めることができる。すなわち、反射板がないときの図4-8-(c) より、$S = 0.2405\,e^{j0.1587\pi}$ であり、反射板を付けたときの図4-9-(a) より、$S = 0.3728\,e^{j0.4127\pi}$ であることから、高次モードに対する反射係数Γの大きさおよび結合位相ψは次のように与えられる。

$$\frac{1}{2}|\Gamma|e^{j\psi} \fallingdotseq S''_{22} - S'_{22}$$

$$\fallingdotseq 0.2676\, e^{j0.635\pi}$$

それで、上式において、$\psi \fallingdotseq 0.635\pi$　すなわち式(3-7)によれば

$$\theta + 2\phi - (2\beta_1\ell_1 + \theta_0) \fallingdotseq 0.635\pi \qquad (4\text{-}2)$$

となっている。最大合成電力を得るように、$\psi = \pi$とするため、Z＝200 mm に修正値$\Delta Z$を加えると、

$$\theta + 2\phi - \{2\beta_1\cdot(\ell_1 + \Delta Z) + \theta_0\} = \pi \qquad (4\text{-}3)$$

したがって、修正値

$$\Delta Z \fallingdotseq 18 \text{ mm} \qquad (4\text{-}4)$$

が得られる。つまり、$\psi = \pi$にするために、$Z \fallingdotseq 200 - 18 = 182$ (mm) とすべきである。

4－4　電力合成

Y分岐面より Z＝170mm 、y＝18mmのところに反射板を入れて、電力合成回路を完成し、２つのマグネトロンを用いて電力合成の実験を行なった。

個々のマグネトロンの固有周波数は

$$f_1 = 2.461 \text{ GHz}$$
$$f_2 = 2.458 \text{ GHz}$$

なので、3-3節の結果より、$\psi = \pi$にとるとき

$$f_s = f_0 = 2.4595 \text{ GHz} \qquad (4\text{-}6)$$
$$|a_{out}|^2 = 1.95\cdot|a|^2 \qquad (4\text{-}7)$$

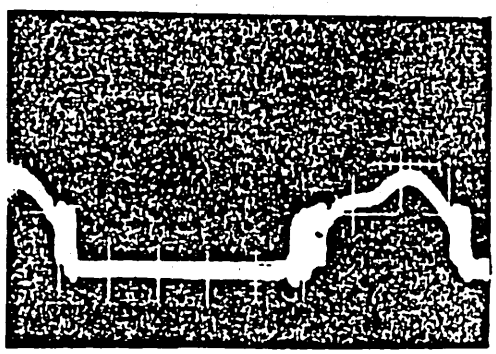
と予想される。

実験結果は図4-12（次ページ）に示されているが、家庭用マグネトロンとその電源を用いているために発振はやや不安定で、測定結果は満足できると言えるが、厳密な測定とは言い難いことを付記しておく。

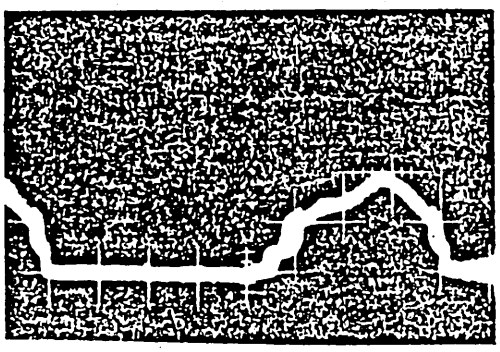
5．むすび

大電力のマイクロ波を得るために、E面等度Y分岐とE面に垂直な反射板を組み合わせて構成した電力合成回路を提案し，理論的、実験的に

(a)



(b)



(c)

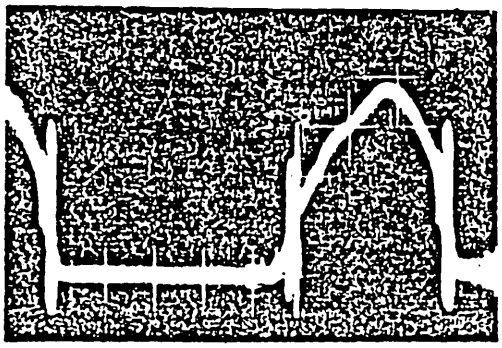


図4-11　個々のマグネトロンの出力(a)、(b)
および合成後の出力(c)（検波波形）

論じた。

E面零度Y分岐を用いた電力合成回路は構造が簡単であり、損失が少

なく大電力の場合にも放電を起こしにくいと言う利点がある。電力合成動作については、相互同期周波数、発振器間の位相差等の定常応答、ならびに同期範囲が従来のHybrid Couplerを用いた電力合成回路におけるそれらと同じ形の理論式で与えられる。したがって、ある範囲の結合位相（$\psi$）において完全出力合成が可能であることが理論解析と共に実験で確認された。

本文では、２個の発振器の電力合成についてのみ検討したが、結合回路の構造から考えて、２個以上の発振器の電力合成にも応用できると考えられる。

本論文は、Heuristic な理論を用いたので，Ｙ分岐と反射板のＳパラメータに不確定な要素が残った。そこで合成回路の条件は実験による測定値から定めたが、電磁界解析によって理論的に究明することが今後の課題として残されている。

## 文　献


1．牧野．中島．池上：”多数個発振器系の完全電力合成のための回路条件”，信学論，61-B ,p.313 , 1978.

2．M.Nakajima & J.Ikenoue : " Locking Phenomena in Microwave Oscillator Circuits " , Int,J.Electronics, 44 ,p456 ,1978.

3．N.Marcuvitz : WAVEGUIDE HANDBOOK , pp.380-383, New York, McGraw-Hill,1951.

4．R.Adler : " A Study of Locking Phenomena in Oscillators",Proc,I.R.E.,34 ,pp.351-357 ,June ,1946.

5．R.C.Johnson :" Design of Linear Double tapers in Rectangular Waveguide " ,IRE,MTT-7,July,1959. pp. 374-378.

6．福井．野木．王：”はしご状配列多素子発振器の並列運転",信学論（B)、J68-B3 , pp.366-373, (昭60-03).

## 付　録

式(2-2) のSパラメータが式 (2-3)～(2-6) の条件を用いて求められた。ここに、これらの条件について説明をしておく。

1°　可逆条件

今のY分岐は受動的な回路なので、可逆条件が成立し、

$$Sij = Sji \qquad (A1)$$

である。

2°　対称性

領域Ⅰ、Ⅱは同じように構成されているので、同じ波（$a_1 = a_2 = a$）で励振すると、その対称性から

$$S31 = S32 \qquad (A2)$$

が満足される。また、このとき領域Ⅲから出るPoutが

$$Pout = |b_3|^2 = |a_1|^2 + |a_2|^2 = 2\cdot|a|^2 \qquad (A3)$$

となることが容易に推察される。そして、領域Ⅲから領域Ⅰ、Ⅱへの入力信号がない（$a_3 = a_4 = 0$）ので、

$$|b_3|^2 = |S31\,a_1 + S32\,a_2|^2 = 4\cdot|S31\ a|^2 \qquad (A4)$$

つまり、

$$|S31| = |S32| = 1/\sqrt{2} \qquad (A5)$$

が得られる。そして、分岐面で$a_1$（または$a_2$）と$b_3$とが同位相なので、

$$S31 = S32 = 1/\sqrt{2} \qquad (A6)$$

と書ける。

3°　整合条件

TE10モードを伝搬モードにするとき、Y分岐の構造から考えて、理想的には分岐面での反射はないと考えられるので

$$S11 = S22 = S33 = 0 \qquad (A7)$$

とおける。

4° 無損失条件

理想的に無損失のY分岐において、ユニタリー条件

$$\sum_{k=1}^{4} Sik^{*} \cdot Skj = \delta ij \qquad (A8)$$

が成立する。この式から,(A1) 、(A2)、(A5)、(A6)を用いて、次式が得られる。

$$i=j=1: \quad \sum_{k=1}^{4} S1k = 1 \qquad (A9)$$

$$i=j=2: \quad \sum_{k=1}^{4} S2k = 1 \qquad (A10)$$

$$i=j=3: \quad \sum_{k=1}^{4} S3k = 1 \qquad (A11)$$

$$i=j=4: \quad \sum_{k=1}^{4} S4k = 1 \qquad (A12)$$

$$i=1 \ \& \ j=3: \quad \sum_{k=1}^{4} S1k \ S3K = 0 \qquad (A13)$$

$$S12 = 0 \qquad (A14)$$

式 (A13)、(A14) を式(A9)、(A10) に代入して、

$$|S14| = |S24| = 1/\sqrt{2} \qquad (A15)$$

が得られ、さらに、式(A15) を式(A12) に用いると、

$$S44 = 0 \qquad (A16)$$

なる。

なお、S14,S24 の位相は不確定であるので、ここで$\phi$としておく。

$$S14 = (1/\sqrt{2}) \cdot e^{j\phi} \quad 、 \quad S24 = -(1/\sqrt{2}) \cdot e^{j\phi} \qquad (A17)$$

以上をまとめると、[S] 行列は次のように与えられる。

$$[S] = \frac{1}{\sqrt{2}} \cdot \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & e^{j\phi} \\ 0 & 0 & 1 & -e^{j\phi} \\ 1 & 1 & 0 & 0 \\ e^{j\phi} & -e^{j\phi} & 0 & 0 \end{pmatrix} \qquad (A18)$$

輻射科学研究会資料RS85-19

# 合成開口レーダ画像の GLCMによるテキスチャ解析

橋本 岳　藤岡志朗　松尾 優

(京都工芸繊維大学　電気工学教室)

1986年 3月14日

## 1．まえがき

合成開口レーダ（ＳＡＲ）は、ドップラシャープニング及びレンジ圧縮技術により、高分解能画像を得ることが出来る。さらに、マイクロ波センサであることにより、昼夜天候にかかわらず観測を行うことが可能である。しかしその反面、マイクロ波の性質が可視光とは異なる点が多いため、ＳＡＲ画像に何が写っているのかを、可視光センサの知識で同定することは出来ない。例えば、マイクロ波の反射強度は、物体表面の粗さ、水分の含有率などによって大きく変化する。また、一般にマイクロ波は可視光より物質の透過率が高い。過去に、アメリカのＮＡＳＡが試験的に中米の密林を観測したとき、ＳＡＲ画像には樹木の下に隠れてまだ発見されていなかった運河の跡が写っていたという例がある。これは、マイクロ波が樹木を通過し、運河からの反射波により画像が形成されたためである。

また、ＳＡＲには、ＳＡＲ特有の画像がある。その一つは、晴天時に観測した一様海面のＳＡＲ画像に、まるで”雲”の様な像が写っていることがあり、これは、「海洋波浪による像」と考えられている。この様な像の発生メカニズムは、岸，若杉ら[1)2)]（1984）によってかなり解明されているが、逆に得られた画像の判別に関する研究を行うことも必要である。

以上をふまえて、ＳＡＲ画像の同定に関する基礎的な研究を行った。その成果の一部をここに紹介したい。

## 2．研究方法

画像の同定には、次の２つの手段が考えられる。

１つは、画像解析の手法を使用して、まず、画像を同様な特徴を有する部分に分類し、それぞれに対してグランドトルスデータを用いて各地形の特徴量を求めていくこと、他の一つは、実験によって各物体の後方散乱断面積、すなわち、ＳＡＲ画像上の反射強度を測定することである。後者の方法には様々な試みがなされているが、マイクロ波の場合、後方散乱断面積は反射角度によって大きく変化し一概に述べることはかなり難しい。

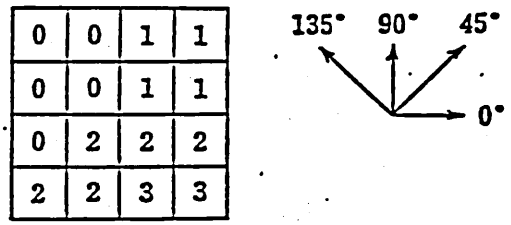
我々は前者の方法について研究を行った。

ＳＡＲ画像は黒白画像であるため、「スペクトラム情報」、つまり波長変化に関する情報、及び、「テンポラル情報」、つまり時間変化に関する情報は含まれていない。この様な場合には、画像のテキスチャに着目するテキスチャ解析が有効である。テキスチャとは、ある面積的領域内のグレイレベルの分布の様子、つまり画像の”きめ”や質感といったものである。テキスチャ解析には、従来から自己相関関数やパワースペクトラムによる方法が広く用いられているが、我々はＧＬＣＭ（Gray Level Co-occurrence Matrix ）による解析法を利用した。これは、Haralick、Shanmugam[3)]（1973）らによって提案された方法であり、画像の濃度の変化の生起確率を要素とする行列、つまりＧＬＣＭを使って画像の特徴量を抽出するという方法である（ＧＬＣＭは、確率密度関数、Co-occurrence表とも呼ばれる）。

以下に、ＧＬＣＭの計算方法を簡単に述べる。

ＧＬＣＭは、原画像から抜き出した長方形の部分画について求める。ＧＬＣＭの行と列はそれぞれグレイレベルに対応し、その要素は部分画内で距離ｄだけ離れて隣接する画素間のグレイレベルの出現回数を表している。一般にはｄ＝１として求められる。ｄ＝１の場合には、ＧＬＣＭは、水平、垂直、斜め二方向の合計４方位について計算される。以下では、方位を０度、４５度、９０度、１３５度と呼ぶ。図１にＧＬＣＭの計算例を示す。例えば、図中、０度方位について考えれば、部分画内で、グレイレベルが０から１へ変化するのは合計２回であるから、ＧＬＣＭの（０，１）要素は２となる。この様にして、すべての方位についてＧＬＣＭを求めることが出来る。ＳＡＲ画像のグレイレベルは一般に２５６階調あるいは６５５３６階調であるが、ＧＬＣＭの次数は上で述べた様にグレイレベルの階調数となる。そこで、本研究ではグレイレベルを８階調まで線形に圧縮している。その後、求まったＧＬＣＭは確率化しておく。

次に、ＧＬＣＭからテキスチャ特徴量（Texture Features）を算出する。ここでは、既存の特徴量の中から特に有効なＡＳＭ、ＣＯＮＴＲＡＳＴ、ＣＯＲＲＥＬＡＴＩＯＮ、ＥＮＴＲＯＰＹを利用した。これらは各々、部分画のグレイレベルの一様性、変化の激しさ、方向性などを示す。また、これらを補う為に、




(a) 部分画と方位

$$\begin{bmatrix}4&2&1&0\\2&4&0&0\\1&0&6&1\\0&0&1&2\end{bmatrix}\quad\begin{bmatrix}4&1&0&0\\1&2&2&0\\0&2&4&1\\0&0&1&0\end{bmatrix}\quad\begin{bmatrix}6&0&2&0\\0&4&2&0\\2&2&2&2\\0&0&2&0\end{bmatrix}\quad\begin{bmatrix}2&1&3&0\\1&2&1&0\\3&1&0&2\\0&0&2&0\end{bmatrix}$$

$P(i,j,d,0)\quad P(i,j,d,45)\quad P(i,j,d,90)\quad P(i,j,d,135)$

(b) GLCM

$$p(i,j,d,\theta) \equiv \left( \frac{P(i,j,d,\theta)}{R} \right)$$

$$R \equiv \sum_{i=0}^{N_g-1} \sum_{j=0}^{N_g-1} P(i,j,d,\theta)$$

(c) GLCMの確率化

図1 GLCMの計算例

ASM : $$f_1(d,\theta)=\sum_{i=0}^{N_g-1}\sum_{j=0}^{N_g-1}p^2(i,j,d,\theta)$$

$p(i,j,d,\theta)$：確率化したＧＬＣＭ

CONTRAST : $$f_2(d,\theta)=\sum_{n=0}^{N_g-1}n^2\Big[\sum_{|i-j|=n}p(i,j,d,\theta)\Big]$$

CORRELATION : $$f_3(d,\theta)=\frac{\sum_{i=0}^{N_g-1}\sum_{j=0}^{N_g-1}[i\ j\ p(i,j,d,\theta)]-\mu_x(d,\theta)\ \mu_y(d,\theta)}{\sigma_x(d,\theta)\ \sigma_y(d,\theta)}$$

$\mu_x, \mu_y, \sigma_x, \sigma_y$はそれぞれｘ，ｙ方向の平均及び標準偏差

ENTROPY : $$f_4(d,\theta)=-\sum_{i=0}^{N_g-1}\sum_{j=0}^{N_g-1}p(i,j,d,\theta)\log p(i,j,d,\theta)$$

CONTRAST OF DENSITY (DG×DP) : $$f_5(d,\theta)=\sum_{i=0}^{N_g-1}\Big[\sum_{n=1}^{(N_g-1)-i}n^2\,|\,p(i,j,d,\theta)-p(i+n,i+n,d,\theta)\,|\,\Big]$$

DEVIATION OF CONTRAST : $$f_6(d,\theta)=\sqrt{\frac{\sum_{n=1}^{D_\theta}[f_2(d,\theta)-f_{2AVG}(d,\theta)]^2}{D_\theta}}$$

$f_{2AVG}(d,\theta)$：CONTRASTの方位平均

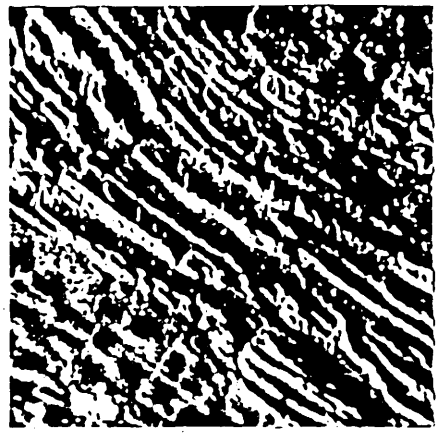
$D_\theta$　：方位の数

図２　テキスチャ特徴量の計算式

ＣＯＮＴＲＡＳＴの分散、ＧＬＣＭ対角要素のコントラストなどを導入した。図２にテキスチャ特徴量の計算式をまとめておく。

３．代表的な地形のテキスチャ特徴量のパターン

実際のＳＡＲ画像に対してＧＬＣＭを求め、テキスチャ特徴量を計算した結果を図３に示す。この図は、山地の一部の摺曲部分に対する結果である。図中のテキスチャ特徴量より、４５度方位のＣＯＮＴＲＡＳＴが大きく、１３５度方位のＣＯＲＲＥＬＡＴＩＯＮ、つまり方向性が強いことがはっきりわかる。このときの部分画のサイズは２０ｋｍ＊２０ｋｍ、画素数は１２８画素＊１２８画素である。後述する様に、ＧＬＣＭによる解析を行う上で、部分画のサイズ及び画素数の選択は、非常に大きな問題である。



（ａ）　部分画（摺曲）

| ANGLE | ASM | CONTRAST | CORRELATION | ENTROPY | DG*DP |
|---|---|---|---|---|---|
| 0 (DEG.) | 0.097 | 3.131 | 0.570 | 4.592 | 32.482 |
| 45 (DEG.) | 0.077 | 5.377 | 0.261 | 4.811 | 27.702 |
| 90 (DEG.) | 0.103 | 2.546 | 0.650 | 4.516 | 32.670 |
| 135 (DEG.) | 0.104 | 2.377 | 0.673 | 4.494 | 31.922 |
| AVG. | 0.095 | 3.358 | 0.539 | 4.603 | 31.194 |
| DEVIATION | 0.0110 | 1.1988 | 0.1647 | 0.1255 | 2.0346 |

（ｂ）　テキスチャ特徴量

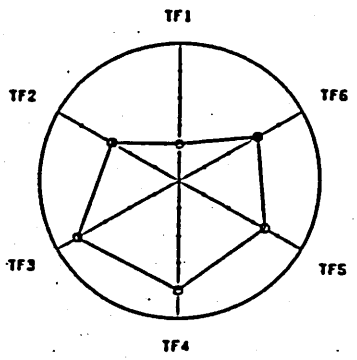
図３　ＳＡＲ画像に対するテキスチャ特徴量の計算例

図４に、ＧＬＣＭによるテキスチャ解析法で抽出した代表的な地形のテキスチャ特徴量を示す。以下では、地形ごとの違いが明確である様に、特徴量を図中の様な円グラフ（「Texture Features Pattern」と呼ぶ）で表示する。テキスチャ特徴量のパターンを描く上での正規化値を、図中に凡例として示している。但し、これらの値は、今までの結果より経験的に定めたものであり、便宜的な値である。このことについては後述する。ここでは、画素数を２５６画素＊２５６画素で計算した。その結果、「山地」、「都市」、「畑地」、「海を含む地形」、「砂漠」などの分類の可能性があることがわかった。

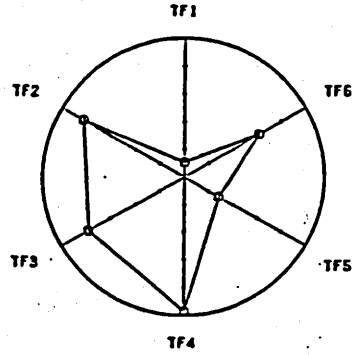
例えば、「山地」と「都市」の特徴量パターンを比較すると、「都市」の方がグレイレベルの変化が激しく、グレイレベルが一定である面積が少ないため、ＡＳＭ（ＴＦ１）が小さな値をとり、ＣＯＮＴＲＡＳＴ（ＴＦ２）が大きいことがわかる。また、「山地」と「海を含む地形」を比べると、後者は海面という一様なグレイレベルの部分を含むので、ＡＳＭ（ＴＦ１）の値が大きくなっている。同時に、ＣＯＮＴＲＡＳＴ（ＴＦ２）が小さく、その分散（ＴＦ６）も小さい。つまり、画像に方向性が少ないことがわかる。ただ、ＣＯＲＲＥＬＡＴＩＯＮ（ＴＦ３）の値は各方位の平均としているため、ある一方位に大きな値を示す様な画像でもその平均をとれば、方向性の無い画像と同様な値を示してしまう。このため、図４において、ＣＯＲＲＥＬＡＴＩＯＮ（ＴＦ３）の変化が少ない。また、このことは部分画の画素数の選択とも関係がある。

図５に、部分画内において「山地」と「海」の面積を変化させた時のテキスチャ特徴量のパターンの変化を示す。図より、部分画内が「山地」ばかりの場合には、明らかに図４における「山地」のパターンを示し、山地の面積が減少し、海洋の面積が増加するにつれて、図４における「海を含む地形」のパターンに近づくことがわかる。つまり、山地と海とが混合した様な地形でも、「山地」、「海」それぞれのテキスチャ特徴量のパターンがわかっていれば、そこに含まれている地形を推定出来ると考えられる。

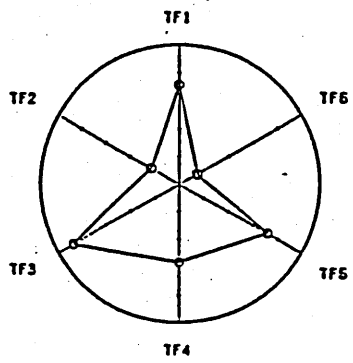
次に、初めに述べたＳＡＲ特有の現象である「海洋波浪による像」のテキスチャ特徴量パターンを図６に示す。これらは、晴天時にアメリカの SEASAT-1



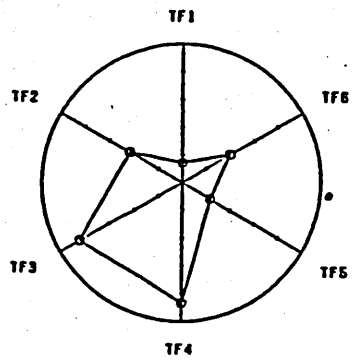

(a) 「山地」



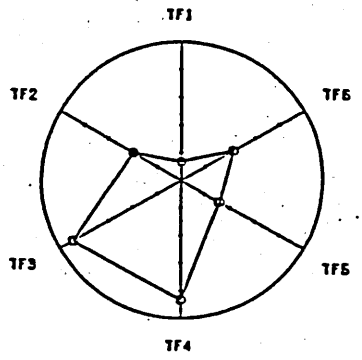

(b) 「都市」



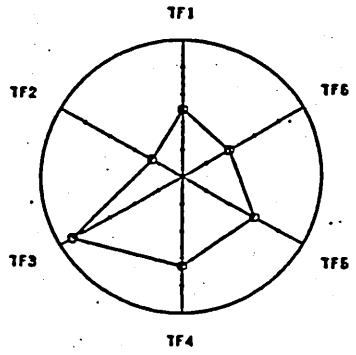

(c) 「海を含む地形」




(d) 「畑地」




(e) 「砂漠」

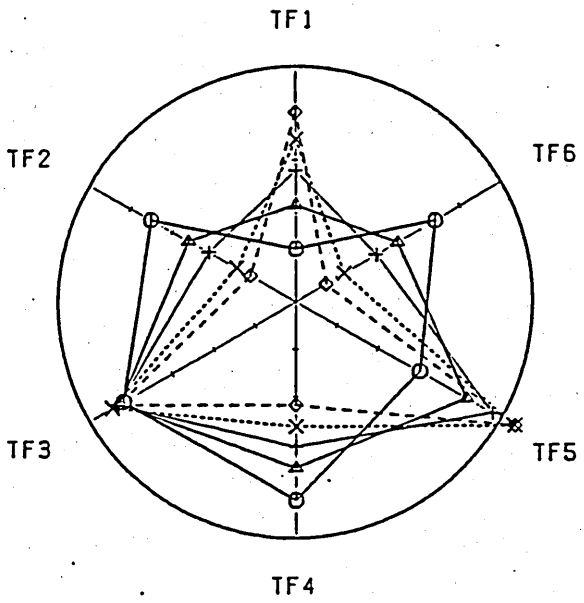



(f) 「摺曲」

```
TF1 (0.50   ) :ASM
TF2 (2.00   ) :CONTRAST
TF3 (1.00   ) :CORRELATION
TF4 (5.00   ) :ENTROPY
TF5 (80.00  ) :DG×DP
TF6 (0.50   ) :DEVIATION
```

図4　代表的な地形のテキスチャ特徴量のパターン





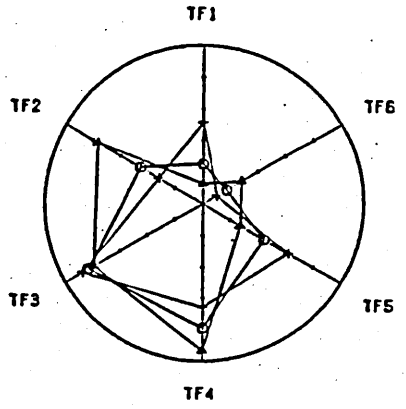

TF1 (0.50 ) ;ASM
TF2 (2.00 ) ;CONTRAST
TF3 (1.00 ) ;CORRELATION
TF4 (5.00 ) ;ENTROPY
TF5 (80.00 ) ;DG*DP
TF6 (0.50 ) ;DEVIATION

図5　地形（山と海）の面積の割合の変化とテキスチャ特徴量のパターンの変化



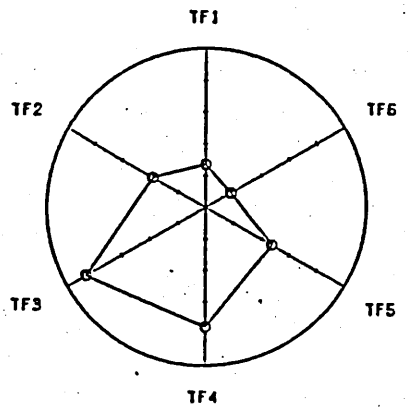
（a） 「海洋波浪による像」

（４０km＊４０km）




部分画サイズ：２０km＊２０km

TF1 (0.50 ) ;ASM
TF2 (2.00 ) ;CONTRAST
TF3 (1.00 ) ;CORRELATION
TF4 (5.00 ) ;ENTROPY
TF5 (80.00 ) ;DG*DP
TF6 (0.50 ) ;DEVIATION




部分画サイズ：４０km＊４０km

（b） テキスチャ特徴量のパターン

図６ 「海洋波浪による像」のテキスチャ特徴量のパターン

-SARによって観測されたカリフォルニア沖の「海洋波浪による像」について計算したものである。図よりわかる様に、画像によって特徴量が大きく変動し、この画像の代表的なパターンを定めることが出来ない。また、画像によっては、図3の「山地」や「都市」のパターンと区別出来ない様なパターンを示すことがある。結論として、「海洋波浪による像」は、現在、特徴量パターンによって識別することは困難である。

4．部分画のサイズ及び画素数の選択

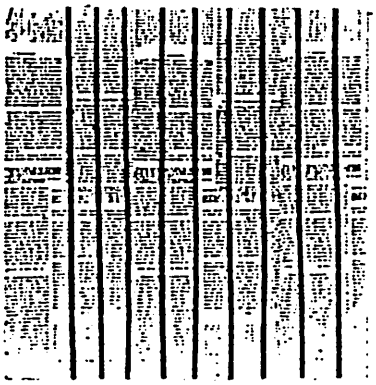
ここで、ＧＬＣＭによるテキスチャ解析野重要なポイントである部分画のサイズ及び画素数について、まとめてみる。

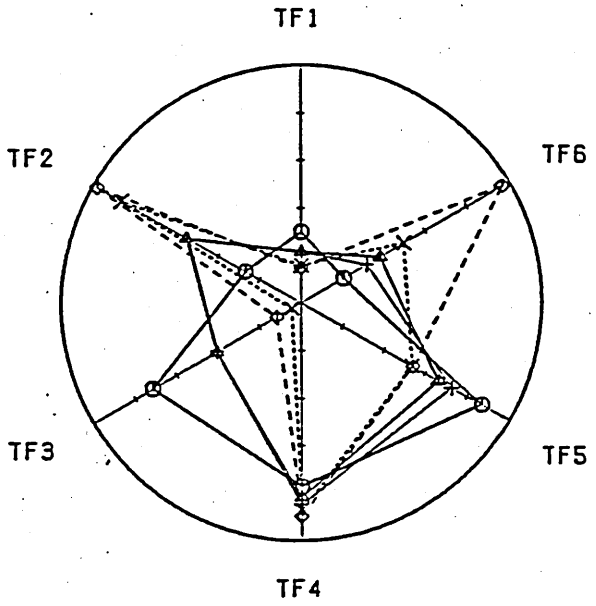
部分画のサイズの選択は、大きすぎれば１つの部分画内に複数の地形が含まれてしまうし、また原画像を粗くしか分類出来ない。逆に、部分画が小さすぎれば部分画の特徴を正確に抽出出来ず地形の判別に誤りが出易くなる。

我々は、主として、ＧＬＣＭの計算を部分画サイズ２０km＊２０kmとして行っている。２０km＊２０kmという部分画サイズは、一般的から考えるとかなり大きい。[4] しかし、我々の研究方針は、画像の分類を細かく行うことよりも、ある地形の特徴量を抽出することに重きを置いているため、わざと部分画のサイズを大きくとっている。ただ、２０km＊２０kmというサイズが妥当かどうかは現在検討中である。具体的には、２０km＊２０kmの画像を４個に分割して、部分画サイズ１０km＊１０kmの場合の計算を行った。その結果、１０km＊１０kmでも画素数を適当に選べば、２０km＊２０kmの場合と同様のテキスチャ特徴量のパターンを示すことがわかっている。

次に、部分画の画素数の選択について考えてみる。図７に、同一画像において、画素数を変化させた時のテキスチャ特徴量の変化の様子を示した。この図より、画素数によってかなり大きく変化することがわかる。　画素数の問題を考えるには、少しくどくなるがＧＬＣＭの算出過程を振り返ってみる必要がある。

ＧＬＣＭが部分画のグレイレベルの変化の”頻度”を数えるものであることは既に述べた。つまり、ある方位において、グレイレベルがａからｂへ変化すれば、






TF1 (0.50 ) :ASM
TF2 (6.00 ) :CONTRAST
TF3 (1.00 ) :CORRELATION
TF4 (5.00 ) :ENTROPY
TF5 (60.00 ) :DG*DP
TF6 (2.50 ) :DEVIATION

○ ; 画素数 512画素*512画素
△ ; 画素数 256画素*256画素
＋ ; 画素数 128画素*128画素
× ; 画素数 64画素* 64画素
◇ ; 画素数 32画素* 32画素

図7　画素数によるテキスチャ特徴量の変化

ＧＬＣＭの（ａ、ｂ）要素が１だけ加算される。しかし、同一グレイレベル間の変化、例えばａからａの変化ではＧＬＣＭの（ａ、ａ）要素が２加算される。つまり、対角要素は非対角要素の２倍づつ加算されるのである。ＡＳＭはＧＬＣＭのこの性質を利用して部分画の一様性を示すことが出来る。従って、同一部分画でも、異なる画素数で計算すると、ＧＬＣＭが違ったものとなってしまう。当然そこから算出されるテキスチャ特徴量も、図８の様に、画素数によって変化する。つまり、特徴量が部分画のテキスチャの基本構成パターンを最も良く反映する最適な画素数を選ばねばならない。また、画素数が少なすぎれば、テキスチャの構成パターンを量子化し誤差が大きくなる。例えば構成パターンが円であるのにそれを四角と誤認してしまうこともある。

我々は、いままで示してきたテキスチャ特徴量を、画素数１２８画素＊１２８画素あるいは、２５６画素＊２５６画素で計算している。ここで問題となるのは、異なる画素数で計算したテキスチャ特徴量の比較である。特徴量の値は一般に画素数によって大きく変化するため、画素数が違う場合の値を単純に比べることは出来ない。そこで、一案として、ある基準画像について画素数を変化させて計算したテキスチャ特徴量をもって、今、異なる画素数の特徴量を正規化し、テキスチャ特徴量パターンを描くという方法を考えている。ただ、この方法は、基準画像の選択が重要な点で、これは現在検討中である。

## ５．新しい方法の検討と今後の課題

以上では、テキスチャ特徴量パターンという円グラフにより特徴量を示し、その違いを視覚的に判断した。しかし、将来的には、自動的に分類する必要がある。そのためには、現在、グランドトルスデータを用いる前段階として、クラスター分析法を考えている。

また、今までに示してきたテキスチャ特徴量では地形の大まかな識別しか出来ない。その上、ＧＬＣＭでは、面積的に小さな地形は無視されてしまう。このため、河川や断層などを示す明確な特徴量のパターンが見つからない。そこで、新しい特徴量の導入、例えば画像の方向性を示す特徴量など、を含めて、新しい手

法を検討中である。以下では、新しい方法の摸索の一つとして、ＧＬＣＭの画素間距離を変化させることを考えてみる。

既に述べた様に、ＧＬＣＭは画素間距離をｄ＝１として計算することが多い。ｄ＞１は、主に、画像のグレイレベルがゆるやかに変化する時、つまり離れた距離にある画素が相関関係をもつ場合に使用されてきた。しかし、逆に、例えば山脈や摺曲の様にある周期性をもつ画像の場合には、ｄを大きくしていけば、ＧＬＣＭの対角要素の中で画像の周期性に対応するグレイレベルの要素は、ｄが周期間隔に近い値となった時にピークを示すはずである。この考えを確かめるために、細かい背景の上に９０度方位に直線が並んでいるというモデル画像についてｄを変化させてＧＬＣＭを求めた。その結果を図８に示す。横軸はｄ、縦軸はＧＬＣＭの（２，２）要素を表している。図中、丸印は０度方位、三角印は９０度方位を示している。この図より、明らかに０度方位には周期性が認められる。しかも、ピークの間隔とモデルパターンの周期間隔とは一致している。これに対し、９０度方位はｄの増加に伴ってゆるやかに減少しており、離れた画素間に相関関係が

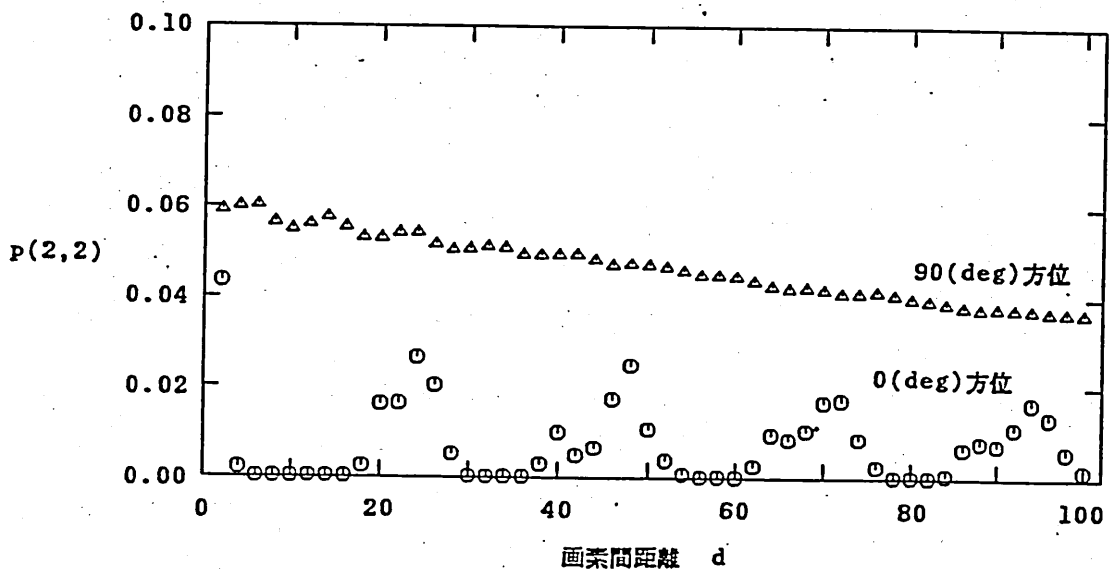



図８　画素間距離ｄと画像の周期性

あることがわかる。

上の例により、部分画の画素間距離ｄを変化させてＧＬＣＭを計算することで、画像のもつ周期性を表現出来ることがわかった。言い換えれば、このことはＧＬＣＭにテキスチャの基本構成パターンの”距離”に関する情報を取り入れることだと考えられる。つまり、ｄ＝１の場合では、ＧＬＣＭには距離情報はほとんど含まれていない。たとえば、一様な背景の場合、画像の基本構成パターンがどの様に配置されているかをＧＬＣＭでは知ることが出来ない。これに対して、ｄを変化させることで構成パターンの配置の間隔、周期性などに関する情報をＧＬＣＭに取り入れられる。今後は、これらをうまく数値的に表現する必要がある。また、パワースペクトラムによる解析法との比較を行うつもりである。

## ６．まとめ

本研究の最終目標は、未知のＳＡＲ画像を同定するためのデータベースの作成である。ここでは、同定の方法に関する基礎研究として、ＧＬＣＭによるテキスチャ解析を行った。本論文はその途中経過をまとめたものである。

現在までに、代表的な数種類の地形を分類し、その地形の特徴量をパターンとして示すことが出来た。しかし、同時に、部分画のサイズ，画素数の選択が大きな問題であることが改めてわかった。さらに、従来のＧＬＣＭによる方法だけでは十分な分類が出来ない。そこで、新しい方法の一つとして、画素間距離ｄを変化させることを試みた。その結果、画像の周期性を表現出来ることがわかった。

また今後は、ＳＡＲ特有の画像に対する解析を積極的に行う必要がある。

参考文献

1） 岸、若杉、松尾 ： ”海洋波浪の運動を考慮した合成開口レーダ映像とその評価－（1） （波の軌道運動と映像化メカニズム）”、信学技報、AP84-9 (1984)

2） 岸、若杉、松尾 ： ”海洋波浪の運動を考慮した合成開口レーダ映像とその評価－（2） ( off-nadir角の影響とＳＡＲ映像の評価）”、信学技報、AP84-84 (1984)

3） Haralick,R.M., K. Sahanmugam. and Its'hak Dinstein : ' Textural Features for Image Classfication ', IEEE Trans. Man & Cybernetics, Vol.SMC-3,pp.610-621 (1973).

4） 木村 飯嶋、小平 ： ” Co-occurrence表によるＳＡＲ画像のテキスチャ解析の試み”、日本リモートセンシング学会 、第４回学術講演会論文集 (1984)

輻射科学研究会　資料番号RS85-20

# 気体原子の高分解能レーザー分光における信号強度の研究

京都工芸繊維大学
工芸学部電子工学科

中山・茂

〒606 京都市左京区松ケ崎　電話075-791-3211（内線628）

昭和６１年３月１４日
大阪電気通信大学

## 概要

本研究は、気体原子の飽和分光、速度選択光ポンピング(VSOP)分光や偏光分光等の高分解能レーザー分光におけるドップラーフリースペクトルの相対信号強度に関して、四準位原子モデルでの一サイクルの光ポンピング効果を考慮して、理論計算をおこなつたものである。 自然放出の重要な機構によりゼーマン副準位間での光ポンピングが理論に取り入れられている。 励起光と探測光にたいして、任意の偏光状態に適用できるようにした。 三種類の分光法の関係について類似点や相違点を明確にした。 励起光によって誘導される円偏光光学活性と直線偏光光学活性の両方を理論計算に取り入れた。 それぞれの分光法におけるドップラーフリー共鳴信号の強度と符号は励起光と探測光の偏光状態によって大きく変化する。 四準位システムは、一般に用いられている三準位モデル近似と同様に重要である。 四準位光ポンピング理論から得られた結果は最近の実験報告と良く一致している。

## Abstract

A theoretical analysis of the relative intensities of the Doppler-free signals in saturation spectroscopy, velocity selective optical pumping (VSOP) spectroscopy and polarization spectroscopy is presented which uses the approximation of a single cycle of optical pumping in a four-level system. An optical pumping process in the Zeeman sublevels is taken into account owing to the important role of spontaneous emission. Arbitrary polarization combinations are considered for pump and probe beams. The similarities and differences between three kinds of spectroscopy are made clear. Both circular and linear optical anisotropies induced by the pump beam are considered in this theoretical calculation. The magnitude and sign of Doppler-free resonances in each spectroscopy are quite different owing to the polarizations of the pump and probe beams. The four-level system is as important as a three-level approximation, which has already been presented in many papers. The results obtained from the four-level optical pumping theory are in good agreement with recent experimental reports.

## 第1章 はじめに

飽和分光(saturation spectroscopy)は、Javanらによって1961年に考案され、ドップラー幅よりも狭い分解能を得ることのできる簡単で有効な方法である。ところが、最近、高分解能レーザー分光で、気体原子に共鳴的に誘起された光学活性（二色性：偏光に依存した吸収係数、複屈折：偏光に依存した屈折率）を利用したいくつかの新しい高感度な分光方法が考案された。偏光分光(polarization spectroscopy)は、Hanschら〔1,2〕によって1976年に考案され、円偏光や直線偏光のレーザーで誘起された二色性と複屈折にもとずいた高分解能分光で、飽和分光よりも高感度で分解能もよい。速度選択光ポンピング分光(VSOP:velosity selective optical pumping spectroscopy)は、Laloeら〔3,4〕によって1979年に考案され、レーザーで誘起された二色性にもとずいた新しい高分解能分光である。VSOP分光をopto-galvanic検出（レーザーが放電ガスに共鳴するとき放電電流や放電インピーダンスが変化するのを検出）に応用したのが偏光変調励起分光(POLINEX:polarization intermodulated exitation spectroscopy)で、Hanschら〔5,6〕によって1980年に考案された。これらの分光方法で得られた高分解能スペクトルは、Rydberg定数や陽子対電子質量比などの重要な物理定数の高精度測定に広く用いられている〔7-9〕。

基底状態の寿命が励起状態の寿命よりも長い原子遷移の飽和分光では、自然放出による光ポンピング過程は重要となり、信号強度や飽和パラメーターに大きな影響を与える。飽和分光における自然放出の重要性は、三準位モデルでHolt〔10〕やCahuzacら〔11〕によって考慮されて、四準位モデルでAndersonら〔12〕によって定性的に指摘された。いろいろな偏光状態をもった励起光や探測光による飽和分光での実験を行い、同じような自然放出の重要性がPappasら〔13〕やRinnebergら〔14〕によって指摘された。飽和分光で縮退した準位への影響を考慮した詳細な理論はFeuilladeら〔15〕によって最近報告された。ナトリュウム原子$D_1$線の偏光分光で、光ポンピング過程がGawlikら〔16〕によって最初に指摘されて、Nakayamaら〔17〕によって理論的に計算された。後に、ナトリュウム原子$D_1$線のVSOP分光でもこの計算がAminoffら〔9〕によって正しいと確認された。

著者の今までの報告〔17-37〕で，飽和分光、VSOP分光、偏光分光において光ポン

ピング理論を用いてナトリュウム原子よりも更に複雑な超微細構造をもった多くのアルカリ原子(Li,K,Rb,Cs)の高分解能信号強度やLine shapeの研究を行ってきた。 高分解能信号の強度と符号は、自然放出による光ポンピングサイクルに依存していることが示され、四準位原子システムでの一サイクルの光ポンピング過程によって計算した第一次近似が、弱い励起光を用いているために、実験結果を説明するのに適当であることが判った。 三準位モデルが不十分なのは、四準位crossover共鳴が三準位crossover共鳴と同じオーダーで起こるためである。 本報告では、飽和分光、偏光分光、VSOP(POLINEX)分光のような高分解能分光における光ポンピング過程の理論を示し、最近報告されている実験結果と比較検討する。

気体原子の光学活性を求めるのに、四準位原子モデルを提案し、共鳴線の中に縮退した多くのZeeman遷移から二準位原子共鳴、三準位、四準位crossover共鳴を選び出す。 一例として、飽和分光、偏光分光、VSOP分光でのNa原子$D_2$線の高分解能信号強度の数値計算を示した。 それぞれの分光法での高分解能信号強度は、励起光と探測光との偏光状態により大きく変化するので、四準位系での一サイクルの光ポンピング近似を用いて、すべての偏光状態の組み合わせに応用できるようにした。 更に、本報告では、それぞれの分光法における円偏光光学活性と直線偏光光学活性の両方を理論計算に取り入れた。 これらの理論結果は、最近の実験報告と比較検討され、良く一致している事が判った。 これは、原子や分子の高分解能分光の実験に寄与できるものと考える。

## 第2章 四準位光ポンピング理論

容器中の原子はランダムな方向に運動しており、ドップラー効果のために観測者に向かって運動する原子は高い周波数で放射し、逆に観測者から離れていく原子では低い周波数で放射する。そのために、ランダムな方向に運動する原子群に対する蛍光スペクトルは鋭いピーク（Na $D_1$線では自然幅：約10MHz）ではなく、幅の広い曲線（ドップラー幅：約1500MHz）となる。 そのために、スペクトルの微細な原子構造は隠されてしまう。 いかにドップラー広がりを取り除き、より微細な原子構造を観測するか、また、より感度の良い分光を行うかが高分解能、高感度分光であり、いろいろと工夫された分光方法が考案されている。

飽和分光は、単一モードの波長可変レーザーを反対方向に進行する励起光と探測光とに分けて、光軸に沿った速度成分のない原子グループだけを取り出すことによってドップラー広がりを消去している。 つまり、図1(i)のように実験室系で原子は光軸方向の速度vをもち、励起光と探測光は同じ角周波数ωをもっている。ところが、原子系では、原子はドップラー効果のために励起光と探測光の角周波数がずれていると感じる。図1(ii)に示すように、それらのずれはお互いに反対方向で、励起光と探測光の角周波数はω±kvとなる（kはレーザーの波数である）。

そこで、原子が共鳴角周波数ωの二準位系であるとすると、励起光と探測光がこの原子と同時に共鳴するためには、図1(iii)のように軸速度v（ドップラーシフトkv）は零でなければならない。 つまり、レーザー光と垂直に動く原子のみを観測することが可能になる。 探測光の吸収信号はドップラー広がりのない狭帯域の原子共鳴となる。 ところが、この原子が四準位であるならば、図1(iv)

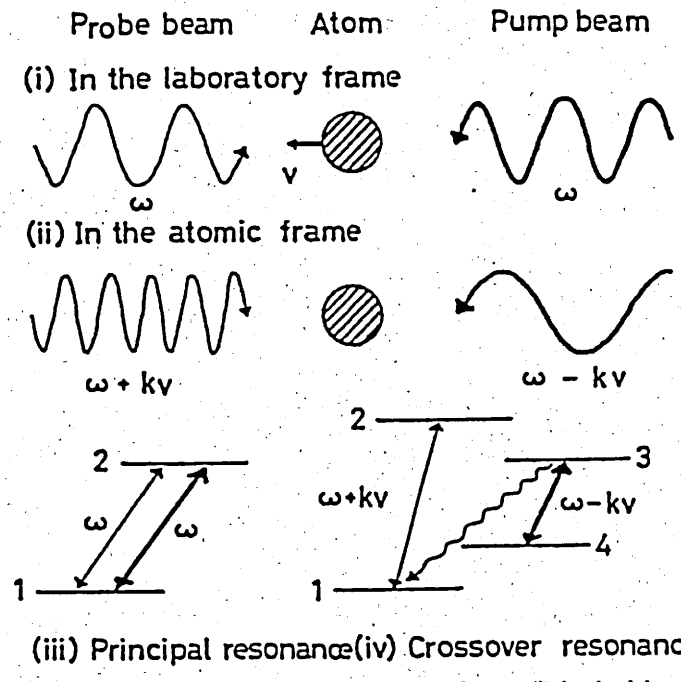



Fig. 1 The interaction of atoms with pump and probe beams (i) in the laboratory frame and (ii) in the atomic frame. (iii) Principal resonance in two-level systems and (iv) crossver resonances in four-level systems.

のようにある特定な斜め方向に運動する原子は、異なった角周波数をもつ励起光と探測光と同時に相互作用する事ができる。 この場合、準位３から準位１への自然放出が必要で、準位1-2の原子遷移と準位3-4の原子遷移の中間位置で（実際には準位はないが）スペクトルが観測される。特定な速度をもつ原子のみを観測するので、原子共鳴と区別してcrossover共鳴と呼ばれ、狭帯域である。 crossover共鳴はレーザー光に対して左右対称な斜め方向に動く二つの原子群と相互作用し、原子共鳴はレーザー光に対して垂直に動く一つの原子群だけとしか相互作用しないので、crossover共鳴の信号強度は原子共鳴の信号強度よりもしばしば大きい〔23〕。

単一モードのレーザー場は長いコヒーレンス時間をもつので、原子と相互作用するとき光コヒーレンスを誘導するけれども、励起光が弱いかぎり光Bloch方程式よりもレート方程式が応用できる。 気体原子の光学活性を示す電気感受率（吸収係数、屈折率）をレート方程式と四準位系での一サイクルの光ポンピング近似で計算する。

吸収係数$\alpha$行路長lの希薄な吸収気体中を通る単色光の探測光の強度変化を調べる。 気体を通った後の探測光の強度IはBeer則により、$\alpha l \ll 1$とすると

$$I=I_0\exp[-\alpha l]\sim I_0[1-\alpha l] \qquad (1)$$

となる、ここで$I_0$は通過前の探測光の強度である。 吸収係数は誘電分極Pより求める。 誘電分極は第1次と第3次の電気感受率$\chi^1$、$\chi^3$によって近似的に〔29〕

$$P=\varepsilon_0\chi^1E_j+\varepsilon_0\chi^3E_jE_i\cdot E_i, \qquad (2)$$

となる、ここで$\varepsilon_0$は真空の誘電率、EiとEjは励起光遷移iと探測光遷移jの電場である。 この電気感受率の虚数部は吸収係数に対応するので、

$$\alpha\infty\ k\cdot Im[\chi^1+\chi^3E_i\cdot E_i] \qquad (3)$$

虚数部の第１項はドップラー広がりをもつ線形吸収を示し、第２項はLamp dipとして知られるドップラー広がりのない非線形吸収を示す。 この吸収係数を共鳴角周波数$\omega_p$の原子遷移の近傍でドップラー極限近似すれば、原子のランダムな熱運動によるドップラー広がりと非線形吸収のローレンツ型関数の和として書き直す事ができる

$$\alpha\infty\ \alpha_0|\mu_p|^2\exp[-(\omega-\omega_p)^2/(ku)^2]+\chi_0Im\chi_{pjpj}(pi) \qquad (4)$$

ここで、$\omega$はレーザーの走査角周波数で、$|\mu_p|^2$は超微細構造遷移確率で、

$a_B$と$\chi_B$は比例定数である。 最確速度uは$(2k_BT/M)^{1/2}$で与えられる、ここでTは気体の温度、$k_B$はボルツマン定数、Mは原子質量である。

弱い励起光に対して第3次の電気感受率$\chi_{p_ip_j}^{(p_i)}$は、次のようなドップラーフリーのローレンツ型複素関数で近似的に書くことができる。

$$\chi_{p_jp_j}^{(p_i)}=\sum_{i,j} I_{p_jp_j}^{(p_i)}\exp[-(\Delta\omega_{ij}/2ku)^2]/[\omega-\omega_{ij}-i\gamma] \quad (5)$$

ここで、$p_i$は角周波数$\omega_i$の励起光の偏光状態で、$p_j$は角周波数$\omega_j$の探測光の偏光状態で、$\omega_{ij}=(\omega_i+\omega_j)/2$、$\Delta\omega_{ij}=\omega_i-\omega_j$である。 偏光状態$p_i$,$p_j$に対して、0,+,-はそれぞれ直線偏光($\pi$)、左回りの円偏光($\sigma_+$)、右回りの円偏光($\sigma_-$)を示す。 弱い励起光と探測光を仮定しているので、強い飽和効果は考慮されていない。 ドップラー因子$\exp[-(\Delta\omega_{ij}/2ku)^2]$は励起光と探測光の二つの原子遷移の

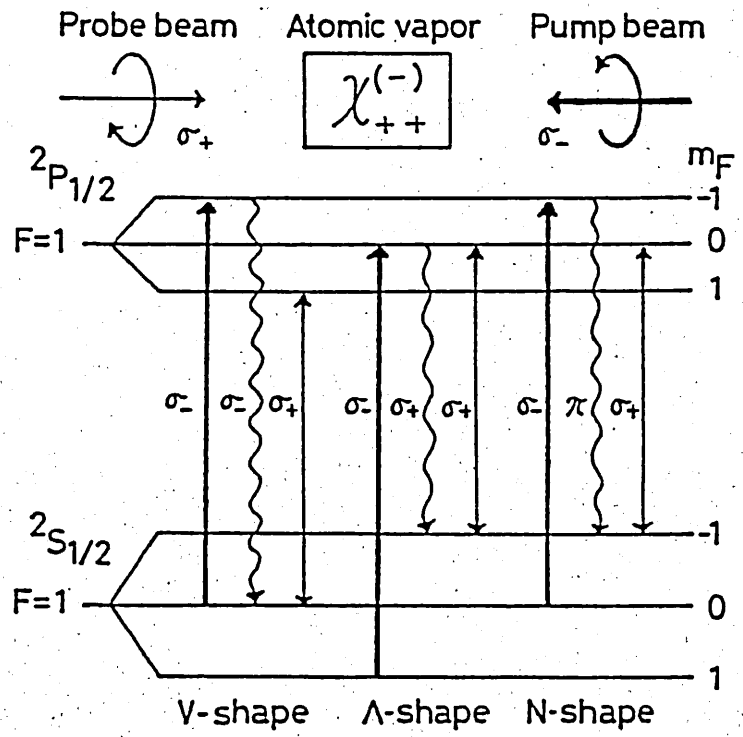



Fig. 2 Three kinds of crossover resonances (V-, Λ- and N-shape) in the $F=1 \rightarrow F=1$ hyperfine transition under $\sigma_-$-polarized pump and $\sigma_+$-polarized probe beams. The quantization axis is chosen in the direction of the probe beam propagation.

ドップラー広がりの重なり程度を表し、ただcrossover共鳴の強度に影響を与え、原子共鳴に対しては常に1である。 共鳴信号のスペクトル線幅$\gamma$は、多くの要素に依存し、例えば、自然幅、飛行時間広がり、レーザースペクトル幅、光強度広がり、残留ドップラー広がり、衝突広がり等である。

縮退したゼーマン副準位で観測される信号強度は、縮退していないゼーマン副準位での分離した信号強度の代数和となることを示した[22]。 各々の超微細構造はゼーマン副準位を持っているために、基底状態と励起状態のゼーマン副準位間の特定の偏光状態をもつ励起光遷移と探測光遷移の組み合わせで、二準位原子共鳴でさえもそれ自身と三準位、四準位crossover共鳴を含む。 式(5)でのiとjの総和は、励起光と探測光の偏光状態を考慮して、超微細構造間での全ての可能なゼーマン遷移に関して行う。 光学活性を求めるために、一サイクルの光ポンピングが誘導した下準位の占拠数の変化だけを計算した。

四準位原子モデルで、共鳴現象は四つの型に分類でき、I型二準位原子共鳴、V型三準位、Λ型三準位、N型四準位crossover共鳴となる。 図2に$\sigma^+$偏光の励起光と$\sigma^-$偏光の探測光による遷移$F=1(^2S_{1/2})\rightarrow F=1(^2P_{1/2})$でのすべての可能な型の共鳴を示すが、ここでは励起光と探測光との偏光状態が異なるので、crossover共鳴だけとなる。 四準位crossover共鳴は三準位crossover共鳴と同じ近似で起こるので、無視できない。 励起光と探測光の偏光状態に対して、原子共鳴やcrossover共鳴にはいろいろな組合せがある。 四準位モデルでの相対信号強度$I_{p_j p_j}(p_i)$は、下準位の寿命が上準位の寿命よりも十分に大きいとき、

$$I_{p_j p_j}(p_i)=|\mu_i|^2|\mu_j|^2[-\delta_{i,sp}+|\mu_{sp}|^2/\Gamma], \quad (6)$$

で与えられる、ここで$|\mu_i|^2$、$|\mu_j|^2$、$|\mu_{sp}|^2$は励起光、探測光、自然放出光の遷移確率である。 $\Gamma$は各ゼーマン副準位の全遷移確率であるから、$|\mu_{sp}|^2/\Gamma$は上準位からの自然放出の分岐比で、下準位の占拠数の増加を示す。クロネッカーの$\delta$記号$\delta_{i,sp}$は励起光による下準位の占拠数の減少を示す。

同じゼーマン副準位間で励起遷移と自然放出遷移とが同時に起こると、$\delta$記号$\delta_{i,sp}$は1となる。 このような場合はI型共鳴とV型共鳴である。 励起光は下準位の占拠数を減少させ、ホールバーニング(hole burning)をつくるが、自然放出はこれらの準位の占拠数の枯渇をある程度少なくし、穴埋めを行う。 他方、異なったゼーマン副準位間で励起遷移と自然放出遷移とが起こると、$\delta$記号$\delta_{i,sp}$

は0となる。 このような場合はΛ型共鳴とN型共鳴である。 探測光で観測される下準位の占拠数は、励起光での占拠数の減少は起こらず、自然放出によってこれらの準位の占拠数の増加だけを引き起こす。

もし自然放出を考慮しないと、信号強度は$-|\mu_1|^2|\mu_1|^2$となり、Λ型共鳴とN型共鳴は起こらない。 Hanschら[5,6]は三準位モデルでの信号強度の一般式を導いているが、実験結果と一致しておらず、四準位モデルが必要である。

光学活性には円偏光光学活性と直線偏光光学活性の二種類がある。 円偏光光学活性は右円偏光と左円偏光との間で気体原子の吸収係数と屈折率とが異なることで、それぞれ円偏光二色性と複屈折率と呼ばれる。 直線偏光光学活性は二つの直交した直線偏光の間で気体原子の吸収係数と屈折率とが異なることで、それぞれ直線偏光二色性と複屈折率と呼ばれる。 円偏光光学活性の感受率$\chi_{\pm\pm}^{(\pm)}$には、励起光と探測光と偏光状態の間に対称性があり、$\chi_{++}^{(+)}=\chi_{--}^{(-)}$, $\chi_{++}^{(-)}=\chi_{--}^{(+)}$となる。 つまり、右円偏光で励起し、右円偏光で探測しても、左円偏光で励起し、左円偏光で探測しても同じ信号である。 同様に直線偏光光学活性に対しても$\chi_{++}^{(0)}=\chi_{--}^{(0)}=\chi_{00}^{(+)}=\chi_{00}^{(-)}$が成立する。 固定された量子化軸はないので、円偏光として解析しても直線偏光として解析しても同じなはずである。そのために、

$$\chi_{++}^{(-)}+\chi_{--}^{(-)}=\chi_{00}^{(0)}+\chi_{\pm\pm}^{(0)} \qquad (7)$$

ここで、$\chi_{\pm\pm}^{(0)}=(\chi_{++}^{(0)}+\chi_{--}^{(0)})/2$である。

## §1 直線偏光光学活性

### (1) 飽和分光

各分光での直線偏光光学活性を取り扱うには、例えば励起光の方向に垂直に量子化軸を選び、直線偏光($\pi$)で励起するとする。 飽和分光では、図3 (i),(ii)に示すように、$\pi$偏光の探測光の場合と$\sigma_\pm$偏光の探測光の場合とが考えられる。ドップラー広がりを持つ線形吸収項 (式(3)の$kIm[\chi^1]$)を消去するために、励起光はチョッパーで周期的に遮られ、探測光は位相同期検波で復調される。 そこで、高分解能信号はそれぞれの吸収係数で与えられる。

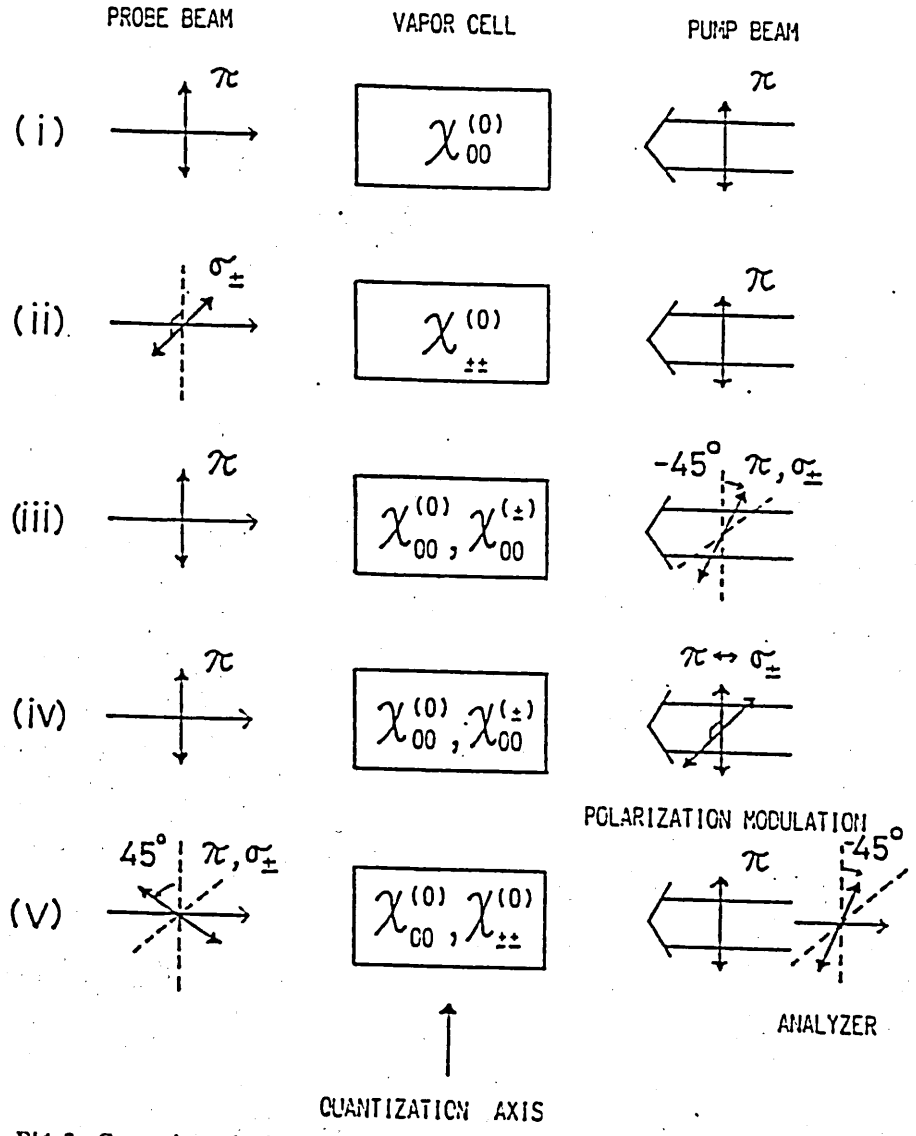



**Fig. 3** Comparison of polarization and VSOP spectroscopies with saturation spectroscopy in the linear optical anisotropy. The quantization axis is chosen perpendicular to the direction of the probe- or pump-beam propagation. The superscript and subscript of the susceptibilities $\chi^{ij}_{(i)}$ indicate the polarization states of a pump transition $i$ and a probe transition $j$, respectively.

$$I_{ss1} \propto \mathrm{Im}[\chi_{00}^{(0)}] \quad (8)$$

$$I_{ss2} \propto \mathrm{Im}[\chi_{\pm\pm}^{(0)}]. \quad (9)$$

後者は励起光がレーザー源を乱すのを防ぐために飽和分光で良く用いられる。

図3(iii)に示すように、直線偏光の励起光が探測光の偏光面と-45度傾いていると、励起光の偏光状態は $\pi$偏光と$\sigma_+$偏光とに分解できる。 そこで、高分解能信号は式(8)と(9)の平均で次のように与えられる。

$$I_{ss3} \propto \mathrm{Im}[\chi_{00}^{(0)}+\chi_{\pm\pm}^{(0)}]/2. \quad (10)$$

(2) VSOP分光

VSOP分光では、検光子を用いないために探測光で気体原子の吸収係数だけを観測する。 図3(iv)のように励起光は$\pi$偏光をもち、探測光は$\pi$偏光と$\sigma_+$偏光との間で偏光変調されているとすると、非等方性ガス中を伝ぱんする探測光は時間的に変化する吸収係数を観測する。 そのために、探測光の透過光強度も時間的に変化し、位相同期検波で復調することで信号を観測する。

$\pi$偏光の励起光と偏光変調された探測光に対して、探測光が$\pi$偏光のときと$\sigma_+$偏光のときで、気体原子は異なった吸収係数$\alpha_{00}^{(0)}$ $\alpha_{\pm\pm}^{(0)}$を持つ。 その探測光を位相同期検波することによって、VSOP分光での高分解能信号は

$$I_{VSOP} \propto [\alpha_{00}^{(0)}-\alpha_{\pm\pm}^{(0)}]l \quad (11)$$

となり、気体原子の二色性を示している。

吸収係数は感受率の虚数部で与えられるから、VSOP信号は

$$I_{VSOP} \propto kl\,\mathrm{Im}[\chi_{00}^{(0)}-\chi_{\pm\pm}^{(0)}] \quad (12)$$

と書き直される。

探測光には$\pi$偏光をもちい、励起光は$\pi$偏光と$\sigma_\pm$偏光との間で偏光変調されているとすると、位相同期検波で検出される探測光の信号は

$$I_{VSOP} \propto kl\,\mathrm{Im}[\chi_{00}^{(0)}-\chi_{00}^{(\pm)}]l \quad (13)$$

となり、これは感受率の対称性により式(12)と同じである。ここで、$\chi_{00}^{(\pm)}=(\chi_{00}^{(+)}+\chi_{00}^{(-)})/2$である。

(3) 偏光分光

偏光分光では、探測光は励起光の直線偏光面と45度傾いた偏光面を持つ直線偏

光（$\pi$偏光と$\sigma_+$偏光）である必要がある。 この角度は誘導された光学活性を観測するのに最適である。 直線偏光の探測光は、検出器の直前で、その偏光面と垂直方向から小さい角度$\theta$だけ傾いた検光子で遮られる。 光学的に希薄な気体中の原子によって探測光が一度だけ散乱するとし、非等方性気体中のMaxwell方程式を解くと、透過した探測電場$E^L$は$E_0(\theta+ib)$となる。 ここで、$E_0\theta$は散乱されずに直接透過した電場で、$iE_0b$は散乱された探測電場である。

散乱因子bは感受率の差に比例するので、

$$b=kl(\chi_{00}^{(0)}-\chi_{\pm\pm}^{(0)})/4\ , \qquad (14)$$

ここで、$\chi_{00}^{(0)}$と$\chi_{\pm\pm}^{(0)}$は$\pi$偏光の励起光のもとで探測光の$\pi$偏光成分と$\sigma_\pm$偏光成分で観測された感受率である。 そこで、偏光分光信号$I_{PS}^L$は$E_L E_L^*$に比例し、

$$I_{PS}^L=I_0[\theta^2+i(b-b^*)\theta+bb^*], \qquad (15)$$

と書ける。 ここで、$I_0$は入射する探測光の強度で、$E_0E_0^*$に比例する。 検光子が正確に直交しているなら($\theta=0$),偏光信号は

$$I_{PS}^L=I_0bb^*\infty|\chi_{00}^{(0)}-\chi_{\pm\pm}^{(0)}|^2 \qquad (16)$$

となる。 これは、吸収気体の二色性と複屈折率を示す。 検光子が正確に直交していないと($\theta\neq0$)、式(16)のLorentzianに気体原子の二色性による別のLorentzianが重なる。 この同様な結果はStertら[2]によっても議論されている。

## §2 円偏光光学活性

### (1) 飽和分光

気体原子に誘導される円偏光光学活性を取り扱うには、例えば探測光の伝ぱん方向に量子化軸を選び、左円偏光($\sigma_+$)で励起するとする。 飽和分光では、図4(i),(ii)に示すように、$\sigma_-$偏光の探測光の場合と$\sigma_+$偏光の探測光の場合とが考えられる。ドップラー広がりを持つ線形吸収項（式(3)の$kIm[\chi^1]$）を消去するために、励起光はチョッパーで周期的に遮られ、探測光は位相同期検波で復調される。 そこで、直線偏光と同様にして、高分解能信号はそれぞれの吸収係数で与えられる。

$$I_{ss1}^c\infty\ Im[\chi_{++}^{(+)}] \qquad (17)$$

$$I_{ss2}^c\infty\ Im[\chi_{--}^{(+)}]. \qquad (18)$$

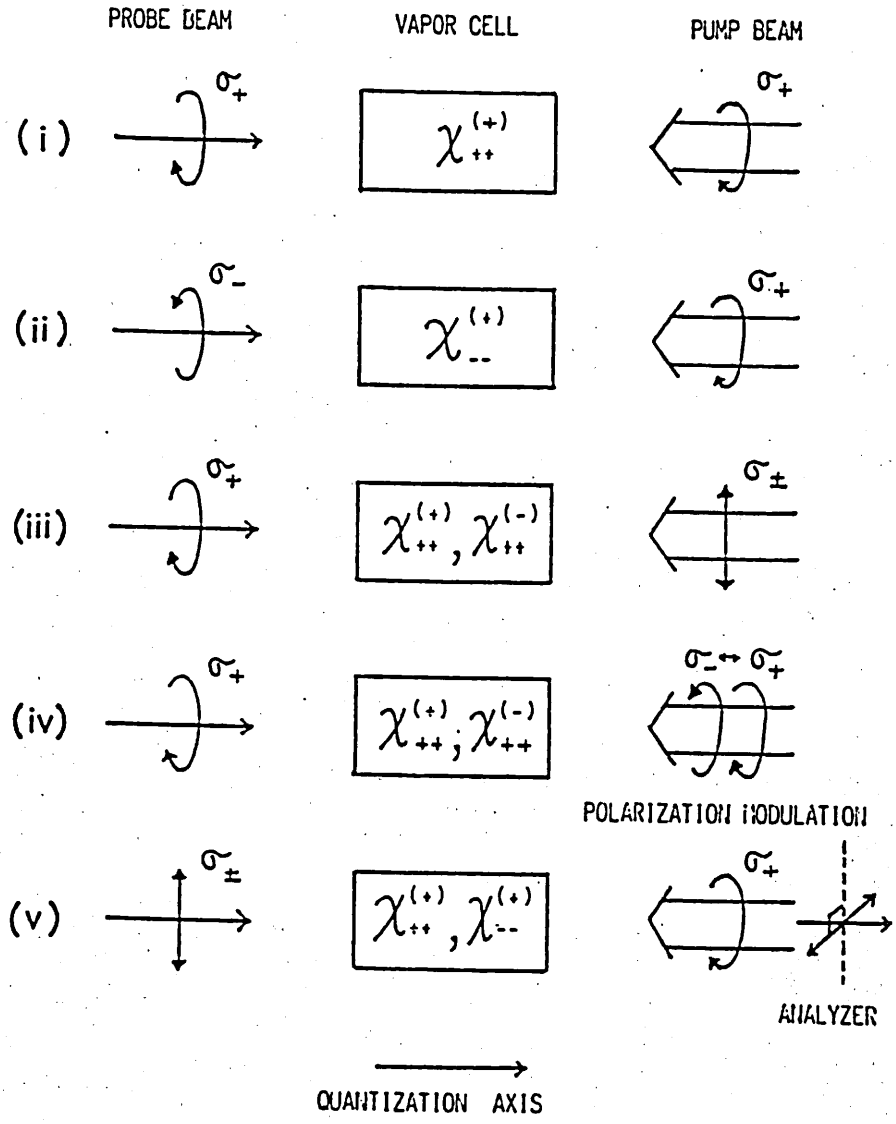



Fig. 4 Comparison of polarization and VSOP spectroscopies with saturation spectroscopy in the circular optical anisotropy. The quantization axis is chosen in the direction of the probe beam propagation.

図4(iii)に示すように、直線偏光の励起光を用いると、探測光の伝ぱん方向が量子化軸であるから、励起光の偏光状態はσ-偏光とσ+偏光とに分解できる。そこで、高分解能信号は式(8)と(9)の平均で次のように与えられる。

$$I_{ss3}{}^{c} \propto \mathrm{Im}[\chi_{++}{}^{(+)}+\chi_{++}{}^{(-)}]/2. \qquad (19)$$

感受率の対称性より式(19)は式(17)と式(18)との和に比例する。

(2) VSOP分光

VSOP分光では、図4(iv)のように探測光はσ+偏光をもち、励起光はσ-偏光とσ+偏光との間で偏光変調されているとすると、非等方性ガス中を伝ぱんする探測光強度は同じ変調周波数で変動する。 そのために、位相同期検波で復調することで信号を観測する。 復調された信号はそれぞれの吸収係数（感受率の虚数部）の差で与えられるから、VSOP信号は

$$I_{VSOP}{}^{c} \propto kl\,\mathrm{Im}[\chi_{++}{}^{(+)}-\chi_{++}{}^{(-)}] \qquad (20)$$

となる。 これは気体原子の円偏光二色性を示している。

(3) 偏光分光

偏光分光では、図4(v)のように探測光は直線偏光(σ+)を持つ必要がある。 直線偏光の探測光は、検出器の直前で、その偏光面と垂直方向から小さい角度θだけ傾いた検光子で遮られる。 光学的に希薄な気体中の原子によって探測光が一度だけ散乱するとし、透過した探測電場$E^{c}$は$E_0(\theta+f)$となる。 ここで、$E_0\theta$は散乱されずに直接透過した電場で、$E_0 f$は散乱された探測電場である。

非等方性気体中のMaxwell方程式を解くと、散乱因子fは感受率の差に比例するので、

$$f=kl(\chi_{++}{}^{(+)}-\chi_{--}{}^{(+)})/4 , \qquad (21)$$

そこで、偏光分光信号$I_{PS}{}^{c}$は$E^{c}E^{c*}$に比例し、

$$I_{PS}{}^{c}=I_0[\theta^2+i(f-f^*)\theta+ff^*], \qquad (22)$$

と書ける。 ここで、$I_0$は入射する探測光の強度で、$E_0E_0{}^*$に比例する。 式(22)の右辺の第1項は直接の透過光で第2項は透過光と散乱光とのヘテロダイン検波された分散型の信号であり、第3項は前方散乱光のみのLorentzianの信号である。検光子が正確に直交しているなら($\theta=0$),偏光信号は

$$I_{PS}{}^{C}=I_{0}ff^{*}\infty\,|\,\chi_{++}{}^{(+)}-\chi_{--}{}^{(+)}\,|^{2} \qquad (23)$$

となる。 これは、吸収気体の感受率の実数部と虚数部による二色性と複屈折率を示す。 式(23)の偏光分光スペクトル線は交差項$\chi_{++}{}^{(+)}\chi_{--}{}^{(+)*}$を含むために対称なLorentzianとはならず、スペクトル線のピーク値は実際のピーク値からずれる。

## 第3章 ナトリウムD₂線への応用

第2章で得られた三種類の高分解能分光理論を$^{23}$Na(核スピンI=3/2)のD₂線(λ=589.0 nm)に応用する。 この線は図5に示すように6つの原子共鳴($L_1$-$L_3$と$H_1$-$H_3$)と13のcrossover共鳴($X_1$-$X_6$と$X_a$-$X_g$)とから成り立つ。 $^{7}$Li(I=3/2),$^{39}$K(I=3/2)や$^{87}$Rb(I=3/2)のようなアルカリ原子は$^{23}$Naと同じ超微細構造をもつので、超微

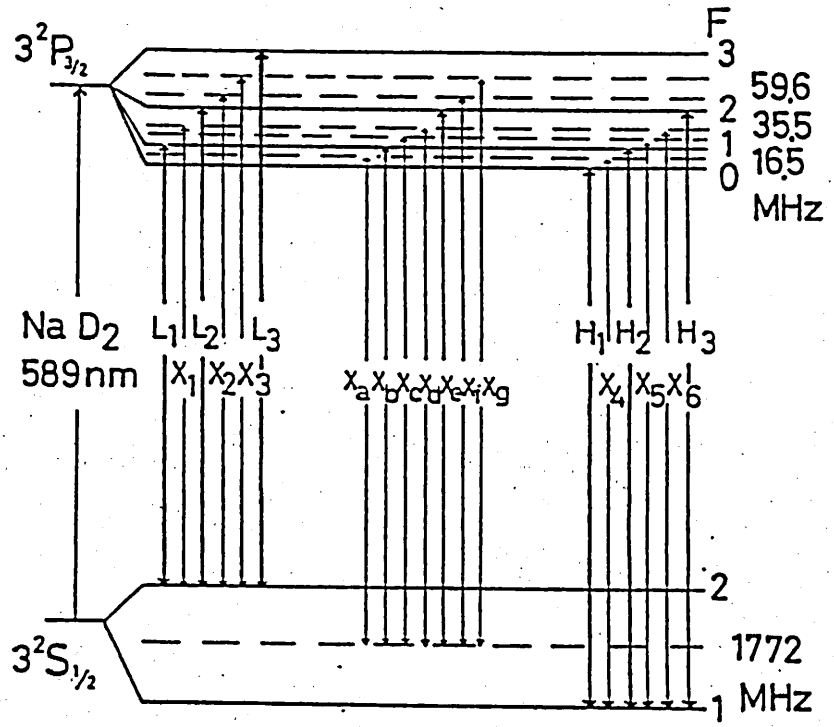



Fig. 5 Energy level diagram of hyperfine states involved in the $D_2$ line of the alkali atoms. Six lines ($L_1$–$L_3$ and $H_1$–$H_3$) indicate principal resonances and the other thirteen lines indicate crossover resonances.

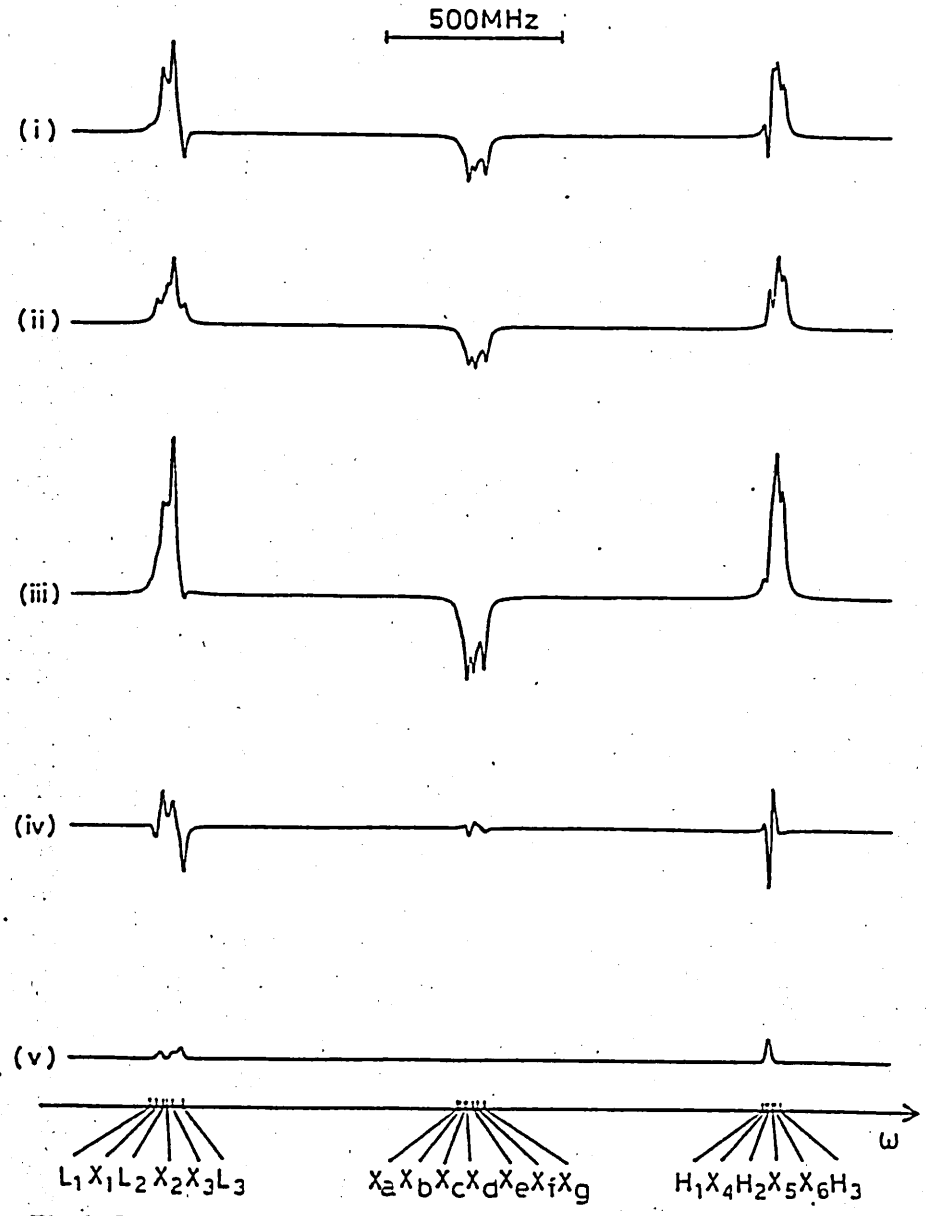



**Fig. 6** Theoretical curves of (i)–(iii) saturation spectroscopy, (iv) VSOP spectroscopy, and (v) polarization spectroscopy of the Na $D_2$ line in the linear optical anisotropy. (Doppler width: 1558 MHz, line width: 16 MHz)

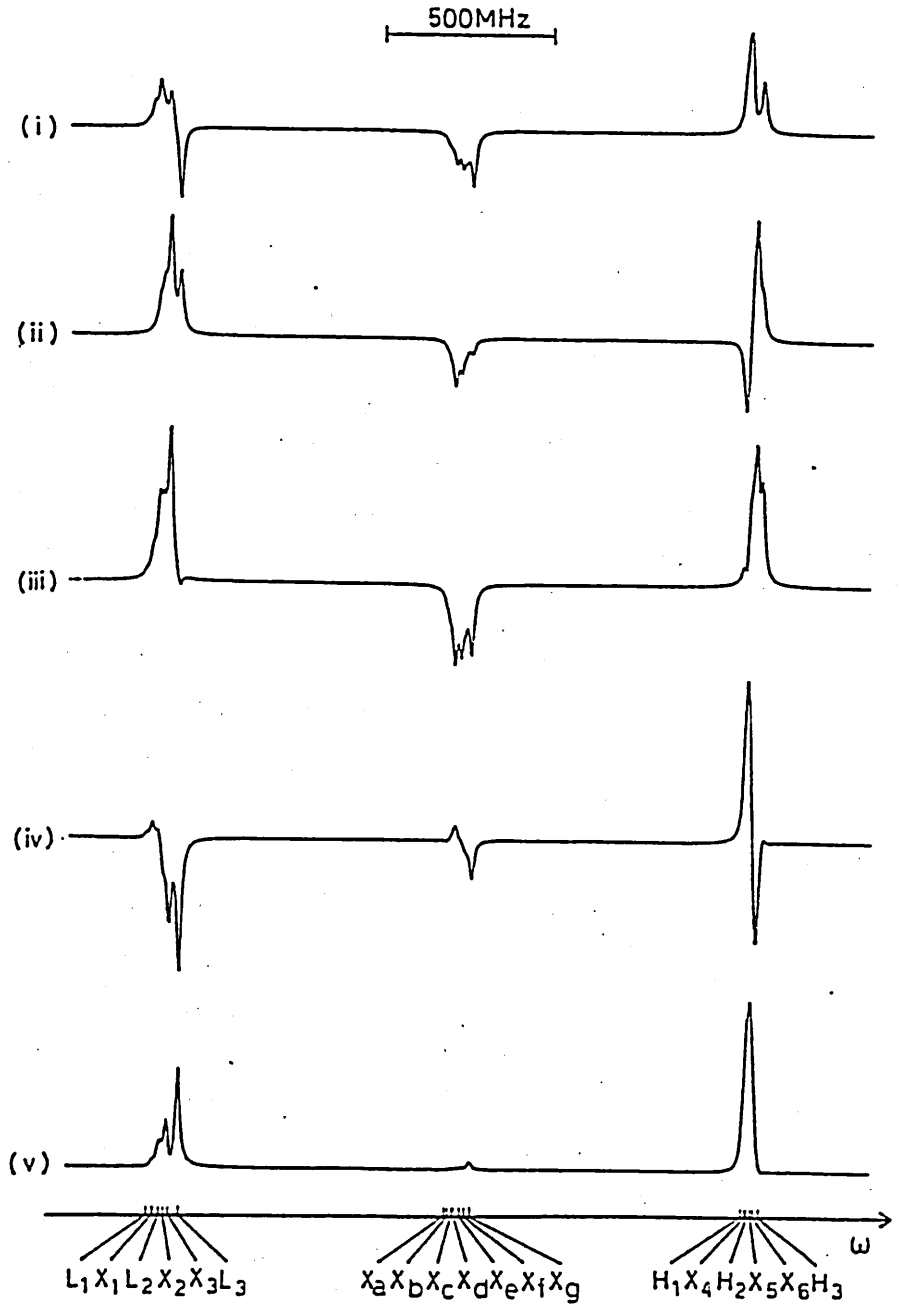



**Fig. 7** Theoretical curves of (i)–(iii) saturation spectroscopy, (iv) VSOP spectroscopy, and (v) polarization spectroscopy of the Na $D_2$ line in the circular optical anisotropy. (Doppler width: 1558 MHz, line width: 16 MHz)

細構造分離、自然幅、ドップラー因子以外はすべてNaの結果がそのまま応用できる。 $NaD_2$線は24のZeeman副準位間に$\pi$や$\sigma_\pm$偏光を持った54の遷移から出来ている。 図3,4に対応する励起光と探測光の偏光配列に対して、高分解能分光信号は表1と式(8)-(23)とから求めると、それぞれ図6,7のように計算できる。 式(5)でのドップラー因子は気体温度T=150°Cに対して最確速度u=551m/sより決まる。 ドップラー幅は1558MHz(FWHM)となる。 理論曲線に用いた線幅$\gamma$は16MHz(FWHM)とした。 なぜなら、低強度の励起光と探測光を用いたので、$NaD_2$線の自然幅10MHzとレーザーのスペクトル幅6MHzとから構成されると考えた。 簡単のためにすべての共鳴に対して同じ線幅を持つと仮定する。

高分解能信号強度は相対強度にドップラー因子をかける事によって求める。相対遷移確率は適当なClebsch-Gordan係数と相対遷移強度との積で与えられる。すべての超微細構造やいろいろな偏光状態に応用するために各分光での高分解能信号の相対強度の一般式は文献〔31〕に示してあるが、$I_{p_j p_j'}(p_i)$は励起光と探測光のすべての偏光状態に対して数値的に表1に示す。 $X_d$でのcrossover共鳴は異なった超微細構造遷移の組合せのために$\Delta\omega_{ij}$が異なり、二つのタイプの四準位crossover共鳴がある〔37〕。 円偏光光学活性での$\sigma_+$偏光と$\sigma_-$偏光の対称性のみならず、直線偏光光学活性での$\pi$偏光と$\sigma_\pm$偏光の対称性があった。 更に、円偏光光学活性と直線偏光光学活性との間で関係式(7)が成立したので、それぞれ独立に計算してその等式を確認することで計算をチェックする。 図6,7の飽和分光とVSOP分光で、負の符号は探測光の吸収の減少を示しているので、縦軸が逆になっている。 しかし、VSOP分光では位相同期検波の位相調整により負でも正でもなりえる。 偏光分光では前方散乱のみを観測しているので常に正の信号がえられる。

図6,7に示すように、各分光法における高分解能信号の大きさや符号は励起光や探測光の偏光状態により大きく変化する。 多くの研究者によりここで示した計算が応用できるいくつかの実験が既に行われており、次章で示すように理論結果と良く一致している。

**Table 1** Relative magnitude $I^{(p,q)}_{pjpj}$ of Na $D_2$ line for all polarization configurations of the pump and probe transitions. [a]

| Resonance position | $L_1$ | $X_1$ | $L_2$ | $X_2$ | $X_3$ | $L_3$ | $H_1$ | $X_4$ | $H_2$ | $X_5$ | $X_6$ | $H_3$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $I^{(+)}_{++}$, $I^{(-)}_{--}$ | −2444 | −11430 | −24250 | −6300 | −21980 | 43904 | −16000 | −27500 | −43750 | 8500 | −1250 | −29500 |
| $I^{(-)}_{++}$, $I^{(+)}_{--}$ | 31 | −930 | −13625 | −21000 | −67480 | −34496 | 8000 | 45000 | 9375 | −29000 | −63750 | −20125 |
| $I^{(0)}_{00}$ | −1826 | −720 | −30750 | −12600 | −52920 | 18816 | −1600 | 45000 | −43750 | −11000 | −30000 | −24250 |
| $I^{(0)}_{\pm\pm}$, $I^{(\pm)}_{00}$ | −587 | −11640 | −7125 | −14700 | −36540 | −9408 | 8000 | −27500 | 9375 | −9500 | −35000 | −25375 |
| Doppler factor | 1 | .9996 | 1 | .9974 | .9990 | 1 | 1 | .9999 | 1 | .9992 | .9996 | 1 |

| Resonance position | $X_8$ | $X_9$ | $X_e$ | $X_{d-1}$ | $X_{d-2}$ | $X_e$ | $X_f$ | $X_g$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $I^{(+)}_{++}$, $I^{(-)}_{--}$ | 4500 | 10350 | 4500 | 27000 | 7200 | 38250 | 18900 | 69300 |
| $I^{(-)}_{++}$, $I^{(+)}_{--}$ | 2000 | 8350 | 12000 | 38250 | 15950 | 38250 | 8400 | 16800 |
| $I^{(0)}_{00}$ | 3000 | 9400 | 3000 | 40500 | 12300 | 33000 | 12600 | 46200 |
| $I^{(0)}_{\pm\pm}$, $I^{(\pm)}_{00}$ | 3500 | 9300 | 13500 | 24750 | 10850 | 43500 | 14700 | 39900 |
| Doppler factor | .4146 | .4078 | .4295 | .4226 | .3933 | .4078 | .4478 | .4327 |

[a] The quantization axis in the first four relative magnitudes is taken along the direction of the pump beam but it is perpendicular to the direction of the pump beam in the last five relative magnitudes. The Doppler factor is calculated from $\exp[-(\Delta\omega_{ij}/2ku)^2]$ where $u$ is 551 m/s corresponding to 150°C.

国防科学研究会

## 第4章 理論と実験との比較

### §1 NaD₁線の飽和分光

可同調ダイレーザーによるNaD₁線(λ=589.6nm)の飽和分光実験はNeukammerら〔38〕によって行われた。 励起光強度は飽和を避けるためにμW/mm²程度で探測光強度は1μW/mm²以下に保たれている。 両レーザー光はお互いに垂直に直線偏光している。 ドップラー広がりの線形吸収項kIm〔χ¹〕を消去するために、励起光を振幅変調する。 観測されたNaD₁線の飽和吸収信号を図8(i)に示す。 Naセル中の気体の温度は130°Cであった。

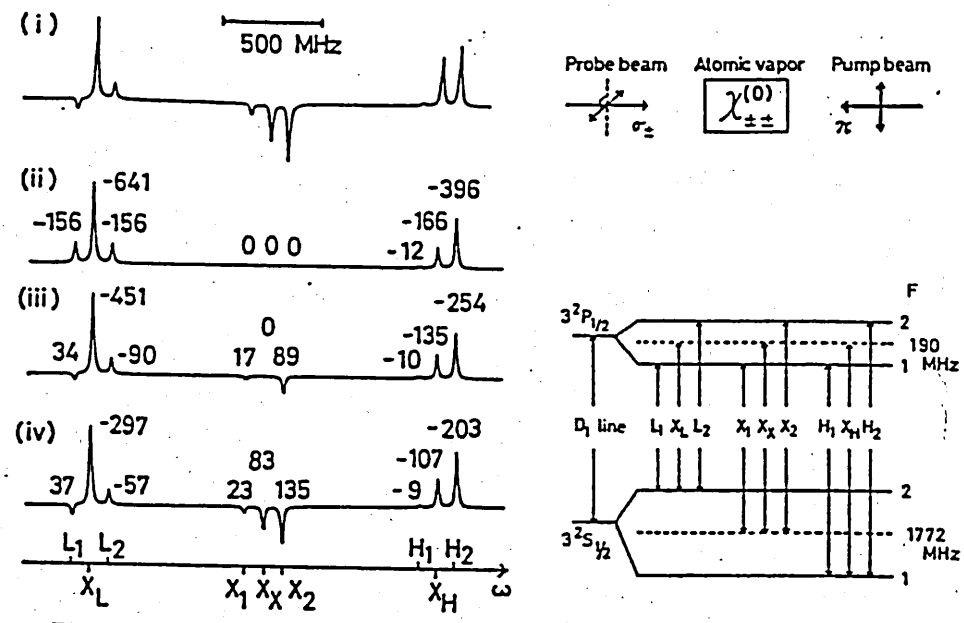



Fig. 8 (i) Saturation spectra of the Na $D_1$ line observed experimentally observed by Neukammer *et al.*[39], and theoretically calculated curves (ii) in the three-level system with no spontaneous emission, (iii) in the three-level system with spontaneous emission, and (iv) in the four-level system with spontaneous emission. In the inset are shown the polarization states of the pump and probe beams, and the energy diagram of the Na $D_1$ line (Doppler width: 1519 MHz, line width: 16 MHz (FWHM)).

NaD$_1$線は16のZeeman副準位間で$\pi$, $\sigma^+$偏光をもった36の遷移がある。基底状態と励起状態の超微細構造間隔はそれぞれ1771.6MHzと188.6MHzである〔40〕。 理論曲線に用いた線幅$\gamma$は前章と同じ理由のために16MHz(FWHM)とした。ドップラー幅は気体温度130°Cより1519MHz(FWHM)となる。

高分解能信号強度は相対強度にドップラー因子をかける事によって求める。量子化軸を励起光の直線偏光の方向に取っているので、$\pi$偏光の励起光と$\sigma^+$偏光の探測光に対して信号強度は$I_{++}^{(0)}=(I_{++}^{(0)}+I_{--}^{(0)})/2$となる。図8(ii)-(iv)に示されている三つの理論曲線は実験値と比較するために共振位置$X_L$で規格化した。

図8の飽和分光で、負の符号は探測光の吸収の減少を示しているので、縦軸が逆になっている。 もし自然放出を考慮しないと、信号強度は$-|\mu_i|^2|\mu_j|^2$となり、Λ型共鳴とN型共鳴は起こらない。 そのような場合のNaD$_1$線の理論曲線を図8(ii)に示す。 その理論曲線は図8(i)の実験曲線と全く一致していない。 図8(iii)に三準位モデルで自然放出を考慮した理論曲線を示す。 それでもまた理論と実験との一致はよくない。 $X_X$の信号は本質的に四準位crossover共鳴だけによっているので、このモデルでは共鳴は存在しない。

図8(iv)は自然放出を考慮した四準位モデルでの理論曲線で、図8(i)の実験曲線と良く一致している。 これより、長寿命の下準位を持つ原子に対して四準位モデルでの光ポンピング過程が重要であることが伺える。

NaD$_1$線での二準位系の飽和強度は62$\mu$W/mm$^2$で、励起状態$3^2P_{1/2}$の寿命16nsから求めた〔41〕。 もし四準位系で自然放出を考慮に入れると、飽和強度は自然放出の程度により約数$\mu$W/mm$^2$に減少する。実験に用いられた励起光強度は単一の光ポンピングサイクルを仮定できるほど十分に弱かった。 特定の偏光状態をもつ励起光や探測光の飽和分光では、四準位モデルでZeeman副準位を考慮しなければならない。そこで、多くのZeeman遷移のために計算は非常に複雑となる。

## §2 RbD$_1$線の飽和分光

単一モードの半導体レーザーによって$^{85}$Rb(I=5/2)と$^{87}$Rb(I=3/2)のD$_1$線($\lambda$=780.0nm)の飽和分光実験はYamaguchi〔43〕によって行われた。 励起光のビーム直径は1.25mmであった。 探測光としてはセルの背後で鏡によって部分的に反射され

た励起光を用いた。励起光は強度約370$\mu$W/mm$^2$程度で光アイソレーターのために円偏光しており、探測光は強度約57$\mu$W/mm$^2$で鏡で反射された励起光のために励起光と同じ円偏光状態である。半導体レーザーの前の光アイソレーターはレーザー源を乱すのを防ぐために用いられている。 振幅変調は行われていないので、ドップラー広がりの線形吸収項kIm〔$\chi^{(1)}$〕は残る。 ピンホトダイオードで観測されたRbD$_1$線の飽和吸収信号を図9(i)に示す。

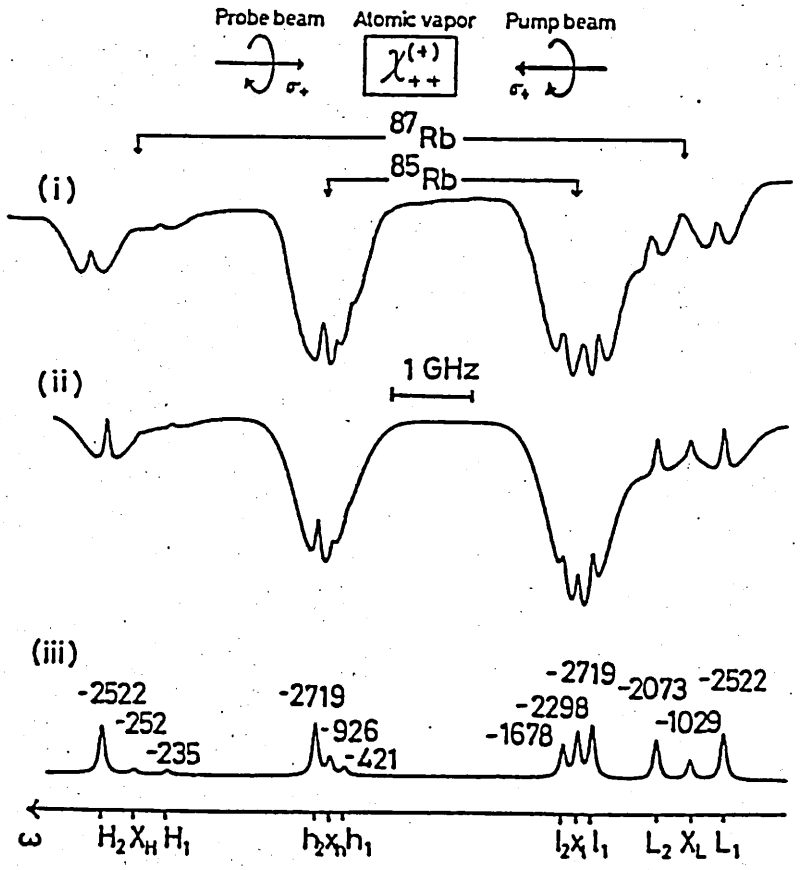



Fig. 9 Saturation spectroscopy of the Rb $D_1$ lines. (i) Experimental curve observed by Yamaguchi[42], and (ii) theoretical curve calculated using the four-level optical-pumping theory (Doppler width: 664 MHz, line width: 80 MHz).

実験で用いられたRbセルは直径20mm長さ50mmの円筒であった。 セルは同位体$^{85}$Rbと$^{87}$Rbとが含まれ、自然同位体含有率でそれぞれ72.2%と27.8%の割合で入っている。 緩衝ガスは入っていない。 気体温度25°CでRb蒸気圧は$4\times10^{-9}$pascal($3\times10^{-11}$torr)である。 地球磁場は消去していない。

$^{85}$Rbと$^{87}$Rbの$D_1$線高分解能信号強度は式(18)によって与えられる。 線形と非線形信号強度は相対強度$I_{p_1}(p_1)$にドップラー因子と同位体含有率をかける事によって求める。 ドップラー吸収と飽和吸収との強度比$\alpha_0/\chi_0$は、実験曲線に一致するように決定した。

理論曲線に用いた線幅$\gamma$は80MHz(FWHM)で、自然幅5.4±0.5MHz(FWHM)〔38〕、飛行時間広がり、レーザースペクトル幅、光強度広がり、残留ドップラー広がり、衝突広がり等によるものと考える。低強度の励起光と探測光を用いたので、Na$D_1$線の自然幅10MHzとレーザーのスペクトル幅6MHzとから構成されると考える。ドップラー幅は気体温度25°Cより500MHz(FWHM)となるが、実験で観測されたドップラー幅は外部ガスのために明らかに500MHzよりも大きい。 そこで、理論曲線に用いたドップラー幅は664MHzとした。

Rb$D_1$線の実験曲線を図9(i)に理論曲線を図9(ii)に示す。 この理論曲線は実験曲線と良く一致している。 図9(iii)には線形吸収のない飽和分光信号だけを示した。 その負の符号は探測光の減少した吸収に対応している。 Rb$D_1$線での二準位系の飽和強度は14$\mu$W/mm$^2$で、励起状態$5^2P_{1/2}$の寿命29.4nsから求めた。 もし四準位系で自然放出を考慮に入れると、飽和強度は自然放出の程度により約数$\mu$W/mm$^2$に減少する。実験に用いられた励起光強度は飽和強度よりも非常に大きい。しかし、四準位での単一の光ポンピングサイクルを仮定した計算結果がこれほど満足すべき解釈を与える事は驚くべきことである。

## §3 Cs$D_2$線の飽和分光

近赤外の単一モードのGaAlAs半導体レーザーによって$^{133}$Cs(I=7/2)の$D_2$線($\lambda$=852.1nm)の飽和分光実験はMonden〔44〕によって行われた。 励起光と探測光のビーム直径はそれぞれ約7mmと1mmであった。 励起光と探測光はビームスッブリターでふたつに分離する。 励起光は強度約910$\mu$Wで直線偏光しており、探測光は

強度約20μWで直線偏光しているが励起光の偏光面とは垂直な偏光面を持っている。
この偏光配列は励起光がレーザー源を乱すのを防ぐために飽和分光で良く用いる。
振幅変調は行われていないので、ドップラー広がりの線形吸収項kIm〔χ¹〕は残る。
ピンホトダイオードで観測されたCsD₂線の飽和吸収信号を図10(i)に示す。

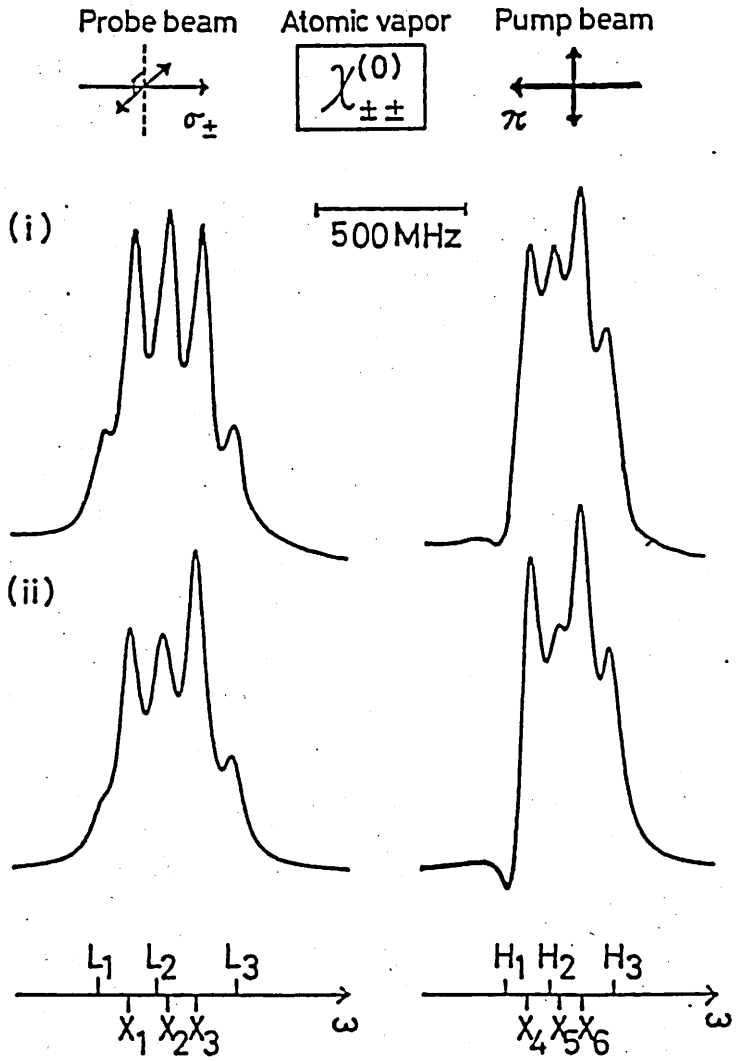



**Fig. 10** Saturation spectroscopy of the Cs $D_2$ line. (i) Experimental curve observed by Monden[43], and (ii) theoretical curve calculated using the four-level optical-pumping theory (Doppler width: 352 MHz, line width: 80 MHz).

実験で用いられたCsセルは直径30㎜長さ50㎜の円筒であった。 緩衝ガスは入っていない。 気体温度11°CでCs蒸気圧は$4.8\times10^{-5}$pascal($3.6\times10^{-7}$torr)である。 地球磁場は消去していない。

$CsD_2$線は48のZeeman副準位間に$\pi$や$\sigma^+$偏光を持った126の遷移から出来ている。ドップラー幅は気体温度11°Cより367MHz(FWHM)となる。 理論曲線に用いた線幅$\gamma$は80MHz(FWHM)で、自然幅4.9MHz(FWHM)、飛行時間広がり、レーザースペクトル幅、光強度広がり、残留ドップラー広がり、衝突広がり等によるものと考える。

$CsD_2$線の実験曲線を図10(i)に理論曲線を図10(ii)に示す。 実験に用いた励起光強度は飽和強度よりも遥かに大きいけれども、この理論曲線は実験曲線と良く一致していることは注目にあたいする。

## §4 $NaD_1$線のVSOP分光

二重マイケルソンモード選択による単一モード(スペクトル幅10MHz)の可同調ダイレーザーによる$NaD_1$線($\lambda$=589.6nm)のVSOP分光実験はAminoffら[4]によって行われた。 励起光と探測光はビームスップリターでふたつに分離する。飽和を避けるために、励起光は強度0.6$\mu$W/㎟に減衰し円偏光しており、探測光は強度約0.3$\mu$W/㎟に抑えられて$\sigma^-$偏光と$\sigma^+$偏光との間で偏光変調されている。偏光変調は行われているので、ドップラー広がりの線形吸収項$k\mathrm{Im}[\chi^1]$はない。ピンホトダイオードで観測された$CsD_2$線の飽和吸収信号を図11(i)に示す。

実験で用いられたNaセルは直径20㎜長さ30㎜のパイレックスで出来た円筒で、不用な磁場を最小にするために同軸ヒーターを用いたオーブン中に入れられている。 緩衝ガスは入っていない。 気体温度150°Cで1°C以内に安定化されている。

この時のCs蒸気密度は$2\times10^{10}$cm$^{-3}$(蒸気圧は$1.3\times10^{-6}$pascal)である。セル中の横磁場はヘルムホルツコイルで数mG以内に消去している。

$NaD_1$線の実験曲線を図11(i)に理論曲線を図11(ii)に示す。 ドップラー幅は気体温度150°Cより1551MHz(FWHM)となる。 理論曲線に用いた線幅$\gamma$は20MHz(FWHM)で、自然幅10MHz(FWHM)、レーザースペクトル幅10MHzによるものと考える。実験に用いられた励起光強度は単一の光ポンピングサイクルを仮定できるほど十分に弱かったので、この理論曲線は実験曲線と非常に良く一致している。

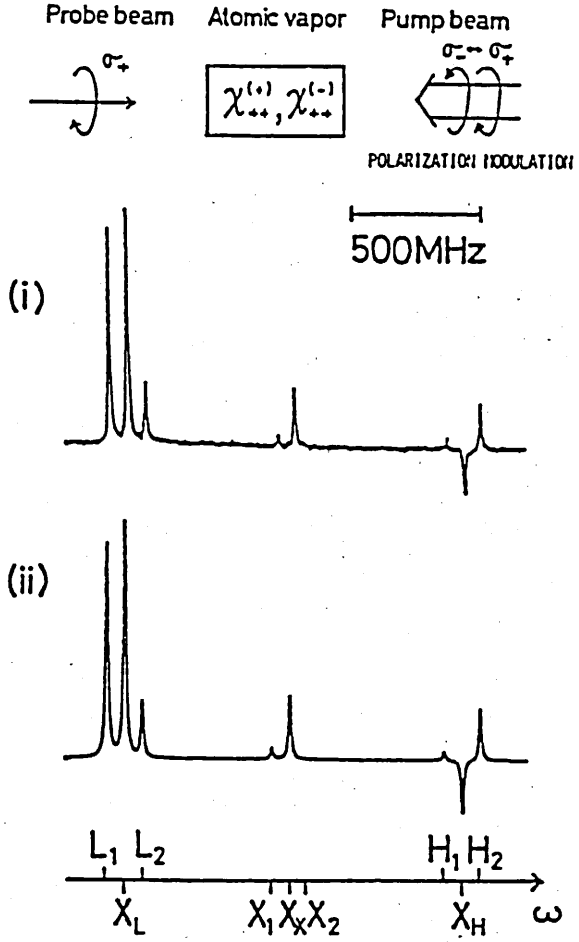



Fig. 11 VSOP spectroscopy of the Na $D_1$ lines. (i) Experimental curve observed by Aminoff *et al.*[40], and (ii) theoretical curve calculated using the four-level optical-pumping theory (Doppler width: 1551 MHz, line width: 16 MHz).

## §5 $NaD_2$線の偏光分光

単一モード(スペクトル幅6MHz)の可同調ダイレーザーによる$NaD_2$線(λ=589.0nm)の偏光分光実験はGawlikら〔45〕によって行われた。 励起光と探測光はビームスプリターでふたつに分離する。 励起光は強度25μW/mm²に減衰し円偏光しており、探測光は強度約0.5μW/mm²に抑えられて直線偏光している。 探測光の偏光面と直交した検光子を使用しているので、前方散乱のみを観測していることに

なり、ドップラー広がりの線形吸収項$k\mathrm{Im}[\chi^{(1)}]$はない。光電子増倍管で観測された$NaD_2$線の偏光分光信号を図12(i)に示す。

気体温度150°Cで安定化されている。 セル中の横磁場はヘルムホルツコイルで数mG以内に消去している。

$NaD_1$線の実験曲線を図12(i)に理論曲線を図12(ii)に示す。 ドップラー幅は気体温度150°Cより1551MHz(FWHM)となる。 理論曲線に用いた線幅$\gamma$は16MHz(FWHM)で、自然幅10MHz(FWHM)、レーザースペクトル幅6MHzによるものと考える。実験に用いられた励起光強度は飽和強度よりも少し強いが、この理論曲線は実験曲線と非常に良く一致している。

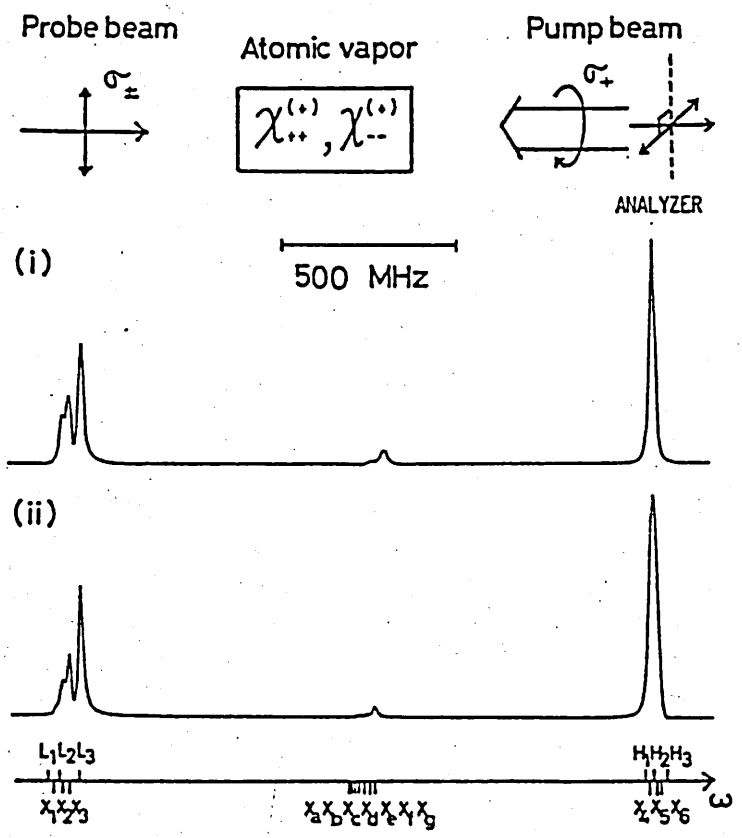



Fig. 12 Polarization spectroscopy of the Na $D_2$ line. (i) Experimental curve observed by Gawlik[44], and (ii) theoretical curve calculated using the four-level optical-pumping theory (Doppler width: 1558 MHz, line width: 16 MHz).

## 第5章 結論

四準位光ポンピング理論をもとにして直線偏光光学活性と円偏光光学活性に分類して、三種類の高分解能レーザー分光におけるドップラーフリー信号の強度と符号について解析を行った。 本研究は$NaD_1$線の偏光分光〔17-24〕における四準位光ポンピング効果の研究から発展してきたものである。 特定の偏光状態をもつ励起光や探測光の飽和分光では、四準位モデルでZeeman副準位を考慮しなければならない。そこで、多くのZeeman遷移のために計算は非常に複雑となる。下状態の寿命が上状態の寿命よりも長い原子遷移では、自然放出による光ポンピング過程は重要となり、信号強度や飽和パラメーターに大きな影響を与える。 飽和強度に関して複雑な計算をしなくても光ポンピングの簡単な計算で飽和分光、VSOP分光、偏光分光における実験結果を統一的に説明できる事は驚くべきことである。Zeeman副準位が縮退した二準位原子共鳴でさえも三準位crossover共鳴と同様に四準位crossover共鳴が含まれる事は注目すべきである。

原子共鳴の信号強度はしばしばcrossover共鳴強度よりも大きいために、高分解能信号はcrossover共鳴との混在のために煩雑となるので、ここで示された理論解析が有用になるものと期待する。 励起光と探測光との強度が十分に弱くてよいのでスペクトル線幅は自然幅とレーザーのスペクトル幅だけとなるので、これらの高分解能分光はレーザーのスペクトル幅の測定に有効である。

## 謝辞

著者は本研究を推進するにあたり受賞した村田学術振興財団の研究助成に厚く感謝致します。

参考文献


[1] C. Wieman and T.W. Hansch, Phys. Rev. Lett., 36, 1170 (1976).
[2] V. Stert and R. Fischer, Appl. Phys., 17, 151 (1978).
[3] M. Pinard, C.G. Aminoff and F. Laloe, Phys. Rev., A 19, 2366 (1979).
[4] C.G. Aminoff and M. Pinard, J. Phys., (Paris) 43, 263 (1982).
[5] T.W. Hansch, D.R. Lyons, A.L. Schawlow, A. Siegel, Z-Y. Wang and G-Y. Yan, Opt. Commun., 37, 87 (1981).
[6] Ph. Dabkiewicz and T.W. Hansch, Opt. Commun., 38, 351 (1981).
[7] J.E. Goldsmith, E.W. Weber and T.W. Hansch, Phys. Rev. Lett. 41, 1525 (1978).
[8] C. Wieman and T.W. Hansch, Phys. Rev., A 22, 192 (1980).
[9] C.G. Aminoff, J. Javanainen and M. Kaivola, Phys. Rev., A 28, 7 22 (1983).
[10] H.K. Holt, Phys. Rev. Lett., 29, 1138 (1972).
[11] Ph. Cahuzac and R. Damaschini, Opt. Commun., 20, 111 (1977).
[12] C.J. Anderson, J.E. Lawler, L.W. Anderson, T.K. Holley, and A R. Filippeli, Phys. Rev., A 17, 2099 (1978).
[13] P.G. Pappas, M.M. Burns, D.D. Hinshelwood and M.S. Feld, Phys. Rev., A 21, 1955 (1980).
[14] H. Rinneberg, T. Huhle, E. Mathias, and A. Timmermann, Z. Phys. A 295, 17 (1980).
[15] C. Feuillade and P.R. Berman, Phys. Rev., A 29, 1236 (1984).
[16] W. Gawlik and G.W. Series, "Laser Spectroscopy VI" (Springer, Heiderberg, 1979) p.210.
[17] S. Nakayama, G.W. Series and W. Gawlik, Opt. Commun., 34, 382 ( 1980).
[18] S. Nakayama, G.W. Series and W. Gawlik, Opt. Commun., 34, 389 ( 1980).
[19] S. Nakayama and G.W. Series, Proc. 12th National Atomic and Molec ular Physics Conference, P11, Oxford (1980).
[20] S. Nakayama and G.W. Series, Proc, European Group of Atomic Spect roscopy Conference, 4E, 90, Pisa (1980).
[21] S. Nakayama, J. Phys. Soc. Jpn., 50, 606 (1981).
[22] S. Nakayama, J. Phys. Soc. Jpn., 50, 609 (1981).
[23] S. Nakayama, Oyo Butsuri (Japan) 50, 943 (1981).
[24] S. Nakayama, Memoirs of Kyoto Insti. of Tech., 31, 40 (1982).
[25] S. Nakayama, Proc. 39th Spring Meeting Phys. Soc. Jpn., Fukuo ka, 2p-RG-6 (1984).
[26] S. Nakayama, Invited lecture, National Res. Lab. of Metro logy, Ibaraki (1984).
[27] S. Nakayama, Proc. Autumn Meeting Phys. Soc. Jpn., Toyama, 5a-N-4 (1984).
[28] S. Nakayama, Proc. 40th Autumn Meeting Jpn. Soc. Appl. Phys. Okayama, 14p-M-12 (1984).
[29] S. Nakayama, Opt. Commun., 50, 19 (1984).
[30] S. Nakayama, Jpn. J. Appl. Phys., 23, 879 (1984).
[31] S. Nakayama, J. Phys. Soc. Jpn., 53, 3351 (1984).
[32] S. Nakayama, Proc. 7th International Conference on Lasers and A pplications (Lasers '84), San Francisco (1984).
[33] S. Nakayama, Jpn. J. Appl. Phys., 24, 1 (1985).
[34] S. Nakayama, Proc. 40th Spring Meeting Phys. Soc. Jpn., Kyoto 3p-B1-5 (1985).
[35] S. Nakayama, Proc. 10th Laser Radar Symposium, Fukui, 58 (1985).
[36] S. Nakayama and S. Tsutsumi, Proc. 7th International Conf erence on Laser Spectroscopy (SEICOLS '85), Maui (1985).
[37] S. Nakayama and S. Tsutsumi, Phys. Lett., 110A, 368 (1985).

[38] S. Nakayama, J. Opt. Soc. Am., B 2, 1651 (1985).
[39] E.U. Condon and G.H. Shortly, "The Theory of Atomic Spectra", (Cambridge University Press, Cambridge, 1969).
[40] J. Neukammer, H. Rinneberg and Z.X. Zhang, Opt. Commun., 38, 361 (1981).
[41] E. Arimond, M. Inguscio and P. Violino, Rev. Mod. Phys., 49, 31 (1977).
[42] W.L. Weise and G.A. Martin, "Wavelenghts and Transition Probabilities for Atoms and Atomic Ions", Part II (U.S. Dept. of Commerce, NBS 1980).
[43] S. Yamaguchi, private communication, April 1985.
[44] J. Monden, ME Thesis, Kyoto University (1984).
[45] W. Gawlik, private communication, June 1984.

輻射科学研究会資料(RS85-21)

# 拡散型光導波路の試作に関する一検討

沢　新之輔　小野　和雄　漁島　直

（愛媛大学　工学部）

昭和６１年３月１４日

（於　大阪電気通信大学）

## 1. まえがき

ガラス基板中に1価の金属イオンを拡散させることによって光導波路が作製できることはかなり以前から知られており、これまでにも種々のドーパントイオンとガラスの組み合わせについて研究が行われてきた[1]-[5]。この種の光導波路は光ファイバとの整合性がよいことから、ファイバ周辺の光回路素子としての応用が考えられ[6],[7]、最近，再び関心が持たれるようになってきた。このような応用では，光導波路の屈折率分布の形状を光ファイバの分布にできる限り近づけるため，あるいは，基板表面における散乱損失を軽減する目的で埋め込み型導波路とするためにも，電界印加熱拡散の使用は避けられないものと思われる。たとえば，文献(8)では拡散の影響が無視できるような条件の下で，電界移入による屈折率分布（チャネル導波路形状）の形成過程が検討されている。又，この種の作製法は，最近、平板マイクロレンズ等の作製にも応用されており[9],[10]，レンズとしての応用の場合，収差のない任意口径，任意焦点距離のレンズを作製するために，拡散による屈折率分布の形成過程が詳しく検討されている。その結果，拡散係数の濃度依存性と移動度を実験的に求めることにより，平板マイクロレンズとしての屈折率分布形成過程が明らかにできることが示されている。しかし，電界印加熱拡散の作製条件と導波特性を対比させた詳細な検討は報告されていないようである。

そこで，本稿では，相互拡散係数と移動度を測定し、試作した光導波路の導波特性の実測値と拡散方程式の数値解とを比較検討する[15]。相互拡散係数についてはまず、ドーパントイオン源として１００%硝酸銀融液を用いた場合、及び硝酸ナトリウムと硝酸銀の混合融液を用いた場合をそれぞれ検討する。後者はいわゆる希釈硝酸銀融液と呼ばれ、ドーパントとしてＡｇイオンを用いながら、低屈折率差の導波路を実現したい場合に有用であると考えられている[4],[16]。次に、単一モード導波路の製作に適していると考えられる硝酸カリウム融液を用いた場合について検討する。

最後に、Ａｇイオンをドーパントイオンとした場合の移動度について検討する。その結果，実測パラメータを代入した拡散方程式の数値解から，光導波路の屈折率分布をかなり精度よく推定できることを示す。また，拡散型光導波路の屈折率分布が種々の作製条件の下で制御可能なことを示す。

## 2．拡散方程式の導出

ガラス中のＮａイオンとドーパントイオンのＡｇイオンの交換のように，異種イオンの拡散は相互拡散と呼ばれる。以下では，ガラス中のＢイオンとドーパントであるＡイオンの２つのイオンのみが交換されると仮定して拡散方程式を導出する。

外部から電界Ｅが印加されている場合，ドーパントイオンの流束$\mathfrak{J}_A$及びＢイオンの流束$\mathfrak{J}_B$はＦｉｃｋの第一法則に従うと仮定する。即ち，濃度勾配による拡散の効果と電気伝導の効果の和で与えられると仮定すると流束は次式の様に表される。

$$\mathfrak{J}_A = -D_A \mathrm{grad} C_A + C_A \mu_A E \qquad (1)$$

$$\mathfrak{J}_B = -D_B \mathrm{grad} C_B + C_B \mu_B E \qquad (2)$$

ただし，$C_i$，$D_i$，$\mu_i$（ｉ＝AorＢ）はそれぞれイオンモル濃度，自己拡散係数及び移動度である。以後，ドーパントであるＡイオン及びＢイオンを示すために下付添字ＡおよびＢを用いることにする。ガラス中ではイオン交換に携わるイオン濃度が一定，即ち，電気的中性の条件が成立すると仮定する。従って

$$Z_A C_A + Z_B C_B = K \qquad (3)$$

となる。ただし，$Z_i$は価数である。また電界を印加したことにより流れる全電流密度を$\mathfrak{J}$とすると

$$Z_A \mathfrak{J}_A + Z_B \mathfrak{J}_B = \mathfrak{J} \qquad (4)$$

が成り立つ。以上の式より

$$\mathfrak{J}_A = -\frac{D_A}{Z_A}\left(K \mathrm{grad} u_A - u_A \frac{\mathfrak{J}}{D_B}\right) \qquad (5)$$

となる。ただし

$$D_M = D_A / (1 - \zeta U_A) \qquad (6)$$
$$\zeta = 1 - D_A / D_B \qquad (7)$$
$$u_A = Z_A C_A / K \qquad (8)$$

である。ここで、$u_A$はAイオンの初期濃度で正規化したドーパントイオン濃度、$D_M$は相互拡散係数である。また、Ｆｉｃｋの第二法則である連続の式を考慮すると、基礎となる拡散方程式は

$$\frac{\partial U_A}{\partial t} = div\left\{D_M\left(grad\, u_A - u_A \frac{\mathbb{J}}{K \cdot D_B}\right)\right\} \qquad (9)$$

となる。

ここで$\mathbb{J}$は電流密度であり、Kは単位体積あたりの電荷量であるから

$$\mathbb{J} / K = \mathbb{V} \qquad (10)$$

となる。ここで$\mathbb{V}$はイオンの平均移動速度であるので移動度を$\mu$、印加電界を$\mathbb{E}$とすると

$$\mathbb{V} = \mu \mathbb{E} \qquad (11)$$

である。従って、式（9）の拡散方程式は次の様な形になる。

$$\frac{\partial u_A}{\partial t} = div\left\{D_M\left(grad\, u_A - u_A \frac{\mu \mathbb{E}}{D_B}\right)\right\} \qquad (12)$$

## ３．相互拡散係数

拡散型の光導波路は従来から、種々のドーパントイオンとガラス材料の組

み合せに対して作製されており、ドーパントが同じでもガラス材料が異なるとその屈折率分布形状は異なるようである。たとえば、ドーパントをＡｇイオンに限っても、基板としてソーダライムガラスを用いた場合には２乗分布で近似できるのに対し、パイレックスガラスを用いた場合には、指数関数形の分布となることが示されている[11]。この原因は相互拡散係数のドーパント濃度依存性がガラス材料によって異なるためではないかと思われる。たとえば、文献（10）において拡散係数はドーパントイオン濃度に対して極めて大きな依存性を持つことが示されている。そこで筆者等も基板としてソーダライムガラスを用い、又、ドーパントとして銀を用いて拡散型光導波路を作製するための基礎的試料を得ることを目的として、種々の検討を行ってきた[15]。本章では、熱拡散によって拡散型光導波路を作製する場合に屈折率分布を決定する相互拡散係数について考察する。

相互拡散係数のドーパント濃度依存性を決定するためには、まず試作した拡散型光導波路の屈折率分布の関数形を検討する必要がある。本研究においてはドーパントイオン供給源として硝酸銀融液、硝酸銀と硝酸ナトリウムの混合融液（以後、希釈硝酸銀融液と呼ぶ）及び硝酸カリウム融液を用いる場合を検討した。希釈硝酸銀融液及び硝酸カリウムは屈折率差の小さい導波路、特に単一モード導波路の作製に適していると考えられている。

### ３．１　ドーパントイオン源として１００%硝酸銀及び希釈硝酸銀融液を用いた場合

ドーパントイオンとしてＡｇイオンを供給するイオン源としては、１００%硝酸銀を用いる場合と低屈折率差の光導波路が実現できる希釈硝酸銀を用いる場合について検討した。１００%硝酸銀融液を用いて拡散温度２２５℃で熱拡散を行うと屈折率分布は図１に示すようになった。この分布形状は、Ｇ.Ｓｔｅｗａｒｔｓ[3]が既に指摘しているように２次関数で近似できることが確かめられた。また、硝酸銀を硝酸ナトリウムで希釈した、いわゆる希釈硝酸銀融液を用いて熱拡散を行った結果、種々の屈折率分布形状が得られた。即ち、モル比０.０５%から１０%の範囲の種々の濃度の希釈硝酸銀を用いて拡散を行った結果、図２に示すようにモル比によって屈折率分布の形状が異なることがわかった。ここで、モル比とは、希釈の割合を表すパラメータであり硝酸ナトリウムのモル数と硝酸銀のモル数の比をいう。即ち、Ｎａ

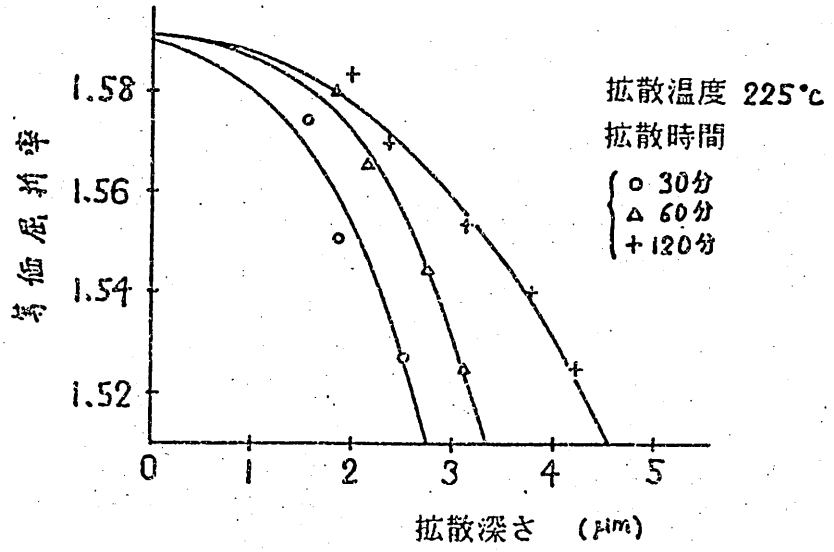



図 1．100%硝酸銀を用いた場合の屈折率分布

イオンとAgイオンの比 [Ag⁺／Na⁺] (%) で表している。

ところで、熱拡散のときの拡散方程式は式（9）から次の様に表される。

$$\frac{\partial u_A}{\partial t} = div\left\{\left(\frac{D_A}{1-\zeta u_A}\right) grad\, u_A\right\} \qquad (13)$$

$$\zeta = 1 - D_A / D_B$$

但し、ガラス中のナトリウムイオンと銀イオンの相互拡散を取り扱うため $Z_A$ 及び $Z_B$ は共に1であり $u_A$ は正規化銀イオン濃度を表す。ここで、$\zeta$ が非常に小さい場合には式（13）の解は補誤差関数に近くなる。従って、モル比の小さい希釈硝酸銀融液を用いた場合には、その屈折率分布は補誤差関数

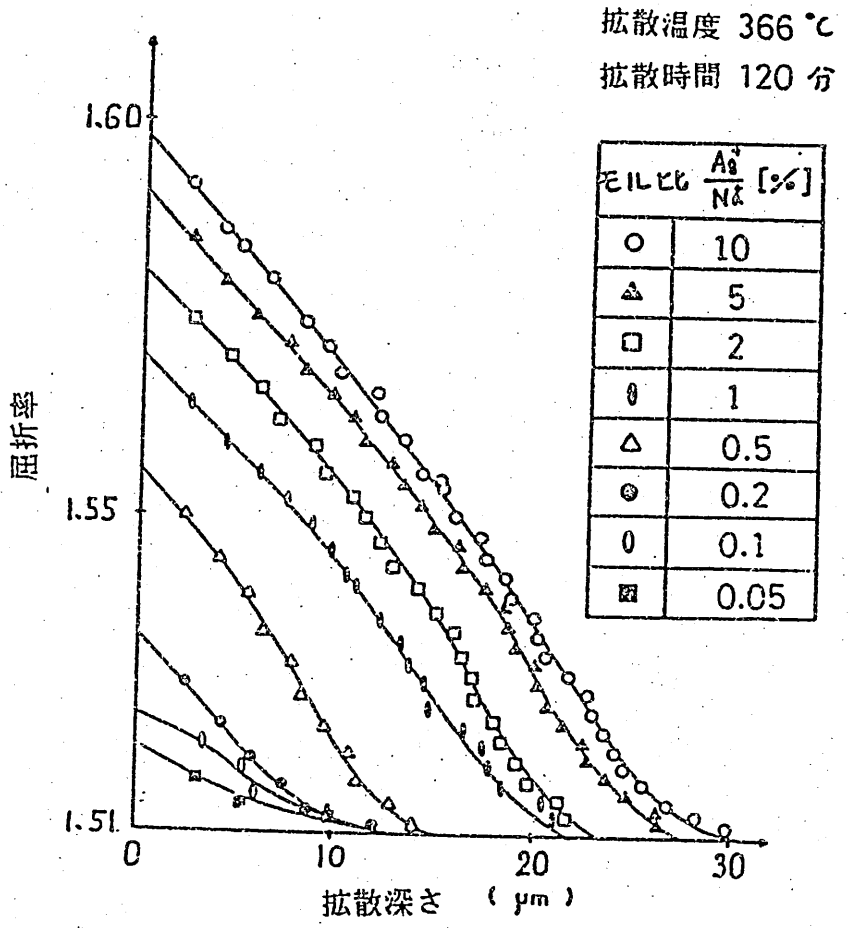



図 2．融液のモル比を変化させたときの屈折率分布

で近似できると予想される。図3はモル比が0．1%の希釈硝酸銀を用いた場合に補誤差関数で近似したドーパント濃度の曲線と等価屈折率の測定値を○印で示したものである。この場合、等価屈折率はmライン法により測定し、分布形状は逆WKB法により決定している。同図において縦軸は基板との屈

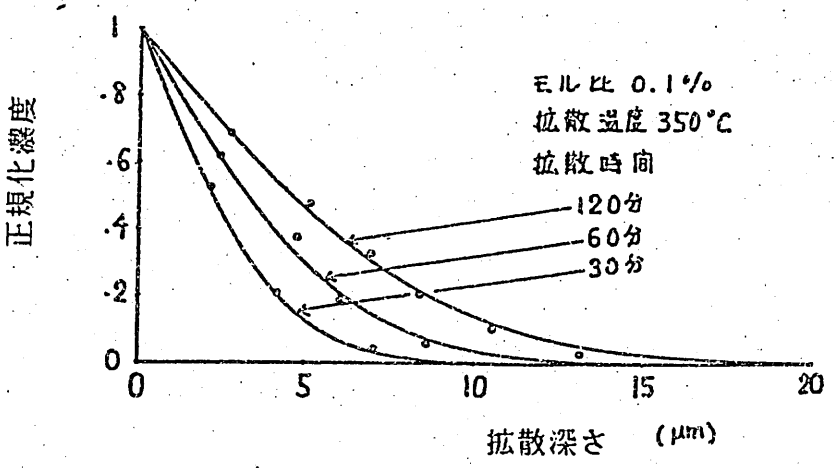



図 3．補誤差関数近似した分布と測定値

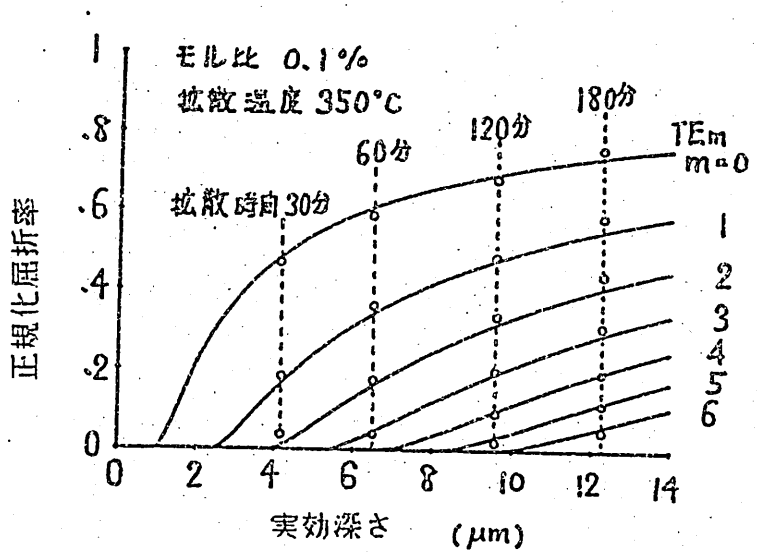



図 4．補誤差関数分布の分散特性と測定値

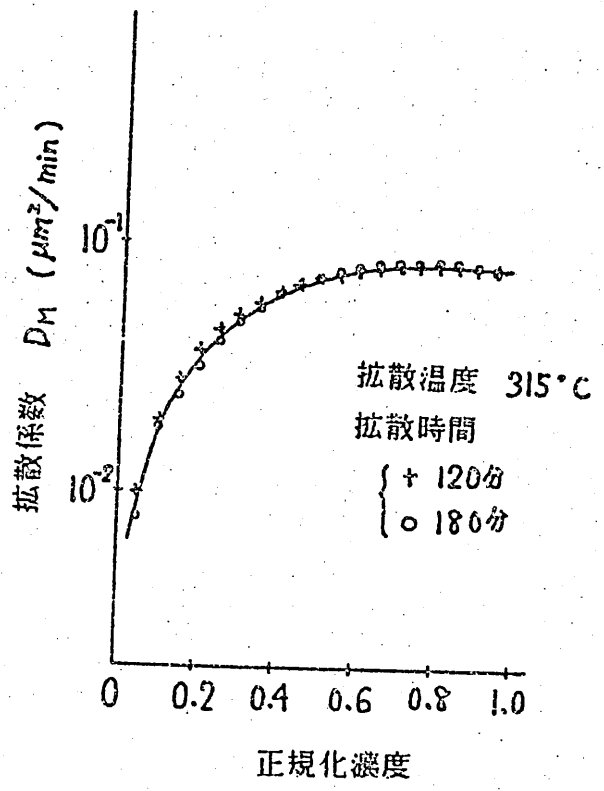



図 5．拡散係数の濃度依存性

折率差を最大屈折率差で正規化したものであり、又、これはクラウジウス＝モソッティの関係式より、基板表面でのＡｇイオン濃度で正規化したガラス内部でのＡｇイオン濃度を表している。補誤差関数は１つのパラメータのみから決定することができる。本稿では、ドーパントの正規化濃度$\frac{C_s}{C_A}$を

$$\frac{C_s}{C_A} = \mathrm{erfc}\,(x/d) \qquad (14)$$

と表し、測定点との２乗誤差の総和が最小となるようにパラメータｄを決めた。このパラメータｄを実効拡散深さ(effective depth)と定義する。また図４は補誤差関数分布の場合の分散特性曲線と等価屈折率の測定値を表したものである。図３および図４に示す結果は、モル比０．１％の希釈硝酸銀融液を用いた場合、屈折率分布の形状が補誤差関数に近いことを示している。しかし、図３からわかるように拡散深さが増すにつれ正規化濃度の低い領域で若

干のずれが生じている。これは、屈折率分布を補誤差関数で近似したためドーパントは無限の距離まで拡散していることになるが、実際には有限の時間内で深さ方向に有限の距離までしか拡散しないためと考えられる。そこで測定値を３次関数で近似して、ボルツマン・マタノ法により拡散係数を計算し、正規化濃度に対する特性を示したのが、図５である。同図より、濃度が高い場合には拡散係数はほぼ一定であることがわかる。そしてこの値は補誤差関数で近似した場合の実効拡散深さｄから求めた拡散係数の値とほぼ一致する。これに対し濃度の低い場合には拡散係数は急激に小さくなっているのがわかる。この結果と図３から、屈折率分布の大部分は補誤差関数で近似する事ができるが、濃度の低いところ即ち、拡散深さの大きいところでは補誤差関数分布からずれてくるということがわかる。

また、同様に１００％硝酸銀融液中で作製した導波路の屈折率分布を２次関数形分布で近似してボルツマン・マタノ法により計算した拡散係数のＡｇイオン濃度依存性を図６に示す。同図には比較のため図５の結果も示してある。横軸の正規化濃度は１００％硝酸銀を用いた場合の表面の濃度を１とした場合の濃度である。以上の結果から、拡散係数の濃度依存性は希釈のモル比によって変化すると思われる。また、拡散温度を変えると拡散係数は温度の逆数に対して指数関数的に変化するが、銀イオン濃度に対する拡散係数の依存性にはほとんど変化が見られなかった。従って、相互拡散係数は濃度依存性も含めて、濃度に対する依存性を示す項 Ｄ（$u_A$）と温度に対する依存性の項に分離して次のように簡単に表すことができる。

$$D(u_A,T)=D(u_A,T_0)\exp(-\Delta H/RT)\ [m^2/sec] \qquad (15)$$

ここで、Ｒは気体定数である。又、活性化エネルギΔＨは８．７×１０$^4$ Ｊ／ｍｏｌ であり、文献(3)及び(4)とほぼ同様の値が得られた。

３．２ ドーパントイオン源として硝酸カリウム融液を用いた場合

Ａｇイオンをドーパントとして導波路を作製する場合、たとえばＡｇとＮａのモル比が１００～０．１％ の範囲では、導波路とガラス基板の屈折率差がまだ比較的大きく伝搬特性の測定結果から分布形状を決め、相互拡散係数を求めることも可能である。しかし、Ｋイオンをドーパントとする場合、屈折

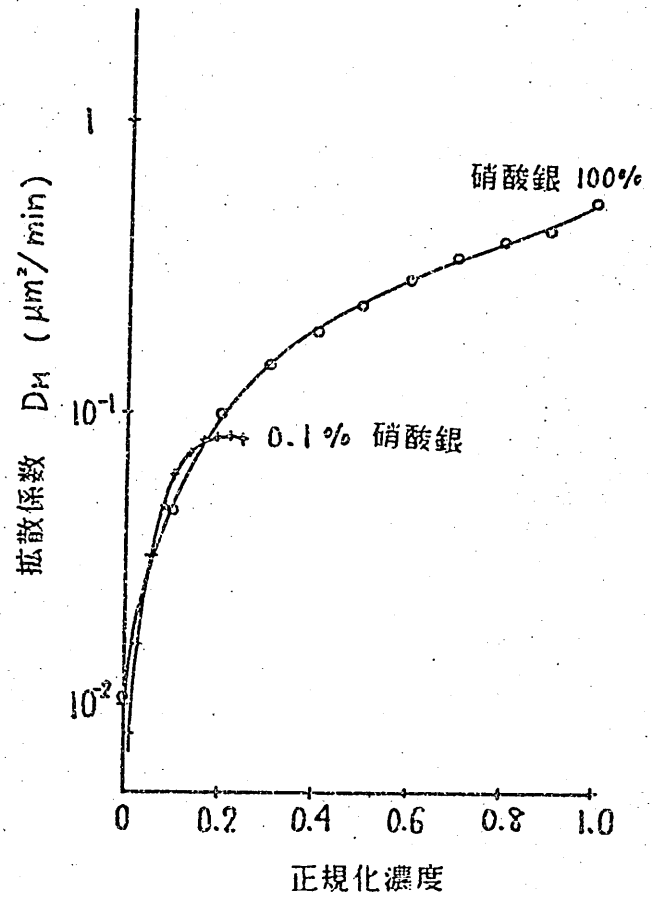



図 6．拡散係数の濃度依存性の比較

率差が小さいため伝搬特性から正確に屈折率分布形状を定めるのが困難となり、その結果、相互拡散係数を決定することも困難となる。そこでガラス中のKイオン濃度をX線マイクロアナライザによって測定した。図7は拡散温度４００℃、拡散時間５４０分で熱拡散により作製した導波路のKイオン濃度分布を示す。K拡散型導波路の屈折率分布はガウス関数で近似できるという報告[15]があるので、本稿でも、ガラス中のKイオンの濃度分布をガウス関数で近似した。図7に示す破線はKイオン濃度をガウス関数で近似した結果を示す。ただし、ガラス表面付近は、X線マイクロアナライザでは測定不

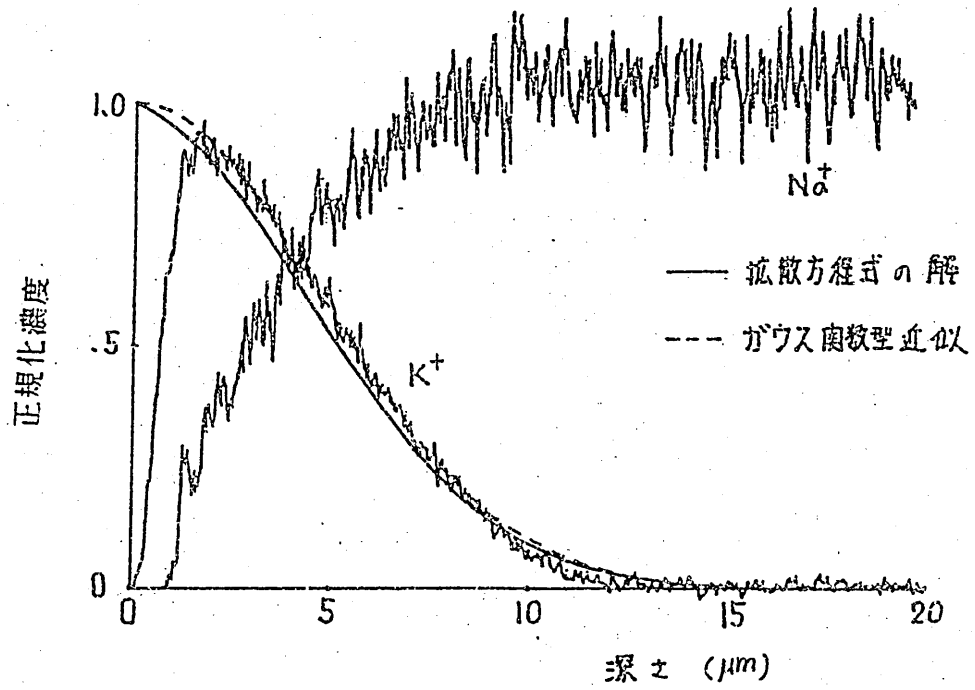



図 7．硝酸カリウムを用いた場合の濃度分布

能のため、分布が滑らかになるように補正した。この分布から相互拡散係数をボルツマン・マタノ法によって求めた。更に、その値を用いて、拡散方程式を解いた結果が図7に示す実線である。この結果から明らかなように、拡散方程式の解は、X線マイクロアナライザによる測定結果とよく一致している。この事実は、濃度分布がガウス関数で近似することの妥当性を示すと共に、Kイオンの場合にも、拡散係数に濃度依存性があることを裏付けていると考えられる。次に屈折率分布について検討する。WKB法によると次数mの導波モードに対する特性方程式は次式で与えられる。

$$k_0 \int_0^{a_e} \sqrt{n^2(x) - n_e^2}\, dx = m\pi + \pi/4 + \phi_0 \qquad (16)$$

ただし、$2\Phi_\theta$は導波路表面（$x=0$）における位相シフトであり次式で定義される。

$$\Phi_\theta = TAN^{-1}\xi\sqrt{\frac{n_\theta^2 - n_\theta^2}{n_s^2 - n_\theta^2}} \qquad (17)$$

$\xi = 1$ ： TEモード

$= (n_s/n_0)^2$ ： TMモード

ここで$n_0$は空気の屈折率、$a_\theta$はモードの転移点を表しており、$n(a_\theta)=n_\theta$で定義される。拡散型導波路の屈折率分布が$n(x)=n_s+\Delta n_s \cdot f(x/d)$なる特定の関数形で近似可能ならば導波モードの解析的取扱は非常に簡単になる。そこで屈折率分布$n(x)$に次の４つの関数形を仮定し、何れの関数形が測定結果を最も良く説明できるかを検討した。

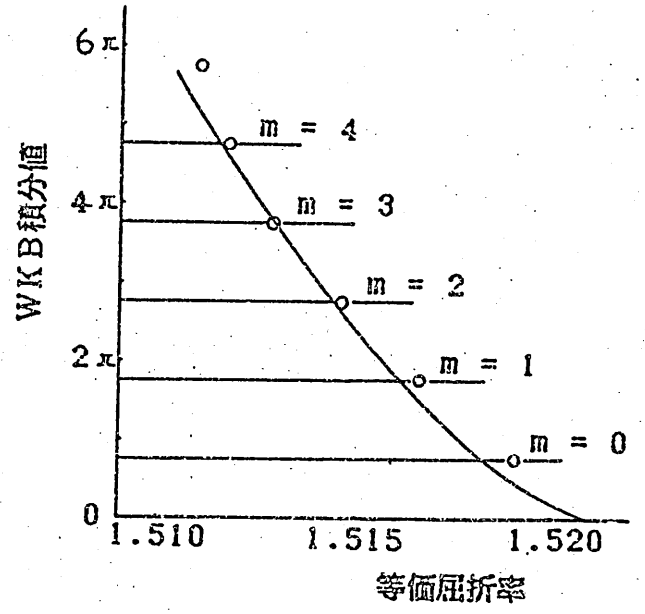
1次関数
$$n(x) = n_s - \Delta n_s (x/d) \quad for \quad x < d_1$$
$$n(x) = n_1 \quad for \quad x \geqq d_1 \qquad (19)$$

補誤差関数
$$n(x) = n_1 + \Delta n_s \; erfc(x/d) \qquad (20)$$

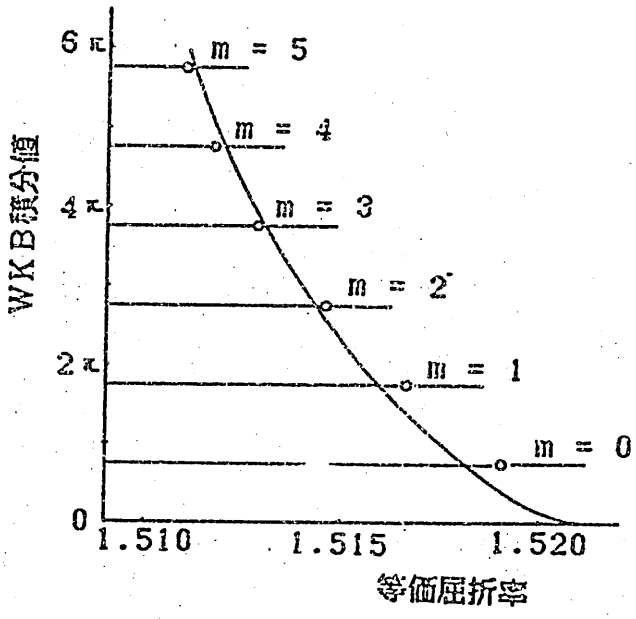
ガウス関数
$$n(x) = n_1 + \Delta n_s \; exp[-(x/d)^2] \qquad (21)$$

2次関数
$$n(x) = n_s - \Delta n_s [(x/d) + b(x/d)^2] \quad for \quad x < d_1$$
$$n(x) = n_1 \quad for \quad x \geqq d_1 \qquad (22)$$

関数形（２２）の２次関数の場合については、既に知られているように、パラメータｂは最小二乗法により$[(x/d)+b(x/d)^2]_{x=d_1}=1$を満足する様に定めることができる[3]。そこで、各関数形において、表面屈折率$n_s$、拡散深さ$d_1$及びパラメータｂは実際に試作された各モードの等

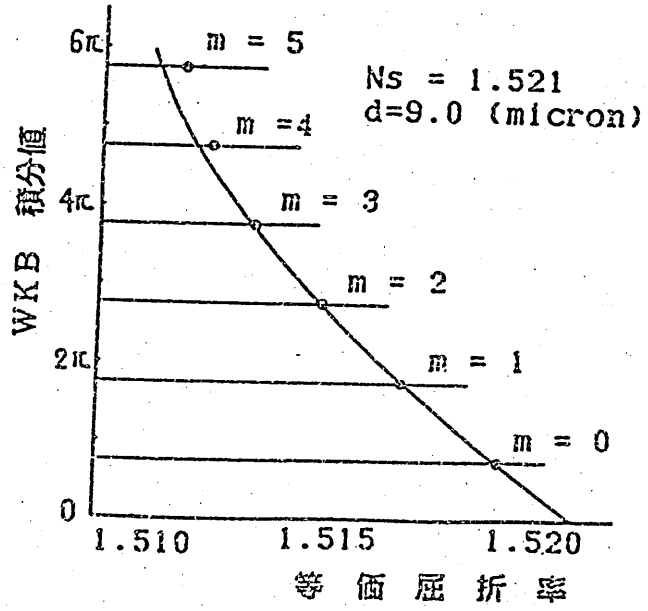



（a）　1次関数

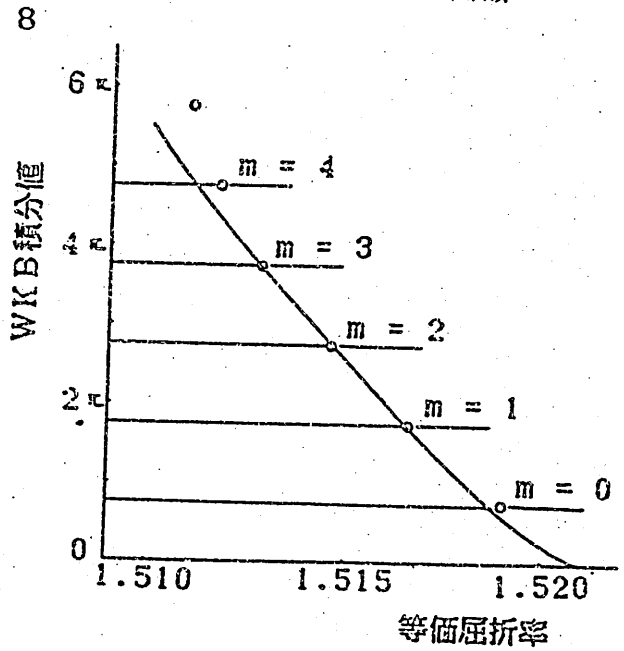



（b）　補誤差関数

図 8．WKB法の解と実測値との比較




（c） ガウス関数




（d） 2次関数

価屈折率及び表面屈折率に最も良く合うように定めることにした。導波路は拡散時間を３５時間、拡散温度を３８０℃として作製した。導波路中に励振される各モードの等価屈折率は$He$-$Ne$レーザー（波長$\lambda$=0．6328$\mu$m）を用いてMライン法から求めた。図８（a）～（d）は式（１９）～（２２）で示した関数を式（１６）に代入して得られたものであり、横軸に等価屈折率、縦軸に式（１６）の左辺の積分値、即ち、基板表面からクラッド部へ波が伝搬するときの位相変化を表している。この左辺の積分値を以後ではＷＫＢ積分値と呼ぶことにする。従って導波路内でモードが励振される位相条件はＷＫＢ積分値＝（m+３／４）$\pi$　（m＝０，１，２・・・）となり励振し得るモードの等価屈折率が求まる。図中（○印）は導波モードの等価屈折率である。屈折率分布を特定の関数で近似する場合、表面付近、即ち低次モードにおいて一致することが望ましい。このような観点から，これらの図を

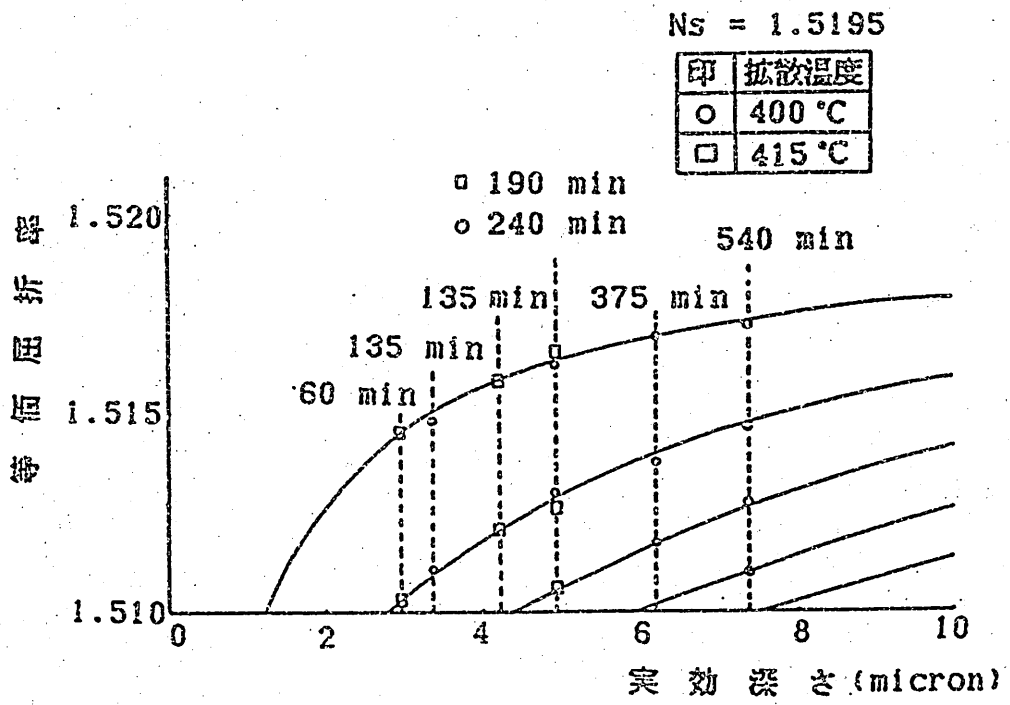



図　９．ガウス近似による分散特性

比較、検討すると、ガウス関数での近似が最も妥当であることがわかる。そこで式（２０）を（１６）に代入し、実効深さｄに対するモード分散曲線を求めると、図９のようになる。ただし、ｄはｎ(ｄ)=$n_s$+△$n_s$／ｄで定義される実効拡散深さである。以上の結果から、Ｋイオンを用いた場合の熱拡散による導波路の屈折率分布も、濃度分布と同様にガウス関数で近似することが可能であると考えられる。

## ４．移動度の決定

電界印加熱拡散における屈折率分布形成過程を特徴づける重要なパラメータとしては、先に述べた相互拡散係数の他に移動度がある。そこで、硝酸銀融液を用いた場合の移動度を文献（10）と同様の手順で求めた。

ガラス基板表面を原点にとった深さ方向の距離をｘ、電界印加時間をｔとすると式（１）及び（２）は次の様になる。

$$\overline{J}_A(x,t) = -D_A \mathrm{grad} C_A(x,t) + C_A(x,t)\mu_A E \quad (23)$$

$$\overline{J}_B(x,t) = -D_B \mathrm{grad} C_B(x,t) + C_B(x,t)\mu_B E \quad (24)$$

ここで、拡散係数はドーパントイオン濃度に依存しＮａイオン、Ａｇイオンとも等しくＤ（$C_A$）と仮定し、同様に移動度も等しく$\mu$と仮定する。また、ガラス表面からガラス中への単位時間当りのドーパントの移入量がガラス内部での単位時間当りのドーパント総量の変化に等しいということより次式が成立する。

$$\overline{J}_A(0,t) = \frac{d}{dt}\left(\int C_A(x',t)\,dx'\right) \quad (25)$$

従って、式（２３）を使うと（２５）は次の様になる。

$$\frac{d}{dt}\left(\int C_A(x',t)\,dx'\right) = -D(C_A)\,\mathrm{grad} C_A(0,t) + \mu E C_A(0,t) \quad (26)$$

ここで、時間tを無限大とすると表面における濃度$C_A$（0、t）は飽和濃度$C_0$に近づき、表面における濃度$C_A$（0、t）のグラディエントは零となる。即ち、

$$C_A(0,t) \rightarrow C_0 \quad , \quad grad\, C_A(0,t) \rightarrow 0 \qquad (27)$$

となる。よって式（26），（27）から移動度$\mu$は次のように計算される。

$$\mu = \frac{1}{\mathbb{E} C_0} \frac{d}{dt} \left( \int C_A(x',t)\, dx' \right) \qquad (28)$$

更に、$C_0$に対応する最大屈折率差を$n_0$、濃度$C_A(x',t)$に対応する屈折率分布を$n(x',t)$とすると

$$\mu = \frac{1}{\mathbb{E} n_0} \frac{d}{dt} \left( \int n(x',t)\, dx' \right) \qquad (29)$$

となり、移動度$\mu$を決定することができる。

式（29）を用いて移動度を決定するために電界印加熱拡散の実験を行った。実験の条件は１００%硝酸銀を用いた場合には拡散温度T＝２２７℃、印加電圧V＝３０v（電界強度＝２３．０８×$10^3$V／m）で、1%希釈硝酸銀を用いた場合には、T＝３１５℃、U＝３０vとした。銀イオンとナトリウムイオンの移動度は異なると予想されるが、この方法によると移動度$\mu$は銀とナトリウムの濃度に無関係に定まり、モル比１００%対しては$\mu$＝２．０５×$10^{-14}$$m^2$／V・sec となり、モル比1%に対しては$\mu$＝１．６８×$10^{-13}$$m^2$／V・secとなった[15]。

## ５．実験結果と拡散方程式の解との比較

本章では様々な条件の下で銀イオンをドーパントとして拡散型光導波路を作製し，その屈折率分布の測定結果を拡散方程式（１２）の解と比較．検討

する。拡散型光導波路の作製条件、即ち、拡散温度T、拡散時間t、印加電界強度E、及び融液中の硝酸銀のモル濃度m等は図中に示してある。拡散方程式（１２）の数値解法としてはクランク・ニコルソン法を用いた。但し、相互拡散係数$D_n$は式（６）の代わりに第３章の測定結果を用い、又、移動度$\mu$も測定値を用いた。

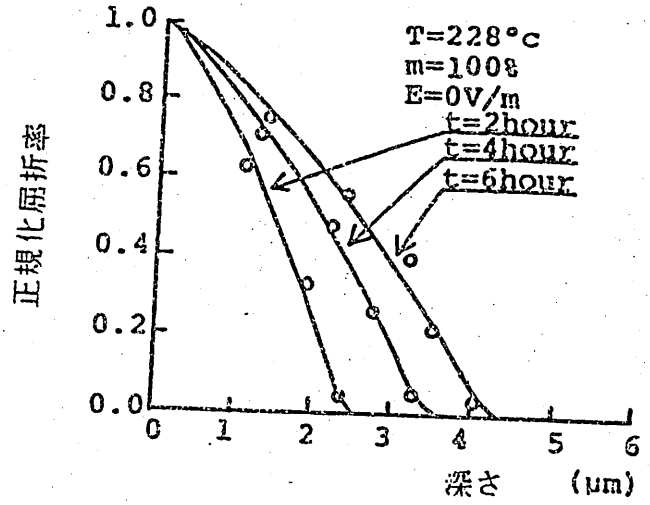
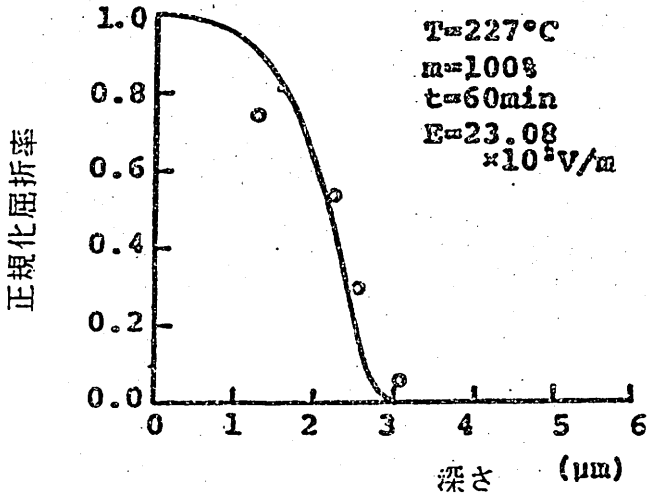
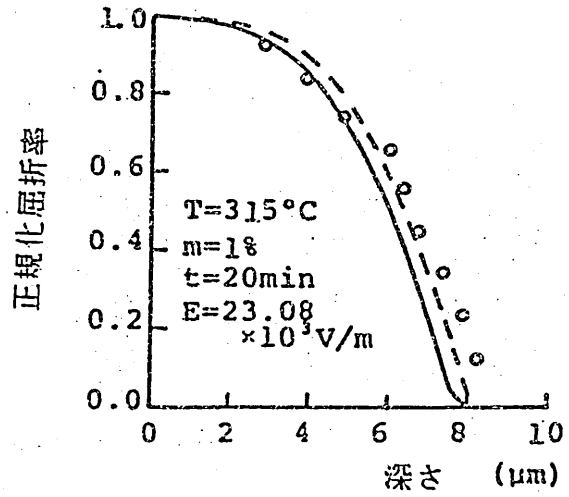



図 10. 熱拡散のときの屈折率分布

熱拡散法による結果を図１０に示す。図１０及びこれ以後の図では、等価屈折率の測定値を○印で示し、計算結果を実線で示す。同図から、拡散時間を２、４及び６時間と変えた場合にも測定値と数値計算結果は極めてよく一致していることがわかる。図１１(ａ)及び(ｂ)に電界印加熱拡散により作製した導波路の屈折率分布を示す。同図(ｂ)の破線は移動度の影響を調べるため、測定値より１０%大きい値を用いた場合の数値計算結果を示したものである。熱拡散の場合程ではないが、電界印加熱拡散の場合にも、測定した相互拡散係数$D_n$と移動度$\mu$を用いると、作製条件を様々に変えても実際に得られる屈折率分布をよく説明できることがわかる。電界を印加したときに測定値と数値計算結果がずれる原因としては、移動度の測定誤差や測定値自体の問題、即ち、銀とナトリウムイオンの濃度依存性が無視されていること等が考えられる。図１２は、一旦銀イオンのガラス中への移入が促進される方向に電界を印加した後、電界の方向を逆転させた場合の結果を示す。この場合




（a）　１００%硝酸銀




（b）　１%希釈硝酸銀

図　１１．電界印加熱拡散のときの屈折率分布

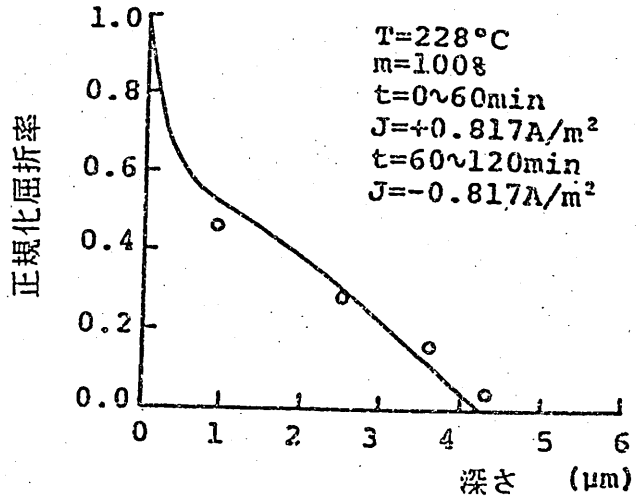



図 12. 電界印加熱拡散のときの屈折率分布。（但し，拡散が促進される方向に電界を印加した後に電界の向きを逆転した場合。）

には，電界を印加したにもかかわらず熱拡散の場合と同様に実験結果と数値計算結果は極めてよく一致している。このことは，電界によるドーパントの移入の効果が逆方向電界による移入の効果により相殺されたためと考えられる。銀イオンのガラス中への移入を抑制する方向に電界を印加すれば，コア部とクラッド部の屈折率差の大きい単一モード導波路も容易に精度よく作製することができる。

以上のように，相互拡散係数$D_n$と移動度$\mu$を実験的に求めれば，拡散方程式（１２）を数値的に解くことによって光導波路の屈折率分布を精度よく推定することができる。

## ６．あとがき

ソーダライムガラス基板中に一価の金属イオンを熱拡散あるいは電界印加の下で熱拡散させることによって拡散型光導波路を再現性よく作製するための基礎的資料を示した。一価のイオンとしては銀及びカリウムを用いた場合を検討した。その結果、銀イオンをドーパントとして用い熱拡散によって作

製した導波路の屈折率分布は、ドーパントイオン源として用いた融液中の銀イオン濃度に大きく依存することを示し、このことは相互拡散係数の濃度依存性を考慮することにより説明できることを確かめた。又、カリウムイオンをドーパントとして熱拡散を行った場合には、ガラス中のドーパントイオン濃度及び屈折率分布が共にガウス関数で近似できることが確かめられた。以上の結果、ガラス中の拡散現象を明らかにし、屈折率分布の形成過程を明らかにするために、相互拡散の効果を考慮する必要があることが明らかとなった。更に、相互拡散係数を測定すれば、本稿で導出した拡散方程式を数値的に解くことにより、ガラス中のドーパントイオン濃度及び導波路の屈折率分布を精度良く推定できることを明らかにした。

次に、銀イオンをドーパントとして用い電界印加の下で熱拡散により作製した導波路の屈折率分布は、伝導電流項を含む拡散方程式によって記述されることを示した。文献(9)及び(10)の方法に従って、実験的に拡散係数及び移動度を決定し、実際に作製された光導波路の屈折率分布が拡散方程式の数値解からかなり精度よく推定できることを示した。ただし、電界を印加した場合については、その一致の程度は熱拡散のみの場合程十分ではないので、まだ検討の余地が残されているように思われる。又、チャネル光導波路の作製及びこれを埋め込み型導波路とする場合についても、今後の研究課題となるであろう。今後、低屈折率差の単一モード拡散型光導波路を精度よくかつ再現性よく作製するための制御法を確立する必要性は増してくると思われる。このためには、低屈折率差の導波路の屈折率分布を精確に測定する必要が生じるが、そのための方法としては、たとえば、X線マイクロアナライザによるドーパント濃度の測定あるいはテレビカメラを用いて導波光のニアフィールドパターンの測定[12]を行うなど有効な方法を検討する必要があると思われる。

謝辞　本研究に関し，多大の御支援と御協力をいただいた住友電気工業株式会社開発研究本部の吉田健一，小野公三，西川満の諸氏に深謝する。又，卒業研究を通じて本研究に協力された都築伸二（現住友電気工業ＫＫ），牛田達雄（現九州松下電器ＫＫ），乗松直樹，山崎雅志の諸氏に謝意を表す。

## 文 献


(1) T.Izawa and H.Nakagome, "Optical Wavedaides formed by electrically induced migration of ions in glass plates", Appl.Phys. Lett.,21,12,pp.584-586(1972).

(2) T.G.Giallorenzi, E.J.West,R.Kirk , R.Ginther, and R.A.Andrews. "Optical wavegauides formed by thermal migration of ions in glass ",Appl.Opt.,12,6,pp.1240-1245(1973).

(3) G.Stewart , C.A.Millar , P.J.R.Laybourn , C.D.W. Wilkinson.and R.M.DeLaRue, "Planar Optical Waveguides Formed by Silver-Ion Migration in Glass" , IEEE.J.Quantum Electronics, QE-13,4,pp. 192-200(1977).

(4) G.Stewart and P.J.R.Laybourn, "Fabrication of Ion-Exchanged Optical Waveguides From Diute Silver Nitrate Melts" ,IEEE J.Quantum Electronics, QE-14,12,pp.930-934(1978).

(5) 関口, 工藤, 虫明, "イオン交換法による三次元 光導波路の屈折率分布" ,信学技報, OQE80-152, pp.75-81(昭55).

(6) E.Okuda, I.Tanaka, and T.Yamasaki, "Planar gradient-index glass waveguide and its applications to a 4-port branched circuit and star coupler" ,Appl.Opt.,23,11,pp.1745-1748 (1984).

(7) 北地, 栗城, 奥田, "分布屈折率導波路型光アクセッサの特性" , 昭60信学全大, 976.

(8) H.Lilienhof , E.Volges , D.Ritter , and B. Pantschew , "Field-Induced Index Profiles of Multimode Ion-Exchanged Strip Waveguides", IEEE. J.Quantum Electronics, QE-18,11, pp. 1877-1883 (1982).

(9) 千葉, 三沢, 伊賀, 及川, "平板マイクロレンズにおける屈折率分布形成素過程 (II) " , 信学技報, OQE84-88 (昭59-11).

(10)千葉, 三沢, 伊賀, "平板マイクロレンズ形成過程におけるガラス中のイオン移動度の測定" , 信学論(C), J68-C,7,pp.578-579(昭60-07).

(11)M.Imai,N.Haneda,and Y.Ohtsuka , "Losses in Optical Waveguides Formed by Silver-Sodium Ion Exchange",IEEE.J.Lightwave Technol. ,vol.LT-1,pp.611-615(1983).

(12)森下、"伝搬モードのパターンを利用した単一モード光線路の屈折率分布測定",輻射科学研究会資料、RS85-15(昭60-12).
(13)S.Iraj Najafi , Ramu V.Ramaswamy , and Ralendra K.Lagu, "An Improved Method for Fabricating Ion-Exchanged Waveguides Through Electrolytic Release of Silver Ions",IEEE,J.Lightwave Technol., vol.LT-3,pp.763-766,(1985).
(14)岸岡、橋本、"イオン拡散型光導波路の複屈折率",電子総合全国大会,1077(昭58).
(15)沢、小野、都築、漁島、"銀イオン拡散形ガラス光導波路の屈折率分布の推定法",信学論(C)、掲載決定.
(16)G.L.Yip and J.Albert, "Characterization of planar optical waveguides by $K^+$-ion exchange in glass ",Opt.Lett.,10.3.pp.151-153 (1985).

輻射科学研究会資料(RS85-22)

# Y分岐光導波路の一構成法

小野　和雄　　沢　新之輔

（愛媛大学　　工学部）

昭和６１年３月１４日

（於　大阪電気通信大学）

## 1．まえがき

Y型分岐光導波路は光波を分流・合流するための光回路素子としてそれ自体単独で用いられるだけでなく、変調器等の光回路素子の構成要素の一つとして、光情報処理システムで重要な役割をはたすと考えられる[1]-[5]。たとえば、単一モード導波路からなるY型分岐はマッハ・ツェンダー型干渉計の構成要素として用いられ、これを利用して変調器やスイッチなどの光回路素子が実現され得る[5]。このように導波現象を利用した光回路素子は素子の集積化に基本的に重要であると考えられている。又、ガラス基板中に作製した多モードＧＩ型チャネル導波路からなるＹ型分岐を用い、幹線光ファイバーからの信号を支線へ分流したり、逆に、支線から幹線へ合流するための光アクセス回路が試作されている[6]。光ＬＡＮ等の実現には、このような光回路素子が大量に必要と考えられる。このように、単一モードから多モード導波路の光情報処理システムでＹ型分岐光導波路は多くの用途が考えられているにもかかわらず、所望の特性を持つ低損失なＹ型分岐導波路の設計法は、まだ、確立されていないようである。

その理由として、一般にテーパ構造の導波路を伝搬する波動の導波特性、及びモード変換特性が波動論的に必ずしも十分に明らかにされていないことが上げられる。即ち、単一モード導波路に対しては、連続体放射モードと導波モード間の結合を取り扱う必要があるが、一般に、その取り扱いは煩雑である。それゆえ、最近このような導波路の解析法としては導波モードと放射モードを区別することなく取り扱うことのできるPropagating beam method等の数値解法が用いられることが多い[7]。しかし、この方法では、個々の具体的モデルに対する設計条件は得られるが、モード結合理論の結果に比べ、一般的な設計条件を明らかにするのが困難なように思われる。

本稿では、スラブ導波路からなるＹ型分岐部の損失特性及び損失の軽減法をモード結合理論の立場から検討する。解析法としてはステップ近似解析法[2]-[4],[9]を用い、放射モードも含めて取り扱えるように定式化を行う。先に、筆者らは２モード不均一疎結合系をモード結合理論の立場から解析的に取り扱うことができることを示し、２モード結合系の構成条件を２、３明らかにした[3]。又、一応用例として、方向性結合器の低損失構成法[8]及び２つの導波モードが伝搬可能なスラブ導波路からなるＹ型分岐部の低損失構成法[10]を示した。しかし、この場合導波モード間のみの結合を考慮し、放射モ

ードとの結合は無視して検討を行っていた。本稿では、放射モードとの結合も考慮し、単一モード及び２つの導波モードが伝搬可能なスラブ導波路からなるＹ型分岐部の低損失な構成法を示す。なお、本稿の構成法は、レンズ状媒質光導波系やスラブ光導波路の円形曲がり部の構成法[14]-[16]として、先に提案された方法を、不均一結合系の場合に拡張、発展させ、対称Ｙ型分岐光導波路に適用したものである。

## ２．解析法

本稿では、図１に示すようにスラブ導波路からなる対称Ｙ型分岐部を考える。この章では、Ｙ型分岐導波路におけるモード変換を放射波への変換損も含めて取り扱えるようにモード結合方程式を定式化する。解析法としてはステップ近似解析法[9]を用いる。ステップ近似解析法は反射波への変換電力が小さいときには精度のよい近似解析法であり、導波路に沿う導波モード及び放射モードの電力をそれぞれ分離して計算することができる。従って、モード結合方程式を導くために用いた基準波が入射及び出射側の導波路の正規モ

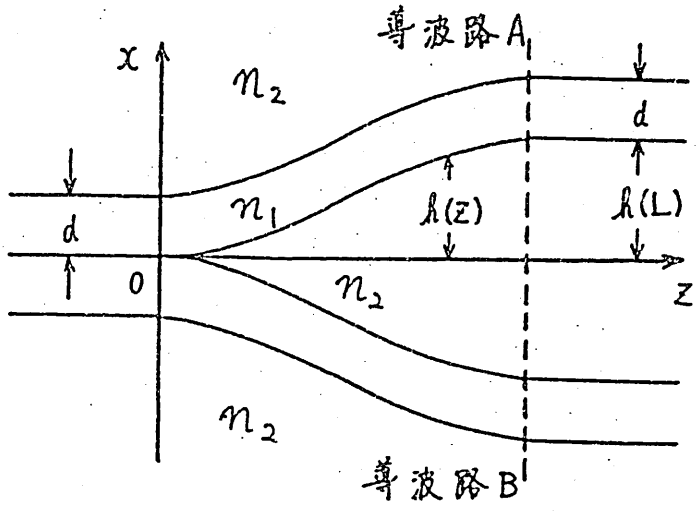



図１．対称Ｙ型分岐導波路。

ードに一致するように選ぶことによって、分岐部の出射端における変換損失を導波モードと放射波への変換に分けて求めることができる。基準導波路としては任意の点$z_0$で、その点の構造を持つ5層スラブ光導波路を選び、基準波としてはその正規モードを用いる。

任意の区間sにおける前進TE波の電界は基準導波路の正規モードを用いて次のように表すことができる。

$$e_y=\sum_i E_i^{(s)}\Psi_i^{(s)}(x)+\sum_e\int_0^{n_2k_0}q_e^{(s)}(\rho)\Phi_e^{(s)}(\rho,x)d\rho \qquad (1)$$

ここで、$E_i^{(s)}$及び$q_e^{(s)}$は、それぞれ、導波モード及び放射モードの複素界振幅を表す。又、$\Psi_i^{(s)}(x)$及び$\Phi_e^{(s)}(\rho,x)$は、それぞれ、次数iの導波モード及び横方向波数$\rho$の放射モードの界分布関数を表す。対称5層スラブ光導波路に沿う導波及び放射モードの界分布関数は文献(11)に示されている。ここで、添え字eは放射モードが波数$\rho$に対して2重に縮退していることを表すために用いてあり、$\Sigma$はこれら2つのモードに対して和をとることを表す。

ステップ近似解析法では、滑らかに変化する導波路形状を図2に示すような一連の階段状不連続部で置き換える。この不連続部における電界$e_y$及び磁界$h_z$に対する境界条件を示すと次のようになる。

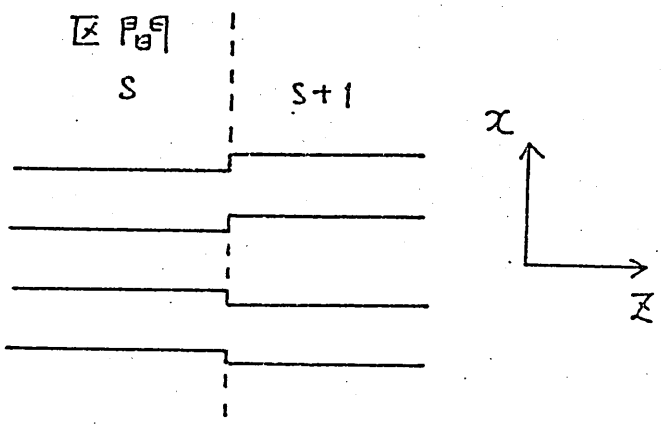



図2．階段状不連続部。

$$\sum_i E_i^{(s)}\Psi_i^{(s)}(x)+\sum_e\int_0^{n_2k_0} q_e^{(s)}\Phi_e^{(s)}(\rho,x)d\rho$$
$$+\sum_i E_i^{(r)}\Psi_i^{(s)}(x)+\sum_e\int_0^{n_2k_0} q_e^{(r)}\Phi_e^{(s)}(\rho,x)d\rho$$
$$=\sum_i E_i^{(s+1)}\Psi_i^{(s+1)}(x)+\sum_e\int_0^{n_2k_0} q_e^{(s+1)}\Phi_e^{(s+1)}(\rho,x)d\rho \qquad (2.a)$$

$$\sum_i \beta_i^{(s)}E_i^{(s)}\Psi_i^{(s)}(x)+\sum_e\int_0^{n_2k_0}\beta\, q_e^{(s)}\Phi_e^{(s)}(\rho,x)d\rho$$
$$-\sum_i \beta_i E_i^{(r)}\Psi_i^{(s)}(x)-\sum_e\int_0^{n_2k_0}\beta\, q_e^{(r)}\Phi_e^{(s)}(\rho,x)d\rho$$
$$=\sum_i \beta_i^{(s+1)}E_i^{(s+1)}\Psi_i^{(s+1)}(x)+\sum_e\int_0^{n_2k_0}\beta\, q_e^{(s+1)}\Phi_e^{(s+1)}(\rho,x)d\rho \qquad (2.b)$$

導波モードに関しては、異なる区間のモード相互間に次の近似直交関係が成立する。

$$\int_{-\infty}^{\infty}\Psi_i^{(s)}(x)\Psi_j^{(s+1)}(x)dx \fallingdotseq I_{i,j}^{(s,s+1)}\delta_{ij} \qquad (3)$$

ここで、$\delta_{ij}$はクロネッカーのデルタである。一方、放射モードに関しては、異なる区間のモード相互間に次の直交関係が成立する。

$$\int_{-\infty}^{\infty}\Phi^{(s)}(\rho,x)\Phi^{(s+1)}(\sigma,x)dx = I(\rho,\sigma)^{(s,s+1)}\delta(\rho-\sigma) \qquad (4)$$

ここで、$\delta(\rho-\sigma)$はデルタ関数である。

放射モードの反射は小さいと仮定し、導波モードの反射成分を文献(2)-(4)と同様に前進導波モードの複素振幅で表す。即ち、

$$E_j^r \fallingdotseq (\beta_j^{(s)}-\beta_j^{(s+1)})/(\beta_j^{(s)}+\beta_j^{(s+1)})E_j^{(s)} \qquad (5)$$

とする。放射波の反射成分は小さいとして無視する。導波反射成分については、式(5)を(2)に代入し、前進導波成分に換算して計算する。そして、各モードの複素振幅をy方向単位長さ当たり単位電力を運ぶように正規化し、放射モードについては、更に単位波数当たり単位電力を運ぶように正規化する。即ち。

$$P_i = 1 = \hat{E}_i^2 \beta_i I_{ii} / 2\omega\mu_0 \tag{6}$$

$$P_r \delta(\rho-\sigma) = \delta(\rho-\sigma) = \hat{Q}(\rho)^2 \beta I(\rho,\sigma) / 2\omega\mu_0 \delta(\rho-\sigma) \tag{7}$$

となるような振幅$\hat{E}_i$及び$\hat{Q}(\rho)$で正規化する。すると、前進導波モード及び放射モードに対する反復モード結合方程式が得られる。

$$A_i^{(s+1)} = \sum_j M_{ij}^{(s,s+1)} A_j^{(s)} + \sum_e \int_0^{n_3 k_0} M_{ie}(\rho)^{(s,s+1)} Q_e^{(s)}(\rho) d\rho \tag{8}$$

$$Q_e^{(s+1)}(\rho) = M_e(\rho)^{(s,s+1)} Q_e^{(s)}(\rho) + \sum_j M_{ej}^{(s,s+1)} A_j^{(s)} \tag{9}$$

但し、モード変換係数$M_{ij}^{(s,s+1)}$、$M_{ie}(\rho)^{(s,s+1)}$、$M_{ej}(\rho)^{(s,s+1)}$及び$M_e(\rho)^{(s,s+1)}$は次のように表される。

$$M_{ij}^{(s,s+1)} = \frac{2\sqrt{\beta_i^{(s)} \cdot \beta_j^{(s+1)}}}{\beta_j^{(s)}+\beta_j^{(s+1)}} \cdot \frac{\beta_j^{(s)}+\beta_i^{(s+1)}}{\beta_i^{(s)}+\beta_i^{(s+1)}} \cdot \frac{I_{i,j}^{(s,s+1)}}{\sqrt{I_{j,j}^{(s,s)} I_{i,i}^{(s+1,s+1)}}} \tag{10}$$

$$M_{ie}(\rho)^{(s,s+1)} = \sqrt{\frac{\beta_i^{(s+1)}}{\beta}} \frac{\beta_i^{(s)}+\beta}{\beta_i^{(s)}+\beta_i^{(s+1)}} \frac{I_{e,i}(\rho)^{(s,s+1)}}{\sqrt{I_e(\rho,\rho)^{(s,s)} I_{i,i}^{(s+1,s+1)}}} \tag{11}$$

$$M_{ej}(\rho)^{(s,s+1)} = \sqrt{\frac{\beta_j^{(s)}}{\beta}}\ \frac{\beta_j^{(s+1)}+\beta}{\beta_j^{(s)}+\beta_j^{(s+1)}}\ \frac{I_{j,e}(\rho)^{(s,s+1)}}{\sqrt{I_{j,j}^{(s,s)}\ I_e(\rho,\rho)^{(s+1,s+1)}}} \tag{12}$$

$$M_e(\rho)^{(s,s+1)} = \frac{I_e(\rho,\rho)^{(s+1,s+1)}}{\sqrt{I_e(\rho,\rho)^{(s,s)}\ I_e(\rho,\rho)^{(s+1,s+1)}}} \tag{13}$$

式(10)ー(13)から、モード変換係数は全て同じ形式で表されることがわかる。

任意の区間sにおける伝搬定数放射モードの電力$P_r$は次式で与えられる。

$$P_r = \sum_e \int_0^{n_1 k_0} \left|Q_e^{(s)}(\rho)\right|^2 d\rho \tag{14}$$

## 3. 分岐部の一構成法

本稿では、図1に示すような対称Y型分岐光導波路に対する簡単且つ低損失な分岐形状を検討する。非結合系と不均一結合系の正規モード相互間のモード変換を行うための条件については、レンズ状媒質光導波系やスラブ光導波路の円形曲がり部の構成法[14]-[16]及び2モード不均一疎結合系の解析結果[8]から、比較的容易に類推することができる。本稿では、この条件を2モード導波路からなるY分岐部に対して近似的に実現する。この場合、非結合系とは平行2線導波路のことであり、不均一結合系とは分岐部のことを言う。入射側スラブ光導波路は間隔が零の平行2線導波路と見なす。図3に2モード不均一疎結合系の構成法の一例を示す。その構成条件は結合効率$\eta$及び結合モード間の伝搬定数の差$\Delta\beta$を用いると次式で与えられる。

$$\eta_2 = 2\eta_1 \tag{15}$$

$$\int_0^{L_1} \Delta\beta\, dz = \pi \tag{16.a}$$

$$\int_{L-L_3}^{L} \Delta\beta\, dz = \pi \tag{16.b}$$

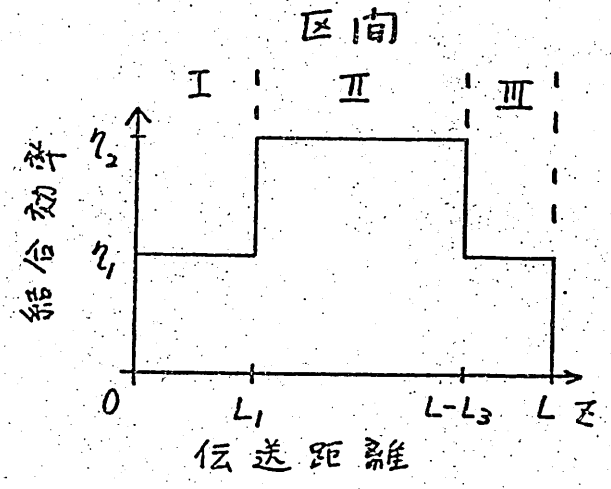



図３．２モード不均一疎結合系の一構成法。

疎結合系の場合、結合効率$\eta$は結合モード間の伝搬定数の差$\Delta\beta$と結合係数Cの比で近似することができる。即ち、

$$\eta \fallingdotseq C/\Delta\beta \tag{17}$$

である。不均一な結合系に対しても、このような条件を実現できれば２つのモード間のモード変換損失は除去できる。

図４に本稿で提案する対称Y型分岐導波路の構成法を示す。導波路A及びBの間隔h(z)が十分に大きい場合、結合係数は分岐形状の変化率に比例することが示されている。しかし、導波路間隔h(z)が小さい場合、一般に結合効率は分岐形状の変化率ｄｈ／ｄｚのみでは定まらず、導波路構造の関数でもあり、結合効率は分岐間隔hの関数として次のように表すことができる。

$$\eta \propto g(h)\cdot dh/dz \tag{18}$$

ステップ近似解析法によれば、結合係数Cは階段状不連続部の両側の界の重なり積分に比例する[4]。一般に、重なり積分は導波路境界面で結合を生じるモードの界分布が大きい場合に大きな値をとる。従って、分岐間隔が小さい

ときには関数gは大きく，大きくなるに従い，零と異なる一定値に漸近すると予想される。分岐間隔が無限大になっても結合効率が零にならないのは，モード結合方程式の基底として平行２線導波路の正規モードを用いているためであり，導波路の正規モードと伝搬方向が異なるため常に有限の結合が残ることになるからである[9]。従って，図４に示す折れ曲がり部による低損失化を実現するためには，区間Ⅰの傾きを区間Ⅲに比べて小さくする必要があると思われる。さて，分岐部へ基本モード（モード次数零）のみが入射すると仮定して，分岐部の低損失構成法を示す。対称Y分岐導波路の場合，基本モードと結合するのは次数２の偶対称モードである。まず，区間Ⅰ及びⅢの長さ$L_1$及び$L_3$は，文献(8)と同様に結合に寄与するモード間の伝搬定数の差$\Delta\beta_{02}(0)$及び$\Delta\beta_{02}(L)$を用いて次のように定める。

$$L_1=\pi/\Delta\beta_{02}(0) \qquad L_3=\pi/\Delta\beta_{02}(L) \tag{19}$$

但し，伝搬定数の差は入射及び出射側の平行２線導波路の値を用いる。そして，区間Ⅰ，Ⅱ及びⅢの傾き$\theta_1$，$\theta_2$及び$\theta_3$は次のように定める。

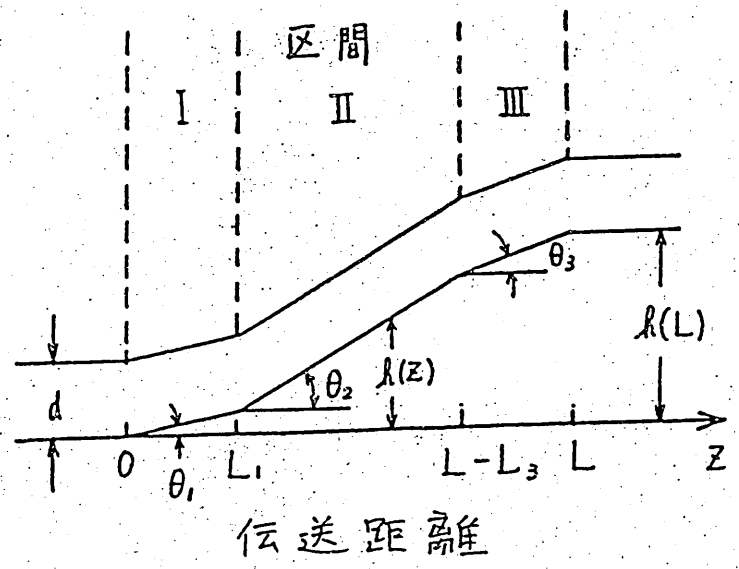



図４．分岐部の低損失構成法。

$$\theta_1 = m\theta_3 \tag{20.a}$$
$$\theta_2 = 2\theta_3 \tag{20.b}$$
$$\theta_3 = \{h(L)-h(0)\} \,/\, \{2L-L_3-(2-m)L_1\} \tag{20.c}$$

このような設計法を採用することにより，区間Ⅰと区間Ⅲの傾きの比mを決定することができさえすれば，入射及び出射側の導波路パラメータのみから分岐部の設計が可能になる。伝搬定数の差Δβは伝搬定数の絶対値を求めるのに比べ測定が簡単と予想される。式(2)において，区間Ⅰと区間Ⅲの傾きの比mが1のとき，文献(8)の分離部の構成法と一致する。この区間Ⅰと区間Ⅲの傾きの比mが1と異なることが，分岐部入射端付近における結合の効果を考慮したことになる。

## 4．モード変換損失特性

### 4．1　2モードスラブ導波路からなるY分岐部

図5（a）及び（b）に分岐部の長さを変えた場合の高次モードの変換損失及び放射損失を入射電力で規格化して示す。但し，この数値計算例では，入射波はTE基本モードとし，分岐部出射端における導波路間隔h(L)/dは1.0，導波路A及びBのコアとクラッドの屈折率比は1.01，規格化周波数は導波路A及びB共に2つの導波モードが伝搬可能な最大値πとしてある。又，同図の番号は表1の関数形の分岐形状に対する結果であることを示す。分岐形状は次式で定義してある。

$$f(z) = \{h(z)-h(0)\} \,/\, \{h(L)-h(0)\} \tag{21}$$

表1に選んだ関数形(1)，(2)及び(3)はそれぞれ，分岐部入出射端において1階，2階及び3階導関数が不連続になっている。従って，関数形は(1)，(2)及び(3)の順に滑らかに接続されていると考えてよい。テーパ構造の断熱特性のため，図5に示すように導波モードへの変換損失及び放射損失は，いずれの関数形を選んでも分岐長が長くなるにつれて小さくなることを示している。分岐長が長い領域では，関数形(1)，(2)及び(3)の順に損失の減少の割合は大きい。この特性はテーパ曲がり部[14]及び分離導波路[13]におけるモード変換特性にも見られ，不均一疎結合系の一般的応答を考察することにより説明す

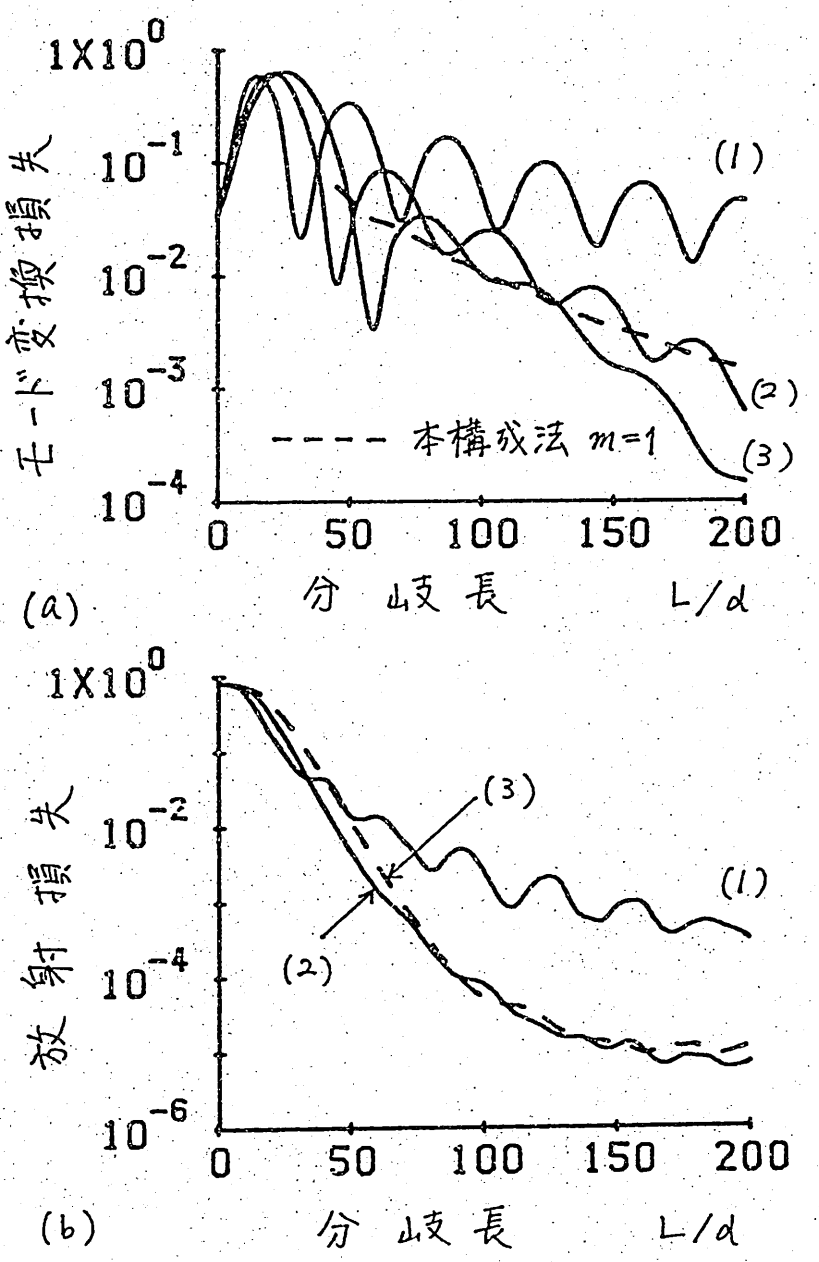



図５．種々の関数形状のＹ型分岐導波路モード変換損失特性。（ａ）高次モードへの変換損失。（ｂ）放射損失。

表１．分岐形状関数f(z)。

| 番号 | 分岐形状関数　f(z) |
|---|---|
| (1) | z/L |
| (2) | {1-cos(πz/L)} /2 |
| (3) | z/L-sin(2πz/L)/2π |

ることができる。即ち，逐次近似の方法[12],[13]に従えば，高次の結合効率を系統的に定義することができ，導波路形状の変化率の高階導関数に比例することが示される[8]。直線状分岐(1)の場合，結合効率の不連続の程度は分岐部の長さＬの－１乗に比例する。これに対して，形状関数(2)及び(3)に対しては，高次の結合効率が不連続となり，その不連続の程度は，それぞれ，分岐部の長さＬの－２乗及び－３乗に比例する。従って，分岐部を長くできる場合には，直線状導波路と分岐部をできるだけ滑らかに接続するほど損失は小さくできる。同図５には，本構成法においてm＝１とした場合の結果も示してある。その損失特性はRaised Cos関数形分岐とほぼ同程度の損失を示し，同じ直線状分岐部を用いるにもかかわらず直線状分岐の場合（１）と比べると桁違いに低損失である。しかし，(3)の関数形の分岐に比べると，分岐長が長い領域で損失が大きくなっている。以上の結論は，放射モードを無視した取り扱いで得られたものと異ならない。その理由は，放射損失は分岐長が極めて短い場合を除いてモード変換損失に比べ一般的に小さいからである。従って，多モード導波路からなるＹ分岐の場合，導波モードへの変換損失が小さければ放射波への変換損失は無視できると考えてよいと思われる。

図６（ａ）に，本構成法において区間Ⅰと区間Ⅲの傾きの比mを0.8，0.65及び0.45とした場合のモード変換損失特性を示す。この値は，導波モード間の結合のみを考慮した場合に，分岐部の損失が，それぞれ，Ｌ＝200，100及び50で極小値をとるように選んである。又，同図にはm＝1の場合も示してある。図６（ｂ）には，（ａ）の場合に対応する放射損失特性を示す。但し，傾きの比mを変化させても放射損失特性はほとんど変化しないため，m＝1及び0.45に対する結果のみを示してある。放射モードとの結合を考慮した場合にも，２モード間の結合のみを考慮した場合と同様に分岐長Ｌに対して最適のmが存在することがわかる。但し，導波モード間の結合のみから計算した

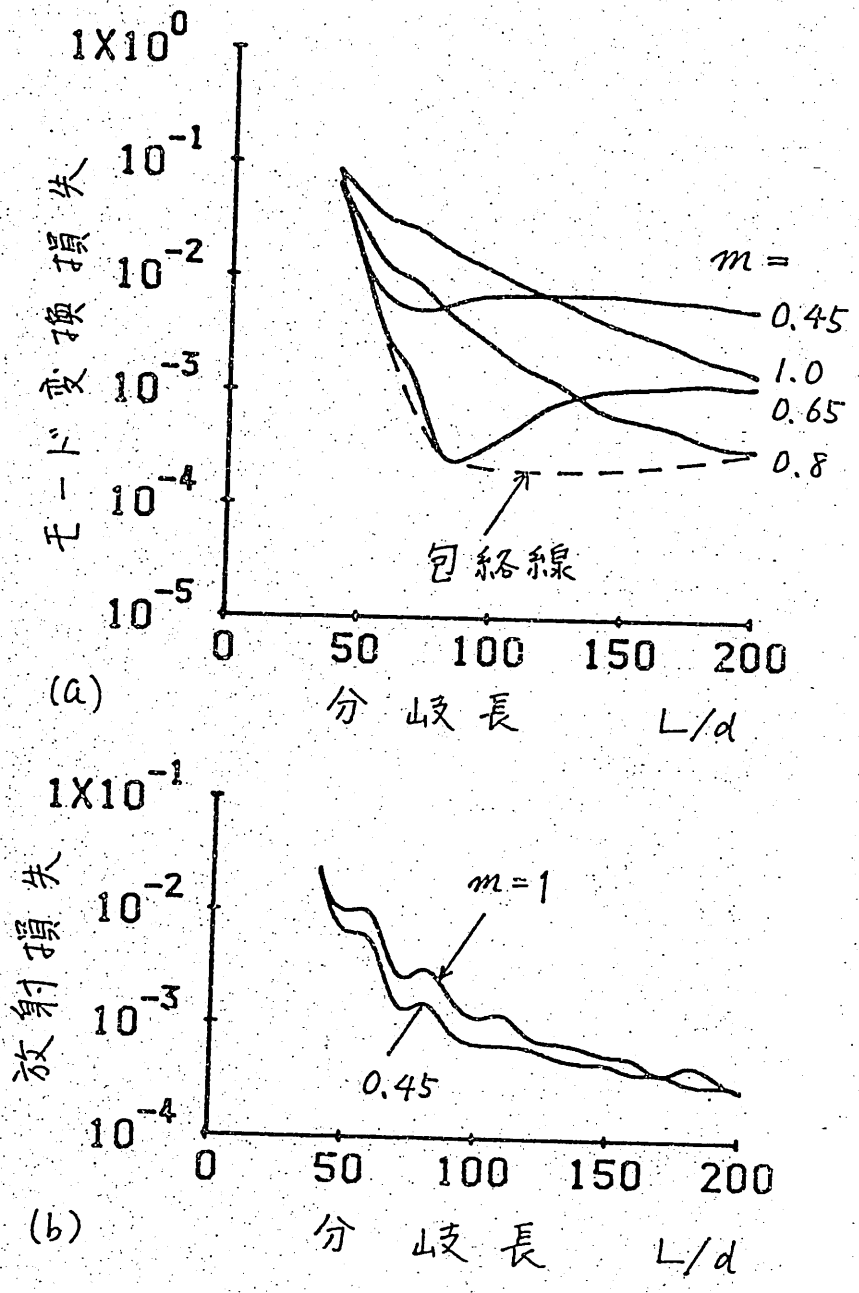



図6．本構成法を用いた場合のモード変換損失特性。（a）高次モードへの変換損失。（b）放射損失。

最適の傾きの比mは、放射モードを考慮するとずれることがわかる。特に、放射損失の比較的大きいL/d=50程度までの分岐長に対しては区間の傾きの比mを小さくしても損失特性は改善されない。放射損失を無視すると、傾きの比mを0.45程度に選ぶことにより、この領域で大幅な損失の軽減が可能との結論が得られていた。しかし、放射損失と高次モードへの変換電力が同じ程度の損失を示す場合には、放射モードも含めて検討する必要があることがわかる。図中の破線は包絡線であり、本構成法による損失軽減の限度を示すために描いてある。本構成法によれば、分岐長が短いときに他の関数形の分岐に比べ、特に、損失を軽減できることがわかる。素子をコンパクトに作製するためにはできるだけ短くて低損失の分岐導波路が望ましく、本構成法はこのような要件を備えたものと考えられる。

次に、区間Ⅰと区間Ⅲの傾きの比mを変化させると何故低損失化が可能かについて考察する。結合効率をステップ近似解析法により数値計算し、その導波路間隔に対する依存性を図7に示す。ステップ近似解析法では、結合方程式は差分方程式の形で表されるが、標準的な手法に従って微分形の結合方

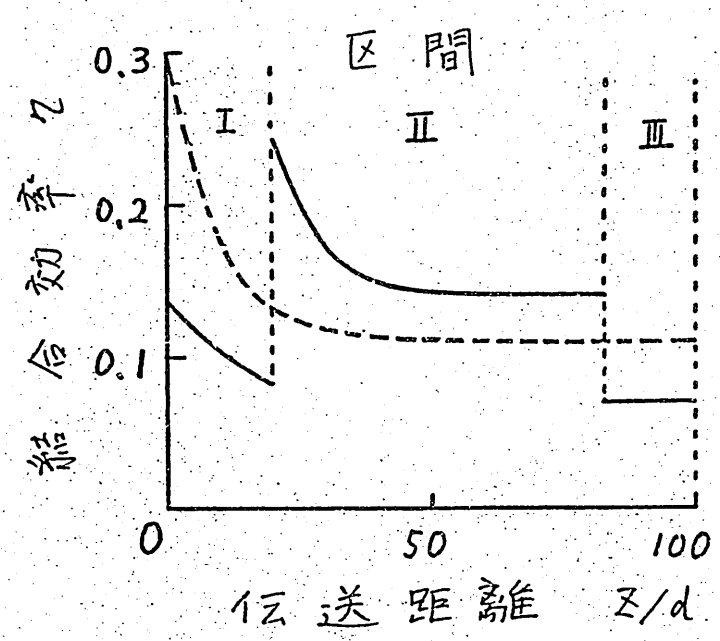



図7．分岐部における結合効率。

程式に変換することができ、式(3)から結合効率を計算できる。破線及び実線は、それぞれ、直線状分岐導波路及び本構成法の場合の結合効率を示す。本計算例では、分岐長L/dは100とし、区間Ⅰと区間Ⅲの傾きの比mは0.65としてある。本構成法の場合、結合効率が区間Ⅰ、Ⅱ及びⅢで不連続に変化しているのは、導波路の傾きが不連続に変化しているためである。図7に示す直線状分岐導波路の結果から、分岐間隔h(z)が小さいときに関数g(z)の変化は激しく、h(z)が大きくなるに従い、一定値に漸近することがわかる。同図において、分岐間隔が無限大になっても結合効率が零にならないのは、モード結合方程式の基底として平行2線導波路の正規モードを用いているためである。その結果、導波路の正規モードと基底として選んだ波動の伝搬方向が異なるため常に有限の結合が残ることになる[8]。又、分岐間隔が小さい領域で結合効率が大きいのは主として界分布関数が大きい値をとる導波路中心付近で構造が変化するためである。従って、テーパ形導波路に比べ分岐導波路のモード変換量は一般に大きくなる傾向がある。特に、分岐部入射端における結合効率が階段状に変化するためモード変換電力は入射端付近で急激に大きくなる。結合効率が図7のような特性を持つため、入射端における分岐間隔h(0)が大きい方向性結合器の場合、式（1）及び（2）の構成条件は容易に実現することができた。しかし、分岐導波路の場合、分岐間隔が小さい領域で結合効率は大きい。従って、図4に示す折れ曲がり部による低損失化を実現するためには、区間Ⅰの傾きを区間Ⅲに比べて小さくする必要があることが理解される。本構成法の場合図5に示す結果から、図3の構成条件がほぼ実現されていることがわかる。即ち、区間Ⅱと区間Ⅲとの接続部では構成条件式（1）をほぼ完全に満たしている。又、区間Ⅰと区間Ⅱとの接続部では構成条件式（1）を近似的に満たしている。そして、分岐部入射端における結合効率と区間Ⅰと区間Ⅱとの接続部における結合効率の変化はほぼ同じであることがわかる。従って、入射側と出射側の結合効率の差が大きくても、その変化率が緩やかな場合には、結合効率の不連続な変化量を等化することにより、入射側導波路の正規モードと分岐部の固有の波動相互間のモード変換が近似的に行われたと解釈できる。その結果、低損失化が達成されている。

4．2　単一モードスラブ導波路からなるY分岐部

本節では、単一モードスラブ光導波路からなるY分岐部の放射損失特性を検討する。スラブ光導波路のコアとクラッドの屈折率比は前節と同様1.01で

あり．規格化周波数のみを半分のπ/2としてある。又，分岐部出射端における導波路間隔h(L)/dは，２つの導波路Ａ及びＢが十分に離れていることが保証されるように2.5としてある。

導波モードと結合を生じる連続体放射モードとの結合効率は簡単に定義することはできない。そこで，結合の様子を調べるために図８に分岐部入射端及び出射端におけるモード変換係数を示す。同図より，導波モードから放射モードへのモード変換係数は大きさがほぼ同じで符号が反対，即ち，~~交代エ~~ユニタリ~~ハミート~~の条件を近似的に満たしていることがわかる。又，その絶対値の大きさは分岐間隔に対して大きな依存性を示さないこと及びモード変換係数は分岐間隔が大きくなると振動的になっていることがわかる。これらのことは導波モードと放射モードの界の重なり積分を考えることにより説明できる。界の重なり積分は主として導波路Ａ及びＢの境界における導波モードと放射モードの界の大きさの積に依存する。分岐間隔ｈに対してρh=π/2+nπ(ここ

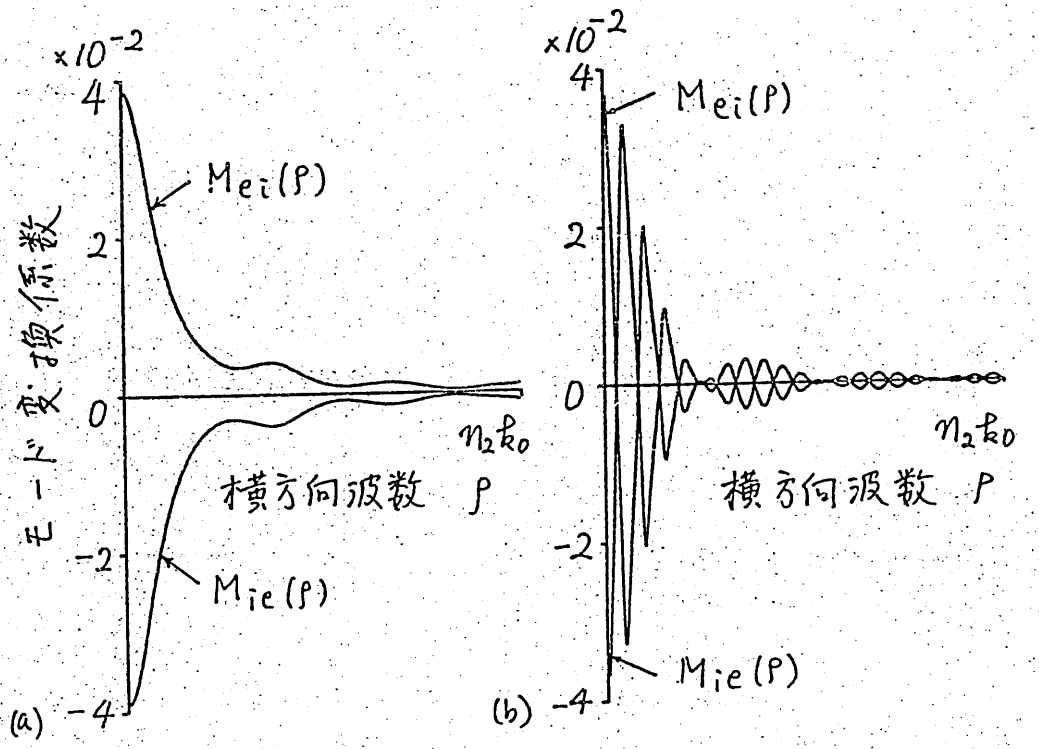



図８．分岐部の（ａ）入射端及び（ｂ）出射端における導波ー放射モード相互間のモード変換係数。

で、n=0,1,2･･･)となるρに対して放射モードは分岐境界における界振幅の符号を変え，これに伴いモード変換係数もその符号を変える。従って，分岐間隔が大きくなるほどモード変換係数に現れる振動は激しくなる。導波モード相互間の結合の場合，結合を生じるモードが共に分岐間隔の小さい領域で界分布の変形が大きい。従って，その領域でモード変換係数は大きくなっていた。しかし，放射モードと導波モード相互間の場合，放射モードの界分布形状は分岐間隔に対して導波モードほど大きな依存性を示さない。従って，分岐部全体を通して導波モード相互間の場合ほど大きな変化はないと予想される。

以上の結果から，放射モードへの変換損失を軽減するための構成条件を次のように定める。まず，放射モードへの変換損失を軽減するためには，区間ⅠとⅢの傾きの比mはほとんど変える必要が無いことを示している。従って，

$$m=1 \tag{22}$$

としてよい。次に，区間ⅠとⅢの長さ$L_1$と$L_3$は，それぞれ，分岐部入射端及び出射端における導波モードの伝搬定数と放射モードの取りうる最大の伝搬定数の差から，次のように定める。

$$L_1=\pi/(\beta_0(0)-n_2k_0),\qquad L_3=\pi/(\beta_0(L)-n_2k_0) \tag{23}$$

この構成条件の下に設計した分岐長L/dが100のY分岐におけるモード変換電力特性を図９に示す。同図の破線は直線状分岐部に対する結果を示す。直線状分岐部の場合，放射電力はビート波長周期の準周期的な振動となるのに対して，本構成法の分岐の場合，区間Ⅱで放射波の電力がほぼ一定値を取り，ビート波長周期の振動を示さない。従って，区間Ⅱでは，分岐部の固有の波動として伝搬していると見なしてよいと思われる。又，区間ⅠとⅢは分岐部の入射及び出射側導波路の正規モードと区間Ⅱの固有の波動とのモード変換を近似的に行っていると見なされる。出射端付近における放射電力の変化は緩やかであり，このことから，本構成法の分岐は設計条件からのずれに対して大きな影響を受けないと予想される。

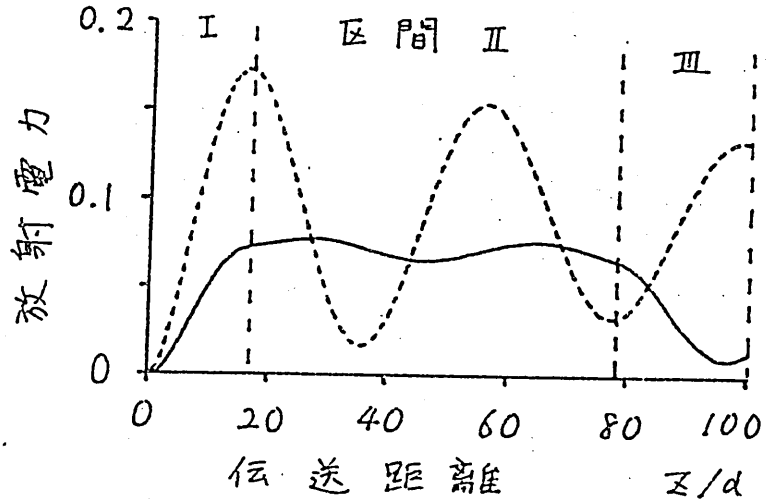



図9．放射電力特性。

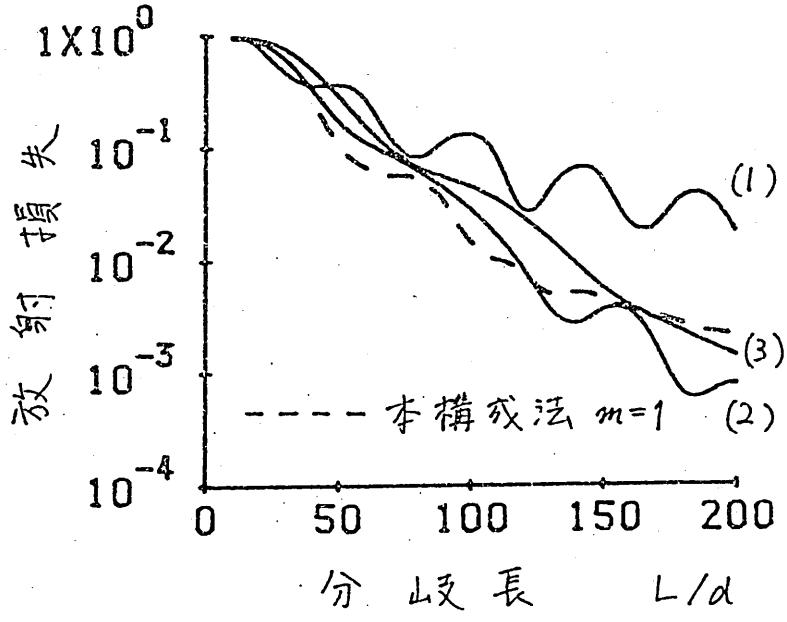



図１０．放射損失特性。

図１０には、表１の分岐形状関数に従う分岐と構成条件(22)及び(23)に従う分岐の放射損失特性を示してある。導波モード間のモード変換損失と同様に、放射損失も分岐長が長いほど小さくなる。又、分岐長が短い領域では、本構成法の分岐は損失が最も小さくなる。しかし、分岐長が長くなるとRaised Cos関数形及び導関数がRaised Cos関数形の分岐の方が損失の減少の割合は大きく、結果として低損失となる。本稿で提案する分岐は２モードのみならず単一モード導波路からなるＹ分岐に対しても同じ直線状分岐部を用いるにもかかわらず関数形(1)の場合に比べるとけた違いに低損失であることが示された。なお、数値計算例は示さないが、区間ＩとⅢの傾きの比を10%程度変化させても、或は、区間ＩとⅢの傾きの比mを１と固定し、区間Ⅱとの傾きの比を２から10%程度変化させても損失特性は大きく変化しないことは確かめてある。

## ５．あとがき

本稿では、Ｙ型分岐光導波路の低損失構成法をモード結合理論の立場から検討した。２モード不均一疎結合系の解析結果から、単一モード導波路及び２モード導波路からなるＹ分岐部に対して、低損失化のために必要とされる条件を近似的に簡単に実現する方法を示した。その結果、２モード導波路からなるＹ分岐に対しては、他の関数形状に従う分岐導波路に比べ短くて低損失な分岐導波路の構成が可能であることを示した。又、単一モード導波路からなるＹ分岐に対しては、その損失をほぼRaised Cos関数形分岐の程度とすることができ、直線状分岐に比べけた違いに放射損失を軽減できることを示した。本構成法はモード結合理論に基づく方法であるため、任意屈折率分布の導波路、たとえば、チャネル導波路のような３次元導波路に対してもほぼ直接適用可能と思われる。又、レンズ状媒質光導波路のように多モード導波路の場合にも、モード変換部の構成条件は２モードに対する条件で十分なことが文献（14）で指摘されている。従って、本稿で提案するのと類似の方法により、これらの導波路からなるＹ型分岐の低損失な構成も可能と予想される。但し、本稿では、Ｙ分岐光導波路の分岐後の部分の構成条件のみを考察の対象とした。従って、本構成法が有効であるためには、分岐部に入る直前の入射条件、即ち、図１のｚ＝０における入射条件が満足されていることが大前提である。特に入射側も単一モード導波路の場合には、入射側導波路との間

に、適当なモード変換部、たとえば、緩やかなテーパ型導波路部分を介在させることが必要である。即ち、Y分岐光導波路の構成法としては、最終的には、このようなモード変換部も含めた総合的な構成条件とその評価が必要になってくると考えられる。

謝辞　本研究の端緒を与えられた住友電気工業株式会社研究開発本部の吉田健一、小野公三、ならびに西川満の諸氏に深謝する。又、卒業研究を通じ本研究に協力された本学工学部学生高山敏彦氏に感謝する。

文献

(1) H. Yajima:"Dielectric thin-film optical branching waveguide", Appl. Phys. Lett., 22, 12,pp.161-163(15 June 1973).
(2) W. K. Burns and A. F. Milton:"Mode conversion in planner-dielectric separating waveguides", IEEE J. Quantum Electron., QE-11, 1, pp.32-39 (Jan. 1975).
(3) H. Yajima:"Coupled mode analysis of dielectric planar branching waveguides", IEEE J. Quantum Electron., QE-14, 10, pp.749-755 (Oct. 1978).
(4) W. K. Burns and A. F. Milton:"An analytic solution for mode coupling in optical waveguide branches",IEEE J. Quantum Electron., QE-16, 4, pp.446-454 (Apr. 1980).
(5) C. H. Buimer and W. K. Burns:"Linear interferometric modulators in Ti:$LiNbO_3$", IEEE J. Lightwave Technol., LT-2, 4, pp.512-521 (Aug. 1984).
(6) 北地、東城、奥田：" 分布屈折率導波路型光アクッセサの特性" 、昭60信学全大 976。
(7) R. Baets and P. E. Lagasse:"Caluculation of radiation loss in integrated-optic tapers and Y-junctions", Appl. Opt., 21, 11, pp.1972-1978(1 June 1982).
(8) 小野、沢：" ２モード結合系の解析と方向性結合器の低損失構成法への応用" 、輻射科学研究会資料RS85-05 (昭60-07) .
(9) D. Marcuse:"Light transmission optics", Van Nostrand Reinhold.

Prinston, New Jersey, Chap.9, 1972.
(10) 小野, 沢：" ２モードＹ型分岐光導波路の低損失構成法に関する一考察 "，信学技報, EMT85-100 (昭60-12)．
(11) 松本, 堤, 熊谷：" コルゲーションを装荷した２本の平行誘電体スラブ導波路からのミリ波の放射"，信学論(B), J68-B, 4, pp.507-514 (昭60-04)．
(12) N. G. Van Kampen :"Higher order correction to the WKB approximation", Physica, 35, pp.70-79, 1967.
(13) Huang Huang-chia :"Weak coupling theory of optical fiber and film waveguides", Radio Science, 16, 4, pp.495-499(July-Aug. 1981).
(14) 沢, 熊谷：" 曲りガスレンズに関する一考察"，信学論(B), 52-B, 3, pp.181 (昭44-03)．
(15) 沢, 熊谷：" レンズ状媒質からなる光導波系の円形曲り部の設計理論" 信学論(B), 54-B, 9, pp.550-555 (昭46-09)．
(16) 沢, 小野：" スラブ光導波路の円形曲り部の一構成法"，信学論(C), J64-C,2,pp.69-75 (昭56-02)．

RS 85-23

輻射科学研究会資料

# ブラッグ反射形3次元導波路を用いた光方向性結合器

岸岡 清　　橋本正弘
（大阪電気通信大学）

昭和61年3月14日
（於 大阪電気通信大学）

## 1. まえがき

方向性結合器は光回路素子の基本的な構成要素の一つとして広く研究され、その特性を生かした高性能な素子が多く作られている。例えば、方向性結合器を用いた光スイッチでは−30dB以下の消光比が実現されている[1]。このような低い消光比をもつスイッチはアナログ画像伝送には不可欠とされている。また、低損失であるため、直列接続が可能であり、この特徴を生かして多端子のマトリックスアレイ・スイッチも実現されている[2],[3]。さらに、波長選択性を利用したフィルタ[4]あるいは、多重通信用合波器等への応用も検討されている[5]。このように方向性結合器は今後、光通信技術の高水準化に伴ってその必要性は益々増加すると考えられる。

本報告では、ブラッグ反射形3次元導波路を用いた新しい方向性結合器[6]の実験結果について述べる。この結合器は、その特徴の一つとして製作し易いという利点をもっている。方向性結合器は高性能である反面、製作は難しいとされている。その理由は結合器の特性は導波路の構造パラメータに敏感であるため、製作誤差の許容範囲が狭いことによる。この製作の難しさを緩和する方法が種々提案されている[7]~[9]。しかし、ガラスのように屈折率を外部から変えることが難しい材料に対しては有効な方法はない。ここで述べる結合器は平板のブラッグ反射形導波路上に2本の平行なストリップを置いて構成されている。この構造では、導波路の膜厚に誤差を生じてもそれによる結合長の変化は小さく、そのため、結合器の長さ（素子長）と結合長の不一致による特性の劣化が緩和される。

なお、先に筆者らは平板形のブラッグ反射形導波路を用いた結合器を提案し[10]製作時の許容誤差の緩和という観点から詳しく検討を行い、この結合器を利用した光分岐素子を実現した[11]。この結合器には、位相整合が取り易いという特徴があった。これは、伝搬定数が導波路の膜厚に強く依存しないと

いうブラッグ反射形導波路の特質によるものであった。ここで扱う結合器が作り易いということも平板形と同様，やはり，ブラッグ反射形導波路のこの特質に起因している。

## 2. ブラッグ反射形結合器

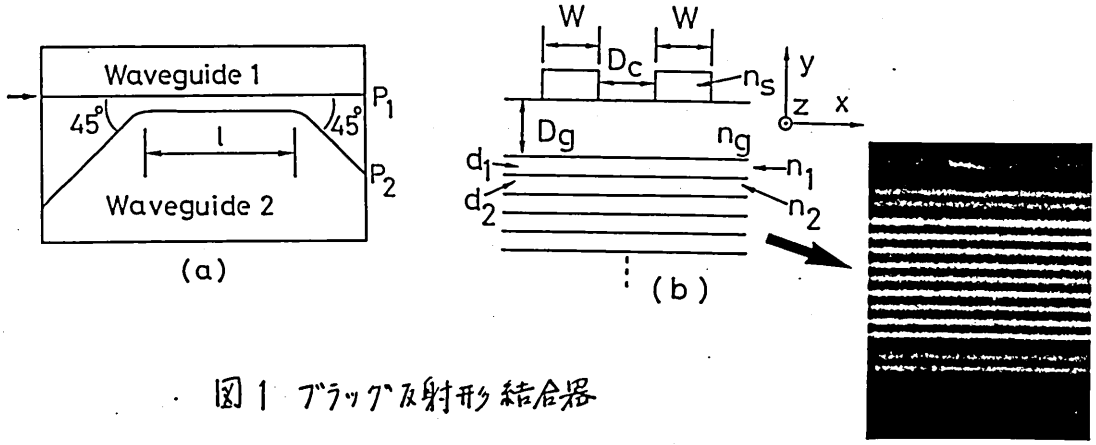



図1 ブラッグ反射形結合器

図1にブラッグ反射形3次元導波路を用いた結合器が示されている。以下この結合器をブラッグ反射形結合器と呼ぶ。(a)は上面図である。ガラス基板表面に作られた2次元のブラッグ反射形導波路上にストリップが置かれており，これにより2本の3次元導波路が作られている。結合器は2本の導波路が平行に近接している結合部と，45°の角度をなしている非結合部から成っている。結合部の長さ(素子長)は$l$で表わされている。導波路1に入った光のエネルギーは結合部で導波路2に移り，導波路2から出力される。導波路1に残ったエネルギーは導波路1の出力端より出力される。$P_1$，$P_2$は出力光のエネルギーを表わしている。同図(b)には結合部の断面が示されている。ブラッグ反射形導波路の上に方形のストリップが置かれており，それぞれが導波路1および2に対応している。図中の写真はブラッグ反射形導波路の断面である。縞状になっている部分が多層膜である。光のエネルギー

はそれぞれのストリップの下に集中してz方向に伝搬する。ストリップの屈折率$n_s$は導波層の屈折率$n_g$より小さく設定されており，Wはストリップの幅である。多層膜は屈折率$n_1$, $n_2$が交互に入れ換わる周期構造をしており，$d_1$, $d_2$はそれぞれの層の厚さである。ブラッグ反射モードはストリップ層の境界で全反射，多層膜との境界でブラッグ反射をくり返しながら導波層内を伝搬する。多層膜の層数は基板の影響が無視できる様十分多くしてある。$D_g$は導波層の膜厚，$D_c$は導波路1と2の間隔である。

結合部で導波路1の光エネルギーが全て導波路2に移るには，両導波路間の位相整合が取れていること，および結合長Lが素子長lに等しいという条件が同時に満たされている必要がある。導波路はフォトリソグラフィにより両方同時に作られるため，精度よく同一のものが得られる。従って，位相整合は自動的に実現される。問題となるのはLとlの不一致による特性の劣化である。この主な要因としては（1）導波層の膜厚$D_g$，（2）ストリップの幅W および（3）両導波路の間隔$D_c$の製作誤差があげられる。この内，本結合器では，（1）の要因で生じた特性の劣化を低減させることができる。その理由は以下の通りである。結合長は導波路の断面内の界分布によって決まる。ストリップ形の導波路では界のとじ込めは弱いため，x方向およびy方向の波数$k_x$, $k_y$は近似的にそれぞれの方向の共振条件より独立して求めることができる[12]。$D_g$の誤差は$k_y$の値に影響を与えるが，ブラッグ反射形導波路では$D_g$が変化しても$k_y$は殆んど変化しない。そのため界分布も殆んど変化しなためである。

図2には，$D_g$に対する結合長Lの変化の計算結果が示されている。導波路のパラメータをこの例のように設定すると，ブラッグ反射モードは図に示された$D_g$の3つの領域において，それぞれ1つ存在する。ただし，各領域にあるモードのy方向のモード次数は異っている。また，図3には比較のた

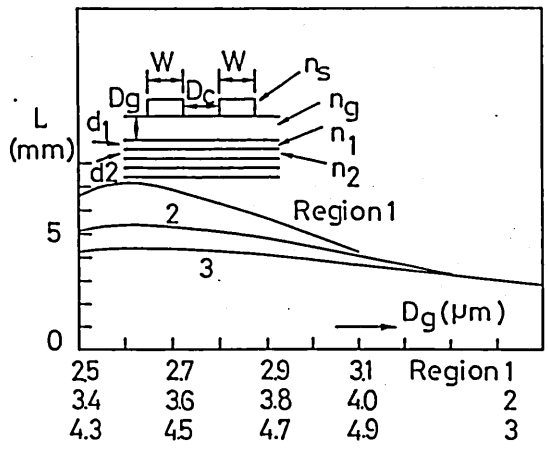



図2 ブラッグ反射形結合器のLのDgに対する変化

$n_1=1.544$, $n_2=1.524$, $n_g=n_2$, $n_s=1.46$
$d_1=d_2=0.43\,\mu m$, $W=Dc=4\,\mu m$
$\lambda=0.633\,\mu m$

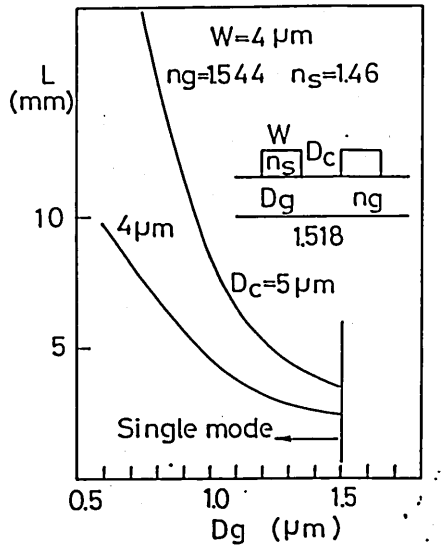



図3 3層ストリップ形結合器のLのDgに対する変化

めに，ブラッグ反射形導波路を用いない結合器について同様なLの変化が示されている。以下，この結合器を3層ストリップ結合器と呼ぶ。$W=4\,\mu m$として，単一モードが伝搬するDgの範囲についての計算結果である。これらの計算結果を比べると，ブラッグ反射形結合器ではDgに対するLの変化は小さくDgの製作誤差による特性の劣化は小さく押えられることがわかる。この理由は上に述べたブラッグ反射形導波路の特質によるが，さらに詳しく見ると，二つの結合器のLの変化の仕方には違いが見られる。それは3層ストリップ結合器ではLはDgの増加に伴って単調に減少している（図3）のに対して，ブラッグ反射形結合器では，Lの値に極大を生じている（図2）ことである。3層ストリップ形結合器においてLがこのように変化するのは次の理由による。Dgが増加すると伝搬定数も増加し，それにつれてストリップ層にしみだしていた界は導波層に集中する。それにより，各導波路の横

方向（x方向）の界のとじ込めが弱くなり，導波路間の界の重なりが大きくなるからである。一方，ブラッグ反射形では，伝搬定数の変化は小さいのでストリップ層内の界分布は殆んど変わらず，このことによるLの変化は小さい。わずかにLが変化する理由は，$D_g$が変化することによって多層膜への界のしみ出しが変化するためである。多層膜内の界は振動しながらy方向に減衰している。その減衰定数はモードの伝搬角θ，すなわち，導波層内をジグザグに進む光と多層膜とのなす角，に依存する。そしてこの減衰定数はθがブラッグ反射を起す範囲のほぼ中心の値を取るとき最大となる。このとき界の多層膜へのしみ出しは最小となり，光のエネルギーは多層膜より上の部分に集中する。従って，ストリップによる界のとじ込めの効果はこのとき最大となる。Lはこのとき極大値を取る。

これらの計算結果より$D_g$の誤差による特性の劣化を見積ることができる。例えば，$D_g$の設計値2.8μm，3.9μmおよび4.9μmに対して0.1μmの誤差が生じたとしても，出力比$10\log P_1/P_2$はそれぞれ−14dB，−20dBおよび−23dB以下である。Lの極大値近傍ではさらに小さくできる。一方，3層ストリップ形結合器では$D_g$の設計値0.8μmにおいて同様の誤差に対して，出力比は−8dBとなる。但し，$D_c=4\mu m$とした。$P_1$と$P_2$は$D_g$の誤差に対するLの変化量ΔLを求めて，$P_1=\cos^2(\pi/2(1+\Delta L/L))$，$P_2=\sin^2(\pi/2(1+\Delta L/L))$により計算された。但し，素子長lは各$D_g$におけるLの設計値に一致させた。

図4には，$D_g$を一定値にとり，ストリップの幅Wに対するLの変化の計算結果を示す。また，図5には，3層ストリップ形結合器に対する同様の計算結果が示されている。これらの計算結果を比べると，Wに対するLの変化率は殆んど変わらず，ブラッグ反射形結合器ではWの製作誤差による特性の劣化は低減されないことがわかる。しかし，後に述べる製作においては，

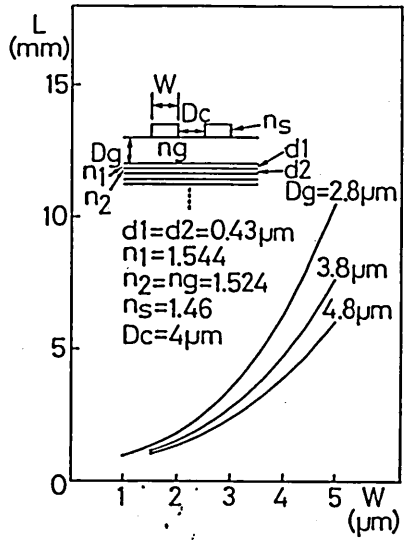



図4 ブラッグ反射形結合器のLのWに対する変化

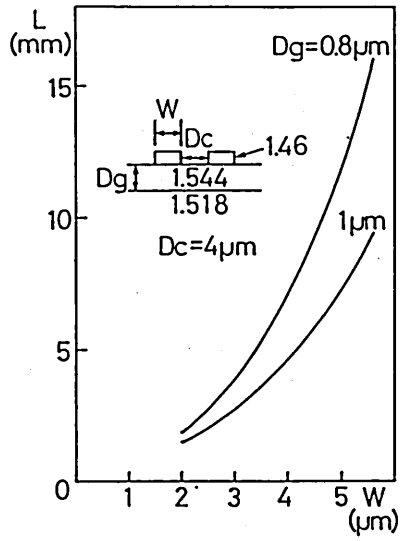



図5 3層ストリップ形結合器のLのWに対する変化

Wの製作誤差は0.2μm以下と小さいため，このことによる特性の劣化は小さい。例えば，Dg=2.8μm，W=4μmにおいてWに0.2μmの誤差が生じたときの出力比は−17.2 dBとなる。

以上に示したLの計算は結合した導波路中を伝搬する偶モードと奇モードの伝搬定数の差$\Delta\beta$をもとめ，$L=\pi/\Delta\beta$によって行われた。$\Delta\beta$は近似的に，

$$\Delta\beta = \frac{2P_x^2 k_x^2 e^{-P_x D_c}}{\beta k_0^2 n_{1eff}(n_{1eff}-n_{2eff})(2+P_x W)} \quad (1)$$

と表わされる。ここで，$k_0$は真空中の波数，$\beta$，$k_x$は導波路が単独にある場合の伝搬定数および導波路内でのx方向の波数である。これらは等価屈折率法により求められた。(12) $n_{1eff}$は導波層に接している上部層が屈折率$n_s$の媒質で充たされた平板導波路を伝搬するモードの等価屈折率$\beta/k_0$であり，$n_{2eff}$は上部層が空気である場合の平板導波路の等価屈折率である。$P_x$は

れるを用いて，$P_x^2 = 2k_0^2 n_{1eff}(n_{1eff} - n_{2eff}) - k_x^2$ と表わされる。なお，偶モードおよび奇モードの伝搬定数はMarcatiliの方法[13]を適用して求められた。また，計算はExモードについて行われた。

以上，ブラッグ反射形結合器の特徴を多層膜の周期に乱れがないとして検討したが，この特徴は周期に乱れが生じても保持される。周期が乱れると，ブラッグ反射を起す入射角は変わるが，反射係数の位相の入射角に対する変化率は変わらない。伝搬定数の導波路の厚みに対する依存性は反射係数の位相のこの変化率によって決まる。これが周期が乱れてもブラッグ反射形導波路の特徴が保持される理由である。

## 3. 製作

高周波スパッタ装置を用いてターゲットを入れ換えることによって，周期状多層膜と導波層を製作した。基板には $20 \times 40\,mm \times 1\,mm^t$ のテンパックスガラス（$n = 1.472$）が用いられた。$n_1$ の層には $10\,cm^\phi$ の7059ガラスのターゲットが用いられ，$n_2$ の層に対しては $10\,cm^\phi$ のパイコールガラス上に $5\,cm^\phi$ の7059ガラスを置いてターゲットとして用いられた。このようにして作られた層の屈折率 $n_1$ と $n_2$ はそれぞれ1.544，1.474である。また，導波層は $n_2$ の層と同じターゲットを用いて製作された。導波層の上にさらに，ストリップ層となるパイコールガラス膜が製作された。パイコールガラスの屈折率は1.46である。スパッタリングはいずれの層についてもアルゴンと酸素（$Ar : O_2 = 85 : 15\,\%$）の混合ガス中で行われ，高周波電力は150W，ガス圧は $7 \times 10^{-3}$ Torr であった。

ストリップは最上部のパイコールガラス膜の不要部分をドライエッチングによりエッチングして作られた。パイコールガラスのエッチングの際のマスクには，パイコールガラス膜上に付けられたたのスパッタ膜が用いられた。

Taのマスクは次の手順で作られた。Ta膜上にフォトレジスト（AZ-1350）によって結合器のパターンが作られ，そのパターンを残して不要部分のTaはドライエッチングにより除去された。Taのエッチングには$CF_4$ガスが用いられた。次いで，Ta膜のパターンをマスクにしてパイコールガラスがエッチングされストリップ層が作られた。パイコールガラスのエッチングは$O_2$により行われた。$O_2$によるエッチング後，Taマスクは熱リン酸（120°C）で除去された。

ドライエッチングの速度はエッチングガスの圧力および流量によって大きく変わるため，それらは製作において重要なパラメータである。図6には，エッチングガスに$CF_4$を用いた場合のフォトレジスト，Taおよびガラスのエッチング速度の測定値が示されている。この測定結果よりフォトレジストをマスクにしてTaをエッチングするためには40Pa以上の圧力でエッチングを行えばよいことがわかる。また，圧力が高いとガラスはエッチングされないこともわかる。図7は$CF_4$の圧力が高い領域でのガス流量に対するTaのエ

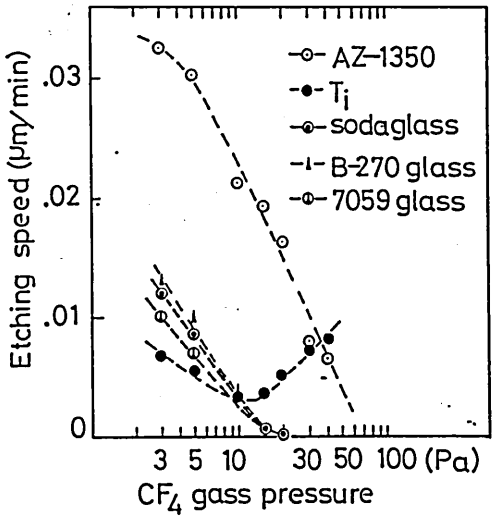



図6 ガス圧に対するエッチング速度の変化

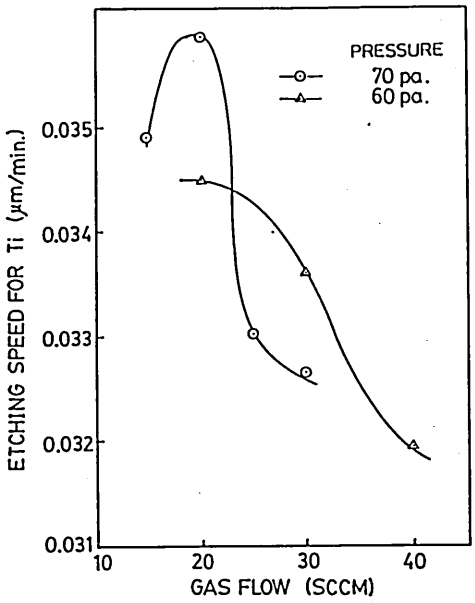



図7 ガス流量に対するTiのエッチング速度の変化（$CF_4$）

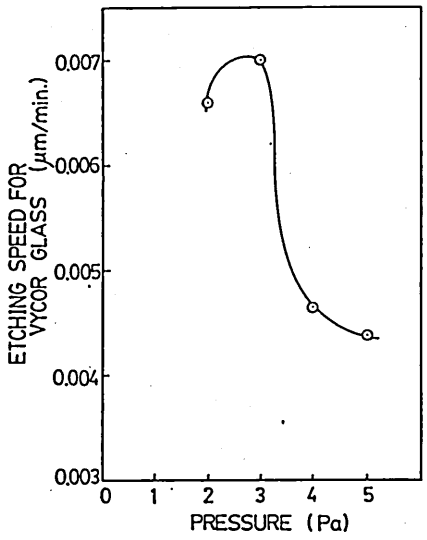
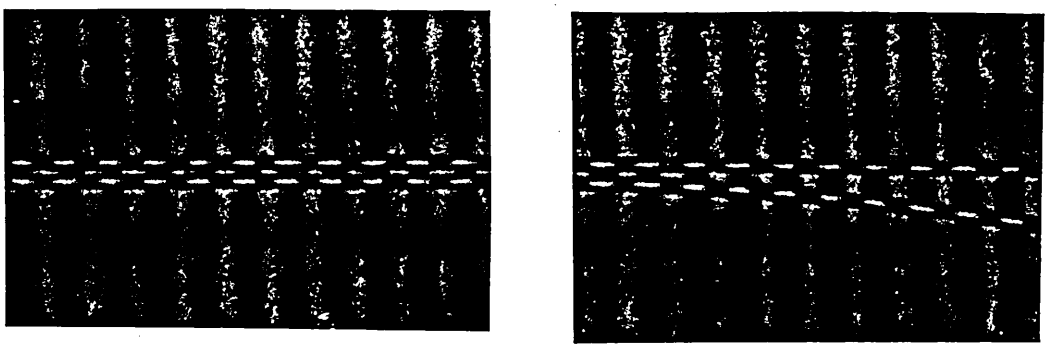



図8 ガス圧に対するパイコールガラスのエッチング速度の変化（$O_2$）

ッチング速度の測定結果である。これらの測定結果に基ずいて，Tiのエッチングはガス圧70 Pa，ガス流量20 SCCMで行われた。この条件でのレジストとのエッチング比は約2.3であった。図8には$O_2$によるパイコールガラスのエッチング速度の測定結果が示されている。ガス圧を変えて測定されている。製作ではこの測定に基ずいて，圧力3 Pa，流量25 SCCMでエッチングを行った。この条件下のTi膜とのエッチング比はおよそ1である。ガラスの$O_2$によるエッチングでは化学エッチングの効果は無く，スパッタエッチングが起っている。従って，流量によるエッチング速度の変化はほとんどなかった。パイコールガラスを$O_2$でエッチングした理由は，$CF_4$で行った場合よりエッチングされた表面が滑らかなためである。

製作された結合器の各部の寸法は，$D_g = 2.8\,\mu m$，$d_1 = d_2 = 0.43\,\mu m$，$W = 4.2\,\mu m$，$D_c = 4.3\,\mu m$，$l = 8\,mm$，ストリップの厚さ $0.6\,\mu m$，導波路1の全長 20 mm であった．図9には，製作された結合器の結合部と分岐の部分の干渉顕微鏡写真が示されている．それぞれ，200倍，100倍で撮映された．ストリップのエッヂも滑かで良好にエッチングされていることがわかる．

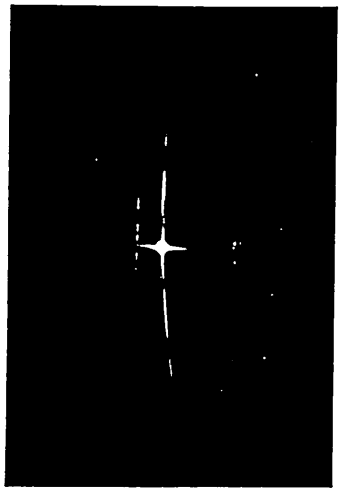


(a)　　(b)

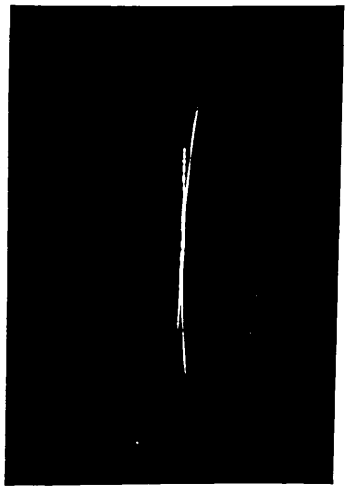
図9 結合器の干渉顕微鏡写真
(a) 結合部，(b) 分岐部

## 4. 実験結果

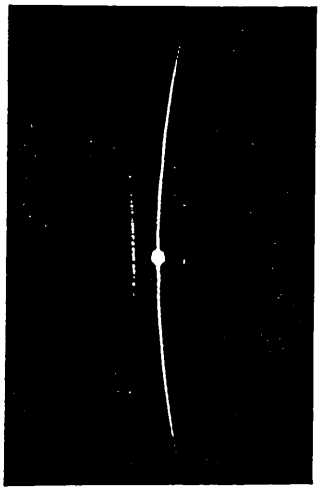
図10には導波路1とプリズム結合器によって励振して得られた各点のモードラインの写真が示されている．導波路1の励振は非結合部において行われた．(a) は出力用プリズムを結合部に置いて撮映された写真であり，(b) は分岐部に置いて撮映された写真である．また，(c) は励振点と反対側の非結合部で導波路1上に置いて撮映された写真である．(d) には，励振点および出力用プリズムの位置が示されている．



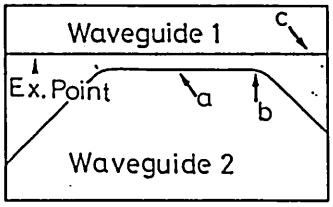
(a)



(b)



(c)




(d)

図10 プリズムより出射したモードライン
(a) 結合部, (b) 分岐部
(c) 非結合部, (d) プリズムの位置

(a)の写真のモードラインには周期状の明暗の縞が現われている。これは，導波路1と2から出射された光の干渉によって現われたものと考えられる。2つの導波路と2間にのスリットと見なして，明暗の周期の測定値より導波路の間隔を推定すると，9.7μmとなった。実際の間隔は8.5μmであり，ほぼ一致した結果が得られた。

(b)の写真では干渉縞は現われず両導波路のモードラインは分離した。写真では下側にあるのが導波路1のものであり，上側が導波路2のものである。導波路2は1に対して傾いているため，それに対応してモードラインも傾いて出射している。従って，この交差角から出力用プリズムが置かれた位置の導波路間の開き角がわかる。この写真ではおよそ15°であった。これより大きな開き角の位置では導波路2よりプリズムによって出力光を取り出すことができなかった。これは今回製作した結合器では曲り部分の曲率が大き過ぎたために導波路2のモードのエネルギーは曲りの途中で基板に放射してしまったためである。基板を観察すると，曲り部からの放射が見られた。従って，今回使用した導波路の最大許容曲り角はおよそ10～15°と考えられる。

(c)の写真は導波路1を伝搬するモードのモードラインである。

光源には波長0.633μmのHe-Neレーザが用いられ，Exモードが励振された。プリズム結合器による励振では3次元導波路のモード以外に平板導波路のモードも同時に励振されてしまう。このことを避けるためにレーザビームを3次元導波路に対して角度をつけて入射させた。入射ビームの半径は120μmであった。

以上の実験によって製作された結合器の動作が確認された。なお，この結合器の結合長の計算値は6.3mmである。一方，素子長$l$は8mmであった。今回の実験では動作の確認にとどめたため，$l$は結合長に合わせて製作されなかった。導波路2に移るエネルギーは計算上およそ75%である。

## 5. むすび

ブラッグ反射形3次元導波路を用いた新しい方向性結合器を製作し，実験によってその動作を確認した．今後，結合長，電力移行量等の結合特性の定量的な評価をする必要がある。実験で明らかになった問題点としては，導波路の曲り部での放射損失が大きいことと，プリズム結合器による励振効率が低いことである。導波路の最大許容曲り角が小さいことにより大きな開き角が取れない点については，双方の導波路を曲げることによって実効的な開き角を徐に増やす改善策が考えられる。励振については，グレーティングにより基板から光を入射させる方法が考えられる。これらの改善策については現在検討を行っている。

## 謝辞

フォトマスク用の原画を製作していただいた本学精密工学科森下克己先生に感謝いたします。また，製作ならびに実験を手伝った本学応用電子工学科卒業研究生能勢寿司君に感謝する。

## 文献

(1)近藤，小松，太田：“2重化構成によるアナログ信号切替え用 $LiNbO_3$ 光スイッチ”，昭57信学光・電全大，368.

(2) M. Kondo, Y. Ohta, M. Fujiwara and M. Sakaguchi: "Integrated optical switch matrix for single-mode fiber networks", IEEE, J. Quantum Electronics, QE-18, 10, P. 1759 (1982).

(3)近藤，高堂，小松，太田：“32素子集積・低クロストーク $LiNbO_3$ 4×4マルマトリックス光スイッチ”，昭60信学総全大，954.

(4) R. C. Alferness and R. V. Schmidt: "Tunable optical waveguide directional coupler filter", Appl. Phys. Lett., 33, 2, P. 161 (1978).

(5) 藤間，渥味，吉井："導波型光合波器の試作"，昭60信学総全大，964.

(6) 岸国，橋本："ブラッグ反射形ストリップ導波路を用いた方向性結合器の検討"，昭60電気関西支部大会，S-36.

(7) O. Mikami and J. Noda : "Coupling length adjustment for an optical directional coupler by loading a metal film", Appl. Phys. Lett., 33, 10, P. 856 (1978).

(8) 三宅，竹居："多層構造光方向性結合器の一構成法"，昭51信学光電全大，341.

(9) H. Kogelnik and R. V. Schmidt : "Switched directional coupler with alternation $\Delta\beta$", IEEE, J. Quantum Electronics, QE-12, 7, P. 396 (1976).

(10) K. Kishioka and M. Hashimoto : "Coupling of guided light through a periodic multilayer", Appl. Optics, 21, 2, P. 320 (1982).

(11) 岸国，橋本："ブラッグ反射形導波路結合器を用いた光分岐素子"，信学論誌(材)，J68-C，4，P. 317 (1985).

(12) H. Furuta, H. Noda and A. Ihaya : "Novel optical waveguide for integrated optics", Appl. Opt., 13, 2, P. 322 (1974).

(13) E. A. J. Marcatili : "Directional coupler for integrated optics", B. S. T. J., 48, 3, P. 2071 (1969).