

輻射科学研究会資料  
RS82-1

異方性誘電体光線路の  
導波特性の解析

下代雅啓

沢新之輔

目原保男

( 慶應大学 工学部 )

昭和57年5月14日

( 於 大阪大学基礎工学部 )

正誤表

ページ	行	誤	正
11	15	$n_{so}$	$n_{os}$
"	"	$n_{se}$	$n_{es}$
"	"	$n_{fo}$	$n_{of}$
"	16	$n_{fe}$	$n_{ef}$
13	9	位相定数	位相定数
"	11	屈折率	等価屈折率

# 1. まえがき

異方性の誘電体材料からなるスラブ線路や、方形線路、あるいは、拡散形チャネル線路等の導波特性の解析には、従来、主として、二つの立場が、取られている。一つは、境界条件を満たす波動方程式の解を求めるといふ固有モード理論に、代表されるものであり、線路が、伝送方向(正負方向)に、一様かつ無限に続く場合に、可能である。そして、ほとんどの場合、導波モードの解析を目的としており、これまで、数多くの研究成果が、報告されている。(1)~(6) 又、最近、 $\text{LiNbO}_3$  や、 $\text{LiTaO}_3$ 等の一軸性結晶からなる拡散形線路や、スラブ線路における、軸ずれ伝搬特性と、固有モード理論の立場から解析した報告も見られ、混成漏れモードの興味深い、伝搬特性が、明らかにされている。(7)(8)

この混成漏れモードの特性の、光回路素子への応用を考える場合、有限長の軸ずれ線路に、導波モードが入射したときに現れる軸ずれの効果とを説明する方が見通しがよい。これに適するものが、もう一つの立場であるモード結合理論による、取り扱いである。(9)

混成漏れモードの伝搬特性は、モード結合理論では、伝送方向の異なる導波モードと放射モード間の、モード変換現象で表される。(10) モード結合理論は、混成漏れモードの解析に限らず、誘電率テンソルに、微少な非対角項が存在するような導波系を取り扱う場合には、常に、有効な手段である。方形線路における混成導波モードの解析、および、 $\text{LiNbO}_3$ や $\text{LiTaO}_3$ の

電気光学効果による、モード変換現象を利用した、変調素子の解析なども、モード結合理論によって、行なわれている。<sup>(5)(10)~(12)</sup>

以上のように、異方性媒質からなる、各種線路の導波特性は、立場が異なる、二つの取り扱い方で、かなり詳しく解析されてきている。しかしながら、これらの線路では、誘電率テンソルは、 $z$ 軸に沿って、常に一定であり、 $z$ の関数となっている場合や、軸ずれ角が、 $z$ 軸に沿って変化するような場合の解析は、これまで、ほとんどなされていないようである。

ところで、電気光学効果によって、もたらされる、誘電率テンソルの非対角項は、軸ずれによって、もたらされるものと同様に考えることができ、電界の掛け方次第では、軸ずれ角が、 $z$ の関数となるような線路も、考えられる。又、図1.1

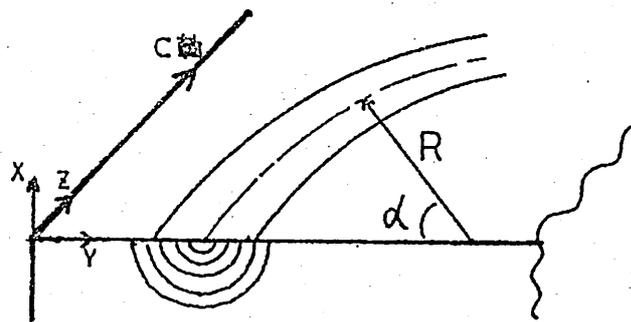


図1.1 一軸性媒質からなる  
拡散形チャネル線路

に、示すような、拡散形チャネル線路の曲り部でも、軸ずれ角は、伝搬距離の関数として、場所的に、変化する。そこで、本稿では、軸ずれ角の大きさが、 $z$ に比例して変化するような、対称三層スラブ線路も、取りあげ、その伝送特性を、理論的に解析する。この線路モデルは、一定の曲率半径を持つ円形曲り線路に

おける、軸ずれ伝搬を舍んでいると見なすこともできる。又、本稿での解析法は、使で述べるように、軸ずれ角が、 $\alpha$ の任意関数になっている様なモデルにも適用することができる。従って、関数の選べ次第で、S字曲りや、曲率半径が、場所的に、変化するような線路の特性の解析も、可能である。

さて、このように、 $\alpha$ 軸に沿って、不均一な線路には、固有モードは、存在しないので、本研究では、必然的に、モード結合理論の立場から、解析を進めていくことになる。そこで、線路の軸ずれ角は、 $\alpha < 0$ では、一定とし、 $\alpha > 0$ で、 $\alpha$ に比例して変化するものとする。そして、 $\alpha > 0$ での伝搬を、 $\alpha < 0$ での固有モードを用いた、モード結合方程式で、表現している。この場合、導波モードと、直線固有値を持つ放射モード間の結合係数が、伝搬定数の複雑な関数になるばかりでなく、 $\alpha$ の関数でもあり、厳密な解析は、ほとんど、不可能と思われれる。これらの困難を避けるために、まず、線路の外部の適当な所に、境界面と平行に、二つの仮想境界壁を配置し、放射モードの固有値を離散化する。この仮想境界壁では、電磁界の接線成分は、当然、零となるものとする。そして、線路を、 $\alpha$ 方向に、小区間で分割し、各小区間内では、軸ずれ角が一定であるようなモデルで、元の線路を近似する。小区間の距離を、短かくしていく程、元の線路に近くなり、非常に、精度の高い解析が可能である。但し、仮想境界壁法は、従来、等方位線路からなる線路における、伝搬特性の解析に、もっぱら用いられており、異

方位媒質からなる線路のように、偏波方向の異なる2種類のモードが、同時に、存在するような場合への適用例は、見られない。本稿では、その妥当性に対する検討も、併せて行っている。

## 2. 仮想境界壁法による軸ずり伝搬特性の解析

本節では、仮想境界壁法により、 $\text{LiNbO}_3$ からなるスラブ線路の軸ずり伝搬特性を解析し、文献(10)に、示されている、ローレンツ近似解、および、数値微分による解と、比較検討し、その妥当性を、明らかにする。

### 2.1 線路構造と座標系

線路は、 $\text{LiNbO}_3$ からなる、非対称三層スラブとし、構造および、座標系を、図2.1に示す。

仮想境界壁は、 $x = -b_2$ 、

と、 $x = b_3$ の所に、

置かれており、その

では、電磁界の横方向

成分が、零となる。これは、薄膜の

厚さであり、 $\epsilon_0$ 、 $\hat{\epsilon}_f$

及び、 $\hat{\epsilon}_s$ は、それぞれ、

空気、薄膜および、

基板の誘電率を表す。薄膜、お

よび、基板の誘電率を

それぞれ、 $\epsilon_0$ 、 $\hat{\epsilon}_f$ 、 $\hat{\epsilon}_s$ と表す。

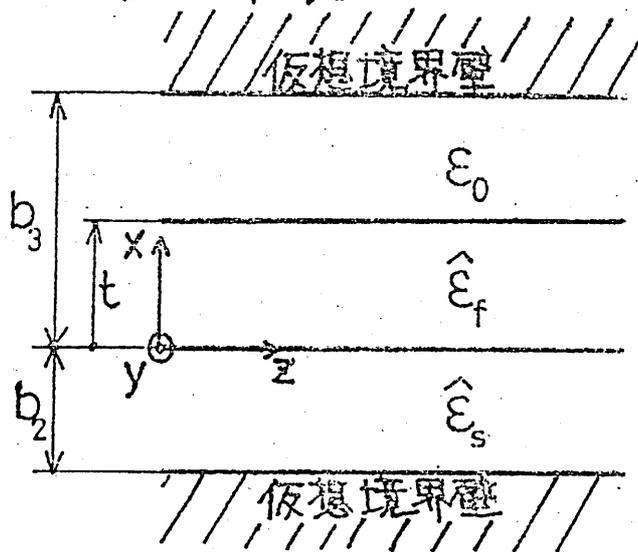


図2.1 線路と座標系

び、基板を、構成する  $\text{LiNbO}_3$  の光軸に、互いに平行、かつ、 $xy$ -平面内において、 $z$ 軸と、 $\alpha$ の角度をなすものとする。この角 $\alpha$ を、軸ずり角と呼ぶ。このとき、積層の座標系から見た、薄膜および、基板の誘電率テンソルは、

$$\hat{\epsilon}_p = \epsilon_0 \begin{bmatrix} K_{pxx} & 0 & 0 \\ 0 & K_{pyy} & K_{pyz} \\ 0 & K_{pzy} & K_{pzz} \end{bmatrix} \quad (1)$$

となる。但し、

$$\left. \begin{aligned} K_{pxx} &= N_{op}^2 \\ K_{pyy} &= N_{op}^2 \cos^2 \alpha + N_{ep}^2 \sin^2 \alpha \\ K_{pzz} &= N_{op}^2 \sin^2 \alpha + N_{ep}^2 \cos^2 \alpha \\ K_{pyz} &= K_{pzy} = (N_{ep}^2 - N_{op}^2) \sin \alpha \cos \alpha \end{aligned} \right\} (2)$$

であり、 $N_{op}$ 、及び、 $N_{ep}$ は、それぞれ、各層の常屈折率と、異屈折率である。Pは、薄膜と基板を区別するための添字であり、 $\mu$ 又は、 $S$ を表す。軸ずりによつて、生じる誘電率テンソルの非対角要素は、対角要素に比べて、非常に、小さな量となり、非対角要素が、零であるような、基本系からの擾動と、考えることが、できる。この時、積層の伝送特性は、基本系の固有モードで表した、モード結合方程式の解で、与えられる。(9)

## 2.2 基本系における固有モード

基本系の固有モードは、TEモードと、TMモードに分類でき、それぞれ、次の様に、表すことができる。

[ TE導波モード ]

$$E_y = \begin{cases} D \left\{ \frac{\sinh \delta b_2 \cos kt}{\sinh[\delta(b_3-t)]} + \frac{\delta \cosh \delta b_2 \sin kt}{K \sinh[\delta(b_3-t)]} \right\} \sinh[\delta(b_3-x)] & ; t < x < b_3 \\ D \sinh \delta b_2 \cos kx + D \frac{\delta}{K} \cosh \delta b_2 \sin kx & ; 0 < x < t \\ D \sinh[\delta(b_2+x)] & ; -b_2 < x < 0 \end{cases} \quad (3)$$

$$H_x = -\frac{\beta_g}{\omega \mu_0} E_y, \quad H_z = \frac{j}{\omega \mu_0} \frac{\partial E_y}{\partial x} \quad (4)$$

$$K^2 = \beta_0^2 K_{fyz} - \beta_g^2, \quad \delta^2 = \beta_g^2 - \beta_0^2 K_{syg}, \quad \delta^2 = \beta_g^2 - \beta_0^2 \quad (5)$$

$\beta_g$  は、次の方程式を満足しなければならぬ。

$$K^2 \tanh[\delta(b_3-t)] \tanh \delta b_2 \tan kt - K \delta \tanh[\delta(b_3-t)] \\ - K \delta \tanh \delta b_2 - \delta \delta \tan kt = 0 \quad (6)$$

z方向の伝送電力をPとすることにより、規格化振幅係数Dは、

$$\begin{aligned}
 D^2 = & 2W\mu_0 P / |\beta_z| \left[ \left| \frac{\sinh 2\delta b_2}{4\delta} - \frac{b_2}{2} \right| + \sinh^2 \delta b_2 \left| \frac{\sin 2kt}{4K} + \frac{t}{2} \right| \right. \\
 & + \frac{K}{2K^2} \left( \cosh \delta b_2 \sinh \delta b_2 \right) \left| -\cos 2kt \right| + \frac{\delta^2}{K^2} \cosh^2 \delta b_2 \left| \frac{t}{2} - \frac{\sin 2kt}{4K} \right| \\
 & \left. + \left| \frac{\sinh \delta b_2 \cos kt}{\sinh[\delta(b_3-t)]} + \frac{\delta}{K} \frac{\cosh \delta b_2 \sin kt}{\sinh[\delta(b_3-t)]} \right|^2 \frac{\sinh[2\delta(b_3-t)]}{4\delta} - \frac{(b_3-t)}{2} \right] \quad (7)
 \end{aligned}$$

[TMサブストリットE-ド]

$$H_y = \begin{cases} \bar{D} \left[ \frac{\sin \beta b_2 \cos \omega t}{\sinh[\Delta(b_3-t)]} + \frac{\beta K_{FEZ} \cos \beta b_2 \sin \omega t}{\alpha K_{SEZ} \sinh[\Delta(b_3-x)]} \right] \sinh[\Delta(b_3-x)] & ; t < x < b_3 \\ \bar{D} \frac{\beta K_{FEZ}}{\alpha K_{SEZ}} \cos \beta b_2 \sin \alpha x + \bar{D} \sin \beta b_2 \cos \alpha x & ; 0 < x < t \\ \bar{D} \sin [\beta(b_2+x)] & ; -b_2 < x < 0 \end{cases} \quad (8)$$

$$E_x = \frac{\beta_m}{\omega \epsilon_0 K_{PXX}} H_y, \quad E_z = \frac{-j}{\omega \epsilon_0 K_{PEZ}} \frac{\partial H_y}{\partial x} \quad (9)$$

$$\alpha^2 = \frac{K_{fzz}}{K_{fxx}} (k_0^2 K_{fxx} - \beta_m^2), \quad \beta^2 = \frac{K_{szz}}{K_{sxx}} (k_0^2 K_{sxx} - \beta_m^2), \quad \Delta^2 = \beta_m^2 - k_0^2 \quad (10)$$

$\beta_m$  は、次の方程式を満足しなければならない。

$$\left(\frac{\alpha}{K_{fzz}}\right)^2 \tanh[\Delta(b_3-t)] \tan^2 b_2 \tan \alpha t - \frac{\alpha}{K_{fzz}} \frac{\beta^2}{K_{szz}} \tanh[\Delta(b_3-t)] - \frac{\alpha}{K_{fzz}} \Delta \tan^2 b_2 - \frac{\beta^2}{K_{szz}} \Delta \tan \alpha t = 0 \quad (11)$$

z 方向の伝送電力を  $P$  とすることにより、規格化振幅係数  $\bar{D}$  は、

$$\begin{aligned} \bar{D} = 2\omega \epsilon_0 P / \beta_m & \left[ \frac{1}{K_{sxx}} \left\{ \frac{b_2}{2} - \frac{\sin 2\beta b_2}{4\beta} \right\} + \frac{1}{K_{fxx}} \sin^2 \beta b_2 \left\{ \frac{t}{2} + \frac{\sin 2\alpha t}{4\alpha} \right\} \right. \\ & + \frac{1}{K_{fxx}} \frac{\beta^2 K_{fzz}}{4\alpha^2 K_{szz}} \sin 2\beta b_2 \left\{ 1 - \cos 2\alpha t \right\} + \frac{1}{K_{fxx}} \left\{ \frac{\beta^2 K_{fzz}^2}{\alpha K_{szz}} \cos^2 \beta b_2 \right\} \left. \frac{t}{2} - \frac{\sin 2\alpha t}{4\alpha} \right] \\ & + \left. \left\{ \frac{\sin^2 b_2 \cos \alpha t}{\sinh[\Delta(b_3-t)]} + \frac{\beta^2 K_{fzz}}{\alpha K_{szz}} \frac{\cos^2 \beta b_2 \sin \alpha t}{\sinh[\Delta(b_3-t)]} \right\} \frac{\sinh\{2\Delta(b_3-t)\}}{4\Delta} - \frac{b_3-t}{2} \right] \quad (12) \end{aligned}$$

以上の、各モードは、非開放系におけるものであるが、対応する開放系モードの名称を、そのまま、使っている。又、モード結合における位相整合条件を、考慮して、エアモードに対する記述は、割愛した。

## 2.3 モード結合方程式とその解

さて、図2.1に示されている線路における、モード変換は、次のモード結合方程式によって記述される。(9)

$$\frac{d}{dz} f_{\mu}(z) = -j\beta_{\mu} f_{\mu}(z) + \sum_{\nu} K_{\mu\nu} f_{\nu}(z) \quad (13)$$

$f$  は、TEモード、又は、TMモードの複素振幅を表し、 $z$  の関数である。又、 $\mu, \nu$  は、モード番号を示し、 $K_{\mu\nu}$  は、両モード間の結合係数である。前進波のみを考えた場合、それは、次式の様な形で表わせる。(9)

$$K_{\mu\nu} = \frac{\omega\epsilon_0}{j4P} \int_{-b_2}^{b_3} K_{xyz} \cdot E_{\mu y}^{*TE} \cdot E_{\nu z}^{TM} dx \quad (\nu \neq \mu) \quad (14)$$

但し、 $*$  は、複素共役を示し、 $\omega$  は、角周波数、 $P$  は、モードの電力である。式(13)を、マトリックス表現に変えると、次の様になる

$$\frac{d}{dz} F = -j(B+K) \cdot F = -jC \cdot F \quad (15)$$

ここに、 $F$  は、各モードの複素振幅  $f_n$  ( $n=1, 2, \dots, M$ ) を、要素とする、 $M$ 次元列ベクトルであり、 $B$  は、各モードの伝搬定数を、対角要素に持つ、 $M$ 次正方行列である。又、 $K$  は、モード間の結合係数を成分に持つ  $M$ 次正方行列である。 $C$  は、 $B$  と  $K$  の和で表わされる結合行列で、 $M$ 次のエルミート行列となる。但し、 $M$

は、基本系を伝搬し得る固有モードの総数である。

結合方程式(15)の解は、行列Cの固有値 $\lambda_i$ と、固有ベクトル $x_i$ によって、

$$F(z) = \sum_{i=1}^M g_i x_i e^{-\lambda_i z} \quad (16)$$

で与えられる。但し、 $g_i$ は、入射条件より決定される定数である。今、最低次のTE導波モードのみが、 $z=0$ にて、入射するものとすれば、 $z>0$ における、モード変換率は、

$$F(0) = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \end{bmatrix} \quad (17)$$

なる境界条件を満足する $g_i$ を、決定すれば、求まる。すなわち、式(16)を、満足する係数ベクトル $G$ を、求めれば、よい事になる。

$$F(0) = X \cdot G \quad (18)$$

但し、 $X$ は、 $x_i \in \lambda_i$ 列の要素とする、 $M$ 次正方行列である。 $X$ のユニタリ性は、式(18)に、適用すれば、

$$G = X^* \cdot F(0) \quad (19)$$

を得る。ここに、 $X^*$ は、 $X$ の転置共役行列である。式(19)を、式(16)に、代入すれば、境界条件を、満

足す解は、次式の様になる。

$$F(z) = \sum_{i=1}^M x_{ii}^* x_i e^{-i\lambda_i z} \quad (20)$$

特に、 $z > 0$  の、TE 導波モードの振幅は、次式で与えられる。

$$f_1(z) = \sum_{i=1}^M |x_{ii}|^2 e^{-i\lambda_i z} \quad (z > 0) \quad (21)$$

## 2.4 数値計算例.

最終的には、前節の結合行列の固有値を、数値解析によって、求めることになる。この時、可能な固有モードを、全て、モード結合方程式に取り入れるのは、非現実的であり、実際の数値計算では、適当なモード個数で、打ち切っている。そこで、本解析法における仮想境界壁の位置と、モード個数に関する解の収束性を、検討するために、線路の構造は、文献(10)のものと同じになる様に、定めている。すなわち、各屈折率を、 $n_{so} = 2.286$ ,  $n_{se} = 2.200$ ,  $n_{co} = 2.296$ ,  $n_{fe} = 2.210$  とし、膜厚を、 $d = 5 \mu\text{m}$ 、動作波長を、 $0.63 \mu\text{m}$  としている。このような構造パラメータでは、TE 導波モードは、低次から、 $TE_0$ ,  $TE_1$ ,  $TE_2$  の3個が、伝搬可能である。以上のような設定で、まず、モード個数に対する検討を行い、次に、仮想境界壁の影響を、考察し、そして、最後に、他の解析法による結果と、比較検討する。

ところで、以下の例では、TE<sub>2</sub>モードのみが、入射するものとし、Zの正方向に進む TM放射モード(サブストレーモード)間との結合以外は、無視している。線路の軸ずれ角 $\alpha$ が、変わると、比誘電率テンソルの対角要素のうち、 $K_{yy}$ ,  $K_{zz}$ が、変化する。これによって、TMモードの特性は、ほとんど影響を受けないが、TEモードの伝搬定数は、著しく変化する。図2.2は、軸ずれ角に対する固有モードの等価屈折率の変化を示したものであり、 $\alpha$ が、ある程度大きくなると、TE導波モードとTM放射モード間で、自動的に、位相整合が(15)取れるようになる。この時、線路に、TE導波モードが、入射すれば、 $K_{yz}$ を介して、TM放射モードとの間に、結合が生じ、モード変換が行われることになる。又、この時、導波モードと、位相速度の近い、放射モードほど、強く結合することになる。そこで、導波モードの伝搬定数を、中心にして、上下に、適当な数の放射モードを、結合モードとして、選ぶことにする。図2.3は、放射モードの個数に対する、解の収束性を、示している。縦軸は、入射端での値を、1とし

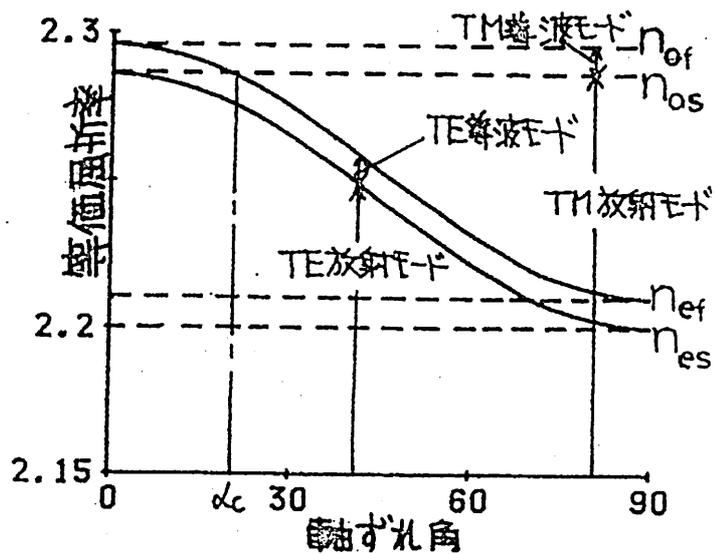


図2.2 軸ずれ角に対する固有モードの等価屈折率の変化: LiNbO<sub>3</sub>

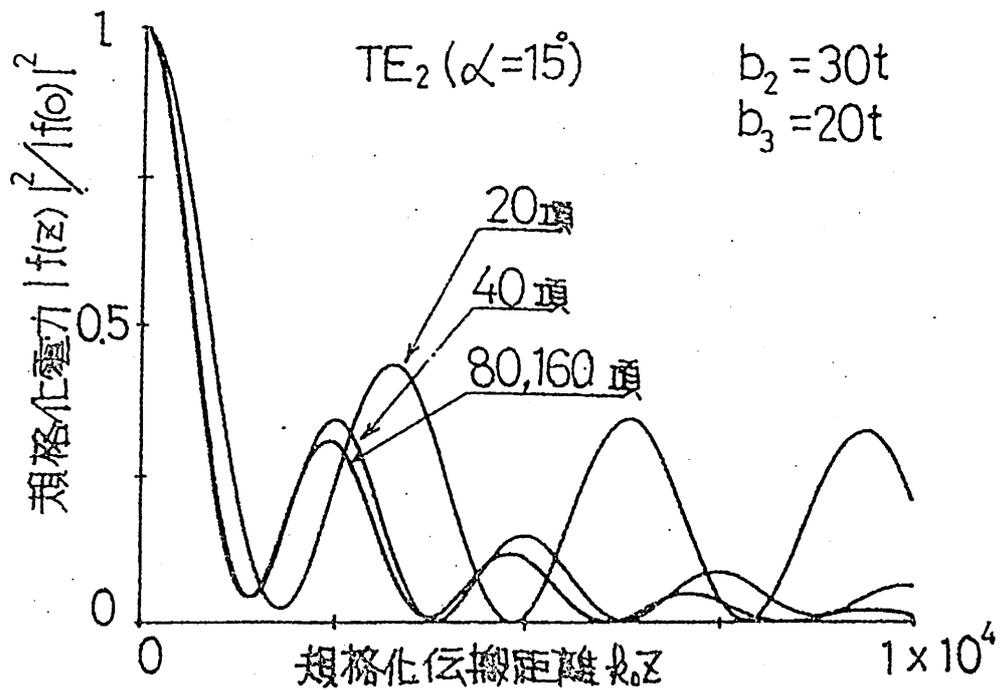


図2.3 TMサブストレーモードへの変換  
による TE<sub>2</sub> モードの電力変化

た、TE<sub>2</sub>モードの規格化電力、横軸は、規格化伝搬距離  $k_0 z$  である。又、仮想境界壁までの距離は、 $b_2 = 30t$ 、 $b_3 = 20t$  であり、軸ずり角は、 $\alpha = 15^\circ$  である。この例では、放射モードの数が、約80個で、収束している。しかし、仮想境界壁の位置（特に、基板側の位置）によって、放射モードの個数は、著しく変化し、境界壁の位置が、近くなると、もっと少ないモード個数で、解は、収束する。従って、解の収束条件は、TE<sub>2</sub>モードの位相定数を中心とした、放射モードの、適当な、伝搬定数の幅で与えられる。TE<sub>2</sub>モード入射の場合、屈折率の値で、約  $4.5 \times 10^{-3}$  以上 必要である。この値は、入射モードや、線路構造パラメータによって、当然、変化するものである。

次に、仮想境界壁の影響について、調べる。界の形を、考慮すれば、 $b_3$  の値に対する特性の依存性は、ほとんど、無視できるものと思われる。そこで、 $b_2$  に対する依存性についてのみ検討する。

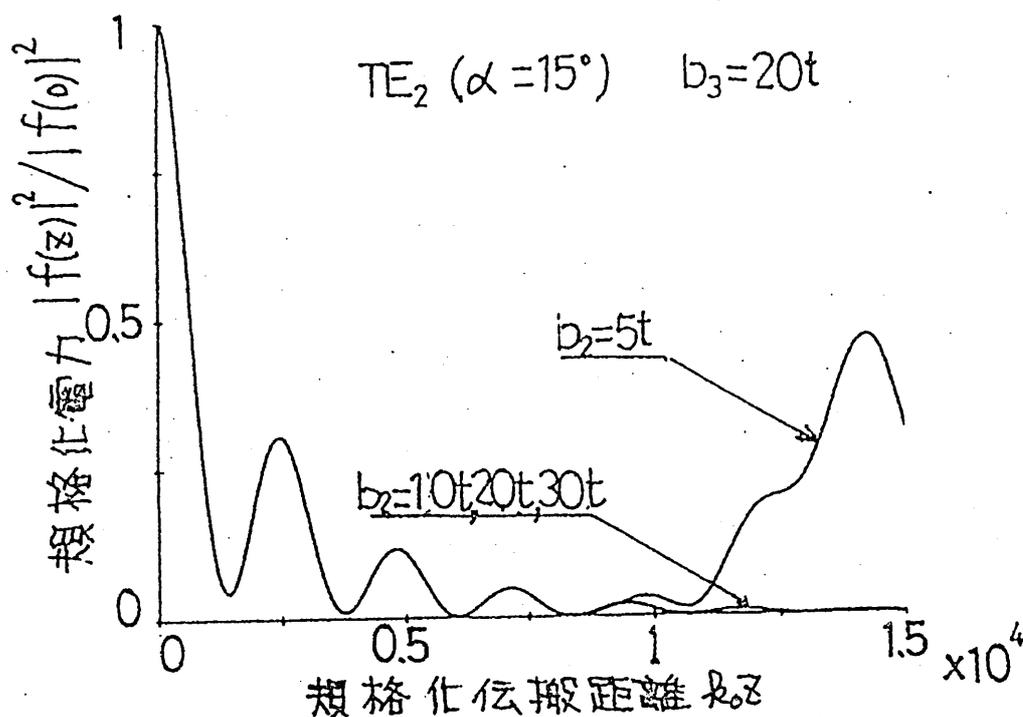


図24 基板側の仮想境界壁の影響

図2.4は、 $b_3 (= 20t)$  を一定にして、 $b_2 = 5t, 10t, 20t$ 、及び、 $30t$  と、変化させた場合の TE<sub>2</sub> モードの規格化電力変化を、示しており、両軸は、前図と同じである。 $r_0 = 0.9 \times 10^4$  程度までは、各々の場合の差異はなく、解の精度に関する限り、仮想境界壁の位置は、あまり重要な要素ではない。ただ、仮想境界壁法によると、境界壁で反射した、漏れ波が、いずれ、導波モードと、再結合を起すことになり、本来、開放系では、あり得ない現象が、 $b_2$  の値が、小さい場合

ほど、早く現れる。

最後に、仮想境界壁法を用いた解と、開放系のモード結合方程式を、R.K.G. (Runge-Kutta-Gill) 法により、計算機を用いて解いた数値解、及び、文献(10)のローレンツ近似解と比較する。

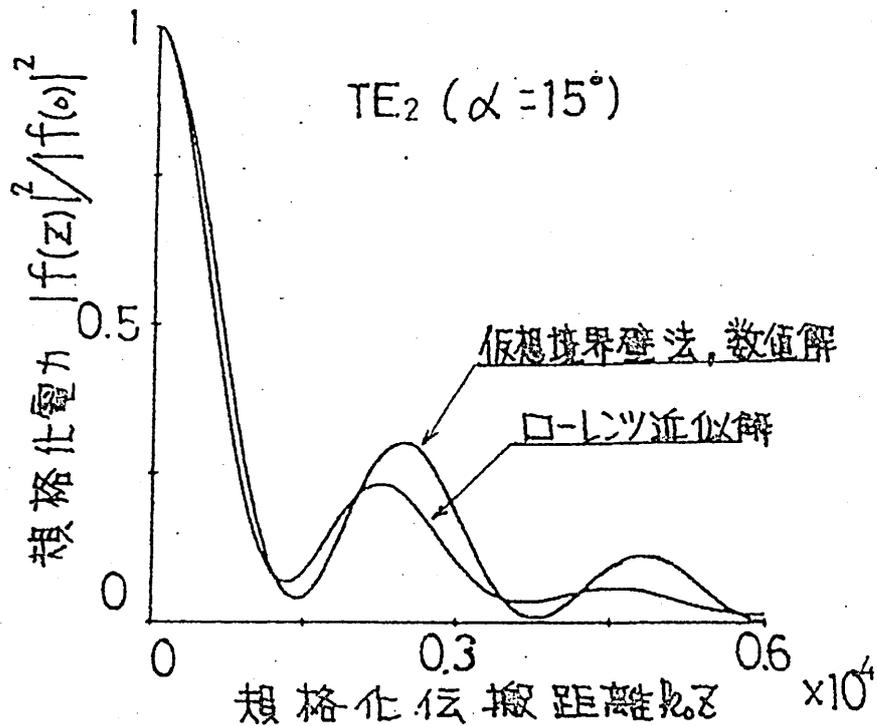


図2.5 各種解析法の比較.

図2.5は、前図と同じ特性を、三つの方法で、解析したものである。但し、仮想境界壁法による解は、 $b_2 = 30$ 、 $b_3 = 20$ 、及び、放射モードの個数を、80個とした時の結果である。このように、仮想境界壁法を用いた解は、厳密解と、ほとんど、一致しており、ローレンツ近似解よりも、かなり精度の良い結果を与えることが、わかる。以上のように、線路が、異

方性誘電体から成る場合でも、仮想境界壁法は、非準に、有効な解析法であり、これまでに報告されている解析法<sup>(10)</sup>よりも、精度の良い解を与え得ることがわかった。

### 3. 軸ずれ角が伝搬距離の関数となる線路の伝送特性の解析

本節では、線路の軸ずれ角が、その関数で与えられるような場合の、仮想境界壁法による解析法を、解説し、数値解析例として、軸ずれ角が、 $\alpha$  に比例するような線路の伝送特性を、示す。

#### 3.1 線路構造と基本系固有モード

線路は、 $\text{LiNbO}_3$  や  $\text{LiTaO}_3$  などの一軸性結晶からなり、図3.1 に示すような、 $x=0$  面に関して、対称の三層スラブ線路とする。斜線部は、仮想境界壁であり、 $x=\pm b$  に位置する。又、 $b$  は、線路の半幅である。 $x < 0$  の領域は、軸ずれのない線路であり、便宜上、光軸と  $x$

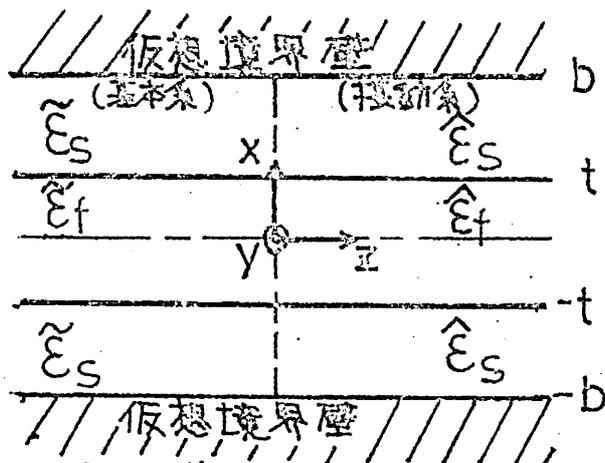


図3.1 線路と座標系

軸が一致しているものとする。従って、この基本系における誘電率テンソルは、

$$\tilde{\epsilon}_p = \epsilon_0 \begin{bmatrix} n_{op}^2 & 0 & 0 \\ 0 & n_{op}^2 & 0 \\ 0 & 0 & n_{ep}^2 \end{bmatrix} \quad (22)$$

のようになる。ここでも、 $P$ は、薄膜と外部領域を区別するための添字である。 $z \geq 0$ での軸ずれ角 $\alpha$ 、 $z$ の関数として

$$\alpha = h(z), \quad h(0) = 0 \quad (23)$$

で表せば、この領域での誘電率テンソルは、

$$\tilde{\epsilon}_p = \epsilon_0 \begin{bmatrix} K_{pxx} & 0 & 0 \\ 0 & K_{pyy} & K_{pyz} \\ 0 & K_{pzy} & K_{pzz} \end{bmatrix}, \quad \begin{aligned} K_{pxx} &= n_{op}^2 \\ K_{pyy} &= n_{op}^2 \cos^2 \alpha + n_{ep}^2 \sin^2 \alpha \\ K_{pzz} &= n_{op}^2 \sin^2 \alpha + n_{ep}^2 \cos^2 \alpha \\ K_{pyz} &= K_{pzy} = (n_{ep}^2 - n_{op}^2) \sin \alpha \cos \alpha \end{aligned} \quad (22)$$

となる。但し、ここでは、薄膜と外部領域での光軸は、常に平行とする。

系の対称性から、偶対称モードが入射する場合と、奇対称モードが入射する場合と、独立に解析することができる。本稿では、 $z=0$ で単一のTE導波モードが入射する場合を考えている。そのために必要は固有モードを、以下に記述する。

• [偶対称TE導波モード]

$$E_y = \begin{cases} A_e \cos k_e x \\ A_e \frac{\cos k_e t}{\sinh[\gamma_e(b-x)]} \sinh[\gamma_e(b-|x|)] \end{cases} \quad (25)$$

$$H_z = \frac{j}{\omega \mu_0} \frac{\partial E_y}{\partial x}, \quad H_x = -\frac{\beta_{ge}}{\omega \mu_0} E_y \quad (26)$$

$$k_e^2 = k_0^2 n_{of}^2 - \beta_{ge}^2, \quad \gamma_e^2 = \beta_{ge}^2 - k_0^2 n_{os}^2 \quad (27)$$

$\beta_{ge}$  は、次の方程式で決定する。

$$\tan k_e t \cdot \tanh[\gamma_e(b-x)] = \frac{\gamma_e}{k_e} \quad (28)$$

• [奇対称TM導波モード]

$$H_y = \begin{cases} A_m \sin k_m x \\ A_m \frac{x}{|x|} \frac{\sin k_m t}{\sinh[\gamma_m(b-x)]} \sinh[\gamma_m(b-|x|)] \end{cases} \quad (29)$$

$$E_z = \frac{-j}{\omega \epsilon_0 n_{ep}^2} \frac{\partial H_y}{\partial x}, \quad E_x = \frac{\beta_{gm}}{\omega \epsilon_0 n_{ep}^2} H_y \quad (30)$$

$$k_m^2 = (k_0^2 n_{of}^2 - \beta_{gm}^2) \frac{n_{ef}^2}{n_{of}^2}, \quad \gamma_m^2 = (\beta_{gm}^2 - k_0^2 n_{os}^2) \frac{n_{es}^2}{n_{os}^2} \quad (31)$$

Bgm は、次の方程式を満足する。

$$\cot K_m t \cdot \tanh[\delta_m(b-t)] = -\frac{\gamma_m}{K_m} \cdot \frac{n_{et}^2}{n_{es}^2} \quad (32)$$

・[偶対称TE放射モード]

$$E_y = \begin{cases} \bar{A}_e \cos K_e x \\ \bar{A}_e \frac{\cos K_e t}{\sin[\delta_e(b-t)]} \sin[\delta_e(b-|x|)] \end{cases} \quad (33)$$

$$H_z = \frac{j}{\omega \mu_0} \frac{\partial E_y}{\partial x}, \quad H_x = -\frac{\beta_{re}}{\omega \mu_0} E_y \quad (34)$$

$$K_e^2 = k_0^2 n_{os}^2 - \beta_{re}^2, \quad \delta_e^2 = k_0^2 n_{os}^2 - \beta_{re}^2 \quad (35)$$

$\beta_{re}$  は、次の方程式を満足する。

$$\tan K_e t \cdot \tan[\delta_e(b-t)] = \frac{\delta_e}{K_e} \quad (36)$$

・[奇対称TM放射モード]

$$H_y = \begin{cases} \bar{A}_m \sin K_m x \\ \bar{A}_m \frac{x}{|x|} \frac{\sin K_m t}{\sin[\delta_m(b-t)]} \cdot \sin[\delta_m(b-|x|)] \end{cases} \quad (37)$$

$$E_z = \frac{-j}{\omega \epsilon_0 n_{ep}^2} \frac{\partial}{\partial x} H_y, \quad E_x = \frac{\beta_{rm}}{\omega \epsilon_0 n_{op}^2} H_y \quad (38)$$

$$k_m^2 = (k_0^2 n_{of}^2 - \beta_{pm}^2) \frac{n_{ef}^2}{n_{of}^2}, \quad \delta_m^2 = (k_0^2 n_{os}^2 - \beta_{pm}^2) \frac{n_{es}^2}{n_{os}^2} \quad (39)$$

$\beta_{pm}$  は、次の方程式を満足する。

$$\cot k_m t \cdot \tan[\delta_m(b-t)] = -\frac{\delta_m}{k_m} \frac{n_{ef}^2}{n_{es}^2} \quad (40)$$

ただし、各振幅係数  $A_e, A_m, \bar{A}_e$ , 及び  $\bar{A}_m$  は、モードの電力が  $P$  となるように、次式により、決定される。

$$P = \frac{1}{2} \int_{-\infty}^{\infty} (\mathbf{E} \times \mathbf{H}^*)_z d\alpha \quad (41)$$

### 3.2 モード結合方程式と、その解

$z \geq 0$  での伝搬特性を、記述するモード結合方程式は、この場合にも、

$$\frac{d}{dz} \mathbf{F} = -j \mathbf{C} \cdot \mathbf{F} \quad (42)$$

のように、表される。しかしながら、この場合、結合行列  $\mathbf{C}$  は、 $z$  の関数となり、行列の要素は

$$C_{\mu\nu} = k_{\mu\nu} + B_{\mu} \delta(\mu, \nu) \quad (43)$$

$$k_{\mu\nu} = \frac{\omega \epsilon_0}{4P} \iint \Delta_p \mathbf{E}_{\mu}^* \cdot \hat{\delta} \cdot \mathbf{E}_{\nu} dS, \quad \delta(\mu, \nu) = \begin{cases} 1: \mu = \nu \\ 0: \mu \neq \nu \end{cases} \quad (44)$$

となる。

但し,

$$\Delta_p = \frac{1}{2} (n_{ep}^2 - n_{op}^2) \quad (45)$$

$$\hat{\delta} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 - \cos 2d & \sin 2d \\ 0 & \sin 2d & \cos 2d - 1 \end{bmatrix} \quad (46)$$

であり、 $\mathbf{E}$ は固有モードの電界を表し、 $\mathbf{E}^*$ はその複素共役を意味する。式(44)に、式(45)、(46)を代入すれば、式(43)のようになる。

・ TE-TE間の結合係数

$$k_{\mu\nu}^{ee} = k_{\nu\mu}^{ee*} = \frac{\omega \epsilon_0}{4P} \delta_{yy} \int_{-b}^b \Delta_p E_{\mu y}^{e*} \cdot E_{\nu y}^e dx \quad (47)$$

・ TM-TM間の結合係数

$$k_{\mu\nu}^{mm} = k_{\nu\mu}^{mm*} = \frac{\omega \epsilon_0}{4P} \delta_{zz} \int_{-b}^b \Delta_p E_{\mu z}^{m*} \cdot E_{\nu z}^m dx \quad (48)$$

・ TE-TM間の結合係数

$$k_{\mu\nu}^{em} = k_{\nu\mu}^{me*} = \frac{\omega \epsilon_0}{4P} \delta_{yz} \int_{-b}^b \Delta_p E_{\mu y}^{e*} \cdot E_{\nu z}^m dx \quad (49)$$

但し,

$$\delta_{yy} = -\delta_{zz} = 1 - \cos 2d, \quad \delta_{yz} = \sin 2d \quad (50)$$

であり、また、結合係数 $k_{\mu\nu}$ と電界 $E$ の右肩の添字 $e$ 及び $m$ は、それぞれ、TEモード及びTMモードを表す。

さて、式(42)を、そのままで解くのは、非常に困難である。ここでは、関数 $h(z)$ を、 $z$ 軸に沿って微小区間 $d$ で分割し、各区間で一定値となるように、階段近似する。すなわち、 $n$ 区間での軸ずり角 $\alpha^{(n)}$ を

$$\alpha^{(n)} = \{ h(nd) + h((n-1)d) \} / 2 \quad (51)$$

とする。そうすれば、各区間では結合係数は、定数となり、第 $n$ 区間におけるモード結合方程式は、

$$\frac{d}{dz} F^{(n)} = -j C^{(n)} F^{(n)}, \quad (n-1)d < z < nd \quad (52)$$

のように表される。この解は、前節と同様に、結合行列 $C^{(n)}$ の固有値 $\lambda_i^{(n)}$ と固有ベクトル $X_i^{(n)}$ によって、

$$F^{(n)}(z) = \sum_{i=1}^m X_i^{(n)*} F^{(n-1)}(z) X_i^{(n)} e^{-j\lambda_i^{(n)}(z-(n-1)d)} \quad (53)$$

で与えられる。そして、第 $n$ 区間の右端での各モードの振幅は、 $F^{(n)}(nd)$ で表わされ、これが、次の第 $n+1$ 区間に入射する。すなわち、

$$F^{(n+1)}(0) = F^{(n)}(nd) \quad (54)$$

である。従って、最初の区間で、入射条件 $F(0)$ のもとに解を求め、以下、式(53)、(54)の手続きをくり返

し実行すれば、任意の場所での解を得ることができる。そして、区間を小さくすればするほど、精度の高い解が得られるであろう。但し、この近似解法では、とりよりの区間との屈折率差は、非常に小さいと考えられるので、反射波については、全く考慮していない。

### 3.3 数値計算例

先の解法を、軸ずれ角が、 $\alpha$ に比例するような線路の場合に適用する。すなわち、軸ずれ角を、

$$\alpha = z/R \quad (55)$$

で与えることにする。これは、曲率半径 $R$ の円形曲り線路の軸ずれを表しているとも見なすこともできる。但し、線路は、 $\text{LNbO}_3$ からなるものとし、各屈折率の値は、 $n_{os} = 2.28$ ,  $n_{es} = 2.17$ ,  $n_{of} = 2.29$ ,  $n_{ef} = 2.18$ とする。また、規格化した線路の半幅及び、仮想境界壁までの距離を、それぞれ、 $c/\lambda_0 = 1.0$ ,  $b/a = 30.0$ とした。 $\lambda_0$ は、自由空間波長である。この時、線路には、偶対称TE導波モードは、1つしか存在せず、奇対称TM導波モードは、存在しない。図3.2は、 $R = 6 \times 10^3 / \pi$ とし、 $z = 0$ で、TE導波モードが入射した時の解の収束を、示している。縦軸は、TE導波モードの電力、横軸は、軸ずれの角度を表わしている。ここでは、小区間の距離のかわりに、軸ずれ角のきざみに対する収束性を、示しており、きざみが、

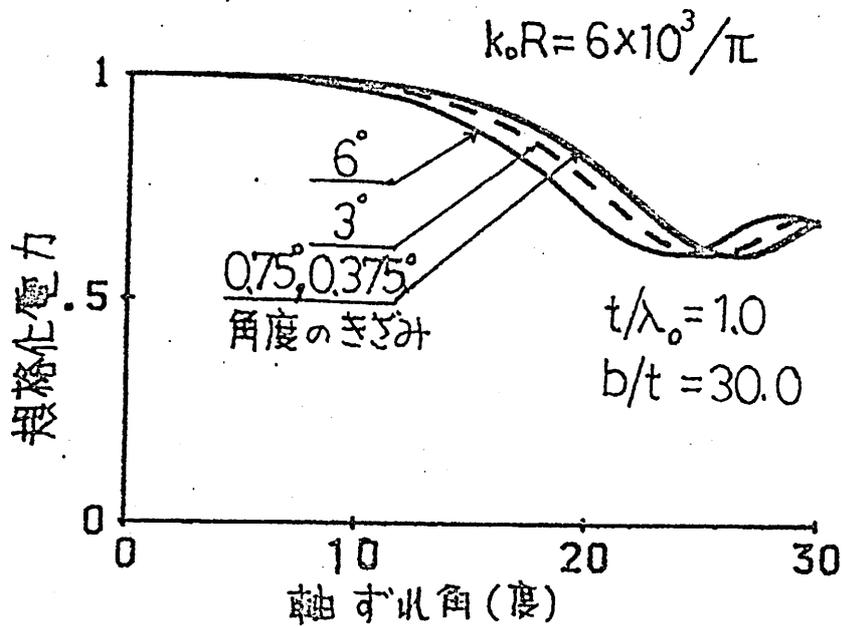


図3.2 偶対称TE導波モードの軸ずり角のきざみに対する電力変化

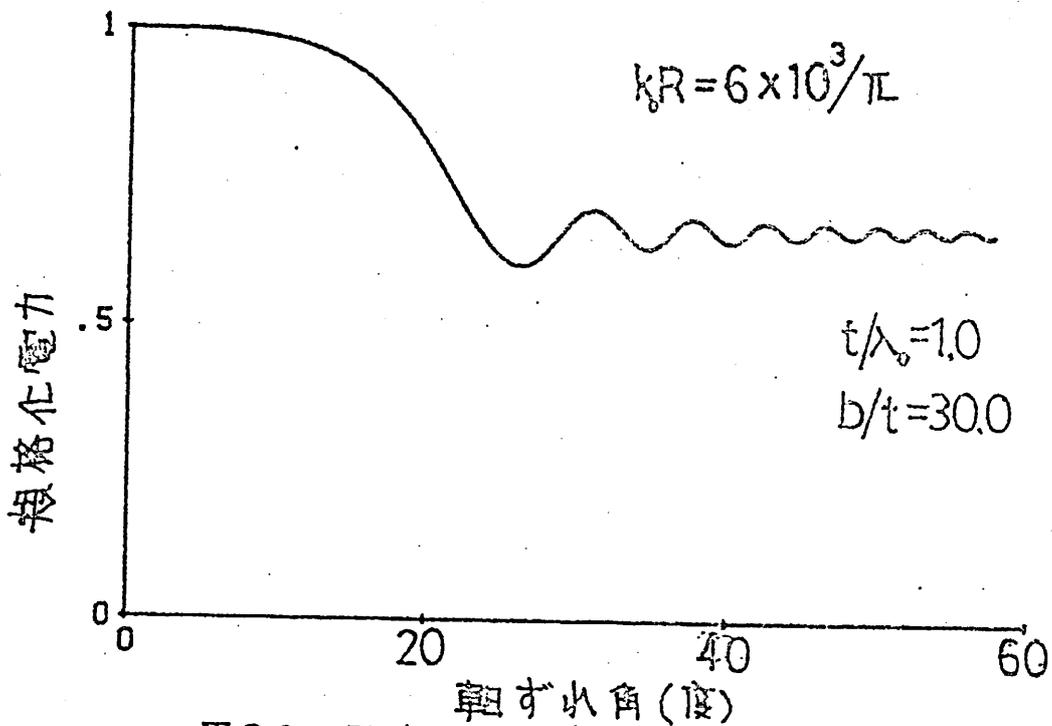


図3.3 偶対称TE導波モードの電力変化

0.75° で、ほぼ収束している。但し、偶対称TE放射モードの項数は、結合係数が、TMモードに比べると非常に小さいので、低次のモードから、5項だけ取り、奇対称TM放射モードの項数は、位相整合を考慮して5項とした。

図3.3は、前図の場合と同じ線路に対して、軸ずれ角のきざみを、0.75°として、60°付近まで解析したものである。軸ずれ角 $\alpha$ が、約10°~20°の間で、電力損失が大きく、それ以上では、ほとんど損失はなく、25°以上では、減衰振動をしながら、一定値に近づいている。文献(8)によると、導波モードが、漏れモードに変わる臨界角 $\alpha_c$ は、最大に見積って、 $K_{f_{12}}^2 = K_{s_{xx}}^2$ を満たす角度である。すなわち、 $\alpha_c$ は、

$$\alpha_c = \text{ARC SIN} \sqrt{\frac{(N_{os} - N_{of})(N_{os} + N_{of})}{(N_{ef} - N_{os})(N_{ef} + N_{os})}} \quad (56)$$

で与えられ、約18°である。更に、漏れモードの損失は、臨界角の近くで、大きな値を取り、角度が大きくなると急激に減少することが、示されており、ここで得られた結果と良く一致している。

## 4. おまけ

本研究では、異方性誘電体線路における、軸ずれ伝搬特性について、仮想境界壁法を適用し、モード結合理論の立場から解析した。

まず、軸ずれ角が、伝送方向に対して、一定であるような線路についての解析を行い、従来の結果と比較検討した。その結果、仮想境界壁法は、非常に精度の高い近似解を与え、線路が、異方性誘電体から成る場合でも、有効な解析法であることを、明らかにした。

更に、軸ずれ角の大きさが、伝搬距離との関数として変化するような線路における伝送特性の解析法を、解説し、軸ずれ角が、伝搬距離に比例するような、LiNbO<sub>3</sub>線路における漏れ波の伝送特性の解析結果を示した。しかしながら、数値計算例に関しては、線路の材料、及び、構造等の面で、非常に制限された場合のものであり、今後、より一般的な場合の解析が、必要であると思われる。

尚、本研究は、文部省科学研究費の援助を受けて、行われたものである。

## 文献

- 1) Y. Satomura, et al. "Analysis of electromagnetic wave modes in unisotropic slab waveguide", IEEE Trans., MTT-22, 2, pp.86-92, Feb. 1974.

- 2) W.K. Burns, et.al., "Mode dispersion in uniaxial optical waveguides", J. Opt. Soc. Amer., 64, 4, pp.441-446, Apr. 1974
- 3) V. Ramaswamy, "Propagation in asymmetric anisotropic film waveguides", Appl. Opt., 13, 6, pp.1363-1371, June 1974
- 4) D. Marcuse, "Modes of a symmetric slab optical waveguide in birefringent media - part I: optical axis not in plane of slab", IEEE J., QE-14, 10, pp.736-741, Oct. 1978
- 5) R.A. Steinberg, et.al., "Modal fields of anisotropic channel waveguides", J. Opt. Soc. Amer., 67, 4, pp.523-533, Apr. 1977
- 6) 大高, "異方性媒質に包含誘電体方形線路の導波モードの解析", 信学論(C), J 64-C, 10, pp.674-681, 昭56-10.
- 7) K. Yamanouchi, et.al., "New leaky surface waves in anisotropic metal-diffused optical waveguides", IEEE Trans., MTT-26, 4, pp.298-305, Apr. 1978
- 8) D. Marcuse, et.al., "Modes of a symmetric slab optical waveguides in birefringent media, part II: slab with coplanar optical axis", IEEE J., QE-15, 2, pp.92-101, Feb. 1979.
- 9) D. Marcuse, "Coupled-mode theory for anisotropic optical waveguides", Bell Syst. Tech. J., 54, 6, pp.985-995, July-Aug. 1975.

- 10) 岡村ら: "LiNbO<sub>3</sub> T-導波路における導波-放射モード  
変換-結合モード解析と強度変調器への応用-", 信学論(c)  
J61-C, 9, PP. 579-586, 昭53-9
- 11) D. Marcuse, "Electrooptic coupling between TE and TM  
modes in Anisotropic Slabs", IEEE J., QE-11, 9, PP. 759-  
764, Sep. 1975
- 12) 小島寺ら: "高変調度導波-放射モード結合形光変調器  
の解析", 信学論(c), J64-C, 4, PP. 285-295, 昭56-4
- 13) G. H. Brooke, et. al., "Step discontinuities on dielectric  
waveguides", Electron. Lett., 12, 9, PP. 493-495, Sep. 1976
- 14) 沢ら: "傾斜境界面を用いたT-10形スラブ導波路の  
解析", 信学論(c), J63-C, 2, PP. 104-111, 昭55-02
- 15) 牧本ら: "異方性光導波路", 光導波エレクトロニクス,  
P39, Mar. 1981

輻射科学研究会資料

RS・82-2

液相エピタキシャル法による  
磁気光学導波路の作成(I)

岡村 康行

田 荆 潤 一 郎<sup>\*</sup>

中 村 隆<sup>\*\*</sup>

山 本 錠 彦

(大阪大学 基礎工学部)

\*現在 三洋電機株式会社

\*\*現在 北陸電力株式会社

昭和57年5月14日

## 1. まえがき

光集積回路における基本的な素子である薄膜光導波路の作成についてはこれまでに多くの報告がなされており、特に電気光学効果や磁気光学効果を有する単結晶を用いた光導波路は、受動あるいは能動素子への応用が期待でき、注目を集めている<sup>1)</sup>。LiNbO<sub>3</sub>やLiTaO<sub>3</sub>導波路などの電気光学効果を有する光導波路に関しては、方向性結合器やスイッチ、変調器などへ応用され<sup>2)</sup>、集積化も試みられおり<sup>3)</sup>、相当の成果を上げている。一方、YIG (Y<sub>3</sub>Fe<sub>5</sub>O<sub>12</sub>)をはじめとする磁気光学効果を有する単結晶の光導波路<sup>4)</sup>に関しては、最近アイソレータなどの非相反素子の実験結果<sup>5)</sup>も見られるようになり、活発に研究が行なわれるようになってきたが、電気光学導波路に比べおくられているのが現状である。しかしながら磁気光学導波路は非相反素子を構成する上では不可欠な要素であり、その開発が待たれている。

本報告では、非可逆素子をはじめとする各種磁気光学素子を作成するための基礎として、磁気光学導波路の作

成を行ない、磁気的な特性—ファラデー回転、飽和磁化—および近赤外での伝送特性についての実験結果について述べる。

磁気光学導波路は一般にエピタキシャル法によってGGG ( $Gd_3Ga_5O_{12}$ )基板上に形成される。気相成長(LPE)法は、不純物の点では有利であるが、再現性や基板温度の制御性に問題があり、本文では、比較的容易に、再現性よく作成でき、バブル薄膜作成用としてはすでに技術的に確立されている液相成長(LPE)法によって光導波路を作成した。磁気光学導波路としては、低損失で大きな磁気光学効果を有し、膜面内に磁化ベクトルが向くことがのぞまれる\*。ここでは、赤外域で透明な強磁性薄膜—YIGを基本とした複合YIG単結晶薄膜(膜面内に磁化ベクトルが向くと予想される $(Sc, Ga)$ 置換YIGと大きな磁気光学効果が得られると期待される $(Bi, Ga)$ 置換YIG)—をGGG基板上に等温成長LPE法により形成し光導波路とした。

---

\*磁化ベクトルの方向は素子によっては異なる場合もある。

## 2. 液相エピタキシャル作成法

液相エピタキシャル法 (Liquid-Phase Epitaxy: LPE) は、成長温度の制御の仕方によって降温成長法と等温成長法とに、また基板の浸漬方法によって炉自体を傾けて基板を浸すティップ (Tip) 法と基板自体を昇降して浸すディップ (Dip) 法とに分けられる。これらの組み合わせによって4種類の成長法が構成できるが、中でも等温ディップ法 (Isothermal Dipping Process) と水平に保持した基板を回転させる技術とを併用した成長法は要請された諸特性を満足する磁性ガーネット単結晶薄膜を作成するのに適している。

### 2-1 LPE作成装置<sup>6)</sup>

LPE作成に用いる装置の概略を図1に示す。発熱体にはカンタル線を使用し、3ゾーンで温度制御することにより均熱長が長くとれるようになっている。温度

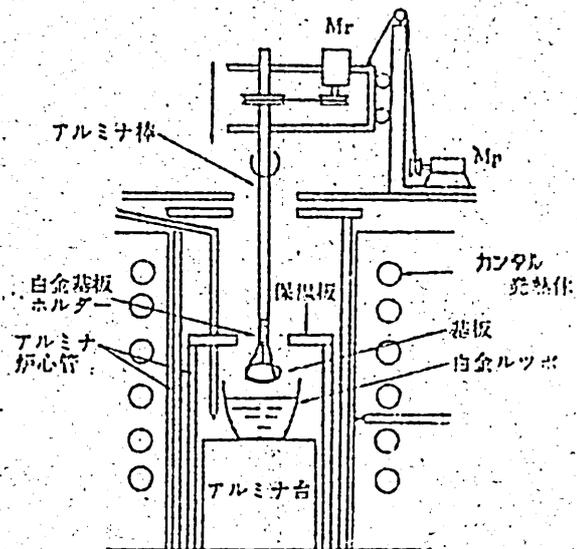


図1 LPE作成装置

調節精度は  $0.25^{\circ}\text{C}$  ( $900^{\circ}\text{C}$  附近) である。モータ  $M_r, M_p$  により基板の回転および昇降を行ない、白金基板ホルダーに保持された基板を白金ルツボ ( $50\text{cc}$ ) 内のメルトに浸漬することによりエピタキシャル成長を行なう。

基板材料には、よく研究され、転位密度も少なく比較的大きな面積が得られる非磁性ガーネット単結晶の  $\text{GGG}$  を用いた。面方位は  $\langle 111 \rangle$ 、直径  $32\text{mm}$ 、厚さ  $0.5\text{mm}$  であり、両面はエピタキシャル用の化学エッチングが施されている。

## 2-2 LPE 作成の手順

温度プログラムとディップ動作のタイミングを図2に示す。最高温度は飽和温度—晶出温度—より  $100 \sim 150$

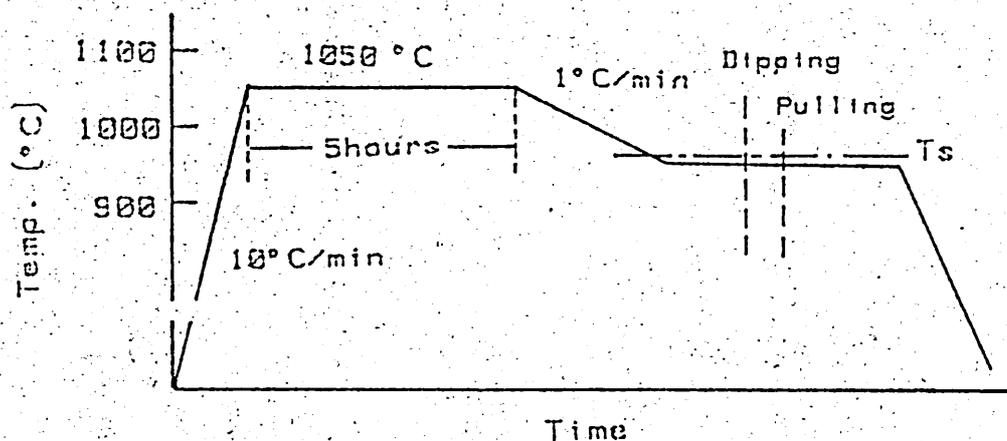


図2 等温成長法の温度プログラムとディップタイミング

℃高く設定し(今回は $1050^{\circ}\text{C}$ ), 最高温度での保持時間は完全な溶解を図るために5時間とした。飽和温度より低い過冷却の状態—過冷却度は晶出結晶によって異なる—にまで温度を降下させ, 30分間位経過してからディップ温度付近で予備加熱した基板を $100\text{rpm}$ で回転させながらディップする\*。その後も温度を一定に保ち, 所要の時間経過してから基板を引き上げる。

### 2-3 飽和温度— $T_s$ —の測定法

おおよその飽和温度を想定し, その温度より $10^{\circ}\text{C}$ 位高い温度で基板に10分間成長させ, 表面状態を肉眼で観察する。結晶の付着がない場合,  $5^{\circ}\text{C}$ 間隔で温度を下げながら同様のプロセスをくり返す。ある回で結晶の付着が見られ, その後, 基板を取り替えて, 成長温度を下げ, ディップをくり返す。次にそれぞれの膜厚をディップ温度に対してプロットし, 曲線が温度軸と切る点を外挿し, 交差した温度を飽和温度— $T_s$ —とする。

---

\* 基板の回転数は膜厚の均一性に影響し,  $100\text{rpm}$ の回転で作成した膜は比較的一様である。

### 3 磁気光学導波路の作成

磁気光学導波路として要求される条件として、1)低損失、2)大きな磁気光学効果、3)磁化ベクトルが膜面内に向く、などが上げられる。一般に鉄ガーネットは赤外域で透明な強磁性体であるが、光導波路としての損失は、 $\text{LiNbO}_3$ 光導波路<sup>7)</sup>やガラス光導波路<sup>8)</sup>に比べ大きい。しかし、非相反素子を構成する上では不可欠な要素である。鉄ガーネット単結晶薄膜は、最初バブル用薄膜として研究され、垂直磁化膜が利用された。以下では、膜面内に磁化ベクトルが向くと予想される $(\text{Sc}, \text{Ga})$ 置換YIGと垂直磁化膜ではあるが大きな磁気光学効果が得られると期待される $(\text{Bi}, \text{Ga})$ 置換YIGの複合YIGを取り上げ、前章の装置を用い、等温成長ティップPE法より磁気光学導波路を作成し、磁気的な特性および伝送特性を実験的に求めた。

#### 3-1 $(\text{Sc}, \text{Ga})$ 置換YIG光導波路

無置換YIGの格子定数( $=12.376 \text{ \AA}$ )は基板GGG( $a=12.383 \text{ \AA}$ )のそれより小さく、磁歪係数が負のた

め、ストレス誘導異方性によって磁化ベクトルの方向は膜面に垂直になる。従って、磁化ベクトルの方向を膜面内に向けるためには、膜の格子定数を基板のそれより大きくするか、あるいは磁歪係数が正となる組成を選べばよい<sup>9)</sup>。(Sc, Ga)置換YIGは前者に相当する。ここでは文献(10)で用いられた表1に示すメルト組成で導波路の作成を行った。

表1 (Sc, Ga)置換YIG光導波路作成に用いたメルト組成

Component	Weight (g)	Component	Weight (g)
Y <sub>2</sub> O <sub>3</sub>	1.1292	Ga <sub>2</sub> O <sub>3</sub>	0.5779
Sc <sub>2</sub> O <sub>3</sub>	0.0345	PbO	229.7585
Fe <sub>2</sub> O <sub>3</sub>	15.9690	B <sub>2</sub> O <sub>3</sub>	4.5953

図3に成長時間を10分間とした場合のディップ温度に対する膜厚の変化を示す。この図より表1に示すメルト組成では飽和温度は976℃となる。

X線回折法より求めた格子不整合のディップ温度依存性を図4に示す。945℃付近では膜と基板との格子整合がとれ、ディップ温度が飽和温度に近づく(過冷却度

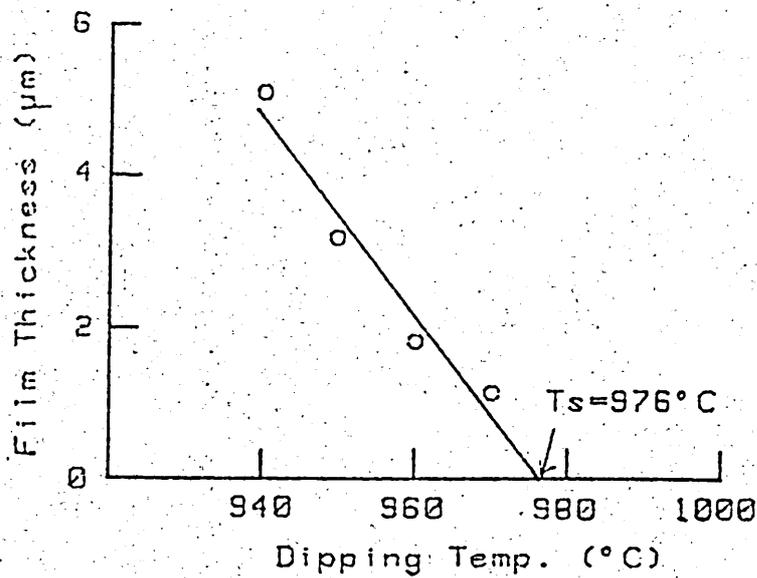


図3 (Sc, Ga)置換YIG導波路の飽和温度の測定

が小さくなる) につれて膜の格子定数は小さくなる。低温では Ga の偏析係数は小さく, Sc のそれは大きくなる<sup>11)</sup>。Sc (イオン半径:  $0.73 \text{ \AA}$ ) は Fe (イオン半

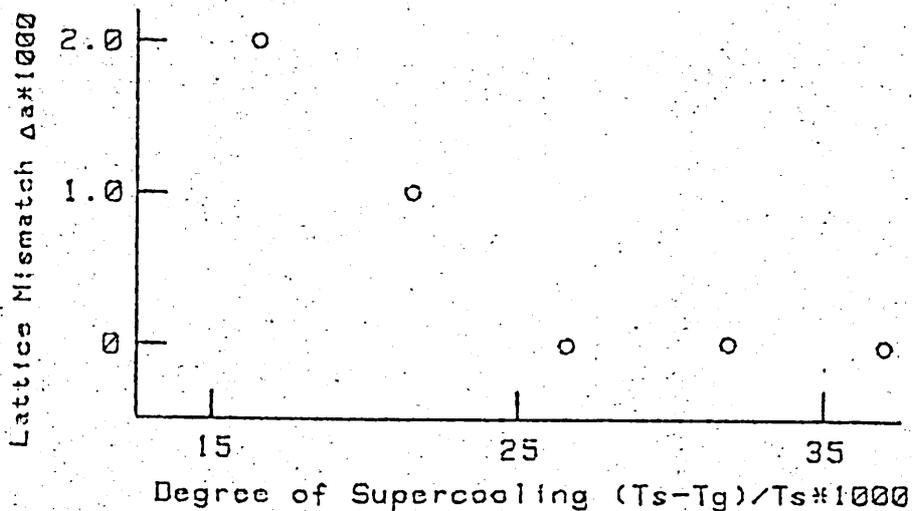


図4 (Sc, Ga)置換YIG導波路の格子不整合とディップ温度との関係  
( $\Delta a = a_s - a_f$ ,  $a_s$ : 基板の格子定数,  $a_f$ : 膜の格子定数)

径：0.64 Å)の一部と置換するためこの複合YIGの格子定数は無置換YIGのそれより大きくなり、基板と格子整合がとれる。一方、飽和温度近くではGa(イオン半径：0.62 Å)の偏析係数は大きく、Scのそれは小さい。GaはFeと置換するが格子定数の変化には大きく影響せず、従って格子定数は無置換YIGの値に近づく。これは図5に示す飽和磁化のディップ温度依存性の測定結果からも説明できる。

図5は振動試料形磁力計(VSM)を用いて測定した飽和磁化の過冷却度に対する変化を示している。Gaの

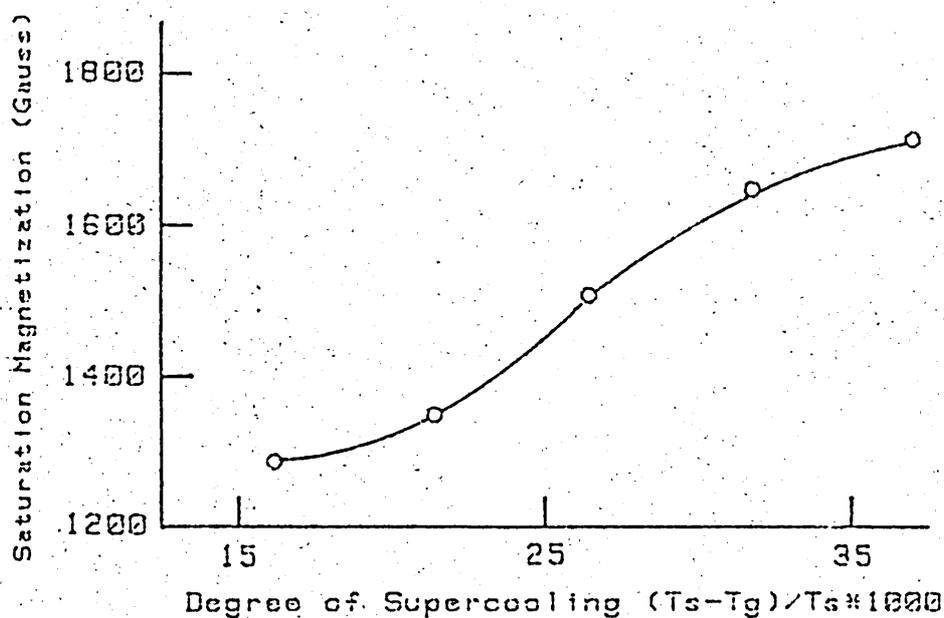


図5 (Sc, Ga)置換YIG導波路の飽和磁化の成長温度依存性

Fe との置換は飽和磁化を減少させるが、偏折係数の温度依存性のため、高温で作成した導波路の飽和磁化は小さくなるのである。

波長  $1.15\mu\text{m}$ ,  $1.29\mu\text{m}$  でのファラデー回転の過冷却度に対する変化を図6に示す。測定にはファラデー変調法を用い、膜に垂直方向のファラデー回転を測定した。ただし、ビッター図より磁化ベクトルは膜面内にあることが確認されたため、膜面垂直方向に飽和磁場以上の磁界 ( $> 2\text{kG}$ ) を加えている。過冷却度が大きくな

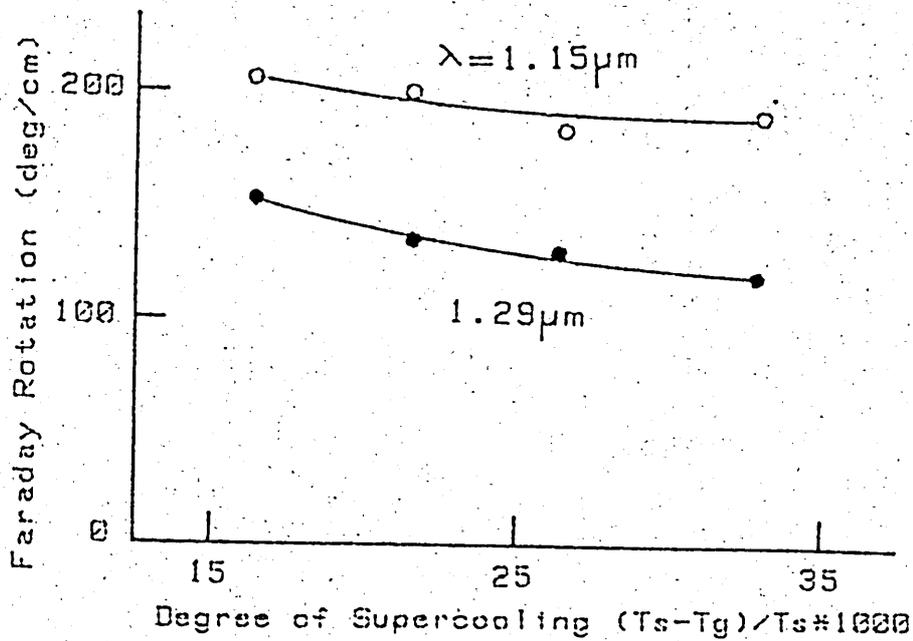


図6 (Sc, Ga)置換YIG導波路のファラデー回転の過冷却度に対する変化

るに従いファラデー回転は減少する傾向にあり、その値は、波長  $1.15 \mu\text{m}$  では無置換 YIG の  $250 \text{ }^\circ/\text{cm}$  に比べ  $25 \%$  程度小さい。これは Sc と Ga とが Fe と置換し、過冷却度が大きい程 Fe の置換量が大きくなるためであり、磁化ベクトルは膜面内に向くかわりにファラデー回転は小さくなるのである。

### 導波実験

光源に波長  $1.15 \mu\text{m}$  の He-Ne レーザを、入出力用プリズムとしてルキルプリズムを用いて伝送特性の測定を行った。測定した各モードの等価屈折率が互いに矛盾しないように膜厚と屈折率とを計算によって求めた。格子整合がとれるテップ温度  $945^\circ\text{C}$  で、5分間成長させた導波路では、膜厚  $3.28 \mu\text{m}$ 、屈折率は TE 偏波に対しては  $2.181$ 、TM 偏波については  $2.179$  であった。偏波による屈折率の違いは成長誘導異方性によるものであると考えられる。

入出力プリズムの間隔を変化させることによって、出力プリズムからの光強度の伝搬距離依存性を求め、それ

より伝搬損失を導出するいわゆるスライディングプリズム法を用いて伝搬損失を求めた。図7に945nmで成長させた導波路の伝搬損失の膜厚に対する変化を示す。ただし、各試料の最高次モードを測定したため、直接の比較はできないが、膜厚が厚い程伝搬損失は小さい。

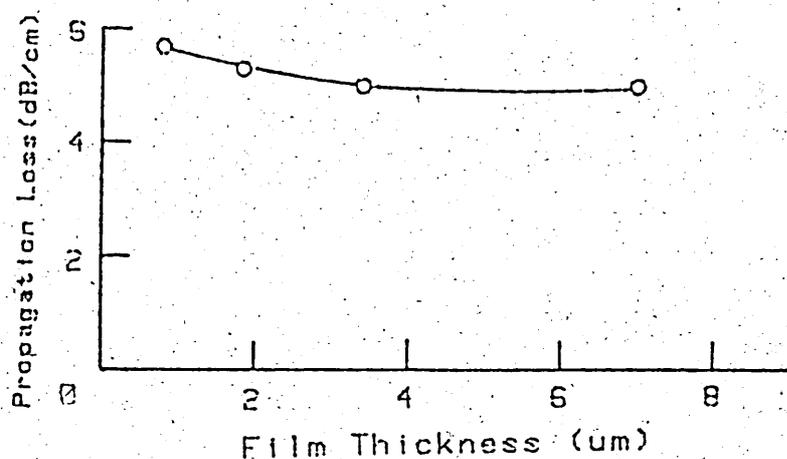


図7 (Sc, Ga)置換YIG導波路の伝搬損失と膜厚との関係

### 3-2 (Bi, Ga)置換YIG光導波路

Bi置換鉄ガーネットは大きい磁気光学効果を示すことが知られて以来バブル用として多く作成されてきた<sup>12)</sup>。ここでは光導波路としての可能性について調べた。バブル用薄膜作成<sup>13)</sup>に用いられた表2に示すメルト組成(フラックスは $PbO - B_2O_3 - Bi_2O_3 - Fe_2O_3$ 系)を用い、2分ないし10分間の作成時間で導波路を作成した。こ

表2: (Bi, Ga)置換YIG光導波路作成に用いたメルト組成

Component	Weight (g)	Component	Weight (g)
Y <sub>2</sub> O <sub>3</sub>	2.0122	Ga <sub>2</sub> O <sub>3</sub>	2.8528
Bi <sub>2</sub> O <sub>3</sub>	133.9423	PbO	115.1333
Fe <sub>2</sub> O <sub>3</sub>	16.1456	B <sub>2</sub> O <sub>3</sub>	4.9827

のメルト組成の飽和温度は985℃である。

図8に過冷却度に対する格子不整合と成長速度の変化を示す。図より960℃附近で膜と基板との格子整合がとれ、過冷却度を大きくするに従い格子不整合は大きく

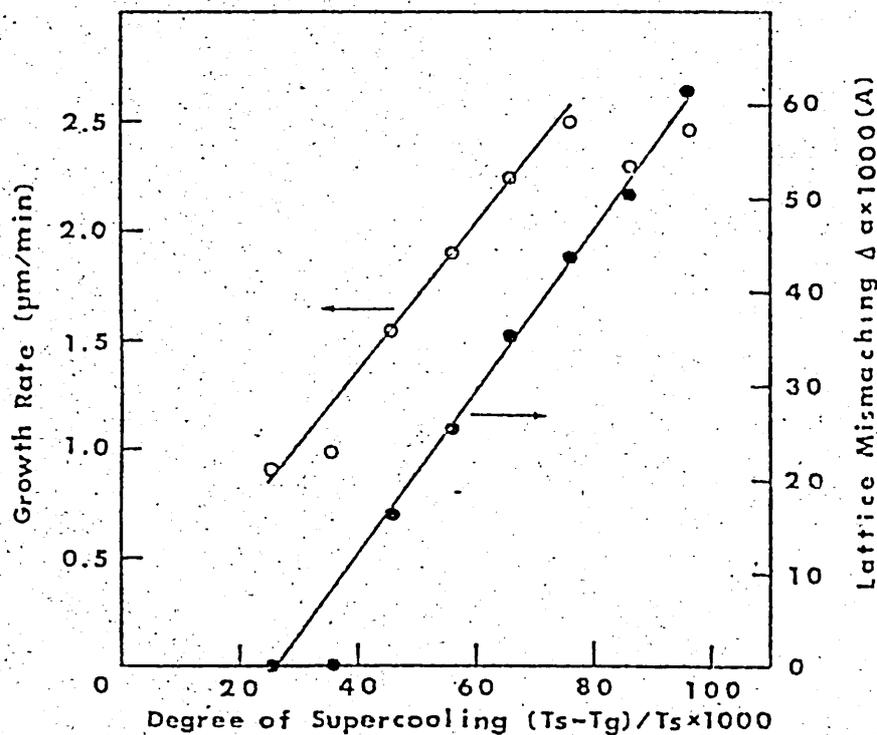


図8 (Bi, Ga)置換YIG導波路の格子定数と成長速度の過冷却度に対する変化

なることがわかる。飽和温度から  $73^{\circ}\text{C}$  過冷却（過飽和度：0.075）の状態までは成長速度は過冷却度に比例しているが、それ以上の過冷却ではもはや比例しなくなる。これは低温になるに従い  $B_2$ （イオン半径： $1.02 \text{ \AA}$ ）の  $Y$ （イオン半径： $0.90 \text{ \AA}$ ）への置換量が増加し、膜の格子定数が大きくなるためである。またデカップ温度が低いとメルトが不安定になり、メルト中で核生成が起るために低温での成長速度はもはや過冷却度に比例しなくなる。さらに、低温で成長させた膜にはクラックが生じ、過冷却度が大きくなるに従いクラックの数は増加する。しかしながらこのクラックは光の伝送に対しては大きく影響せず、100%の過冷却で作成した導波路でも損失は小さくなく導波が確認された。また、導波路の結晶性は電子線回折で測定するかぎりでは失われていない。

図9に飽和磁化の過冷却度に対する変化を示す。 $(\text{Sc}, \text{Ga})$  置換  $YIG$  導波路に比べメルト組成の  $\text{Ga}$  の量が多いために飽和磁化は小さくなっている。 $\text{Ga}$  の偏析係数

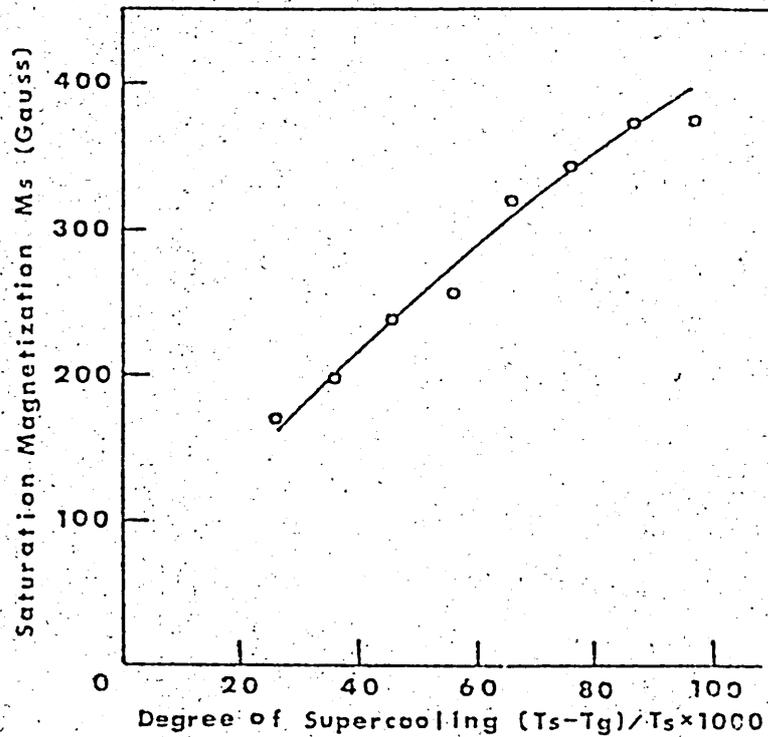


図9 (Bi, Ga)置換YIG導波路の飽和磁化の過冷却度に対する変化

の温度依存性により飽和磁化は変化し、この範囲の成長温度では150から350ガウス変わる。変調器への応用を考えた場合、飽和磁化が小さい程変調電力は小さくてすむことになる<sup>(4)</sup>。

波長1.15  $\mu m$ , 1.29  $\mu m$ でのファラデー回転の過冷却度に対する変化を示したのが図10である。過冷却度を大きくすることにより、ファラデー回転は大きくなり、たとえば波長1.15  $\mu m$ での無置換YIGのファラ

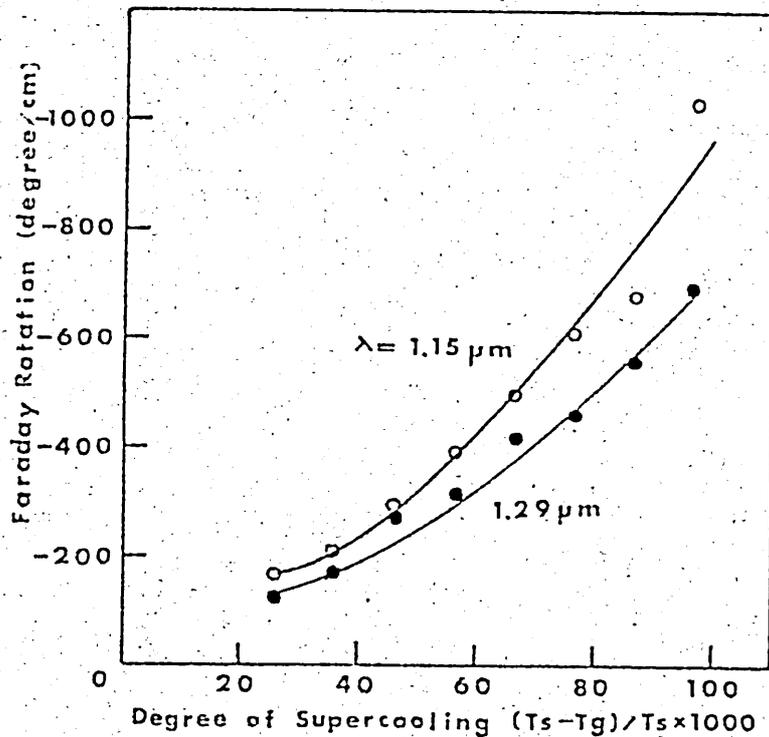


図10 (Bi, Ga)置換YIG導波路のファラデー回転の過飽和度に対する変化

ファラデー回転が250 %cmであることから0.04以上の過冷却度で成長させることにより無置換YIGのファラデー回転より大きな値が得られる\*。

過冷却度に対するBiとGaの置換量の変化を図11に示す。置換量は、格子定数と飽和磁化とにより計算によって求めた。これより、過冷却度が大きくなるに従い

\* (Bi, Ga)置換YIGのファラデー回転の符号は負となるため今の場合、絶対値を比較している。

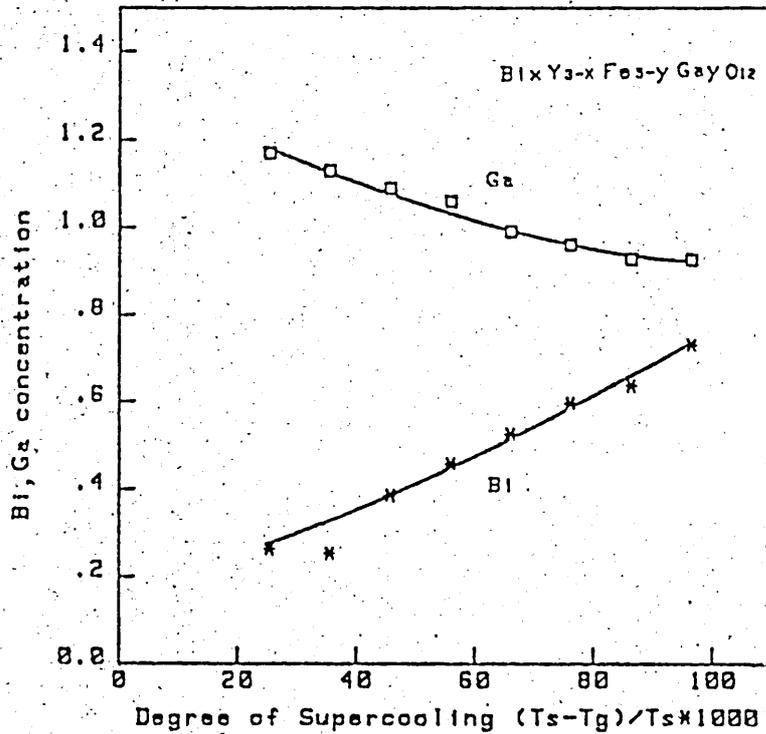


図11 (Bi, Ga)置換YIG導波路のBiとGaの置換量の過冷却度依存性

Gaの置換量は小さくなり、Biのそれは大きくなるこ  
とがわかる。図10のファラデー回転の増加はBiの置  
換量の増加に対応している。

### 導波実験

図12に波長 $1.15\mu\text{m}$ での導波路の屈折率の過飽和  
度に対する変化を示す。(Sc, Ga)置換YIG導波路の場  
合と同様にプリズム結合器へのレーザー光の入射角の測定  
値を用い計算より求めた。この図における屈折率の変化

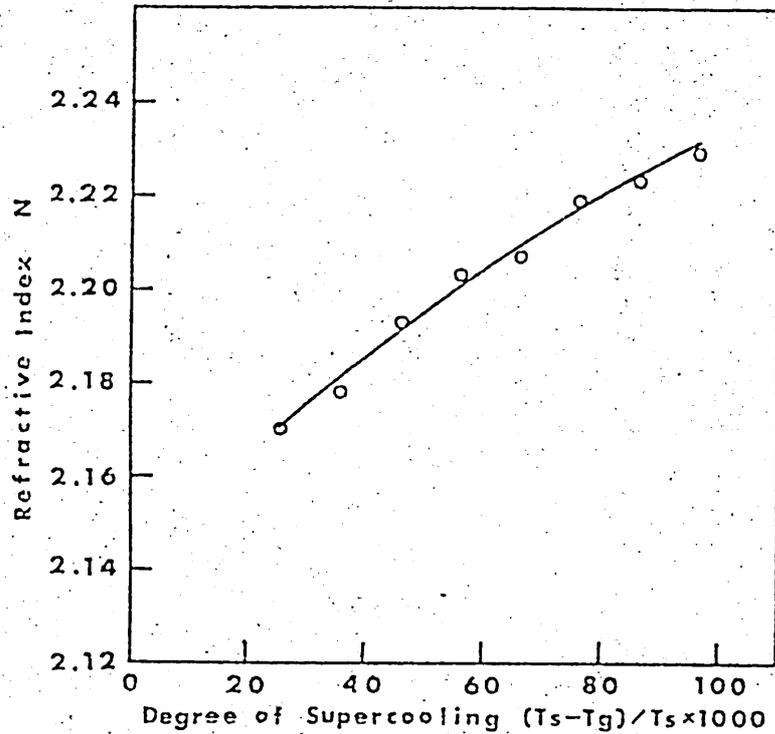


図12 (Bi, Ga)置換YIG導波路の屈折率の成長温度依存性

も Bi の置換量の変化に対応し、成長温度を変えることにより、屈折率を 2.17 から 2.23 まで変化させることができる。

次に、920 nm で 3 分間成長させて作成した導波路 (膜厚:  $6.7 \mu\text{m}$ ) に対する波長  $1.15 \mu\text{m}$  での伝搬損失のモード次数に対する変化を図 13 に示す。この場合の損失測定は (Sc, Ga) 置換 YIG 導波路の測定法とは異なり、ストリーク光の散乱強度を赤外 TV カメラで撮り、

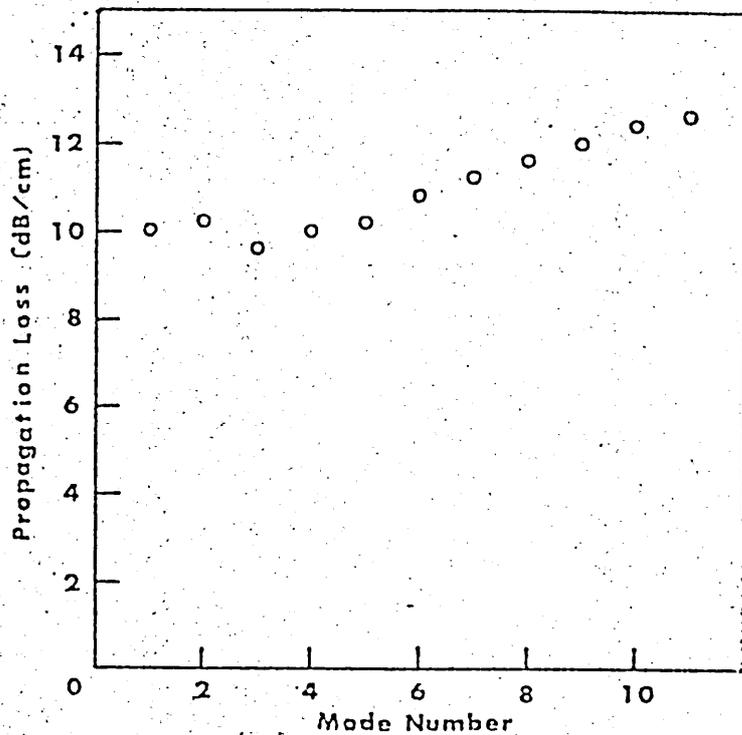


図13 (Bi, Ga)置換YIG導波路の伝搬損失のモード次数に対する変化

伝搬路離に対する強度分布を計算機処理することにより、伝搬損失を求めた。低次モードでは約  $10 \text{ dB/cm}$  とほぼ一定の値であるが、高次モードになるに従い損失は大きくなる。これは高次モード程散乱損失を受け、低次モードではその影響が少ないためである。低次モードの伝搬損失が一定であることから、過冷却度に対する伝搬損失を、1次モードについて測定を行った。図14 から膜厚の違いを考慮すると、成長温度に対し、伝搬損失は大

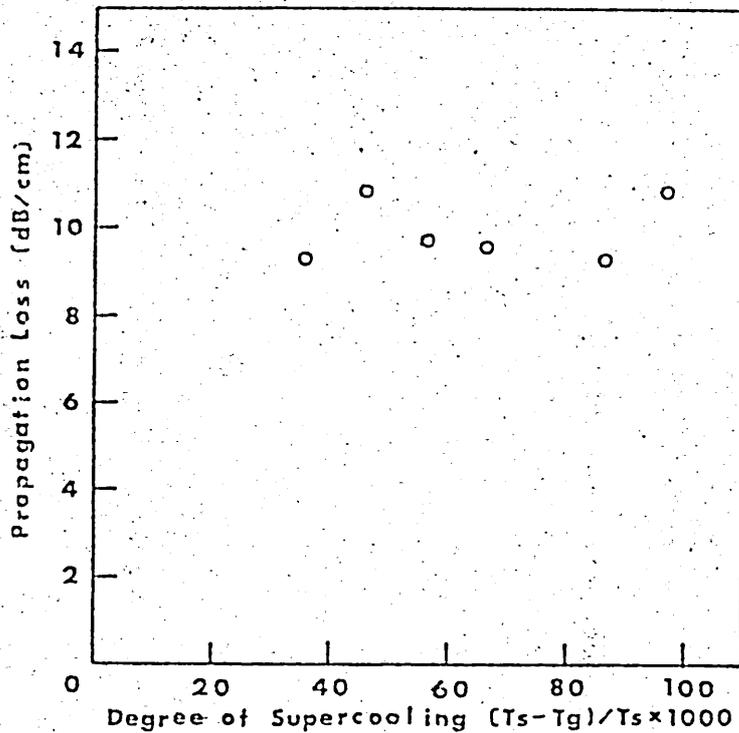


図14 (Bi, Ga)置換YIG導波路の伝搬損失の過冷却度に対する変化

大きく変化しないことがわかる。低次モードの伝搬損失は主に吸収損失であると考えると、吸収損失は成長温度に大きく依存しない。LPE成長した導波路の吸収損失を与える要素としてPbの混入が考えられるが、図14の結果はPbの混入量は少ないことを示している。実際、EPMA (Electron Probe Micro Analysis) で測定した限りではPbの混入量は測定限界範囲外であった。

#### 4. もすび

等温ディップLPE法を用いて、(Sc, Ga)置換YIGおよび(Bi, Ga)置換YIGの複合YIG磁気光学導波路を作成し、近赤外での伝送特性および磁気的な特性を実験的に求めた。磁気特性は、メルト組成を参考にした文献の値とほぼ同じであった。(Sc, Ga)置換YIG導波路については、導波可能な導波路が作成できる過冷却範囲は約20℃と狭いが、膜面内に磁化ベクトルが向くことが確認された。一方、(Bi, Ga)置換YIG導波路に関しては、比較的広い成長温度範囲(約100℃)で作成した導波路で伝送可能であり、40℃以上の過冷却で作成した導波路のファラデー回転は無置換YIGの値より大きな値になることがわかった。また、作成温度を変えるだけで、伝搬損失は大きく変化せず、屈折率と飽和磁化、ファラデー回転が変化し、デバイスへの応用が期待できる。

(Bi, Ga)置換YIG導波路の磁化ベクトルの方向は導波路面に垂直であり、従って大きなファラデー回転を有

し、さらに磁化ベクトルを導波路面内に向けるためには、別の組成の検討が必要であり、現在、実験的な検討を行っている。さらに今回作成した導波路のデバイス化を目指しており、別の機会に報告したいと思っている。

## 文 献

- (1) I.P.Kaminow : An Introduction to Electrooptic Devices  
Academic Press, New York, 1974.
- (2) R.C.Alferness : IEEE J.Quantum Electron.,QE-17 (1981)  
946.
- (3) M.Izutsu,S.Shikama, and T.Sueta : IEEE J.Quantum  
Electron., QE-17 (1981) 2225.
- (4) P.K.Tien,R.J.Martin,S.L.Blank,S.H.Wemple,and  
L.J.Varnerin:Appl.Phys.Lett.,21 (1972) 207.
- (5) J.P.Castera and G.Hepner : Appl.Opt., 16 (1977) 2031.
- (6) S.L.Blank and J.W.Nielsen : J. Crystal Growth 17  
(1972) 302.
- (7) A.M.Glass,I.P.Kaminow,A.H.Ballman, and D.H.Olson : Appl  
Opt., 19 (1980) 276.
- (8) Y.G.Giallorenzi,E.J.West,R.Kirk,R.Ginther,and  
R.A.Andrews : Appl.Opt., 12 (1973) 1240.
- (9) W.Bardsly,D.T.J.Hurk,and J.B.Mullin (eds) : Crystal  
Growth:A Tutorial Approach, North Holland (1979) 245.
- (10) A.Shibukawa and M.Kobayashi: Appl.Opt., 20 (1981)  
245.
- (11) J.Daval,B.Ferrand,J.Geynet,and J.C.Peuzin : Mat.Res.  
Bull., 10 (1975) 95.
- (12) G.B.Scott and D.E.Lacklison : IEEE Trans. Mag.MAG-12  
(1973) 292.
- (13) S.Ito,I.Mikami,Y.Sugimoto, and S.Taniguchi :IEEE  
Trans.Mag.MAG-9 (1973) 460.
- (14) W.H.Wemple,J.F.Dillon,L.G.Van Uitert,and  
W.H.Groadkiewicz:Appl.Phys.Lett.,22 (1973) 331.

輻射科学研究会資料  
RS82-3

空間高調波展開法による  
周期構造誘電体導波路の解析

山北次郎、高木俊幸、六島克  
(大阪府立大学 工学部)

昭和57年5月14日

於 大阪大学 基礎工学部

## 1. ま え が き

周期構造を持つ誘電体導波路は光集積回路における入出力結合器やフィルタ、DFB、DBRレーザなどの基本構造として極めて重要である。しかし、周期構造誘電体内を伝搬する波動の厳密な理論的取扱はかなり難解であり、向うかの近似解法を用いた解析が数多い<sup>(1)~(3)</sup>。表面に周期的コルゲーションが施された誘電体導波路の有力な理論的解析手法の一つに結合モード理論<sup>(4)(5)</sup>がある。結合モード理論は電磁界の展開モード関数の直交完備性に基づいており、導波・放射両モードを含む結合モード方程式によって実質的な厳密解を得ることが期待できる。ところが、放射モードは連続スペクトルを持つため取扱は極めて難しく、個々の特別な場合にのみ成功例<sup>(6)~(8)</sup>を見るにすぎず、一般には、結合モード間の位相整合条件を用いて放射モードの一部又は全部を最初から省略した近似解法が用いられることが多い。しかし、これらの近似解法の有効範囲については、その比較対照である厳密解を得ることの困難さのため報告例は数少ない。結合モード理論は格子領域における境界条件を直接に考慮しない<sup>(9)</sup>点、有限周期に対しても適用できる点<sup>(9)(10)</sup>、展開モード関数の物理的意味の明確な点などの有利さを持つが、理論解析上の精度を向上させる

目的から、連続スペクトルモードを全面的に採用して厳密解を得ようとする試みは計算量の巨大化を来たしあまり得策でないように思える。

一方、T. Tamir や S. T. Peng らは周期構造誘電体導波路の解析法として、Floquet の定理に基づく電磁界の空間高調波展開と、等価横方向回路表示による境界整合法とを用いた厳密解析法を報告している<sup>(11)~(13)</sup>。この解法は計算が繁雑な点と漏れ波モード解析であるため物理的意味が不明確になり、光導波路において用いられることは比較的少ないが、結合モード理論による厳密解への試みよりは見通し良いように思える。

本報告では、厳密解を得る手法として、この空間高調波展開法を採用している。特に横方向複素波伝搬に関し、境界行列なる考えを新たに導入することによって、横方向複素波伝搬並びに横共振条件を、全て伝送行列的表示法を用いて解析する手法を示している。その結果、数式の繁雑さ及び物理的意味の不明確さが解消されると同時に、繰り返し計算によって高精度の解を求めることが可能となる。なお、本報告においては、簡単化のために方形格子を持つ誘電体導波路のTE波のみについて考えることにし、時間因子は  $\exp(j\omega t)$  を採用している。

## 2. 波動関数の空間高調波展開

Fig. 1 に示すような  $y$  方向に一様で、 $z$  方向に周期構造を持つ誘電体導波路について考える。領域 I は比誘電率が  $\epsilon_a$  である空気層、領域 II は比誘電率  $\epsilon_g(z)$  で表される周期  $\Lambda$  の格子層、更に、領域 III、IV はそれぞれ比誘電率が  $\epsilon_f$ 、 $\epsilon_s$  であるフィルム層及び基板層である。又、領域 II、III の厚みは  $d_g$ 、 $d_f$  で示され、領域 I、IV は半無限空間である。

各領域における波動関数  $\Phi_i$  ( $i=I \sim IV$ 、以下省略) は波動方程式

$$\frac{\partial^2 \Phi(x, z)}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \Phi(x, z)}{\partial z^2} + \epsilon k_0^2 \Phi(x, z) = 0 \quad (1)$$

を満足する。但し、 $k_0$  は真空での波数で  $k_0 = 2\pi/\lambda$  である。又、比誘電率  $\epsilon$  は格子層では  $\epsilon_g(z+\Lambda) = \epsilon_g(z)$ 、空気層、フィルム層、基板層ではそれぞれ  $\epsilon_a$ 、 $\epsilon_f$ 、 $\epsilon_s$  である。

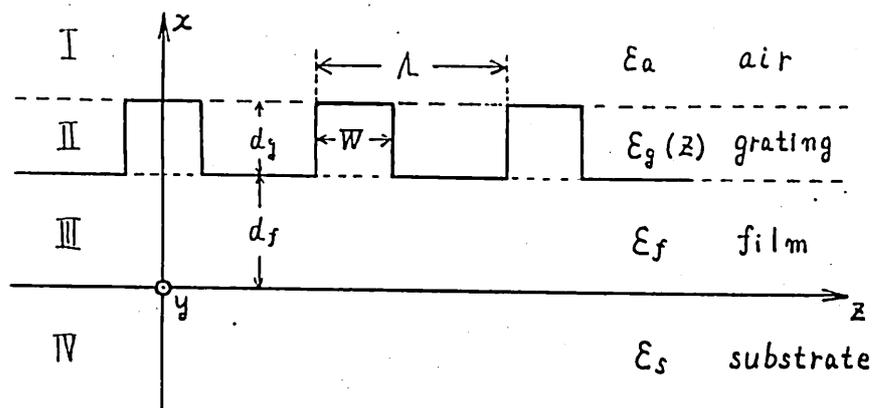


Fig. 1 周期構造誘電体導波路の構造

周期構造における波動関数については Floquet の定理が成立し

$$\Phi(x, z+\Lambda) = \exp(-j\gamma_0\Lambda) \Phi(x, z) \quad (2)$$

なる形式の波動関数を持つ。但し、 $\gamma_0$  は一般に複素数で、

$\gamma_0 = \beta_0 - j\alpha$  で表現する。又、式(2)を周期関数  $f(x, z)$  を用

いて表現しなおせば

$$\Phi(x, z) = \exp(-j\gamma_0 z) f(x, z) \quad (3)$$

$$f(x, z+\Lambda) = f(x, z) \quad (4)$$

となる。更に、 $f(x, z)$  の周期性に着目すれば

$$f(x, z) = \sum_n a_n(x) \exp(-j\frac{2\pi}{\Lambda} n z) \quad (5)$$

のように展開表示できるから、これを式(3)に代入することによ

って次式に示す波動関数の展開表示式が得られる。

$$\Phi(x, z) = \sum_n a_n(x) \exp(-j\gamma_n z) \quad (6)$$

$$\text{但し、} \quad \gamma_n = \gamma_0 + \frac{2\pi}{\Lambda} n \quad (7)$$

次に、式(6)を波動方程式(1)に代入し、 $\exp(j\gamma_m z)$  を乗じて  
変数  $z$  に関し一周期に渡り積分すれば

$$\frac{\partial^2 a_m}{\partial x^2} - \gamma_m^2 a_m + k^2 \sum_n b_{m-n} a_n = 0 \quad (8)$$

が得られる。但し、 $b_{n-m}$  は

$$b_{n-m} = \frac{1}{\Lambda} \int_0^\Lambda \varepsilon(z) \exp\{-j\frac{2\pi}{\Lambda} (n-m)z\} dz \quad (9)$$

で与えられる比誘電率  $\varepsilon(z)$  の  $(n-m)$  次の Fourier 係数である。

今、波動関数の展開係数  $a_m$  から成る無限列ベクトル  $\mathcal{Q}(x)$

$$Q(x) = [ \dots a_{n-1}(x) \dots a_0(x), \dots a_n(x) \dots ]^T \quad (10)$$

を導入すれば式(8)は次の様な2階の行列微分方程式となる。

$$\frac{\partial^2}{\partial x^2} Q(x) + [P] Q(x) = 0 \quad (11)$$

ここに、[P]は係数行列であつてその要素は

$$P_{mn} = \kappa_m^2 b_{n-m} - \delta_m^2 \delta_{mn} \quad (12)$$

で表される。式(11)の解法は係数行列[P]の固有値問題に帰着するから、行列[P]の固有値を $\lambda_m^2$ 、これに対応する固有ベクトル $T^{(m)}$ からなる対角化行列を[T]で表し、新たに、無限列ベクトル $g(x)$ を導入して

$$Q(x) = [T] g(x) \quad (13)$$

なる変数変換を式(11)に施せば

$$\frac{\partial^2}{\partial x^2} g(x) + \text{diag}[\lambda_m^2] g(x) = 0 \quad (14)$$

となる。ところが、 $\text{diag}[\lambda_m^2]$ は係数行列[P]の固有値 $\lambda_m^2$ からなる対角行列であるから、式(14)の一般解は

$$g(x) = g^+(x) + g^-(x) \quad (15)$$

$$g^\pm(x) = \text{diag}[\exp\{\mp j\lambda_m(x-x_0)\}] g^{(\pm)}(x_0) \quad (16)$$

によつて与えられる。但し、 $g^\pm(x_0)$ は境界条件で決定する定数である。行列[P]の固有値 $\lambda_m^2$ の平方根 $\lambda_m$ の決定については後述するが、 $g_m^+(x)$ は $x$ の正方向に、 $g_m^-(x)$ は $x$ の負方向に伝搬する正規モード振幅を表現しているものと考えれる。従つ

て、同一領域内、即ち、構造が $x$ 方向に一様である範囲において、正規モード振幅  $g_m^\pm(x)$  からなる列ベクトルの関係式

$$\begin{bmatrix} g^+(x) \\ g^-(x) \end{bmatrix} = [U(x-x_0)] \begin{bmatrix} g^+(x_0) \\ g^-(x_0) \end{bmatrix} \quad (17)$$

$$[U(x)] = \begin{bmatrix} \text{diag}[e^{-j\lambda_m x}] & 0 \\ 0 & \text{diag}[e^{j\lambda_m x}] \end{bmatrix} \quad (18)$$

によって一義的に  $g^\pm(x)$  は決定する。ここに、行列  $[U(x)]$  は正規モード振幅ベクトル  $g^\pm(x)$  の $x$ 方向伝搬を表す伝送行列である。即ち、 $x$ 方向に一様な同一領域内における波動関数は、 $x=x_0$ での正規モード振幅ベクトル  $g^\pm(x_0)$  が与えられるなら、その $x$ 方向伝搬は式(17)で与えられ、更に式(15)(13)によって空間高調波展開係数ベクトル  $a(x)$  が定まり、最後に式(6)によって波動関数  $\psi(x, z)$  が決定することになる。

一方、微分波動関数  $\partial\psi/\partial x$  については、展開式(6)が項別微分可能なら、式(13)より正規モード振幅ベクトル  $\partial g/\partial x$  によって決定する。ところが、 $\partial g/\partial x$  は式(15)(16)を用いれば

$$\frac{\partial g}{\partial x} = \frac{\partial g^+}{\partial x} + \frac{\partial g^-}{\partial x} = -j \text{diag}[\lambda_m] \{ g^+(x) - g^-(x) \} \quad (19)$$

となるから、微分波動関数  $\partial\psi/\partial x$  もまた、正規モード振幅ベクトル  $g^+(x)$ 、 $g^-(x)$  により表現できることになる。

特別な場合として、空気層、フィルム層や基板層のような

均一媒質層の場合を与えれば比誘電率の Fourier 係数  $b_n$  は

$$b_0 = \epsilon_a \text{ or } \epsilon_f \text{ or } \epsilon_s, \quad b_n = 0 \quad (n \neq 0) \quad (20)$$

となるから、係数行列  $[P]$  は対角行列になる。従って、その固有値  $\chi_m^2$  は

$$\chi_m^2 = b_0 k_0^2 - \gamma_m^2 \quad (21)$$

で与えられる。又、係数行列  $[P]$  の対角化行列  $[T]$  は単位行列となる。このため波動関数  $\Phi(x, z)$  は、式(6)(13)(15)及び式(16)を用いて

$$\Phi(x, z) = \sum_m \left\{ g_m^+(x) e^{-j\chi_m(x-x_0)} + g_m^-(x) e^{j\chi_m(x-x_0)} \right\} e^{-j\chi_m z} \quad (22)$$

によつて示される。従つて、均一媒質内における波動関数は空間高調波展開係数ベクトル  $Q(x)$  を経由しないで、直接正規モード振幅  $g^\pm(x)$  によつて決定する。又、微分波動関数についても全く同様である。

### 3. 境界整合と境界行列の導入

同一領域内での波動関数は正規モード振幅ベクトル  $g^\pm(x)$  による伝送行列的手法によつて決定することを示したが、次に第(i)領域と第(ii)領域間の境界条件を正規モード振幅ベクトル  $g^\pm$  を用いて表示することを考える。

空間高調波展開法では、波動関数  $\Phi$  は既に  $z$  方向に関して展開表示されているため、境界整合法として Fourier 展開法<sup>(3)</sup>

を採用するのが最も自然である。従って、第(i), 第(i+1)領域における Dirichlet 及び Neumann 条件は、Fourier 展開の直交性を用いて、空間高調波展開係数ベクトルの関係式

$$\Phi_{(i)}(x_b) = \Phi_{(i+1)} \implies Q_{(i)}(x_b) = Q_{(i+1)}(x_b) \quad (23)$$

$$\frac{\partial \Phi_{(i)}(x)}{\partial x} \Big|_{x=x_b} = \frac{\partial \Phi_{(i+1)}(x)}{\partial x} \Big|_{x=x_b} \implies \frac{\partial Q_{(i)}(x)}{\partial x} \Big|_{x=x_b} = \frac{\partial Q_{(i+1)}(x)}{\partial x} \Big|_{x=x_b} \quad (24)$$

によって与えられる。なお、 $x_b$  は境界における  $x$  の値であるが、以下の関係式では省略する。ところが、空間高調波展開係数ベクトル  $Q$  は式(13)より正規モード振幅ベクトル  $g$  によって表されるから、式(23)(24)はそれぞれ

$$[T_i] g_{(i)} = [T_{i+1}] g_{(i+1)} \quad (25)$$

$$[T_i] \frac{\partial g_{(i)}}{\partial x} = [T_{i+1}] \frac{\partial g_{(i+1)}}{\partial x} \quad (26)$$

となり、更に、式(15)(19)を用いれば

$$[T_i] (g_{(i)}^+ + g_{(i)}^-) = [T_{i+1}] (g_{(i+1)}^+ + g_{(i+1)}^-) \quad (27)$$

$$[T_i] \text{diag}[\chi_m^{(i)}] (g_{(i)}^+ - g_{(i)}^-) = [T_{i+1}] \text{diag}[\chi_m^{(i+1)}] (g_{(i+1)}^+ - g_{(i+1)}^-) \quad (28)$$

となる。次に、列ベクトル  $[g^+ \ g^-]^T$  を導入して両式を伝送行列形式に改めれば

$$\begin{bmatrix} g_{(i)}^+ \\ g_{(i)}^- \end{bmatrix} = [iB_{i+1}] \begin{bmatrix} g_{(i+1)}^+ \\ g_{(i+1)}^- \end{bmatrix} \quad (29)$$

となる。ここに、 $[iB_{i+1}]$  は Fourier 展開法による境界整合条件を満足させる行列であって、その各成分は

$$[{}_i B_{i+1}] = \begin{bmatrix} [{}_i b_{i+1}^+] & [{}_i b_{i+1}^-] \\ [{}_i b_{i+1}^-] & [{}_i b_{i+1}^+] \end{bmatrix} \quad (30)$$

但し、

$$[{}_i b_{i+1}^\pm] = \frac{1}{2} \{ [T_{i+1}]^{-1} [T_{i+1}] \pm ([T_{i+1}] \text{diag}[\chi_m^{(i)}])^{-1} [T_{i+1}] \text{diag}[\chi_m^{(i+1)}] \} \quad (31)$$

で与えられる。この行列 $[{}_i B_{i+1}]$ を本論では境界行列と呼んでいる。なお、ここで導かれた境界行列 $[{}_i B_{i+1}]$ は第 $(i)$ 領域と第 $(i+1)$ 領域が共に格子層である一般形式である。従って、実際には少なくとも第 $(i)$ 、第 $(i+1)$ 領域の一方が均一媒質であるから係数行列 $[P]$ の対角化行列 $[T]$ は単位行列であり簡略化できる。

#### 4. 周期構造誘電体導波路の特性方程式

式(18)の伝送行列と式(30)の境界行列を用いれば、空気層及び基板層における正規モード振幅ベクトル $\mathcal{G}_a^{(\pm)}$ 及び $\mathcal{G}_s^{(\pm)}$ を直接結びつける関係式

$$\begin{bmatrix} \mathcal{G}_a^+ \\ \mathcal{G}_a^- \end{bmatrix} = [W] \begin{bmatrix} \mathcal{G}_s^+ \\ \mathcal{G}_s^- \end{bmatrix} \quad (32)$$

$$[W] = [{}_a B_g] [U_g(d_g)] [{}_g B_f] [U_f(d_f)] [{}_f B_s] \quad (33)$$

が得られる。この伝達行列 $[W]$ はFig.1に従って伝送行列 $[U]$ と境界行列 $[B]$ との積で与えられるため、Fig.1のような方形格子だけでなく、複雑な形状格子に対しても多層分割階段近似可能

な限り、単に行列積計算の回数の増加だけで伝達行列 $[T]$ が求められる利点を持つ。

横共振法によって導波路の特性方程式を導出するに先立ちまず空気層と基板層における波動関数について考察を加える。均一媒質における波動関数の一般形式は正規モード振幅ベクトル $g^{(4)}$ から式(22)によって与えられる。ところが、空気層及び基板層は半無限空間であるため $g^+$ と $g^-$ が同時に存在することはない<sup>†</sup>。今、空気層において、 $g_a^+$ を採用することになれば、その $z$ 方向変化因子は $\exp(-jk_m z)$ である。しかし、 $z$ 方向伝搬定数 $k_m$ は式(21)で与えられる $k_m^2$ より決定されるため、平方根の符号選択問題が生じる。空間高調波の $z$ 方向伝搬定数は $\gamma_m = \beta_m - j\alpha$  ( $\alpha > 0$ )なる複素数であるから、 $\text{Re}(k_m^2)$ と $\text{Im}(k_m^2)$ の符号は $\gamma_m$ 平面においてFig.2に示す場合分けが可能となる。場合分けI, IVは*slow wave*、II, IIIは*fast wave*であり、これらの各場合に対しFig.3(a)に示す正の虚軸にカットのある $k_m^2$ -Riemann面を用いれば、Fig.3(b)の $k_m$ -平面に一対一対応させることができる。Fig.3(b)の上半面は無限遠点放射条件を満足しない

<sup>†</sup>  $g_a^+$ と $g_s^-$ が*outgoing wave*、 $g_a^-$ と $g_s^+$ が*incoming wave*<sup>(4)</sup> 7<sup>°</sup> あって、空気層か基板層の少なくとも一方において両波を採用すれば連続スペクトルの放射モードとなつて、 $z$ 方向伝搬定数 $\gamma$ が実軸又は虚軸上に存在するモードになる。

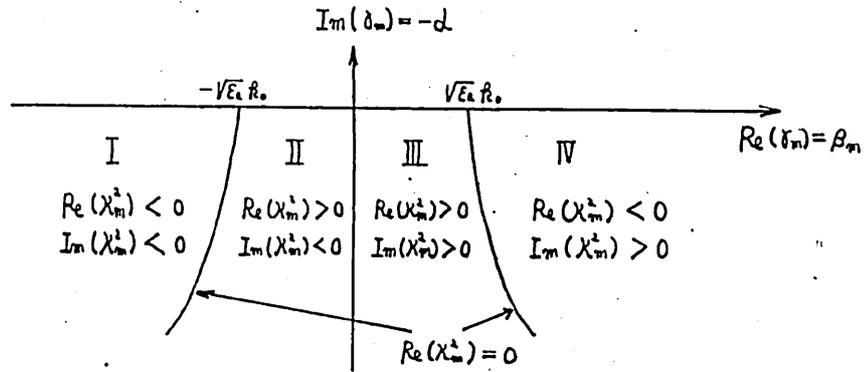


Fig. 2 複素伝搬定数  $\gamma_m$  に対する  $\chi_m^2$  の場合分け

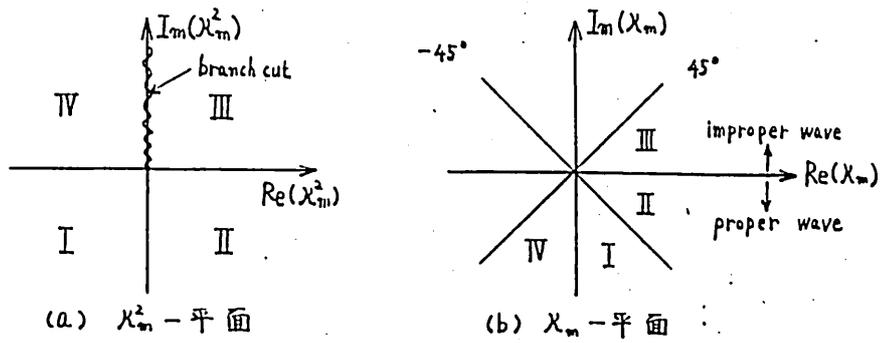


Fig. 3  $\chi_m^2$ -平面と  $\chi_m$ -平面

improper wave、下半面は放射条件を満足する proper wave<sup>(45)</sup>である。従って、場合分け III、即ち  $0 < \beta < \sqrt{\epsilon_a R_0^2 + d^2}$  の範囲内の空間高調波成分だけが improper wave となる。基板層においても全く同様な平方根符号採用を行い、基板層が  $-x$  方向に半無限であることを考慮すれば正規モード振幅ベクトル  $q_s^-$  を採用することになる。従って、式(32)に  $q_a^- = 0$ 、 $q_s^+ = 0$  なる零ベクトル

条件を代入し、伝達行列 $[W]$ を $[W_1] \sim [W_4]$ の4つの小行列に分解して表せば

$$\begin{pmatrix} \mathcal{G}_a^+ \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} [W_1] & [W_2] \\ [W_3] & [W_4] \end{bmatrix} \begin{pmatrix} 0 \\ \mathcal{G}_s^- \end{pmatrix} \quad (34)$$

となる。式(34)は周期構造誘電体導波路の積共振条件であってこれより次式の特性方程式が得られる。

$$\det [W_4] = 0 \quad (35)$$

周期構造誘電体導波路のモード解析はこの特性方程式を満足す方向伝搬定数 $\gamma_0 = \beta_0 - j\alpha$ を探索する問題に帰着する。即ち式(35)を満足する複素解 $\gamma_0$ が決定すれば、同次方程式 $[W_4] \mathcal{G}_s^- = 0$ の非自明解 $\mathcal{G}_s^-$ 、及び $\mathcal{G}_s^+ = 0$ より、式(10)の伝送行列並びに式(30)の境界行列を用いることによって、任意の $x$ に対する正規モード振幅ベクトル $\mathcal{G}_s^\pm(x)$ が定まり、次いで式(13)(15)によって空間高調波展開係数ベクトル $Q(z)$ が決定し、更に、式(6)より固有関数である $\psi(x, z)$ が決定することになる。

なお、周期構造でない様な導波路に対して式(35)の特性方程式は導波モード ( $\sqrt{\epsilon_s} \beta_0 < |\beta_0| < \sqrt{\epsilon_f} \beta_0$ ,  $\alpha = 0$ ) 及び漏れ波モード ( $|\beta_0| < \sqrt{\epsilon_s \beta_0^2 + \alpha^2}$ ,  $\alpha > 0$ ) の特性方程式となっている。

## 5. 数値計算例

空間高調波展開法において最初に問題となる点は、空間高調波の展開打ち切り項数 $M$ である。格子層における比誘電率 $\epsilon(z)$ の $z$ 方向変化が連続な場合は打ち切りに関し Kantorovich の条件を用いて決定できるが、Fig.1 のような比誘電率がステップ状に変化する場合には実際の計算値によって解の収束を評価する他ない<sup>(16)</sup>。Table 1 に  $\epsilon_a = 1.0$ 、 $\epsilon_f = 3.0$ 、 $\epsilon_s = 2.3$ 、 $\Lambda/\lambda = 0.5$ 、 $W/\Lambda = 0.5$ 、 $d_f/\lambda = 1/\pi$  なる方形格子誘電体導波路<sup>(11)</sup> における空間高調波展開項数 $M$ に対する位相定数 $\beta_0$ と減衰定数 $\alpha$ の値を、格子の深さ  $d_g/\lambda = 0.1, 0.2, 0.4, 0.6$  の各場合について示した。又、比較のために Improved coupled mode analysis<sup>(1)</sup> による計算値も示してある。Table 1 より周期  $\Lambda/\lambda = 0.5$  付近では、展開項数 $M$ の値は結果をグラフ表示する限り  $M=4 \sim 5$  で十分であると見なせる。但し、周期  $\Lambda/\lambda$  が長くなれば、それだけ展開項数 $M$ を増加させる必要があるが、格子の深さ $d_g$ の変化に対して展開項数は関係しないことが注目される。

Fig. 4 (a), (b) は格子の深さ  $d_g/\lambda$  に対する規格化位相定数  $\beta_0/\beta_0$  及び規格化減衰定数  $\alpha/\alpha_0$  の変化を示している。格子の周期は  $\Lambda/\lambda = 0.5$  であるので、空気層へ 1 beam、基板層へ 1 beam の放射波が存在している。格子の溝が深くなるに伴い、位相定

数、減衰定数の増加量は飽和すると同時に僅かに振動することが分かる。

次に、格子の周期 $\Lambda/\lambda$ に対する規格化減衰定数 $\alpha/\beta_0$ の変化を Fig. 5 (a) に示す。  $\Lambda/\lambda = 0.315$  の近傍では 1 次の Bragg 条件を満足し、前進表面波である 0 次空間高調波と後進表面波である -1 次空間高調波との電力移行に帰因する。ところが、 $\Lambda/\lambda = 0.630, 0.945$  の近傍では 2 次、3 次の Bragg 条件を満し、表面波である空間高調波間の結果だけでなく、外部放射波である空間高調波が関与している。減衰定数 $\alpha$ は結合モード理論の持つ物理的意味より、導波モード間の結合の結果による成分と外部放射モードとの結合による本来の放射損による成分とに分離して考えるべきものであるが、本手法では、単に空間高調波の伝搬定数 $\beta_m$ の虚数成分として与えられるに過ぎず、厳密には分離できない。なぜなら、各空間高調波は単独では存在しえないため、表面波や放射波に対応する空間高調波成分だけを取り出して個々の物理的意味を評価することは厳密にはできない。但し、 $|\beta_m| < \sqrt{\epsilon_a \beta_0^2 + \alpha^2}$  なる空間高調波成分は空気層において、 $|\beta_m| < \sqrt{\epsilon_s \beta_0^2 + \alpha^2}$  なる空間高調波成分は基板層において複素伝搬波を形成し、その領域だけにおいて明確な物理的意味を持つ。従って、空気層並びに基板層

に外部放射する複素伝搬波の相対振幅を明確にするため、空気層と格子層の境界  $x = d_f + d_g$  における空間高調波振幅  $A_m^{(a)}$  及びフィルム層と基板層の境界  $x = 0$  における空間高調波振幅  $A_m^{(s)}$  を  $x = 0$  における0次空間高調波振幅  $A_0^{(a)}$  で規格化した値を Fig. 5 (b) に示す。但し、 $d_f/\lambda = 0.2$  で横軸は Fig. 5 (a) に対応している。又、 $|\beta_m| > \sqrt{\epsilon_f \beta_0^2 + \alpha^2}$  の高次空間高調波振幅は相対的に小さくグラフの繁雑化を避けるため省略した。

最後に、急峻な変化を伴う Bragg 条件の近傍における複素伝搬定数を拡大表示するために Fig. 6 (a) (b) (c) にフリリオン図を示した。なおパラメータは Fig. 5 (b) と同じである。

M	$d_g/\lambda = 0.1$		$d_g/\lambda = 0.2$		$d_g/\lambda = 0.4$		$d_g/\lambda = 0.6$	
	$\beta_r/k_0$	$\alpha/k_0$	$\beta_r/k_0$	$\alpha/k_0$	$\beta_r/k_0$	$\alpha/k_0$	$\beta_r/k_0$	$\alpha/k_0$
2	1.5767021	0.0015436	1.5799721	0.0030283	1.5811612	0.0037494	1.5799855	0.0026191
3	1.5770650	0.0015615	1.5806567	0.0031092	1.5820195	0.0038782	1.5807499	0.0027044
4	1.5770530	0.0015456	1.5806596	0.0029825	1.5821347	0.0037248	1.5810323	0.0024354
5	1.5770532	0.0015447	1.5806617	0.0029787	1.5821397	0.0037208	1.5810415	0.0024294
6	1.5770820	0.0015444	1.5807193	0.0029786	1.5822175	0.0037219	1.5811224	0.0024293
7	1.5770929	0.0015449	1.5807376	0.0029804	1.5822400	0.0037245	1.5811443	0.0024308
8	1.5770927	0.0015446	1.5807375	0.0029786	1.5822407	0.0037231	1.5811475	0.0024273
9	1.5770926	0.0015445	1.5807377	0.0029782	1.5822411	0.0037227	1.5811483	0.0024266
10	1.5770959	0.0015446	1.5807434	0.0029785	1.5822483	0.0037231	1.5811556	0.0024269
improved coupled mode analysis	1.57735	0.00150	1.58274	0.00332	1.58571	0.00437	1.58618	0.00426

$$\epsilon_0 = 1.0, \epsilon_f = 3.0, \epsilon_s = 2.3, \Lambda/\lambda = 0.5, w/\Lambda = 0.5, d_f = \lambda/\pi$$

Table 1 空間高調波展開項数に対する位相定数と減衰定数

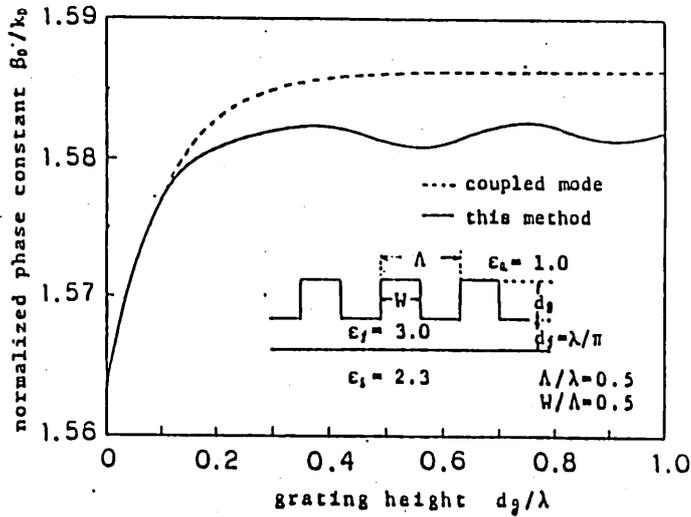


Fig. 4 (a) 格子の深さに対する位相定数の変化.

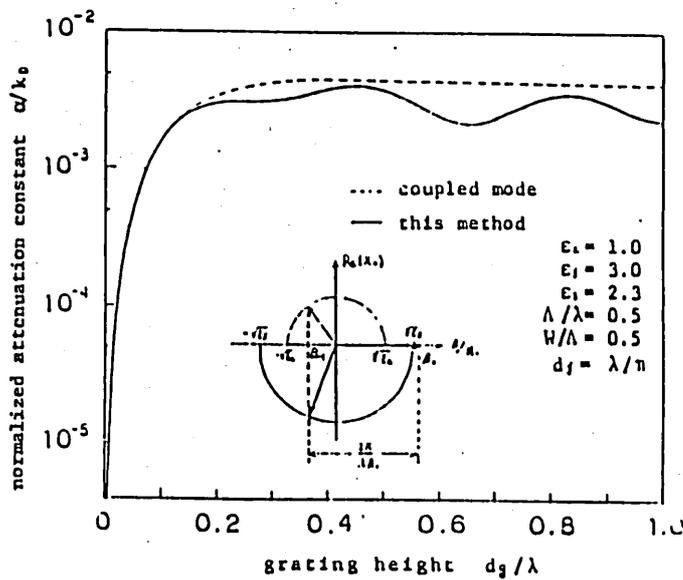


Fig. 4 (b) 格子の深さに対する減衰定数の変化.

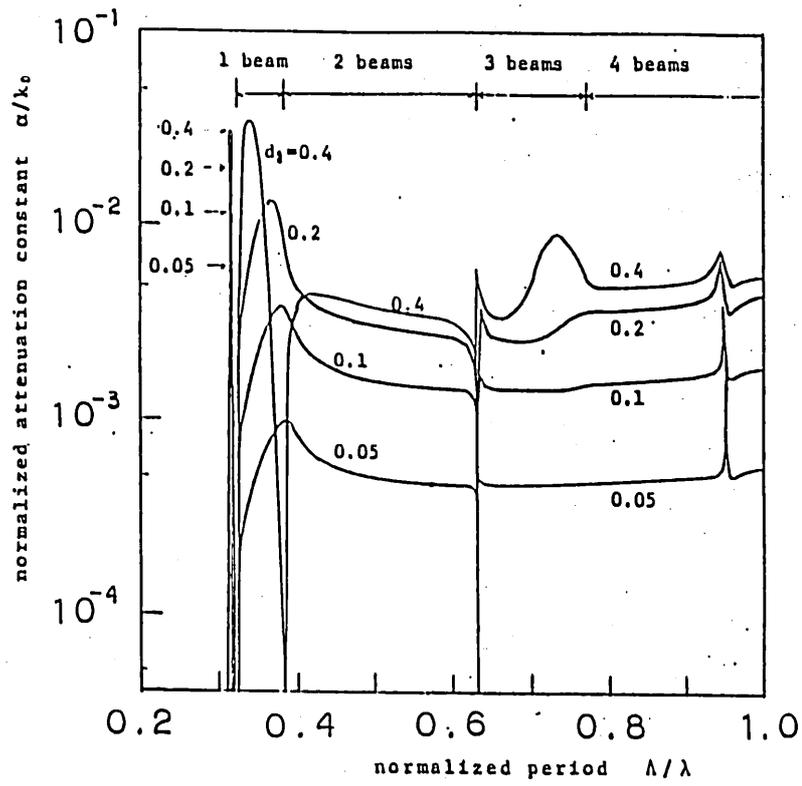


Fig. 5 (a) 格子周期に対する減衰定数の変化.

$$\epsilon_a = 1.0, \quad \epsilon_f = 3.0, \quad \epsilon_s = 2.3$$

$$d_f = \lambda/\pi, \quad W/\Lambda = 0.5$$

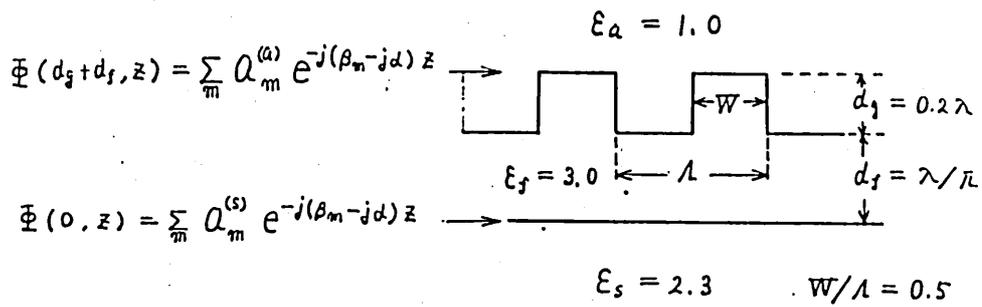
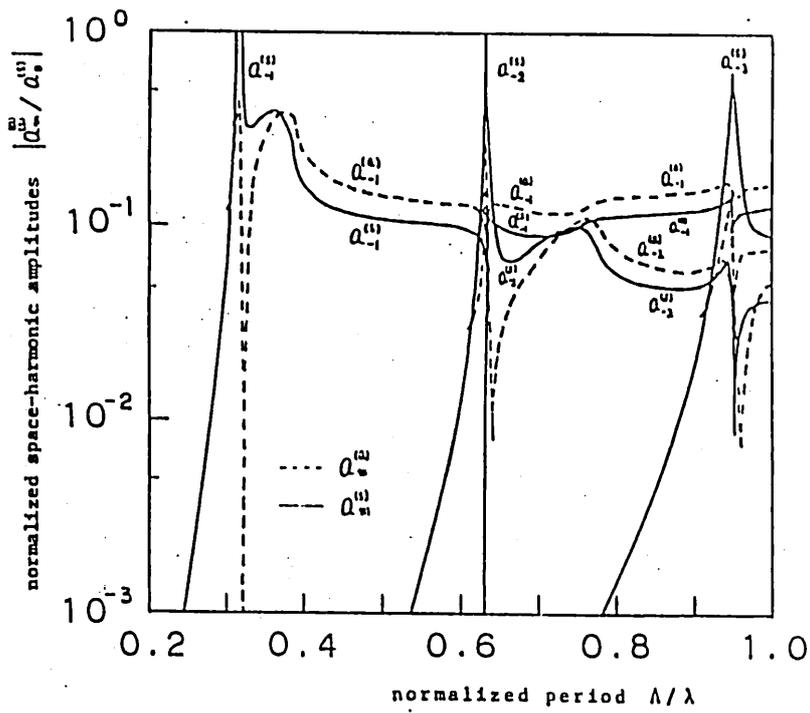


Fig. 5 (b) 格子周期に対する空間高調波振幅の変化.

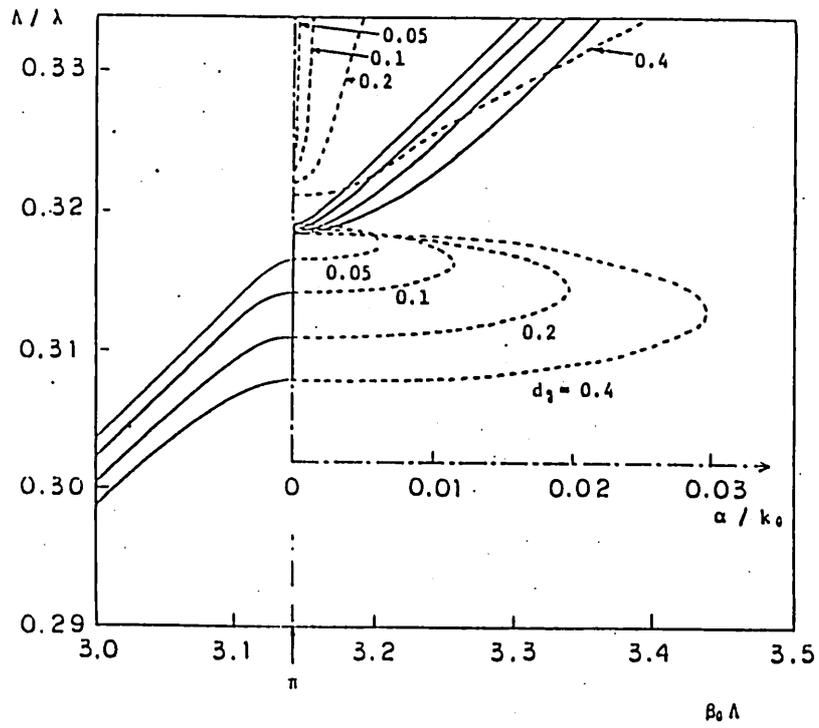


Fig. 6 (a) 1次 Bragg 条件近傍におけるフリリアン図.

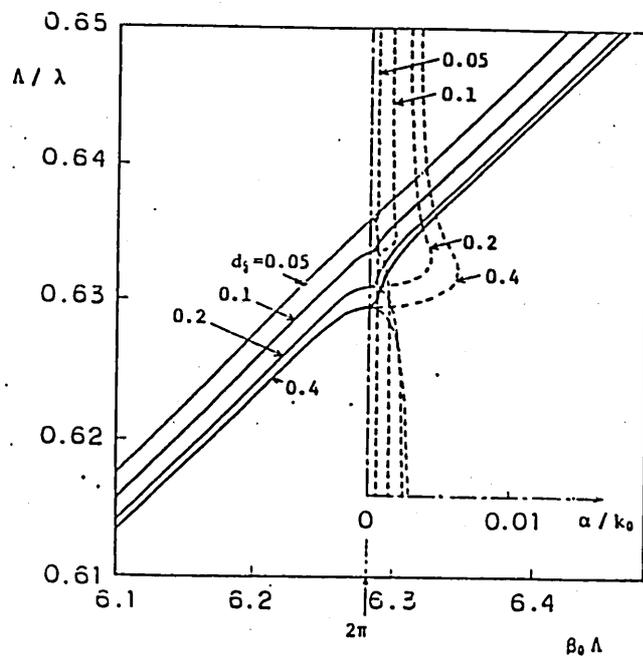


Fig. 6 (b) 2次 Bragg 条件近傍におけるフリリアン図.

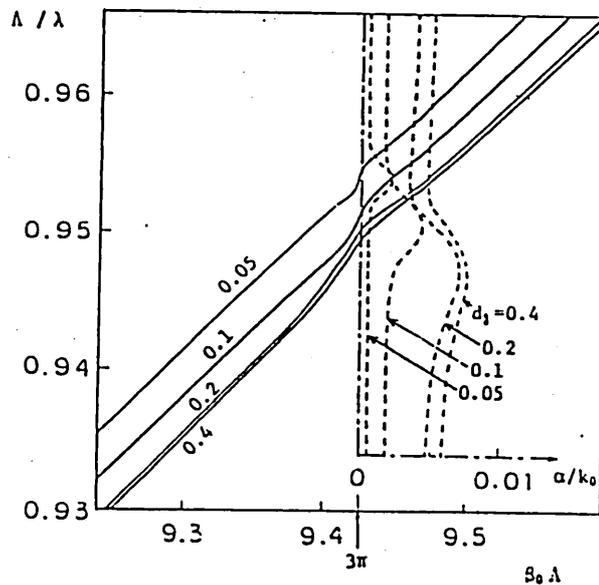


Fig. 6 (c) 3次 Bragg 条件近傍におけるフリクション図.

## 6. むすひ

波動関数の空間高調波展開を用いて周期構造誘電体導波路の解析を試みた。特に境界行列の導入によって、横方向複素波伝搬並びに横共振条件を全て伝送行列的表示法を用いて解析する手法を提案し、方形格子を持つ誘電体導波路についてその数値計算例を示した。その結果、格子層の深さや格子周期の長短にかかわらず実質的な厳密解が得られることが分った。又、任意形状の格子に対し階段多層近似を用いて対処できることを考えれば、本手法はほとんど全ての形式の周期構

造誘電体導波路の解析に適用できると思われる。しかし、空間高調波展開法は基本的には電磁界の Fourier 展開であるため、連続的屈折率変化に対して解の収束は非常に早く、又、その収束が保証される<sup>(6)</sup>が、ステップ状の屈折率変化に対しては厳密には収束しない欠点を持っている。このため今後の課題としてステップ状の屈折率変化を持った同期構造誘電体導波路に対しても解の収束が保証された手法<sup>(7)</sup>を開発していきたいと考えている。

最後に、日ごろから有益な御討論を頂いている森静雄講師、小南昌信氏ならびに卒研生の高松弘行君(現、大学院生)に対し深く謝意を表す。

#### 文 献

- (1) Y. Yamamoto, T. Kamiya and H. Yanai: "Improved coupled mode analysis of corrugated waveguides and lasers", IEEE Trans. J. Quantum Electron. vol. QE-14, 4 (April 1978).
- (2) 張、松尾: "同期構造誘電体薄膜線路における光波の伝搬特性", 信学論(C), J63-C, 8 (昭55-08).
- (3) 大平、石黒、梶、熊谷: "同期構造を装荷したイメージ線路における漏れ波阻止帯について", 信学論(B), J65-B, 2 (昭57-02).

- (4) D. Marcuse; *Theory of Dielectric Optical Waveguides*, New York Academic Press, chapter 1,3 (1974).
- (5) D. Marcuse; "Coupled mode theory for anisotropic optical waveguides", *Bell Syst. Tech. J.*, vol. 54 (July-Aug. 1975).
- (6) S. F. Mahmoud and J. C. Beal; "Scattering of surface wave at a dielectric discontinuity on a planar waveguide", *IEEE Trans., Microwave Theory Tech.*, vol. MTT-23 (Feb. 1975).
- (7) 桐本、松原、熊谷; "2層グレーティングによるグレーティング結合効率の改善", *信学論(C)*, J61-C, 8 (昭53-8).
- (8) 岡村、山本、牧本; "LiNO<sub>3</sub> プレーナ導波路における導波-放射モード変換——結合モード解析と強度変換素子への応用", *信学論(C)*, J61-C, 9 (昭53-9).
- (9) 井筒、末田; "複合周期結合を用いた TE-TMモード変換素子", *輻射研資* (昭54-02).
- (10) 辻、松本、繁沢、滝山; "有限長周期構造を有する誘電体導波路の分散特性", *輻射研資* (昭56-09).
- (11) S. T. Peng, H. L. Bertoni and T. Tamir; "Analysis of periodic thin-film structures with rectangular profiles", *Optics Commun.*, vol. 10 (Jan. 1974).

- (12) S.T. Peng, T. Tamir and H.L. Bertoni ; " Theory of periodic dielectric waveguides ", IEEE Trans. Microwave Theory Tech., vol. MTT-23 ( Jan. 1975 ).
- (13) K.C. Chang, V. Shah and T. Tamir ; " Scatterings and guiding of waves by dielectric gratings with arbitrary profiles ", J. Opt. Soc. Amer., vol. 70 ( July 1980 ).
- (14) P. Pettit ; Electromagnetic Theory of Grating, Springer-Verlag, Berlin, capt. 1 (1980).
- (15) Collin and Tucker ; Antenna Theory, chapter 19, A. Hessel, McGraw-Hill Book Company, Inter-University Electronics Series vol. 7 (1969).
- (16) 山崎. 日向. 細野 ; " 周期的誘電率分布を持つ誘電体層による電磁波の反射 ", 信学論 (c), J64-B, 12. (昭56-12).
- (17) 山北. 西村. 六島 ; " 深い溝をもつ誘電体格子における散乱電磁界の解析 ", 輻射研資 (昭56-12).

輻射科学研究会資料  
RS8.2-4

# 磁性薄膜の結晶成長と マイクロ波への応用

張 弁 錫  
(大阪電気通信大学)

1982年5月14日  
(於大阪大学基礎工学部)

# 1. はじめに

最近、マイクロ波領域における信号処理<sup>(1)</sup>や光導波と関連して磁性薄膜の利用が注目されている。前者では動作周波数の上昇に伴う弾性(音響)表面波SAWの利用限界に1つの原因を見出すことができるが、SAW研究がほぼ完成の段階にきていることも指摘できよう。SAW、静磁波MSW、震磁波EMはそれぞれの伝搬速度が $3 \times 10^3$  m/s、 $5 \times 10^5$  m/sと $3 \times 10^8$  m/sであるため、遅延特性として、 $\mu$ sやnsオーダーのものが得られることがわかる。薄膜中のMSW伝搬損失がSAWのそれより小さい点が今後注目される理由の1つでもある。YIG薄膜結晶はLPE法によるものが多く、その結晶性もよく共鳴吸収幅が $\lambda$ バンドで $0.20e^{\circ}$ <sup>(2)</sup>程度に達し、直径も1インチ以上のものが容易にできるようになっている。格子整合の点についてはイツトリウムY以外の希土類を添加することによりGadolinium Gallium Garnet GGG基盤との差をほとんどなくしたものが報告されている<sup>(3)</sup>。より高い周波数、mm波帯で利用できるLithium Liフェライトの研究が盛んであり<sup>(4)</sup>、Bismuth Bi<sub>3</sub>が電子のg因子が異常に大きい性質を利用してBi-YIG系の成長と光アイソレータへの応用が進んでいる<sup>(5)</sup>。薄膜のより効果的な利用として、内部磁場を人為的に変化させ、局所的に損失を軽減させたデバイスの研究も盛んで、2.46 G

$H_z$  受荷 $Q$ 値として1400を得ている<sup>(6)</sup>。また従来よりも損失の少ない遅延特性がSバンドで報告されている<sup>(7)</sup>が、これらは原理的に試料内で磁気エネルギーを集中(トラップ)させることにより得られたものと解してよい。遅延特性の改善として静磁モードの組合せ<sup>(8)</sup>や層状磁界<sup>(9)</sup>薄膜<sup>(10)</sup>を利用する考え方があり、実験的な研究も進んでいる。MSWの利用分野に新しいアイデアが登場した。それは磁気バブルを静磁体積波MSTWで検出しようとするもので、GGGの上にGa-YIG系のバブルガーネットを成長させ、その上に層状にMSW用のYIGを積む構造である。今のところ具体的な実験に関する報告はなされていないが、きわめて特徴のある発想といつてよいだろう。

本報告ではMSW用YIG, Ga-YIGやGa-YIG-YIGな層状結晶をDipping法で成長させ、<sup>(12)</sup>その飽和磁化 $M_s$ や結晶膜中に含まれるフラックス溶液中のPb含有量を成長温度の関数として調べた。層状系遅延特性の計算結果について述べ、多層構造が表面静磁波MSSWの分散関係に影響を与えることを示す。一般に、YIG薄膜スラブを伝搬するMSWはEPM直流磁界 $H_0$ が与えられると、波動の各モードに対する通過帯域BW<sub>p</sub>がスラブの厚さ $d$ に依存しない。分散関係が波数 $\beta$ が固定されると $d$ が小さくなるにつれてBW<sub>p</sub>が小さくなる。このようにMSW励起用アンテナの周波数特性がBW<sub>p</sub>に与える効

果の考察から、伝搬特性そのものを狭帯域化させることが考えられ、炉波器への応用が可能となる。ここではその初歩的な実験結果<sup>(13)</sup>を与えている。最後に、薄膜を伝搬するMSWが内部磁場の変化に依存する事実をふまえ、試料内部の等価磁界分布の自由度と構成上の問題から、結晶成長の段階で空間的に飽和磁化を分布させ、磁気エネルギーをトラップする方法で損失の少ない遅延線あるいは炉波器などの構成が可能であると思われるので、これについて提案<sup>(14)</sup>を行い、一つの例として $M_s$ がガウス分布の場合、変分法を用いて解析を行なった。

## 2. 磁性薄膜の結晶成長

液相成長法LPE(等温デッピング法)による磁性薄膜の製作は一般に普及されているからここでは詳しく述べない。通常よく用いる $PbO-B_2O_3$ 系のフラックスによった。当該研究室の結晶成長装置は小規模のものであるので、るつぼの寸法やその他ともかなり制限されている。表1, 2に成長に用いた元素の組成割合を示す。Ga-YIGはYIGの組成に $Ga_2O_3$ と $Sc_2O_3$ を添加するという方法をとった。図1は炉の温度特性である。従来の三点制御のものであり、均熱長は10cm程度と長くないが、るつぼの全長が5cmであるから十分とばえないうまひも使用にたえるもので、成長領域では空間、時間的に0.

5°C程度になつてゐる。簡単に結晶成長の手順を述べる。Ga-GG基板は(111)面にカットしたものを用了。直径19mm,

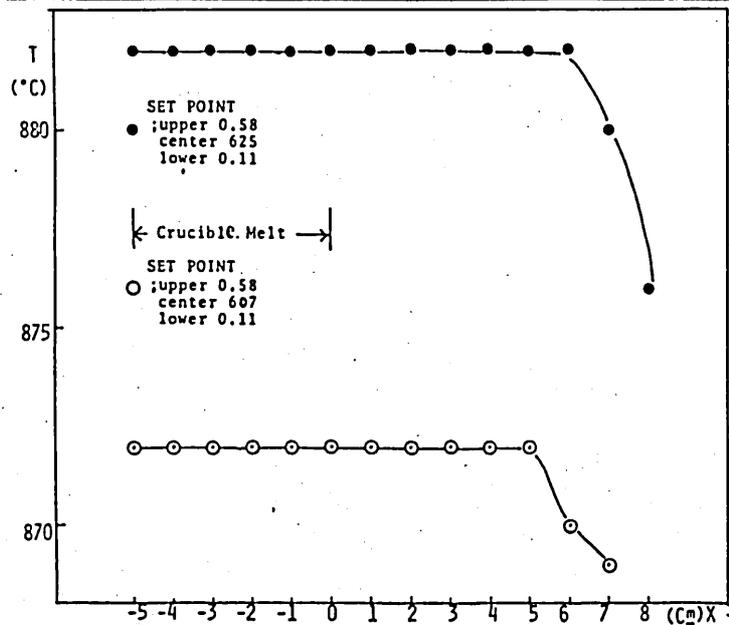
Table. 1 YIG MELT COMPOSITION

溶融剤	原子量	MOL	当初の組成(g)	最終的組成(g)
PbO	223.19	0.9409	210.0	315.0
B <sub>2</sub> O <sub>3</sub>	69.62	0.05594	3.89	5.835
Fe <sub>2</sub> O <sub>3</sub>	159.70	0.0752	12.01	18.015
Y <sub>2</sub> O <sub>3</sub>	225.80	0.003765	0.850	1.275

Table. 2 Ga-YIG MELT COMPOSITION

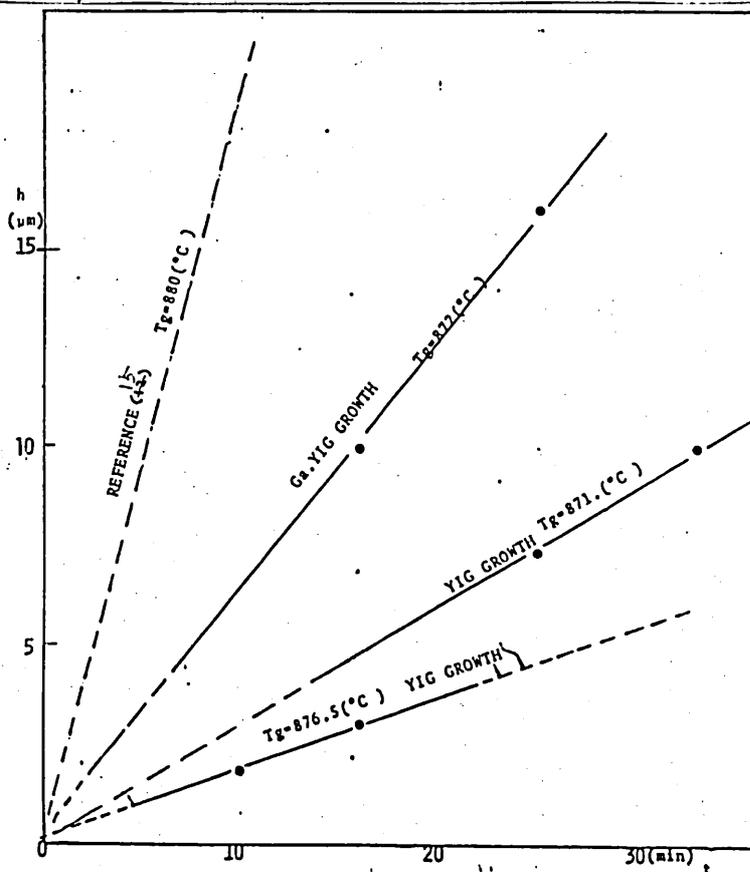
溶融剤	原子量	MOL	当初の組成(g)	最終的組成(g)
PbO	223.19	0.9409	210.0	315.0
B <sub>2</sub> O <sub>3</sub>	69.62	0.05594	3.89	5.835
Fe <sub>2</sub> O <sub>3</sub>	159.70	0.0752	12.01	18.015
Y <sub>2</sub> O <sub>3</sub>	225.80	0.003765	0.850	1.275
Ga <sub>2</sub> O <sub>3</sub>	187.44	0.006135	1.15	1.725
Sc <sub>2</sub> O <sub>3</sub>	137.91	0.0005	0.069	0.1035

図1

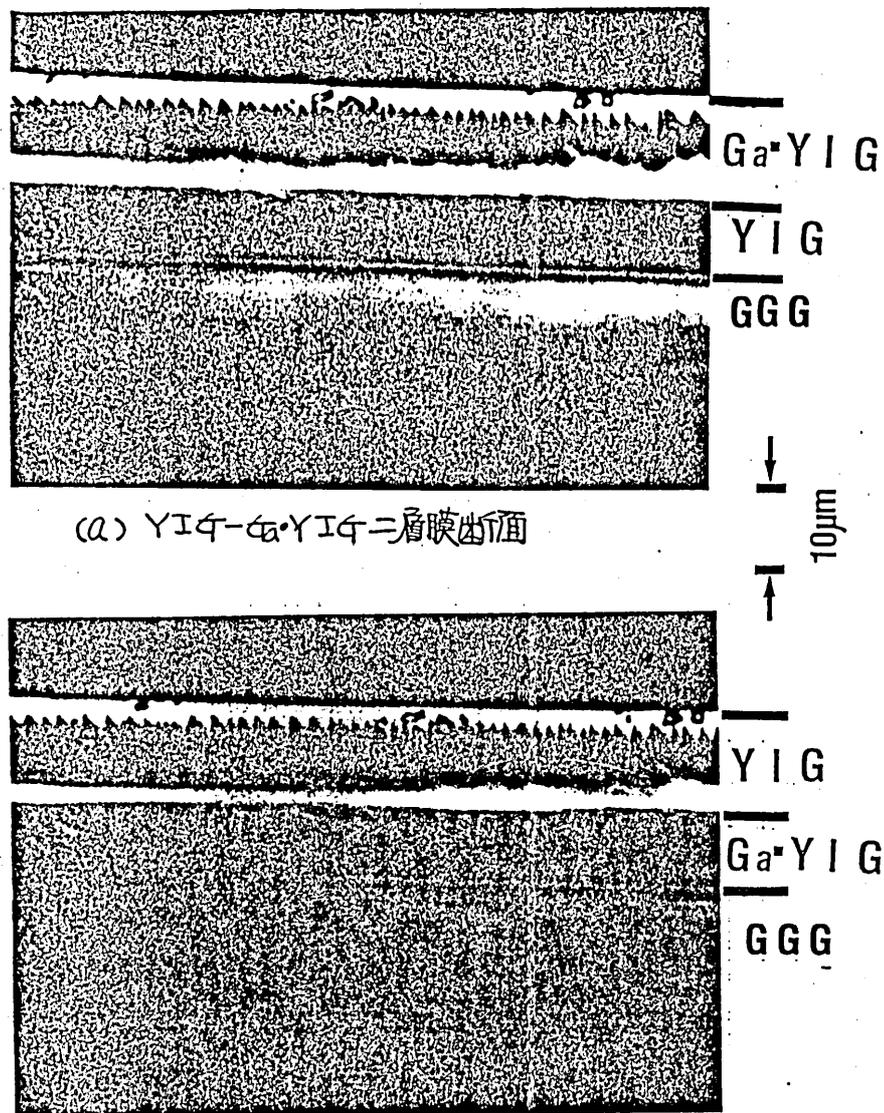


厚さは300~500 $\mu\text{m}$ , 表面仕上げされているので, 特に鏡面研磨や化学エッチングせず, 成長前に5%のオリオン液, アルコール, 蒸溜水の順番で10分間超音波洗浄する. GGGウエハは白金のホルダで水平に保持し, 100rpmさせながら溶液上2cmの位置に固定し, 10分間程度温度が定常するまで続ける. GGGを溶液にひたし, 希望膜厚に応じて成長時間を定める. その後成長膜を溶液から出したあと, rpmを500程度にあげ, 結晶表面には着した溶液を振り落したのち, ゆっくり昇降機を動作させ炉から取り出す. 結晶は10%の稀酢酸で煮沸して表面を清浄化する. 以上の工程で得られた結晶

図2



は正常な場合光学顕微鏡観察の限り鏡面に近い。図2はYIG  
 ならびにGa-YIGの単層成長時における成長温度 $T_g$ をパラ  
 メータとして、成長時間に対する成長層厚み(成長速度)を示し  
 たもので、文献[15]とは若干異なるが( $T_g$ も若干ちがう)、 $T_g$   
 がほぼ同じであってもGa-YIGの成長速度が大きいのは、置



(a) YIG-Ga-YIG二層膜断面

(b) Ga-YIG-YIG二層膜断面  
 各二層膜断面光学顕微鏡写真

図3

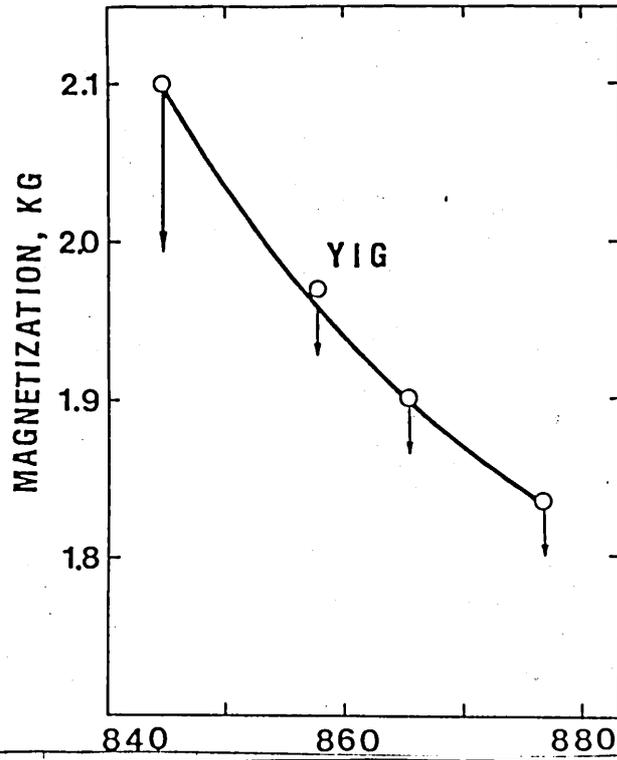


图4

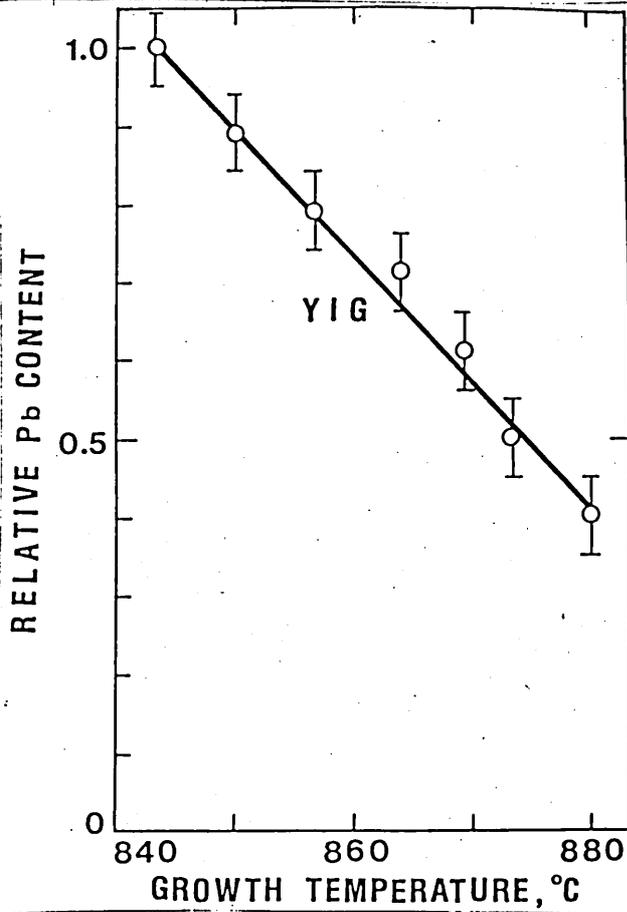
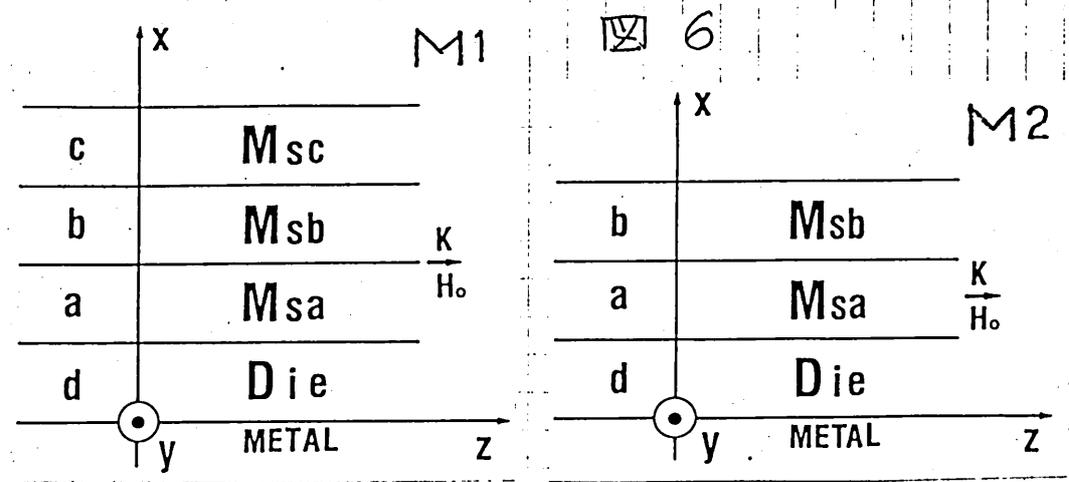


图5

換したGaとGGGとに關係があるように思われる。成長時のGGGの回転数は100に保たれた。図3はGGGの上にYIG、あるいはGa-YIGを成長させ、それらを新しい基盤として二層目を成長させ、その断面を光学顕微鏡で写真にしたものである(一層の場合の断面写真は示していない)。Gaの含有量( $Y_3Fe_{5-x}Ga_xO_{12}$ )が大きくないときは格子定数の整合性にも大きな問題はなく、SEMによる表面写真でもYIGのそれと大きな違いはなかった。YIG層の上に成長させた組成(表II)の場合、膜成分は $Y_3Fe_{4.79}Ga_{0.21}O_{12}$ であった。整合をよくするために添加したSc元素は量が少なかったため、X線の吸収断面積が小さいので検知できなかった。Gaの量がやや小さいのは表面のコンタミのため、Cisの吸収があったためと思われる。図4はMsとTgの關係である。Xバンド導波管に $\sim 5$  mmの平板試料を装着し、平板試料に $H_0$ を垂直に加えたときの共鳴吸収から決定したものであるが、いずれの



$T_g$  に対してはかなり大きい値になっている。  $H_0$  が大きい  
 と、試料の保持にも若干問題があったとも思われるが、  $M_s$  の  $T_g$   
 に対する傾向は常識的になっている。 図5は ESCA で測定し  
 たもので、  $T_g$  に対する  $Pb$  の変化を示す。 試料表面は測定前  
 に 2KV で加速された  $A^+$  イオンビームでエッチしてきれい  
 し、  $Y(3d_{5/2})$  line のピーク吸収幅で規格化し  $Pb(4f_{5/2})$   
 line の吸収面積を求める方法で決定した。  $T_g$  の増大と共に  
 $Pb$  は減少している。  $T_g$  が  $880^\circ C$  以上で、表 I の組成では  
 結晶成長しない。

### 層状系の遅延特性

図6の M1 のモデル、  $\partial/\partial y = 0$  の二次元解析で MSBTW  
 波の分散関係式は<sup>(9)</sup>

$$\begin{aligned}
 \tan f_{vb} = & \left[ v_a v_b (v_a \tanh f_d \tan f_{va} - 1) (v_c + \tan f_{vc}) \right. \\
 & \left. + v_b v_c (v_c \tan f_{vc} - 1) (v_a \tanh f_d + \tan f_{va}) \right] \\
 & \times \left[ v_a v_c (v_a \tanh f_d \tan f_{va} - 1) (v_c \tan f_{vc} - 1) \right. \\
 & \left. - v_b^2 (v_c + \tan f_{vc}) (v_a \tanh f_d + \tan f_{va}) \right]^{-1} \quad (1)
 \end{aligned}$$

$$v_i = (-\mu_{ii})^{-0.5}, \quad i = a, b, c, \quad \omega_r = \gamma H_e$$

$$\mu_{ii} = 1 + \omega_r \omega_{mi} / (\omega_r^2 - \omega^2), \quad \omega_{mi} = \gamma 4\pi M_{si}, \quad f = 1 \text{ k}$$

$$H_e = H_0 + j\Delta H/2$$

で  $k$  は伝搬定数、  $\Delta H$  は共鳴の半値幅である。  $\gamma$  は磁気回転比  
 である。 モデル2、 M2 に対しては (1) で  $b=0$  とすれば容易

に求まる。遅延時間は(2)で与えられる。図7はM1, M2の両

図7

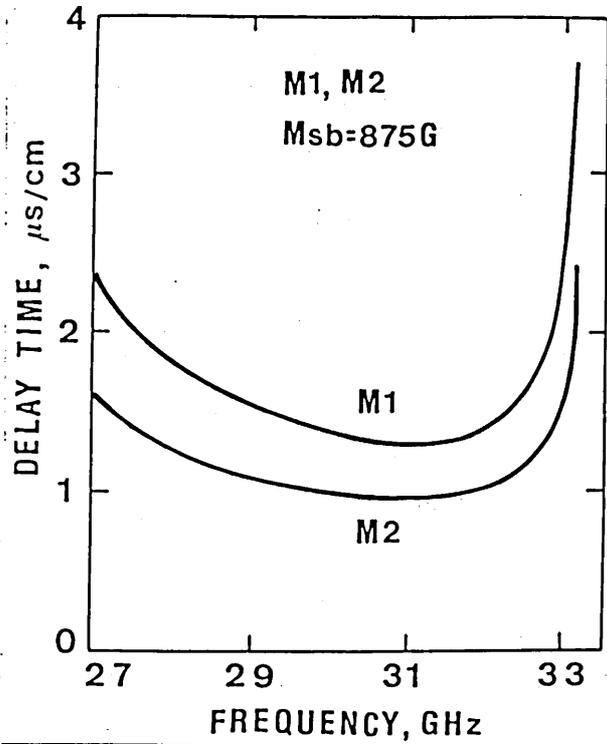
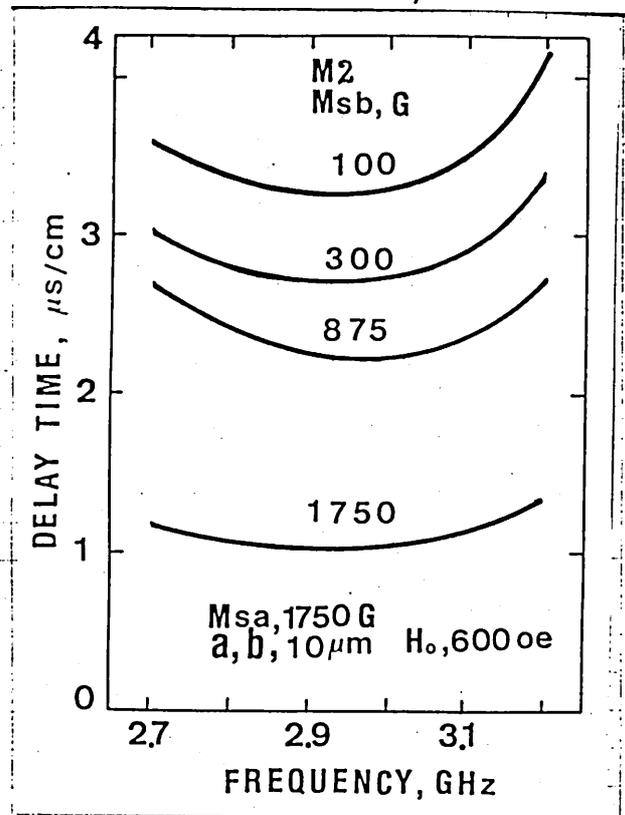


図8



$$T_d = \int_0^l dl / (2\omega / \partial k) \quad (2)$$

モデルで、 $M_{sa} = 1750 \text{ G}$  として  $T_d$  を周波数に対して求めたものである。 $H_0 = 600 \text{ oe}$ ,  $d = 0.5 \mu\text{m}$  に固定している。両曲線は類似であるが、M1の方が計算された全周波数範囲にわたって  $T_d$  が大きくなり  $1 \mu\text{s/cm}$  以上である。両端で  $T_d$  が大きいのはこの領域で群速度が非常に小さくなるためである。図8はM2で  $M_{sa}$  を  $1750 \text{ oe}$  に固定し、 $d = 0$  として  $M_{sb}$  をパラメータとして  $T_d/f$  の関係を示している。 $M_{sb}$  の変化で  $T_d$  は急激に大きくなることを示すが、 $M_{sb}$  が  $100 \text{ G}$  の場合は  $1750 \text{ G}$  の場合と比べて3倍以上になることがわかる。これは層状効果により分散関係が大きく変化することを意味する。一方図9の挿入図のモデルで  $H_0$  が図のように紙面に垂直に印加されると、y方向に位相するMSWはMSSWとなる。z方向に波動の依存性がなく二次元の場合を考

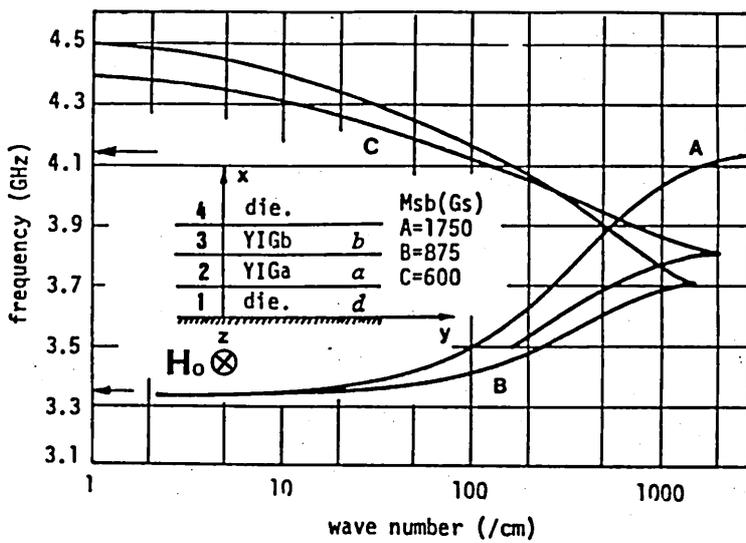


図9

えると分散関係式は(3)のようになる。図9は  $H_0 = 600 \text{ oe}$ ,

$$\exp 2fa = [(P-W)\{(T-1)(Q+R) + (R+1)(Q-T)\exp 2fb\}] \\ \times [(Q+W)\{(T-1)(P-R) \\ + (R+1)(P+T)\exp 2fb\}]^{-1} \quad (3)$$

$$P = \mu_{1a} + \mu_{2a}S, \quad Q = \mu_{1a} - \mu_{2a}S, \quad R = \mu_{1b} + \mu_{2b}S, \\ T = \mu_{1b} - \mu_{2b}S, \quad W = \tanh fd, \quad \mu_{1a,b} = 1 + (\omega_r \omega_{ma,b}) / \\ (\omega_r^2 - \omega^2), \quad \mu_{2a,b} = (\omega \omega_{ma,b}) / (\omega_r^2 - \omega^2), \quad S = k/f$$

$a = b = 5 \mu\text{m}$ ,  $d = 1.25 \mu\text{m}$  としたとき, FAモードに対する  $\omega/\beta$  ダイアグラムである。B, Cの曲線に波数カットオフの現象がおきているし, 総合的に見たとき,  $\text{BWP}$  の増大がおこっている。これについてはここでは論じない。図10はy軸の負方向を伝搬するモード,

FAMについて図9とおなじ条件で  $M_{sb}$  をパラメータとして,  $T_d/f$  の関係を図示している。  $M_{sb}$  と  $d$  を変化させることにより  $T_d$  の周波数特性が変化できることを示し, 非分散性の遅延線は構成可能である。分散特性の制御は  $d$  の調整と薄膜層の多重化によ

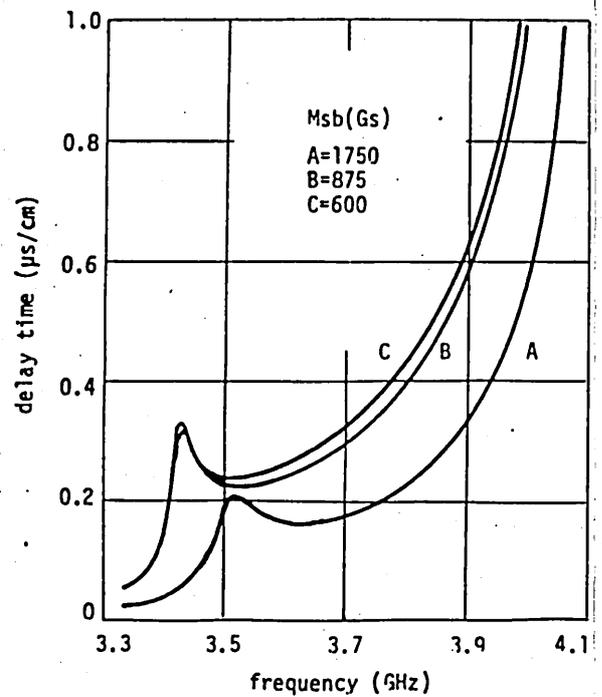


図10

つて実現されるにちがいない。

## 2. 超薄膜 YIG 波導について

超薄膜と云っているのは、マイクロ波用 YIG 薄膜として  $1 \mu\text{m}$  以下の厚みのものである。磁気バブルの膜厚が  $\mu\text{m}$  以下であることは知られている。現在、マイクロ波用 YIG 薄膜としては  $10 \mu\text{m}$  内外のものがもつともよく利用されている。この理由は薄くなるに従って損失の増大が問題になるからである。LPE 法の場合 GGG と溶液とのぬれの問題、格子定数の整合性やエネルギー集中度などいろいろの要因が考えられる。それに極<sup>うす</sup>薄膜の要求がないこともあって、ほとんど研究されていないのが現状であるように思える。数百 Å 程度のものは CVD (VPE) 法などによっているが、共鳴吸収特性を始めとして詳しい検討はみあたらない。一方、厚膜の場合でも結晶成長面で問題もあるようである。この節では  $1000 \text{ \AA}$  ( $0.1 \mu\text{m}$ ) 内外の膜厚で損失の十分小さい YIG が成長できるとしての議論である。図 9 の挿入図のようなモデルで、 $b=0$ 、 $d=\infty$  としたとき、単層スラブ、 $y$  方向を位相する FA モード MSSW の分散関係式は (3) から (4) のようになる。

$$e^{2fa} = \frac{(\mu_1 + \mu_2 S - 1)(\mu_1 - \mu_2 S -)}{(\mu_1 - \mu_2 S + 1)(\mu_1 + \mu_2 S + 1)} \quad (4)$$

すでに  $S$  は先に示したが  $\pm 1$  で  $y$  方向位相の正、負方向に対応

する。YIGスラブ厚みをパラメータとし、分散関係(4)をグラフにしたのが図11である。すでに指摘されたように、BWPの上、下限遮断周波数 $\omega_{cu}$ 、 $\omega_{ci}$ は $d$ の変化に依存せず、 $H_0$ と $M_s$ (1750G)に依存する。MSSWの励起はフィラメント線、ストリップ線やIDTなどいろいろなものがあるが、ここではストリップ線に限る。ストリップ線の幅 $W$ が与えられると、励起可能な波数は大まかに $\pi/W > k$ によって与えられる。<sup>(16)</sup> GangulyとWebbらの理論と実験によれば、<sup>(17)</sup> ストリップ線励起で、 $W$ を一定( $178\mu\text{m}$ )とし、 $d$ を $6.25\mu\text{m}$ から $1.7\mu\text{m}$ に減少させたとき、アンテナの放射抵抗の存在

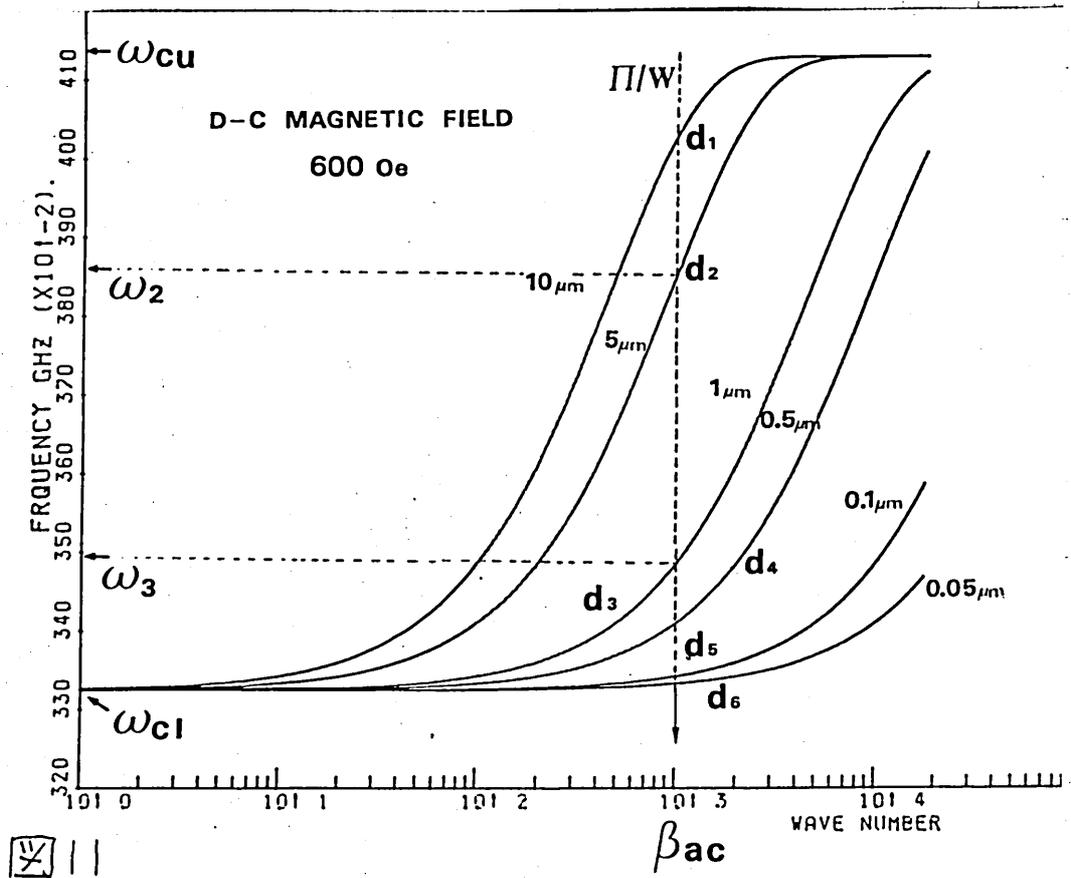


図11

する周波数帯域幅は3.5 GHz付近で250 MHzから75 MHzに減少している。仮りに、 $\pi/W \sim 10^3/cm$ とて点線を引くと $\omega/\beta$ の曲線と $d_1 \sim d_6$ との交点をうる。 $d_2$ と $d_3$ との交点に特定して説明を進めよう。それぞれこの膜厚に対応してもいるが、そのときのBWPは $\omega_2 - \omega_{cL}$ ,  $\omega_3 - \omega_{cL}$ となつて $d$ が小さくなるにつれて狭くなることわかる。これからストリップアンテナの特性と $d$ を特定することにより、磁気同軸形の高Q濾波器構成が可能であるととえるだろう。高Qの理由というのは $d$ が小さくなくてもMS SWの励起効率がよく、薄膜のマイクロ波損失が厚膜のそれとあまり変わらないとすれば、共振系を用いず伝搬特性のみを利用しているので、原理的に全体の損失は小さくできるだろうということである。用いたYIG薄膜はVPEとLPEによつた。薄い試料、厚みが495Åと900Åの二種類(NEC製)は23mm径のウエーハで、温度10.50°C, YClおよびFeClを原料とし、輸送ガスとして、 $N_2$ , 反応ガスとして $O_2$ を用いてdepositしたものである。

一方、LPE法ではNEC製(表3)とわいわいが1で説

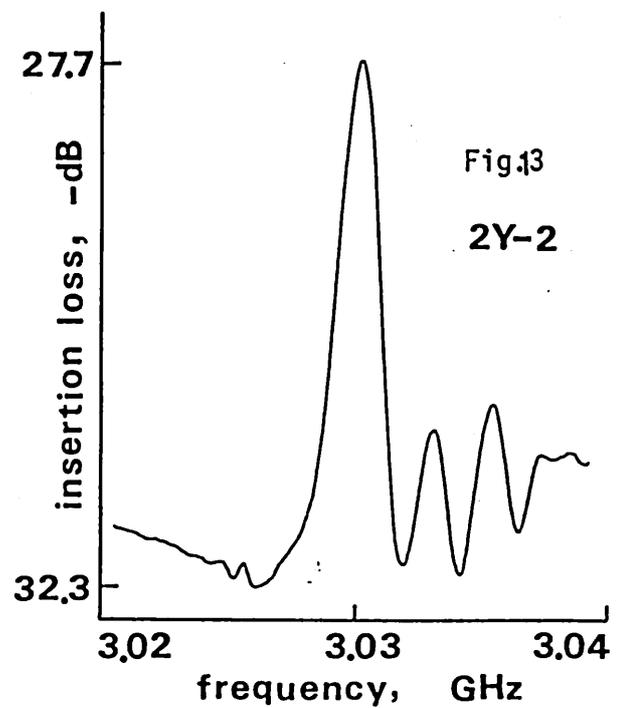
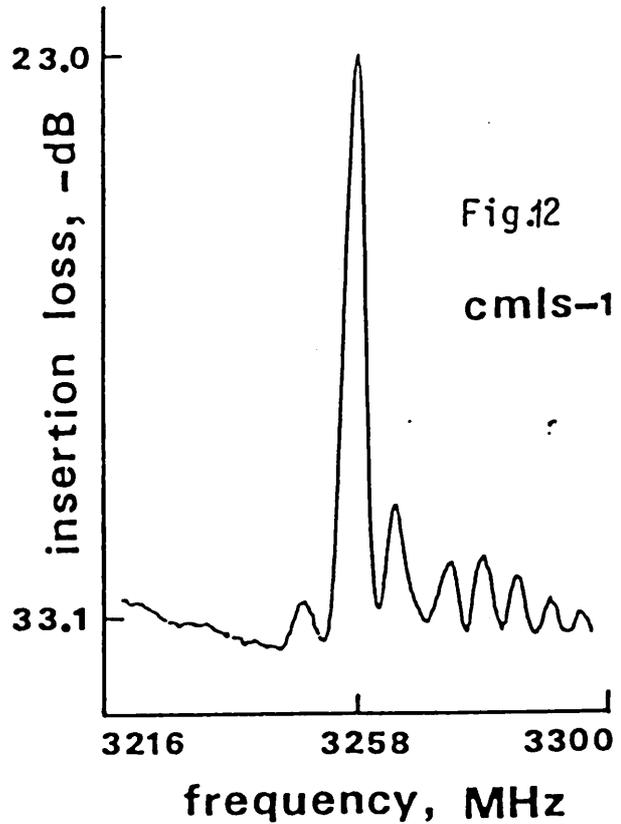
サンプル名	膜厚( $\mu m$ )	$\Delta a^{\perp*}$	$a_f^{**}$
2Y-2101-4	1.29	0.00566	12.3812
"- 101-5	0.79	0.00576	12.3811

表3

\* 観測値

\*\*  $\Delta a^{\perp} = [(1+\mu)/(1-\mu)] \Delta a$ より $\Delta a$ を求め、 $\mu=0.29$ とおく。 $\Delta a = a_s - a_f$   
 $a_c = 12.3843$ Å 観測値より、 $a_f$ を求め、 $a_s$ はGGG,  $a_f$ はYIGの格点数。

明したような方法で(阪大産研松茂研)で製作し、 $d$ が $3\mu\text{m}$ のものを実験に用いた。いずれの試料についても共鳴吸収半値幅は測定していない。 $4\pi Ms$ は $1750\text{G}$ 、 $W$ は $200\mu\text{m}$ に固定し、試料長 $10\text{mm}$ 、アンテナ間隔は $5\text{mm}$ 内外である。図12はCm 1S-1 ( $d=3\mu\text{m}$ ) について  $f$  に対する伝搬電力を測定したものである。Q値は $1020$ である。沖波巻の動特性の悪いのが目立ち、等価的な共振点での挿入損失が大きいのも問題である。サイドのピークは出力側の反射によるものと思われる。2Y2 ( $d=0.79\mu\text{m}$ ) の結果を図13に示す。前者よりもかなり特性が



悪くなっている。この理由は $d$ が小さくなるに従い、励起効率が非常に悪くなる点が挙げられる。ただし、 $Q$ 値は1620とかなり大きい値となった。495Åと900Å (0.0495, 0.09  $\mu\text{m}$ ) の材料に対しては今この3信号を受子に致している。以上のことから、特性のよいサ波器を得るには結晶成長の問題とアンテナの改良が急務と思われる。

### 3. 不均一磁化媒質中のMSWの伝搬

MSWの伝搬媒質において、内部直流磁場 $H_{in}$ が分布しているとき、MSW伝搬に大きい影響が与えられるだろうということはきわめて単純に類推できる。媒質の形状変化、あるいは印加磁界用マグネット磁極の変形などによって、 $H_{in}$ 分布を制御している。この節は媒質の飽和磁化を分布させる方法で等価的に $H_{in}$ を制御しMSWエネルギーのトラップと分散特性の変化

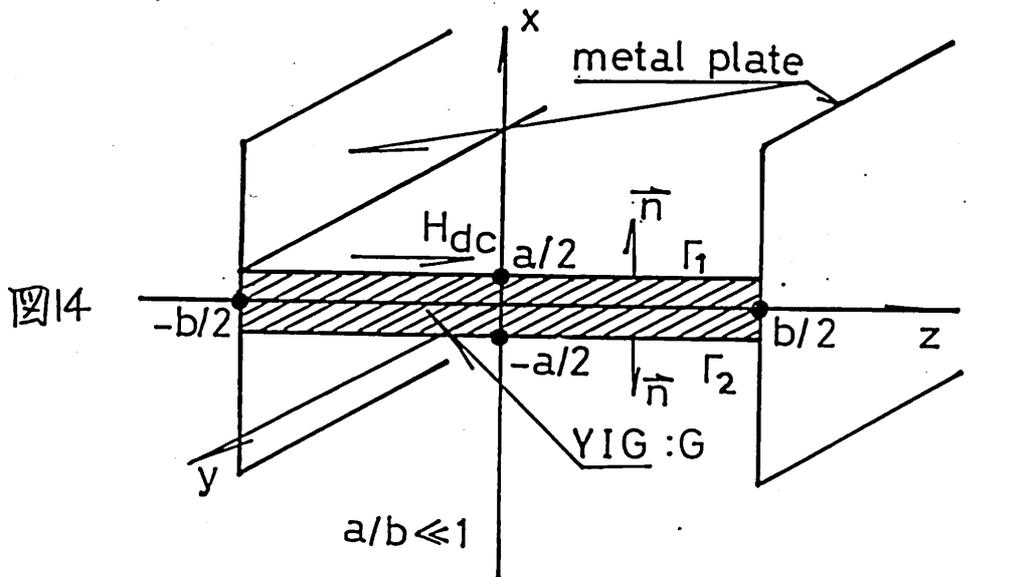


図14

などの効果をデバイスに利用しようとするところにある。簡単に解析の大筋を眺めることから始める。図14は計算モデルである。飽和磁化の分布を  $\exp[-(\alpha z)^2]$  で与え、 $z = \pm b/2$  の位置に導体板を配置し、YIGスラブ厚みを  $a$  とする。この系の汎関数は(5)で与えられる。

$$X(\phi) = (1/2) \iint_G dx dz \{ (\partial\phi/\partial x)^2 + (\partial\phi/\partial y)^2 + \frac{1}{\mu(z)} (\partial\phi/\partial z)^2 \} \\ + (1/2) \int_{\Gamma_1 + \Gamma_2} dz (jK(z)/\mu(z)) (\partial\phi/\partial y)\phi + \frac{2}{\mu(z)} (\partial\phi/\partial x)\phi \Big|_{x=\pm a/2} \quad (5)$$

$\phi$  は試験関数である  
 $\mu(z)$ ,  $K(z)$  はテンソル透磁率の対角ならびに非対角成分である。 $\delta X(\phi) = 0$  から境界条件が求まる。

$$\frac{\partial\phi}{\partial x} - j \frac{K(z)}{\mu(z)} \frac{\partial\phi}{\partial y} = \frac{1}{\mu(z)} \frac{\partial\phi}{\partial x} \Big|_{x=\pm a/2} \quad (6)$$

Walker方程式は(7)である。

$$\frac{\partial^2\phi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2\phi}{\partial y^2} + \frac{1}{\mu(z)} \frac{\partial^2\phi}{\partial z^2} = 0 \quad (7)$$

試験関数を級数に展開し、 $\phi = \sum_n \phi_n(8)$ , スラブの中と外に対して  $\phi_n$  を未知定数を含めて与える。境界ごつぎの関係が成立する。

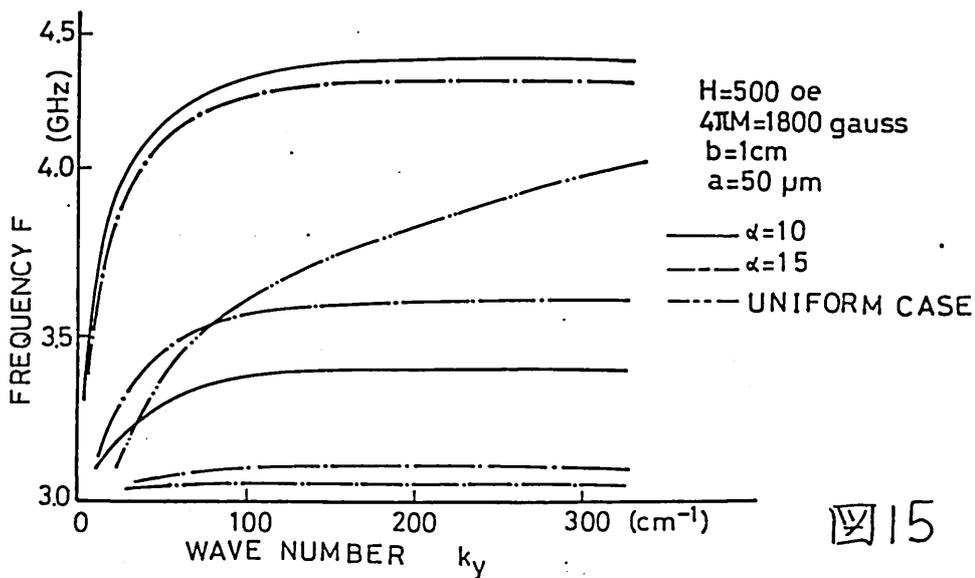
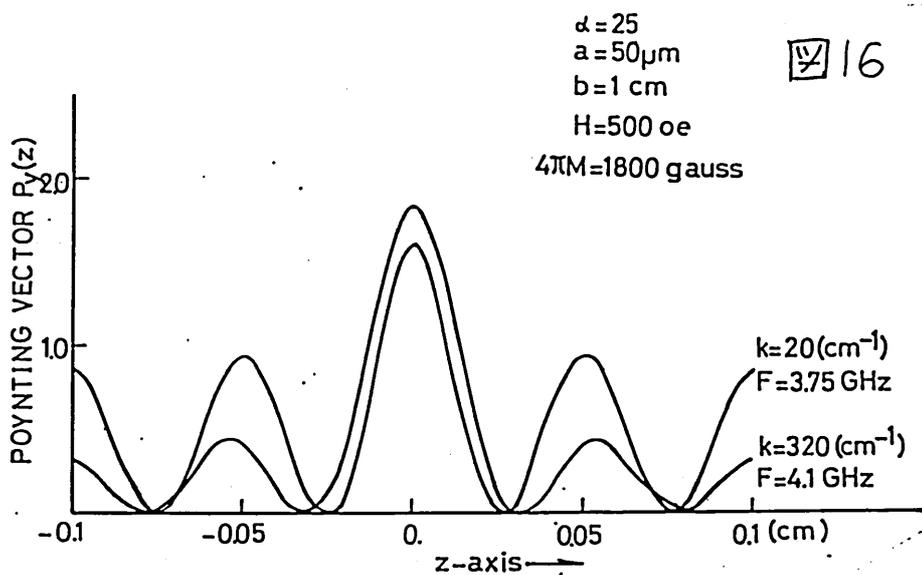
$$b_z = (\partial\phi_n/\partial z) = 0, z = \pm b/2 \quad (9)$$

$\mu(z)$  と  $K(z)$  の間の関係と(8)を(5)に代入して汎関数を求

める。  $\phi_n$  の係数で  $X(\phi)$  を微分し、その最大をよめる手順となる。  $y$  方向を伝搬する Poynting ベクトル  $P_y(z)$  は (10)

$$P_y(z) = (\vec{e} \times \vec{h})_y \quad (10)$$

で与えられる。以上の計算で問題になるのは  $a/b$  の比 ( $b$  の値) で、これが 0 に収斂するとまじに正しい。 図 15 は分散関係



を示したものである。  $\alpha = 1.5$  のとき、  $\omega_c L^2 = [\omega_r(\omega_r + \omega_m)]$  近傍で BWP の小さい多くの高次モードが現われることを示す。 均一な飽和磁化の場合と前者とを比較すると、常識的な波数領域で  $Tg$  の大きい値が得られることがわかる。この度合は高次モードになる程大きくなる。これに加えてさらに展望的な見直しを与えるのが 図16 の Poynting 電力分布である。  $L$  が 20, 320  $\mu\text{m}$  に対する図からわかるのは  $L$  が大きい程、  $M_s$  の大きい領域へのエネルギー集中度が大きいことを示す。今後  $M_s$  のいろいろな分布について  $Tg$  の計算や共振器(リング状を含めて)特性を調べる問題が残っている。なお、これらの実験用結晶成長問題が今後の重要な課題である。

#### 4 むすび

SAT 後のマイクロ波信号処理に MSW デバイスを利用しようとする気運は強く、多方面に亘って研究が進められている。結晶成長ではデバイスの要求に応じた  $M_s$ ,  $d$ ,  $\Delta a/a \sim 0$  のものを LPE, CVD (VPE) などで作ることである。若干発想を変えて、 $d$  と  $P$  ンテ+特性などを考慮することにより、高  $Q$  磁気同期波器構成の可能性を今後にか、今後の研究にまつべき事柄が多い。飽和磁化の分布を考慮した MSW の伝搬特性の計算結果は MIC への応用など、かなり有望な見直しがあるであろうか。

## 文献

1. Stiglitz, M. R. and J. C. Sethares, "Magnetostatic waves take over where SAWs leave off" Microwave J, 25, 2, p.18 (1982).
2. Glass, H. L. and M. T. Elliott, "Attainment of the intrinsic FMR linewidth in yttrium iron garnet films grown by liquid phase epitaxy" J. Crystal Growth 34, p.285 (1976).
3. 相原他 電通総全大 No.708 (1979).
4. Patton, C. E., D. L. Blankenbeckler, C. J. Brower, B. B. Dalton, and A. M. Lucero, "Microwave relaxation properties of substituted lithium ferrite" IEEE Trans. MAG-17, 6, p.2976 (1981).
5. 石原他 電通総全大 No.879 (1982).
6. Zeskind, D. A. and F. R. Morgenthaler, "Localized high-Q ferromagnetic resonance in nonuniform magnetic fields" IEEE Trans. MAG-13, 5, p.1249 (1977).
7. Tsutsumi, M., Y. Masaoka, T. Ohira, and N. Kumagai, "A new technique for magnetostatic wave delay lines", Proceeding of ICF3, p.847 (1980).
8. Sethares, J. C., J. M. Owens and C. V. Smith, "MSW nondispersive electronically tunable time delay elements", Electronics letters, 16, 22-23 (1980).
9. Chang, N. S. and Y. Matsuo, "Numerical analysis of MSSW delay line using layered magnetic thin slabs", IEEE 66, 11, p.1577 (1978).
10. Adokin, L. R. and H. L. Glass, "Propagation of magnetostatic surface waves in multiple magnetic layer structures", Electronics letters 16, 15, p.590 (1980). ———, "Dispersion control in magnetostatic delay lines by means of multiple magnetic layer structures, Ultrasonics Symposium (1980). ———, "Nondispersive and linearly dispersive MSW propagation on multilayer film, Magnetostatic wave device workshop (1981).
11. Lemons, R. A. and B. A. Auld, "The effects of field strength and orientation on magnetostatic wave propagation in an anisotropic ferrimagnetic plate", J. Appl. Phys., 52, 12, p.7360 (1981).

12. Chang, N. S. and Y. Matsuo, "Liquid phase epitaxial growth of layered YIG-Ga-YIG films and its applications", Proceedings of the ICF3 (1980).
13. ———, "超薄膜YIG滤波器" 第29回応用物理学会講演会, 2P-M-10 (1982).  
 Chang, N. S., "Microwave tunable filter using ultra-thin magnetic film", will be appear in 3rd Joint Intermag-Magnetism and Magnetic Materials, Montreal, Quebec, Canada, 20-23 July (1982).
14. Sawado, E and N. S. Chang, "Analysis of propagation characteristics of magnetostatic waves in highly inhomogeneously magnetized media", it was submitted to J. Appl. Phys. (1982).
15. Ghez, R. et al, Mat. Res. Bull. 8, p.31 (1973).
16. Adam, J. D., J. H. Collins, and J. M. Owens, "Microwave device applications of epitaxial magnetic garnets", The Radio and Electronic Engineer, 45, 12, p.738 (1975).  
 Adam, J. D., and J. H. Collins, "Microwave magnetostatic delay devices based on epitaxial yttrium iron garnet", IEEE, 64, 5, p.794 (1976).
17. Ganguly, A. K. and D. C. Webb, "Microstrip excitation of magnetostatic surface waves theory and experiment", IEEE, Trans., MTT-23, 12, p.998 (1975).

輻射科学研究会

RS 82-5

油汚染による海面のマイクロ波  
熱放射変化の計測

橋本忍, 中野洋

山口雅彦, 栗岡豊

(電子技術総合研究所  
大阪支所 標準計測研究室)

昭和57年7月9日

## 1. はじめに

船舶の事故などによる油の海上流出は、油が多いことから海洋環境に与える影響が大きい。早期に拡散防止をおこなひ、効率的回収をおこなうために、油の漂流状況の適確な把握が必要とされている。

種々の気象条件でまた常時油監視をおこなうには、気象条件および太陽光の影響の最も少ないマイクロ波帯センサが他の赤外および光波帯のセンサに比べて優れている。

海面からのマイクロ波熱放射計測により流出油を検出するために、マイクロ波放射計を試作し、実験水槽および海面でおこなった測定結果について述べる。

## 2. センサ入力 - アンテナ温度

海面を観測するアンテナに入射する海面熱放射のスペクトル密度  $W_A$  ( $W/Hz$ )、受信帯域中  $B$  ( $Hz$ ) とすると、アンテナ温度  $T_A$  ( $K$ ) は、 $kT_A B = W_A B$  より、

$$T_A = W_A / k \quad \text{--- (1)}$$

である。ここで  $k$  はボルツマン定数である。

マイクロ波帯では、プランクの放射公式はレイレーンズの式で近似できるので、海面の熱放射のスペクトル密度  $W_T$  は、海水の物理温度  $T_w$ 、放射率  $\epsilon$  として、

$$W_T = \frac{2\pi k}{\lambda^2} \epsilon T_w \quad \dots (2)$$

であるから、アンテナビームの海面投影面積  $A_T$  から放射される全フラックスは  $A_T W_T$  である。距離  $R$  のアンテナ裏でのフラックス密度  $P_A = A_T W_T / \pi R^2$  およびアンテナの実効開口面積  $A_{eff}$  より、受信スペクトル密度は、

$$\begin{aligned} W_A &= \frac{1}{2} A_{eff} P_A \\ &= \frac{1}{2} A_{eff} \frac{2k A_T}{\lambda^2 R^2} \epsilon T_w \end{aligned} \quad \dots (3)$$

アンテナ利得  $G = \frac{4\pi}{\lambda^2} A_{eff}$  で置き、

$$W_A = \frac{k T_T A_T}{4\pi R^2} G \epsilon T_w \quad \dots (4)$$

$\epsilon T_w$  は、熱放射の等価雑音温度であるが、海面からのマイクロ波放射は熱放射成分のほかには天空からの雑音放射  $T_{sky}$  の海面散乱成分  $\rho T_{sky}$  がある。また海面とアンテナ間の中間大気層の吸収および熱放射の影響を含めて、アンテナ温度は、

$$T_A = \frac{1}{\Delta} \left\{ \frac{A_T}{4\pi R^2} G (\epsilon T_w + \rho T_{sky}) \right\} + (1 - \frac{1}{\Delta}) T_a \quad \text{--- (5)}$$

である。ここで、 $\Delta$  は中間大気層の平均吸収減衰率  
 $T_a$  は平均気温である。また、 $\rho$  は海面の反射率  
 で、熱平衡時の放射バランスから  $\rho = 1 - \epsilon$  である。

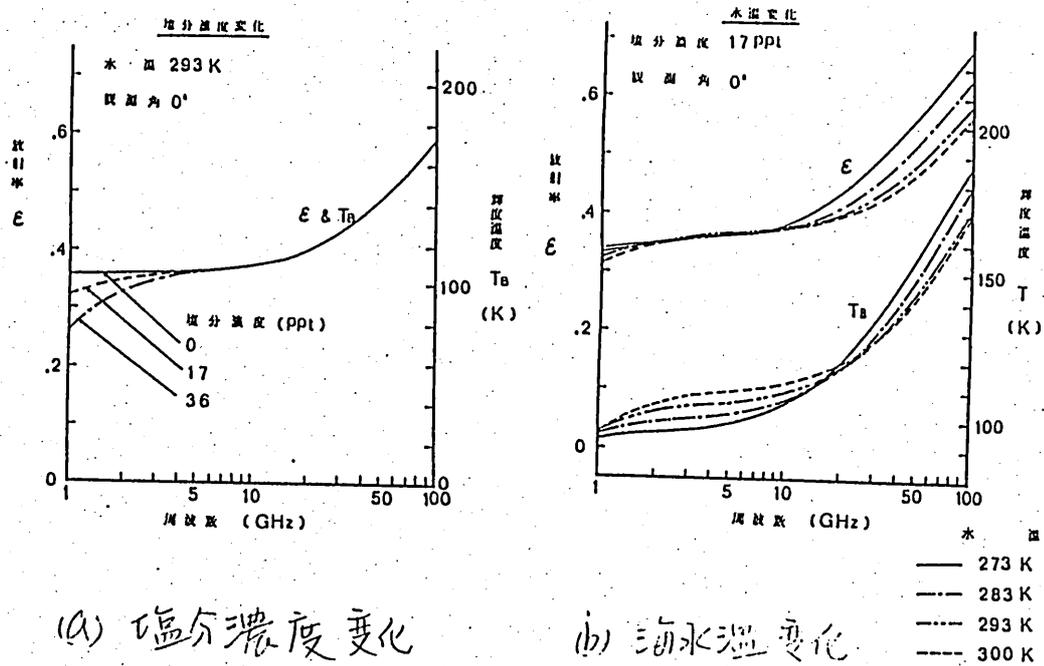
上式より2.1)は中間大気層の熱放射による等価  
 雑音温度である。

10 GHz における入射角  $0^\circ$  のとき海水の放射  
 率係数は 0.38 附近、海水の熱放射成分  $\epsilon T_w$  は、  
 120 K 位に対し、晴天時の天空雑音は 5 K 位  
 より中間大気の放射はさらに小さい値である。

### 3. 観測用放射の選択

各種油のマイクロ波放射率係数は 0.9 附近で、  
 油種によりわずかに変化する。同放射による変化も  
 小さい。

一方、海水の放射率係数は、固形分示すように、周  
 波数により大きく変化する。また、塩分濃度  
 および海水温の変化によつて変化する。



(a) 塩分濃度変化

(b) 海水温度変化

図1 海水の放射率・輝度温度の周波数変化

観測周波数の選択には

- (1) 油の放射率との差が大きい周波数
  - (2) 塩分濃度および水温変化の影響が少い周波数
  - (3) 気象条件による影響の少ない周波数
- などを考慮して決定する必要がある。

塩分濃度変化の影響は約5GHz以上では無視可能である。水温変化については図1(b)にみられるように、1GHz付近および20GHz付近に海面輝度温度変化が最小となる点がある。但し、

この周波数は、塩分濃度により変化する。

気象条件による影響は、大気中の水蒸気および、酸素による吸収帯がそれぞれ 21GHz 付近および 60GHz 付近にあり。また、霧、雲などの水滴による散乱は周波数が高くなる程大きくなる。

以上のことから、視測周波数は、10GHz 帯を用いている。しかし、10GHz 帯においても 21GHz の水蒸気吸収帯の影響を受け子ので、21GHz のセンサーとの同時視測による補正など、最終的には複数センサーシステムも想定している。複数センサーシステムでは後に述べるように、広い膜厚範囲での油膜厚の推定が可能になり利点もある。

## 4. 放射計の試作

放射計回路方式には (1) ティック形およびその変形、(2) 自動平衡ブリッジ形<sup>(1)</sup>、(3) 相関形<sup>(2)</sup>などがある。相関形は入力側で基準雑音とアンテナ温度との切換えによる比較を必要とせず、常時アンテナからの雑音電力を果めることができる点で原理

的に、高感度が期待できるが、並列に2つのアンテナが必要であり、ハイブリット回路、アンテナ及び乗算器の系での位相バランスおよび安定性が要求される。野外の周囲温度変動および振動などに対する考慮が必要である。また2つのアンテナの利得変動に対する安定化が必要である。

(2)の自動平衡ブリッジ形は、基準雑音温度をアンテナ温度に自動平衡させるもので、放射計の内部雑音の影響を完全に除去できる長所があるが、アンテナをスキャンして熱放射画像を描く場合、放射計の応答速度に問題がある。

以上により、テイクオフにより利得変動の安定化をおこなった放射計を試作した。図2は、基準雑音源(338K)とアンテナとをスイッチングして比較をおこなうテイクオフ形で、基準雑音側に接続されている期間の安定な入力に対し、放射計出力が一定となるようにAGC帰還をおこなっている。

性能を表1に示す。なお、表中の内部雑音温度は、測定した輝度温度分解能から、入力端雑音温度に換算したものである。

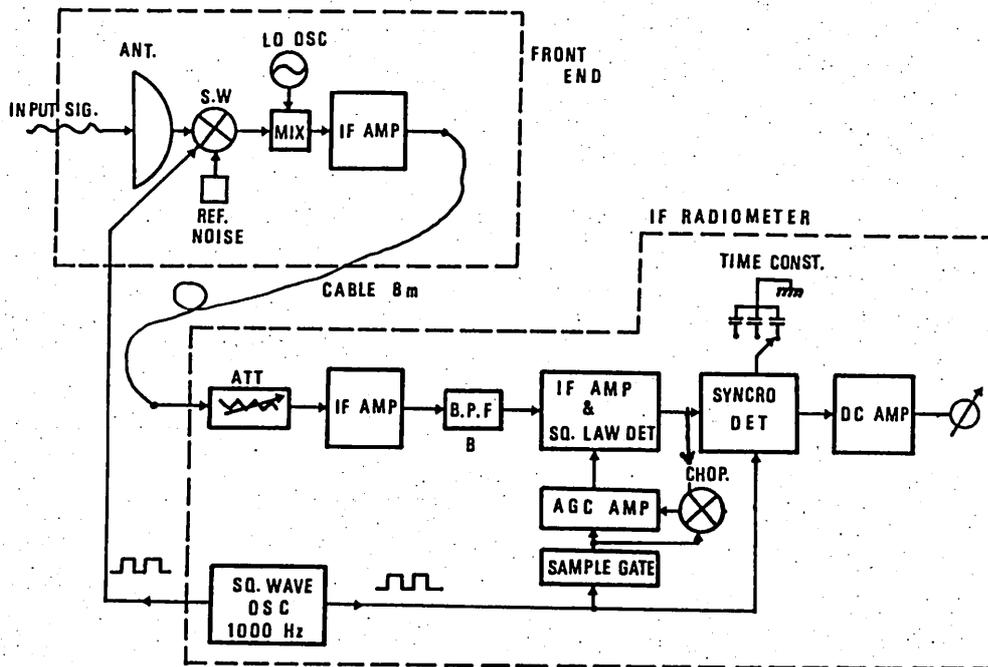


図 2 X-バンド放射計

- (1) アンテナ
  - (a) 形式 : ホーン形
  - (b) ビーム角 :  $10^\circ$  (E面),  $20^\circ$  (H面)
  - (c) 利得 : 20.2 dB
- (2) ラジオメータ
  - (a) 中心周波数 : 10 ~ 11 GHz 可変
  - (b) 帯域幅 : 20, 100, 200, 400, 500 MHz  
(両側帯波)
  - (c) 利得 : 130 dB
  - (d) ディッキスイッチ・スイッチング周波数 :  
1000 Hz
  - (e) 積分時定数 : 0.1 ~ 30 秒可変
  - (f) 内部雑音温度 : 4,750 K

表 1. X-バンド放射計性能

また、図3にアンテナをスキャンしてマイクロ波放射のカラー画像を表示する装置の回路構成<sup>(3)</sup>を示す。50cmφのパラボラ反射鏡をもつカセグレンアンテナ

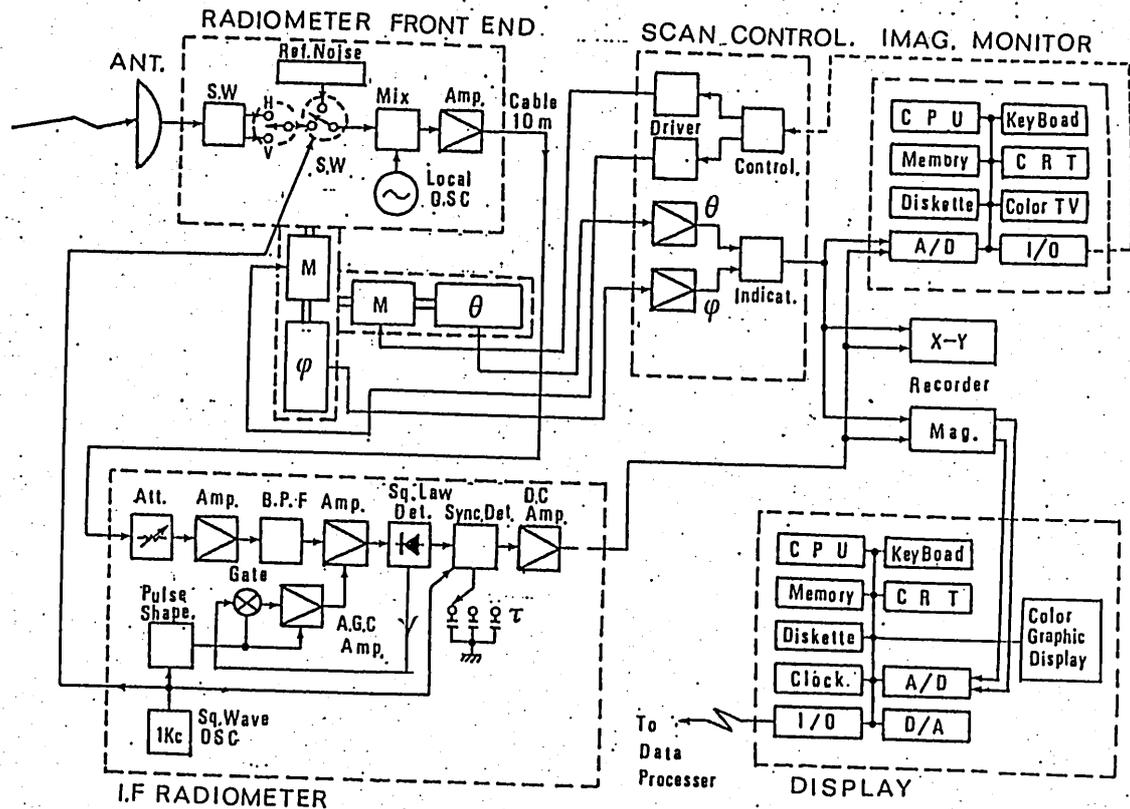


図3 マイクロ波画像表示装置

表2 画像表示装置センサ部の性能

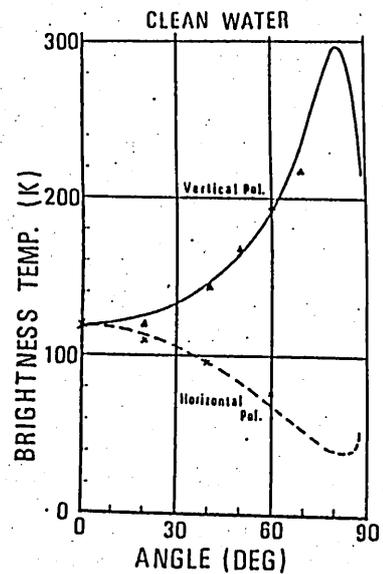
- (1)アンテナ
  - (a)形式：50cmφカセグレン形，円偏波受信
  - (b)ビーム巾：4°
  - (c)利得：31.2dB
  - (d)偏波分離器の交差偏波：-23dB
- (2)ラジオメータ部
  - (a)中心周波数：10.69GHz
  - (b)帯域巾：20MHz
  - (c)内部雑音温度：2,200K
  - (d)積分時定数：0.1~30sec可変

のスキヤンにより，海面のマイクロ波放射分布を計測し，準実時間で小形のカラーモニタに画像を表示するとともに，テープレコーダを介して，オフラインで所内の計算機による画像処理とカラー画像表示をおこなっている。

### 5. 水面の油膜による輝度温度変化

図1(a)にみられるように，10 GHzにおける海面のマイクロ波放射は，塩類のイオン導電性による影響は小さく，真水の場合と同一と考えてよい。実験水槽水面のマイクロ波輝度温度角度変化を測定した結果の一例を図4に示す。図中△および×印は，それぞれ垂直偏波および水平偏波の測定値，また実線および破線は，水の誘電率から計算した値である。なお，天空の雑音放射の角度変化は，近似的に

$$T_{\text{sky}}(\theta) = T_a (1 - \tau^{1/\cos\theta}) \quad (10)$$



清浄水面（水道水），晴天  
周波数 10.59 GHz，帯域巾 20 MHz  
▲，×：測定値  
—，---：理論値

図4 水面の輝度温度角度変化

で与えられる。ここで、 $T_a$  は気温 (K),  $\tau$  は天候によるパラメータで、図4では  $\tau=0.99$  としている。測定時の気温は 305 K, 水温は 310 K である。

水面に誘電率の異なる油膜層がある場合、層状誘電体境界の反射率から放射率を計算できる。入射角  $0^\circ$ , 水温 300 K, 油の誘電率を  $2.0 - j0$  としたときの油膜厚変化に対する輝度温度変化の計算結果を清浄水面の値からの増分  $\Delta T_B$  で示したのが図5である。薄い油膜厚の検出には観測周波数が有利なことは当然であるが、広い膜厚範囲に対する膜厚推定には複数周波数センサが必要である。油の誘電率の  $\tan \delta$  は一般に小さいと考えられるので、誘電率の虚数部を無視して  $K$  とし、海水の誘電率を  $K_w (=K_w - jk_w)$  とすると、油膜中でのマイ

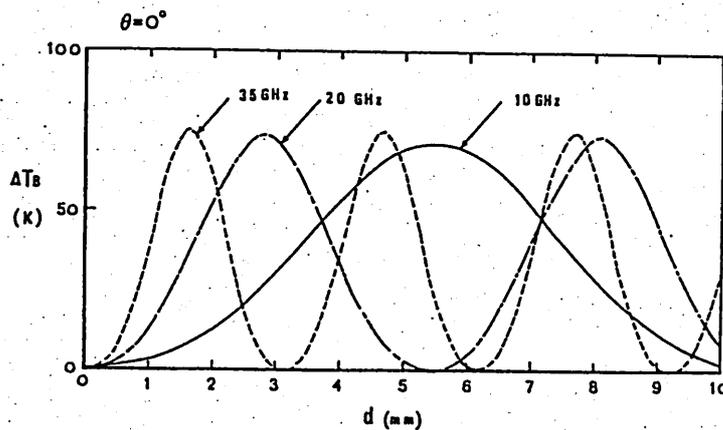


図5. 油膜水面輝度の油膜厚変化  
(水温 300 K, 油誘電率  $2.0 - j0$ )

干渉干渉から、輝度温度増大の生じ膜厚  $d_{max}$  は、

$$d_{max} = \frac{(2n-1)\pi - \delta}{2k_0 \sqrt{k}} \quad (n=1,2,3\dots) \quad (2)$$

ここで、 $k_0$  はマイクロ波波数、また  $\delta$  は、油・海水境界でのフレネルの反射係数の位相角である。

$$\frac{\sqrt{k} - \sqrt{k_0}}{\sqrt{k} + \sqrt{k_0}} = A e^{j\delta} \quad (3)$$

図6に A および B 重油、スピンドル油 および 燈油について油膜厚対輝度温度増分の測定結果を示す。

図より、B 重油の輝度温度増加は大きく他の油種との区別が容易である。海上に流出後

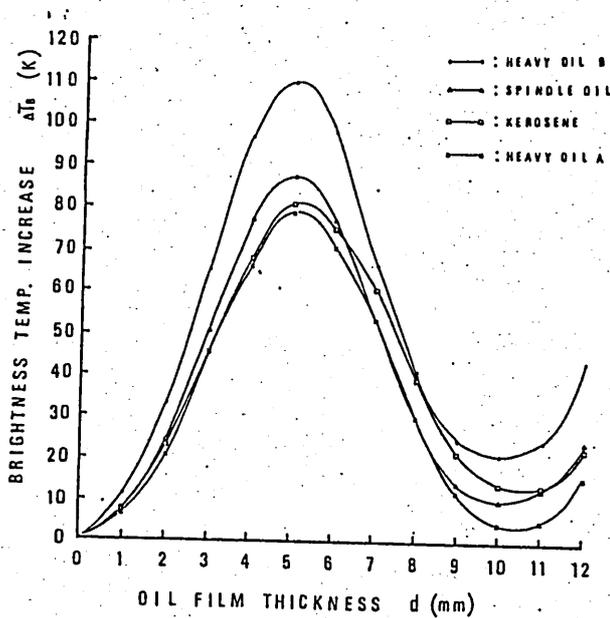


図6. 各種油による輝度温度油膜厚変化

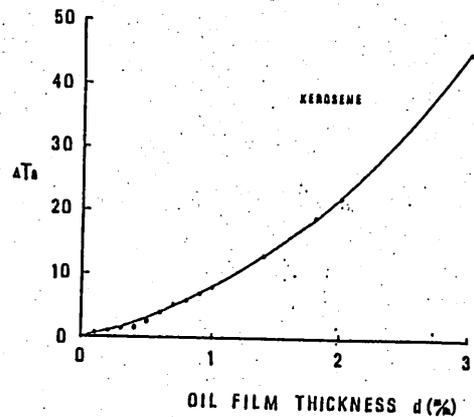


図7. 薄い油膜厚での輝度温度変化

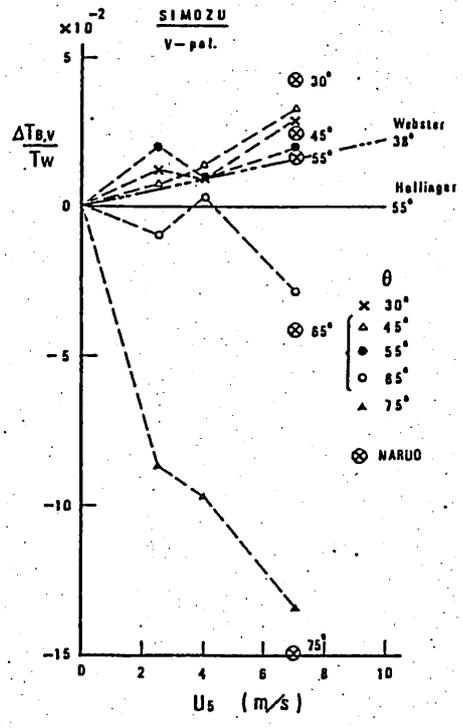
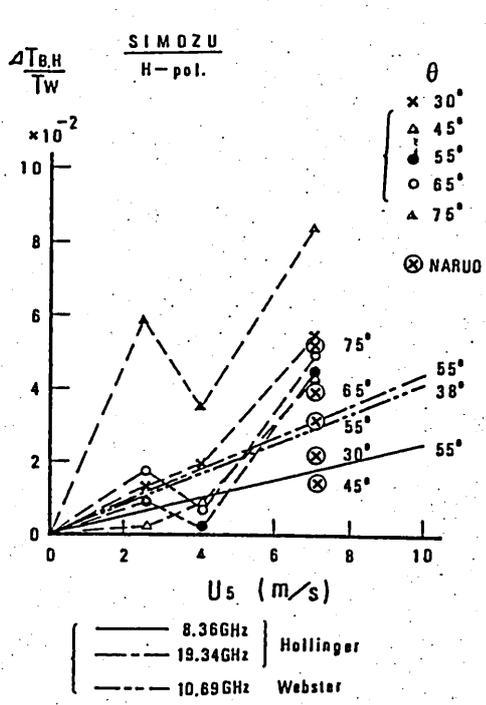
時間の経過と共に、軽質分の蒸発およびエマルジョン化が進むことが知られており、これらの油の変質により誘電率も大きく変ることが予想される。現時では油種の識別は困難と考えられる。

図7は、拡散性の良い燈油を用いた薄い油膜厚範囲での輝度温度変化を測定した結果を示す。放射計の輝度温度分解能0.5Kで100 $\mu$ m厚の油を明瞭に検出することができる。

#### 6. 海面波による輝度温度変化

海面の波による表面粗らさが海面の放射率を増加させる。また高風時海面に生じる白波(泡)は1に近い放射率をもち、白波の海面被覆率に比例して海面の平均放射率を増加させると考えられる。

丸善石油下津精油新岸壁および東洋建設鳴尾造成地岸壁から海面の輝度温度風速変化を測定した結果を図8(a)および(b)に示す。放射計および風向風速計の取付け位置は海面上約5mである。図中実線および一点鎖線は、それぞれ Hollinger<sup>(4)</sup>による8.36GHzおよび19.34GHzの値である。



(a) 水平偏波

(b) 垂直偏波

図8 海面輝度温度風速変化

よ、<sup>(5)</sup> 是鎖線は Webster の白波の影響が優勢な海面での測定値を外様して示している。

測定結果は、Hollinger および Webster の風速に対する輝度温度上昇より大きい傾向を示している。白波による輝度温度風速変化は、表面粗さによる場合に比し、大きい変化となることが予想されたが、図8の結果では逆に小さい変化となっている。

## ク おわりに

試作放射計により実験水槽水面の油膜について輝度温度変化の測定をおこない、100 $\mu$ m厚(灯油)の検出が可能なることを確かめた。海面での油膜の計測は、従来実験が困難であったが、海上保安庁、海上公害課の協力を受けて、油監視に使用されているヘリコプターを用いて、油流出時に視測実験をおこしうることが可能となった。

## 参考文献

- (1) Goggins, W. B. "A Microwave Feedback Radiometer", IEEE Trans. AES, Vol. AES-3, No. 1, Jan. 1967
- (2) Farris, J. J. "Sensitivity of a Correlation Radiometer", J. Research of the NBS, Vol. 71C, No. 2, April-June 1967
- (3) 中野, 山口, 橋本 "ハッパシ7" マイクロ波センサによる二次元画像", 電気学会 計測研究会 IM-81-28, 昭56年10月
- (4) Hollinger, J. P., "Passive Microwave Measurements of Sea Surface Roughness", IEEE Trans. GE, Vol. GE-9, No. 3, July 1971
- (5) Webster, W. J. et al. NASA X-910-74-141

輻射科学研究会資料  
RS-82-6

アベレス法による薄膜屈折率の測定

栗井 郁雄 小野寺秀俊 池上 淳一  
(京都大学 工学部 電子工学科)

昭和57年 7月 9日

## § 1. まえがき

薄膜を利用した光導波系子を作る場合、膜厚とその屈折率を精度よく測定する事が不可欠である。その為、この従来、数多くの方法が提案され利用されているが、この中で取り上げる Abelès 法は比較的簡単な装置で高精度な屈折率測定が出来るので、いくつかの改良も含めてよく検討されている。(1~4)

我々は日頃、スパッタ法により薄膜を作成しているが、Abelès 法によって測定を試みたところ、高精度な測定は望めない事が判明した。Abelès 法では光ビームを薄膜と基板の境界部に当て、その反射光を目で見ながら入射角を変えて行く。境界線が消失して見える入射角から薄膜の屈折率を計算する。ところがスパッタ法によって作られた膜は回り込みの効果によって境界部は明確な段差を持たず、 $2\text{mm}$  にわたって徐々に厚さが変わって行く。そのため境界線の消失を観測する事は極めて困難であり何らかの改良を施す事が必要となる。

一方、光源について考えてみると従来は Na ランプを分光計が用いられていたが、最近では単色光源としてレーザを手軽に用いる事が出来るわけだから、当然それを前提として考え、もしレーザ光を用いる事による何らかの問題点が出てくるならば、それも合わせて解決すれば良い。

以上の様に、He-Ne レーザを光源としてスパッタ膜の屈折率を高精度に測定したいという我々の要求を満たす方法も Abelès 法の変形によって試みたので御報告する。

## § 2. Abelès 法の原理

### (1) 薄膜の反射・透過

図1のように、偏光した光が2つの異なる媒質の境界面に入射したとき、その反射係数  $r$ 、透過係数  $t$  は、

次のように与えられる。

$$\left\{ \begin{aligned} r_p &= \frac{\epsilon_2 k_{x1} - \epsilon_1 k_{x2}}{\epsilon_2 k_{x1} + \epsilon_1 k_{x2}} = \frac{\tan(\varphi_1 - \varphi_2)}{\tan(\varphi_1 + \varphi_2)} \quad (1) \end{aligned} \right.$$

$$t_p = \frac{2\epsilon_2 k_{x1}}{\epsilon_2 k_{x1} + \epsilon_1 k_{x2}} = \frac{2\cos\varphi_1 \sin\varphi_2}{\sin(\varphi_1 + \varphi_2) \cos(\varphi_1 - \varphi_2)} \quad (2)$$

$$\left\{ \begin{aligned} r_s &= \frac{k_{x1} - k_{x2}}{k_{x1} + k_{x2}} = \frac{\sin(\varphi_2 - \varphi_1)}{\sin(\varphi_1 + \varphi_2)} \quad (3) \end{aligned} \right.$$

$$t_s = \frac{2k_{x1}}{k_{x1} + k_{x2}} = \frac{2\cos\varphi_1 \sin\varphi_2}{\sin(\varphi_1 + \varphi_2)} \quad (4)$$

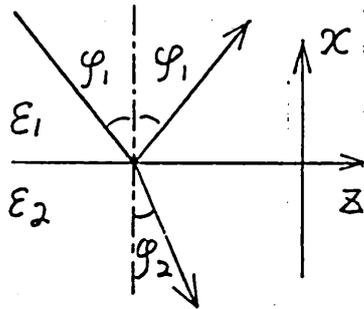


図1. 2つの媒質の境界面に  
おける反射・透過

ここで添字 P は偏波が入射面内にある場合 (TM 入射), S は入射面に垂直な場合 (TE 入射) を意味する。  
 $k_{x1}$  は媒質 1 内での,  $k_{x2}$  は 2 内での x 方向波ベクトルであり,  
 $\varphi_1, \varphi_2$  はそれぞれ媒質 1, 2 における入射角, 屈折角を表わす。  
 これらの反射係数を入射角を横軸として図示すると,  
 よく知られているように図 2 のようになる。P 偏光に対  
 しては式 (1) より明らかのように

$$\varphi_1 + \varphi_2 = \frac{\pi}{2} \quad (5)$$

において反射率が 0 となる。  
 この関係とスネルの法則

$$n_1 \sin \varphi_1 = n_2 \sin \varphi_2$$

から

$$\varphi_1 = \tan^{-1} \frac{n_2}{n_1} \quad (6)$$

が得られ,  $7/2$ -スター角と呼ぶ。

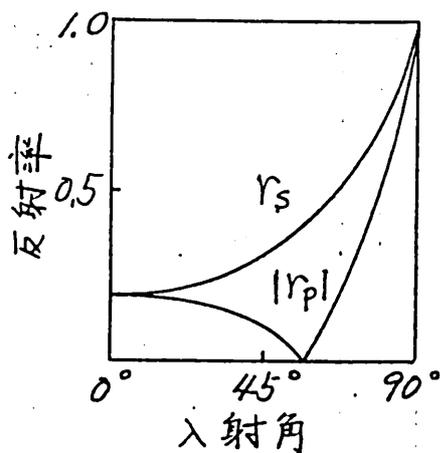


図2. P及びS偏光の  
反射係数  
(空気-ガラス境界)

次に図3のように媒質0の薄膜に光が入射する場合を考える。境界面 $S_1, S_2$ における反射透過をすべて加え合わせる事によって薄膜全体としての反射率, 透過率を計算することができる。入射光の振幅を1としたとき,  $S_1$ と $S_2$ の間で1回反射, 2回反射... $n$ 回反射してから媒質0の空間にでてくる光の振幅を $a_1, a_2, \dots, a_n$ とすると

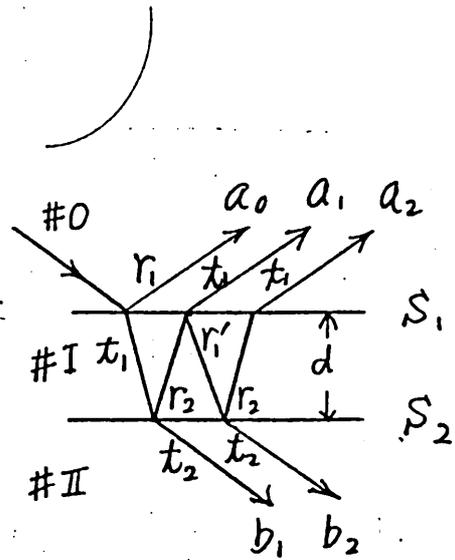


図3. 薄膜における反射透過

$$\begin{cases} a_1 = t_1 r_2 t_1 e^{-i\delta} = (1-r_1^2) r_2 e^{-i\delta} \\ a_2 = t_1 r_2 r_1' r_2 t_1 e^{-i2\delta} = (1-r_1'^2) r_2 e^{-i\delta} r_1' r_2 e^{-i\delta} \\ \dots \\ a_n = (1-r_1'^2) r_2 e^{-i\delta} (r_1' r_2 e^{-i\delta})^{n-1} \end{cases} \quad (7)$$

である。ただし,  $r_1'$ は媒質Iより媒質0へ向かう光の $S_1$ 面での反射率で

$$r_1' = -r_1 \quad (8)$$

である。また,  $\delta$ は光が $S_1$ と $S_2$ を通る間に生ずる位相の遅れである。

従って  $\delta = \frac{4\pi n_1 d \cos \theta_1}{\lambda}$  ( $\lambda$ : 真空中の光の波長) (9)

なることは容易にわかる。そこで媒質Iの薄膜全体としての反射率を $r$ とすると

$$r = r_1 + \sum_1^{\infty} a_n \quad (10)$$

となる。

式(10)に式(7)を代入すると

$$r = \frac{r_1 + r_2 \exp(-i\delta)}{1 + r_1 r_2 \exp(-i\delta)} \quad (11)$$

同様に全体としての透過率  $t$  を計算すると

$$t = \frac{t_1 t_2 \exp(-i\delta/2)}{1 + r_1 r_2 \exp(-i\delta)} \quad (12)$$

となる。  $r_1, r_2, t_1, t_2$  は実数であるが、  $r, t$  は複素数になる。エネルギー反射率  $R$ 、透過率  $T$  は  $R = rr^*$ 、  $T = tt^*$  であり、

$$R = \frac{r_1^2 + r_2^2 + 2r_1 r_2 \cos \delta}{1 + r_1^2 r_2^2 + 2r_1 r_2 \cos \delta} \quad (13)$$

$$T = \frac{n_0 n_1^2 n_2^2}{n_0 (1 + r_1^2 r_2^2 + 2r_1 r_2 \cos \delta)} \quad (14)$$

これらの式は  $P, S$  両偏光に対して成立する。

## (2) Abelès 法

図4において薄膜に入射する光の入射角を空気-膜間のブリュースター角に選んだとすると、式(5)からわかるように

$$\varphi_{0B} + \varphi_{fB} = \frac{\pi}{2} \quad (15)$$

となるので空気-膜間の反射係数は0となる。これはゆえ全体としてのエネルギー反射率  $R$  は式(13)によって

$$R_f = r_2^2 \quad (16)$$

と単純化される。さて  $r_2$  は式(2)によって

$$r_2 = \frac{\tan(\varphi_{fB} - \varphi_{sB})}{\tan(\varphi_{fB} + \varphi_{sB})} \quad (17)$$

であるから式(15)をこれに代入すれば

$$r_2 = \frac{\tan(\varphi_{0B} - \varphi_{SB})}{\tan(\varphi_{0B} + \varphi_{SB})} \quad (18)$$

を得る。

一方、空气中から基板に直接入射する光は入射角を $\varphi_0$ 、基板中への出射角を $\varphi_S$ とすると、式(1)を用いてそのエネルギー反射率は、

$$R_S = \frac{\tan^2(\varphi_0 - \varphi_S)}{\tan^2(\varphi_0 + \varphi_S)} \quad (19)$$

となるので $\varphi_0 = \varphi_{0B}$ 、つまり上記のブリュースター角と同じ入射角に選ぶと $R_S$ は $R_f$ と等しくなる事がわかる。

この時、式(6)は

$$n_f = \tan \varphi_{0B} \quad (20)$$

となって膜の屈折率を求める事ができる。ゆえにこの方法をとりめると次のようになる。薄膜作成時に膜を成長させる部分と成長させない部分(適当なものでおおっておく)を作っておく。そしてその两部分にP偏光をあてて反射光が等しくなるような入射角を求める。その角度の正接が膜の屈折率である。

### (3) 薄膜及び基板からの反射光の振舞

基板からの反射エネルギーは式(19)、薄膜からのそれは式(13)で表わされる。これらの量は入射角に対して大幅に

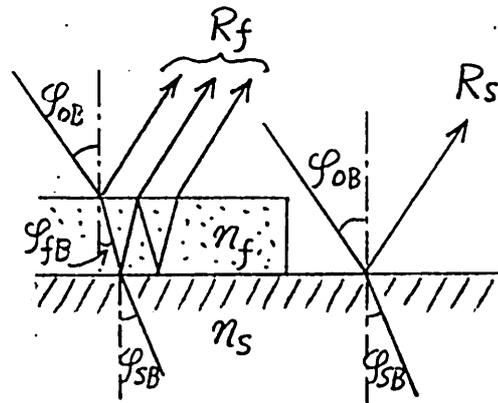


図4. 薄膜部と基板部からの反射 $R_f$ と $R_s$

変化するのでdB表示で図5に示しておこう。計算に用いた数値は

$$n_f = 2.265$$

$$n_s = 1.53$$

$$d = 0.25 \mu$$

である。確かにある入射角で $R_f$ と $R_s$ が等しくなっている事がわかる。当然ではあるがこの入射角 $\varphi_0 = 66.18^\circ$ の正接をとれば $n_f$ に等しくなっている。次に $\varphi_0$ の近傍で膜厚を色々変化させた時の $R_f$ を図6に示す。膜厚によらずすべての曲線が $\varphi = \varphi_0$ で交わっている事がわかる。

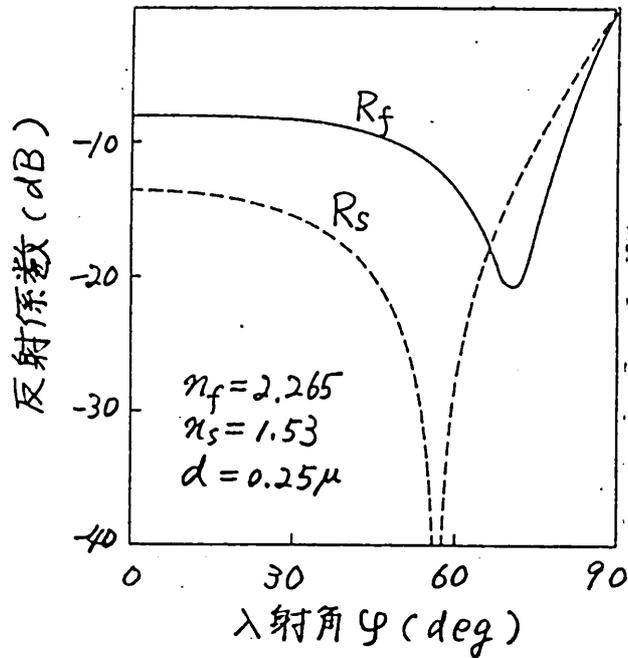


図5  $R_f, R_s$ の入射角依存性 (全体的傾向)

前項で述べた測定の実理によれば $\varphi = \varphi_0$ で $d$ に

よらず、 $R_f = R_s$ なのであるからこれは当然である。

ここで膜厚 $d$ に関する周期性を検討しよう。 $R_f$ の表式の中で $d$ が入ってくるのは式(9)及び(13)からわかるように $S$ を通じてのみである。それゆえ $d$ の変化によって $S$ が $2\pi$ の整数倍変れば $R_f$ は同じ値を繰り返すことになる。ただここで少々やっかいなのは、 $S$ は $\varphi$ (入射角)を含んでいるので入射角によって周期が異なる事である。しかし屈折率測定のために $R_f, R_s$ を測るのは $\varphi_0$ の近傍だけであるから、そのあたりにだけ注目すれば $\varphi$ の影響はあまり考えなくてよい。

それゆえ

$$\int = \frac{4\pi n_f d \cos \varphi_0}{\lambda} = 2\pi \quad (21)$$

と前記の  $n_f$  によって  $d$  を求めると

$$d = 0.1527 \mu$$

となり、この膜厚を周期として  $R_f$  は  $\varphi_0$  近傍で同じ値を繰り返すことが知られる。式(21)を見る限り  $n_s$  に対しても  $d$  と同じ周期性の存在することがわかるが  $n_f$  は、 $n_s$  を通しても式(13)の中に含まれるので簡単でない。

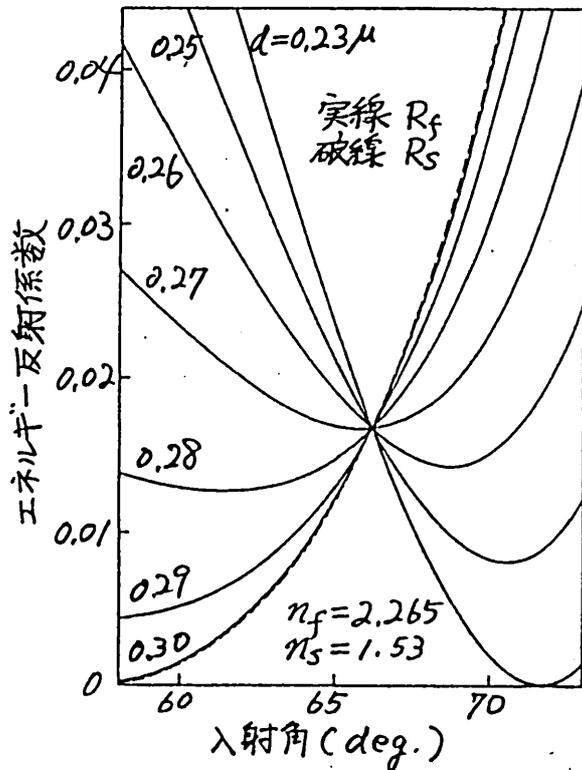


図6.  $R_f, R_s$  の入射角依存性  
(ブリストル角近傍、基板と薄膜の屈折率が離れている場合)

次に基板の屈折率を変えればどうなるかを見よう。図7は  $n_s = 2.18$  と前よりも  $n_f$  に大きく近づけた場合の曲線である。定性的な傾向は何ら変わっていないが、 $\varphi = \varphi_0$  における  $R_f, R_s$  の値が又析も小さくなっている。一見、このために  $n_f$  の測定誤差が増大するように思えるが、後述するように却って  $n_s$  の大きい方が精度の高い測定が可能となる。

### §3. 改良された測定法

レーザーを用いた Abelès 法は既に各所で試みられているが<sup>5),6)</sup> 系統的に研究された例はなく我々の知る限りでは誤差の評価も行われていないようである。その上これまで行われていた測定法ではレーザービームを基板部及び薄膜部に交互に当てその反射パワーの等しくなる角度をさがす方法がとられる。しかし、この場合毎回ビームの当てる場所を切りかえる煩雑さと切りかえ操作時の入射状態の再現性に問題があった。我々はこの問題を解決し、信頼性の高い次のような方法を提案している。

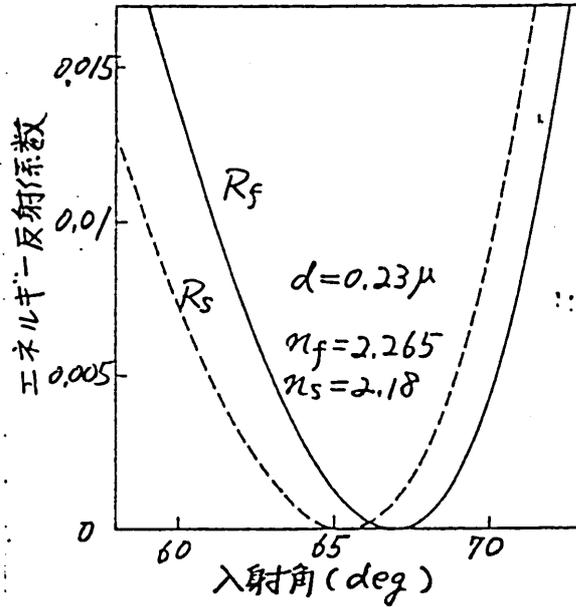


図7.  $R_f, R_s$  の入射角依存性 (ブリストル角近傍, 基板と薄膜の屈折率に近い場合)

全体構成は図8のようになっている。

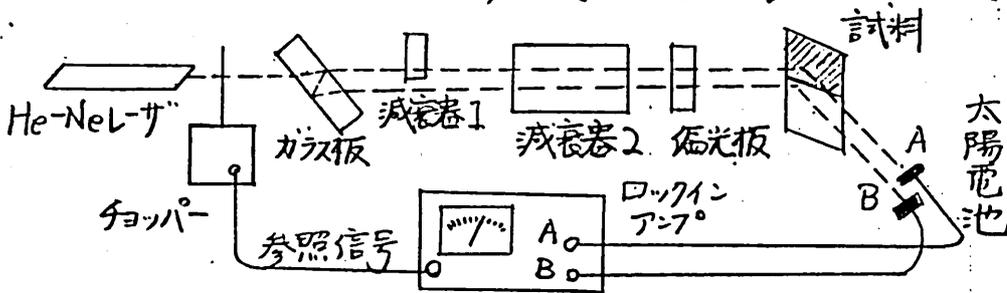


図8. 改良された Abelès 法の測定系構成

動作の原理について簡単に説明を加えておこう。レーザーを出射した光ビームはチョッパーで断続された後、ガラス板に斜め入射する。多重反射の結果、ビームは無数の平行ビームに分けられるが、そのうち1次及び2次ビームのみを利用する。1次ビームの方が強いので2次と同じ強さになるよう減衰器1を用いる。減衰器2は両ビームの強さを同時に調整するためのもので、特に太陽電池は数mWのHe-Neレーザー光程度でも飽和するので、測定時にパワーを絞るための減衰器が必要である。偏光板は試料への入射光をP偏光にするためのものであるが、我々は3連のグラントンソン・プリズムによる減衰器をNo.2として用いているので不要である。

試料は図示のように斜線部は薄膜が付着しており、白地部は基板が露出するように作られている。その2ヶ所にビームを当て反射光を太陽電池で受ける。その出力電圧をロックイン・アンプのA, B端子に入れ、差動増幅モジュールで実験を行なう。当然、最初に試料を取り除いた状態で2つの太陽電池への直接のビーム電力が等しくなるよう減衰器1を調整した後、試料を装着する。ロックイン・アンプの指示が0となるよう回転台をまわし、角度 $\theta_0$ を読み取れば式(2)によって膜の屈折率が判明するわけである。以下にこの構成の中で重要な2つの機器について、我々の行なった工夫を紹介しておこう。

### (1) ガラス板

要するにこれはビームスプリッターとしての機能を持つものである。正統的なビームスプリッターは適当に配置されたミラー系で構成されるが、あまりにも大げさで、かつ調整箇所も多く面倒である。そこでより簡便なものという事で、精密な平行面を持つ円形ガラス板(厚さ約5mm)を見つけ

出して用いたところ、うまく行くことがわかった。  
 平行平面を持つガラス板からの透過波は3頁の議論と全く同様に進めることが出来る。3頁のものと合わせる為

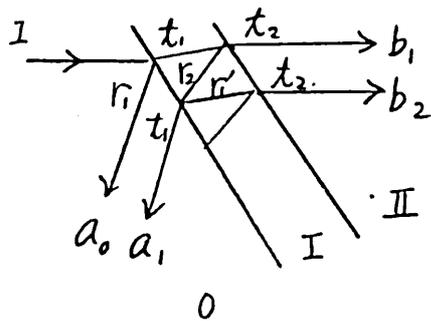


図3と同じく媒質0とIIを要するものとして一回毎の反射透過を描くと図9のようになる。  
 反射波は式(7)の通りなので透過波を求めてみると

図9. ガラス板における反射・透過

$$b_1 = t_1 t_2 e^{-i\delta}$$

$$b_2 = t_1 r_2 r_1' t_2 e^{-2i\delta} = t_1 t_2 e^{-i\delta} r_1' r_2 e^{-i\delta}$$

$$b_n = t_1 t_2 e^{-i\delta} (r_1' r_2 e^{-i\delta})^{n-1}$$

となる。念のため透過電力の総和を求めておくと

$$B = \sum_{n=1}^{\infty} |b_n|^2 = t_1 t_2^2 [1 + r_1^2 r_2^2 + \dots + (r_1^2 r_2^2)^{n-1} + \dots] = t_1^2 t_2^2 / (1 - r_1^2 r_2^2) \quad (22)$$

一方、反射電力の総和は

$$A = \sum_{n=0}^{\infty} |a_n|^2 = r_1^2 + (1 - r_1^2)^2 r_2^2 + \dots + (1 - r_1^2)^2 r_2^2 (r_1^2 r_2^2)^{n-1} + \dots = r_1^2 + (1 - r_1^2)^2 r_2^2 / (1 - r_1^2 r_2^2) \quad (23)$$

$$r_1' = -r_1, \quad r_2^2 + t_2^2 = r_1^2 + t_1^2 = 1 \text{ (対称)}$$

$$A + B = r_1^2 + \frac{(1 - r_1^2)^2 r_2^2 + (1 - r_1^2)(1 - r_2^2)}{1 - r_1^2 r_2^2}$$

$$= \frac{r_1^2 - r_1^4 r_2^2 + r_2^2 - 2r_1^2 r_2^2 + r_1^4 r_2^2 + 1 - r_1^2 - r_2^2 + r_1^2 r_2^2}{1 - r_1^2 r_2^2} = 1$$

なのでエネルギー保存則は満たされている。

さて、 $|b_1|^2 > |b_2|^2 > |b_3|^2 \dots$  は常に成立し実験に用いるのは最初の二つだけであるから  $|b_2|^2$  が最大となるようにビームを分けるのが最も効率的である。ここでは  $n_1 = n_2$ ,  $n_3 = n_2$  なので

$$\frac{d|b_2|^2}{dr^2} = \frac{d}{dr^2}(t^4 r^4) = \frac{d}{dr^2}\{(1-r^2)^2 r^4\} = 2r^2(r^2-1)(2r^2-1)$$

それゆえ  $r^2 = \frac{1}{2}$

のとき  $|b_2|^2$  は極大となる。このとき

$$|b_1|^2 = \frac{1}{4}, \quad |b_2|^2 = \frac{1}{16}$$

となる。従ってこの方法で最良の場合、エネルギー損失 9dB でビームを等しく分け得ることがわかる。

$r^2 = \frac{1}{2}$  は S, P 両偏波においてガラスの傾き角を適当に調節する事によって得られる。しかし、図 8 からわかるように P 偏波において  $|r| = \frac{1}{\sqrt{2}}$  となるのは入射角が非常に大きい場合であってガラス板のレーザービームとなす角の微小な変化に対して大きく分割比が変わり不安定である。それに対して S 偏波の方は比較的安定度が高い。幸い、我々の用法では図 8 のように上下にビームを分割する事が必要でそれらが右端の試料に P 偏波で入射せねばならないからレーザーは紙面に垂直に偏光させてある。従って、ガラス板に対しては S 偏波となっているので具合が良い。入射ビームとガラス板のなす角を横軸としてオ 2 ビームの出力、及びオ 1, オ 2 ビームのスプリット(分離量)を計算すると図 10 のようになる。ビーム直径は  $\sim 2\text{mm}$  であるから、ガラス板の厚さは  $5\text{mm}$  程度でよく、入射角は  $60^\circ \sim 70^\circ$  程度にすればエネルギー損失 10 数 dB となることが

わかる。

### (2) 減衰器 I

3mm程度離れた2本のレーザービームのうち1本を選択的に減衰させる為にこの減衰器を作成した。その構造は図11のように高分子の偏光板を円板状に切り取り、縁端部に一方のビームだけを通過させるものである。

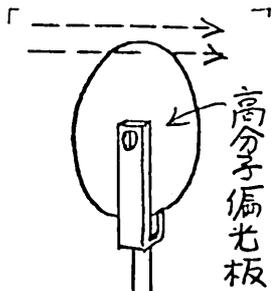


図11. 高分子偏光板を用いた可変減衰器

図8において減衰器は3つの偏光子(クワンソンプリズム)によって構成され、それらをもし簡略化して偏光板で表わすならば図12のような配置になっている。そして $\theta$ を変えることにより減衰量を変える仕組みである。それゆえ高分子偏光板と#1偏光子(固定)の1組に

よって減衰器が構成されていることがわかる。この減衰器は極めて簡便で安価なものであるから最初は満足していたが、後に重大な欠点を

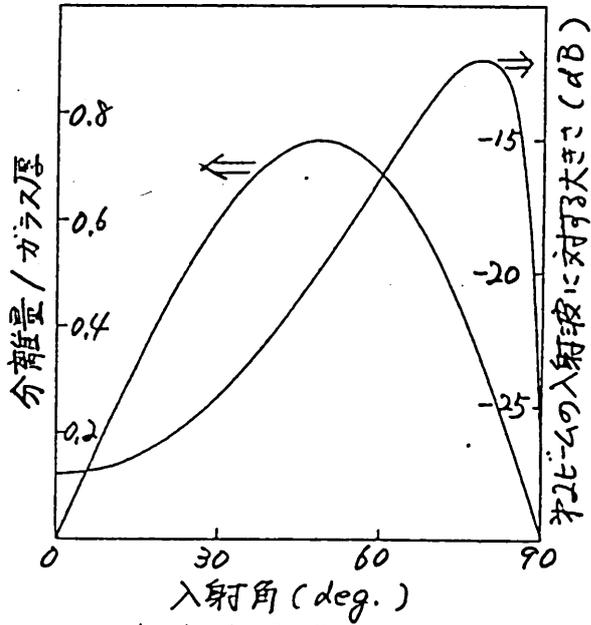


図10. 入射角に対するオ1.オ2ビーム分離量とオ2ビームの減衰量

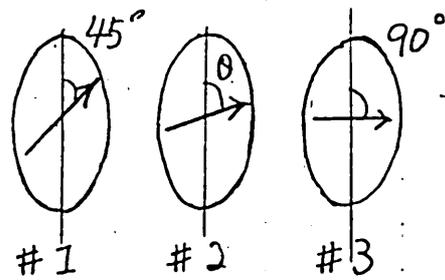


図12. 3連のクワンソンプリズムを用いた可変減衰器の原理(日本電子社製JLA-PI)

レーザーのパワーは時間的に見ると、可成大きく変動する。図8の素子のうちから、フォトダイオード、減衰器、太陽電池、ロケインアンプの系で観測した限りでは、点灯30分経過後でも、最大±2~3%の変動がある。しかし、図8の観測系は一種のアラジとなっており、信号源のパワー変動には極めて強いはずである。ところが、レコタでA, B出力のバランスを観測しているとレーザーのパワー変動と同程度、もしくはそれ以上の変動が見られた。これは予測と全く反しており、後述するように被測定試料のパラメータ如何では非常に大きな誤差の原因となるものである。そこでA, B出力のバランス変動の理由をさぐった結果、どうやら高分子偏光板が原因となっている事を確かめた。偏光板の下に点灯した半田鍍を置いてみたところ、急に変動が増大し、場合によっては5%位にも達する。これは温度変化によって、偏光板又はそれを挟むプラスチック板が伸び縮みし、光路長が変る結果、全体として減衰量が変るためであると考えられる。

このため、より熱膨張率の小さいガラス板にCrを電子ビーム蒸着し、金属膜固定減衰器を作ってみた。コヒーレント干渉が境界面内で起こるとすれば、ガラス板の厚さは、薄い方が温度変化に対する出力変化は少ないわけだ。1mm, 0.5mm, 0.2mmの3種類を試みたところ、ビームを当てる場所、周囲の明るさ、レーザー直後に偏光子を入れるか入れないかなどによってバラツキはあるが、おおむね薄いものの方が安定であった。そして現在、両チャンネルの出力をA, Bとしたとき、 $\left| \frac{A-B}{A} \right|$ のバラツキは約±0.2%まで下げる事が出来ている。尚、これは固定減衰器なのでA, Bを等しくするために(1)のガラス板ビームスポットの角度を微調している。

#### § 4. 誤差の評価

##### (1) 入射角測定

入射角は屈折率決定式に次のように入ってくるに過ぎない。

$$n_f = \tan \varphi_B \quad (20')$$

ゆえにこれを微分して

$$\Delta n_f = \sec^2 \varphi_B \cdot \Delta \varphi_B \quad (24)$$

$\varphi_B$  の測定精度が  $1'$  のとき、 $\varphi_B = 66^\circ$  とし

$$\Delta n_f = \sec^2 66^\circ \cdot \frac{\pi}{180} \times \frac{1}{60} = 1.76 \times 10^{-3}$$

我々の手持ちの回転台の読み取り精度は  $1'$  のので屈折率もこの程度の誤差は免れない。

## (2) 基板の屈折率

式(20)には  $n_s$  が含まれていないから直接的には誤差に寄与しない。しかし、後述するように、2つのヒーム系 A, B に利得のゆらぎがあるとそれによる誤差は  $n_s$  に大きく関係する。その他にも  $n_s$  は同様の誤差に寄与する例があるので必要に応じてパラメータとして示すことにしよう。

## (3) 使用する入射光線のヒーム幅

ヒーム幅が狭い程、入射角の広がりが生ずる。大雑把な評価のために一次元からスベームを考えると、スペクトル幅が  $1/e$  になるのは

$$\frac{k_0^2 (B_m - B)^2}{4} W^2 = 1 \quad (25)$$

のときである。ここに  $B_m$  は波数スペクトルの中心値、 $W$  はヒーム幅である。  $B_m - B = \Delta B$  とおいて、式(25)は

$$\Delta B = \pm \frac{2}{k_0 W} \quad (26)$$

に等しい。一方、入射波の伝搬定数と入射角の間には

$$B = n_0 \sin \varphi$$

なる関係があり、

$n_0$ はここで1 /  $T_2$ から

$$\Delta\beta = \cos\varphi \cdot \Delta\varphi \quad (27)$$

(26), (27)より

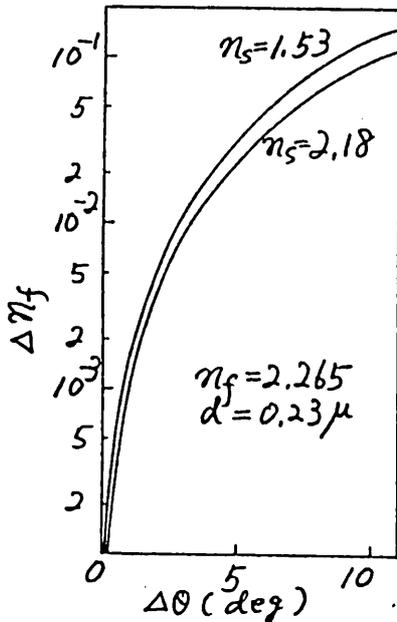
$$\Delta\varphi = \frac{2}{n_0 W \cos\varphi_B} \quad (28)$$

$\varphi_B = 66^\circ$ ,  $W = 1\text{mm}$ ,  $\lambda = 0.63\mu$ とする式(28)から

$$\Delta\varphi = 4.9 \times 10^{-4} \text{ rad} = 1.7'$$

を得る。それゆえビーム直径2mm程度のカラスビームを用いる限り、入射角の測定精度を1'より大幅に高める事は困難であることがわかる。

#### (4) P偏光からのずれによる誤差



試料直前の偏光子が少し回転してS偏光成分が加わると基板からの反射係数 $R_s$ 、膜からの反射係数 $R_f$ 共に変化して両者が等しくなる入射角 $\varphi_B$ が移動する。この誤差を解析的に評価する事は難しいので図13に数値計算結果を示す。 $n_s$ によって多少値が違っても傾向は同じである。 $10^{-3}$ の屈折率測定精度を得るためには偏光子のずれは $1^\circ$ 以下にしなければならぬ。

図13. P偏光からのずれによる屈折率測定誤差

(5) 光パワーの測定誤差

パワーの測定精度は両ビームに対する利得変動, 増幅器の内部雑音などによってある有限な  $\Delta R$  という値を持つものとする。図6及び7を見ればわかるように薄膜及び基板からの反射パワーを  $R_f, R_s$  とするとき,  $\varphi_B$  におけるそれらの角度微分の差が小さい程, 角度測定の誤差は増大することからわかる。この誤差  $\Delta\varphi$  は

$$\Delta\varphi = \Delta R / \left( \left. \frac{dR_f}{d\varphi} \right|_{\varphi_B} - \left. \frac{dR_s}{d\varphi} \right|_{\varphi_B} \right) \quad (29)$$

と与えられる。図6においては  $d = 0.3\mu$  前後で  $\frac{dR_f}{d\varphi}, \frac{dR_s}{d\varphi}$  はほぼ一致するので誤差が非常に大きくなる。 $\varphi = \varphi_B$  付近における両曲線の一致は式(9)に定義された  $S$  が  $2\pi$  の整数倍の時起る。

$$S = \frac{4\pi n_f d \cos \varphi_B}{\lambda} = 2m\pi \quad (30)$$

今  $\Delta R$  が両ビームに対する利得変動に基づくものとする。仮に5%の変動があるものとすれば図6で  $R_f$  または  $R_s$  の値を1.05倍して, それによる交点のずれを見れば屈折率測定誤差が計算できる。図14から, 屈折率測定誤差は利得変動率(バランス変動率)に比例すること, 式(30)で示した周期で膜厚に大きく依存すること, 基板と膜の屈折率,  $n_s$  と  $n_f$  が近づけば減少す

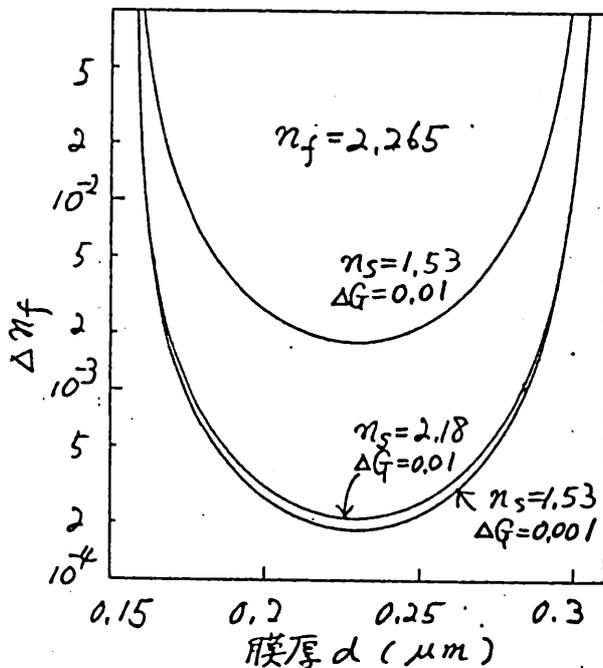


図14. 両ビームのバランス変動による屈折率測定誤差(膜厚依存性)

するこゝが読み取れる。最後の特徴は  $\Delta R$  が  $R_s$  の増大と共に大きく減少する下めに生じたものである。図7を見ると  $\varphi = \varphi_0$  における  $R_f, R_s$  のものが非常に小さくなっているのに  $\frac{\Delta R_f}{\Delta \varphi} - \frac{\Delta R_s}{\Delta \varphi}$  は少し小さくなっているに過ぎない。これらの特徴は、レザを使わない、従来のアベス法でも少し違った形ではあるが「可視度」という概念を用いて説明されている。 $R_f$  と  $R_s$  が近い時、反射光そのものは減少するが、コントラストは却って増大するわけである。

上の例は  $\Delta R$  がパラメータによって可変の場合であるが、もし太陽電池から増幅器までの雑音を取り上げればこれは試料のパラメータによらず一定の  $R_s$  が  $R_f$  に近づくにつれて式(29)の分母が小さくなって行けば誤差は増大する。簡単に言えば、2つの信号のコントラストは大きくなっても雑音もそれより大きくと観測不能になるというわけである。2つだけ例を挙げたがこれらのうちどちらが大きいかによって誤差の上限が決まる。 $R_s$  と  $R_f$  の関係について一見矛盾する叙述が文献7)と8)にあるのはこの理由による。

### (6) 基板裏面からの反射

図4においては基板は半無限に書かれているが、現実には必ず有限な厚さを持っており、通常我々が扱う0.5mm厚程度の試料においては図15のように基板裏面からの反射光が太陽電池に入り込む事は十分考えられる。

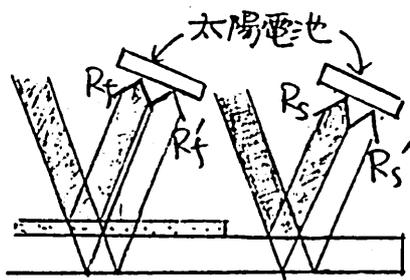


図15. 測定誤差の原因となる基板裏面からの反射

現在、測定中の試料はコーンク7059上にスパッタした  $Nb_2O_5$  であり、基板の屈折率は1.53であるから、丁度それと同じ屈折率の丁字油を図16のように使って基板からの反射波を外らせている。

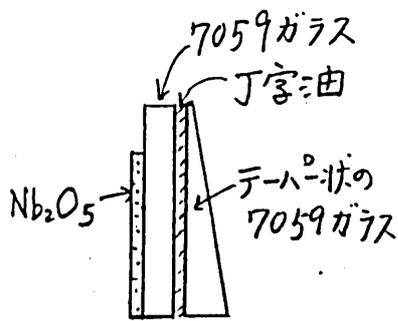


図16. テーパー状に研磨したガラスの裏面反射の除去.

基板としても屈折率の高い材料を用いる時は、最早、この方法は使えない。もし十分に厚ければ基板自身の裏面をテーパー状に研磨すれば良い。しかし、もし薄ければ裏面をスリガラス状に研磨する以外に、方法はない。この時、どの程度の散乱光が太陽電池に入射するか問題となる。不規則表面における光の散乱の問題は古くから取り上げられ、マクロな研究はされ尽くしたと言われているか<sup>9)</sup>

研究の関心は主として空気中から入射した場合の後方散乱にあるように思われ、必ずしも我々の関心と一致しない。また、最近大きく前進したと思われる理論的検討<sup>11)</sup>の結果を利用するよりも、我々の目的に合致した実験的検討を進める方が得策であろう。下下、一ツ指摘しておきたい事は、裏面からの散乱光は $R_s$ 、 $R_o$ の両者に同様に加えられるので、もし十分にインコヒーレントでもとの光と干渉しなれば、差動増幅機構によってキャンセルされるという事である。いずれにしてもこれは今後の課題であろう。

## §5 測定結果と検討

前述のようにコーニング7059ガラス基板にアールファス $Nb_2O_5$ 膜をスパッタによって作成したものを測定試料としている。基板の形状は $20.0 \times 10.0 \times 1.0 \text{ mm}^3$ で屈折率は我々の実測<sup>12)</sup>では1.528である。図8のように端から2~3mmの幅にわたって基板が露出されている。 $Nb_2O_5$ の屈折率は雰囲気ガス( $Ar:O_2 = 4:1$ )のガス圧によって制御する事ができ、1.0~6.0 Paに対応して2.32~2.22のものが見られる。

今回用意した薄膜は他の目的のために作られたものであって伝搬モードが2~3つ存在する程度に厚い。従ってフォリズムを用いたmライン法による膜厚と屈折率が相当正確に測定できるので、これを真値であるとしてAbelès法の精度を計算した。ちなみに我々がAbelès法を試みているのは伝搬モードが1つしか存在しない位薄い試料の屈折率測定を行なうためであり、その際はこの2方法を併用して膜厚と屈折率を測定せざるを得ない。

さて表1にmライン法とAbelès法による測定結果を示す。概して予想外に誤差が大きく前節で行なった理論的検討から予測される値に比べると1桁程度大きいように思われる。(前節(5)項に述べたSへの依存性は明らかに読み取る事ができる。横軸をmライン法で測定したデータによるSと(相対誤差を縦軸にとって測定値をプロットしてみると図17のようになり、縦横軸とも少しだけ意味が違ってくる。図14と極めてよく似た傾向を示している。

試料番号	mライン法による測定			Abelès法による屈折率 $n_A$	$\frac{n_M - n_A}{n_M}$
	屈折率 $n_M$	膜厚 $d(\mu)$	$\frac{4\pi n_M d \cos \theta_B}{\lambda}$		
820607-4	2.254	0.2856	3.72	2.434	-0.08
820608-2	2.227	0.3332	4.28	2.190	0.016
820608-1	2.218	0.2754	3.52	2.264	-0.021
820609-1	2.278	0.3513	4.63	2.267	0.0048
820608-3	2.251	0.3591	4.67	2.213	0.017
820609-2	2.304	0.3838	5.13	2.311	0.0030

表1. ガラス基板  $Nb_2O_5$  薄膜の屈折率測定値

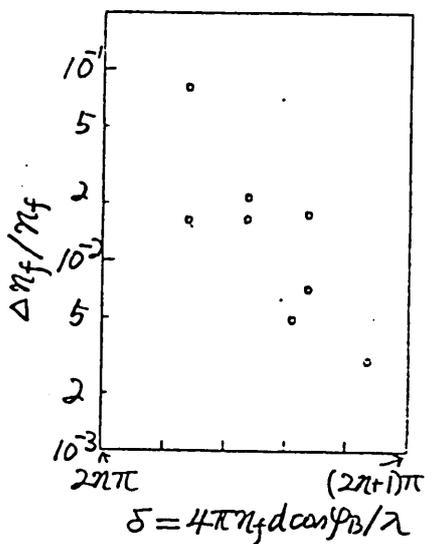


図17. 膜内光路長に対する  
測定誤差の変化(実験値)

あると思われる。薄膜の損失の影響とも考えられるので検討予定である。

現在既にわかっている誤差の原因があり、それはビームの当る位置によって太陽電池の出力電圧が異なることである。最大2~3%の差があるため、屈折率にして小数点以下2桁目に影響がある。沢山の太陽電池を購入して特性の良いものを選べば良いであろう。もう一つの問題は、 $\delta$ が $2n\pi$ に近い領域では大抵の試料で $R_f$ と $R_s$ の曲線が入射角を変えたときに2度交わることである。この現象は再現性よく観測できるので測定系よりも試料に問題がある。

## §6. まとめ

レーザーを用いて基板との境界が曖昧な薄膜の屈折率を測定するため Abelès 法の改良を試みた。改良の要は次のようなものである。

- a. レーザーを光源とし、ビームを2つに等分割して、それらと同時に試料の基板部と薄膜部にあてるようにした。
- b. 両ビーム系の全利得が常に等くなるようビーム分割器、減衰器に工夫を加えた。

測定系は一応作動するようになったが、まだ若干の改善が必要である。

次に誤差の検討を行ない、我々の測定系で得られる精度の限界を示すと共に、いくつかの数値例を与えて参考にした。本文中に述べたように膜の屈折率の虚数部を考慮に入れた計算を行う必要がある。Abelès法には薄膜の屈折率と厚さの関係により大きな測定誤差を生ずる本質的欠点があるが、他の方法と補い合って薄膜の光学的特性測定に役立つものである。

尚、膜及び基板が異方性を持つ時にもこの方法は使用可能であり、付録に必要な関係式を導出しておいた。

### 謝辞

御討論頂いた中島将光助教助、実験に協力頂いた大学院生小林雅彦氏、高井均氏、引原隆士氏に感謝する。

### 参考文献

1) 例えは、金原・藤原「薄膜」裳華房 pp203-204 (1979)

2) A.C. Traub and H. Ostenberg, "Brewster Angle Apparatus for Thin Film Index Measurement.", J. Opt. Soc. Am 47 pp. 62-64 (1957)

3) M. Hacskaylo, "Determination of the Refractive Index of Thin Dielectric Films", J. Opt. Soc. Am 54 pp 198-203 (1964)

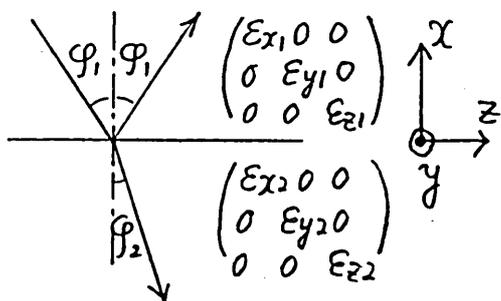
4) J.E. Goell and R.P. Standley, "Effect of Refractive Index Gradients on Index Measurement by the Abelès Method", Appl. Opt. 11 pp 2502-2505 (1972)

- 5) 神谷, 宮崎, 赤尾, "高周波スパッタリング法による光変調素子用  $\text{LiNbO}_3$  単結晶薄膜の作成とその特性", 電学論 A99 PP519-526 (1979)
- 6) 木村, 厚木, 山下, "  $\text{LiNbO}_3$  へのアルゴンイオン打ち込みによる屈折率変化", 特定研究「光導波エレクトロニクス」研究論文集 PP 95-97 (1980.3)
- 7) 大久保, 木村, "Abelès の方法による屈折率測定 of 精度", 応用物理 31 PP 752-754 (1962)
- 8) K. Ninoshita, T. Matsumoto, K. Natsume and M. Yoshida, "A New Device for the Measurement of the Refractive Index of Thin Film", 応用物理 29 PP 205-208 (1960)
- 9) 田中, "偏光の光学測定への応用", 応用物理 51 PP 530-534 (1982)
- 10) 例之仁, 田中 "偏光によるシリコンの反射特性の測定", 応用物理 26 PP 85-91 (1957)
- 11) 例之仁, J. Nakayama, H. Ogura and M. Sakata, "A Probabilistic theory of Electromagnetic Wave Scattering from a Slightly Random Surface", Radio Science, 16 PP 831-853 (1981)
- 12) 小野寺, 粟井, 池上, "701nm 結合による屈折率の測定", 57年度 信学光電波全大 講演番号 279

付録 異方性媒質への拡張  
 異方性結晶基板上に等方薄膜を作成 ( $\text{LiTaO}_3\text{-Nb}_2\text{O}_5$  など)  
 したり、異方的な結晶薄膜を成長させる ( $\text{LiTaO}_3\text{-LiNbO}_3$  など)  
 場合に、Abelès法を適用できるかどうかを調べてみよう。一番最初  
 戻ってフレネルの公式から導出せねばならない。

(1) フレネルの公式

任意の異方性を持った媒質においては電磁界は正常波と異常波(又はこの異常波)の重ね合わせで表現されるため簡単な公式が求まるとは到底思われない。そこで図A1のように対称化された誘電体テンソルを持つような配置についてP偏光が入射する場合だけ考えることにする。



図A1. 2つの異方性媒質の境界における反射・透過

まず、媒質 1, 2 において

$$\epsilon_x \epsilon_z k_0^2 = \epsilon_x k_x^2 + \epsilon_z k_z^2 \quad (A1)$$

が成り立つ。境界の y 成分を等方の場合と同じに書くと  $E_z$  は次のように  $\epsilon$  の部分だけ少し異なる。

$$\begin{cases} E_z = \frac{k_x}{\omega \epsilon_0 \epsilon_{z1}} (A e^{i k_x x} - B e^{-i k_x x}) & (\text{媒質 1}) & (A2) \end{cases}$$

$$\begin{cases} E_z = \frac{k_x}{\omega \epsilon_0 \epsilon_{z2}} C e^{i k_x x} & (\text{媒質 2}) & (A3) \end{cases}$$

$x=0$  における連続条件により結局

$$B = \frac{\epsilon_{z2} k_x - \epsilon_{z1} k_x}{\epsilon_{z2} k_x + \epsilon_{z1} k_x} A, \quad C = \frac{2 \epsilon_{z2} k_x}{\epsilon_{z2} k_x + \epsilon_{z1} k_x} A \quad (A4)$$

が得られる。

等方媒質の場合は  $x$  及び  $z$  方向の波数ベクトル和が全体の波数になるという簡単な関係があるため、式 (A4) に該当する式を容易に入射、出射角によって表現できたが、異方性の場合には式 (A1) に見られるように事は面倒である。そこでこの節では、フレネルの公式の角度表現は諦めて式 (A4) のままに次に進むことにしよう。

ただ、参考のために式 (6) に当たるスネルの法則を導いておく。波数ベクトルの絶対値を  $k$  とおけば

$$k_x = k \cos \varphi, \quad k_z = k \sin \varphi \quad (A5)$$

が成り立つはずである。そこでこれらを式 (A1) に代入すると

$$E_x E_z k_0^2 = E_x k^2 \cos^2 \varphi + E_z k^2 \sin^2 \varphi$$

となる。  $E_x = n_x^2$ ,  $E_z = n_z^2$  とおきかえて

$$k = \frac{n_z k_0}{\sqrt{\cos^2 \varphi + \frac{n_z^2}{n_x^2} \sin^2 \varphi}} \quad (A6)$$

なる関係が得られる。媒質 1, 2 において波数の  $z$  成分が連続であるから

$$k_{z1} = k_{z2}$$

つまり  $k_1 \sin \varphi_1 = k_2 \sin \varphi_2$

であるから、これに式 (A6) を代入して

$$\frac{n_{z1}}{\sqrt{\cos^2 \varphi_1 + \frac{n_{z1}^2}{n_{x1}^2} \sin^2 \varphi_1}} \sin \varphi_1 = \frac{n_{z2}}{\sqrt{\cos^2 \varphi_2 + \frac{n_{z2}^2}{n_{x2}^2} \sin^2 \varphi_2}} \sin \varphi_2 \quad (A7)$$

を得る。これが異方性媒質における  $P$  偏光に対するスネルの法則である。

(2) Abelesの方法

二つの媒質の境界面における反射・透過の法則(A4)がわか  
ったので、これをその予4頁の式(13)の $r, t$ として用いることができる。  
薄膜への入射角 $\theta_0$ を空気-膜間のブロースター角に選んだ場合、  
 $r$ が0になるはずであるから

$$r = \frac{n_{zf}^2 k_{x0} - k_{xf}}{n_{zf}^2 k_{x0} + k_{xf}}$$

より  $k_{xf} = n_{zf}^2 k_{x0}$  (A8)

である。このとき、膜に入射する光のエネルギー反射率は式(13)で  
 $r=0$ として

$$R_f = \left( \frac{n_{zs}^2 k_{xf} - n_{zf}^2 k_{xs}}{n_{zs}^2 k_{xf} + n_{zf}^2 k_{xs}} \right)^2 = \left( \frac{n_{zs}^2 k_{x0} - k_{xs}}{n_{zs}^2 k_{x0} + k_{xs}} \right)^2$$

となる。一方、空気-基板境界に直接入射する光の反射率は

$$R_s = \left( \frac{n_{zs}^2 k_{x0} - k_{xs}}{n_{zs}^2 k_{x0} + k_{xs}} \right)^2$$

となることは容易にわかるので、 $R_f$ と $R_s$ は等しくなり $\theta_0 = \theta_{0B}$ に  
おいて等方性膜と全く同じ事が成立する。

この場合の入射角と屈折率の関係を求めておこう。  
式(A1)を薄膜について書き直すと

$$k_0^2 = \frac{k_{xf}^2}{n_{zf}^2} + \frac{k_{zf}^2}{n_{zf}^2} \quad (A9)$$

となる。z方向には空気-薄膜で波数は連続だから、 $k_{zf}$ は  
 $k_{z0}$ と書きかえ、更に空気中の関係式

$$k_0^2 = k_{x0}^2 + k_{z0}^2$$

を用いると(A9)は

$$k_o^2 = \frac{k_{zf}^2}{n_{zf}^2} + \frac{1}{n_{zf}^2} (k_o^2 - k_{zo}^2)$$

を得る。さて  $k_{zo} = k_o \cos \varphi$   
と式(A8)によって更に

$$k_o^2 = k_o^2 \left[ n_{zf}^2 \cos^2 \varphi + \frac{1 - \cos^2 \varphi}{n_{zf}^2} \right]$$

なる  $\cos \varphi$  についての式が得られるので

$$\cos^2 \varphi = \frac{n_{zf}^2 - 1}{n_{zf}^2 n_{zf}^2 - 1}$$

と簡単化できる。等方の場合のようにこれを  $\tan \varphi$  に書き直すと

$$\tan \varphi = n_{zf} \sqrt{\frac{n_{zf}^2 - 1}{n_{zf}^2 - 1}} \quad (A10)$$

膜が一軸異方性でかつ C 軸が膜面内にある

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{入射面を C 軸を含む様にとると } \tan \varphi = n_{of} \sqrt{\frac{n_{of}^2 - 1}{n_{of}^2 - 1}} \\ \text{入射面を C 軸に垂直にとると } \tan \varphi = n_{of} \end{array} \right.$$

となって  $n_o, n_e$  の両者を測定することが出来る。

以上より、Abelès 法は異方性媒質にも一定の制限ついで使用できることが判明した。膜が等方であれば基板がこの節の意味で異方的であっても何ら影響を受けず等方基板の時と全く同様に屈折率測定を行なうことが出来る。又膜基板共に異方的であっても基板の影響はなく、式(A10)に従って膜の屈折率が測定可能である。

輻射科学研究会資料

RS82-7

光ファイバ利用機械振動計測

田井修市 久間和生 布下正宏

(三菱電機(株)中央研究所)

# 1. はじめに

最近、電力系統や工業プラントへの応用を目的とした光ファイバ応用計測装置の開発を目的として、各所で研究が盛んになされている。光ファイバは無誘導性、絶縁性、安全防爆性などの優れた特性を有しており、光ファイバをセンサあるいは計測信号の伝送路として用いることにより、高電磁界、引火爆発性雰囲気などの悪環境下でも、高精度の計測制御システムを実現できる。

筆者らは、従来から実験室における精密測定用に使われていたレーザドップラ速度計を一般工業計測器として実用化するため、マイクロレンズを先端に装着した光ファイバピックアッププローブ（以下、光プローブと呼ぶ）を考案し、全光路を光ファイバで構成した光ファイバレーザドップラ速度計を開発し、種々の応用を試みている。今回は物体の振動計測への応用を試み、高精度・高感度に微小振動計測が行なえることを確かめたので報告する。

## 2. 光ファイバレーザドップラ速度計の構成と原理

筆者らが開発した光ファイバレーザドップラ速度計は、光プローブおよびレーザから受光素子に至る全ての信号伝送路に光ファイバを使用しているため、光学的調整が不要でありコンパクトで取扱いが非常に容易である。

本装置の構成を図1に示す。光源にはHe-Neレーザ(1.5 mW)、受光素子にはSi-APD、光ファイバにはコア径50 $\mu$ m、ファイバ径125 $\mu$ m、開口数0.18の石英ガラス系G.I型を使用している。また、He-Neレーザの放射光は、ビームスプリッタを経たのち、光プローブに結合される。先端のマイクロレンズによりコリメートされた光プローブ放射光は、物体の運動方向に直角で照射される。この運動物体による散乱光はドップラ効果を受けており

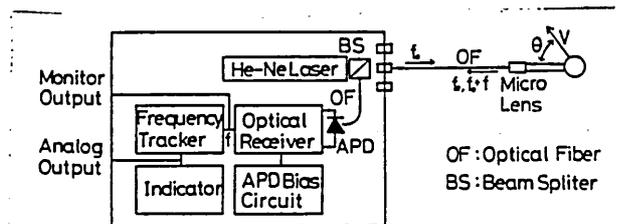


図1 光ファイバレーザドップラ速度計の構成

速度に比例した周波数シフトを生じている。散乱光の一部は同一の光プロローブでピックアップされ、ビームスプリッタを介してAPDへと導かれる。このピックアップされた信号光の周波数はレーザの周波数を、ドップラ効果により受信光の周波数シフトを $f$ とすれば、 $f_0 + f$ と表わすことができる。また、光プロローブ先端でフシネル反射され、周波数のまま信号光と同一経路をたどってAPDへと導かれる。参照光は信号光とAPD受光面上でヘテロダイン検波され、二つの光の周波数差に相当するビート信号が得られる。ドップラ周波数 $f$ はこのビート信号の周波数そのものであり、次式で表わされる。

$$f = \frac{2|V|}{\lambda} \cos \theta \quad \dots (1)$$

上式において、 $V$ は運動物体の速度、 $\lambda$ はレーザ光の波長である。従って、APDによって検出されるビート信号の周波数を測定すれば(1)式より速度 $V$ がわかる。本装置では、この周波数検出をPLLトラッキング方式の周波数トラッカによって行ない、実時間で速度を直読できるようにしてある。この周波数トラッカの帯域は10MHz程度であるため、速度測定の上限は20~30m/sであるが、マイクロアナライザの幅広い帯域の信号処理器を使用すれば100m/s以上の速度測定が行なえる。また、測定精度はマイクロレンズで光プロローブ出射光をコリメートしているために、 $\theta = 30^\circ, 60^\circ$ に対して各々0.6%、2%以下と非常に良好である。

### 3. 振動計測への応用

光ファイバレーザドップラ速度計を用いた振動計測にはいろいろな方法が考えられるが、筆者らは今回、図2(a)、(b)、(c)に示すような普通の方式により振動計測を試みた。図(a)の方式は光ファイバレーザドップラ速度計本来の使い方であり、正弦波状の振動検出のみには有効である。図(b)の方式は図(a)の方式を発展させたものであり、参照光の周波数ハイパスさせた光を用い、任意波形の振動を実時間で検出することが

できる。 [a]の方式は、光プローブ先端からの反射光が周波数ハイパスされた参照光と干渉し、不要な信号を生ずるのを防ぐために有効である。

光プローブに使用したマイクロレンズは直径1.5mm、1/4ピッチのものであり、出射光はコリメートされている。He-Neレーザーは出力1.5mWのものを使用した。また、振動体としてはボイスコイルに反射鏡を取り付けたものを用いた。

### [a] 1プローブ方式

この方式は光プローブ(OF-1)からの出射光を振動体(VO)に照射し、その反射光をピックアップする最も簡単な方法であり、特別の参照光を必要とせず、光プローブ先端からの反射光を参照光として利用している。

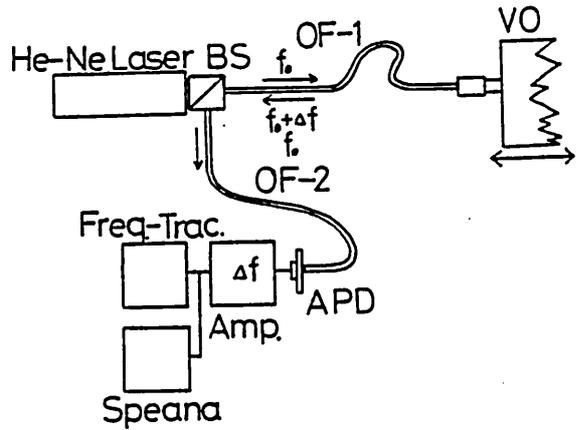
いま、振動体の測定点の変位が

$$U = U_0 \sin(2\pi f_s t) \quad \dots (2)$$

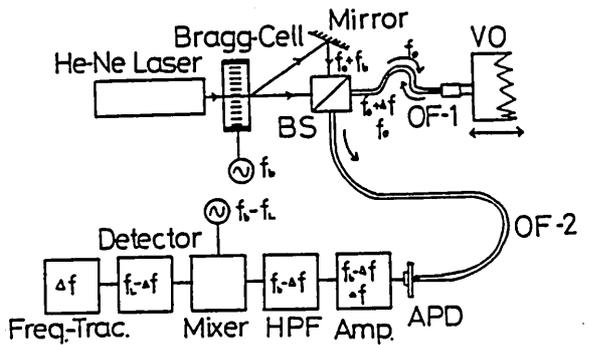
で与えられるとすれば、その瞬時の速度Vは

$$V = \frac{dU}{dt} = 2\pi f_s U_0 \cos(2\pi f_s t)$$

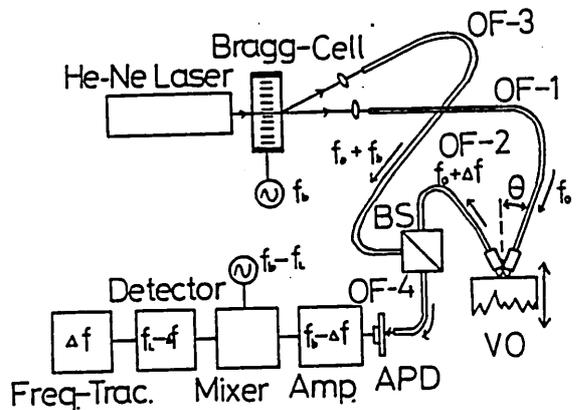
..... (3) 図2 振動計測の方式



[a]



[b]



[c]

となる。このような周期的に速度が変化している物体に光プローブ(OF-1)からの出射光を照射すれば散乱光のドップラ周波数も周期的に変化する。光プローブからの出射光と振動体の振動方向が平行のときは、光プローブで受光される散乱光のドップラ周波数シフト $\Delta f$ は(1)式と(3)式を用いて

$$\Delta f = \frac{4\pi f_s U_0}{\lambda} \cos(2\pi f_s t) \quad \dots (4)$$

と表わせる。従って、この散乱光(周波数 $f_0 + \Delta f$ )と光プローブ先端からの反射光(周波数 $f_0$ )とをAPD受光面上でヘテロダイン検波すれば次のような周波数の電気信号が得られる。

$$f_B = |(f_0 + \Delta f) - f_0| \\ = \frac{4\pi f_s U_0}{\lambda} |\cos(2\pi f_s t)| \quad \dots (5)$$

この信号は周波数がゼロから最大周波数 $f_{max}$ までの向き周期的に変動している。従って、スペクトルアナライザで周波数分析し、その最大シフト周波数 $f_{max}$ がわかれば、振動振幅 $U_0$ は次式のように表わすことができる。

$$U_0 = \frac{\lambda f_{max}}{4\pi f_s} \quad \dots (6)$$

(6)式は $f_{max}$ だけでなく、振動周波数 $f_s$ にも依存しているため別の手段で $f_s$ を知る必要がある。 $f_s$ がわかれば(6)式より振動振幅 $U_0$ が求まる。

また、ドップラ信号を周波数トラッカに入力すれば、その出力として振動波形が得られる。しかし、この波形は(5)式で表わされるように振動方向の正負の区別がつかないため、全波整流されたような波形となる。従って、振動が正弦波状ならば、この周波数トラッカ出力信号からは振動周波数と振幅 $U_0$ を求めることができる。

実験に使用した光ファイバの長さはOF-1が1m、OF-2が50cmである。また、光プローブからの出射光強度は約1.1

mWであった。  
 この場合のAPD出力信号をスペアナで観測した一例を図3に、周波数トラッカ出力波形の一例を図4に示す。図4の上の波形はボイスコイル駆動電流波形、下が周波数トラッカ出力波形である。振動振幅は図3、図4いずれから求めることができる。

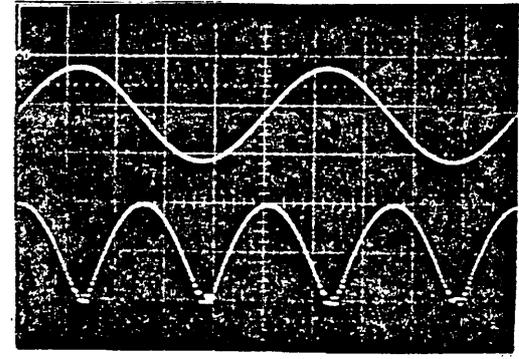
振動周波数を一定(120Hz)としたときの振幅 $A$ と最大ドップラ周波数 $f_{max}$ との関係を図5に、振幅を一定(200 $\mu$ m)としたときの振動周波数 $f_s$ と $f_{max}$ との関係を図6に示した。図5より振幅1 $\mu$ m~1000 $\mu$ m以上まで直線性良く測定できることがわかる。また、図6のより振動周波数 $f_s$ が高くなれば $f_{max}$ も大きくなることもわかる。これは(6)式で示したとおり、結果として、 $f_{max}$ が一定ならば検出限界振幅は $f_s$ の増加とともに小さくなる。例えば、振動周波数 $f_s=1$ KHzでは50nm程度の振幅まで測定できる。

図7は光プローブと振動体との間の距離とAPD出力信号をスペアナで観測したときの信号レベルとの関係を示したものである。振動面が鏡面の場合は170cm以上離れていても、信号レベルは15dB以上あり、十分測定可能である。また、光プローブと振動体との間の距離が多少変化しても信号レベルはあまり変化しないこともわかる。振動面が粗面(黄色の紙)の場合は50cm程度が測定限界距離である。

このアプローチ方式は非常に簡単に高精度の振動測定を行なうことができるという特徴がある。しかし、周波数分析



↑  
 $f=0$   
 200kHz/div, 10dB/div  
 図3 APD出力信号のスペアナ観測写真の一例(100Hz, 50 $\mu$ m)



上:ボイスコイル駆動電流波形  
 下:周波数トラッカ出力波形 2ms/div  
 図4 周波数トラッカ出力波形の一例(100Hz 50 $\mu$ m)

にスペクトラムを使用したり、周波数トラッカを使用しても変位の正負の区別がつかないため、測定可能な振動は正弦波状のものに限られる。

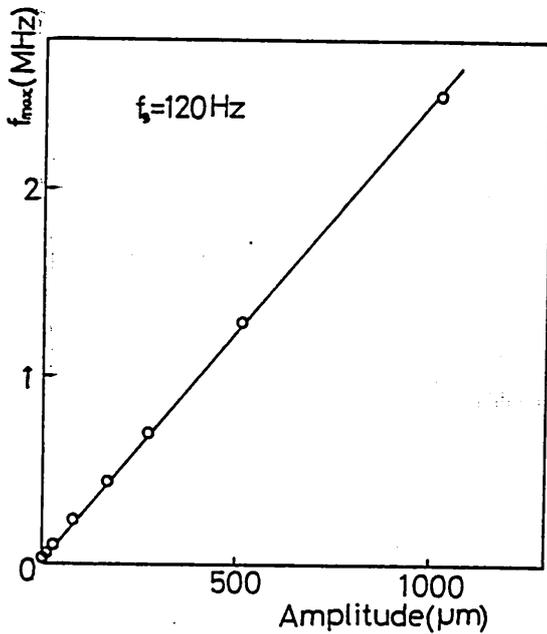


図5 振動振幅と最大ドップラ周波数の関係

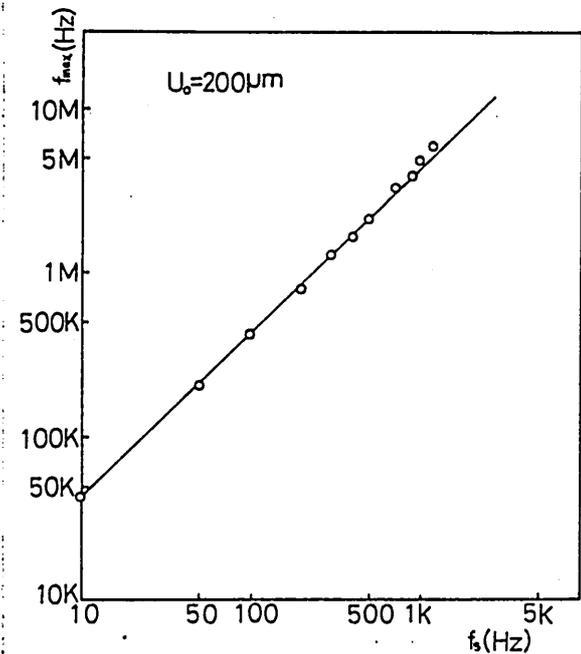


図6 振動周波数と最大ドップラ周波数の関係

### 6. 周波数ハイパスプローブ方式

この方式は図1プローブ方式の参照光にブラッグセルの一次回折光(周波数 $f_0 + f$ )を用いたものである。光プローブ(OF-1)により得られる信号はドップラ信号(周波数 $f_0 + f$ )と光プローブ先端からの反射光(周波数 $f_0$ )であり、反射光が大きいとドップラ信号光と干渉してしまい、不要な信号を生ずる。従って光プローブ先端からの反射を少なくするために、光ファイバとマイクロレンズの間にシリコンオイルを満たして屈折率のマッチングをとっている。この効果により、反射光は $1/3$ 以下に減少している。

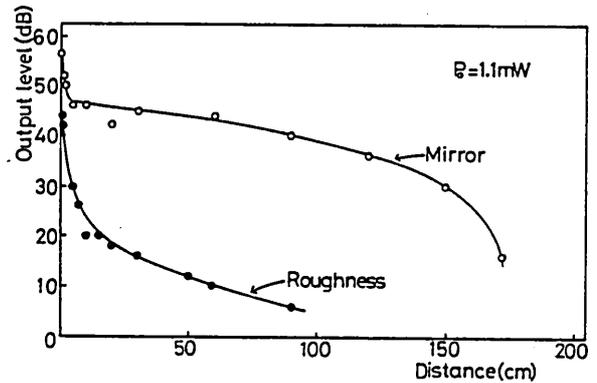


図7 振動体と光プローブの距離と信号レベルの関係

(1)は、振動体の測定点の変位が(2)式で表わされるとすれば、光プローブ(OF-1)で受光される散乱光の受けるドップラシフト $\Delta f$ は(4)式で表わされる。このドップラシフトとブラッグセルの一回折光とがAPD受光面上でヘテロダイン検波を来て仕掛るビート信号の周波数は

$$f_B = |(f_0 + f_b) - (f_0 + \Delta f)|$$

$$= f_b - \frac{4\pi f_s U_0}{\lambda} \cos(2\pi f_s t) \quad \dots (7)$$

となる。ここで、 $2\pi f_b$ は瞬時位相角の増加割合に相当しているため、APD出力信号を増幅した信号の振幅をAとすれば、APD出力信号は時間領域で次のように表わされる。

$$v(t) = A \cos\left(2\pi \int_0^t f_B dt\right)$$

$$= A \cos\left(2\pi f_b t - \frac{4\pi U_0}{\lambda} \sin(2\pi f_s t)\right) \quad \dots (8)$$

(8)式は周波数 $f_b$ なる搬送波が、振動によって位相変調されていることを示している。従って、この信号をFM復調すればその出力として

$$w(t) = B \frac{8\pi^2 f_s U_0}{\lambda} \cos(2\pi f_s t) \quad \dots (9)$$

(Bは比例定数)

なる信号が得られ、振動体の振動状態をリアルタイムで知ることができる。

しかし、実際には(8)式で表わされる信号の他に、シグナルは小さいけれども(5)式で表わされるようなドップラシフトと光プローブ先端からの反射光との間のビート信号も存在する。この信号は不要であるため、ハイパスフィルタ(HPF)で(9)なる信号のみを分離したのち、局部発振器出力信号(周波数 $f_0$ )と電気的にミキシングして、搬送波の周波数を同波数トランシッタの帯域内に低下させてから周波数トラッカに入力してFM復調している。

実験に使用した光ファイバの長さは全て1mであり、ブラ

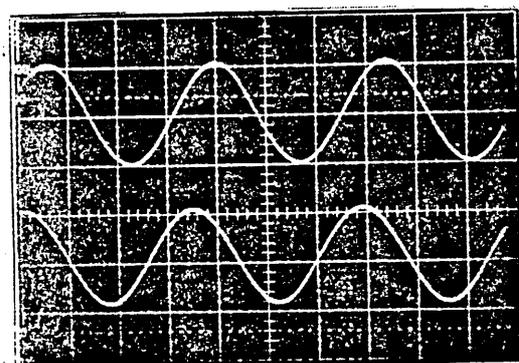
ラックセルの駆動周波数は  $f_0 = 40 \text{ MHz}$ 、局部共振器の周波数は  $f_0 - f_L = 39.2 \text{ MHz}$  である。また、光プローブ出射光強度は約  $0.1 \text{ mW}$ 、参照光強度は約  $37 \mu\text{W}$  であった。

周波数トラッカ出力波形を図8(a),(b),(c)に示した。11μmも上がボイスコイル駆動電流波形、下が周波数トラッカ出力波形である。このように、実時間で振動波形を観測できるが、周波数トラッカ出力の振幅は(9)式で示されるように振動周波数  $f_0$  と振幅  $A$  との積に比例しているため、正確な振動波形を得るためには周波数トラッカ出力信号を積分する必要がある。

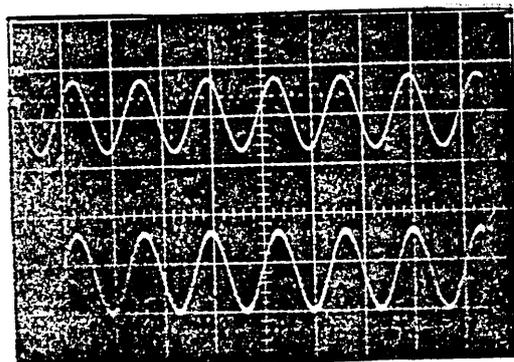
図9に振動周波数を一定 ( $f_0 = 300 \text{ Hz}$ ) としたときの振動振幅と周波数トラッカ出力信号電圧との関係を示した。0.2 μm から 100 μm 以上の振幅まで直線性良く測定できることがわかる。

図10は振動振幅を一定 (10 μm) としたときの周波数とトラッカ出力信号電圧との関係である。同一振幅でも周波数が高い程、出力信号が大きくなり、従って、(9)式にも示されているように、周波数が高い程、微小振幅測定を行なえることがわかる。

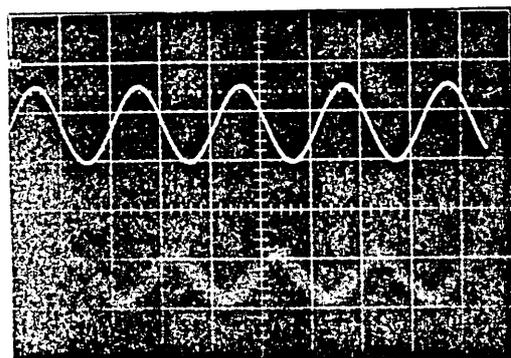
また、この方式は図7において示したように、振動体と光プローブとの距離が多少変化しても検出感度はさほど変化しないという特徴があるため、光プローブ設定の自由度が大きい。



(a) (300 Hz, 35 μm) 1 ms/div



(b) (1.5 kHz, 3.5 μm) 0.5 ms/div



(c) (20 kHz, 0.1 μm) 20 μs/div

上: ボイスコイル駆動電流波形  
下: 周波数トラッカ出力波形

図8 周波数トラッカ出力波形

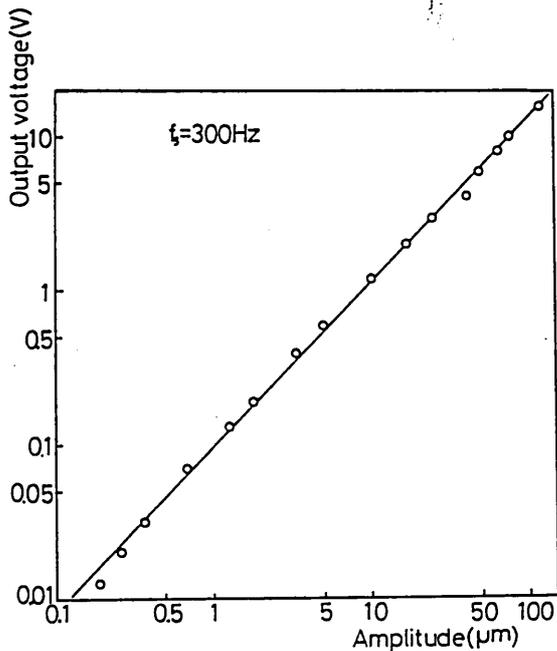


図9 振動振幅と同波数トラック出力の関係

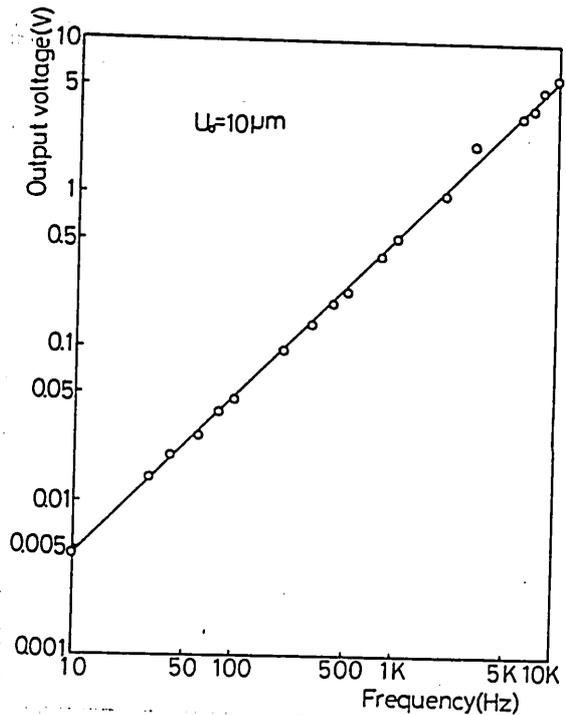


図10 振動同波数と同波数トラック出力との関係

## ②同波数バイアス2プローブ方式

この方式は屈折率マッチングをした特別の光プローブを使わずに、光プローブ先端からの反射光の影響をさけるために考案したものである。ブラッグセルの0次回折光を光プローブ(OF-1)に結合させ、その出射光を振動体(U)に照射する。この散乱光を別の光プローブ(OF-2)で受光し、APDへと導き出す。これは、光プローブ(OF-1)の先端からの反射光とドップラ効果を受けた散乱光とが干渉するのを防ぐためである。一方、ブラッグセルの一次回折光は光ファイバ(OF-3)に結合され、APD受光面でドップラ信号とヘテロダイン検波される。この場合の同波数トラック出力信号は次式で表わされる。

$$w_2(t) = B \frac{8\pi^2 f_s U_0}{\lambda} \cos(2\pi f_s t) \cos\theta \quad \dots (10)$$

上式中、 $\theta$ は振動体の振動方向と光プローブとのなす角である。

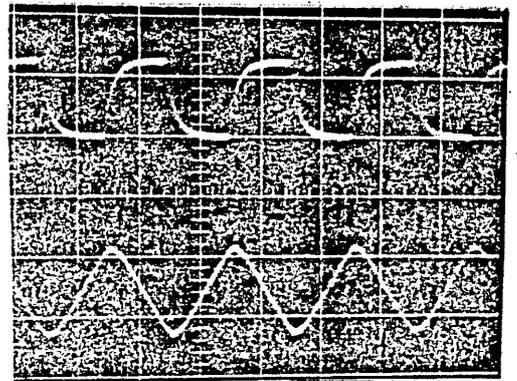
光プローブ(OF-1)からの出射光強度は約 $0.1 \mu\text{W}$ 、APDへ入射する参照光強度は約 $89.4 \mu\text{W}$ であった。また、信号処理

器はb)と同様のものを使用した。

この方式で得られた振動波形やその振幅、周波数特性はb)の1プローブ方式のものと同じであった。この方式は光プローブ先端からの反射光の影響を受けないという特徴を有するが、振動体からの散乱光を別の光プローブで受光しているため、振動体と2つの光プローブの位置調整に制約が生ずる。

以上述べたように、参照光に周波数バイアスされた光を用いるb), c)の方式では、振動波形を実時間で観測できるが、検出波形が実際の振動波形を微分したものとなっている点に注意を要する。一例を図11に示す。

ボイスコイル駆動電流波形はボイスコイルの加速度、すなわち速度の微分に比例し、トラック出力波形は変位の微分、すなわち速度に比例するため、周波数トラック出力波形を微分したものがボイスコイル駆動電流波形に比例する。図11はこの関係をよく示している。このように、正弦波以外の振動でも検出できることが周波数バイアス方式の特徴である。



上:ボイスコイル駆動電流波形  
下:周波数トラック出力波形 5mV/div  
図11 周波数トラック出力波形の一例 (100Hz)

#### 4. おわりに

光ファイバレーザドップラ速度計を振動測定に応用した結果について述べた。測定方法としての種類の方法を提案し、これらの特徴について議論し、実際に振動測定実験を行った。その結果、振動体の振動が正弦波状の場合には、いずれの方法でも測定できるが、測定の容易さから1プローブ方式、振動波形が不規則な場合には参照光に周波数バイアスを与えた方式が有利であることが明らかになった。

使用したHe-Neレーザの出力は1.5mWと小さいが、周波数300Hzで振幅0.2 $\mu$ m以下の振動が実時間で測定できた。測定可能な周波数の上限は20kHz程度であるが、これは周波数トラックの性能で制限されている。今後は、測定感度や

周波数特性、測定信号のS/N比などについて検討を加え、実用化を図っていく予定である。

最後に、日頃御指導いただいている当社、中央研究所 量子エレクトロニクス研究部長 中山高博士に感謝いたします。

### 参考文献

(1) K. Kyuma et al: Appl. Opt. 20 (1981) 2424

(2) 久間他: オプトロニクス 1 (1982) 40

(3) 田井他: S55信学会総合全大 905

(4) 久間他: S57信学会総合全体 928

(5) 鈴木健編: ステレオ再生装置 日刊工業新聞社(1967) 227

輻射科学研究会資料

RS 82-8

損失媒質でおおわれた任意導体柱の  
散乱特性

西村 萬平  
舞鶴高専

繁 沢 宏  
同志社大学工学部

昭和57年7月9日

## 1 はじめに

各種の建築物からの散乱・回折界は電波障害の問題として、いろいろな対策が論じられている。ここではその一環として、導体柱に損失媒質を被覆し、その散乱電界を最小とするような構成法を見つけるため、任意断面をした導体柱に損失誘電体媒質でおおった散乱体に平面波が入射した場合の散乱電磁界について検討している。

これまで、損失媒質で被覆した円筒導体からの散乱特性については変数分離解を用いて詳しく検討されており後方散乱断面積を最小とする構成法が提案されている<sup>(1)</sup>。また、任意断面をした物体については積分方程式を用いた解法が示され、その解の収束の様子について検討が加えられている。<sup>(2)(3)</sup>

ここでは、物体の形状に沿って多数の点を分布させ、その各の点を唯一の特異点とするような Helmholtz 方程式の基本解(0次2種ハンケル関数)の一次結合で表される近似波動関数を境界上で入射波と最小2乗法的に整合させることにより散乱電磁界を求める方法について述べる。このことにより、円筒物体の場合、これまで変数分離法による解とよく一致することを確かめた。ついで、楕円物体についても本法が適用できる

ことを示し、被覆媒質の定数を与えた時、散乱断面積を最小とする被覆の厚さが存在することを示し、その散乱特性を明らかにする。

## 2 解析の方法

図1に示すように、 $z$ 軸方向に均一で、 $x-y$ 平面上で任意の形状の導体を、吸収媒質でおおった散乱体を考える。被覆媒質の定数は $\epsilon = \epsilon_0 \epsilon_r$ ,  $\mu = \mu_0$ の損失誘電体材料で、均質等方性であるとする。自由空間、損失媒質、導体の領域を $S_1, S_2, S_3$ とし、それぞれこの補領域を $\hat{S}_1, \hat{S}_2, \hat{S}_3$ とする。また $S_1$ と $S_2$ の境

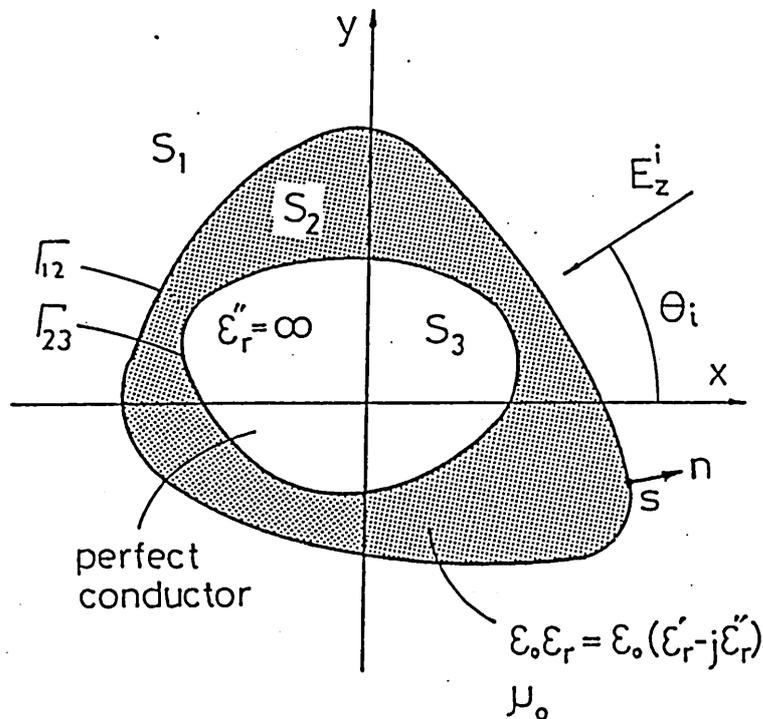


図1 散乱物体とその座標系.

界を $\Gamma_2$ ,  $S_2$ と $S_3$ の境界を $\Gamma_{23}$ とする。いま, z軸方向にのみ電界成分をもつ平面波がx軸と角度 $\theta_i$ をもつて入射するとき, 点 $P(x, y)$ での入射波は

$$E_z^i = E_0 \exp \{ j k_0 (x \cos \theta_i + y \sin \theta_i) \} \quad (1)$$

で与えられる。ただし,  $k_0 = \omega \sqrt{\epsilon_0 \mu_0}$ で, 時間に関する項 $\exp(j\omega t)$ は省略した。この入射波に伴って発生する散乱波もやはり, z軸成分の電界のみであるから $S_1, S_2$ での散乱波を $E_z^1, E_z^2$ で表せば,

$$\left( \begin{aligned} \Delta E_z^1(p) + k_0^2 E_z^1(p) &= 0, \quad p \in S_1 \end{aligned} \right. \quad (2)$$

$$\left( \begin{aligned} \Delta E_z^2(p) + k^2 E_z^2(p) &= 0, \quad p \in S_2, \quad k = k_0 \sqrt{\epsilon_r} \end{aligned} \right. \quad (3)$$

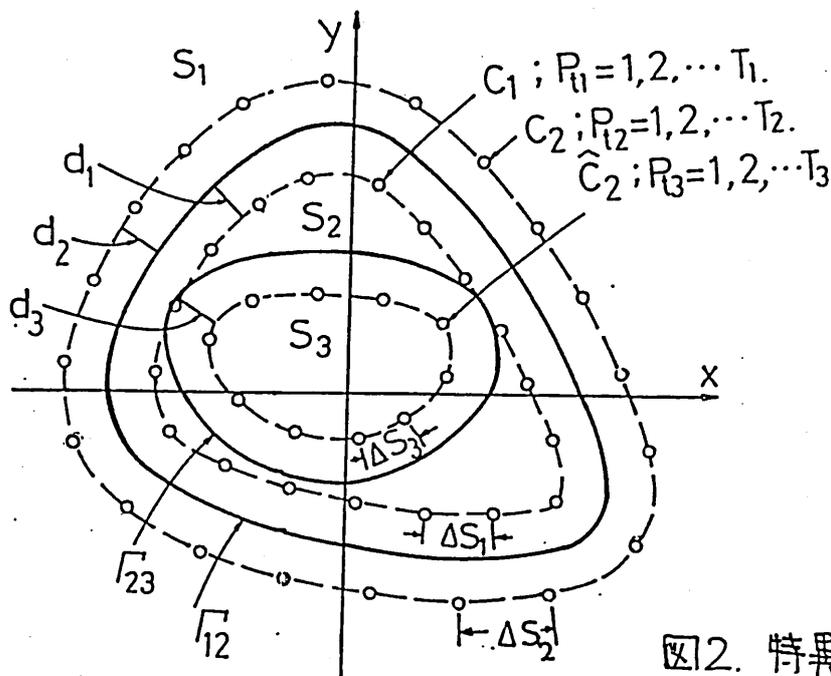


図2. 特異点の分布

を満足し、かつ物体の境界上  $\Gamma_{12}$  のすべての点で、

$$E_z^1(s) + E_z^2(s) + E_z^i(s) = 0$$

$$\frac{\partial E_z^1(s)}{\partial n} + \frac{\partial E_z^2(s)}{\partial n} + \frac{\partial E_z^i(s)}{\partial n} = 0 \quad s \in \Gamma_{12} \quad (4)$$

と  $\Gamma_{23}$  上で、

$$E_z^2(s) = 0 \quad s \in \Gamma_{23} \quad (5)$$

をみたし、かつ、 $E_z^1(p)$  にあつては放射条件をみたす媒質境界値問題である。ただし、 $\partial/\partial n$  は境界上  $s$  での法線方向への微分演算である。

さて、外部領域の散乱界を(2)の解で表すにあたり、図2に示すように、領域  $\Omega_1$  で境界  $\Gamma_{12}$  に沿つてとつた閉曲線  $C_1$  上に  $T_1$  個の点  $P_{t_1}$  を等間隔に取る。(4)(5)の各を唯一の特異点とする変数分離解の一次結合で近似波動関数を、

$$E_z^1 \cong \Phi^1(p) = \sum_{t_1=1}^{T_1} \sum_{n=-N}^N a_{t_1 n} H_n^{(2)}(k_0 r_{t_1}) e^{jn\theta_{t_1}} \quad (6)$$

で表す。ただし、 $H_m^{(2)}(\cdot)$  は  $m$  次オ2種ハンケル関数であり、 $r_{t_1}$  は  $t_1$  番目の特異点  $P_{t_1}(x_{t_1}, y_{t_1})$  から観測点  $P(x_p, y_p)$  までの距離で  $\theta_{t_1}$  は  $x$  軸から測つた線分  $\overline{P_{t_1}P}$  までの回転角である。

一方、内部界  $E_z^2(p)$  に対しては、特異点を置く閉曲線の取り方に自由度がある。考えられる1つは領域  $S_3$  中の閉曲線  $\hat{C}_2$  上にとる場合と、他の1つは、領域  $S_1$  の閉曲線  $C_2$  上にとる場合とが考えられる。しかし、媒質が損失を含む場合には界がこうなる減衰のために、例えば  $\hat{C}_2$  のみを考えると  $\Gamma_{12}$  上の境界条件が  $\Gamma_{23}$  上のそれより甘く評価され、 $E_z^2(p)$  に対する近似波動関数の収束性は必ずしも満足できるものではないことが数値計算によりわかった。そこで、本文ではこの点を改善して  $E_z^2(p)$  を表すために、 $C_2$  上に  $T_2$  個の点  $P_{t_2}(x_{t_2}, y_{t_2})$  と、 $\hat{C}_2$  上に  $T_3$  個の点  $P_{t_3}(x_{t_3}, y_{t_3})$  を取り、これらと唯一の特異点とする (3) の変数分離解で  $E_z^2(p)$  を次式のように近似することにする。

$$E_z^2(p) \equiv \Phi^2(p) + \Phi^3(p) \quad (7)$$

ただし、

$$\Phi^2(p) = \sum_{t_2=1}^{T_2} \sum_{n=-N}^N a_{t_2}^n H_n^{(2)}(kr_{t_2}) e^{jn\theta_{t_2}} \quad (8)$$

$$\Phi^3(p) = \sum_{t_3=1}^{T_3} \sum_{n=-N}^N a_{t_3}^n H_n^{(2)}(kr_{t_3}) e^{jn\theta_{t_3}} \quad (9)$$

いま、(6)(8)(9) に対する最も粗い近似として  $n = 0$  (基本解) のみによる展開、

$$\Phi^1(p) = \sum_{t1=1}^{T_1} a_{t1} H_0^{(2)}(k r_{t1}) \quad (10)$$

$$\Phi^2(p) = \sum_{t2=1}^{T_2} a_{t2} H_0^{(2)}(k r_{t2}) \quad (11)$$

$$\Phi^3(p) = \sum_{t3=1}^{T_3} a_{t3} H_0^{(2)}(k r_{t3}) \quad (12)$$

を用いることにすると展開係数  $a_{t1}$ ,  $a_{t2}$ ,  $a_{t3}$  は入射波に伴って、それぞれの特異点上に与えられる 2 次波源の強さを表すことによる。いまこの (10)(11)(12) で与えられる近似波動関数を (4) および (5) に用いるとき境界上  $\Gamma_2$ ,  $\Gamma_3$  での誤差関数を、

$$h(s) = E_z^i(s) + \Phi^1(s) + \Phi^2(s) + \Phi^3(s) ,$$

$$\frac{\partial h(s)}{\partial n} = \frac{\partial E_z^i(s)}{\partial n} + \frac{\partial \Phi^1(s)}{\partial n} + \frac{\partial \Phi^2(s)}{\partial n} + \frac{\partial \Phi^3(s)}{\partial n} ,$$

$$s \in \Gamma_2 \quad (13)$$

$$e(s) = \Phi^2(s) + \Phi^3(s) \quad s \in \Gamma_3 \quad (14)$$

と定め、(13)(14) を考慮して、境界上での相対 2 乗平均誤差を、

$$\varepsilon(T_1, T_2, T_3) = \frac{\|h(s)\|^2}{\|E_z^i(s)\|^2} + \frac{\|\partial h(s)\|^2}{\|\partial E_z^i(s)\|^2} + \frac{\|e(s)\|^2}{\|E_z^i(s)\|^2} \quad (15)$$

と定める。ただし、ノルム  $h(s)$  はこゝは、

$$h(s) = \left( \int_{\Gamma} |h(s)|^2 ds \right)^{1/2} \quad (16)$$

である。(15)で与えられる誤差を最小とするためには  
これまでのモード整合法と同様に(6)

$$\frac{\partial \varepsilon(T_1, T_2, T_3)}{\partial a_{t\alpha}^*} = 0 \quad \alpha = 1, 2, 3 \quad (17)$$

の関係をみる。  $T = T_1 + T_2 + T_3$  個の連立方程式、

$$\sum_{t=1}^T a_t \left[ \int_{\Gamma_2} f_t(s) f_l^*(s) ds / F_1 + \int_{\Gamma_2} \partial f_t(s) \partial f_l^*(s) ds / F_2 + \int_{\Gamma_{23}} f_t(s) f_l^*(s) ds / D_1 \right]$$

$$= - \int_{\Gamma_2} E_z^i(s) f_l^*(s) ds / F_1 - \int_{\Gamma_2} \partial E_z^i(s) \partial f_l^*(s) ds / F_2$$

$$l = 1, 2, \dots, T \quad (18)$$

を得る。ただし、未知係数  $a_t$  は、

$$a_t = a_{11}, \dots, a_{T_1}, a_{12}, \dots, a_{T_2}, a_{13}, \dots, a_{T_3}. \quad (19)$$

で、 $t$  または  $l$  は

$$t, l = 1, 2, \dots, T_1, T_1+1, \dots, T_1+T_2, T_1+T_2+1, \dots, T_1+T_2+T_3. \quad (20)$$

であり、

$$f_j = \begin{cases} H_0^{(2)}(k_0 r_j) & j = 1, 2, \dots, T_1. \\ H_0^{(2)}(k r_j) & j = T_1+1, \dots, T_1+T_2+T_3. \end{cases} \quad (21)$$

$$j = l \text{ or } t.$$

で、

$$F_1 = \int_{\Gamma_{12}} |E_z^i(s)|^2 ds,$$

$$F_2 = \int_{\Gamma_{12}} \left| \frac{\partial E_z^i(s)}{\partial n} \right|^2 ds, \quad (22)$$

$$D_1 = \int_{\Gamma_{23}} |E_z^i|^2 ds$$

であり、\*は複素共役を表している。ここで(18)に含まれる積分の演算は(10)~(14)および(21)を考慮して、定義された範囲内のみにおいて実行するもの

とする。

さて、(18)を解いて求められた  $a_{t1} = a_t$  ( $t=1, 2, \dots, T_1$ ) を用いることにより散乱波パターンが求まる。すなわち、極座標における  $t$  番目の特異点  $P_t(r_t, \theta_t)$ , 観測点  $P(r, \theta)$  とすれば、十分遠方での散乱電磁界  $E_z^1(p)$  は、

$$E_z^1(p) \approx \sqrt{\frac{2}{\pi k_0 r}} \exp\left\{-j(k_0 r - \frac{\pi}{4})\right\} \cdot g(\theta) \quad (23)$$

である。ただし、 $g(\theta)$  は、

$$g(\theta) = \sum_{t=1}^{T_1} a_t \exp\{jk_0 r_t \cos(\theta - \theta_t)\} \quad (24)$$

で与えられる。従って、微分散乱断面積  $\sigma(\theta)$ , 全散乱断面積  $\sigma_s$  は、

$$\sigma(\theta) = \frac{4}{R_0} g(\theta) \quad (25)$$

$$\sigma_s = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} \sigma(\theta) d\theta \quad (26)$$

で与えられる。

### 3 円筒物体による検討

前節で示した方法は、物体の境界に沿って分散配列した多数の特異点の数と位置の決め方で、計算精度、

解の収束の様子が大きく変化する。そこで、本節ではこれまで変数分離法により解かれていた円筒物体を例にとり、特異点の最適な配列を定め、その有効性を示す。

まず、図2に示したように、物体の境界から  $d_1, d_2, d_3$  はなれた閉曲線  $C_1, C_2, \hat{C}_2$  上に  $T_1, T_2, T_3$  個の特異点を等間隔 ( $\Delta S_1, \Delta S_2, \Delta S_3$ ) に配列する。ここで、 $T_1, T_2, T_3$  を一定とし  $d_1, d_2, d_3$  を変化させた場合、(15) で与えられる相対2乗平均誤差を調べ

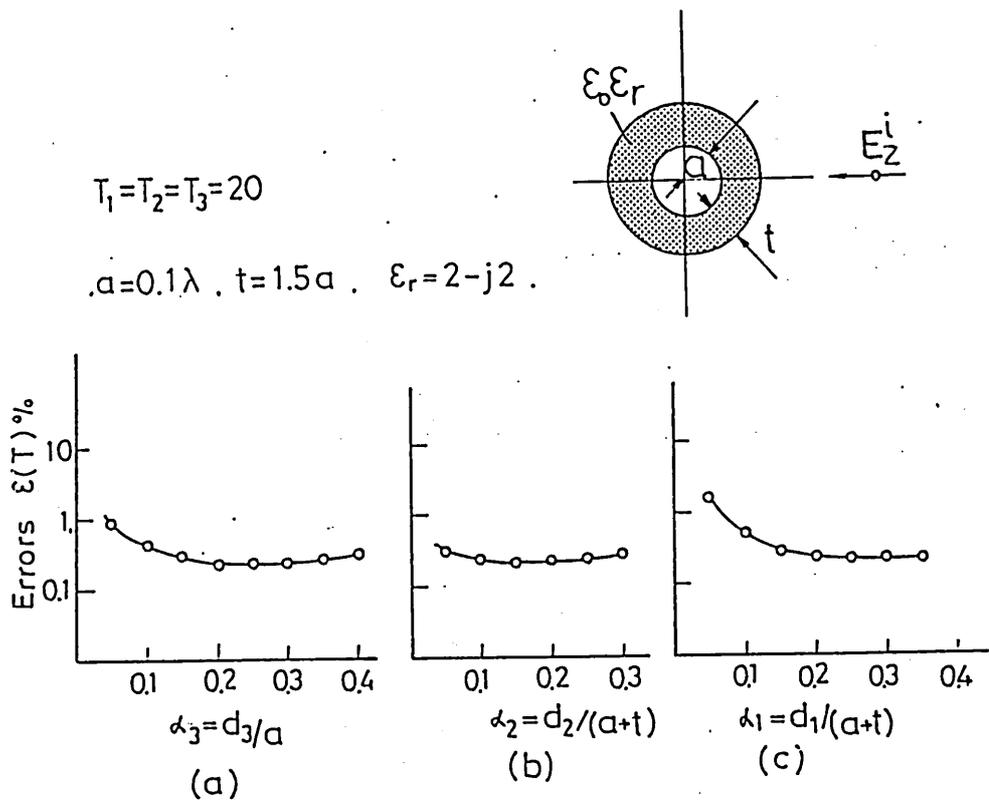
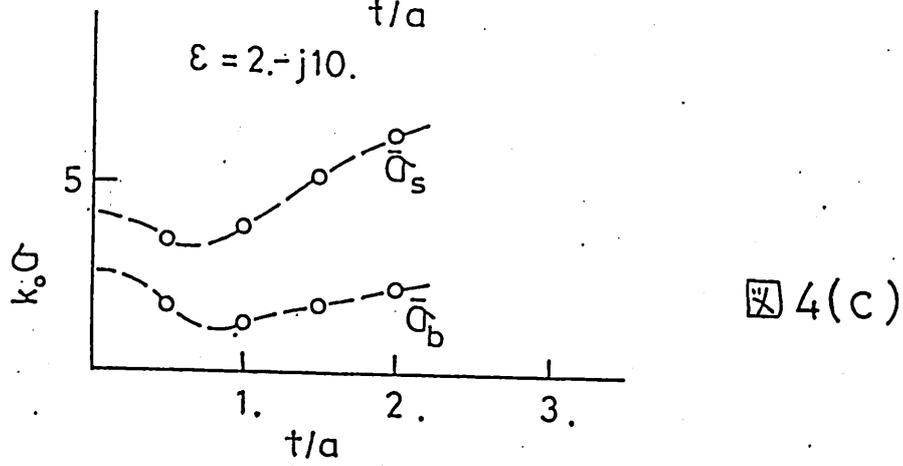
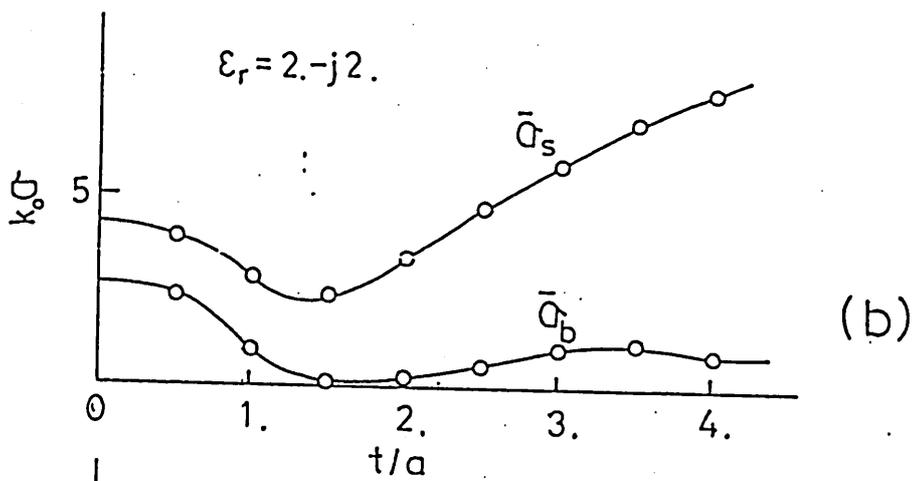
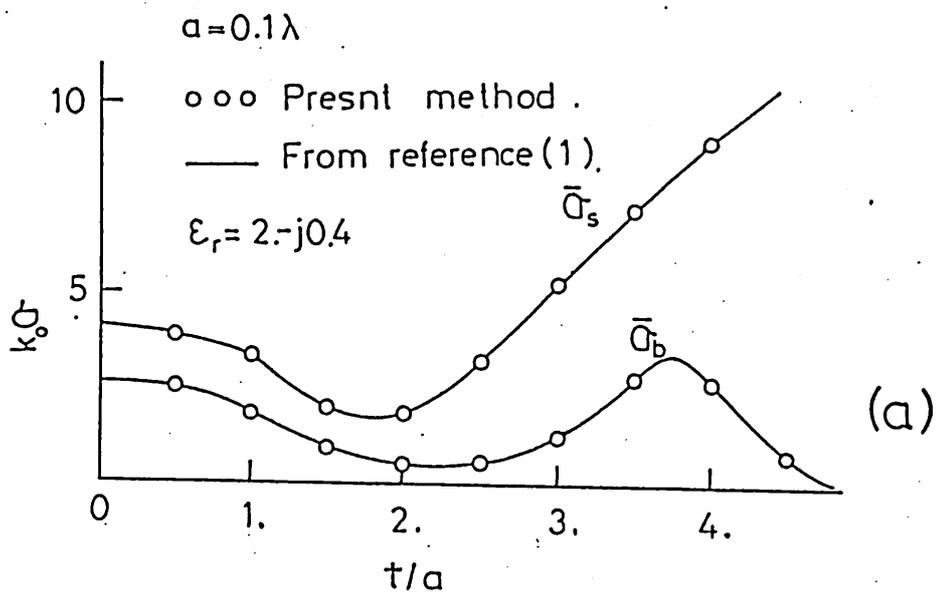


図3 特異点の分布に対する誤差依存性

ための図3である。図3(a)に示すように、 $d_1, d_2$  を一定とし  $d_3$  を変化させ誤差を極小とする  $d_3$  の位置を定める。次に、(b)に示すように、 $d_1, d_3$  を一定とし  $d_2$  を変化させ再び誤差を極小とする位置を定める。(c)についても同様の操作を行い誤差を極小とする位置を定める。逐次この操作を行い誤差を最小とする位置を定めた。実際の演算では  $d_1, d_2, d_3$  について1回の操作で十分であった。図3から分かるように  $d_1 = 0.30(a+t)$ ,  $d_2 = 0.15(a+t)$ ,  $d_3 = 0.25a$  付近で誤差を最小とする位置があることが分かる。以下では、このような誤差最小点での計算例を示している。

半径の小さな円筒による散乱特性を被覆の厚さ  $t$  を変化させ、全散乱断面積  $\bar{\sigma}_s = k_0 \sigma_s$ , 後方散乱断面積  $\bar{\sigma}_b = k_0 \sigma_b(\theta_i)$  について検討した。同様な計算が植野・関口<sup>(1)</sup>により行われており、 $\bar{\sigma}_s, \bar{\sigma}_b$  とよく一致することが図4よりわかる。

次に、半径の大きな円筒による散乱特性を  $\bar{\sigma}_b, \bar{\sigma}_s$  について被覆の厚さ  $t$  の変化に対する特性を調べたのが図5である。 $T_1 = T_2 = T_3 = 40$  で誤差  $\varepsilon(T) = 0.8\%$  以下であった。このことより、 $\varepsilon_r = 2 - j2$  の損失媒質を被覆した場合、 $a = 0.1 \lambda$  程度の円筒導体の場合と同様、 $t = 0.20 \lambda$  程度の厚さに被覆した時、後方



散乱断面積  $\sigma_b$  が大巾に減少することが分る。このような  $\sigma_b$  の変化については以下のような解釈から理解できる。つまり、 $a = -$ 一定で誘電体の厚さ  $t$  を零にすれば、これは金属導体による散乱問題となり、そのときの  $\sigma_b$  値をとることになる。そこで、 $t$  を零から徐々に増加させると媒質の損失によって  $\sigma_b$  の大きさは減少し、ある厚さ  $t$  で最小値をとった後、 $t$  を大きくしてしていくと、物体の寸法が大きくなっていき、この効果による  $\sigma_b$  の増加が現われると考えられ、上述のような  $\sigma_b$  のふるまいが生ずると理解されよう。なお、図6に散乱波パターンの計算例を導体柱のみ ( $t=0$ ) の場合と比較して示した。ここでは、 $t=0.2\lambda$  の場合の前方向散乱断面積  $\sigma_s \cdot R_0 / 4 = 64$  で規格化して描いたもので、 $t=0$  の場合のそれは  $-0.75$  db である。

#### 4 楕円柱による散乱

ここでは、図7に示すような楕円導体柱に均質な材料を一定の厚さに被覆した物体からの散乱界も前節で示した手法を用いることにより数値解析できることを示す。図8は  $\epsilon_r = 2 - j2$  の媒質を被覆した時の  $t$  の値に対する  $\sigma_s$ ,  $\sigma_b$  を調べたものである。この場合も円筒導体の場合と同様、 $t = 0.20\lambda$  の所で  $\sigma_b$  が最

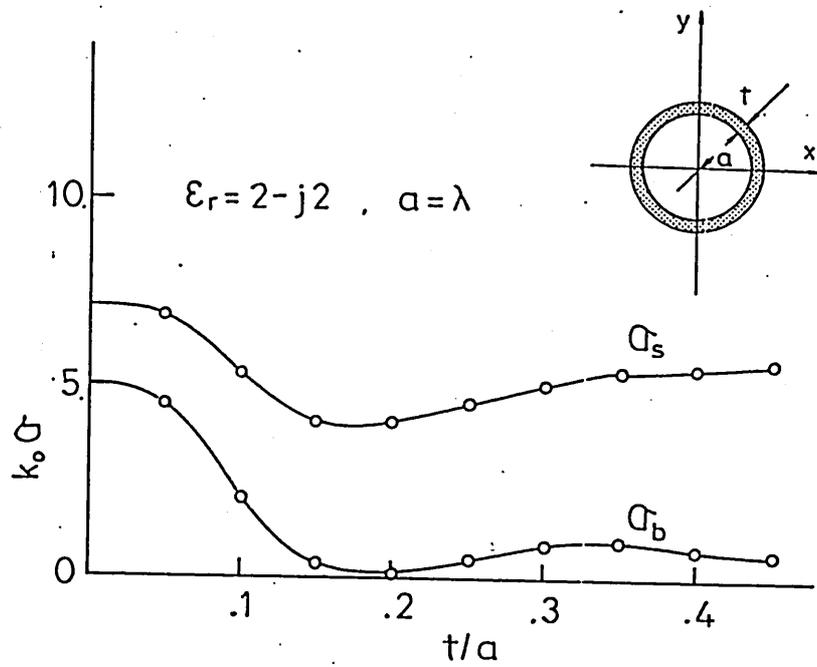


図5 損失媒質の厚さ  $t$  に対する散乱断面積の値.

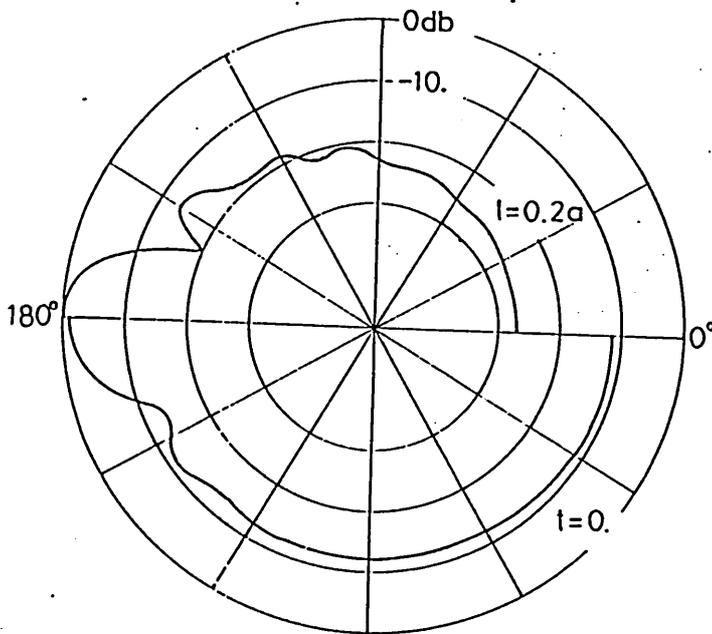


図6 損失媒質であつた円筒導体の散乱波パターン.

小値になることが分る。なお、この場合  $T_1 = T_2 = T_3 = 40$  で  $\varepsilon(T) = 1\%$  以下であった

次に、入射方向の変化に対する散乱波パターンの大きさについて示したのが図9(a)(b)(c)である。いずれの場合も導体柱( $t=0$ )のみによる場合と比べて後方散乱波が小さく抑えられていることがわかる。以上、数値解析的に示したように、0.2 ~ 2波長程度の大きさをもつ媒質についても比較的容易に散乱界が求まることを示した。

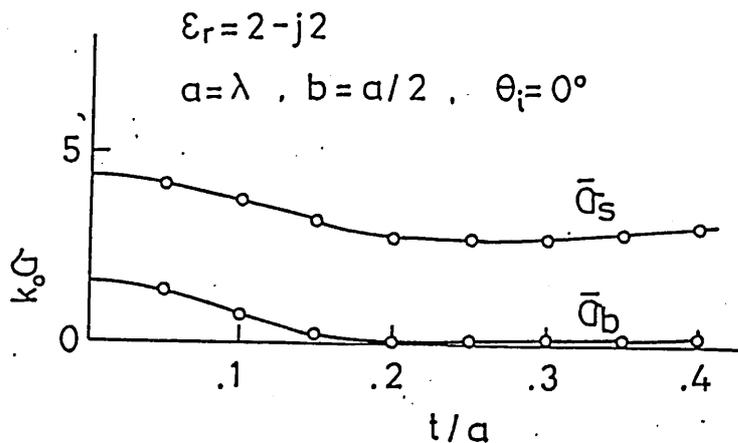
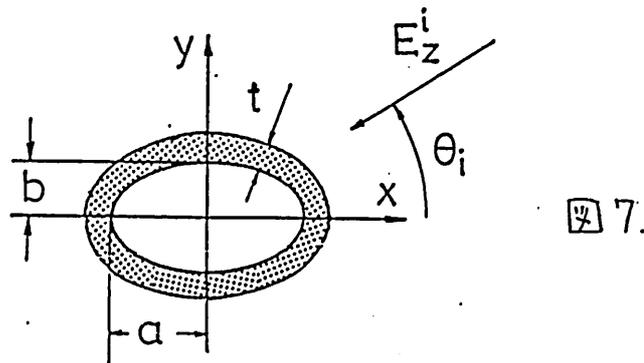
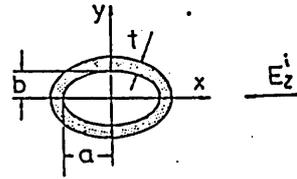
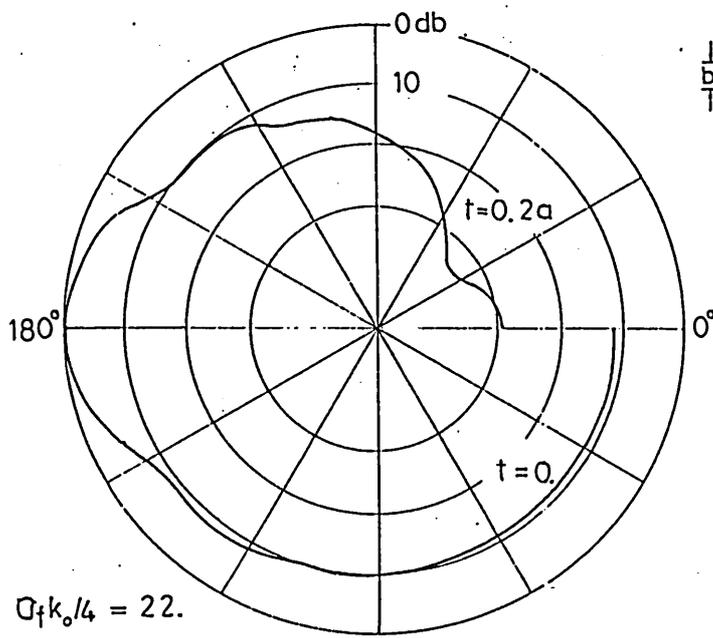


図8 損失媒質の厚さtに対する散乱断面積の値



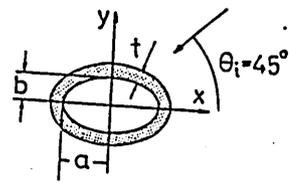
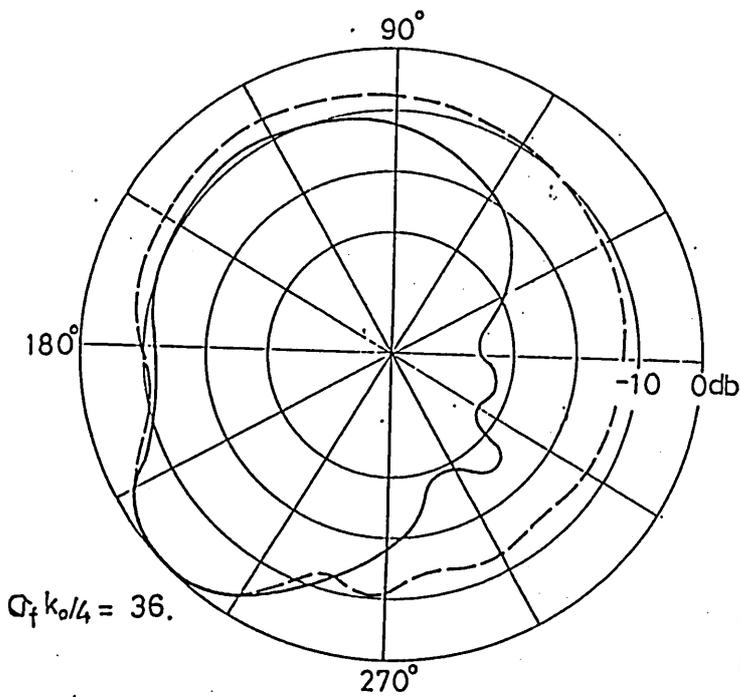
$$\epsilon_r = 2 - j2$$

$$\theta_i = 0^\circ$$

$$a = \lambda$$

$$b = a/2$$

图 9(a)



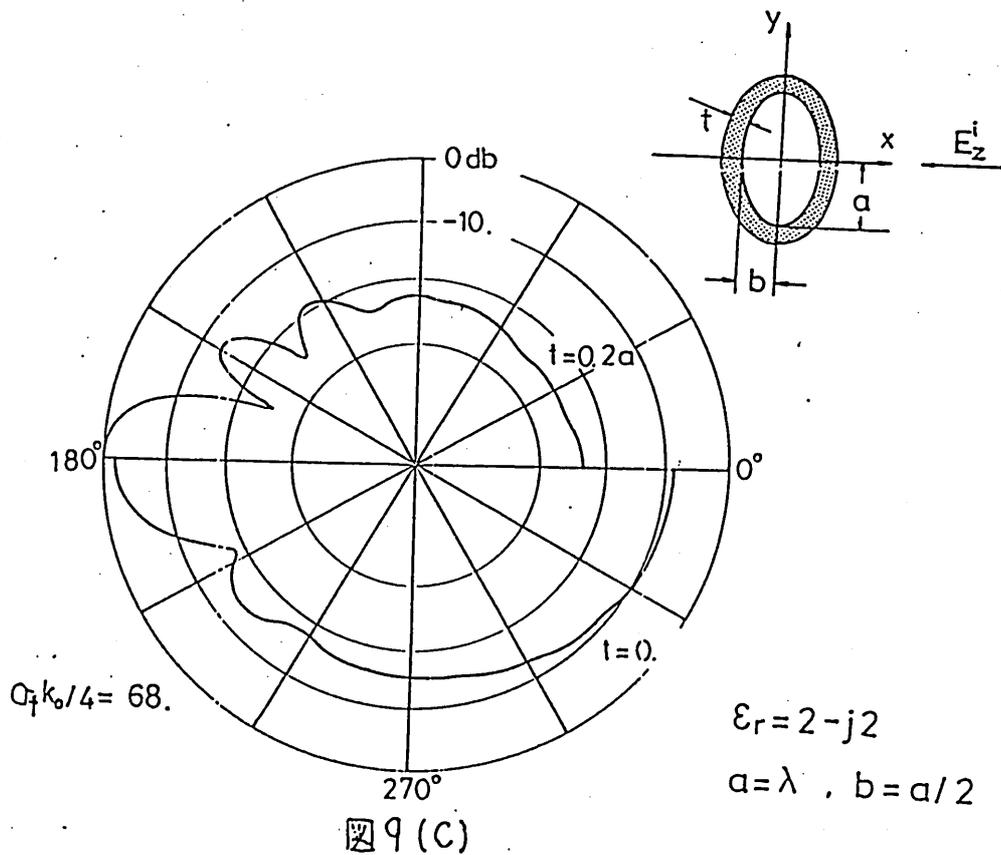
-----  $l=0.$

—————  $l=0.2a$

$$a = \lambda$$

$$b = a/2$$

图 9(b)



## 5 むすび

任意断面をした導体柱に均質な材料を一定の厚さでおおった物体からの散乱界を解くための一つの解法を示した。すなわち、Helmholtz方程式の基本解(0次2種ハンケル関数)のみを用いて散乱界を展開する方法についてのべ、その有用性をTM形入射波の場合について明らかにした。今後は、角柱物体の場合や、さらに大きな物体の場合について、応用ならびに実験データとの比較検討を行う予定である。本論文でのべた方

法は、特異点の分布により解の収束の様子が異なるので、(15)を用いて、最小2乗近似する際に特異点の配列法を定める手法<sup>(7)</sup>を取るのが望ましい。これらの点についての検討は別報にゆずる。

未筆ながら、日ごろ御指導、御鞭撻いただく、同志社大学滝山敬教授に謝意を表します。

## 文 献

- (1) 植野、関口；“斜入射による損失媒質被覆円筒の散乱特性”，信学技報 AP-79-17
- (2) T.E-Kaown and L.L.Tasai；“Scattering by Arbitrarily Cross-Sectioned Layered Lossy Dielectric Cylinders,” IEEE Vol.AP-25, No 4, July (1977)
- (3) 岡本、木村；“異方性混成散乱体の散乱問題に対する一解法”，信学論 Vol.58-B, No6. (1975)
- (4) Vekua . New Methods for Solving Elliptic Equations. John Willey and Sons. INC. New York (1968)
- (5) H.Yano and A.Kieda. “An Approximate Method for Solving Two-Dimensional Low Reynolds-Number Flow past Arbitrary Cylindrical Bodies,” J. of Fluid Mechanics, Vol. 97, Part 1 (1980)
- (6) 飯島 他；電磁界の近代解析法，信学会編。
- (7) 高松、西村、繁沢；“非線形最適化の手法を用いた特異点分布法による散乱問題の解析”，信学技報 AP-81-57(1981)

輻射科学研究会資料

82-9 ジョセフソン接合ミキサの  
雑音温度の測定

金光保雄 葭田典之<sup>†</sup>  
喜多 定 藤澤和男

(大阪大学 基礎工学部)

昭和 57 年 7 月 9 日

---

<sup>†</sup> 現在 住友電工(株)勤務

## ジョセフソン接合ミキサの雑音温度の測定

### 1. はじめに.

ジョセフソンミキサはミリ波,サブミリ波の超高感度デバイスとして注目されており<sup>1)~3)</sup>,その雑音特性を求めるとは極めて重要な課題である。しかし,その雑音温度が非常に低いため,その正確な測定には種々の困難が伴う。そこで我々はジョセフソンミキサの雑音温度測定方法について,2,3の改善を試み,一つの比較的誤差の少ない測定方法を確立することができた。このことについては,§2で述べる。

ミキサからのIF出力雑音はIF増幅器により増幅されて,IF雑音出力を生ずるが,その際IF増幅器の動作温度がミキサの素子温度よりも高い場合には,ミキサのIF出力インピーダンスとIF増幅器の入力回路とのインピーダンス不整合が増幅器の雑音出力に複雑な影響を及ぼす。これを一般的に解析することは難しいが,IF周波数が低い場合にはミキサとIF増幅器の間の線路を無損失の伝送線路と考へて解析することによって,このインピーダンス不整合を校正することができた。このことについては,§3で詳しく述べる。

上記の改善された方法を用いてジョセフソン2次ハーモニックミキサのミキサ雑音温度の測定を行い,ゼロバイアスモードと有限バイアスモードの雑音特性を比較し,ゼロバイアスモードの2次ハーモニックミキサの低雑音性を明らかにしている。

### 2. ミキサ雑音温度の測定

ここではミキサの等価雑音温度の測定方法について述べる。一般にミキサのIF出力雑音温度 $T_{out}$ は2つの成分に分けることができる。一つはIF雑音源から生じた雑音がミキサでミキシングされて生じる成分で,これを $T_{in}$ とする。ここで $\eta$ はミキサの変換効率, $T_{in}$ はミキサに入射するIF雑音の等価雑音温度である。もう一つはミキサに入射するIF雑

音レベルに関係なく、ミキサ内部で生じる成分である。これを  $T_{M,out}$  とすると次のように表わすことができる。

$$T_{out} = 2\eta T_{in} + T_{M,out} \quad (1)$$

ここで上式の右辺の第1項に係数2がつくのは、1雑音に対してミキサがダブルサイドバンドミキサとして働くためである。

また上の定義から明らかのようにミキサ雑音温度  $T_M$  は、 $T_M = T_{M,out} / \eta$  となる。

ミキサ雑音温度の測定は、いわゆるホット・コールド法を用いて行った。これは2つの  $T_{in}$  の値を設定し、それに対する  $T_{out}$  を測定することによって図1のように  $T_{M,out}$  と  $\eta$  を求める方法である。なお今回の実験では  $T_{in}$  の値は図2に示すように窒素温度に冷却した雑音源とミキサの間に減衰器を設け、その減衰量を変えたことにより変えた。

ホット・コールド法によるミキサ雑音温度の測定の際、広帯域の白色雑音がミキサに加わると、 $T_{in}$  の値を変えたときに接合のI-V特性が変化するので<sup>2)</sup>、雑音の帯域幅を狭くしなければならない。また、入力雑音の中の局発電力に対する高周波成分の影響を取り除かなければならない。この2つの条件を満たすために、ミキサマウントの手前に帯域フィルタを設けた。これの詳細については §4 で述べる。

我々の実験装置では、フライストロンより生じる信号波を直接ミキサに加えることができる。そこでミキサに加わる信号波電力を  $P_S$ 、その時のミキサのIF出力を  $P_{IF}$  とすると、ミキサの変換効率が  $\eta = P_{IF} / P_S$  として求まる。ここで求めた変換効率とホット・コールド法で求めた変換効率と比較することによって、測定結果の妥当性を確かめることができる。

### 3. 極低温ミキサとIF増幅器の間のインピーダンス不整合がIF増幅器の出力雑音に与える影響の解析。

ここでは極低温ミキサとIF増幅器の間のインピーダンス不整合がIF増幅器からの雑音出力に及ぼす影響について考察する。

低周波帯 ( $hf \ll kT/h$ ) では, IF 増幅器の出力端における雑音電力  $P_{if}$  と ミキサの出力等価雑音温度  $T_{out}$  は線形関数関係にあるので, 次のように書ける,

$$P_{if} = A T_{out} + B \quad (2)$$

ここで,  $A, B$  は ミキサの微分抵抗  $R_d = dV/dI$  の関数である。従って  $A, B$  が  $R_d$  の関数として求まれば式(2)より  $T_{out}$  が求まる。

一般には16台の代りに標準抵抗を用い, その温度を変えて, その時の  $P_{if}$  を測定することによって  $A, B$  を求めることができる。

今回の実験の場合のように IF 周波数が比較的低い場合には, ミキサと IF アンプの間の線路の損失を無視することができ, 図2のような等価回路を用いることにより  $A, B$  を求めることができる。

図3において, ミキサは微分抵抗  $R_d$  と等価雑音電圧源  $V_n$  で表し, ミキサと IF 増幅器の間の線路は無損失の伝送線路で表し, IF 増幅器は入力部の等価雑音電圧源と等価雑音電流源, 及び雑音のない理想的な IF 増幅器で表してある<sup>4)</sup>。また図中のインピーダンスはすべて伝送線路各の特性インピーダンスで規格化してある。

図3 からわかるように,  $P_{if}$  は  $\overline{V_g^2}$  に比例すると考えられるので,  $\overline{V_g^2}$  を求めればよいわけである。まず  $V_g$  のパワースペクトル  $S_{Vg}$  を求めると次のようになる。

$$S_{Vg} = \frac{\alpha R_d T_m + \beta \{ (1 - P \cos x) R_d^2 + (1 + P \cos x) \}}{(r_{in} + R_d)^2 (1 + \cos x) + (1 + R_d r_{in})^2 (1 - \cos x)} \quad (3)$$

ここで  $\alpha = 4k r_{in}^2$ ,  $\beta = r_{in}^2 \{ S_{Vn} + S_{In} \}$ ,  $x = 4\pi \lambda l / \nu_p$   
 $P = \{ S_{Vn} - S_{In} \} / \{ S_{Vn} + S_{In} \}$ ,  $S_{Vn}, S_{In}$  はそれぞれ  $V_n, I_n$  のパワースペクトル,  $\nu_p$  は線路各の位相速度,  $l$  は線路各長である。

この  $S_{Vg}$  を IF 帯域で積分すれば  $\overline{V_g^2}$  が求まるが, これを一般的に求めるのは困難である。しかし今回の実験の場合のように IF 帯域幅

が十分狭い場合には、積分を積で代用することができるので、A, Bは次のように求まる。

$$A = \alpha' \frac{r_d}{(r_{in} + r_d)^2 (1 + \cos \alpha) + (1 + r_d r_{in})^2 (1 - \cos \alpha)} \quad (4)$$

$$B = \beta' \frac{(1 - P \cos \alpha) r_d^2 + (1 + P \cos \alpha)}{(r_{in} + r_d)^2 (1 + \cos \alpha) + (1 + r_d r_{in})^2 (1 - \cos \alpha)} \quad (5)$$

ここで  $\alpha' = G \alpha \omega t$ ,  $\beta' = G \beta \omega t$ ,  $G$  は  $\overline{V_g^2}$  と  $P_{ij}$  の比係数定数、 $\Delta f$  は IF 増幅器の帯域幅である。

実際には、ミキリの代わりに標準抵抗を取りつけて、 $P_{ij}$  を測定し未定の定数を決定し、A, B を求めた。式 (4), (5) より、A, B の値は線路長  $l$  に大きく依存していることがわかる。図 4(a) に  $l = 1.8m$  の場合を示す。また IF 増幅器の帯域幅が広い場合には、 $S_{Vg}$  が周波数  $f$  の周期関数であることより、その平均値をとることによって、 $\overline{V_g^2}$  を求めることができる。この場合 A, B は図 4(b) に示すようになり、線路長には依存しなくなる。

#### 4. シグセフソン 2次ハーモニックミキリの雑音温度の測定

我々は以前に点接触シグセフソン接合を用い、1~8次のハーモニックミキシングの実験余を行い、偶数次のハーモニックミキシングでは、通常の有限バイアス動作の他にゼロバイアス動作が存在し、しかしその性能が有限バイアス動作のそれと変わらないことを明らかにした<sup>5)</sup>。

そこで今回、70GHz帯の2次ハーモニックミキリの雑音特性を調べ、ゼロバイアス動作と有限バイアス動作の雑音特性を比較検討した。

##### A. 実験装置

測定は§2で述べた方法で行った。図5に実験システム全体のブロック線図を示す。70GHzの信号波はクライストロンより取り出し、70GHz

帯の導波管でミキサに導いている。35 GHzの局発波は、ワイドストロンより取り出し、同軸線路でミキサに導いている。雑音源としては、ホリヤアインと呼ばれた抵抗体をくさび形に加工し、70 GHz帯標準導波管に挿入した無反射終端を用いた。信号波を導く導波管と、雑音を導く導波管は簡単に取り換えられるようにしてある。ミキサの手前には、§2で述べたように、70 GHz帯の帯域フィルタが設けられている。この詳細については次頁に述べる。

ミキサのIF出力は同軸線路において、前置増幅器 (TRONTECH model W110B) に導かれ、IF帯域フィルタを通してラジオメータ (AIL model 800) に導かれた。

なお、IF周波数を30 MHzに保つために信号波ワイドストロンにAFCをかけている。

$R_d$ は直流バイアス電流を微小交流電流で変換し、その出力電圧をロックインアンプで検出することによって求めた。

今回の実験で用いたミキサマウントは参考文献(5.)で述べたものと同じであるので、詳細についてはそれを参照されたい。

## B. 1/4帯域フィルタ

§2で述べたように、1/4帯域フィルタの帯域幅を狭めるため、及び1/4帯域中の高音周波成分を除くために、ミキサの前に図6に示すような帯域フィルタを設けた。

今回のように2次ハーモニックミキサの雑音測定を行う場合には、局発波に對する基本波成分を除かなければならないが、雑音源を導く導波管が35 GHz帯を通さないので無視できる。

3次高音周波帯の105 GHz帯はこの帯域フィルタによって阻止できる。又4次高音周波帯の140 GHz帯については、TE<sub>20</sub>モードとTE<sub>01</sub>モードは阻止できない。

これはこれらのモードの管内波長が70 GHzのTE<sub>10</sub>モードのちょうど半分になっているためである。しかしこれらのモードは接合に電流を励振しにくくモードであるから4次高音周波成分の影響も取り除ける。5次以上の高音周波成分については、その変換効率が小さいので無視することができる。

また、接合に加わった白色雑音の等価的な帯域幅は、帯域フィルタの  $Q$  が約 80 であることより、かなり減少したといえる。

以上のことより上に述べた 2 つの条件はほぼ満たすことができたといえる。

### C. 実験結果とその検討

図 4 に示した雑音測定システムを用いて、4 個の接合 ( $R=29 \sim 100 \Omega$ ) について雑音測定を行った。低抵抗素子 ( $20 \Omega$  以下) では、ゼロバイアス動作が存在しないかあるいは存在しても不安定な場合が多い。これは接合抵抗が低いと  $I-V$  特性のノイズラウンディングが小さくなり、ゼロ次ステップがゼロになるという状態が不安定になったためと考えられる。今回の報告は安定なゼロバイアス動作が存在する場合に限ることとする。

表 1 に実験を行った 4 個の接合について有限バイアス動作とゼロバイアス動作で測定した諸量をまとめて示す。この表より今回実験を行った接合において、ゼロバイアス動作の  $T_{in}$  が有限バイアス動作よりも変換効率はやや劣るが  $T_{in, out}$  は低いことがわかる。

ホット・コールド方法でシグセフソソミキリの雑音特性を測定する際、非ヘテロダイナ効果<sup>(1)</sup>が測定に影響を与えた場合があるということが報告されている<sup>(1)</sup>。しかし今回の実験では、表 1 からわかるように信号波をミキサに加えたことにより求めた変換効率  $\eta_s$  と、ホット・コールド方法により求めた変換効率  $\eta_c$  がほぼ一致するので、この影響は殆ど無いといえる。この理由としては 2 つ考えられる。一つは、ミキサの前に設けた帯域フィルタによりミキサに加わった入力雑音の帯域幅が狭くなったこと、もう一つは、今回の実験では変換効率最大になったのは、局発電力  $I_c$  が  $\frac{1}{2}I_c$  以下に減少するように加えた場合であったことである。<sup>(2)</sup>

次に今回行った雑音温度測定の誤差について考察する。ホット・コールド方法で雑音温度を測定する場合には、その測定誤差の原因を 3 つに分けることができた。一つは非ヘテロダイナ効果あるいは局発電力の不安定性などによって生ずる誤差である。これは上に述べた理由より殆ど無いといえる。二つめはミキサと IF 増幅器のインピーダンス不整合を校正するときに含まれた誤差である。これは今回行った校正においては、 $R_d$  の値によって異なるが、

$R_d$  が  $10 \sim 200 \Omega$  の場合、 $T_{n,out}$  の誤差は ほぼ  $\pm 2 \text{K}$  程度である。3 つめは  $T_{in}$  の値を設定する際に含まれた誤差である。 $T_{in}$  の値は 図 2 にあるような減衰量と温度から求めたものであるがこれらの値には いくつかの誤差が含まれていて、 $T_{in}$  の誤差は  $\pm 7 \text{K}$  程度と見積られる (特に、B-C 間の温度  $40 \text{K}$  は 窒素温度  $77 \text{K}$  と 水素温度  $4 \text{K}$  の平均をとったものでかなりの誤差を含んでいると考えられる)。これにより  $T_{n,out}$  には  $\eta = -6 \text{dB}$  の時  $\pm 3 \text{K}$  程度の誤差が見込まれる。以上のことより 今回測定した  $T_{n,out}$  の誤差は 最大  $\pm 5 \text{K}$  程度と見積られる。

## 5. 結論

いわゆるホット・コールド方法でミキサの雑音温度を測定する際の誤差をできるだけ小さくするような測定方法を考え、それを用いてゼロバイアス二次ハーモニックミキサの雑音温度を測定した。

改善した雑音温度測定方法の特長は次のような事項である。

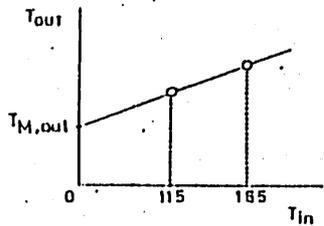
i) ミキサの IF 出力雑音の値を正しく知るため、動作温度の異なるミキサと IF 増幅器との間のインピーダンス不整合の影響を解析し、ミキサの出力雑音温度の正確な決定に用いる。

ii) IF 出力雑音対入力雑音の関係を直線で引けば、その傾斜はミキサの変換効率で与えられるので、その値を信号波入力と IF 出力から求めた変換効率と比較し、両者が一致することを確かめてから前に進む。

iii) ミキサの前に信号周波数帯の帯域フィルタを入れ、雑音入力を信号周波数帯に制限すると同時に、過大な雑音入力による接合の I-V 特性の変化を防ぐ。

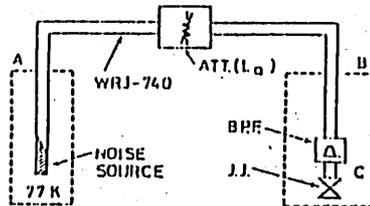
このような方法を用いて、 $70 \text{GHz}$  帯の二次ハーモニックミキシングの有限バイアス動作とゼロバイアス動作における出力雑音温度を比較測定し、ゼロバイアス動作の方がより低雑音であることを確かめた。

今回得られた最小のミキサ雑音温度は、ゼロバイアス動作で  $116 \text{K}$ 、有限バイアス動作で  $536 \text{K}$  であった。



$$T_{out} = 2n T_{in} + T_{M,out}$$

図1.  $T_{M,out}$ の算出方法



A-B : 331 dB, 300 K  
 B-C : 318 dB, 40 K  
 $L_0 = 0$  dB,  $T_{in} = 115$  K  
 $L_0 = 30$  dB,  $T_{in} = 165$  K

図2. 雑音源の構成

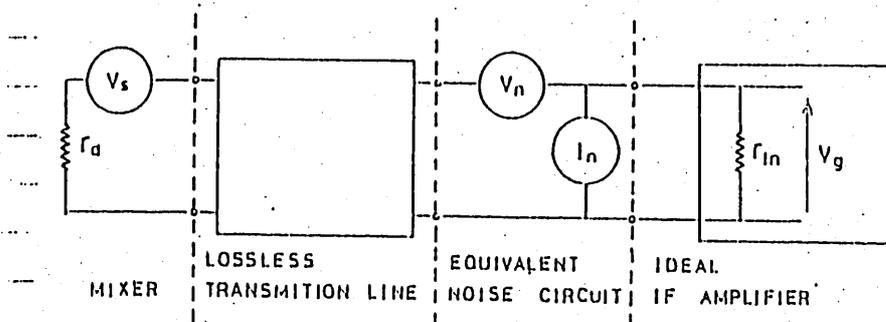
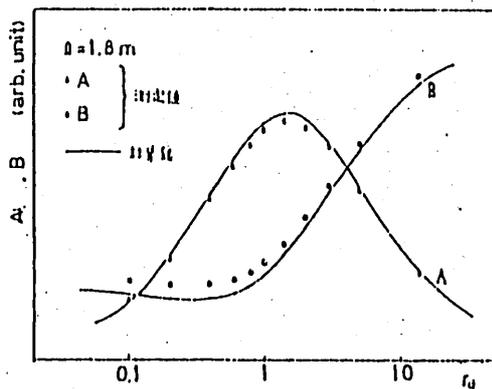
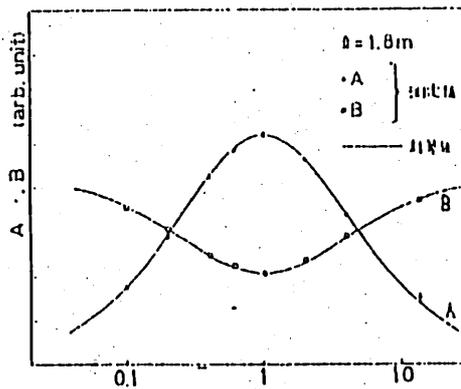


図3. ミキサ及びIF増幅器入力部の雑音等価回路。



(a)



(b)

図4. A, Bの計算値と測定値の比較。(a)は狭帯域の場合, (b)は広帯域の場合。測定値はミキサの代わりに標準抵抗を用いて求めた。

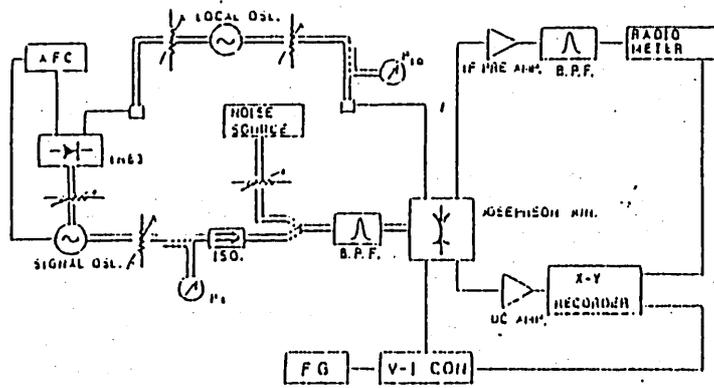


図5. 実験システム全体のブロック線図

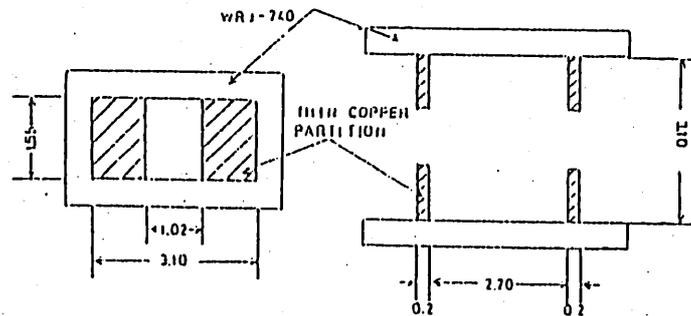


図6. ミキサの前に設けた狭帯域フィルタの構造図.

JJ PARAMETER			BIASED OPERATION				UNBIASED OPERATION			
JJ NO.	R ( $\Omega$ )	$I_c R$ (mV)	$R_d$ ( $\Omega$ )	$\eta_H$ ( $n_B$ ) (dB)	$T_{H,out}$ (K)	$T_H$ (K)	$R_d$ ( $\Omega$ )	$\eta_H$ ( $n_B$ ) (dB)	$T_{H,out}$ (K)	$T_H$ (K)
1	100	1.90	44	-8.3(-8.4)	117	791	40	-10.2(-10.5)	115	1204
2	66	2.11	47	-7.0(-7.3)	98	591	30	-9.7(-9.8)	67	625
3	42	0.56	66	-5.0(-5.0)	108	698	50	-11.4(-11.5)	30	414
4	29	2.26	20	-7.9(-7.6)	87	516	16	-9.5(-9.5)	13	116

表1. 2次ハーモニックミキリの雑音測定を行った接合の諸量.

#### References

- 1) P.L.Richards: Semiconductors and Semimetals, eds. A.K.Willardson and A.L.Beer(Academic, New York, 1977) Vol. 12, p. 395.
- 2) J.H.Claassen and P.L.Richards: J. Appl. Phys. 49(1978) 4130.
- 3) T.G.Blaney: Rev. Phys. Appl. 9(1974) 279.
- 4) 相田 光一: エレクトロニクスの基礎, 裳華房 1958.
- 5) S.Kita and K.Fujisawa: Jpn. J. Appl. Phys. 21(1982) 497.
- 6) T.Poorter: J. Appl. Phys. 53(1982) 51.
- 7) T.G.Blaney: Natl. Phys. Lab. Rep. S.I. No. 89/0382(1978).

輻射科学研究会資料  
RS 82-10

Zn 拡散法を用いたGaAs  
光導波路の作製と変調器  
への応用

大 家 重 明  
井 田 保 久  
楠 陽  
張 吉 夫  
松 尾 幸 人

(大阪大学産業科学研究所)

1982年7月9日

## 1. まえがき

GaAs系導波形光デバイスは半導体レーザ光源を中心として、モノリシック光集積回路の観点から非常に有望である。筆者らは比較的製作が容易で、しかも、こうした光集積回路に適したデバイスとして、 $p-n$ 接合を有する光変調器等<sup>(1)(2)</sup>について検討してきたが、ここでは、低濃度拡散の手法のひとつで、半導体レーザの構成にもしばしば用いられている二段階拡散法<sup>(3)</sup>とドーパド大きなサイドからの拡散法<sup>(4)</sup>を光導波路の形成に適用し、実験的検討を行なった。この方法はバルク( $n^+$ )基板に直接、拡散するだけで簡単に光導波路が形成できるため、種々の利用が考えられる。———更に、この重鉛( $Pb$ )の拡散を用いて、1970年にHallらがショットキー接合<sup>(5)</sup>で、Reinhartらがダブルヘテロ構造<sup>(6)(7)</sup>で示した橋渡分離形光変調器(いわゆる横形光変調器)  $E_{pn}n^+$ 構造で試作し、そのカットオフ形変調器としての可能性、並びに橋渡分離形変調器として用いた場合の理論的、実験的結果<sup>(8)</sup>について報告する。このような半導体光変調器は $p-n$ 接合部の空乏層を光導波路に利用でき、かつ制御電界を空乏層に集中させることができるため、モノリシック光デバイスに適した素子として期待できる。

## 2. スピン拡散形 GaAs 光導波路

バルク半導体に拡散法のみで光導波路を形成する技術は II-VI 族半導体ではしばしば報告されているが<sup>(13)</sup> GaAs 系での報告例は筆者らの知る限り Garmire ら<sup>(14)</sup> によるものだけである。II-VI 族半導体への拡散では混晶組成比の差異によって導波路を形成するものであるが、ここでは新しい方法として、最近、半導体レーザの構成によく利用されている drive in diffusion と spin on diffusion のふたつの方法を用いて自由キャリア濃度差に基づく屈折率差により光導波路を作製しようとしてみた。

### 2.1. 自由キャリア濃度差による光導波路<sup>(15)</sup>

半導体における光導波路の作製には、キャリア濃度差による屈折率差がよく利用される。これはプラズマ振動から導かれる次式が基礎となっている。

$$\Delta n_s = -\frac{N \lambda_0^2 e^2}{\epsilon_0 n_s 8\pi^2 m^* c^2}$$

ここで

- $N$  ... 自由キャリア濃度
- $\lambda_0$  ... 自由空間波長
- $e$  ... 電荷
- $\epsilon_0$  ... 真空中の誘電率
- $n_s$  ... 半導体の屈折率
- $m^*$  ... 自由キャリア有効質量
- $c$  ... 光速

である。

従って、半導体光導波路は大別して、図1のような構成のものか考えられる。いずれもショットキー接合やpn接合等を組み合わせて、電気光学効果を用いた能動素子への応用が考えられる。

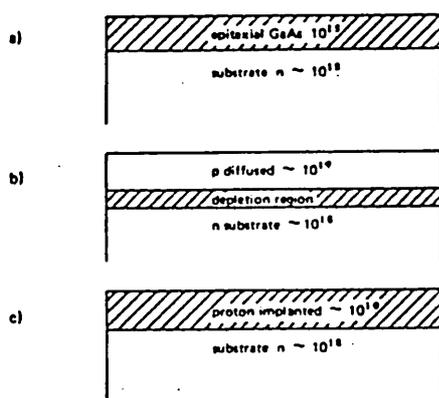


図1. GaAsにおける光導波路の形成法

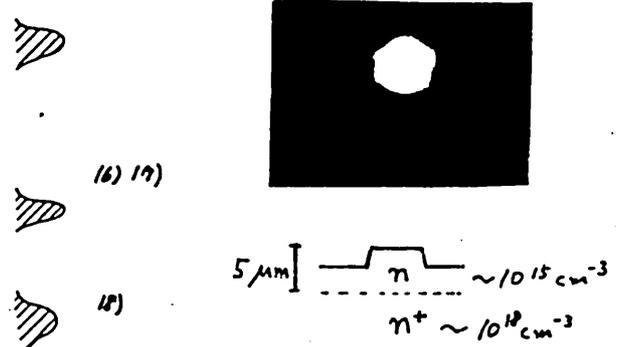


図2. 図1(a)の場合の近視野像例.

図2はひとつの例として図1(a)の場合、 $\sim 10^{18} \text{ cm}^{-3}$  基板 ( $n^+$ -GaAs) 上の  $\sim 10^{15} \text{ cm}^{-3}$  のエピタキシャル層を光導波路に利用した時の近視野像 (near field pattern) であり (横方向はメサエッチしてリブ形としてある)、シングルモードの導波路となっている。

## 2.2. 二段階拡散法 (Two Step Diffusion Method)

### 2.2.1 封管法によるZn拡散

GaAsへのアクセプタとなる不純物についてはZn, Cd, Cu, Mg... いろいろあるが、筆者らは拡散処理が容易で、表面状態を荒さず、比較的低温でpn層接合が得られることなどを考慮して、Zn系不純物として亜鉛 (Zn) を用い、 $\text{ZnAs}_2$  を拡散源として封管法によりGaAs基板への拡散を行った。図3はこの時の接合の深さと時間と

4.

4.

の関係を示したものである。この結果は種々のキャリア濃度基板を  
 (S.I.  $\sim 8 \times 10^{15}$ ,  $\sim 2 \times 10^{16}$   $\text{cm}^{-3}$ ) 用いたがほぼ同じであり。この拡散は「格子間-格子点平衡理論」<sup>20)</sup> (Interstitial-Substitutional Equilibrium) に従うものとみられる。また測定表面濃度は時間によらず一定で、 $\sim 2 \times 10^{20}$   $\text{cm}^{-3}$  と高濃度であった。図4はこの拡散が、拡散係数の濃度の2乗に比例するとした場合のキャリア濃度の分布を計算したものである。<sup>21)</sup> (700°C で4時間拡散した場合にほぼ相等する。) これによりかなりの階段接合が得られることがわかる。

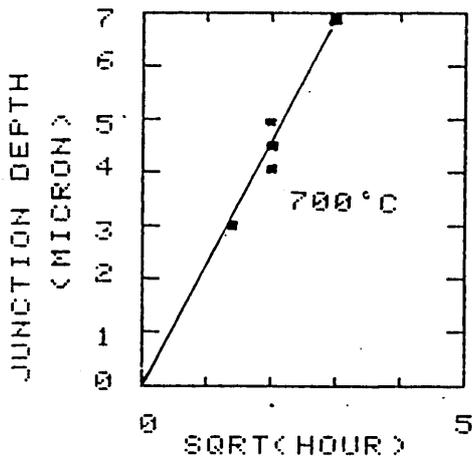


図3. 拡散時間と拡散の深さとの関係。

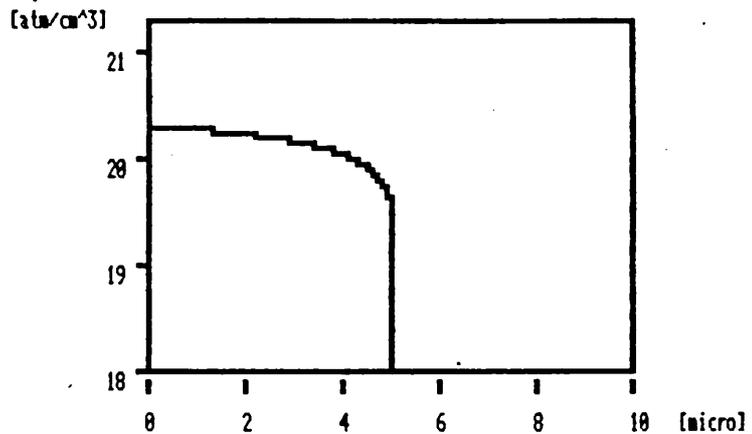


図4. 700°C 4時間拡散後のキャリア濃度プロファイルの計算例。

### 2.2.2 二段階拡散法 (pre deposition - drive in) による光導波路の作製,

上例でわかるように通常のスn拡散では高濃度層を得るのはたやすいが低濃度層の制御は比較的難しい。ここでは低濃度拡散のひとつの

方法として二段階拡散法を用いて光導波路を作製した。この方法の特徴は低表面濃度でしかも階段状のプロファイルが得られるという点にある。工程としては拡散源  $ZnAs_2$  /  $mg/cc$  と  $n^+$ -GaAs 基板を石英アンプルに真空封入し、 $600^\circ C$  で15分 pre-diffusion (した後、 $SiO_2$  膜 (p-doped) を<sup>27</sup>表面にコートする。 $SiO_2$  膜は pre-diffusion での  $Zn$  が表面層から out-diffuse するのを防ぐとともに GaAs の高温での熱分解をも防ぐ役割を果たしている。更に拡散源なしで  $900^\circ C$  で4時間引き伸ばし拡散を行なった。図5はこうして形成した低濃度表面 p 層にバット・カップリング (butt coupling) により光を励振した時の導波状態である。光源は  $1/5 \mu m$  He-Ne レーザである。モニタテレビ上に見えるのは近視野像であり、右のシンクロスコープ上には処理装置を介してモニタライン上の光強度分布がみられる。導波層の厚さは約  $5 \mu m$ 、導波路長  $5 mm$ 、 $n^+$  基板濃度は  $\sim 2 \times 10^{18} cm^{-3}$  である。光は低濃度表面 p 層経直に閉じ込められている。

一般に GaAs への  $Zn$  拡散は濃度依存性を有し、二段階拡散においても  $\sim 2 \times 10^{18}$ ,  $\sim 5 \times 10^{17}$ ,  $\sim 8 \times 10^{15} cm^{-3}$  の基板を用いてみたがいずれも drive-in 後の拡散距離はほぼ同じであり、( $\sim 2.5 \mu m$ )、drive-in diffusion においても濃度依存性を有していると考えられる。 $N(x,t)$  を時間  $t$ 、距離  $x$  下の不純物濃度とすると不純物総量は

$$Q = \int_0^{\infty} N(x,t) dx$$

と表わせる。これはまた pre-diffusion での総量でもある。一般に拡散係数  $D$  が濃度の  $m$  乗に依存するとし、 $D = D_{sup} C^m$  と表わすと、

5.

6.

(但し  $D_{sur}$  は表面での拡散定数、また  $C = N_{x>0} / N_{sur}$ ,  $N_{sur}$  は表面濃度である。) Ghezzi の方法<sup>2)</sup>により、

$$N(x, t) = \frac{Q(1 - mY^2)^{\frac{1}{2}}}{\sqrt{mD_{sur}t} \left\{ \frac{\sqrt{\pi}}{m} \Gamma\left(\frac{m+1}{m}\right) / \Gamma\left(\frac{m+1}{m} + \frac{1}{2}\right) \right\}}$$

$$Y = \frac{x}{2\sqrt{D_{sur}t}}$$

が与えられる。上式よりキャリア濃度プロファイルを計算することからできる。図6は上式から求めたキャリアプロファイル ( $m=2$ ) と自由キャリア濃度差に基づく屈折率差の分布を計算したものである。この拡散では濃度依存性を有したままなので低濃度階段状分布が得られることかわかる。このことはドライフィン拡散の時間と基板濃度をうまく選んでやれば、比較的損失の少ない導波路が形成でき、光集積回路の観点からはいろいろな可能性を含んでいるように思われる。

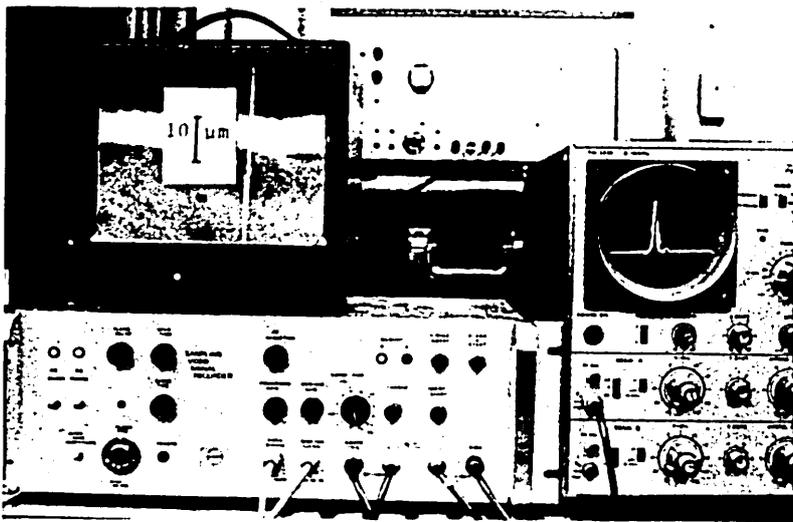


図5. 近視顕像測定系

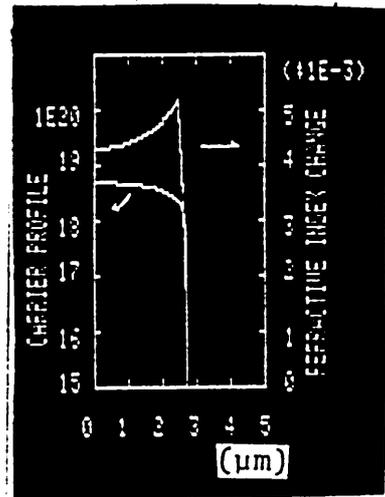


図6. 600°C 15分 pre-  
900°C 4時間 drive-in  
 $\sim 2 \times 10^{18} \text{ cm}^{-3}$   
キャリア濃度及屈折率変化  
計算例。

2.3 スピンオン拡散法 (Spin-on Diffusion Method)

2.3.1 ドーパドオキサイドからのZn拡散

低濃度拡散のいよひひとつの方法として液体スピニング法を用いることにより拡散源となるオキサイド膜を簡単に形成し得ることを利用して、ドーパドオキサイドからのGaAsへの固体-固体拡散法<sup>26)</sup>によるZn拡散を試みた。図7に拡散源に用いているZnを含むドーパドオキサイド (Zn-film) の組成<sup>22)</sup>、実験後の拡散の深さと拡散時間との関係を示す。工程としては拡散後の表面状態の平坦性を保つためにまず薄く non doped SiO<sub>2</sub> (Si-film)<sup>27)</sup> をコートし、その後 Zn-film、更に不純物蒸発を防ぐように再び Si-film<sup>28)</sup> を GaAs 表面に形成する。図8は基板のキャリア濃度  $8 \times 10^{15} \text{ cm}^{-3}$ 、 $2.3 \times 10^{18} \text{ cm}^{-3}$  を用いて 900°C で 20 時間<sup>29)</sup> 拡散させた結果からキャリア濃度分布を類推したものである。GaAs 基板へのドーパドオキサイドからの不純物分布曲線は亜鉛供給源の濃度

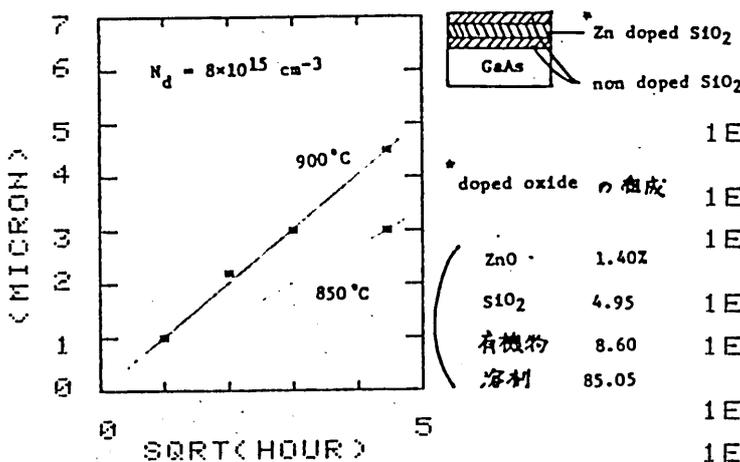


図7 Zn 拡散時間と拡散の深さとの関係

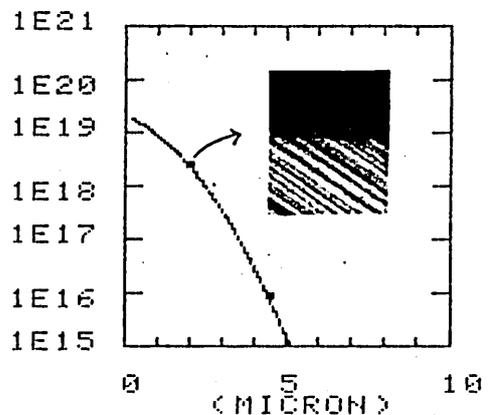


図8. 900°C 20時間拡散後、キャリア濃度分布

8.

8.

を一定として考えるとこのような complementary error function で近似できる。すなわち

$$C(x) = C_s(0) \operatorname{erfc}(x/\sqrt{Dt}) \quad \text{と} \text{し} \text{る}.$$

後、で、この式より、 $900^\circ\text{C}$ 、20 時間 拡散後の表面濃度  $C_s(0)$  と拡散係数  $D$  の値を求めると

$$C_s(0) = 2 \times 10^{19} \text{ cm}^{-3}, \quad D = 4.0 \times 10^{-12} \text{ cm}^2/\text{s} \quad \text{を得} \text{る}.$$

### 2.3.2 光導波路への利用

上述のように拡散した  $2.3 \times 10^{19} \text{ cm}^{-3}$  基板を用いて光導波路実験を行った。もし、このような complementary error function に従うなら、その時の屈折率変化は図9のようなものと予測される。従って充分光を導波することかできる。図10はこの近視野像である。

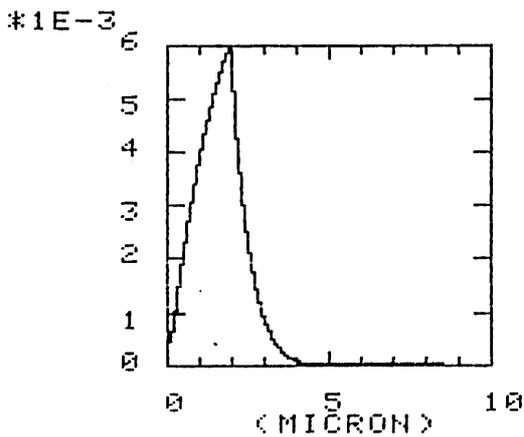


図9  $2.3 \times 10^{19} \text{ cm}^{-3}$  基板への  
拡散屈折率差分布

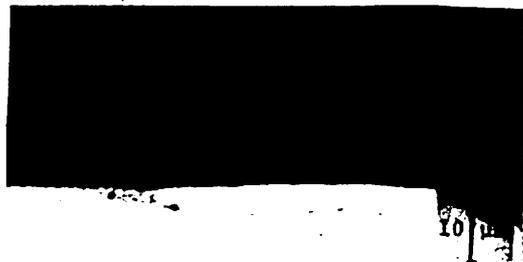


図10 近視野像例。

## 2.4 まとめ

従来、GaAs系光導波路は主としてエピタキシャル成長によらねばならなかったが、ここではバルク結晶を用いて拡散法のみで導波路を形成する新しい方法について述べた。筆者らが行なった液体スピニン法による拡散は開管で比較的容易に行なえるが、二段階拡散法に比べて表面状態が悪い傾向がある。これはそれぞれ用いたマスクが異なる他、長時間を要することか原因と思われる。また光導波路という点からは二段階拡散の方が比較的均一な導波路を保っているようである。

現在、この二段階拡散について製作した導波路の具体的な特性、ならびに不純物プロファイル、そして更にはこれらのJ<sub>pn</sub>接合の光変調器への応用を検討している。

### 3. $\Sigma n$ 拡散法を用いた GaAs 導波形光変調器

ここでは、 $\Sigma n$  拡散が比較的よい階段接合<sup>17)</sup>をもたらしこことを用いて 偏波分離形光変調器<sup>9)10)30)</sup>を  $\Sigma n$  拡散法により容易に製作できる GaAs  $p+n+$  構造で試作し、そのカットオフ形変調器としての可能性、並びに偏波分離形変調器として用いた場合の理論的、実験的結果<sup>11)</sup>について報告する。

#### 3.1 カットオフ形変調特性

導波路は  $n+$  基板の上に  $n$  層をエピタキシャル成長させたものに  $\Sigma n$  拡散し、 $p+n+n+$  構造としている。  $p+$  層は  $\Sigma n \text{As}_2$ <sup>19)</sup> を拡散源とした封管法により  $700^\circ\text{C}$  で4時間拡散し形成したが、通常、封管法による  $\Sigma n$  拡散は格子間-格子点平衡理論<sup>20)</sup>より説明され階段接合が得られるため、光はキャリア濃度差による屈折率差によって  $n$  層に閉じ込められる。試作したダイオードの  $p+$  層表面濃度は  $\sim 2 \times 10^{20} \text{cm}^{-3}$ 、導波  $n$  層の厚さは  $4.5 \mu\text{m}$  であった。図11はその GaAs 導波構造とその時の近視野像である。光源は  $1.15 \mu\text{m}$  He-Ne レーザで劈開面より、バットカップリングにより GaAs 導波路へ入射、出射端面での光を抽出している。素子長は約  $4 \text{mm}$  である。光変調はこのダイオードへの逆バイアス印加による  $n$  層空乏化にともなう電界集中により効率よく行なうことができる。図12は理論的に検討したカットオフ形光変調器 (TEモード)<sup>21)~23)</sup> の可能性も導波層の厚さ ( $d$ ) をパラメータとして印加電圧 ( $V$ ) と基板のキャリア濃度 ( $n+$ ) との関係を示したものである。

11.

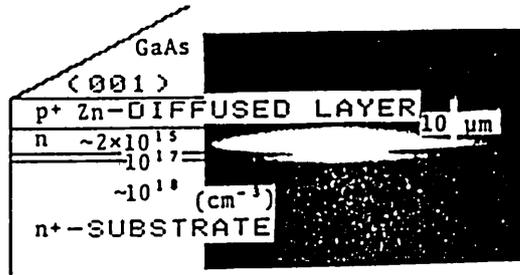


図11 導波構造

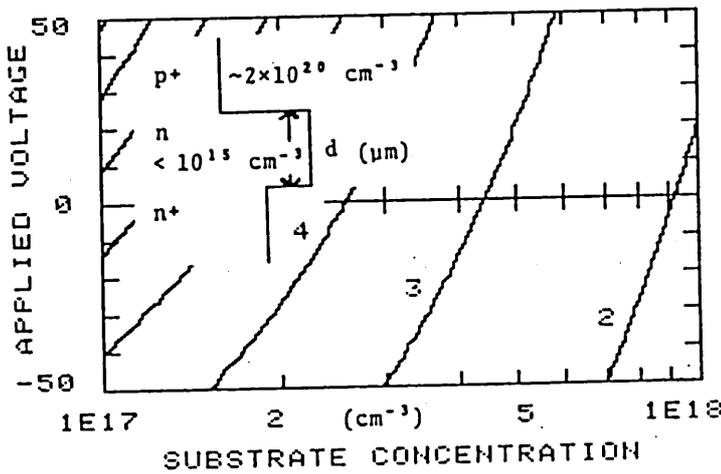


図12 TEモードカットオフ条件.

11.

例えば任意の厚さ( $d$ )の曲線の下側は導波モードの存在する領域であり、上側は基板への放射モードとなることを示している。従って、基板のキャリア濃度 (substrate concentration) を適当に選ぶことにより印加電圧により導波-放射モード制御が可能であることがわかる。尚、用いた定数は光波長  $1.15 \mu\text{m}$ 、 $p^+$  層の濃度は  $2 \times 10^{20} \text{ cm}^{-3}$ 、GaAs の屈折率と電気

光学定数の積  $n^2 \epsilon_{01} = 46 \times 10^{-12} \text{ m / V}^2$ 、 $n$  層の濃度は空気層が広ければ適当でよいが計算上、均一に印加できることを考慮して  $10^{15} \text{ cm}^{-3}$  以下とした。図13は試作ダイオードの  $I-V$  特性で逆バイアス  $40 \text{ V}$  までは印加できる。図14はこのダイオードのカットオフ変調特性である。この場合、図12の条件からわかるように導波-導波モードになっており、基板のキャリア濃度等がカットオフ形としての理想的系

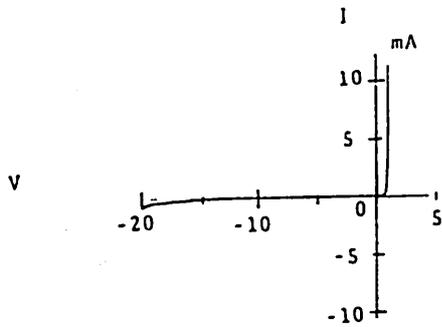
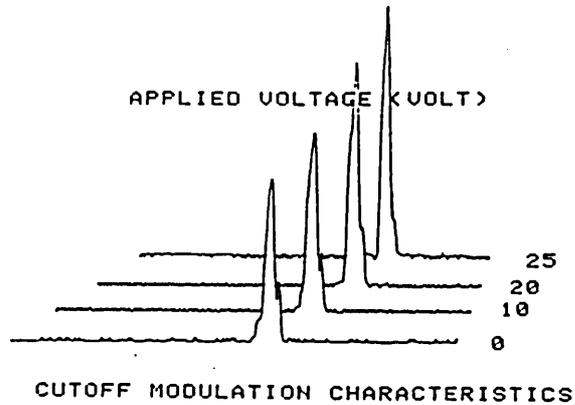


図13. I-V特性



CUTOFF MODULATION CHARACTERISTICS

件とはなっていないか。  
 印加電圧 (Applied voltage) により電気光学効果による正の屈折率変化がもたらされ ( $\Delta n = \frac{1}{2} n^3 k_0 V/d$ ), 光強度 (normalized output power) が次第に増加してゆく。

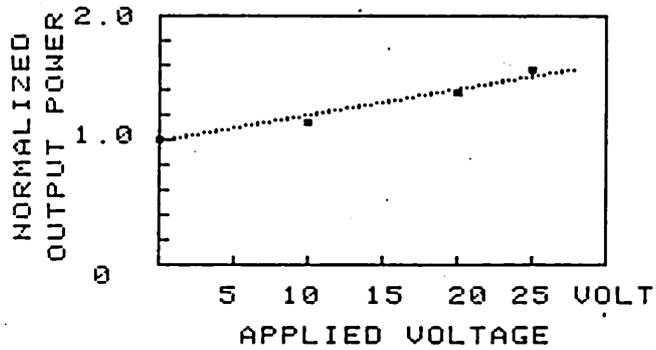


図14. カットオフ形変調特性。

3.2 偏波分離形変調特性

上述のように試作アイオードはカットオフ形としての条件は不十分であるか。ここでは同アイオードを電気的に誘起される複屈折性を利用した光変調素子として機能させた場合の結果を示す。図15は検光子として偏波分離プリズムを用いて、出射前面での光強度と印加電圧との関係を測定したものである。通常の理論より光強度は  $\sin^2$  の2乗曲線に依存したものとなるが、逆バイアス電圧により、先ほどのカット

大フ形変調器としての機能をも有するため、このような結果となる。  
 理論曲線は図14の実験値(点線)を用いて補正したもので、この時、  
 半波長電圧 (half-wave voltage) は約 28.4 V である。

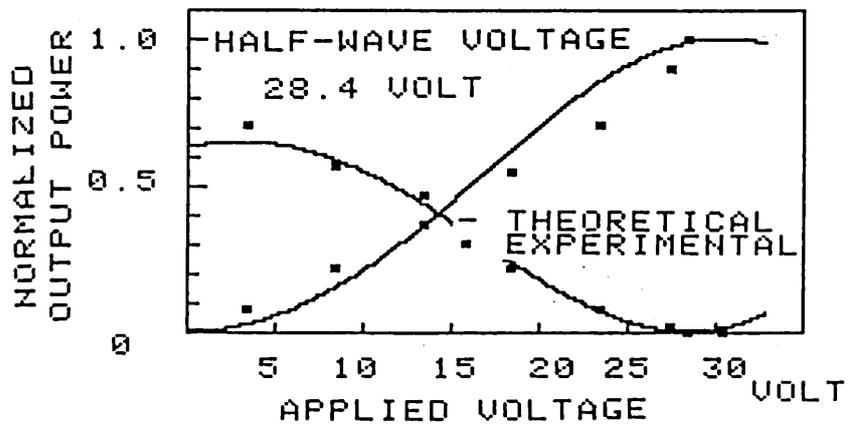
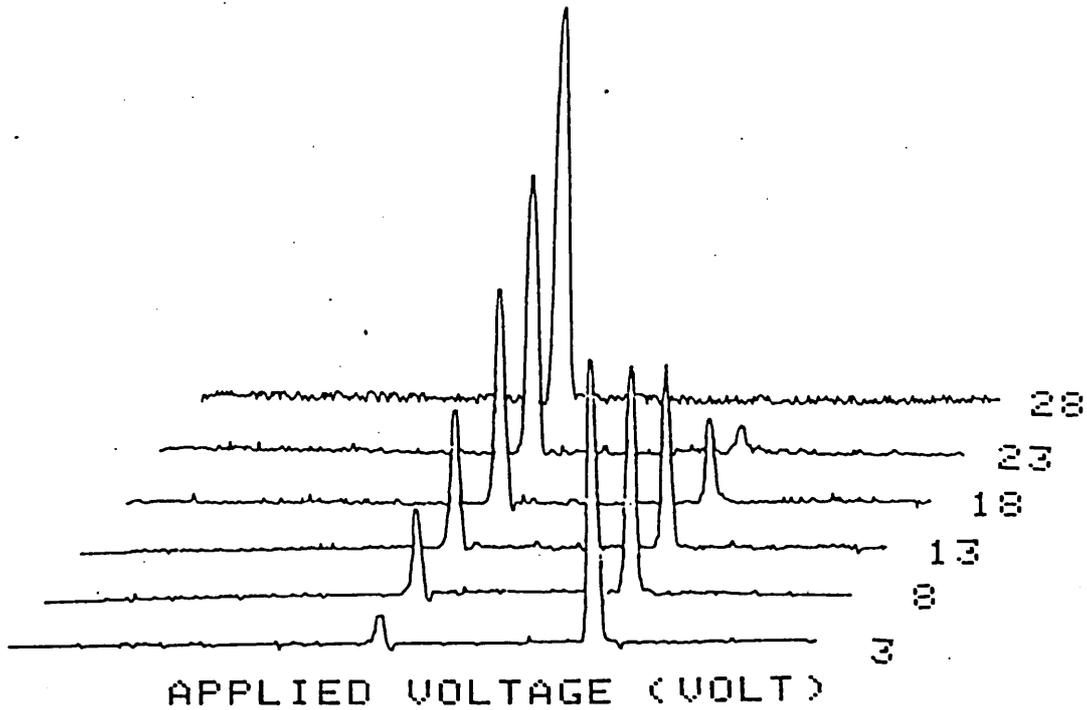


図15 偏波分離形変調特性

### 3.3 金属クラッド光導波路のモードフィルタ特性.

光集積回路の観点<sup>35)</sup>から、前述の交叉点の偏波分離プリズム等の役目を電極としての金属構装が果たし得る可能性があることに注目して<sup>36)</sup>、四層スラブ状構造を仮定、ダウンスピル法を用いて誘電率固有方程式から与えられる減衰特性の結果、並々に基礎実験の結果を示す。

#### 3.3.1 金属クラッド光導波路の分散関係.

図16のような系を仮定、境界での場の連続性を考慮して解けば<sup>37)</sup>、TMモードで

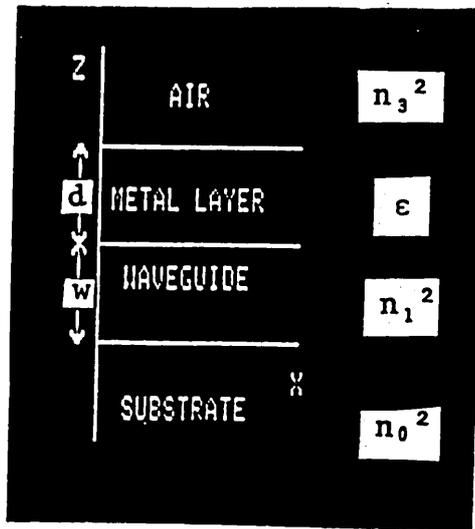


図16. 四層構造

$$\tan(k_1'W - \pi m) = \frac{n_1^2 \epsilon k_1' k_0 - n_0^2 n_1^2 k_1' k_2 A}{n_0^2 \epsilon k_1' k_1' + n_1^2 n_1^2 k_0 k_2 A}$$

$$m = 0, 1, 2, \dots$$

$$A = \frac{\epsilon k_3 - n_3^2 k_2 + (\epsilon k_3 + n_3^2 k_2) \exp(2k_2 d)}{\epsilon k_3 - n_3^2 k_2 - (\epsilon k_3 + n_3^2 k_2) \exp(2k_2 d)}$$

$$k_1' = \frac{\omega}{c} (n_1^2 - n_{\text{eff}}^2)^{1/2}; \quad k_2 = \frac{\omega}{c} (n_1^2 - n_0^2)^{1/2}$$

$$i = 0, 2, 3, \quad n_i^2 = \epsilon = \epsilon_1 + j\epsilon_2$$

また TEモードでは上式、 $n_i^2 = \epsilon = 1$  とおけばよい。

\* 37) の文献にミスアリあり。

#### 3.3.2 計算結果.

光源波長  $1.5 \mu\text{m}$ 、導波路は  $n^+$ -GaAs 基板 ( $\sim 10^{18} \text{cm}^{-3}$ ) の  $n$ -GaAs 層、ショットキー電極として Au, Al, Pt を仮定し、計算した。用いた定数は図17の通りである。<sup>38)</sup>

	n	k
Au	0.2	7.1
Al	1.54	9.5
Pt	3.81	6.84

図17. 金属の定数

図18(a)に導波路の厚さ  $w$  に対する減衰定数  $\alpha$  ( $\text{cm}^{-1}$ ) の計算結果を示す。これは固有方程式より得られる複素等価屈折率の虚数部に対応している。(b)は

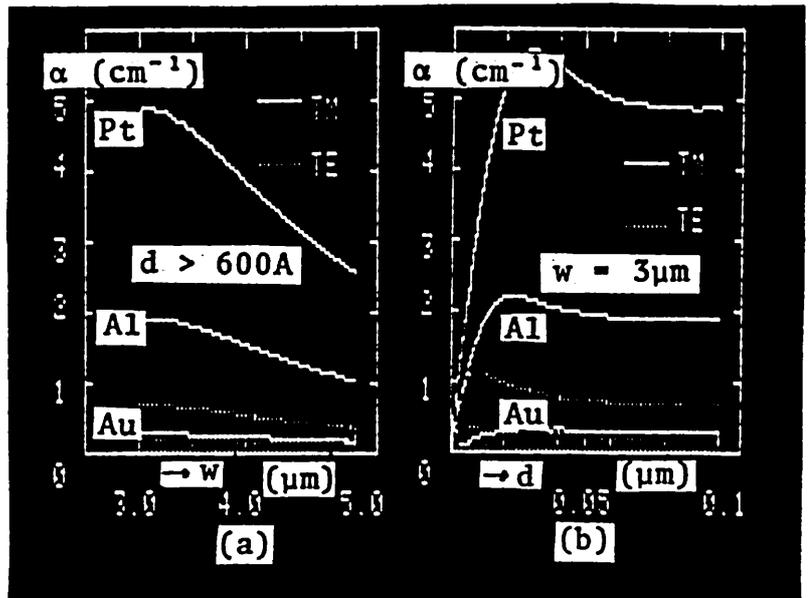
金属膜の厚さ  $d$  に対する  $\alpha$  の計算結果である。(但し

(a)は  $d > 0.06 \mu\text{m}$ ,

(b)は  $w = 3 \mu\text{m}$  として

いる)。これによれば、

ショットキー電極として適当な金属を用いることに



Attenuation constant  $\alpha$  of some metals versus (a) the waveguide thickness  $w$ , (b) the metal thickness  $d$ .

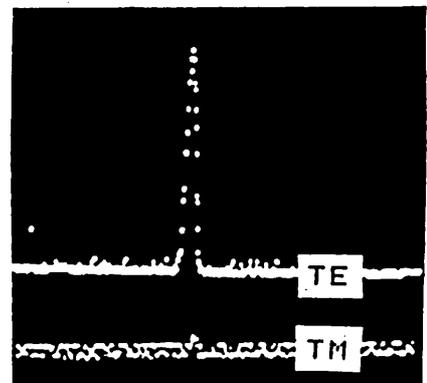
図 18

より電気光学効果

を併用すれば、TE-TMモードアナライザが構成できることかわかる。尚、ヘテロ構造の方がこの効果はより顕著であることを付加しておく。

### 3.3.2 金属クラッド導波路実験

金属クラッド導波路の実験例として Au をインサパツタリングした導波路でモードフィルタとしての実験を行なった。計算結果では Au は必ずしもいい材料ではないが、実験的には、TE, TM 入射



Measurement of the light intensity in metal-clad (Au) GaAs waveguide.

図 19

では図19のようにかなりの差が認められた。 $(d=0.06\mu\text{m}, w=5\mu\text{m},$   
導波路長 約8mm)。これは計算に用いたAuの複素屈折率の値が実験  
に用いたそれと異なっているためと考えられる。現在、この効果を用  
いた光変調器について実験検討中である。

## 謝辞

本実験に際し、GaAs エピタキシャルウエハを提供していただいた  
三菱電機の中谷正昭氏、バルク GaAs ウエハを提供していただいた  
住友電工の笹谷孝裕氏、また実験装置の整備、並びに助言を頂い  
た(株)コオ技研の岡本昌士氏、O.C.D. film をサンプル  
として提供して頂いた東京応化工業の御厚意に深く  
感謝いたします。

## 参考文献

- 1) 大家, 楠, 張, 松尾: "pn接合を用いたGaAlAs光変調器の一形式"  
信学論(C) J63-C, 5 PP319-320 (1985-5)
- 2) J.C. An, Y. Cho, S. Ohke and Y. Matsuo "Field-effect Semiconductor lasers"  
IEEE. J.Q.E. QE-16 PP1300-1302 1980
- 3) 大家, 楠, 張, 松尾; "pn接合を用いた光変調器"  
信学論(C) J64-C, 7 PP913-919 (1985-7)
- 4) 松尾, 大家, 楠, 張: "ショット電極を有する半導体L-C"  
信学光・電源全大. 205 (1985-9)
- 5) C.S. Hong, Y.Z. Lin, P.D. Dapkins and J.J. Coleman  
"Controlled Zn Diffusion for Low Threshold Narrow Stripe GaAlAs/GaAs DH lasers"  
IEEE. E.D.L EDL-2 PP225-227 1981
- 6) 大家, 楠, 張, 松尾: "ト-7ト-6キサイトからのGaAsへの不純物拡散"  
信学全大 281 (1985-3)
- 7) D.Hall, A. Yariv and E. Garmire "Optical Guiding and Electro-Optic Modulation"  
Opt. Commun. 1. PP203-205 (1970)
- 8) D.Hall, A. Yariv and E. Garmire "Observation of propagation and its control in thin optical waveguides", Appl. Phys. Lett., 17, PP127-129 (1970)
- 9) F.K. Reinhart and B.I. Miller: "Efficient GaAs-Al<sub>x</sub>Ga<sub>1-x</sub>As Double-Heterostructure Light Modulators", Appl. Phys. Lett., 20 PP36-38 (1972)
- 10) J. McKenna and F.K. Reinhart: "Double-heterostructure GaAs-Al<sub>x</sub>Ga<sub>1-x</sub>As [110] p-n-junction diode modulator"  
J. Appl. Phys. 47 PP2069-2078 (1976)
- 11) 大家, 井田, 楠, 張, 松尾: "pn接合を用いたGaAs等波長光変調器"  
第29回応用物理学会講演予稿集 20F-2 (1985-4)
- 12) H.F. Taylor, W.E. Martin, D.B. Hall and V.N. Smiley  
"Fabrication of single-crystal semiconductor optical waveguides by solid-state diffusion", Appl. Phys. Lett., 21. PP95-98 (1972)
- 13) W.E. Martin and D.B. Hall: "Optical waveguides by diffusion in II-VI compounds", Appl. Phys. Lett., 21 PP325-327 (1972)

- 14) E. Garmire, D.F. Lovelace and G.H.B. Thompson: "Diffused two-dimensional optical waveguides in GaAs" Appl. Phys. Lett., 26 PP329-331 (1975)
- 15) T. Tamir: "Integrated Optics ---- 6. Semiconductor Components for Monolithic Applications (by E. Garmire)" Springer-Verlag Berlin Heidelberg N.Y.
- 16) A. Yariv and R.C.C. Leite: "Dielectric-waveguide mode light propagation in p-n junctions", Appl. Phys. Lett., 2, PP55-57 (1963)
- 17) W.L. Bond, B.G. Cohen, R.C.C. Leite, and A. Yariv: "Observation of the dielectric-waveguide mode of light propagation in p-n junctions", Appl. Phys. Lett., 2, PP57-59 (1963)
- 18) E. Garmire, H. Stoll, A. Yariv and R.F. Hunsperger: "Optical waveguiding in proton-implanted GaAs", Appl. Phys. Lett. 21, PP87-88 (1972)
- 19) 柏木, 町野. "封管法と閉管法によるGaAsへのZnの拡散" 未定誌 24 PP708-713 (1969)
- 20) L.R. Weisberg and J. Blame: "Diffusion with Interstitial-Substitutional Equilibrium. Zinc in GaAs", Phys. Rev. 131 PP1548-1552 (1963)
- 21) B. Tack, M.A.H. Kadhim, "Anomalous Diffusion Profiles of Zinc in GaAs", J. Material. Science 7 PP585-591 (1972)
- 22) 未定誌化製 (O.C.D. Zn-film, Si-film, p-film)
- 23) M. Ghezzi: "Diffusion from a Thin Layer into a Semi-Infinite Medium with Concentration Dependent Diffusion Coefficient" J. Electrochem. Soc. 119 PP977-979 (1972)
- 24) 町野, 森 "塗布法によるGaAs<sub>1-x</sub>P<sub>x</sub>中へのZnの拡散", 未定誌 35回同物理学会講演予稿集 P378 1974
- 25) 町野, 森 "GaAs<sub>0.62</sub>P<sub>0.38</sub>中へのZn低濃度拡散" 信学全文 367 (1975)
- 26) 中井, 大井 "固体-固体拡散法によるGaAs中のZnの拡散" 未定誌 24 PP714-720 (1967)
- 27) H. Beche, D. Flatley, W. Kern and D. Stolnitz: "The Diffusion of Zinc into Gallium Arsenide to Achieve Low Surface Concentrations" Trans. Metal. Soc. AIME 230 PP307-311 (1964)
- 28) J.R. Shealy, B.J. Baliga and S.K. Ghoshal: "Open Tube Diffusion of Zinc In Gallium Arsenide", IEEE, Trans. E.D.L, EDL-1 PP119-121 (1980)

- 29) S. K. Ghandhi and R. J. Field ; "Precisely controlled shallow p+ diffusions in GaAs", *Appl. Phys. Lett.*, 38 pp 267-269 (1981)
- 30) F. K. Reinhart, D. F. Nelson and J. McKenna ; "Electro-Optic and Waveguide Properties of Reverse-Biased Gallium Phosphide p-n Junctions" *Phys. Rev.* 177 pp 1208-1221 (1969)
- 31) J. C. Campbell, F. A. Blum, and D. W. Shaw ; "GaAs electro-optic channel-waveguide modulator", *Appl. Phys. Lett.*, 26 pp 640-642 (1975)
- 32) A. R. Reisinger, D. W. Bellavance and K. L. Dawley, "Intensity modulator in GaAs metalgap channel waveguides", *Appl. Phys. Lett.*, 32 pp 663-665 (1978)
- 33) 大塚, 柳, 坂, 松尾 ; "pn接合を用いた光変調素子", 稲研誌 (昭55-09)
- 34) 小山, 西原 ; "光波電子光学", 工口社 (昭53)
- 35) F. K. Reinhart and R. A. Jagan ; "Integrated electro-optic intracavity frequency modulation of double hetero structure injection laser", *Appl. Phys. Lett.* 27 pp 532-534 (1975)
- 36) E. M. Garmire and H. Stoll ; "Propagation losses in Metal-Film-Substrate Optical Waveguides", *IEEE. J. Q. E.* QE-8 pp 783-786 (1972)
- 37) K. H. ROLLKE AND W. SOHLER ; "Metal-Clad Waveguide as Cutoff Polarizer for Integrated Optics", *IEEE. J. Q. E.* QE-13 pp 141-145 (1977)
- 38) D. E. Gray ; *American Institute of physics Handbook*, McGraw-Hill, (1972) Third Edition
- 39) S. Namba ; "Electro-Optical Effect of Zn-blende", *Journal of the opt. society of America.* Number 1 pp 76-79 (1951)

RS-82-11

導波形光ビームスプリッタ

榎原 晃, 井筒 雅之, 末田 正

(大阪大学 基礎工学部)

昭和57年7月9日

輻射科学研究会

# 導波形光ホームスプリッタ

榎原 晃，井筒 雅之，末田 正  
(大阪大学 基礎工学部)

## 1. まえがき

新しい集積化光回路素子として，導波形光ホームスプリッタを考案し，試作，実験によりその動作を確かめた。また，これを利用して，2種の集積化光変調素子を構成し，変調実験を行ない<sup>(1)</sup>，さらに，光センサへの応用の試みとして，微少振動検出素子の試作，実験を行なった<sup>(2)</sup>。

光集積回路の利点は，光回路を固体化，一体化することで小形で安定な動作をさせることができる所にある。特に，光波のコヒーレンス性を積極的に利用する(例えば，光ヘテロダイン通信，ファイバジャイロ等)様な新世代の光システムにおいて，光集積回路技術は，その真価を発揮するものと考えられる。

ところで，光回路において，光ホームを干渉させる，あるいはスプリットに分割する場合にホームスプリッタは，必要不可欠な最も基本的な要素である。導波形光回路においてホームスプリッタと同様の機能を果たせるものとして，従来，方向性結合器が用いられてきたようである。実際，ファイバジャイロに使用する光回路を集積化する目的で，方向性結合器をホームスプリッタとして利用した報告等も見られる<sup>(3)</sup>。

2本の平行光導波路を近接すると，導波路間に結合が生じ，光電力が互いに移行する。導波路間隔，すなわち結合の度合いを調整し，同時に結合長を適当に選べば，ホームスプリッタと同等の動作を実現できる。しかし，そのためには，導波路の形状(伝搬定数)，導波路間隔，結合長の3つのパラメータを適当な値に設定する必要が

あるため、製作が非常に困難となる。実際には、電気光学結晶上に導波路を作製し、さらにその上に電極を設け、それに印加する電圧によってさきの3つのパラメータを調設し、ビームスプリッタを実現した例がある。(4)

本報告で提案するビームスプリッタは、対称及び非対称形の導波路Y分岐(5)~(11)を組み合わせたもので、方向性結合器のようなパラメータ設定の難かしさはなく、他の素子と組み合わせて導波形光回路を構成することが容易になるといえる。

ここでは、まず、導波形光ビームスプリッタの動作原理を明らかにし、次にこれを用いて作成した。2種の導波形光変調素子(反転出力付差動光変調素子及び反射形差動光変調素子)及び微小振動検出素子について述べる。

## 2. 導波形光ビームスプリッタ

図1は本報告で提案する導波形光ビームスプリッタの構成である。4つの単一モード光導波路を一点で結び合わせた形状を持ち、左半部では上下対称、右半部では非対称である。

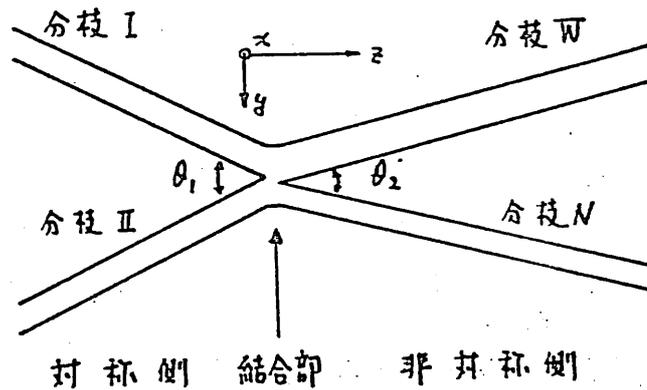


図1 導波形光ビームスプリッタの構成

図1のように対称部における2つの分枝を導波路1および2, 非対称部においては位相定数の大きい方の分枝を導波路W, 小さい方を導波路Nと呼ぶことにする。

### 2-1, 固有モード

ここでは, 簡単のため,  $x$  方向に変化のない二次元構造を考えることにする。また, 2つの分岐角  $\theta_1, \theta_2$  は十分に小さく, 光波はほぼ  $z$  方向に進行し,  $z$  方向の微小変化に対して導波路間隔の変化は無視できるものとする。すなわち, 微小区間を考えれば,  $y$  方向に5層構造を持つような導波路と見做すことができるとする。

このような場合には, いわゆるローカルノーマルモードによる解析法が利用できる。よく知られているように, 2つの単一モード導波路からなる5層光導波路の固有モードには, 偶モードと奇モードの2種がある。図2は, 幾つかの位置における両モードの界分布お

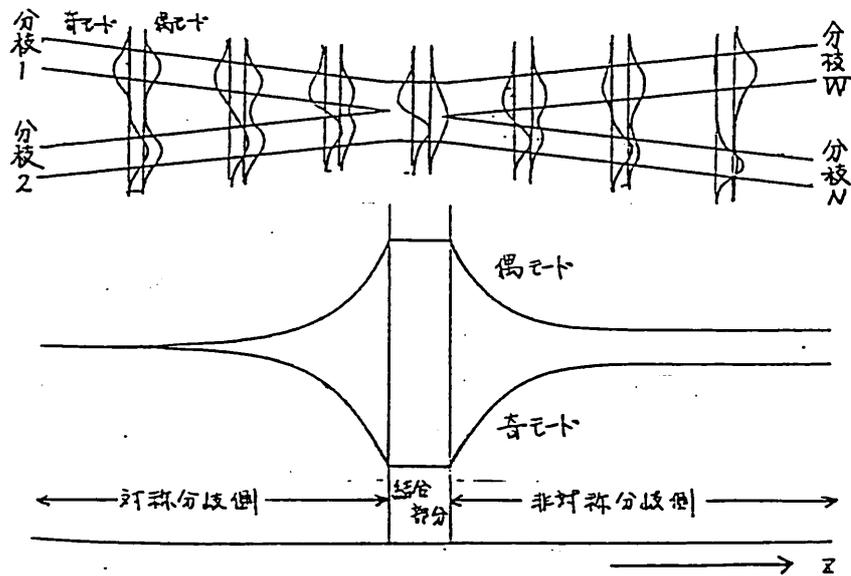


図2 偶および奇モードの界分布変化と位相定数の変化

よびそれぞれのモードの位相定数(等価屈折率)の変化の様子を示している。対称側においては、導波路接続部から十分遠く、導波路間隔が広い場合には2つの固有モードは縮退し、両者の位相定数は等しいが、接続部に近づくに従って縮退が解け位相定数差が拡大する。接続部では、2つの導波路が一つに、すなわらる層の光導波路となり、偶モードは3層導波路の基本(1次)モードに、奇モードは2次モードに移行する。

接続部を過ぎ、非対称部に入ると再び導波路間隔が拡大し、位相定数差は減少するが、導波路 $W$ と $N$ との位相定数が異なるので、偶モードおよび奇モードの位相定数は違った値に収束する。この場合、偶モードの電力は導波路 $W$ に、奇モードの電力は導波路 $N$ に集中する。一方、対称側では電力は導波路1, 2に等分される。偶および奇モードでは、両導波路に分配された光波の位相が等しいか、反転しているかの違いがある。

## 2-2 動作機構

以上の検討結果を示まえてホームスプリッタの動作を考察する。  
(図3参照)

まず、対称側の2つの導波路(1及び2)に同位相の光波が入力された場合(図3(a))を考える。対称側では固有モードとして偶モードが励起され伝搬し、接続部では基本モードに、非対称部では再び偶モードに変化する。非対称部における偶モードの電力は導波路 $W$ に集中しており、この導波路から光波が出力することになる。対称側からの2つの入力光が互いに逆相の場合(図3(b))には、奇モードが励起され上と同様な考察から非対称側では導波路 $N$ より光波が出力する。また、光波が導波路1からだけ入力された場合には、偶モードと奇モードとが等しく励起されたと考えられることができ、非対称側における出力は導波路 $W$ と $N$ とに2等分される(図3(c))。

光波が非対称側から入力される場合には、上に述べた過程が逆にたどられることになり、基本的な動作はさきと同じである。図には

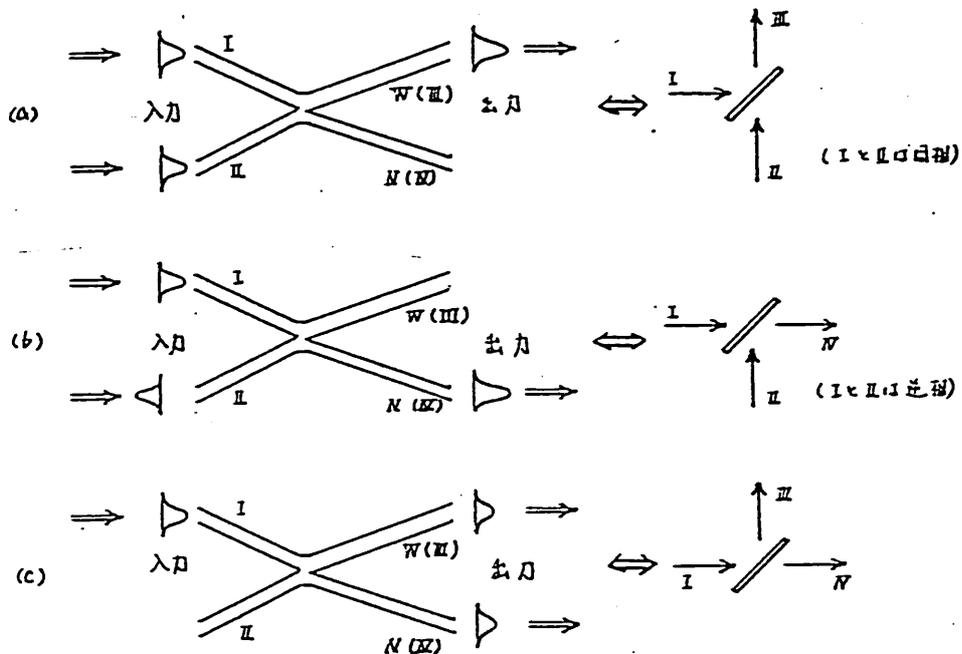


図3 単波形光ビームスプリッタの基本動作と半透過鏡との対応

通常のビームスプリッタ(半透過鏡)の動作との対応も同時に示している。

さて、ここに述べたビームスプリッタの動作を考える上で、単一モード導波路Y分岐との比較が有効と考えられる。図4は、これら二種の素子を対比して示している。導波路Y分岐は、3つの導波路を組み合わせたもので、図の様に導波路I, IIより同相の光波を入力すると導波路IIIより出力され、また、逆相で入力すると接続部より放射モードとして出力される<sup>(10)</sup>。一方、ビームスプリッタは、出力側にも二本の導波路IIIおよびIVを設けることにより、Y分岐の場合では放射モードに変換してしまう成分も、導波モードとしてIVより出力することができるものである。

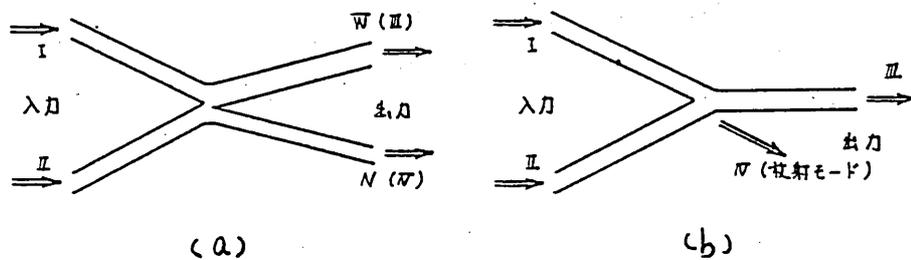


図4 導波形光ビームスプリッタ (a) と 導波形 Y 分岐 (b) との比較

### 3, 反転出力付差動光変調素子

導波形光ビームスプリッタの動作を確認することを主な目的として、反転出力付差動光変調素子を試作し、変調実験を行った。

#### 3-1 素子の構成

図5は、反転出力付差動光変調素子の構成である。通常の差動光

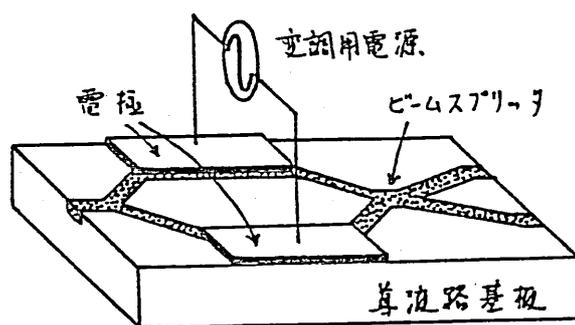


図5. 反転出力付差動光変調素子の構成

変調素子における出力側合波部分をビームスプリッタに置き換えたものである。入力端より入射された光波は、まず、Y分岐により2つの光波に等分され、互いに差動動作する位相変調部に導かれる。位相変調を受けた光波はビームスプリッタに入り、同相成分は分岐Wより、逆相成分は分岐Nより出力されるので、互いに反転関係にある2つの変調出力が同時に得られることになる。

この変調素子は図6に示すマッハツェンダ干渉計形の光変調回路を集積化したものと考えられる。この素子を試作し、変調動作を確認することによって、新しい集積化光変調器の可能性を示すことができる。同時に、本報告で提案するビームスプリッタの特性を確認することができる。

図7は、試作変調素子の導波路パターンである。入力側導波路、差動変調部の導波路幅は $3\mu\text{m}$ 、入力側分岐の分岐角 $1/50\text{ rad}$ で合波し、非対称側では導波路幅を3おまき $2.5\mu\text{m}$ 、分岐角 $1/200\text{ rad}$ とした。対称側と非対称側では導波路分岐部の幅が異なる( $6\mu\text{m}$  おまき  $5.5\mu\text{m}$ )ので、長さ $40\mu\text{m}$ のテーパ部を設けて整合した。両側の分岐角には違いがある。ビームスプリッタは、対称おまき非対称Y分岐を組み合わせたものと考えられる。分岐が対称と考えられるか、非対称と考えられるかは2本の分岐の位相定数差、分岐角等による。角度が小さいほど非対称性が強調されるので、非対称側の分岐角を対称側と比べて小さく選んだ。

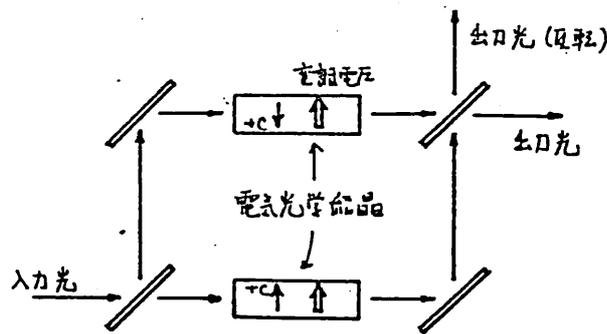


図6 マッハツェンダ干渉計形光変調回路

表1 素子の作成条件

Ti 膜厚	:	23 nm (電子ビーム蒸着)
拡散 温度	:	980 °C
	:	4 時間
	:	雰囲気 : O <sub>2</sub>
バッファ層	:	SiO <sub>2</sub> 120 nm (スパッタ)
電極	:	Al 200 nm (電子ビーム蒸着)

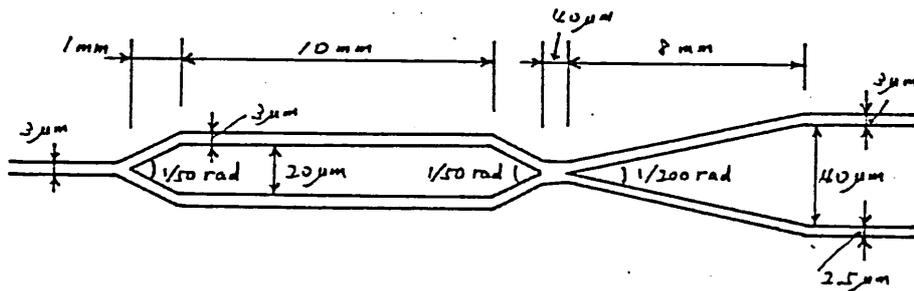


図7 試作変調素子の導波路構成

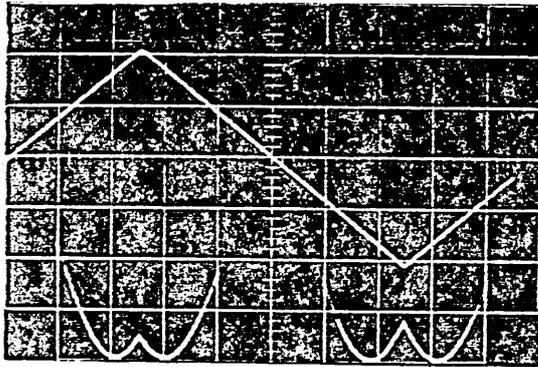


図8 導波路マスクの拡大写真

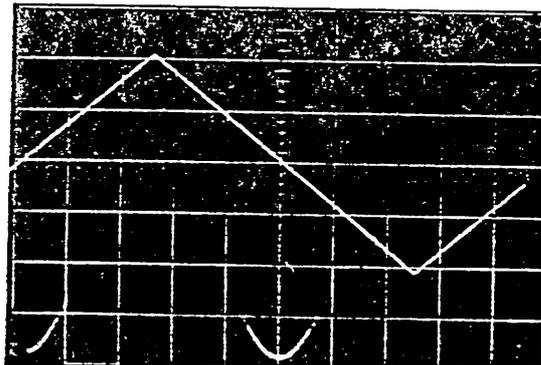
電子ビーム露光法を用いて図7のCrマスクを作成した。平行導波路部には、間隔 $22\mu\text{m}$ 、長さ $10\text{mm}$ の電極を設けた。電極装荷による光伝搬損失を低減させるため、 $\text{SiO}_2$ バッファ層を介して電極を置いた。表1に作成条件をまとめて示す。図8は作成したCrマスクのビームスプリッタ部の拡大図である。

結晶両端面は顕微鏡レンズによる光入出力のため、光学研磨した。

### 3-2 変調実験



(a)



(b)

図9 変調出力波形の観測例

(a): 分枝W

(b): 分枝N

三角波は変調電圧

0.63  $\mu\text{m}$  He-Ne レーザ光を使用し、10kHzの三角波電圧を用いて変調実験を行った。試作素子は、TM (like) モードの伝搬特性に不満足な点 (外拡散による影響) があったので、測定は主

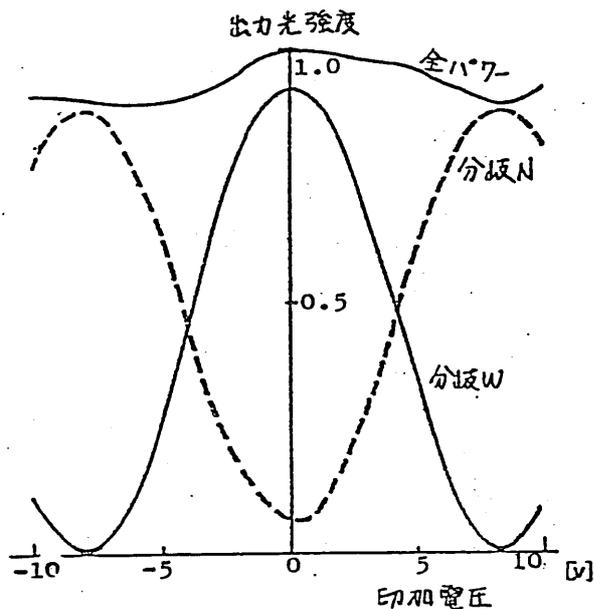


図 10 変調特性の測定結果

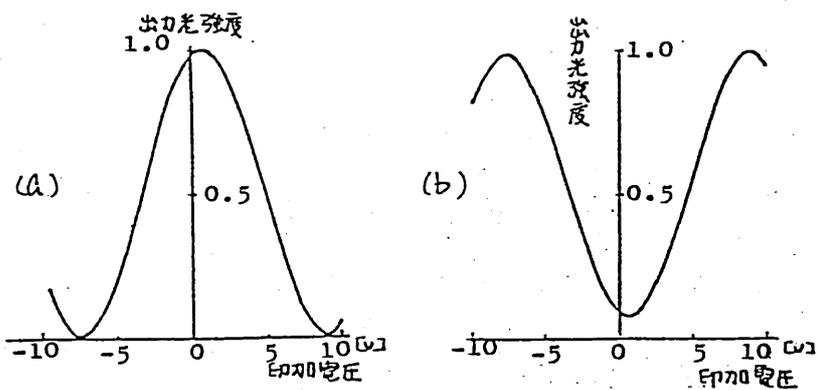


図 11 変調特性の測定結果 (逆方向より光を入力した場合)  
(a) ; 分岐 W より入力, (b) ; 分岐 N より入力

に TE (like) モードを用いて行った。

図 9 に測定波形の一例を示す。分枝 W 及び分枝 N からの出力光強度変化が互いに反転していることがわかる。

図 10 は変調電圧に対する出力光強度変化を示している。また、図 11 の光を逆方向すなわちビームスプリッタ側から入力した場合もほぼ同一で約 8V であった。消光比は出力(入力)分枝により違いがある。まとめて示すと、

正方向入射の消光比	出力分枝 W	: 18.0 dB
	出力分枝 N	: 12.5 dB
逆方向入射の消光比	入力分枝 W	: 20.8 dB
	入力分枝 N	: 12.3 dB

以上のように、分枝 W と N との出力が互いに反転している事、正逆入射の変調特性がほぼ一致している事から、ビームスプリッタは予想通りの動作をしていると推察される。しかし、消光比の違い等不明な点も残されている。

### 3-3 分岐比と消光比

ビームスプリッタの動作の内の出力位相の関係は先の実験で確認できるが、分岐比(分岐された光波の強度比)は不明である。そこで素子を位相変調器で分割して、Y分岐部とビームスプリッタ部に分け、分岐比を測定した。Y分岐の分岐比はほぼ 1:1 であった。これに対してビームスプリッタ部では、すれが現われた。測定結果を表 2 に示す。

この結果から、反転出力差動光変調素子の消光比を見積ることができる。表 2 では分枝 W を使用した、正、逆方向入射の分岐比に多少の違いがあるが、これを平均化して、0.575:0.425 であると仮定して消光比を計算すると、

$$\text{分枝 W に対して} \quad : \quad 22.0 \text{ dB}$$

表2 分岐比の測定結果

入力分枝	出力分枝			
	1	2	W	N
1	—	—	0.56	0.44
2	—	—	0.28	0.72
W	0.59	0.41	—	—
N	0.28	0.72	—	—

分枝Nに対して : 12.7 dB

この値は、先の変調実験の結果得られたものとい一致を示しており、変調素子の消光比は主として分岐比のずれに起因していると考えられる。

分枝Wを使用する場合と分枝Nを使用する場合では、分岐比にかなり大きな違いがある。この原因は分岐部における損失であると考えられるがその詳細は明らかでない。しかし、損失を持つ半透過鏡を考えれば、ここに示した導波形光束スプリッタに等価な半透過鏡モデルを導くことは可能である。図12に例を示す。

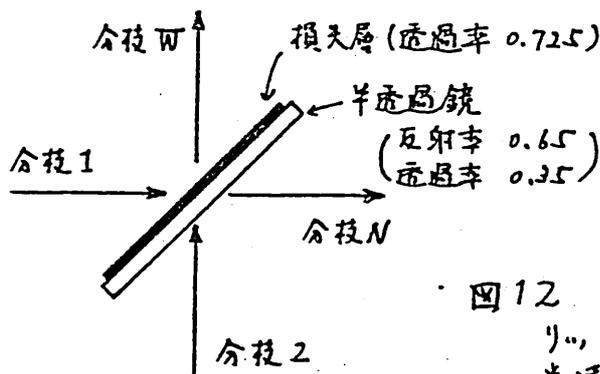


図12 導波形光ビームスプリッタの分岐比に関する半透過鏡モデル

#### 4, 反射形差動光変調素子

導波形光ビームスプリッタを用いた, 新しい光変調素子として, 反射形差動光変調素子を試作し, 変調実験を行なった。

##### 4-1 素子の構成および試作

図13は素子の構成である。ビームスプリッタの対称側に平行導

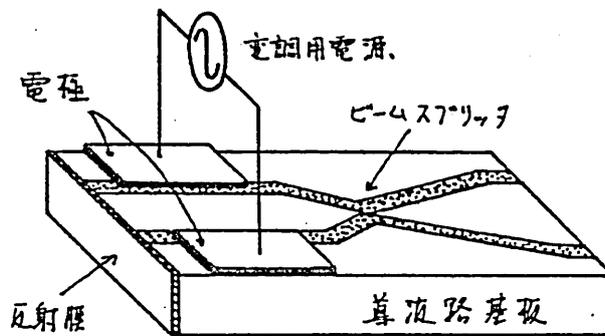


図13 反射形差動光変調素子の構成

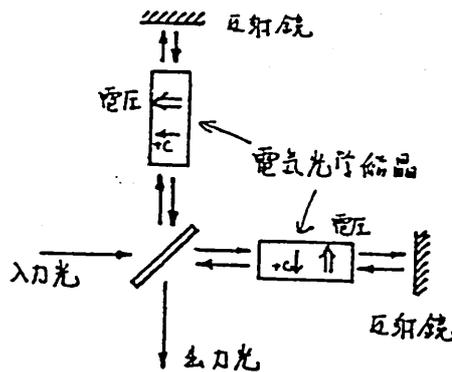


図14 マイケルソン干渉計形光変調回路

波路を設け、差動変調部を構成する。変調部の他端には反射鏡を付けて、二本の導波路中の光波を反射し、変調部を往復させる。再びビームスプリッタに入力した光波は干渉し、非対称側から取り出される。すなわち、分枝W、あるいは分枝Nから入力した光波は、分枝N、あるいは分枝Wから出力する。この変調素子は図14に示すマイケルソン干渉計形の光変調回路を集積化したものと考えられることができる。

素子のパラメータは先の反転出力付差動光変調素子と同一であり、ただ電極長を4.5mmとした点だけが異なっている。変調部側の結晶端面にはAlを真空蒸着し反射鏡を形成した。

#### 4-2 変調実験

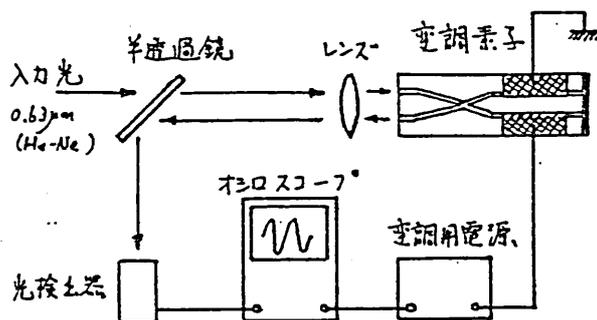


図15 実験の構成

図15は実験の構成である。素子の入出力用分枝W及びNが近接しているので、入出力結合用レンズは1つとし、その前に半透過鏡を置いて入出力光を分離した。

図16に変調実験結果を示す。半波長電圧は約11Vであり、電極長が短かいにもかかわらず、光波を往復させているので低電圧で駆動できる。

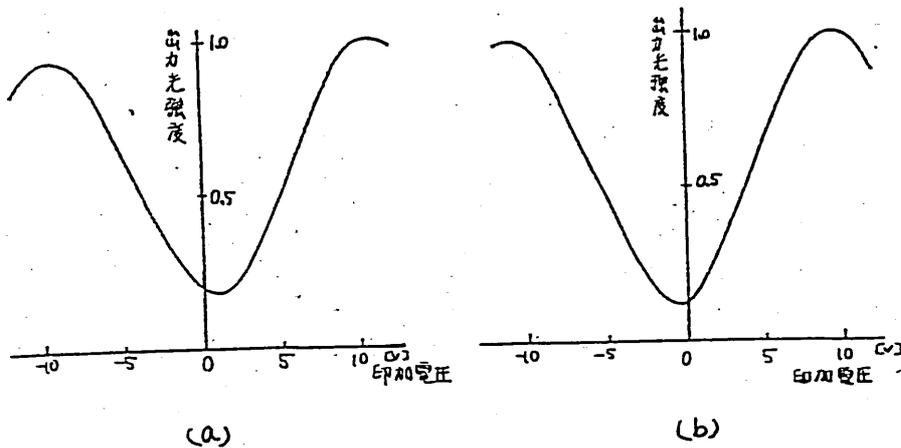


図 16 変調特性の測定結果

- (a) : 分枝 W より入力, N より出力  
 (b) : 分枝 N より入力, W より出力

消光比は, 分枝 W から光を入れた場合に約 7.4 dB, N から入  
 力した場合では約 9.2 dB であった。光波はビームスプリッタを 2  
 度通過するので, 分岐比のずれがある程度打ち消されて消光比が先  
 の変調素子より改善されると期待したにもかかわらず, かえって小  
 さな値となり, 特性が悪化した。この原因は主に測定系にあると考  
 えられる。測定に用いた光学系が複雑となり, 散乱光が大きかった  
 ことによると思われる。

## 5, 微少振動検出素子

導波形光ビームスプリッタの光センサへの応用の試みとして, 微  
 少振動検出素子を考案し, 試作, 実験を行った。

### 5-1 素子の構成及び試作

図 17 に微少振動検出素子の構成を示す。導波形光ビームスプリ

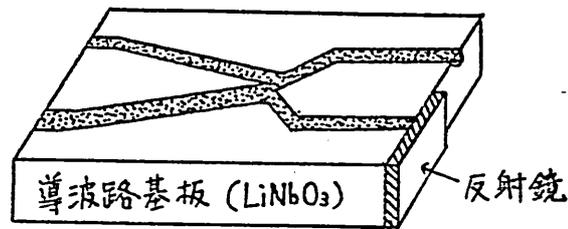


図17 微小振動検出素子の構成

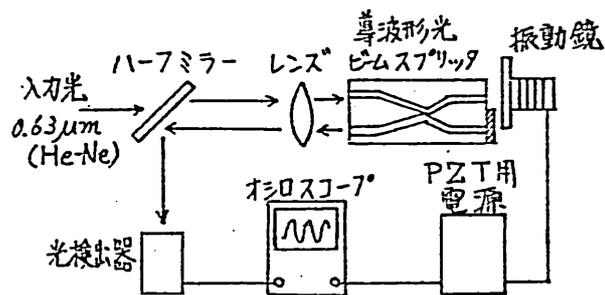


図18 実験の構成

ツタの両端面を光学研磨し、対称側の分枝の一方にAl蒸着し反射鏡を形成した。素子のパラメータは、反射形差動光変調素子と同一である。

## 5-2 実験

図18に実験の構成である。導波形光ビームスプリッタの対称側にPZTによる振動鏡を近づける以外は、反射形差動光変調素子の実験と同様である。非対称側の一方の導波路に入力した光波はビームスプリッタで2分され、それぞれ端面の反射鏡およびPZTによる振動鏡で反射されてビームスプリッタにもどる。そして、その間の光路差に基づく光強度変化(干渉波形)が他方の導波路の出力光より得られる。

観測波形の一例を図19に示す、周期の長い正弦波はPZTに印加した電圧、つまり、振動鏡の変位を表わし、他方の波形は出力光強度変化を表わしている。観測波形のピッチは、光波の波長の2分の1に相当し、振動鏡の変位によって、干渉波形が出力光として得られていることがわかる。波形の包絡線の変化は振動鏡の位置による結合効率変化によるものと考えられる。消光比は約15 dBであった。

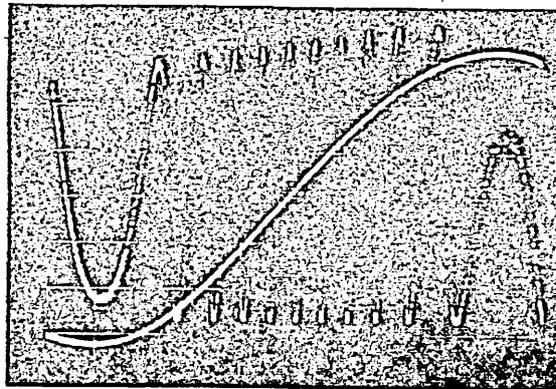


図19 出力波形の一例

(周期の長い正弦波は振動鏡の変位を表わす)

## 6. おすび

本報告では、導波形光回路素子としてヒームスアリッタを提案し、反転出力付および反射形の2種の差動光変調素子を構成し、ヒームスアリッタの動作を確かめると同時に、これら2種の光変調素子の変調実験を行い、次に、導波形光ヒームスアリッタの光センサへの応用として、微小振動検出素子を構成し、試作、実験を行った。

この導波形光ヒームスアリッタは、従来の方向性結合器を利用したものに比べ、無調整で利用できる点が大きな利点である。

$\text{Ti}$  拡散  $\text{LiNbO}_3$  光導波路を用いて素子を試作し、特性を測定した。現在の所、光波電力の正確な2等分はできていないが、変調素子の動作から見て、入出力光の位相関係は予想通りといえる。分岐比のずれは、対称部と非対称部とを結ぶテーパー部におけるモードミキシング、分岐部先端における光波の乱反射損失等が原因と考えられ、今後の改善が重要である。

反転出力付差動光変調素子は、通常の変調出力の他に、反転出力が得られるので、今後、光論理回路等を構成する場合に有効な素子の一つとなる可能性がある。反射形差動光変調素子は、原理的に高い消光比が期待できる点、光波が変調部を2回通過するので、高い変調度が期待できる点があり、将来の発展が望まれる。また、微小振動検出素子は、各種センサへの応用が考えられ、ファイバとの結合等により、より実際的な利用が期待できる。

今回の実験では、導波路作成時の外拡散が大きく、大きな電気光学係数 ( $\gamma_{33}$ ) の利用できるTMモードでは、十分な特性が得られなかった。導波路作成法の改善が課題である。

## 謝辞

実験に協力頂いた本学、茅賀宏氏に深謝する。尚、本研究の一部は文部省科学研究費 (NO. 56420039) の援助を受けて行った。

のである。

### 参考文献

- [1] 井筒, 榎原, 末田, "導波形光ビームスプリッタを用いた  
光変調素子", 信学技報, OQE 82-12 (1982)
- [2] 井筒, 榎原, 末田, "導波形光ビームスプリッタを用いた  
微小振動検出素子", 昭和57年度信学会全国大会論文集, 330
- [3] W.C.Goss, R.Goldstein, M.D.Nelson, H.T.Feamehaugh and O.G.Ramer,  
"Fiber-optic rotation sensor technology", Appl.Opt., 19, 852(1980)
- [4] V.Ramaswamy, M.D.Divino and R.D.Standley, "Balanced bridge  
modulator switch using Ti-diffused LiNbO<sub>3</sub> strip waveguides",  
Appl.Phys.Lett., 32, 644, (1978)
- [5] H.Yajima, "Dielectric thin-film optical branching waveguide",  
Appl.Phys.Lett., 12, 647, (1973)
- [6] W.K.Burns and A.F.Milton, "Mode conversion in planar-dielectric  
separating waveguides", IEEE J.QE, QE-11, 32(1975)
- [7] T.R.Ranganath and S.Wang, "Ti-diffused LiNbO<sub>3</sub> branching waveguide  
modulators: performance and design", IEEE J.QE, QE-13, 290(1977)
- [8] H.Sasaki and I.Anderson, "Theoretical and experimental studies on  
active Y junction in optical waveguides", IEEE J.QE, QE-14, 883(1978)
- [9] W.K.Burns and A.F.Milton, "An active analytic solution for mode  
coupling in optical waveguide branches", IEEE J.QE, QE-16, 446(1980)
- [10] M.Izutsu, Y.Nakai and T.Sueta, "Operation mechanism of the single-  
mode optical waveguide Y junction", Opt.Lett., 7, 136, (1982)
- [11] F.J.Leonberger, Laser Focus, 18, 3, 125(1982)

輻射科学研究会資料  
RS82-12

斜め周期構造を持つ異方性  
誘電体格子の解析

高木 俊幸、寺口 博文  
山北 次郎、穴島 克  
(大阪府立大学 工学部)

昭和57年 9月 24日

於 阪急グランドビル  
都市文化センター

## 1. まえがき

近年、周期構造を持つ誘電体格子による電磁波の散乱並びに導波問題についての研究が広く行われている。これらの誘電体格子は、光波及びミリ波領域における結合器や濾波器など種々の Bragg 型回路素子として重要な役割を果たしており、さまざまな解析手法が提案されている。<sup>(1)-(12)</sup>しかし、その厳密解析の殆んどは格子ベクトルが導波方向にあり、しかも等方性媒質からなる誘電体格子に限られていた。

最近、MoharamとGaylord<sup>(13)</sup>は、境界面回折、界振幅の2次微分項及び多波結合などを全て考慮した厳密な結合波理論を斜射誘電体格子に電磁波が入射したときの回折問題に適用し、状態変数を用いて解析している。しかし、彼らの解析は格子ベクトルが入射面にあるTE波入射に限られている。我々<sup>(14)</sup>は周期構造光導路において、格子ベクトルに対して電磁波が斜めに伝搬する場合のTE-TMモード間の結合について論じ、周波数多重分波濾波器への応用を示している。しかし、その計算法は2モード解析という近似に基づいている。他方、Yeh<sup>(15)</sup>は周期的異方性媒質中における電磁波の伝搬について解析し、多層複屈折媒質中で生じる特異なバンド構造の存在を示し、また、ArakiとItoh<sup>(16)</sup>は、摂動解法による周期構造フ

エライト導波路の解析を行い、非可逆な漏れ波特性の存在を示している。そこで、もし格子ベクトルが任意方向にある異方性媒質よりなる一般的な格子が可能ならば、更に多くの応用が期待できるものと思われる。

先に筆者らは波動関数の空間高調波展開により周期構造導波路を伝送行列的手法を用いて解析する手法を提案し、方形格子の場合に数値例より実質的な厳密解が得られることを示した。<sup>(17)</sup>

そこで、本報告ではその手法を拡張して、最も一般的に格子ベクトルが3次元空間的に任意方向にあり、しかも異方性媒質によって構成された誘電体格子の解析法を提案している。この手法は一般的、且つ簡潔な行列形式で表示されており、また容易に多層格子へも拡張できる。それ故、これまでの問題は全てここに示される解析の特別な場合として取り扱うことができる。

## 2. 周期構造を持つ異方性媒質中の平面波の伝搬

図1に示すような平行な境界面で限られた媒質中における平面波の伝搬を考える。ここで、格子ベクトル $\mathbf{k}$ の方向は任意であり、次式で与えられている。

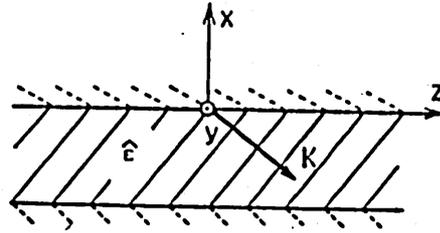


図1 斜誘電体格子の構造

$$\mathbf{K} = \hat{u}_x K_x + \hat{u}_y K_y + \hat{u}_z K_z \quad (1)$$

$$|\mathbf{K}| = K = 2\pi/\Lambda, \quad K_i = 2\pi/\Lambda_i \quad (i = x, y, z) \quad (2)$$

ここで、 $\Lambda$ は格子の周期、 $\Lambda_i$ は $i$ 軸方向の周期、 $\hat{u}_i$  ( $i = x, y, z$ ) は $i$ 軸方向の単位ベクトルを表わしている。なお、本解析において、添字 ( $i, j$ ) は座標軸、 $(l, m, n)$  は空間高調波の次数、 $(I)$  は領域を示すものとする。また、格子領域  $\epsilon$  における比誘電率テンソルは次式で与えられる。

$$\hat{\epsilon} = \hat{\epsilon}(\mathbf{r}) = \begin{bmatrix} \epsilon_{xx} & \epsilon_{xy} & \epsilon_{xz} \\ \epsilon_{yx} & \epsilon_{yy} & \epsilon_{yz} \\ \epsilon_{zx} & \epsilon_{zy} & \epsilon_{zz} \end{bmatrix} \quad (3)$$

ここに、

$$\epsilon_{ij} = \epsilon_{ij}(\mathbf{r}) = \sum_m \epsilon_{ijm} \exp(jm\mathbf{K} \cdot \mathbf{r}) \quad (m = 0, \pm 1, \pm 2, \dots) \quad (4)$$

であり、 $\epsilon_{ijm}$  は媒質の空間における周期的変化形状により与えられる。但し、簡単化のために比透磁率は1としているが容易に異方性透磁率テンソルの場合にも適用できる。(付録参照)

ここで表示式の無次元化及び簡潔化のために、更に空間座標を  $k_0 = \omega \sqrt{\epsilon_0 \mu_0} = 2\pi/\lambda$  で正規化し、時間因子を  $\exp(j\omega t)$  とする。すなわち、 $\bar{r} = k_0 r$ ,  $\bar{x} = k_0 x$ ,  $\bar{y} = k_0 y$ ,  $\bar{z} = k_0 z$  とおくと、Maxwell の方程式は次のように表わされる。

$$\text{curl} \sqrt{Y_0} \mathbf{E} = -j \sqrt{Z_0} \mathbf{H}, \quad \text{curl} \sqrt{Z_0} \mathbf{H} = j \hat{\mathbf{E}}(\bar{r}) \sqrt{Y_0} \mathbf{E} \quad (5)$$

ここに、 $Y_0 = 1/Z_0 = \sqrt{\epsilon_0/\mu_0}$

$$\hat{\mathbf{E}}(\bar{r}) = \sum_{\mathbf{m}} \mathbf{E}_{ij\mathbf{m}} \exp(j\mathbf{m} \cdot \mathbf{r}_k \cdot \bar{r}) \quad (6)$$

但し、 $\mathbf{r}_k = \bar{i}_x p + \bar{i}_y q + \bar{i}_z s$  (7)

$$|\mathbf{r}_k| = r_k = \lambda/\Lambda, \quad p = \lambda/\Lambda_x, \quad q = \lambda/\Lambda_y, \quad s = \lambda/\Lambda_z \quad (8)$$

ここで、 $r_k$  は格子の等価屈折率と考えることができる。

Floquet の定理より電磁界成分は次のように表示できる。

$$\left. \begin{aligned} \sqrt{Y_0} \mathbf{E} &= \sum_{\mathbf{m}} \mathbf{E}_{\mathbf{m}}(\bar{x}) \exp(-j \mathbf{r}_{\mathbf{m}} \cdot \bar{r}) \\ \sqrt{Z_0} \mathbf{H} &= \sum_{\mathbf{m}} \mathbf{H}_{\mathbf{m}}(\bar{x}) \exp(-j \mathbf{r}_{\mathbf{m}} \cdot \bar{r}) \end{aligned} \right\} (9)$$

但し、 $\mathbf{r}_{\mathbf{m}} = \bar{i}_x p_{\mathbf{m}} + \bar{i}_y q_{\mathbf{m}} + \bar{i}_z s_{\mathbf{m}}$  (10)

$$p_{\mathbf{m}} = m p, \quad q_{\mathbf{m}} = m q, \quad s_{\mathbf{m}} = s_0 + m s \quad (11)$$

ここで、 $\mathbf{m}$  は  $m = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$  の全ての値をとり、 $s_0$  は後に示すように、入射波の方向により与えられるか、導波条件より決定されるべき  $z$  軸方向の等価屈折率である。

図1の誘電体格子の一つの層における境界面の接線及び法線方向の電磁界成分を

$$\mathbf{f}_t = [\mathcal{E}_y \mathcal{H}_z \mathcal{E}_z \mathcal{H}_y]^t, \quad \mathbf{f}_m = [\mathcal{E}_x \mathcal{H}_x]^t \quad (12)$$

と表わす。ここで、 $\mathcal{E}_i = \mathcal{E}_i(\bar{x})$ ,  $\mathcal{H}_i = \mathcal{H}_i(\bar{x})$  は電磁界の空間高調波成分  $\mathcal{E}_{im}(\bar{x})$ ,  $\mathcal{H}_{im}(\bar{x})$  を要素とする列ベクトルである。

式(9)と式(5)に代入して整理すると、次のような行列形式で表わされた無限個の空間高調波間の結合を示す結合モード方程式を得ることが出来る。

$$\frac{d}{dx} \mathbf{f}_t = \mathbf{C} \mathbf{f}_t \quad (13)$$

$$\mathbf{f}_m = \mathbf{D} \mathbf{f}_t \quad (14)$$

ここで、 $\mathbf{C}$ 、 $\mathbf{D}$  は係数行列であり、次のように与えられる。

$$\mathbf{C} = \begin{bmatrix} \mathcal{G} \mathcal{E}_x^{-1} \mathcal{E}_{xy} + \rho & \mathcal{G} \mathcal{E}_x^{-1} \mathcal{G} - \mathbb{1} \\ \mathcal{E}_{yx} \mathcal{E}_x^{-1} \mathcal{E}_{xy} - \mathcal{E}_{yy} + \mathcal{S}^2 & \mathcal{E}_{yx} \mathcal{E}_x^{-1} \mathcal{G} + \rho \\ \mathcal{S} \mathcal{E}_x^{-1} \mathcal{E}_{xy} & \mathcal{S} \mathcal{E}_x^{-1} \mathcal{G} \\ \mathcal{E}_{zy} - \mathcal{E}_{zx} \mathcal{E}_x^{-1} \mathcal{E}_{xy} + \mathcal{G} \mathcal{S} & - \mathcal{E}_{zx} \mathcal{E}_x^{-1} \mathcal{G} \\ \mathcal{G} \mathcal{E}_x^{-1} \mathcal{E}_{xz} & - \mathcal{G} \mathcal{E}_x^{-1} \mathcal{S} \\ \mathcal{E}_{yx} \mathcal{E}_x^{-1} \mathcal{E}_{xz} - \mathcal{E}_{yz} - \mathcal{S} \mathcal{G} & - \mathcal{E}_{yx} \mathcal{E}_x^{-1} \mathcal{S} \\ \mathcal{S} \mathcal{E}_x^{-1} \mathcal{E}_{xz} + \rho & \mathbb{1} - \mathcal{S} \mathcal{E}_x^{-1} \mathcal{S} \\ \mathcal{E}_{zx} - \mathcal{E}_{zx} \mathcal{E}_x^{-1} \mathcal{E}_{xz} - \mathcal{G}^2 & \mathcal{E}_{zx} \mathcal{E}_x^{-1} \mathcal{S} + \rho \end{bmatrix} \quad (15)$$

$$\mathbf{D} = \begin{bmatrix} - \mathcal{E}_x^{-1} \mathcal{E}_{xy} & - \mathcal{E}_x^{-1} \mathcal{G} & - \mathcal{E}_x^{-1} \mathcal{E}_{xz} & \mathcal{E}_x^{-1} \mathcal{S} \\ - \mathcal{S} & 0 & \mathcal{G} & 0 \end{bmatrix} \quad (16)$$

ここで、小行列は全て  $(2m+1) \times (2m+1)$  次の行列であり、  
 $\epsilon_{ij} = [\epsilon_{ij,ne}]$  は一般に全ての要素をもつ行列で、その要素は  
 $\epsilon_{ij,ne} = \epsilon_{ij,m-e}$  で与えられ、その他の小行列は全て対角行  
 列であり、  
 $\rho = [\delta_{ne} \rho_e]$ ,  $\xi = [\delta_{ne} \xi_e]$   
 $\mathcal{S} = [\delta_{ne} \mathcal{S}_e]$ ,  $\mathbb{1} = [\delta_{ne}]$  (18)

で与えられる。但し、 $\delta_{ne}$  は Kronecker のデルタ記号を示す。  
 結合行列  $\mathbb{C}$ ,  $\mathbb{D}$  は一般的に周期異方性媒質における TE、T  
 M 波の全空間高調波間の結合を示す行列で、その要素は全て  
 正規化された無次元の量で与えられている。

通常の等方性媒質においては、 $\epsilon_{ij} = \delta_{ij} \epsilon$  であるから、 $\mathbb{C}$  は

$$\mathbb{C} = \begin{bmatrix} \rho & \xi \epsilon^{-1} \xi - \mathbb{1} & 0 & -\xi \epsilon \mathcal{S} \\ \mathcal{S}^2 - \epsilon & \rho & -\xi \xi & 0 \\ 0 & \mathcal{S} \epsilon^{-1} \xi & \rho & \mathbb{1} - \mathcal{S} \epsilon^{-1} \mathcal{S} \\ \xi \mathcal{S} & 0 & \epsilon - \xi^2 & \rho \end{bmatrix} \quad (19)$$

となる。さらに格子ベクトルが  $xz$  面内にあるときには  $\xi = 0$   
 となるので  $\mathbb{C}$  は、

$$\mathbb{C} = \begin{bmatrix} \mathbb{C}_{TE} & 0 \\ 0 & \mathbb{C}_{TM} \end{bmatrix} \quad (20)$$

$$\mathbb{C}_{TE} = \begin{bmatrix} \rho & -\mathbb{1} \\ \mathcal{S}^2 - \epsilon & \rho \end{bmatrix}, \quad \mathbb{C}_{TM} = \begin{bmatrix} \rho & \mathbb{1} - \mathcal{S} \epsilon_{zz}^{-1} \mathcal{S} \\ \epsilon & \rho \end{bmatrix} \quad (21)$$

と表わすことができる。このときは格子によるTE、TM波間での結合は生じない。そして、TE波入射の場合のみについて取り扱われているのが Moharam ら<sup>13</sup>の結果である。

### 3. 解法の定式化

結合方程式(13)の解法は、 $n \times n$ 次の行列  $C \{n=4(2m+1)\}$  の固有値問題に帰着される。行列  $C$  から決まる固有値を  $K_n$  とし、これに対応する固有ベクトルからなる対角化行列を  $\Pi$  で表わし、新たに列ベクトル  $q_l$  を導入して

$$\mathbf{H}_t = \Pi \mathbf{q}_l \quad (22)$$

なる変換を式(13)に施せば

$$\frac{d}{d\bar{x}} \mathbf{q}_l = \mathbf{j} \mathbf{K} \mathbf{q}_l \quad (23)$$

となる。但し、 $\mathbf{K}$  は  $[K_n]$  を要素とする対角行列である。式(23)の解は、

$$\mathbf{q}_l(\bar{x}) = \mathbf{U}(\bar{x} - \bar{x}_0) \mathbf{q}_l(\bar{x}_0) \quad (24)$$

で与えられる。ここで  $\mathbf{q}_l(\bar{x}_0)$  は  $\bar{x} = \bar{x}_0$  において決定される定数(あり、また、

$$\mathbf{U}(\bar{x} - \bar{x}_0) = \text{diag} [\exp\{-j K_n(\bar{x} - \bar{x}_0)\}] \quad (25)$$

は  $x$  軸方向への  $q_l$  の伝搬を表わす伝送行列である。

格子ベクトル、比誘電率を  $(K_1, \hat{\epsilon}_1)$ 、 $(K_2, \hat{\epsilon}_2)$  とする2つ

の格子領域の境界面  $\bar{x} = \bar{x}_{12}$  においては、電磁界の境界条件は式(9)、式(22)より次の関係で示される。

$$\text{diag}[\exp\{-j\rho_{1m}\bar{x}_{12}\}] \Pi_1 g|_1 = \text{diag}[\exp\{-j\rho_{2n}\bar{x}_{12}\}] \Pi_2 g|_2 \quad (26)$$

それ故、境界面上では

$$g|_1 = B_{12} g|_2 \quad (27)$$

が成立する。ここで  $B_{12}$  は、

$$B_{12} = \Pi_1^{-1} \text{diag}[\exp\{j(\rho_{1m} - \rho_{2n})\bar{x}_{12}\}] \Pi_2 \quad (28)$$

と表わすことができ、これは境界面における  $g|_1$  と  $g|_2$  の関係を示す境界行列である。

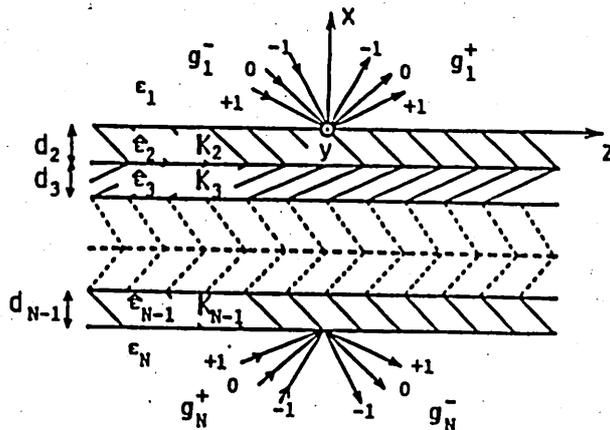


図2 多層誘電体格子の構造

これらの伝送行列、境界行列を用いることによって、図2に示すような一般的な多層格子における両端層の入、反射波  $g|_1, g|_N$  の関係を示す行列方程式は、次のように表わすことができる。

$$g_{11} = \begin{bmatrix} g_{11}^+ \\ g_{11}^- \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} W_1 & W_2 \\ W_3 & W_4 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} g_{1N}^+ \\ g_{1N}^- \end{bmatrix} = W g_{1N} \quad (29)$$

ここで、

$$W = B_{12} U_2(d_2) B_{23} \cdots U_{N-1}(d_{N-1}) B_{N-1N} \quad (30)$$

は多層格子の伝達行列である。

両端の I 領域 ( $I=1, N$ ) 中では、媒質は一様且つ等方性なので、式(19)における  $E$  は対角行列 ( $E = \epsilon [\delta_{ne}]$ ) となり、行列  $U$  の中の小行列は全て対角行列になる。従って、これらの領域における対角化行列  $\Pi$  は、

$$\Pi = \begin{bmatrix} \dot{\xi} & \dot{\eta} & \dot{\xi} & \dot{\eta} \\ \dot{\xi}\dot{\xi} & E\dot{\eta}\dot{\xi}^{-1} & -\dot{\xi}\dot{\xi} & -E\dot{\eta}\dot{\xi}^{-1} \\ -\dot{\eta} & \dot{\xi} & -\dot{\eta} & \dot{\xi} \\ \dot{\eta}\dot{\xi} & -E\dot{\xi}\dot{\xi}^{-1} & -\dot{\eta}\dot{\xi} & E\dot{\xi}\dot{\xi}^{-1} \end{bmatrix} \quad (31)$$

となる。ここで小行列は全て対角行列  $\dot{\eta} = [\delta_{ne} \dot{\eta}]$ 、 $\dot{\xi} = [\delta_{ne} \dot{\xi}]$ 、 $\dot{\xi} = [\delta_{ne} \dot{\xi}]$  と与えられ、 $\dot{\eta}_e$ 、 $\dot{\xi}_e$ 、 $\dot{\xi}$  は

$$\dot{\xi}_e = S_e / \sqrt{q_e^2 + S_e^2}, \quad \dot{\eta}_e = q_e / \sqrt{q_e^2 + S_e^2}, \quad \dot{\xi} = \sqrt{\epsilon - q_e^2 - S_e^2} \quad (32)$$

となる。

### 3.1. 回折問題

領域 1 より単位振幅の TE または TM 波が  $xz$  面で入射角

$\theta_i$ で入射すると、回折されたTE、TM波は式(24)で与えられる。ここで、

$$S_0 = \sqrt{\epsilon_1} \sin \theta_i \quad (33)$$

$$q_{1N}^{\pm} = 0 \quad (34)$$

となり、 $q_{11}^{\pm}$ 、 $q_{1N}^{\pm}$ はTE、TM両成分を含む

$$q_{11}^{\pm} = \begin{bmatrix} E q_{11}^{\pm} \\ M q_{11}^{\pm} \end{bmatrix}, \quad q_{1N}^{\pm} = \begin{bmatrix} E q_{1N}^{\pm} \\ M q_{1N}^{\pm} \end{bmatrix} \quad (35)$$

と表わされる。

TE波入射に対しては、

$${}^E q_{11}^- = [0 \cdots 1 \cdots 0]^t, \quad {}^M q_{11}^- = 0 \quad (36)$$

となり、TM波入射に対しては、

$${}^M q_{11}^- = [0 \cdots 1 \cdots 0]^t, \quad {}^E q_{11}^- = 0 \quad (37)$$

となる。ここで、添字の+、-記号はx軸の正方向、負方向の伝搬を示し、E、MはTE波、TM波を示す。それ故回折波は式(29)より次式で与えられる。

$$q_{1N}^- = W_4^{-1} q_{11}^-, \quad q_{11}^+ = W_2 W_4^{-1} q_{11}^- \quad (38)$$

領域I(I=1, N)におけるx方向の回折電力は、

$${}^E P_{Im}^{\pm} = \operatorname{Re}(\hat{\xi}_{Im}) |{}^E q_{Im}^{\pm}|^2 \quad (39)$$

$${}^M P_{Im}^{\pm} = \operatorname{Re}(\epsilon_I / \hat{\xi}_{Im}) |{}^M q_{Im}^{\pm}|^2$$

但し、 $\hat{\xi}_{Im} = \sqrt{\epsilon_I - q_{Im}^2 - S_m^2}$

となるので、 $m$  次の反射及び透過回折効率  $\eta_m^r, \eta_m^t$  は TE 波入射に対しては、

$$\begin{aligned} \text{EE} \eta_m^r &= E P_{1m}^+ / \xi_{10}, & \text{EM} \eta_m^r &= M P_{1m}^+ / \xi_{10} \\ \text{EE} \eta_m^t &= E P_{Nm}^- / \xi_{10}, & \text{EM} \eta_m^t &= M P_{Nm}^- / \xi_{10} \end{aligned} \quad (40)$$

となり、また TM 波入射に対しては、

$$\begin{aligned} \text{ME} \eta_m^r &= \xi_{10} E P_{1m}^+ / \epsilon_1, & \text{MM} \eta_m^r &= \xi_{10} M P_{1m}^+ / \epsilon_1 \\ \text{ME} \eta_m^t &= \xi_{10} E P_{Nm}^- / \epsilon_1, & \text{MM} \eta_m^t &= \xi_{10} M P_{Nm}^- / \epsilon_1 \end{aligned} \quad (41)$$

となる。ここで、例えば EM は TE  $\rightarrow$  TM の回折を意味している。そして、無損失媒質においては、エネルギー則により  $\sum_m \sum_{E, M} (\eta_m^r + \eta_m^t) = 1$  の関係が成立し、これは数値計算上の精度に対する一つの目安となる。

格子ベクトルが 3 次元方向にある一般的な格子では、通常の TE  $\rightarrow$  TE、TM  $\rightarrow$  TM の回折だけでなく、TE  $\rightarrow$  TM、TM  $\rightarrow$  TE の異モード間の回折も起こることが解る。

### 3.2. 導波問題

誘電体格子はまた周期構造導波路として表面波や漏れ波を導波することができる。この場合、格子領域における散乱によるエネルギー損失により、 $z$  方向の正規化伝搬因子  $S_0$  は一般的には複素数となり、

$$S_0 = S_0' - j S_0'' \quad (42)$$

と表わせる。さらに導波条件より

$$q_{1\bar{1}} = q_{1\bar{2}} = 0 \quad (43)$$

が必要となるために、式(29)より次式が得られる。

$$\begin{bmatrix} q_{1\bar{1}} \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} W_1 & W_2 \\ W_3 & W_4 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 \\ q_{1\bar{2}} \end{bmatrix} \quad (44)$$

式(44)は周期構造誘電体導波路の横共振条件であって、これより次式の特徴方程式が得られる。

$$\det[W_4] = 0 \quad (45)$$

周期構造誘電体導波路のモード解析は、この特徴方程式と満たす方向の正規化伝搬因子  $S_0 = S_0' - j S_0''$  を探索する問題に帰着する。 $S_0$  が決定されると式(44)より  $q_{1\bar{1}}$ ,  $q_{1\bar{2}}$  が得られ、格子領域における電磁界成分は式(22)~式(28)によって与えられる。

#### 4. 数値計算例

本節では、二、三の計算結果により本手法の妥当性と従来取り扱われなかったような回折特性を例として示す。そこで従来の解析手法による大部分のデータとの比較のために、最も簡単な層の正弦波格子による回折問題を考える。この場

合、式(6)における  $\epsilon_{ij}(\vec{r})$  は、

$$\begin{aligned} \epsilon_{ij}(\vec{r}) &= \epsilon_{ij} + \Delta \epsilon_{ij} \cos(\pi \mathbf{k} \cdot \vec{r}) \\ &= \epsilon_{ij} \left[ 1 + \delta \left\{ \exp(j\pi \mathbf{k} \cdot \vec{r}) + \exp(-j\pi \mathbf{k} \cdot \vec{r}) \right\} \right] \quad (46) \end{aligned}$$

と与えられる。但し、 $\delta = \Delta \epsilon_{ij} / 2 \epsilon_{ij}$ 、また、等方性媒質の場合には、 $\epsilon_{ij} = \delta_{ij} \epsilon$  となる。入射波は、図3のように

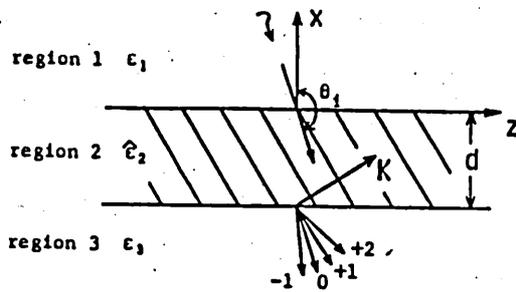


図3 誘電体格子による回折

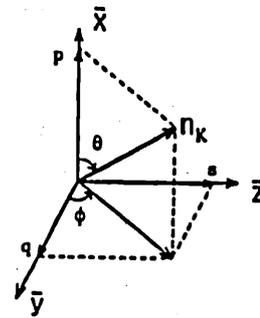


図4 格子ベクトルの方向

$xz$  面内で入射角  $\theta_i$  で入射する。また図4に示すように、方位角  $\theta$ 、 $\phi$  をもつ格子ベクトルは  $q = 0$  または  $q \neq 0$  により、入射面内に存在するか否か区別でき、

$$S_0 = \sqrt{\epsilon_1} \sin \theta_i \quad (47)$$

$$p = \pi_k \cos \theta, \quad q = \pi_k \sin \theta \cos \phi, \quad S = \pi_k \sin \theta \sin \phi \quad (48)$$

と与えられる。まず、格子領域が  $\epsilon_2$  なるスカラー比誘電率をもつ等方性格子の場合について取り扱う。このとき、式(19)、(21)における  $\epsilon$  は  $\epsilon = \epsilon_2 [\epsilon_{\pi k}^{\delta}]$  で表わされる。

但し、

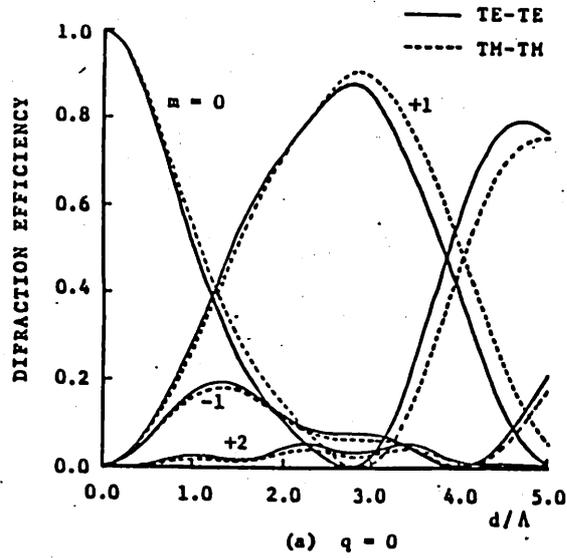
$$[\epsilon_{\text{eff}}^{\delta}] = \begin{bmatrix} \vdots & & & & \\ & 1 & \delta & 0 & 0 & 0 \\ & \delta & 1 & \delta & 0 & 0 \\ \cdots & 0 & \delta & 1 & \delta & 0 \\ & 0 & 0 & \delta & 1 & \delta \\ & 0 & 0 & 0 & \delta & 1 \\ & \vdots & & & & \end{bmatrix}, \quad \delta = \Delta\epsilon / 2\epsilon_2 \quad (49)$$

であり、また  $M$  次の Bragg 条件は次式で与えられる。

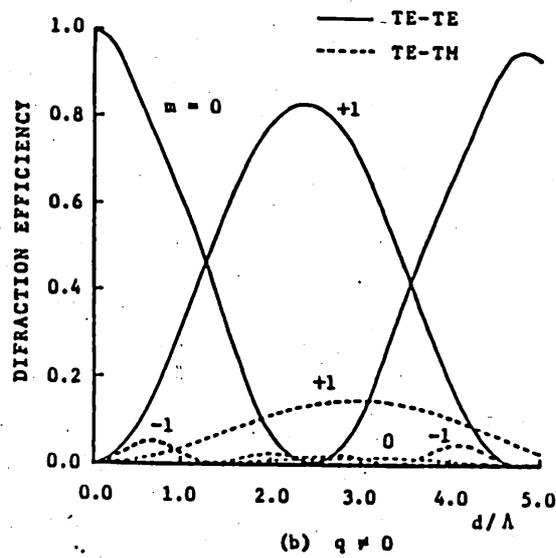
$$M\pi k = -2\sqrt{\epsilon_2} (\cos\theta_r \cos\theta + \sin\theta_r \sin\theta \sin\phi) \quad (50)$$

ここで  $\theta_r$  は  $\sqrt{\epsilon_2} \sin\theta_r = \sqrt{\epsilon_1} \sin\theta_i$  で決定される回折角である。

図5は、入射波が1次の Bragg 条件を満たす場合の透過波の回折効率を示している。ここで、 $\epsilon_1 = \epsilon_2 = \epsilon_3$ 、 $2\delta = \Delta\epsilon/\epsilon_2 = 0.121$ 、 $\theta_i = 160^\circ$ 、 $\theta = 60^\circ$ 、 $M=1$  であり、図5(a)は  $\phi=90^\circ$  ( $q=0$ )、図5(b)は  $\phi=45^\circ$  ( $q \neq 0$ ) の場合について示している。また回折効率が、0.01以下の透過波は省いてある。図5(a)に示されているTE波入射に対する結果は、Moharam<sup>[13]</sup>の結果とグラフ表示する限り完全に一致している。またTM波入射に対する結果は、TE波入射に対する結果とはわずかに異なっている。図5(b)は格子ベクトルが入射面にはない場合( $q \neq 0$ )について示しており、入射したTE波はTE波だけでなくTM波へも回折していくことが解る。すなわち一般的に、 $q \neq 0$ の格子はTE $\leftrightarrow$ TM変換効果を持っている。



(a) 格子ベクトルが入射面にある場合



(b) 格子ベクトルが入射面にない場合

図5 等方性誘電体格子による透過回折効率

次に、格子領域  $\hat{\epsilon}_2$  が、

$$\hat{\epsilon}_2 = \begin{bmatrix} \epsilon_{xx} & 0 & 0 \\ 0 & \epsilon_{yy} & \epsilon_{yz} \\ 0 & \epsilon_{zy} & \epsilon_{zz} \end{bmatrix} \quad (51)$$

で与えられる polar 型の異方性格子について考える。簡単化のために、格子ベクトルは  $xz$  面内にあるとすると、結合行列  $C$  は

$$C = \begin{bmatrix} \rho & -1 & 0 & 0 \\ \delta - \epsilon_{yy} & \rho & -\epsilon_{yz} & 0 \\ 0 & 0 & \rho & 1 - \delta \epsilon_{zz}^{-1} \delta \\ \epsilon_{zy} & 0 & \epsilon_{zz} & \rho \end{bmatrix} \quad (52)$$

となる。但し、 $\epsilon_{ij} = \epsilon_{ij}[\epsilon_{ik}]$ 、 $\delta = \Delta \epsilon_{ij} / 2 \epsilon_{ij}$  であり、さらに図 6 に示すように TE 波と TM 波が位相整合しているとする。と TM 波に対する  $M$  次の Bragg 条件は、

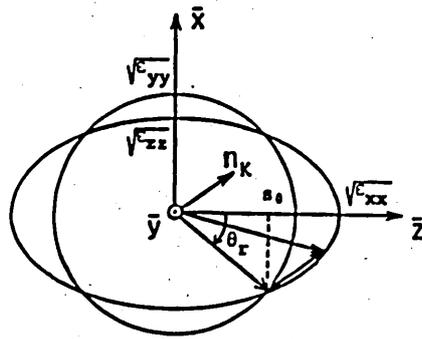


図 6 異方性誘電体格子における位相整合条件及び TM 波との 1 次の Bragg 条件

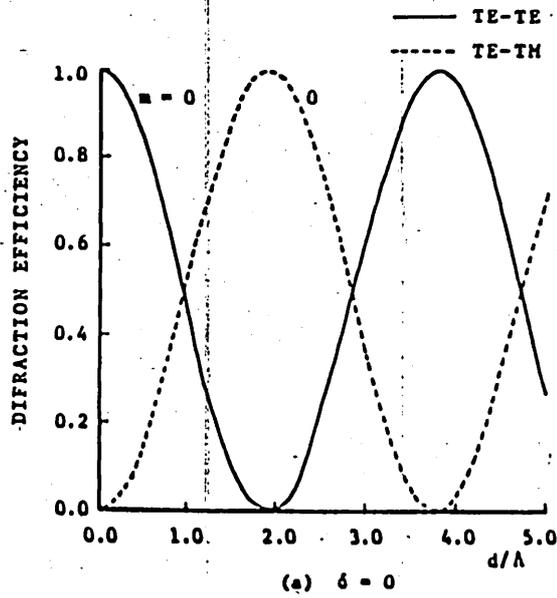
$$M_{nk} = -2\sqrt{\epsilon_{yy}} \frac{\epsilon_{xx} \cos\theta \cos\theta r + \epsilon_{zz} \sin\theta \sin\theta r}{\epsilon_{xx} \cos^2\theta + \epsilon_{zz} \sin^2\theta} \quad (53)$$

但し、 $\sqrt{\epsilon_{yy}} \sin\theta r = \sqrt{\epsilon_1} \sin\theta$  で与えられる。

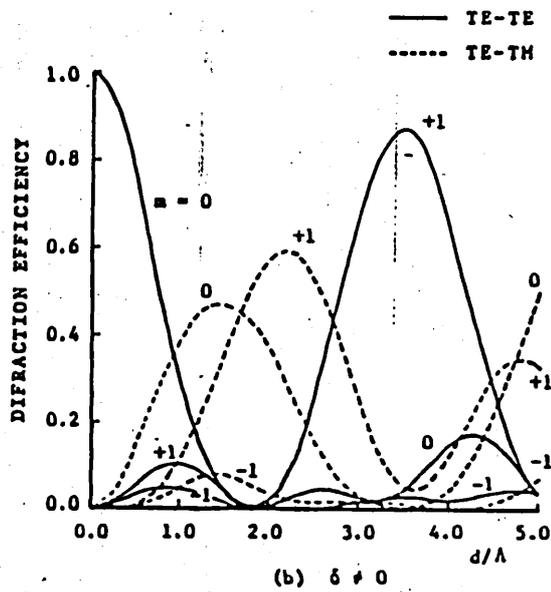
図7は、 $\epsilon_1 = \epsilon_2 = \epsilon_3$ 、 $\theta_i = 160^\circ$ 、 $\theta = 60^\circ$ 、 $M=1$ 、

$$\hat{\epsilon}_2 = \epsilon_2 \begin{bmatrix} 1.121 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0.121 \\ 0 & 0.121 & 0.986 \end{bmatrix} \quad (54)$$

はる場合の透過波の回折効率を示している。前と同様に、回折効率が0.01以下のものは示されていない。領域2が一様媒質( $\delta=0$ )のときは、 $\epsilon_{yz}$ によりTE、TM間でモード変換が起り、位相整合条件のもとでは、よく知られているように完全な周期的モード変換が起こる。領域2に更に周期構造が加わると( $\delta \neq 0$ )、図7(b)のように入射したTE波はTE波、TM波に複雑な形で変換される。同図より $d/\Lambda = 1.69$ においては、入射したTE波は大部分が0次と1次のTM波に等しく変換され、 $d/\Lambda = 2.69$ においては、1次のTE波、TM波に等しく変換されている。異方性格子はこのような特異な回折特性を示すことが解る。



(a) 格子領域が変調されていない場合 ( $\delta = 0$ )



(b) 格子領域が変調されている場合 ( $2\delta = 0.121$ )

図7 異方性誘電体格子による透過回折効率

## 5. むすび

一般的な斜周期構造を持つ異方性誘電体格子の一解析手法を示した。そして、媒質が等方性の場合を特殊な場合として含まれている。格子ベクトルの方向、格子領域の媒質の変調形状及び電磁波の偏波方向は全て任意であり、また全て無次元の量  $\eta_k$ 、 $\epsilon_{ij}$ 、 $S_0$  で規定されている。解は結局、これらの量により簡潔且つ統一的な形で表わされた結合行列  $C$  の固有値問題に帰着する。そして、伝送行列、境界行列の導入により、一般的な多層誘電体格子の回折及び導波特性が、計算機解法に適した系統的な行列計算で、統一的且つ厳密に求められる。なお、空間高調波展開項数に対する解の収束性については、本数値例のような正弦波状の屈折率変化格子に関しては解の収束は速く、グラフ表示する限り問題にならない。しかし、ステップ状に屈折率が変化する場合のように、その収束の速さを厳密に問題にする場合には、先に報告したモード展開法<sup>(8)</sup>を適用すればより速い収束が得られると考えている。ここに導出した一般的な手法は、誘電体格子を応用した種々の導波型素子の解析に広く適用可能と思われる。

最後に、日頃から有益な御討論を頂いている森静雄講師、小南晶信氏、ならびに同研究室の諸兄に深く謝意を表す。

## 参考文献

1. W. R. Klein and B. D. Cook : "Unified approach to ultrasonic light diffraction", IEEE Trans. Sonic Ultrason. SU-14, 123-134 (1967).
2. H. Kogelnik : "Coupled wave theory for thick phase-matched gratings", Bell Syst. Tech. J. 48, 2909-2944 (1969).
3. A. Yariv and M. Nakamura : "Periodic structures for integrated optics", IEEE J. Quantum Electron. QE-13, 233-253 (1977).
4. J. A. Kong : "Second-order coupled mode equations for spatially periodic media", J. Opt. Soc. Am. 67, 825-829 (1977).
5. R. Magnusson and T. K. Gaylord : "Analysis of millimeter-wave diffraction by thick gratings", J. Opt. Soc. Am. 67, 1165-1170 (1977).
6. M. G. Moharam and T. K. Gaylord : "Coupled-wave analysis of reflection gratings", J. Opt. Soc. Am. 20, 240-244 (1981).
7. T. Tamir, H. C. Wang and A. A. Oliner, "Wave propagation in sinusoidally stratified dielectric media", IEEE Trans. Microwave Theory Tech. MTT-12, 323-335 (1964).

8. C. B. Burckhardt : " Diffraction of a plane wave at a sinusoidally stratified dielectric grating ", J. Opt. Soc. Am. 56, 1502-1509 (1966).
9. S. T. Peng and T. Tamir : " Directional blazing of waves guided by asymmetrical dielectric gratings ", Opt. Commun. 11, 405-409 (1974).
10. S. T. Peng, T. Tamir and H. L. Bertoni : " Theory of periodic dielectric waveguides ", IEEE Trans. Microwave Theory Tech. MTT-23, 123-133 (1975).
11. R. S. Chu and J. A. Kong, " Modal theory of spatially periodic media ", IEE Trans. Microwave Theory Tech. MTT-25, 18-24 (1977).
12. K. C. Chang, V. Shah and T. Tamir : " Scattering and guiding of waves by dielectric gratings with arbitrary profiles ", J. Opt. Soc. Am. 70, 804-813 (1980).
13. M. G. Moharam and T. K. Gaylord : " Rigorous coupled-wave analysis of planar-grating diffraction ", J. Opt. Soc. Am. 71, 811-818 (1981).
14. K. Wagatsuma, H. Sasaki and S. Saito : " Mod conversion and optical filtering of obliquely incident waves

- in corrugated waveguide filters", IEEE J. Quantum Electron. QE-15, 632-637 (1979).
15. P. Yeh: "Electromagnetic propagation in birefringent layered media", J. Opt. Soc. Am. 69, 742-756 (1979)
  16. K. Araki and T. Itoh: "Analysis of periodic ferrite slab waveguides by means of improved perturbation method", IEEE Trans. Microwave Theory Tech. MTT-29, 911-916 (1981).
  17. 山北、高木、六島: "空間高調波展開法による周期構造誘電体導波路の解析", 輻射研資RS82-3(昭和57-5)
  18. 山北、西村、六島: "深い溝をもつ誘電体格子における散乱電磁界の解析", 輻射研資(昭56-12)

### 付録：結合行列の誘導

式(9)と式(5)に代入して両辺に  $\exp(j\gamma_{lm} \cdot x)$  を乗じ、 $y$  と  $z$  について積分すれば結合モード方程式の無限個の組

$$\frac{\partial E_{ym}}{\partial x} - j p_m E_{ym} + j f_m E_{zm} = -j h_{zm} \quad (A1)$$

$$\frac{\partial E_{zm}}{\partial x} - j p_m E_{zm} + j S_m E_{xm} = j h_{ym} \quad (A2)$$

$$\frac{\partial h_{ym}}{\partial x} - j p_m h_{ym} + j q_m h_{zm} = j \sum_l \sum_l E_{zi, l-m} E_{il} \quad (A3)$$

$$\frac{\partial h_{zm}}{\partial x} - j p_m h_{zm} + j S_m h_{ym} = -j \sum_l \sum_l E_{yl, l-m} E_{il} \quad (A4)$$

$$f_{lm} e_{zlm} - S_{lm} e_{ylm} = h_{xlm} \quad (A5)$$

$$-f_{lm} h_{zlm} + S_{lm} h_{ylm} = \sum_l \sum_m \epsilon_{xi, l-m} e_{il} \quad (A6)$$

が得られる。  $e_{xlm}$ 、  $h_{ylm}$  などは (A5)、 (A6) より求められ、 これを (A1) - (A4) に代入して整理すると、 式 (13)、 (14) の結合モード方程式が得られ、 その結合行列  $C$ 、  $D$  は式 (15)、 (16) となる。

比透磁率テンソル  $\hat{\mu} = [\mu_{ij}]$ 、 比誘電率  $\epsilon$  をもつフェライトのような磁性媒質においては、 式 (5) は、

$$\text{curl} \sqrt{\epsilon_0} \mathbf{E} = -j\hat{\mu}(\vec{r}) \sqrt{\epsilon_0} \mathbf{H}, \quad \text{curl} \sqrt{\epsilon_0} \mathbf{H} = j\epsilon(\vec{r}) \sqrt{\epsilon_0} \mathbf{E} \quad (A7)$$

となり、 この場合の結合行列は次式で与えられる。

$$C = \begin{bmatrix} \rho + \mu_{zx} \mu_{xz}^{-1} \mathcal{S} & \mathcal{E}^{-1} \mathcal{G} + \mu_{zx} \mu_{xz}^{-1} \mu_{xz} - \mu_{zx} \\ \mathcal{S} \mu_{xz}^{-1} \mathcal{S} - \mathcal{E} & \rho + \mathcal{S} \mu_{xz}^{-1} \mu_{xz} \\ -\mu_{yz} \mu_{yz}^{-1} \mathcal{S} & \mathcal{S} \mathcal{E}^{-1} \mathcal{S} + \mu_{yz} - \mu_{yz} \mu_{xz}^{-1} \mu_{xz} \\ \mathcal{G} \mu_{xz}^{-1} \mathcal{S} & \mathcal{G} \mu_{xz}^{-1} \mu_{xz} \end{bmatrix} \quad (A8)$$

$$D = \begin{bmatrix} 0 & -\mathcal{E}^{-1} \mathcal{G} & 0 & \mathcal{E}^{-1} \mathcal{S} \\ -\mu_{xz}^{-1} \mathcal{S} & -\mu_{xz}^{-1} \mu_{xz} & \mu_{xz}^{-1} \mathcal{G} & -\mu_{xz}^{-1} \mu_{zy} \end{bmatrix} \quad (A9)$$

輻射科学研究会資料

RS-82-13

放物筒導波管を用いた大電力用  
ミリ波  $TE_{01} \rightarrow TE_{20} \rightarrow TEM$   
モード変換器に関する実験

和田修己 中島将光 池上淳一  
(京都大学工学部電子工学科)

昭和57年 9月 24日

# 放物筒導波管を用いた大電力用ミリ波 $TE_{01} \rightarrow TE_{20} \rightarrow TEM$ モード変換器に関する実験

## 1. 序論

近年、ミリ波・サブミリ波領域の大電力リソースとしてジャイロトロン<sup>(1)</sup>が注目されている。ジャイロトロンは100kWクラスの出カを出すことが可能であり、核融合プラズマの電子サイクロトロン加熱(ECH)などへの応用が研究されている。ジャイロトロンの発振モードは円筒導波管の $TE_{0n}$ モード( $n=1, 2, 3, \dots$ )であるが、ECHやプラズマの制御のためには直線偏波のモードが要求されるので、円形 $TE_{01}$ モードを方形導波管の $TE_{10}$ モード、または直線偏波のTEMモードに変換する必要がある。

大電力用のモード変換器は、(1)高効率であり、(2)反射が少なく、かつ(3)大電力時にモブリングダウンをおこさない構造であることが必要である。従来も、高効率でモードの純粋性の高い変換器が開発されているが、(3)の条件に関しては満足のものはいくつも開発されていないようである。

そこで、本研究では、オーバーサイズの円形 $TE_{01}$ モードからTEMへの変換をとり上げている。さらにこの変換を、(1)円形 $TE_{01} \rightarrow$ 方形 $TE_{20}$ 、(2)方形 $TE_{20} \rightarrow TEM$ の2段階に分けて考え、(1)については図1に示すような、円形導波管 $\rightarrow$ 放物筒導波管 $\rightarrow$ 方形導波管の順でつないだ変換器を、(2)については図2のような斜め切り導波管による $TE_{20} \rightarrow TEM$ 変換器を提案し、試作、実験を行なった。その結果、図1の変換器については $TE_{01}$ 入力時の出力は $TE_{20}$ になっていること、図2の変換器については直線偏波のTEM波のビー

2

$\Delta$ が得られる事を確認した。TEM波のビームの半値角は、実験値で約 $7.6^\circ$ であった。

以下に、これらのモード変換器の原理、および実験結果について述べる。

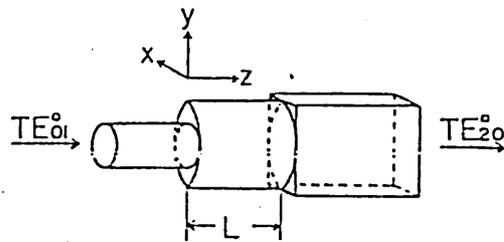


図1.  $TE_{01} \rightarrow TE_{20}$ 変換器

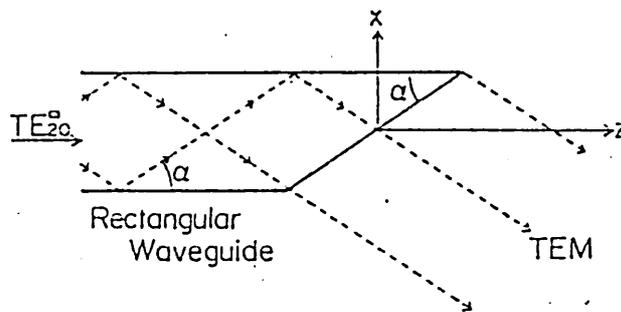


図2.  $TE_{20} \rightarrow TEM$ 変換器

## 2. モード変換器の準光学的考察

### 2-1. 素平面波による導波管モード電磁界の表現

大電力ミリ波の伝送には、断面の寸法が波長に比べて大きいオーバーサイズの導波管を用いる。この場合、導波管内を伝わる電磁波は光に近いものと考えられる。そこで導波管内の電磁界を素平面波の重ね合わせで表現し、その各素平面波が幾何光学の法則に従って伝搬すると考えると、導波管の断面の形状が変化した場合のモード変換のようを近似的に予測することができる。

方形導波管の  $TE_{m0}$  モードを平面波の合成により表わしてみよう。導波管内のモードの位相定数  $\beta$  とカットオフ波数  $k_c$  および自由空間波数  $k$  との関係は、次式であらわす。

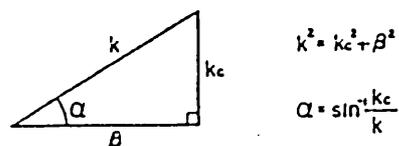


図3.  $k, k_c, \beta, \alpha$  の関係

$$k^2 = k_c^2 + \beta^2 \quad \dots (1)$$

すなわち図3のようになり、この時の角度  $\alpha$  は

$$\alpha = \sin^{-1} \frac{k_c}{k} = \sin^{-1} \frac{\lambda}{\lambda_c} \quad \dots (2)$$

とあらわす。ここで図4のように、 $z$  方向に互に  $2\alpha$  の角度をもつ2つの平面波（ともに電界は  $y$  方向を向いていると仮定）を考える。  $\alpha$  の正の方向へ伝搬するものを平面波1、負の方向へ伝搬するものを平面波2と呼ぶこととする。その波数ベクトル  $k_1, k_2$  は、

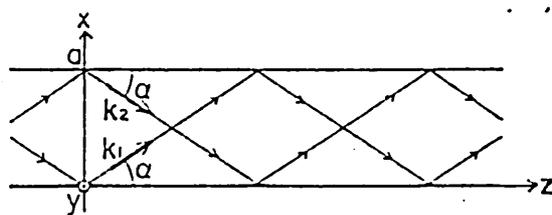


図4. 平面波の合成 ( $TE_{m0}$ )

4

デカルト座標  $(x, y, z)$  で表わすと、おのれの次のようになる。

$$\begin{aligned} \mathbf{k}_1 &= (k_c \sin \alpha, 0, k_c \cos \alpha) = (k_c, 0, \beta) \\ \mathbf{k}_2 &= (-k_c \sin \alpha, 0, k_c \cos \alpha) = (-k_c, 0, \beta) \end{aligned} \quad \dots (3)$$

従って、点 P (位置ベクトル  $\mathbf{r} = (x, y, z)$ ) における電磁界成分は、

$$\text{平面波 1: } \begin{cases} E_{1y} = A e^{-j\mathbf{k}_1 \cdot \mathbf{r}} = A e^{-j(k_c x + \beta z)} \\ H_{1x} = -A \eta \cos \alpha e^{-j\mathbf{k}_1 \cdot \mathbf{r}} = -A \frac{\beta}{\omega \mu} e^{-j(k_c x + \beta z)} \\ H_{1z} = A \eta \sin \alpha e^{-j\mathbf{k}_1 \cdot \mathbf{r}} = A \frac{k_c}{\omega \mu} e^{-j(k_c x + \beta z)} \end{cases} \quad \dots (4)$$

$$\text{平面波 2: } \begin{cases} E_{2y} = B e^{-j\mathbf{k}_2 \cdot \mathbf{r}} = B e^{-j(-k_c x + \beta z)} \\ H_{2x} = -B \eta \cos \alpha e^{-j\mathbf{k}_2 \cdot \mathbf{r}} = -B \frac{\beta}{\omega \mu} e^{-j(-k_c x + \beta z)} \\ H_{2z} = -B \eta \sin \alpha e^{-j\mathbf{k}_2 \cdot \mathbf{r}} = -B \frac{k_c}{\omega \mu} e^{-j(-k_c x + \beta z)} \end{cases} \quad \dots (5)$$

$$t = z = L, \quad \eta = \sqrt{\frac{\epsilon}{\mu}}$$

のようになる。ここで  $x=0$  の境界条件より  $B = -A$  とおくと、2つの平面波を合成すると、

$$\begin{cases} E_y = E_{1y} + E_{2y} = A (e^{-jk_c x} - e^{jk_c x}) e^{-j\beta z} = -j2A \sin(k_c x) e^{-j\beta z} \\ H_x = H_{1x} + H_{2x} = -A \frac{\beta}{\omega \mu} (e^{-jk_c x} - e^{jk_c x}) e^{-j\beta z} \\ \quad = j2A \frac{\beta}{\omega \mu} \sin(k_c x) e^{-j\beta z} \\ H_z = H_{1z} + H_{2z} = A \frac{k_c}{\omega \mu} (e^{-jk_c x} + e^{jk_c x}) e^{-j\beta z} \\ \quad = 2A \frac{k_c}{\omega \mu} \cos(k_c x) e^{-j\beta z} \end{cases} \quad \dots (6)$$

この式は、方形TE<sub>m0</sub>モードの電磁界の式である。すなわち、方形TE<sub>m0</sub>モードは、図4のようにz軸から角度 $\alpha$ の方向へ伝播し、側壁で反射をくり返しながら進む素平面波の合成で表わされる。

ちなみに、一般に方形TE<sub>mn</sub>モードについて考えると、次のような波数ベクトル $k_1, k_2, k_3, k_4$ をもつ4つの平面波の合成で表わされることが容易に計算できる。

$$k_1 = (k_x, k_y, \beta), \quad k_2 = (k_x, -k_y, \beta)$$

$$k_3 = (-k_x, k_y, \beta), \quad k_4 = (-k_x, -k_y, \beta)$$

$$\text{ただし } k_x = \frac{m\pi}{a}, \quad k_y = \frac{n\pi}{b} \quad \dots (7)$$

次に、円形導波管のTE<sub>0n</sub>モードを平面波の合成で表わしてみよう。図5のように、z軸を含みx軸と角度 $\tilde{\varphi}$ をなす平面内でz軸に対して角度 $\alpha$ の方向に進む平面波を考える。この平面波の波数ベクトル $k(\tilde{\varphi})$ は、

$$k(\tilde{\varphi}) = (k_c \sin \alpha \cos \tilde{\varphi}, k_c \sin \alpha \sin \tilde{\varphi}, k_c \cos \alpha)$$

$$= (k_c \cos \tilde{\varphi}, k_c \sin \tilde{\varphi}, \beta) \quad \dots (8)$$

(図3参照)

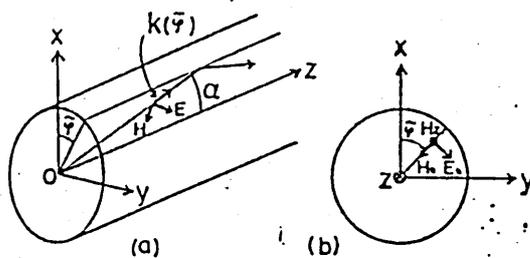


図5. 平面波の合成 (TE<sub>0n</sub>)

6

電界が  $\tilde{\varphi}$  方向を向いているとして、平面波の電磁界を  $z$  方向成分とそれに垂直な横成分(添字  $t$  で表す)とに分解すると、点  $P$  (位置ベクトル  $\mathbf{r} = (x, y, z)$ ) における電磁界成分は次のようになる。

$$\left. \begin{aligned} E_t(\tilde{\varphi}, \mathbf{r}) &= A e^{-j\mathbf{k}(\tilde{\varphi}) \cdot \mathbf{r}} = A e^{-jk_c(x\cos\tilde{\varphi} + y\sin\tilde{\varphi})} e^{-j\beta z} \\ E_z(\tilde{\varphi}, \mathbf{r}) &= 0 \\ H_t(\tilde{\varphi}, \mathbf{r}) &= A \gamma e^{-j\mathbf{k}(\tilde{\varphi}) \cdot \mathbf{r}} \cos\alpha = A \frac{\beta}{\omega\mu} e^{-j\mathbf{k}(\tilde{\varphi}) \cdot \mathbf{r}} e^{-j\beta z} \\ H_z(\tilde{\varphi}, \mathbf{r}) &= A \gamma e^{-j\mathbf{k}(\tilde{\varphi}) \cdot \mathbf{r}} \sin\alpha = A \frac{\beta_c}{\omega\mu} e^{-j\mathbf{k}(\tilde{\varphi}) \cdot \mathbf{r}} e^{-j\beta z} \end{aligned} \right\} (9)$$

ただし各成分の方向は図5(b)に示す方向にとるものとす。

そこで、 $\tilde{\varphi} = 0$  から  $2\pi$  まで上述の平面波を合成する。まず  $H_z$  について。

$$\begin{aligned} H_z &= \int_0^{2\pi} H_z(\tilde{\varphi}) d\tilde{\varphi} \\ &= \int_0^{2\pi} A \frac{\beta_c}{\omega\mu} e^{-j\mathbf{k}(\tilde{\varphi}) \cdot \mathbf{r}} e^{-j\beta z} d\tilde{\varphi} \\ &= A \frac{\beta_c}{\omega\mu} e^{-j\beta z} \int_0^{2\pi} e^{-j\beta_c r \sin(\tilde{\varphi} + \delta)} d\tilde{\varphi} \\ &= A \frac{\beta_c}{\omega\mu} e^{-j\beta z} \int_{\delta}^{2\pi + \delta} e^{-j\beta_c r \sin\theta} d\theta \quad \dots (10) \end{aligned}$$

ただし、 $\delta = \tan^{-1} \frac{x}{y}$ ,  $r = \sqrt{x^2 + y^2}$ ,  $x, y, z = \rho \cos\theta, \rho \sin\theta, z$  とおくと、Hansen's Integral†

$$J_m(z) = \frac{1}{2\pi} \int_{\delta}^{2\pi + \delta} e^{j(m\theta - z \sin\theta)} d\theta \quad \dots (11)$$

を用いると、

† 参考: G.N. Watson: "Theory of Bessel Functions", Chap. II, 2.2, p20

$$J_0(z) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\pi}^{\pi} e^{-jz \sin \theta} d\theta \quad \dots (12)$$

であるから、(10)式より

$$H_z = A \frac{2\pi k_c}{\omega \mu} J_0(k_c r) e^{-j\beta z} \quad \dots (13)$$

となる。φ成分およびr成分については同様に計算できる。(付録1参照) 結果のみを示すと、

$$\left. \begin{aligned} E_\phi &= jA 2\pi J_0'(k_c r) e^{-j\beta z} \\ E_r &= 0 \\ H_\phi &= 0 \\ H_r &= -jA \frac{2\pi \beta}{\omega \mu} J_0'(k_c r) e^{-j\beta z} \end{aligned} \right\} \dots (14)$$

(13), (14)式は円形TE<sub>0n</sub>モードの電磁界を表している。したがって、TE<sub>0n</sub>モードは管軸に対して角度αの方向へ放射する無数の素平面波の合成で表わされる。ただし、αは次式の順序である。

$$\alpha = \sin^{-1} \frac{k_c}{k} = \sin^{-1} \frac{\beta_{0n}' R}{2\pi f/c} \quad \dots (15)$$

ここに、β<sub>0n</sub>'はJ<sub>0</sub>'(z)=0の根、Rは導波管半径、cは光速である。

2-2. TE<sub>01</sub> → TE<sub>20</sub> 変換器の原理

放物筒導波管を用いたTE<sub>01</sub> → TE<sub>20</sub>モード変換器の原理を幾何光学的な近似を用いて説明する。(図6参照)

まず、オーバーサイズ"の円形導波管(直径a, z<0領域)を、z=0の平面で切断開放すると、前節で述べた無数の素平面波は、そのz軸に対して角度αを保ったまま開口面よりz>0の領域に放射される。そこで、z軸を焦点軸とする2枚の放物面(焦点距



い。たとえば、図7において、円形開口上の点Aから  $\varphi = \pi/2$  の方向に進む素平面波成分は点C ( $z=3l$ ) ではじめに放物面に当たり、点Aから  $\varphi = -\pi/2$  の方向に進む素平面波成分は点B ( $z=l$ ) で放物面に当たり、 $\varphi = -\pi/2 + \varepsilon$  方向に進む成分は、点Bの近傍の点B'で1回反射されたあとで、点B''で2回目に反射される。幾何光学的に考え計算する(付録2参照)、円形開口から出たすべての素平面波が、(1) 少くとも1回放物筒で反射されるためには、放物筒の右端は曲面①より右にならなければならない、(2) 2回以上放物筒で反射されないためには、放物筒の右端は曲面②より左にならなければならない(図7参照)。そこで

$$\left. \begin{aligned} \text{曲面①: } z &= l \left( 2 + \frac{y^2}{a^2} \right) \\ \text{曲面②: } z &= l \left( 2 - \frac{y^2}{a^2} \right) \end{aligned} \right\} \dots (16)$$

従って、条件(1)と条件(2)は矛盾するが、なるべくこの条件に近く、かつ製作も容易なように、放物筒の長さ  $L$  を  $L=2l$  に選ぶことにする。

上述のように素平面波の一部は放物筒で全く反射されないまま方形部に入り、一部は2回反射された方形部に入る。よって  $y$  方向偏波成分以外に  $x$  方向の偏波成分を持ち、従って方形部では  $TE_{20}$  モード以外のモードが発生することになる。これらのモードは  $TE_{20}$  モードへの変換効率を低下させる原因となるが、これをできるだけ小さくして効率を大きくするため  $L$  の最適値は、別にモード解析などにより求める必要がある。

次に、 $z=L$  の面上での電磁界を近似的に求めてみる。 $z=0$  で入射した素平面波が1回だけ放物面で反射して  $z=L$  に達したとき(実

際には上述の理由により実現しない、点  $(2, y, L)$  に達する素平面波の電界  $E_y$  を合成すると、

$$E_y = E_0 \sin k_c x \cdot e^{-j\beta z} \quad \dots (17)$$

ただし、 $k_c$  は半径  $R (= a/2)$  の円筒導波管の  $TE_{01}$  モードの cutoff 波数であり、

$$k_c = \frac{P_{01}}{R} \approx \frac{3.832}{R} \quad \dots (18)$$

従って、

$$E_y = E_0 \sin \frac{3.832x}{R} \cdot e^{-j\beta z} = E_0 \sin \frac{\pi x}{0.82R} \cdot e^{-j\beta z} \quad \dots (19)$$

すなわち、 $x = \pm 0.82R$  で節をもつ正弦波分布となり、 $y$  方向には一様である。そこで、これを横巾  $a (= 2R)$  の方形導波管をつなげば、大部分が  $TE_{20}$  モードに変換されると考えられる。(図8参照)

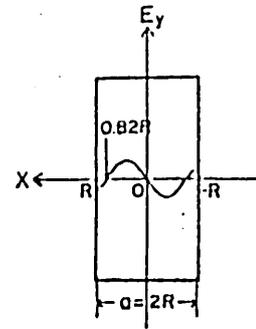


図8. 放物筒導波管の出力電界

ここで、横巾を  $2 \times 0.82R$  としないのは、上述の解析が実際には実現しない仮定をみた近似的なものであり、特に反射を小さくするためには、横巾を放物筒導波管の巾よりもせよくしない方がよいと考えたためである。この横巾  $a$  および放物筒導波管の長さ  $L$  の最適値を厳密に求めるには、各領域の電磁界をそれぞれ導波管の固有モード<sup>†</sup>で展開し、モードマッチング法を用いなければならない。

### 2-3. $TE_{20} \rightarrow TEM$ 変換器

方形  $TE_{20}$  モードは、前述のように、 $z$  軸に対して角度  $\alpha = \sin^{-1} \frac{1}{2}$  の方向に伝搬する素平面波の合成で表わされる。そしてこの素平面波は電界が  $z$  軸に平行で、図9のように導波管の側壁で反射をくり返しながら

† 放物筒導波管の固有モードについては、文献(2)参照。

伝播している。

そこで、導波管をこの角度 $\alpha$ で切断し、開放すると、もし幾何光学的な近似が成り立つとすれば、開口面からは1方向へのみ素平面波が放射

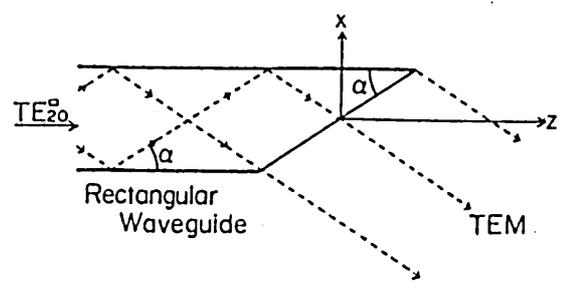


図9. 斜め切り導波管による  $TE_{20}^a \rightarrow TEM$  変換し、この合成は  $y$  方向直線偏波の TEM 波となる。

この斜め切り開口から放射される TEM 波の放射パターンは、次のようにして求める事ができる。まず、最も簡単な近似として、図10のように TEM 波の放射方向を  $z'$  軸とする新しい直交座標系を考え、この座標系で  $z'=0$  の面上の、 $x' = \pm a'/2$ 、および  $y' (=y) = \pm b/2$  で囲まれた領域  $S$  に、次のような平面波源を仮定する。

$$E_{y'} = E_0, \quad H_{z'} = -\eta E_0 \quad \dots (20)$$

この平面波源からの放射パターンは、この面  $S$  上に等価電流源および磁流源を仮定することにより求められ、(付録3参照)、任意の点  $P$  における放射電磁界は、極座標で表わすと次のようになる。(図11参照)

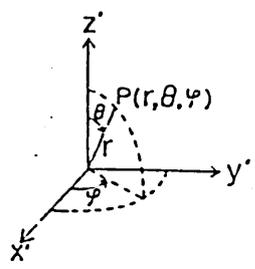


図11. 極座標系

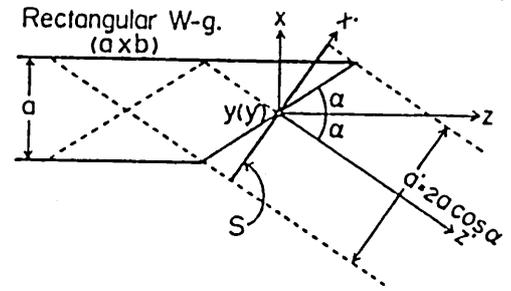


図10. 平面波源  $S$  からの放射

$$\begin{aligned}
 E_{\theta} &= -j e^{-jkr} \frac{E_0}{r} ab \cos \alpha \cdot \frac{\sin\left[\frac{2\pi a}{\lambda} \cos \alpha \cos \varphi \sin \theta\right]}{\frac{2\pi a}{\lambda} \cos \alpha \cdot \cos \varphi \cdot \sin \theta} \\
 &\quad \times \frac{\sin\left[\frac{\pi b}{\lambda} \sin \varphi \sin \theta\right]}{\frac{\pi b}{\lambda} \sin \varphi \cdot \sin \theta} \cdot \sin \varphi (1 - \cos \theta) \\
 &= \frac{1}{\eta} H_{\varphi} \\
 E_{\varphi} &= j e^{-jkr} \frac{E_0}{r} ab \cos \alpha \cdot \frac{\sin\left[\frac{2\pi a}{\lambda} \cos \alpha \cos \varphi \sin \theta\right]}{\frac{2\pi a}{\lambda} \cos \alpha \cdot \cos \varphi \cdot \sin \theta} \\
 &\quad \times \frac{\sin\left[\frac{\pi b}{\lambda} \sin \varphi \sin \theta\right]}{\frac{\pi b}{\lambda} \sin \varphi \cdot \sin \theta} \cdot \cos \varphi (1 + \cos \theta) \\
 &= -\frac{1}{\eta} H_{\theta} \quad \text{---- (21)}
 \end{aligned}$$

$k = \frac{2\pi}{\lambda}$ .  $a' = 2a \cos \alpha$  と代へると。

ここで、 $x'z'$  平面 ( $\varphi = 0$  または  $\pi$ ) の電力放射パターンを求めよう。  $\theta$  方向偏波の電力を  $\Phi_{\theta}$ 、 $\varphi$  方向の電力を  $\Phi_{\varphi}$  とすると、

$$\Phi_{\theta} = 0$$

$$\begin{aligned}
 \Phi_{\varphi} &= \eta |E_{\varphi}|^2 = \eta \left[ \frac{E_0}{r} ab \cos \alpha \cdot \frac{\sin\left[\frac{2\pi a}{\lambda} \cos \alpha \sin \theta\right]}{\frac{2\pi a}{\lambda} \cos \alpha \sin \theta} \right. \\
 &\quad \left. \times (1 + \cos \theta) \right]^2 \\
 &\quad \text{---- (22)}
 \end{aligned}$$

となり、 $\varphi$  方向 ( $\varphi = 0$  または  $\pi$  であるが  $y$  方向) の偏波成分のみであることがわかる。

ただし、 $x'z'$  平面を極座標で表すと、本来は図12(a)のよう  
に、 $\varphi = 0$  または  $\pi$ 、 $0 \leq \theta \leq \pi$  であるが、ここでは便宜上 (b) のよ

うに、 $\psi = 0, -\pi \leq \theta \leq \pi$  とする。

上の解析では、平面波源を仮定して放射パターンを求めたが、別の方法として、方形導波管中を伝搬する  $TE_{20}$  モードの電磁界が、斜めに切断した開口面上でもおもしろいと考えると、開口面上に等価電流源および磁流源を仮定して放射パターンを求めよう。新しく図13のように座標系  $(x', y', z')$  をとると、任意の点  $P(r, \theta, \psi)$  にあつた電磁界は次のようになる。(付録4参照)

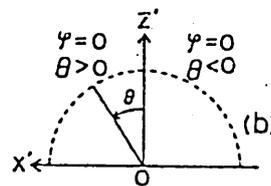
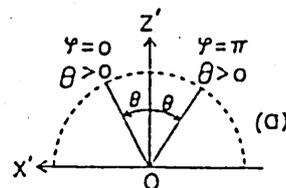


図12. 極座標系

$$\left\{ \begin{aligned} E_{\theta} &= \frac{e^{-jkr}}{2r} E_{0b} \frac{\sin \left[ \pi \left( \frac{a}{\lambda} \right)^2 (\cos \psi \sin \theta - 1) \right] \cdot \sin \left[ \frac{\pi b}{\lambda} \sin \psi \sin \theta \right]}{\pi \left( \frac{a}{\lambda} \right)^2 (\cos \psi \sin \theta - 1) \cdot \frac{\pi b}{\lambda} \sin \psi \sin \theta} \\ &\times \frac{\sin \psi}{2 \left( \frac{a}{\lambda} \right)^2 + \cos \psi \sin \theta - 1} \left\{ \sqrt{\left( \frac{a}{\lambda} \right)^2 - 1} (\cos \psi \sin \theta - 1) \cos \theta - 1 \right\} \\ E_{\psi} &= \frac{e^{-jkr}}{2r} E_{0b} \frac{\sin \left[ \pi \left( \frac{a}{\lambda} \right)^2 (\cos \psi \sin \theta - 1) \right] \cdot \sin \left[ \frac{\pi b}{\lambda} \sin \psi \sin \theta \right]}{\pi \left( \frac{a}{\lambda} \right)^2 (\cos \psi \sin \theta - 1) \cdot \frac{\pi b}{\lambda} \sin \psi \sin \theta} \\ &\times \frac{\cos \psi}{2 \left( \frac{a}{\lambda} \right)^2 + \cos \psi \sin \theta - 1} \left\{ \sqrt{\left( \frac{a}{\lambda} \right)^2 - 1} (\cos \psi \sin \theta - 1) - \cos \theta \right\} \dots (23) \end{aligned} \right.$$

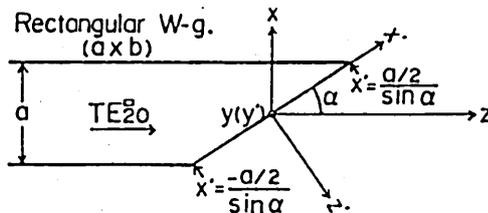


図13. 斜め切り導波管からの  $TE_{20}$  の放射

すなわち  $x'z'$  面内 ( $\varphi=0$  または  $\pi$ ) の電力放射パターンは、

$$\Phi_{\theta} = 0$$

$$\Phi_{\varphi} = \eta |E_{\varphi}|^2 = \eta \left[ \frac{E_0}{2r} b \frac{\sin \left[ \pi \left( \frac{a}{\lambda} \right)^2 (\sin \theta - 1) \right]}{\pi \left( \frac{a}{\lambda} \right)^2 (\sin \theta - 1)} \frac{\sqrt{\left( \frac{a}{\lambda} \right)^2 - 1} (\sin \theta - 1) - \cos \theta}{2 \left( \frac{a}{\lambda} \right)^2 + \sin \theta - 1} \right]^2 \quad \dots (24)$$

2-4.  $TE_{20}^{\square}$  モードの導波管開口からの放射パターン

前節では、方形導波管の斜め切り開口からの  $TE_{20}^{\square}$  モードの放射パターンを求めたが、ここでは図14のようなZ軸に垂直な開口からの  $TE_{20}^{\square}$  モードの放射パターンについて述べる。幾何光学的に考えれば、Z軸から  $\pm \alpha$  の角度方向に2つのピークをもつ対称な放射パターンとなるはずである。前節と同様に、 $z=0$  の開口面で、 $TE_{20}^{\square}$  モードの電磁界が乱れないと仮定して、開口面上に等価電流源、磁流源の分布を仮定すると、点  $P(r, \theta, \varphi)$  における電磁界は次のようになる。(付録5参照)

$$E_{\theta} = \frac{e^{-jkr}}{2r} \cdot \frac{a^2 b}{\lambda^2} E_0 \cdot f_1(\theta, \varphi) \cdot f_2(\theta, \varphi) \frac{\cos \varphi \sin \theta \sin \theta}{1 - \left( \frac{a}{\lambda} \cos \varphi \sin \theta \right)^2} \left( \sqrt{1 - \left( \frac{a}{\lambda} \right)^2} \cos \theta + 1 \right)$$

$$E_{\varphi} = \frac{e^{-jkr}}{2r} \cdot \frac{a^2 b}{\lambda^2} E_0 \cdot f_1(\theta, \varphi) \cdot f_2(\theta, \varphi) \frac{\cos^2 \varphi \sin \theta}{1 - \left( \frac{a}{\lambda} \cos \varphi \sin \theta \right)^2} \left( \sqrt{1 - \left( \frac{a}{\lambda} \right)^2} + \cos \theta \right) \quad \dots (25)$$

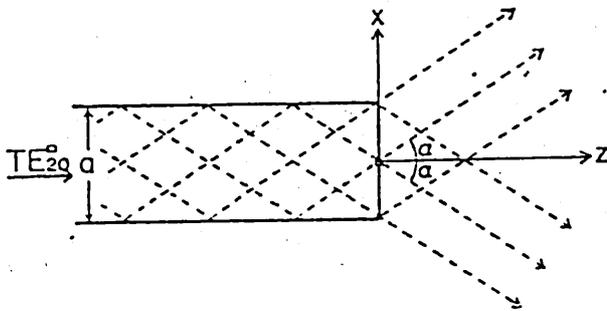


図14. 方形導波管開口からの  $TE_{20}^{\square}$  の放射

1=1.1

$$f_1(\theta, \varphi) = \frac{\sin\left[\frac{\pi a}{\lambda} \cos\varphi \sin\theta\right]}{\frac{\pi a}{\lambda} \cos\varphi \sin\theta}, \quad f_2(\theta, \varphi) = \frac{\sin\left[\frac{\pi b}{\lambda} \sin\varphi \sin\theta\right]}{\frac{\pi b}{\lambda} \sin\varphi \sin\theta} \quad (26)$$

すなわち、 $xz$  面内の電力放射パターンは、

$$\Phi_0 = 0$$

$$\Phi_\varphi = \eta |E_\varphi|^2$$

$$= \eta \left[ \frac{ab}{2\pi\lambda r} E_0 \frac{\sin\left(\frac{\pi a}{\lambda} \sin\theta\right)}{1 - \left(\frac{a}{\lambda} \sin\theta\right)^2} \left( \sqrt{1 - \left(\frac{a}{\lambda}\right)^2} + \cos\theta \right) \right]^2 \quad \dots (27)$$

### 3. 実験

この実験の目的は、今回考案した  $TE_{01}^{\circ} \rightarrow TE_{20}^{\square}$  モード変換器に  $TE_{01}^{\circ}$  モードを入射した時の方形導波管側の出力が確かに  $TE_{20}^{\square}$  モードになっていることを、方形導波管からの放射パターンを測定してこれを  $TE_{20}^{\square}$  モードの放射パターンの理論値と比較することにより確認することである。

図15に、実験に用いたミリ波導波系の概観を示す。発振器には、発振周波数 35.5 GHz、出力 200mW のガン発振器を用いる。この出力は方形導波管 WRJ-34 ( $7.10 \times 3.55 \text{ mm}^2$ ) であり、35.5 GHz では  $TE_{10}^{\square}$  のシングルモードである。これを、サーキュラータ、アテネータをとおした後、 $TE_{10}^{\square} \rightarrow TE_{01}^{\circ}$  モード変換器 (TRG Model A330F) により円形  $TE_{01}^{\circ}$  モードに変換し、 $TE_{01}^{\circ}$  モードフィルタを通した後、テーパ導波管で内径 32.5 mm の円筒導波管につなぐ。ここから先の部分が今回考案したモード変換部である。図15右下にその断面寸法を示す(内寸)。内径 32.5 mm、長さ 80 mm の円筒導波管に、これに外接する長さ 96 mm の放物筒導波管をつなぎ、さらにこの先に方形導波管(内寸  $32.5 \times 65.0 \text{ mm}^2$ ) を

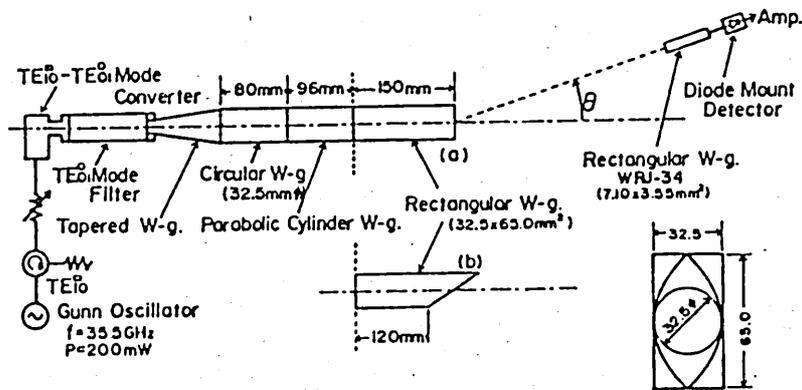


図15. 実験系(ミリ波導波系)

つたぐ。この方形導波管は、(a)管軸に垂直に切ったもの、(b)管壁に対して  $\alpha = 15^\circ$  の角度で切ったもの、の2種類を用意し、それぞれ開口からの放射パターンを測定した。

入射側の円筒導波管中の  $TE_{01}$  モードに対応する素平面波の角度  $\alpha_{01}$  は、

$$\alpha_{01} = \sin^{-1} \frac{k_c}{k} = \sin^{-1} \frac{P_{01}/R}{2\pi f/c} \approx 18.49^\circ \quad \dots (28)$$

従って、放物筒導波管の長さ  $L$  は、

$$L = a \cot \alpha_{01} \approx 97.2 \text{ mm} \quad \dots (29)$$

となる。また、出力側の方形導波管中の  $TE_{20}$  モードに対応する素平面波の角度  $\alpha_{20}$  は、

$$\alpha_{20} = \sin^{-1} \frac{k_c}{k} = \sin^{-1} \frac{\lambda}{a} \approx 15.07^\circ \quad \dots (30)$$

である。

パターンの測定は、図16に示すような装置を用いて行った。回転半径70cmのL字型のアームに、受信用の方形導波管(WRJ-34)をとりつけ、ダイオードマウントディテクタの出力を増幅器に通した後、

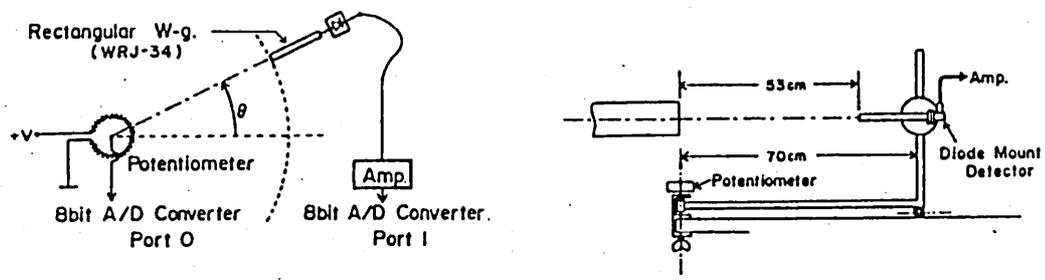


図16. 実験系 (測定系)

A/Dコンバータのポートに挿入している。L字型アームの回転中心には1回転型のポテンシオメータを取りつけ、角度を電圧としてとり出し、これもA/Dコンバータのポートに挿入する。A/D変換にはマイクロコンピュータ(富士通micro-8)内蔵の8bit A/Dコンバータを用い、導波管の管軸方向を $0^\circ$ として $\pm 40^\circ$ の範囲について $0.5^\circ$ ごとの受信電力をサンプリングし、さらにマイクロコンピュータを用いて、ダイオードマウントディテクタの出力の較正およびデータの正規化を行った。

図17および図18は、その測定結果を前に述べた理論値とともにプロットしたものである。図17は導波管(a)による実験値と式(27)による理論値を、ともに最大値を1に正規化してかいたものである。ピークを示す角度は、理論値は、 $\pm 12.5^\circ$ 、実験値は $\pm 14^\circ$ であるが、 $TE_{20}$ モードを素平面波で表わした時の伝搬角 $\alpha_{20}^0 \approx 15.07^\circ$ であることを考えると、変換器の出力はほとんど $TE_{20}$ モードのみであるといえる。

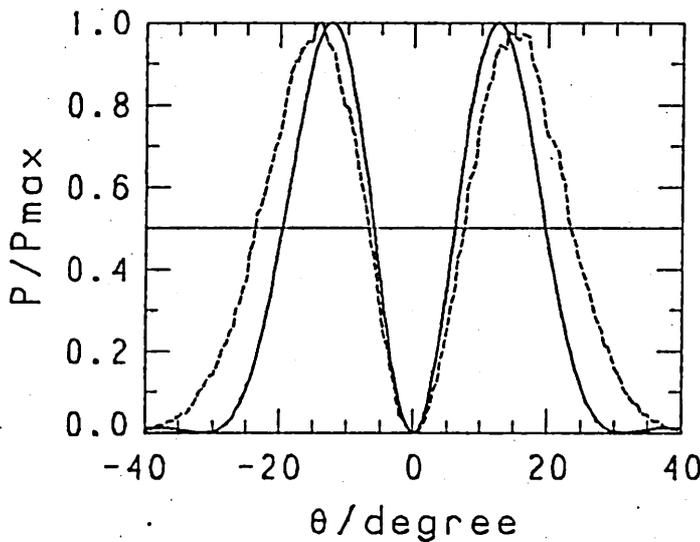
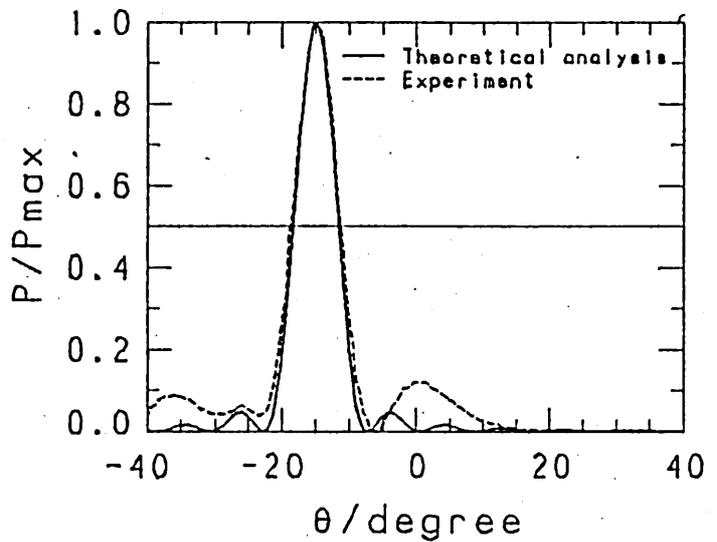


図17. 方形導波管開口からの放射パターン

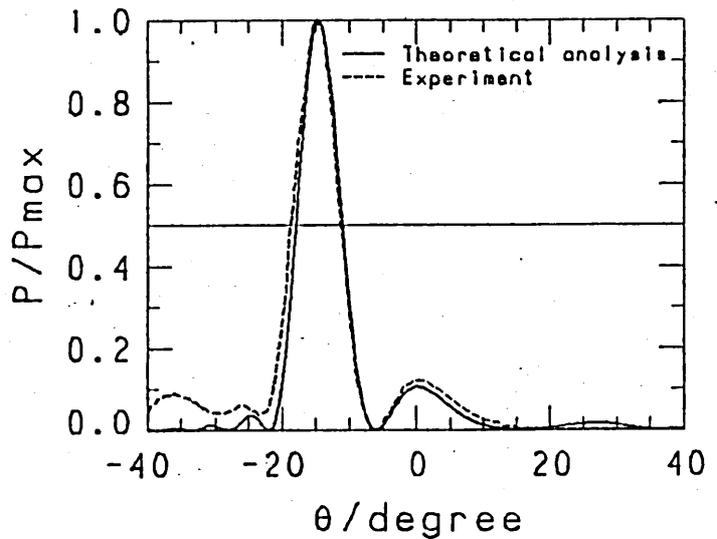
図18は、斜め切り導波管(b)による実験値であり、(1)は式(22)による理論曲線(ただし式(22)の $\theta$ を $\theta + \alpha$ とみよかえてある。)と重ねたもの、(2)は式(24)による理論曲線(ただし式(24)の $\theta$ を $\theta + \frac{\pi}{2} - \alpha$ とみよかえてある。)と重ねたものである。

(1),(2)ともに、メインローブの方向( $\alpha_{20}^0 \approx 15^\circ$ )、形とともに、理論値と実験値が一致しており、特にTE<sub>20</sub>モードの開口面上での電磁界をそのまま仮定した(2)の場合、サイドローブもよく一致している。この結果からも、入力的大部分がTE<sub>20</sub>モードに変換されている事がわかる。ちなみに、図18において半値角は約7.6°となっている。

図17, 図18ともにy方向偏波、すなわち図15で紙面に垂直方向の偏波のパターンであるが、こゝに垂直な偏波( $\theta$ 方向)の放射電力は、-30dB以下である。



(1) 平面波源による近似



(2) TE<sub>20</sub>モード電磁界による近似

図18. 斜め切り導波管からの放射パターン

すなわち、円筒 → 放物筒 → 方形導波管によるモード変換器、  
および方形導波管の斜め切りにより、目的とする直線偏波のTE  
M波が得られている。

## 4. 検討

今回提案した放物筒型  $TE_{20} \rightarrow TE_{10}$  モード変換器および  $TE_{20} \rightarrow TEM$  モード変換器は、試作器による実験結果から、幾何光学的近似を用いて理論的に予想したように動作している事が確認された。ただ今回の実験は、導波管開口からの放射パターンを測定し出力モードを確認する為のもので、モード変換効率を求めていない。これを実験的に求めることは、出力電力をモードごとに分離して測定することが必要であるために困難であるが理論的には 2-2 の終りで述べたようにモードマッピング法などを用いてモード変換効率を求めることが出来る。さらに今回の試作器では、円筒導波管の直径と放物筒導波管の横幅、および方形導波管の横幅をすべて等しくしているが、各導波管の横幅の寸法の関係をどのように選ぶ最適であるかについても、理論的に検討する必要がある。

また、今回は方形導波管の斜め切りにより、電力を空間に放射して、偏波面のそろった TEM 波のビームを得たが、偏波方向のそろった電磁波をオーバーサイズの導波管を用いて  $TE_{10}$  モードとして伝送することが必要な場合もあるので、放物筒型モード変換器で得られた  $TE_{20}$  モードを  $TE_{10}$  モードに変換する必要があり、そこで我々は、図 19 のような方形導波管の折れ曲がりによるモード変換器を考案した。これは、本報告で述べた斜め切り  $TE_{20} \rightarrow TEM$  変換器の開口部に別の方形導波管を

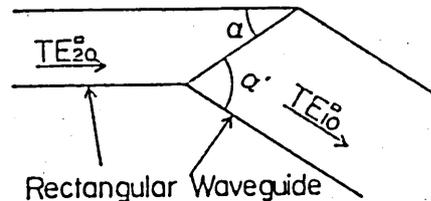


図 19.  $TE_{20} \rightarrow TE_{10}$  変換器

つないだものであり、かなり高効率の変換が期待できる。近々試作器による実験を行い、また理論的にも変換効率を求めた予定である。

最後に、本研究は序論でも述べたように大電力用をめぐっているので、放電の危険性を極力小さくするため、構造的にも突起やギャップなどを避け、簡単な構造で高効率の変換を目標としている。今回の試作器は、多少点でも十分な性能をもつと思うが、実際に大電力による実験も行う必要がある。

### 謝辞

大電力ミリ波の研究にご協力いただいた、京都大学理学部田中茂利教授に感謝します。また、本研究の実験および理論計算において、ご協力下さった京都大学湯川敏信氏、杉山智也氏に感謝します。なお、本研究は、文部省科学研究費によりおこなわれました。

### 参考文献

- 1) 田中茂利、藤道恭：“高電力ミリ波源—ジイロロン—”；応用物理 49, 8, pp 751~759, (1979)
- 2) 堀内、中村、名古、稲田、平井：“放物筒導波管”；信学論, 51-B, 9, pp 446~453, (1968)

(付録1) 平面波の合成によるTE<sub>0</sub>モードの表現

P.7 の(14)式を導く。まず境界を7112考える。φ̃方向の平面波による任意の点 P(x, y, z) における電界は(19)式により与えられるように E<sub>t</sub>(φ̃, r) のみである。この電界を図のように r 方向成分 E<sub>r</sub> と φ 方向成分 E<sub>φ</sub> に分解、φ̃=0 から 2π まで合成すると(よ) P 点における電界が求まる。図に示すような角度の関係より、

$$\begin{aligned}
 E_{\varphi} &= \int_0^{2\pi} E_t(\tilde{\varphi}, r) \cos\left[\frac{\pi}{2} - (\tilde{\varphi} + \delta)\right] d\tilde{\varphi} \\
 &= A e^{-j\beta z} \int_0^{2\pi} e^{-jk_r r \sin(\tilde{\varphi} + \delta)} \sin(\tilde{\varphi} + \delta) d\tilde{\varphi} \\
 &= A e^{-j\beta z} \int_0^{2\pi + \delta} e^{-jk_r r \sin\theta} \frac{e^{j\theta} - e^{-j\theta}}{2j} d\theta \\
 &= \frac{-jA e^{-j\beta z}}{2} \left[ 2\pi J_1(k_r r) - 2\pi J_{-1}(k_r r) \right] \\
 &= jA 2\pi J_0'(k_r r) e^{-j\beta z}
 \end{aligned}$$

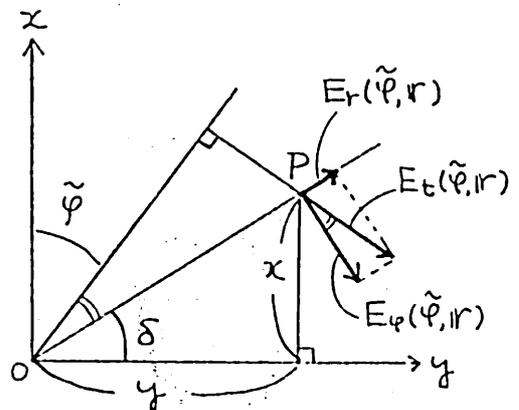
同様 Hansen's Integral (p.6) の  $m=1$  および  $m=-1$  を用いた。同様に、

$$E_r = \int_0^{2\pi} E_t(\tilde{\varphi}, r) \sin\left[\frac{\pi}{2} - (\tilde{\varphi} + \delta)\right] d\tilde{\varphi} = 0$$

$$H_{\varphi} = \int_0^{2\pi} H_t(\tilde{\varphi}, r) \sin\left[\frac{\pi}{2} - (\tilde{\varphi} + \delta)\right] d\tilde{\varphi} = 0$$

$$H_r = \int_0^{2\pi} -H_t(\tilde{\varphi}, r) \cos\left[\frac{\pi}{2} - (\tilde{\varphi} + \delta)\right] d\tilde{\varphi}$$

$$= -jA \frac{2\pi\beta}{\omega\mu} J_0'(k_r r) e^{-j\beta z}$$



(付録2) 放物筒の長さに関する考察

$z=0$ の開口面から出た素平面波成分が、1度目に放物面にあたる座標、および2度目にあたる座標について考察する。

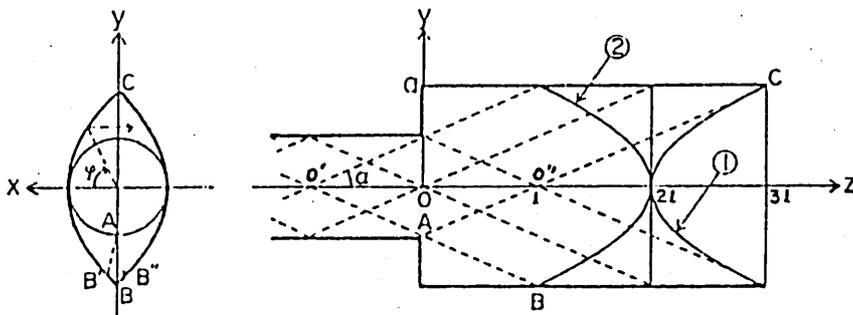
放物面 ( $z$ 軸が焦点、焦点距離  $R = a/2$ ) の式は、

$$\left. \begin{aligned} (1) \quad x &= \frac{-1}{4R} y^2 + R & (x > 0) \\ (2) \quad x &= \frac{1}{4R} y^2 - R & (x < 0) \end{aligned} \right\} (A2-1)$$

対称性から、 $0 \leq \varphi \leq \frac{\pi}{2}$  方向に進む素平面波について考えれば十分である。このとき  $z$  は まず放物面(1)に当り、次に(2)に当る。

開口面から  $\varphi$  方向に出た素平面波のうち、放物面に2度あたるのが最も早いのは、点  $O'$  を通り開口の周辺部を通った成分 ( $O'A$  に相当) で、 $O'$  を出てまず(1)上の点  $P_1(\frac{-1}{4R} y^2 + R, y, z_1)$  にあたり、次に  $xz$  平面に平行に進んで(2)上の点  $P_2(\frac{1}{4R} y^2 - R, y, z_2)$  にあたることになる。  $O' \rightarrow P_1 \rightarrow P_2$  の間の  $z$  方向への移動距離  $d_z$  と、横方向への移動距離  $d_t$  は、次のようになる。

$$\left. \begin{aligned} d_z &= l + z_2 \\ d_t &= \sqrt{\left(\frac{-1}{4R} y^2 + R\right)^2 + y^2} + \frac{-2}{4R} y^2 + 2R = 3R - \frac{y^2}{4R} \end{aligned} \right\} (A2-2)$$



また、反射により、 $z$ 方向の速度と横方向速度の比は保存されるから、

$$\frac{dz}{dz} = \tan \alpha \quad (A2-3)$$

さらに  $R$  と  $l$  の関係は

$$l = \frac{R}{\tan \alpha} \quad (A2-4)$$

(A2-2) ~ (A2-4) から、 $z_2$  と  $Y$  の関係は導くと、

$$z_2 = l \left( 2 - \frac{Y^2}{4R^2} \right) \quad (A2-5)$$

これが曲面②の式である。

曲面①の式は、同様に  $z$  点、 $O''$  を通る成分の軌跡により求められる。  
 (これは図の  $AO''C$  に相当)  $O''$  を出た点  $P_3 \left( \frac{-1}{4R} Y^2 + R, Y, z_3 \right)$   
 における、 $l$  である。

$$\left. \begin{aligned} dz &= z_3 - l \\ dz &= \sqrt{\left( \frac{-1}{4R} Y^2 + R \right)^2 + Y^2} = R + \frac{Y^2}{4R} \end{aligned} \right\} (A2-6)$$

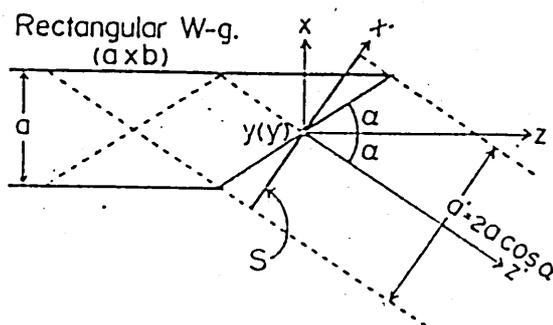
(A2-6), (A2-3), (A2-4) より

$$z_3 = l \left( 2 + \frac{Y^2}{4R^2} \right) \quad (A2-7)$$

これが、曲面①の式である。

(付録3) 平面波源からの放射パターン

右図において、 $z'=0$ の面上の  $x' = \pm a/2$  および  $y' = \pm b/2$  で囲まれた領域  $S$  に次のような平面波源を仮定す。



$$\begin{cases} E_{y'} = E_0 \\ H_{x'} = -\eta E_0 \end{cases} \quad (A3-1)$$

ここで  $\eta = \sqrt{\frac{\epsilon}{\mu}}$  である。

ここで、 $z'$  方向の単位ベクトルを  $n$  とすると、上の電磁界には放射電磁界は、面  $S$  上に次式のような電流源  $J$  および磁流源  $M$  を仮定して計算される。

$$J = n \times H, \quad M = -n \times E \quad (A3-2)$$

すなわち、

$$\begin{cases} J_{x'} = 0, & J_{y'} = H_{x'} = -\eta E_0 \\ M_{x'} = E_{y'} = E_0, & M_{y'} = 0 \end{cases} \quad (A3-3)$$

この電流源および磁流源による点  $P(r, \theta, \varphi)$  におけるベクトルポテンシャル  $A$  および  $F$  は、次のようになる。

$$\begin{aligned} A &= \frac{1}{4\pi r} e^{-jk_0 r} \iint_S J e^{jk_0(x' \cos \varphi + y' \sin \varphi) \sin \theta} dS \\ &= \frac{1}{4\pi r} e^{-jk_0 r} N(\theta, \varphi) \\ F &= \frac{1}{4\pi r} e^{-jk_0 r} \iint_S M e^{jk_0(x' \cos \varphi + y' \sin \varphi) \sin \theta} dS \\ &= \frac{1}{4\pi r} e^{-jk_0 r} L(\theta, \varphi) \end{aligned} \quad (A3-4)$$

すなわち

$$\left. \begin{aligned} A_{y'} &= \frac{1}{4\pi r} e^{-jk'r} N_{y'}(\theta, \varphi), & A_{x'} &= A_{z'} = 0 \\ F_{x'} &= \frac{1}{4\pi r} e^{-jk'r} L_{x'}(\theta, \varphi), & F_{y'} &= F_{z'} = 0 \end{aligned} \right\} \text{(A3-5)}$$

ただし

$$\begin{aligned} N_{y'}(\theta, \varphi) &= -\eta E_0 \int_{-\frac{a'}{2}}^{\frac{a'}{2}} \int_{-\frac{b}{2}}^{\frac{b}{2}} e^{jk'(x'\cos\varphi + y'\sin\varphi)\sin\theta} dy' dx' \\ &= -\eta E_0 \frac{\sin\left(\frac{kb}{2}\sin\varphi\sin\theta\right)}{\frac{kb}{2}\sin\varphi\sin\theta} \frac{\sin\left(\frac{ka'}{2}\cos\varphi\sin\theta\right)}{\frac{ka'}{2}\cos\varphi\sin\theta} \end{aligned}$$

$$L_{x'}(\theta, \varphi) = -\frac{1}{\eta} N_{y'}(\theta, \varphi) \quad \text{(A3-6)}$$

である。従って、次式に代入すれば電磁界が求まる。

$$\left. \begin{aligned} \mathbf{E} &= -j\omega\mu\mathbf{A} - j\frac{1}{\omega\mu}\nabla\nabla\cdot\mathbf{A} - \nabla\times\mathbf{F} \\ \mathbf{H} &= \nabla\times\mathbf{A} - j\frac{1}{\omega\mu}\nabla\nabla\cdot\mathbf{F} - j\omega\varepsilon\mathbf{F} \end{aligned} \right\} \text{(A3-7)}$$

さらに、放射角分布を求めるときは、上式を極座標  $(r, \theta, \varphi)$  で表わし、

$1/r$  に比例する項のみとすればよく、その各成分は次式のようになる。

$$\left. \begin{aligned} E_\theta &= -j\omega\mu A_\theta - j\beta F_\varphi, & H_\theta &= -\eta E_\varphi \\ E_\varphi &= -j\omega\mu A_\varphi + j\beta F_\theta, & H_\varphi &= \eta E_\theta \end{aligned} \right\} \text{(A3-8)}$$

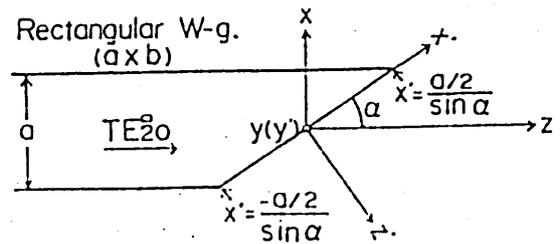
そこで、 $A_{x'} = A_{z'} = 0, F_{y'} = F_{z'} = 0$  であるから

$$\left. \begin{aligned} A_\theta &= A_{y'}\sin\varphi\cos\theta, & F_\theta &= F_{x'}\cos\varphi\cos\theta \\ A_\varphi &= A_{y'}\cos\varphi, & F_\varphi &= -F_{x'}\sin\varphi \end{aligned} \right\} \text{(A3-9)}$$

従って (A3-5) ~ (A3-9) より (21) 式を得る。

(付録4) TE<sub>20</sub>モードの斜め切り開口からの放射パターン

右図のように座標系ΣとΣ'と、(x, y, z)座標系を用い、  
 2. TE<sub>20</sub>モードの電磁界は  
 次式で表わす。



$$\begin{cases} E_y = E_0 \sin\left(\frac{2\pi x}{a}\right) e^{-j\beta z} \\ H_x = -\eta \sqrt{1 - \left(\frac{\lambda}{a}\right)^2} E_y \\ H_z = j\eta \frac{\lambda}{a} E_0 \cos\left(\frac{2\pi x}{a}\right) e^{-j\beta z} \\ E_x = E_z = 0, H_y = 0 \end{cases}$$

(A4-1)

ただし  $\beta = \frac{2\pi}{\lambda} \sqrt{1 - \left(\frac{\lambda}{a}\right)^2}$ ,  $\eta = \sqrt{\frac{\epsilon}{\mu}}$  である。

これを (x', y', z') 座標で表わし、x'y'面上 (z'=0) における電磁界を求め、座標の回転により

$$\begin{cases} x = x' \sin \alpha - z' \cos \alpha \\ y = y' \\ z = x' \cos \alpha + z' \sin \alpha \end{cases} \quad (A4-2)$$

であるから、z'=0 における電磁界は

$$\begin{cases} E_y = E_0 \sin\left(\frac{2\pi \lambda}{a} x'\right) \exp\left[-j2\pi \lambda \left(\frac{1}{\lambda} - \frac{1}{a}\right) x'\right] \\ H_x = -\eta \sqrt{1 - \left(\frac{\lambda}{a}\right)^2} E_y \\ H_z = j\eta \frac{\lambda}{a} E_0 \cos\left(\frac{2\pi \lambda}{a} x'\right) \exp\left[-j2\pi \lambda \left(\frac{1}{\lambda} - \frac{1}{a}\right) x'\right] \end{cases}$$

(A4-3)

$$E_{y'} = E_y$$

$$H_{x'} = H_x \sin \alpha + H_z \cos \alpha$$

$$= -\gamma \frac{\lambda}{a} \sqrt{1 - \left(\frac{\lambda}{a}\right)^2} E_0 \left\{ \sin\left(\frac{2\pi\lambda}{a^2} x'\right) - j \cos\left(\frac{2\pi\lambda}{a^2} x'\right) \right\} \\ \times \exp\left[-j2\pi\lambda\left(\frac{1}{\lambda^2} - \frac{1}{a^2}\right)x'\right]$$

すなわち

$$\begin{cases} E_{y'} = \frac{j}{2} E_0 \left\{ \exp\left[-j\frac{2\pi}{\lambda} x'\right] - \exp\left[j2\pi\lambda\left(\frac{2}{a^2} - \frac{1}{\lambda^2}\right)x'\right] \right\} \\ H_{x'} = j\frac{\lambda}{a} \eta' E_0 \exp\left[j2\pi\lambda\left(\frac{1}{a^2} - \frac{1}{\lambda^2}\right)x'\right] \end{cases} \quad (\text{A4-4})$$

$$\text{ただし } \eta' = \sqrt{1 - \left(\frac{\lambda}{a}\right)^2} \eta$$

となる。従つて、 $x'y'$ 面上に次のような電流源 $J$ および磁流源 $M$ を仮定する。

$$\begin{cases} J_{x'} = 0 & J_{y'} = H_{x'} \\ M_{x'} = E_{y'} & M_{y'} = 0 \end{cases} \quad (\text{A4-5})$$

この電流源および磁流源によるベクトルポテンシャル $A, F$ は、(付録3)の(A3-4)(A3-5)と同じ式で表わされる。ただし、

$$\begin{cases} N_{y'}(\theta, \varphi) = \int_{-\bar{x}}^{\bar{x}} \int_{-\frac{b}{2}}^{\frac{b}{2}} H_{x'} \exp[jk(x'\cos\varphi + y'\sin\varphi)\sin\theta] dy' dx' \\ L_{x'}(\theta, \varphi) = \int_{-\bar{x}}^{\bar{x}} \int_{-\frac{b}{2}}^{\frac{b}{2}} E_{y'} \exp[jk(x'\cos\varphi + y'\sin\varphi)\sin\theta] dy' dx' \end{cases}$$

$$\text{すなわち } \bar{x} = a/2 \sin \alpha = a^2/2\lambda \quad (\text{A4-6})$$

これを計算すると、次式を得る。

$$\begin{cases} A_{\psi}' = j \frac{e^{-jk_1 r}}{4\pi r} E_0 a b \cdot f_1(\theta, \varphi) \cdot f_2(\theta, \varphi) \cdot \frac{\cos \varphi \sin \theta - 1}{2 \left(\frac{a}{\lambda}\right)^2 \cos \varphi \sin \theta - 1} \\ F_{\lambda}' = j \frac{e^{-jk_1 r}}{4\pi r} E_0 \lambda b \cdot f_1(\theta, \varphi) \cdot f_2(\theta, \varphi) \cdot \frac{1}{2 \left(\frac{a}{\lambda}\right)^2 \cos \varphi \sin \theta - 1} \end{cases} \quad (A4-7)$$

代入 (3)

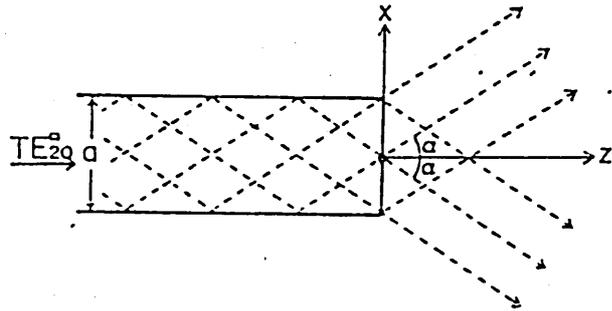
$$\begin{cases} f_1(\theta, \varphi) = \frac{\sin \left[ \left(\frac{a}{\lambda}\right)^2 (\cos \varphi \sin \theta - 1) \right]}{\left(\frac{a}{\lambda}\right)^2 \pi (\cos \varphi \sin \theta - 1)} \\ f_2(\theta, \varphi) = \frac{\sin \left[ \frac{\pi b}{\lambda} \sin \varphi \sin \theta \right]}{\frac{\pi b}{\lambda} \sin \varphi \sin \theta} \end{cases} \quad (A4-8)$$

代入 (A4-7) (A3-9) 及 (A3-8) 得 (1) (2) (3) (4) 式。证得。

(付録5)  $TE_{20}$ モードの方形導波管開口からの放射パターン

右図のように座標系をとると、 $TE_{20}$ モードの電磁界は次式で表わされる。

$$\begin{cases} E_y = E_0 \sin\left(\frac{2\pi x}{a}\right) e^{-j\beta z} \\ H_x = -\eta \sqrt{1 - \left(\frac{\lambda}{a}\right)^2} E_y \\ H_z = j\eta \frac{\lambda}{a} E_0 \cos\left(\frac{2\pi x}{a}\right) e^{-j\beta z} \\ E_x = E_z = 0, H_y = 0 \end{cases} \quad (A5-1)$$



ただし  $\beta = \frac{2\pi}{\lambda} \sqrt{1 - \left(\frac{\lambda}{a}\right)^2}$ ,  $\eta = \sqrt{\frac{\epsilon}{\mu}}$  である。

従って、 $x-y$ 面上に次のような電流源  $J$  および磁流源  $M$  を仮定する。ただし  $n$  は  $z$  方向の単位ベクトルである。

$$J = n \times H, \quad M = -n \times E$$

すなわち

$$\begin{cases} J_x = 0, \quad J_y = H_x|_{z=0} = -\eta' E_0 \sin\left(\frac{2\pi x}{a}\right) \\ M_x = E_y|_{z=0} = E_0 \sin\left(\frac{2\pi x}{a}\right), \quad M_y = 0 \end{cases} \quad (A5-2)$$

従って、ベクトルポテンシャル  $A$  および  $F$  は、

$$\begin{cases} A_y = \frac{1}{4\pi r} e^{-jkr} N_y(0, \varphi), \quad A_x = A_z = 0 \\ F_x = \frac{1}{4\pi r} e^{-jkr} L_x(0, \varphi), \quad F_y = F_z = 0 \end{cases} \quad (A5-3)$$

ただし

$$\begin{cases}
 L_x(\theta, \varphi) = E_0 \int_{-\frac{a}{2}}^{\frac{a}{2}} \int_{-\frac{b}{2}}^{\frac{b}{2}} \sin\left(\frac{2\pi x}{a}\right) e^{jR(x\cos\theta + y\sin\theta)\sin\theta} dx dy \\
 = -j \frac{a^2 b}{\lambda} E_0 \frac{\sin\left(\frac{\pi a}{\lambda} \cos\theta \sin\theta\right) \sin\left(\frac{\pi b}{\lambda} \sin\theta \sin\theta\right)}{\frac{\pi a}{\lambda} \cos\theta \sin\theta \quad \frac{\pi b}{\lambda} \sin\theta \sin\theta} \frac{\cos\theta \sin\theta}{1 - \left(\frac{a}{\lambda} \sin\theta \cos\theta\right)^2} \\
 N_y(\theta, \varphi) = -\eta' L_x(\theta, \varphi) \quad (A5-4)
 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \text{由 (A3-8), (A3-9) 得 } A_y = -\eta' F_x \text{ 代入 (A5-4) 得}$$

$$\begin{cases}
 E_\theta = j F_x \frac{2\pi}{\lambda} \sin\theta \left( \frac{\eta'}{\eta} \cos\theta + 1 \right) \\
 E_\varphi = j F_x \frac{2\pi}{\lambda} \cos\theta \left( \frac{\eta'}{\eta} + \cos\theta \right) \quad (A5-5)
 \end{cases}$$

从而由 (26) 式可得

RS82-14

半導体のレーザーアニール  
— 時間分解光透過特性 —

神戸大学 工学部

山崎弦一 太田順道 山田正良 阿部謙治

放射科学研究会資料

昭和57年9月24日

# 半導体のレーザーアニール — 時間分解光透過特性 —

神戸大学 工学部 山崎弦一 太田順道 山田正良 阿部謙治

## 1. 序論

Schawlow と Townes [ 1 ] の光メーザの提案 ( 1958 年 ) に基づく Maiman [ 2 ] のルビーレーザー発振成功後、レーザーと物質との相互作用に関する研究が始まったのは 1964 年頃です [ 3, 4 ]。その後、多くの研究者たちによって、高出力レーザー照射による物質の物理的性質あるいは構造変化が見出されています。高出力レーザー照射による半導体処理の具体的な応用例としては、スクライビング、トリミング、マーキング等の機械的加工が挙げられます。本論文で取扱う“レーザーアニール”は、イオン注入したシリコンの表面損傷 ( 非晶質 ) 層が高出力のパルスレーザーあるいは連続発振 ( CW ) レーザーの照射によって回復 ( 再結晶 ) し、イオン注入不純物が電気的に活性化するので、通常の電気炉アニールに対応して、名付けられた言葉です。レーザーアニールは、1975 年頃より、ソ連の研究者達によって一連の研究が進められていましたが、1978 年頃より、アメリカを中心にして基礎から応用に至る広範囲な研究が開始されて、一躍、世界中の研究者達から注目を浴びるようになりました [ 5 ]。この新しい半導体プロセス技術としてのレーザーアニールは、当初、イオン注入層の電気炉アニールの代替技術として出発したのですが、現在では、結晶成長、酸化拡散、合金形成などにも応用されるようになってきています [ 5-8 ]。

レーザーアニールの方法は、照射時間の長短によって、

- ( 1 ) ルビーレーザーのようなパルスレーザーを用いて瞬時に行なうパルスレーザーアニール法 ( 照射時間  $< 1 \mu\text{sec}$  ) と、
- ( 2 ) アルゴンレーザーのような連続発振 ( CW ) レーザーを走査させて行なう CW レーザーアニール法 ( 照射時間  $> 1 \text{msec}$  )

とに大別することができます。 これらいずれの方法も、電気炉アニール法に比べて、(1)短時間で、(2)局所的にアニールできることを特徴としています。

レーザーアニール、特に、CWレーザーアニールは、照射されたレーザーエネルギーが半導体に吸収され、照射部分の温度が上昇する結果、通常の電気炉アニールで起こる固相成長あるいは液相成長と同様な現象と見なすことができます。しかし、パルスレーザーアニールのように非常に短時間でアニールが起こる場合は、単純な熱的現象として見なせるかどうかは議論の余地があり、現在、激しい論争的的となっています。この論争の端緒となったのは、IBMのVan Vechten [9-10] が、非熱的モデルとして、プラズマアニリングモデルを提唱したことに始まります。このモデルは、レーザーによって励起された電子-正孔プラズマ密度が  $2 \times 10^{19} \text{ cm}^{-3}$  をこえると、電子-正孔とフォノンとの相互作用が弱まり、励起エネルギーはプラズマ中に止どまり、TAフォノンがソフト化し、二次相転移が起こるとする説です。Lo と Compaan [11,12] は、パルスレーザーアニール時の時間分解ラマン散乱スペクトルを測定した結果、レーザー照射部分の温度は  $300^\circ\text{C}$  程度にしか上昇しないことを見出し、プラズマモデルを支持しています。山田ら [13-15] は、パルスレーザーアニール時の4端子法による時間分解電気伝導度を測定した結果と、レーザーアニール後のSO S (silicon-on-sapphire) 試料のラマン散乱による評価から、非熱的過程が重要であると指摘しています。しかし、Larson ら [16] は時間分解X線ブラッグ散乱測定、Galvin ら [17] は2端子法による時間分解電気抵抗の測定、Stritzkerら [18] は熱発原子の速度分布の測定、Liuら [19] は放出電子の速度分布の測定から、非熱的過程は重要ではなく、単純な熱的モデルが正しいと主張しています。一方、理論面では、Bok [20] は、シリコンのような四面体結合結晶の格子不安定性を論ずるに便利な結合電荷モデル [21] を用いて、レーザー照射下のシリコンの溶融温度を計算した結果、融点は電子-正孔プラズマ密度に強く依存し、 $8 \times 10^{21} \text{ cm}^{-3}$  以下では、一次相転移が支配的であると主張しています。最近、Biswas と Ambegaokar [22] は、高密度の電子-正

孔対が存在する場合のシリコンのフォノンのバンド構造を計算し、電子-正孔密度が  $10^{21}/\text{cm}^3$  を越えると、TAフォノンが急激にソフト化することを見出しています。

- パルスレーザーアニールの物理的機構を解明するには、図1に示すように、
- (1) レーザから放出される光子系のエネルギーが、どのように電子-正孔系に吸収され、蓄積されるのか、
  - (2) また、生成された電子-正孔とフォノンとが、どのように相互作用し、電子-正孔系のエネルギーをフォノン系に移すか、
  - (3) さらに、どのようなフォノン-フォノン相互作用を経て、いつ、熱平衡状態になるのか、

を詳細に調べる必要があります。このようなパルスレーザーアニール時の種々の現象を調べる最も有力な方法は、その半導体の瞬間的な光学特性を測定することです。プローブ光としてHe-Neレーザー等のCWレーザーを用いて、反射光が瞬間的に増加することが見出されています [ 23, 24 ]。

この高反射時、すなわち、アニール時の光学的性質を調べるため、SOS試料を用いて、可視光領域の時間分解透過実験が行なわれています [ 25-28 ]。しかし、レーザーアニール時の半導体の光学的性質のすべては未だ明らかにされていません。

本論文では、この光学的性質の一部として、(1) 結晶SOS (c-SOS) における高強度レーザー光の非線形透過 [27]、(2) イオン注入により非晶質化したSOS (a-SOS) のパルスレーザーアニール時の時間分解光透過 [28]、

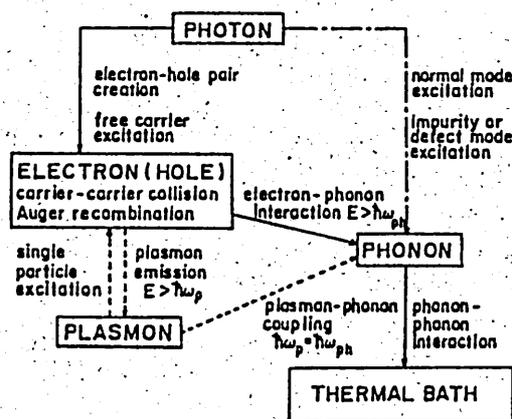


図1. パルスレーザーアニール時の光子系から格子系へのエネルギー遷移過程

(3) 高強度レーザー照射下のc-SOSの光透過スペクトルについて、報告します。

## 2. 結晶SOS (c-SOS) における高強度レーザー光の非線形透過 [27]

### 2A. 実験方法

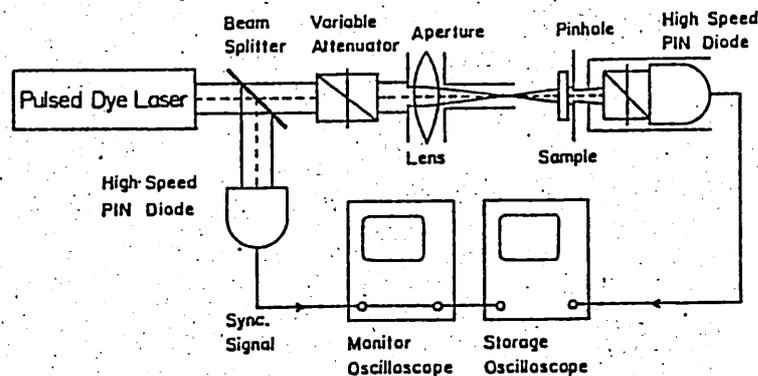


図2. 実験装置の配置図

実験に用いたc-SOS試料は、厚さ  $0.6\mu\text{m}$  のシリコン単結晶薄膜を通常のCVD法で(1102)サファイア基盤上に作製した市販のSOSウェーハです。サファイア基盤裏面は、光が散乱しないように、 $0.3\mu\text{m}$  径のアルミナ粉末を用いて光学的に研磨しました。実験装置の配置図を図2に示します。アニールに用いたレーザーはCANDELA社製のSLI-100A型フラッシュランプ励起色素レーザーです。色素としてはロータミン6Gを用いました。その発振波長は約 $590\text{nm}$ で、パルス幅は約 $250\text{ns}$ です。レーザーは、一定出力で発振させ、照射強度を変化させるための校正済みのフィルターを通して、研磨したサファイア面からシリコン膜に照射しました。シリコン膜上でのレーザービーム径は約 $2\text{mm}$ です。照射強度は、ビームスプリッターを通過して来た光をPINフォトダイオードで検出し、オシロスコープで観測しました。

SOS 試料は、そのシリコン面を 0.5mm 径のピンホール板に密着して取付けたのち、それを精密 x-y-z 微調器に取付けました。ピンホールを通過するレーザー透過光のみを、もう一つの PIN フォトダイオードを用いて検出し、YHP 1741A 型ストレージオシロスコープで観測しました。c-SOS 試料の代わりに a-SOS 試料を取付けてアニールし、ピンホールとアニール部分が完全に重なるように、微調器で精密に試料位置を決めました。アニール部分の大きさと均一性は、光透過特性と偏光 Raman 散乱測定で調べました。その結果、何らの不均一性も見出されず、アニール径はピンホール径に比べて充分大きいことが確認できました。ピンホール以外から漏れ出てくる光については、充分注意し、c-SOS 試料のかわりに厚さ 0.4mm のバルクシリコンウェーハを使って、漏れ出てくる光が無いことを、確認しました。

## 2B. 実験結果と考察

図3に、波長590nmの励起パルスと透過光の典型的なオシロスコープ波形が示されています。この図より、照射エネルギー密度が  $0.17 \text{ J/cm}^2$  程度と弱いときには、透過光は、励起パルス波形とほぼ同じ形をしています。照射エネルギー密度が増加してきますと、透過波形は、励起パルスの照射後数10nsecの間に急激な減少を示し、その後、飽和していくことがわかります。ここで注目すべき事は、透過波形は決してゼロにはならず、ある程度残っていることです。

又、照射エネルギー密度が  $2.7 \text{ J/cm}^2$

のときにみられるこぼは、高エネルギーのレーザー照射によって、シリコン層に

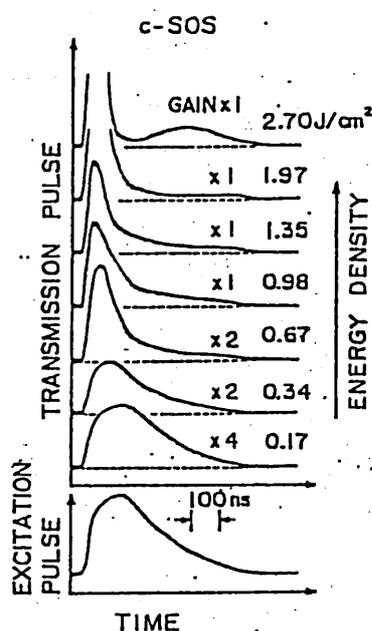


図3. パルスレーザー波形及び透過光パルス波形

穴があいたためであることが、顕微鏡観察からわかりました。励起パルス強度が弱いときには、シリコンの光吸収のプロセスは、照射光子のエネルギーが直接バンドギャップよりも小さく、間接バンドギャップよりも大きいので、フォノンの吸収あるいは放出を伴う、価電子帯の結合状態から伝導帯の非結合状態への、電子の間接遷移によるものであることはよく知られています。しかし、高励起時の透過パルス光の減少と飽和は、通常の間接吸収の他に、別の光吸収プロセスがあることを示しています。

さて、これらの特徴は、透過係数（あるいは吸収係数）によって、もっと簡単に議論ができます。励起強度  $I_0(t)$  と透過強度  $I_t(t)$  の比として定義される時間分解の透過係数は、図3に示したオッシロスコ

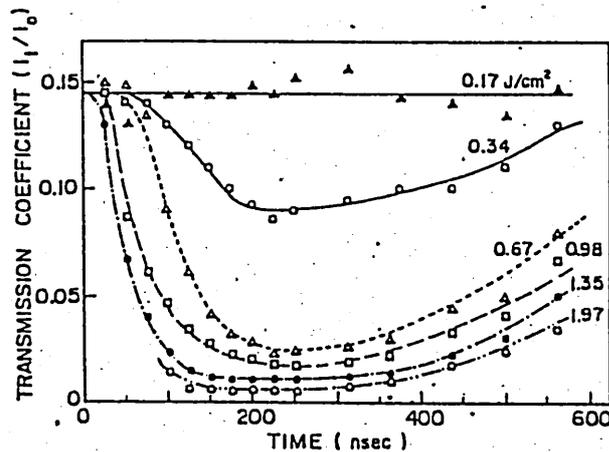


図4. 透過係数の時間依存性

ープ波形より計算できます。その結果が、励起エネルギー密度をパラメータにして、図4にプロットされています。この図より、弱励起の時には時間分解透過係数には変化がなく、間接遷移による光吸収プロセスに変化がない事がわかります。一方、高励起のときには、時間分解透過係数は急激な減少を示し、その後、数100nsec に渡って最小値（ゼロではない）を維持し、最終的に、励起パルスの緩やかな減衰よりもゆっくりとした回復を示します。さらに励起エネルギー密度を強くすれば、透過係数の減少は急激になり、その回復もよりゆっくりしたものとなります。

次に、パルス励起中の透過係数の最小値が励起エネルギー密度の関数として

図5に示されています。図より、励起エネルギー密度が増せば、最小透過係数は指数関数的に減少し、エネルギー密度が約  $1 \text{ J/cm}^2$  あたりに飽和し始める事がわかります。この透過係数の減少は、自由キャリア吸収によるものであろうと、我々は考えています。なぜなら、間接遷移によって、電子が価電子帯に正孔を残し伝導帯に励起

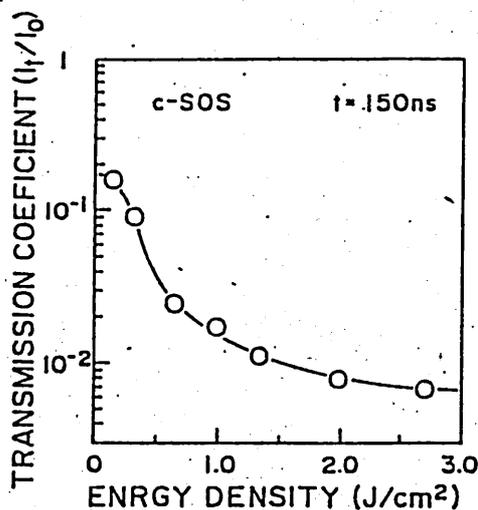


図5. 最小透過係数の照射光強度依存性

されれば、自由キャリア吸収が可能となるからです。自由キャリア吸収は、伝導帯の谷にある電子が、フォトンの吸収、そしてフォノンの吸収あるいは放出によって、同じ谷のより高いエネルギー状態に遷移するというプロセスです。同様なプロセスが、価電子帯にある正孔についても起こります。通常、間接吸収の起こる割合は、自由キャリア吸収の起きる割合よりも大きいものです。しかし、間接吸収の起きる割合は、伝導帯における占有された電子状態の数が増えるにつれて減少します。一方、自由キャリア吸収の起きる割合は、伝導帯（価電子帯）の電子（正孔）の数が増えるにつれて増加します。さらに、照射エネルギー密度  $1 \text{ J/cm}^2$  以上で見られる透過係数の飽和も強いレーザー励起による、熔融シリコン層の形成によるものと言うよりは、むしろ、レーザー照射によって生じた自由キャリア吸収の飽和によるものと考えられます。もし、 $0.6 \mu\text{m}$  のシリコン層が、強いパルス励起によってすべて熔融すると仮定すれば、通常のシリコンの吸収係数  $\alpha$  [29] を用いれば、 $\alpha d = 60$  という大きな値になります。又、たとえシリコン層の  $1/10$  が熔融したとしても、 $\alpha d$  の値は、飽和したときの透過係数  $10^{-2}$ 、反射率  $R = 0.7$  としたときの  $\alpha d$  の値 ( $1.5$ ) よりも大きな値となります。しかし、イオン注入によって形成された  $100\text{-}300 \text{ nm}$  の厚さの

非晶質シリコン層が、同じエネルギー密度領域でのパルスレーザーアニールによって再結晶化する事がわかっています [13]。従って、以上の実験結果からは、溶融シリコン層の存在を示す何らの証拠も得られませんでした。最近、Compaanのグループ [25, 26] は同じ結論に達し、厚さ70 $\mu\text{m}$ 内に閉じこめられたプラズマの存在を示唆しています。しかし、間接バンドギャップ以上のフォトンエネルギーの領域での、被等の、励起光およびプローブ光の透過測定では $\alpha d = 5$ となり、この値は50nmの厚さの溶融シリコン層が存在する時の値とほぼ同じになります。現段階では、我々は、その様な自己閉込めされたプラズマの証拠を得ていません。これは、我々の場合には、プラズマの閉込めは、Compaanの場合よりもかなり弱いからだと思われます。なぜなら、比較的長いパルス照射 (250nsec) に対して、単位時間あたりのキャリアの発生率は、同じエネルギー密度での短いパルス (8nsec) に対しては数十分の1となり、従って励起プラズマ密度は、短いパルスの場合と比較して数十分の1となっていると考えられます。しかし、ある程度の密度のプラズマは、極端に狭い領域に閉込められる事はありませんが、吸収飽和のために、SOSの薄膜中に均一に分布するようになります。これは、アニールされたSOS中の残留歪みのラマン散乱による研究からも明らかです [14, 30]。

### 3. イオン注入により非晶質化したSOS (a-SOS) のパルスレーザーアニール時の時間分解光透過 [28]

#### 3A. 実験方法

実験に用いた試料は、先の実験でも用いたSOSウエーハに、Si<sup>+</sup>イオンを180keVを注入して非晶質化したものです。ドーズ量は、 $1 \times 10^{16}$ 、 $3 \times 10^{15}$ 、 $1 \times 10^{15}$ 、 $3 \times 10^{14}$  cm<sup>2</sup> です。主に用いた試料のドーズ量は、 $1 \times 10^{15}$  cm<sup>2</sup> ですが、他のドーズ量の試料においても基本的に同じ結果が得られました。そのほかの実験手順については、2Aで述べた方法と同じです。

### 3B. 実験結果と考察

実験結果は、2Bで述べたc-SOSの場合と同様なまとめ方をしました。図6に励起パルスと透過光のオシロスコープ波形を示しています。弱励起の時には ( $0.17 \text{ J/cm}^2$  以下)、透過光の波形は励起パルスの波形とほぼ同じ形をしており、非線形な光吸収プロセスは現れていません。しかし、レーザーエネルギー密度が増加してきますと、透過光の波形は励起パルスの波形とは異なってきます。すなわち、励起パルスの印加後数10nsecで急激に立上って、すぐに減衰し飽和するようになります。又、この場合もc-SOSの場合と同様、透過係数は決してゼロにはならず、ある値を保っています。さ

らに、 $2.64 \text{ J/cm}^2$  でアニールしたときに見られるこぶも、顕微鏡観察により、Si層に穴があいているためだという事がわかりました。

図7に、図6より計算した時間分解透過係数を示します。

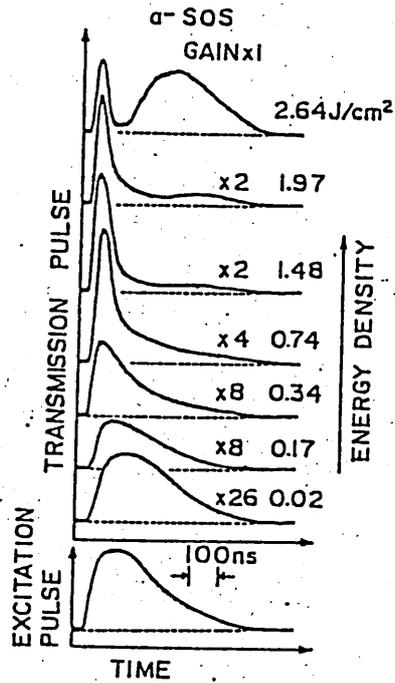


図6. パルスレーザー波形及び透過光パルス波形

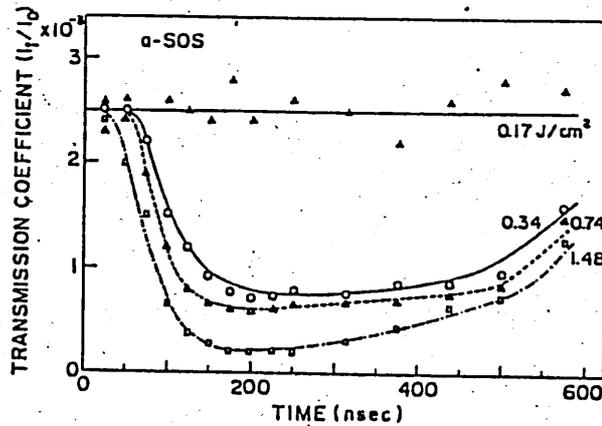


図7. 透過係数の時間依存性

やはり、c-SOS同様、光強度の強い場合には、透過係数は急激に減少しています。

図8は、最小透過係数の光強度依存性を示しています。これも同様な傾向を示しており、約  $1 \text{ J/cm}^2$  以上になると減少せず、飽和の傾向をしめしています。以上、a-SOSの結果は、c-SOSの結果とはほぼ同じ傾向が得られました。異なっている点は、最小透過係数の値が結晶に比べて約 2桁低いとい

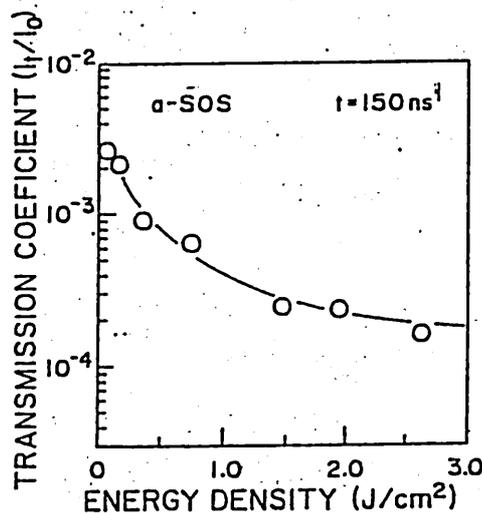


図8. 最小透過係数の照射光強度依存性

うことですが、これは元々a-SOSの吸収係数の方がc-SOSよりも大きいということによるのではないかと考えられます。しかし、レーザー照射の効果がSi層全体に及んで、溶融しているとするならば、a-SOSとc-SOSの最小透過係数は一致するはずであるが、一致していないのは溶融していないことを示唆していると思われる。具体的には、a-SOSの最小透過係数は  $\sim 10^{-4}$  です。前述のように  $R = 0.7$  と仮定して  $\alpha d$  を求めると、 $\alpha d = 6.8$  となります。Si層全体が溶けているとすると、 $\alpha d = 60$ 、イオン注入層 ( $\sim 300 \text{ nm}$ ) だけが溶けたとすれば、 $\alpha d = 10$  となり実験値と一致しません。

最近、カルコゲナイドアモルファス半導体で観測される光構造変化に関連して、無秩序半導体のバンド間吸収スペクトルが、コヒーレントポテンシャル近似のもとに計算されました[31]。その計算では、 $k$  選択則だけでなく、無秩序なことに起因するバンドのポテンシャルの揺らぎに関連した、ランダムさの空間的相互関係も考慮して、状態密度と振動強度の役割を明らかにしています。

これによれば、ランダムさの負のバンド間相互関係を導入することにより、すなわち、ポテンシャルのゆらぎが伝導帯と価電子帯で平行でない成分が増す

と、吸収端の赤色偏移が起こる（吸収が増加する）という結果を報告しています。今の場合、パルスレーザアニール時の高密度の電子-正孔プラズマが、伝導帯のゆらぎのエネルギーを減少させ、価電子帯のゆらぎのエネルギーを増加することによって、負の相互関係が成立し吸収が増加したのではないかと考えられます。

#### 4. 高強度レーザ照射下のc-SiSOSの光透過スペクトル

これまででは、パルスレーザアニール時におけるパルスレーザ自身の透過光を調べてきましたが、ここでは、プローブ光として白色光を用い、それをサンプルに照射して、その透過光を分光して時間分解測定をした結果について報告します。

##### 4 A. 実験方法

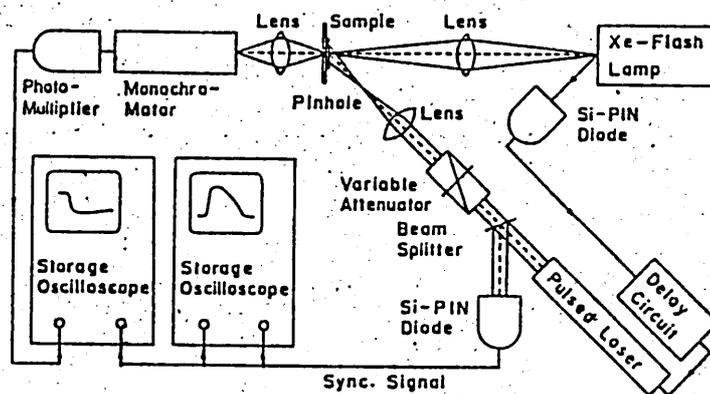


図9. 白色光による実験の配置図

試料は、2Aで述べたc-SiSOSです。図9に、実験装置の配置図を示します。プローブ光に用いる白色光は、高輝度のものが必要とされるので、Xe

フラッシュランプを使用しました。このランプのパルス幅は、約 0.5msecで、パルスレーザのそれよりかなり長くなっています。従って、アニール現象の生じる時間域では、このフラッシュランプはほぼ連続光と見なせます。実際には、フラッシュは、光を放出して約 100~200 $\mu$ sec後に光量が最大かつ平坦となるので、フラッシュ光を高速のSi PINフォトダイオードで受光後、すぐにその出力をパルスレーザ制御装置中の遅延回路に入力し、約 150 $\mu$ secの遅れをつけてパルスレーザが発振するように調整しました。この結果、数 $\mu$ secのオーダーまで、フラッシュランプの光は、ほとんど時間的に変化しない光信号となります。パルスレーザ発振後の同期系、測定系はこれまでと同様です。パルスレーザは、試料に対して垂直方向から約 20°の角度で入射しており、レーザビームは、試料直後の 0.5mm径のピンホールが中心にくるように調整しています。また、試料は、パルスレーザを照射する毎に場所を変えて未照射の部分で測定するようにしました。フラッシュランプからの光は、レンズで集光し、試料に垂直に照射させ、0.5mm径のピンホールから出てきた透過光をふたたび集光して分光器(可視~赤外用; JOBIN YVON製 J. 20-IR)に入れて、その透過光を分光して測定しました。スリットは 1mmで、分解能は8nmです。透過光の検出には、光電子増倍管(可視~近赤外用; HITACHI-R376)を用いました。立ち上がり時間は約20nsecで、レーザパルスの幅に比べて充分短いものです。光電子増倍管で検出した時間分解透過光は、ストレージスコープで観測しました。又、実験に当たっては、測定系外部からの光の漏れに特に注意を払いました。

#### 4 B. 実験結果と考察

図10に時間分解透過光波形の照射光強度依存性を示しています。波長は 500nmと700nmの2つについて示しました。この図より、光強度が弱い場合には、透過光はほとんど変化しないが、強度を増加していくにつれて過渡的に減少していくのがわかります。これは、前節で示したレーザパルス自身の透

過光が減少する現象に一致し、非線形な光吸収が生じている事がわかります。  $\lambda = 500\text{nm}$  と、 $700\text{nm}$  の両方の場合において同じ傾向が得られています。しかし、波形を比べると異なっており、 $700\text{nm}$  の場合の方が、透過光の回復過程が早い事がわかります。

次に、図10から、 $t = 200\text{nsec}$  の時と、透過係数がほぼ最小である  $t = 400\text{nsec}$  の場合における透過係数の光強度依存性を求め、結果を図11に示します。この図より、

前節とほぼ同じ結果が出ているのがわかります。すなわち、光強度が強

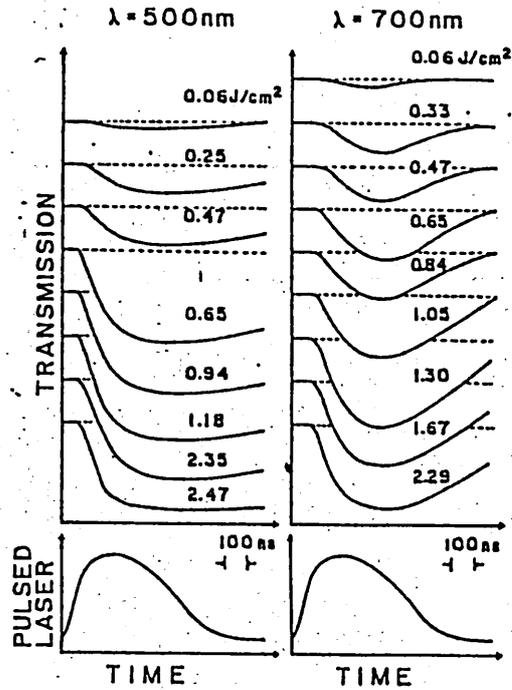


図10. 時間分解透過光波形の光強度依存性

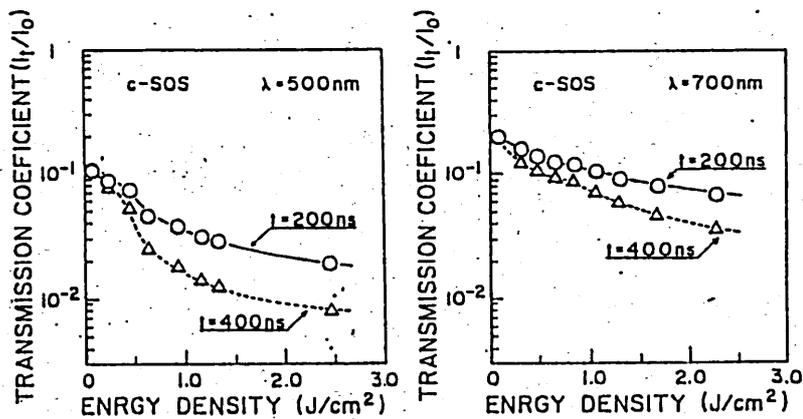


図11. 最小透過係数の照射光強度依存性

くなるにしたがい、透過係数は減少していき、約  $1\text{ J/cm}^2$  以上になるとやや飽和の傾向を示しています。  $\lambda = 500\text{ nm}$  の時最小透過係数は、図より約  $10^{-2}$  で、レーザーパルス ( $\lambda = 590\text{ nm}$ ) で測定した時とよく一致しています。ところが、 $\lambda = 700\text{ nm}$  の時は  $5 \times 10^{-2}$  で、 $\lambda = 500\text{ nm}$  の場合に比べて大きな値となっており、強度による変化の割合もかなり小さくなっています。

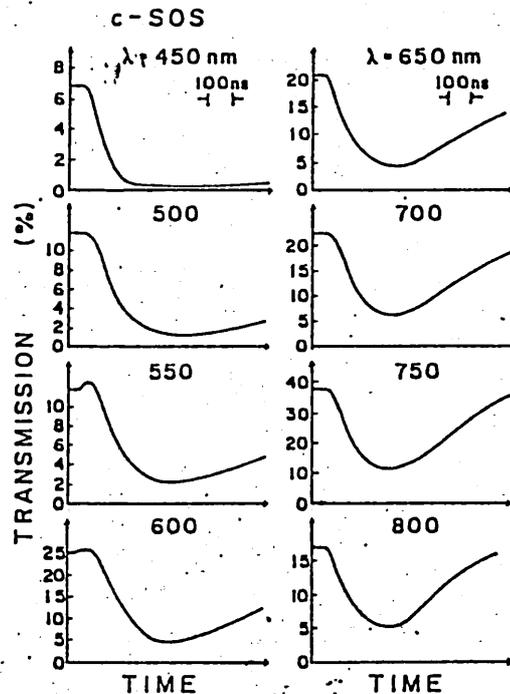


図 12. 時間分解透過光波形の波長依存性

次に、一定の照射光強度 (約  $1.7\text{ J/cm}^2$ ) で照射し

たときの、透過光波形の波長依存性について、図 1-2 に示します。図を見ると、透過波形の減少の仕方は、どの波形においても大差はありません。  $\lambda = 550\text{ nm}$  と  $600\text{ nm}$  においては、早い時期に透過が少し上昇していますが、これはパルスレーザーの漏れによるものと思われる。なぜなら、分光器の分解能は約  $8\text{ nm}$  で、発振波長は約  $590\text{ nm}$  ですから、照射光強度のかなり強いパルス励起光は、漏れてくるからです。また、透過光の回復過程は、長波長側に行くほど早くなっていることがわかります。

以上の結果を明らかにするために、透過光スペクトルの時間変化を考えました。その結果を図 1-3 (a)、(b) に示します。(a) 図は、パルスレーザー照射後  $400\text{ nsec}$  までのスペクトルで、(b) 図は、それ以降のスペクトルです。プロットする際には、吸収係数  $\alpha$  との対応性を考えて、透過係数  $T$  に自然対数  $\ln$  をとりました。まず、(a) 図からは、スペクトルは時間がたつ

につれて上昇していくのがわかります。すなわち、吸収が徐々に大きくなっています。ここで、プロットにはばらつきが見られるのは、SOSのSi膜が薄いために干渉の効果が出ていたためだと考えられます。一方(b)図からは、スペクトル緩和過程がわかり、長波長側から緩和していることがわかります。スペクトルが定常状態に比べ変化していますから、パルスレーザーアニール時には、バンド構造そのものが変化しているものと予想されます。このバンド構造の変化については、電子-正孔プラズマ密度の増大に伴う電子温度の上昇により、熱力学的にバンドギャップが減

少しているのか[32]、あるいは、単に格子温度が上昇することによって、バンドギャップが減少しているのか、明らかではありません。しかし、前節で検討したように、透過率の実験値と熔融Siの値を比較すると全く一致しません。また、熔融Siにおいては、吸収係数は、 $\lambda = 0.4 \sim 1.0 \mu$ で $\alpha = 10^{-6}$

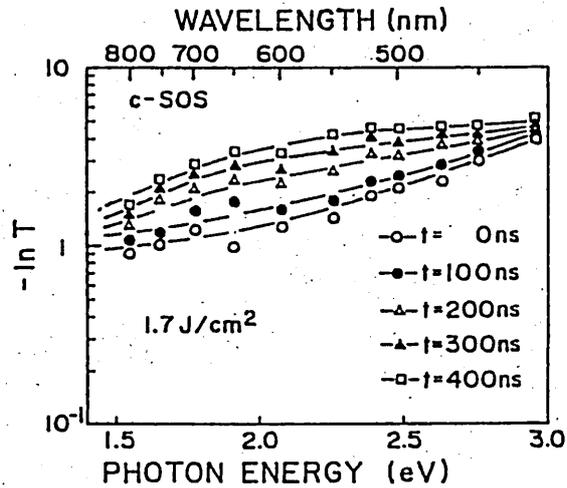


図13 (a) . 透過光スペクトルの時間変化  
( $t = 0 \sim 400 \text{ nsec}$ )

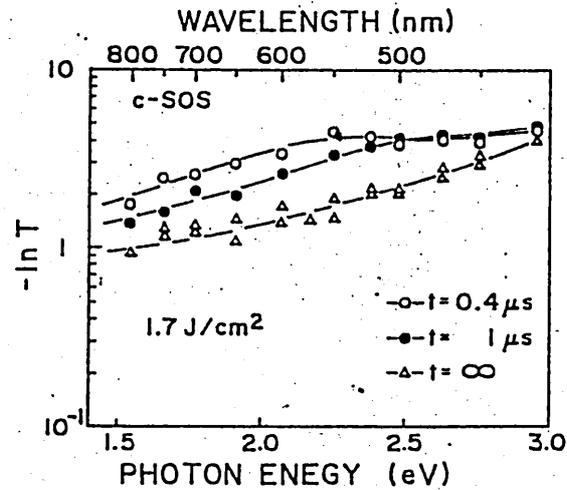


図13 (b) . 透過光スペクトルの時間変化  
( $t = 400 \text{ nsec} \sim$ )

[29]であり、そのスペクトルはほぼフラットになります。図12の $t = 400\text{nsec}$ におけるスペクトルを見ると、 $\lambda = 550\text{nm}$ 間ではほぼフラットなスペクトルですが、長波長側で減少しており、このスペクトルが正しいとするならば、すくなくともSi層は溶融していないと考えられます。

## 5. 結論

パルスレーザーアニールの機構を調べるために、SOS (silicon-on-sapphire) に高出力のパルス色素レーザーを照射し、照射時の透過率の時間分解測定をおこない、以下の結果を得ました。

(1) パルスレーザー自身の透過光を調べた結果、透過光パルスは励起光パルスとは異なり、かなり強い過渡吸収を示しました。しかし、その光吸収は、溶融Siの光吸収とは一致しないことから、レーザー励起された高密度の電子-正孔プラズマに伴う自由キャリア吸収、さらに、新しい構造相転移現象を考える必要があります。

(2) Xeフラッシュランプをプローブ光として用い、その透過光を分光測定し、可視領域における透過係数に、波長依存性があることを明らかにしました。そしてその透過特性は、やはり、溶融Siのそれとは全く一致せず、高出力レーザーにより、Siの電子帯構造が大幅に変化しており、新しいタイプの構造相転移現象が、起こっている事が判明しました。

今後、透過光スペクトル範囲、特に、Siの吸収端近辺にまで測定を広げ、高出力パルスレーザー照射によるSiの構造相転移現象をさらに詳しく調べる必要があります。最後に、本研究遂行に協力してくれた小谷久和氏に感謝します。又、本研究に興味ある討論をいただいた山本忠一博士に感謝します。

(参考文献)

- 1) A. L. Schawlow and C. H. Townes: Phys. Rev. 112, 1940 (1958)
- 2) T. M. Maiman: Nature 187, 493 (1960)
- 3) C. H. Carmichael and G. N. Simpson: Nature 202, 787 (1961)
- 4) W. R. Sooy, M. Geller and D. P. Bortfeld: Appl. Phys. Lett. 5, 54 (1964)
- 5) "Laser-Solid Interaction and Laser Processing"- 1978 (ed. by S. D. Ferris, H. J. Leamy and J. M. Poate, AIP Conference Proceedings No. 50, American Institute of Physics, Academic Press, New York, 1979)
- 6) "Laser and Electron Beam Processing of Materials". (ed. by C. W. White and P. S. Percy, Academic Press, New York, 1982)
- 7) "Laser and Electron Beam Solid Interaction and Materials Processing" J. F. Gibbons, L. D. Hess, T. W. Sigmon, eds., vol. 1 Materials Research Society Symposia Proceedings, North Holland, New York (1981)
- 8) "Laser and Electron Beam Interaction with Solids" B. R. Appleton, G. K. Celler, eds., vol. 4 Material Research Symposia Proceedings, North Holland, New York (1982)
- 9) J. A. Van Vechten, R. Tsu, F. W. Saris: Phys. Lett. 74A, 422 (1979); J. A. Van Vechten, R. Tsu, F. W. Saris and D. Hoonhout: ibid, 74A, 417 (1979)

- 10) J. A. Van Vechten: Journal de Physique(Paris) 41  
C4-15
- 11) H. W. Lo and A. Compaan: Phys. Rev. Lett. 44, 1604  
(1980)
- 12) H. W. Lo and A. Compaan: Appl. Phys. Lett. 38, 179  
(1981)
- 13) M. Yamada, H. Kotani, K. Yamazaki, K. Yamamoto and  
K. Abe: Proc. 15th Int. Conf. Phys. of Semiconduc-  
tors, Kyoto, 1980, J. Phys. Soc. Japan: 49 (1980)  
suppl. A , page 1299-1302
- 14) K. Yamazaki, M. Yamada, K. Yamamoto and K. Abe:  
Jpn. J. Appl. Phys. 20, L299 (1981).
- 15) K. Yamazaki, M. Yamada, K. Yamamoto and K. Abe:  
ibid, 20, L371 (1981)
- 16) B. C. Larson, C. W. White, T. S. Noggle, D. Mills,  
Phys. Rev. Lett. 48, 337 (1982)
- 17) G. L. Galvin, M. O. Thompson, J. W. Mayer,  
R. B. Hammond and P. S. Perey: ibid, 48, 33 (1982)
- 18) B. Stritzker, A. Pospieszczyk and J. A. Tagle:  
ibid, 47, 356 (1981)
- 19) J. M. Liu, R. Yen, H. Kurz and N. Bloembergen: Appl.  
Phys. Lett. 39, 755 (1981)
- 20) J. Bok: Phys. Lett. 84A, 871 (1981)
- 21) R. Martin: Phys. Rev. 186, 871 (1969)
- 22) R. Biswas and V. Ambegookar: Phys. Rev. B , August  
15 (1982) in press.

- 23) D. H. Auston, C. M. Surko, T. N. C. Venkatesan,  
R. E. Slusher and J. A. Golovchenko: Appl. Phys.  
Lett. 33, 437 (1978)
- 24) K. Murakami, M. Kawabe, K. Gamo, S. Namba and Y.  
Aoyagi: Phys. Lett. 70A, 332 (1979)
- 25) M. C. Lee, H. W. Lo, A. Aydinli and A. Compaan:  
Appl. Phys. Lett. 38, 499 (1981)
- 26) A. Aydinli, H. W. Lo, M. C. Lee and A. Compaan:  
Phys. Rev. Lett. 46, 22 (1981)
- 27) M. Yamada, H. Kotani, K. Yamamoto and K. Abe:  
Phys. Lett. 85, 191 (1981)
- 28) H. Kotani, M. Yamada, K. Yamamoto and K. Abe:  
Solid State Commun. 41, 461 (1982)
- 29) K. M. Shvaref, B. A. Baum and P. V. Gel'd: Fiz.  
Tverd. Tela. 16, 3246 (1974) [Sov. Phys. Solid  
State 16, 2111 (1976)]
- 30) M. Yamada, K. Yamazaki, H. Kotani, K. Yamamoto  
and K. Abe: "Laser and Electron-Beam Solid  
Interaction and Material Proceeding, eds.,  
Gibbons, Hess and Sigmon, Elsevier North  
Holland, Inc., P. 503 (1981)
- 31) S. Abe and Y. Toyozawa: J. Phys. Soc. Jpn. 50,  
2185 (1981)
- 32) J. A. Van Vechten: Phys. Rev. B23, 5543 and 5551  
(1981)

# SD励起CO<sub>2</sub>レーザー

三菱電機 応用機器研究所

'82.12.10

八木重典 小川周治 高本昌樹

高出力CO<sub>2</sub>レーザー加工機は 各種加工産業の将来を担うものとして期待され、国内外において急速に導入される機運にある。信頼性にすぐれ、高周波パルス発振機能と有する高出力CO<sub>2</sub>レーザーは加工産業用途に適するものとして、その製品化が期待されていた。

当社はレーザーの励起手段として全く新しい放電システムを採用し、高周波パルス発振機能と有するCO<sub>2</sub>レーザーと開発しこれをSD励起CO<sub>2</sub>レーザーと名付けた。

従来のCO<sub>2</sub>レーザーはバラスト抵抗を接続した多数の金属電極間に直流グロー放電と発光してCO<sub>2</sub>分子を励起しており、電極の消耗が早い、アークが発生し易く電気的手段による放電の高速制御が難しいことなど種々の欠点があった。

我々は電極と誘電体電極（誘電体で被覆された金属）とし、その間に交流高電圧を印加し、CO<sub>2</sub>分子を放電励起する手段をとった。この種の放電は無声放電（Silent Discharge: SD）と呼ばれ、従来の放電電力密度の低い状態でオゾンレーザーなどに利用されていたものである。

ここではSD励起CO<sub>2</sub>レーザーの原理構成と研究開発・製品化の最近の成果についてその概要を紹介する。

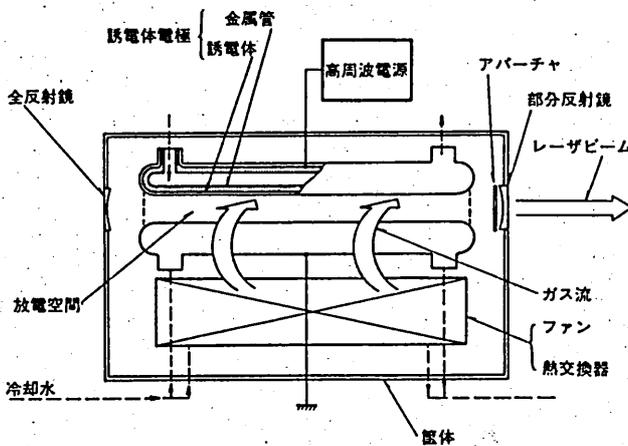


Fig 1

SD励起CO<sub>2</sub>レーザー  
(原理構成)

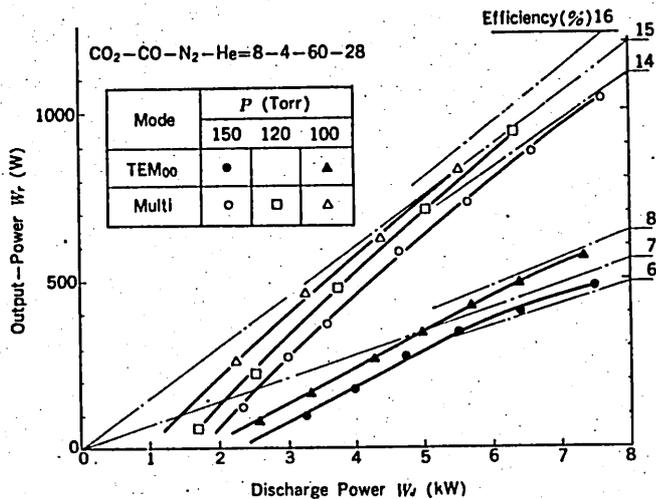
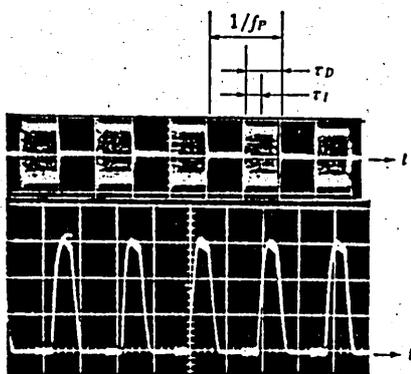


Fig 2  
発振特性 (cw)



(a) 印加電圧  
V (10kV/D, 0.5ms/D)  
t (0.5ms/D)

(b) 発振出力  
W<sub>r</sub> (166W/D)  
t (0.52ms/D)

Fig 3  
パルス出力波形

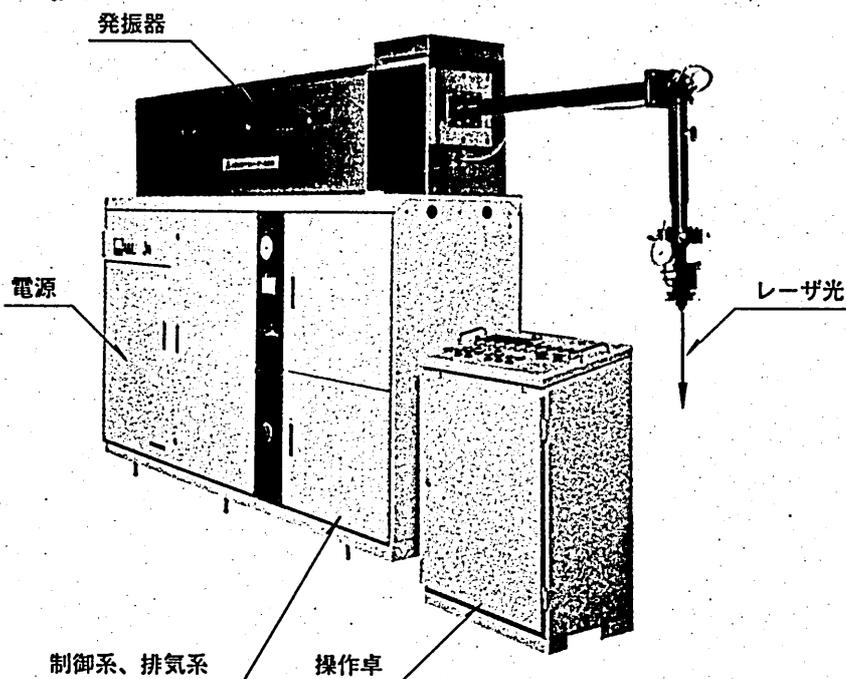


Fig 4  
製品外形  
(1kW機)

輻射科学研究会資料

RS-82-16

スリット結合導波管  $TE_{01}^{\square} - TE_{10}^{\square}$   
モード変換に関する基礎解析

影山定司 中島将光 池上淳一  
(京都大学工学部電子工学科)

昭和57年12月10日

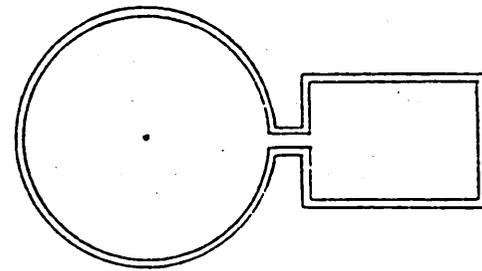
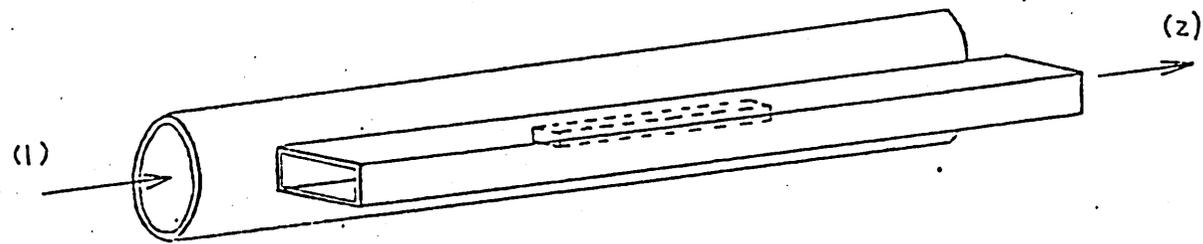


図1. モード変換器の見取図・横断面図

# スリット結合導波管 $TE_{01} - TE_{10}$ モード変換に関する基礎解析

## 第1章 序論

現在、核融合プラズマのトカマク装置における加熱の方法として、いくつかの研究開発が進められているが、その一つに電磁波動加熱として ECR 加熱が考えられている。そして、ミリ波・サブミリ波領域の大電力ソースとしては、ジャイロトロンが注目されている。ジャイロトロンの発振モードは、円形導波管の  $TE_{0n}$  モード ( $n=1, 2, 3, \dots$ ) であるが、ECR 加熱やプラズマの制御のためには、直線偏波のモードが要求されるので、円形  $TE_{01}$  モードを方形導波管の  $TE_{10}$  モードなどに変換する必要がある。

そこで、そのモード変換器のうち、モード結合によるものについて基礎的な理論解析をおこなった。具体的には図1のように円形開口面(1)から入力された 10 GHz 前後の円形  $TE_{01}$  モードの電磁波を、スリット部分の結合を通して、(2)から方形  $TE_{10}$  モードとして取り出す際に、その変換効率が最大となるようにスリットの寸法を決定する方法を理論的に求める。

それについて、楕円共振法、モードマッチング法という二つの方法で別々に解析をおこなったが、二つの結果はよく一致した。とくに結合波の伝搬定数を求めるための方法であるが、まず第2章において楕円共振法についての理論を展開している。ここでは等価回路を考えるのであるが、高次モードの影響による等価アドミタンスの値を定式化することを主眼としている。次に第3章でモードマッチング法について述べ、第4章でこの二つの方法を比較・検討している。以上で結合波の伝搬定数が求まるので、第5章ではその結果からモード結合理論を用いて、モード変換の効率について考察をおこなっている。

## 第2章 伝送線路の等価回路 (横波振法)

## §1. 平行板線路について

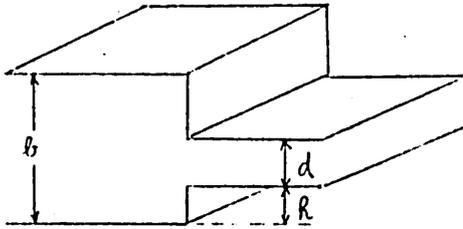


図 2.1

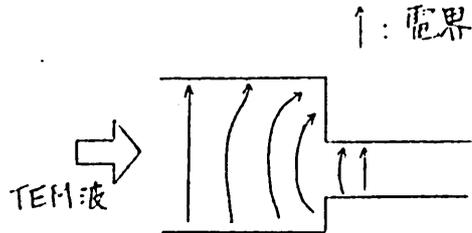


図 2.2

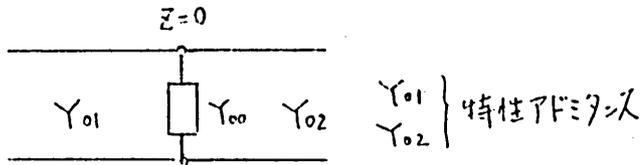


図 2.3

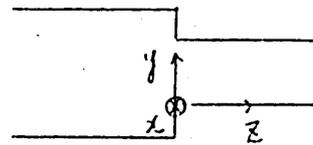


図 2.4

図2.1の如くに高さの異なる二つの平行板線路を接続し、接続部分において発生する高次モードの影響について考える。ここで TEM波を入射すると、図2.2のように電界が乱れると考えられるので、高次モードは TM波となる。その伝搬方向に対して、図2.3の如き等価回路を考え、高次モードの影響によって発生するアドミタンス  $Y_{00}$  を次のようにして求める。なお座標軸は図2.4の如きとす。平行板線路の幅 ( $x$ 方向) は単位長さあたりについて考えるものとする。

自由空間における波長に比べて、高さ  $b, d$  が十分小さければ、TM波はすべて減衰モードとなるので、 $z < 0, z > 0$  それぞれの領域で一方方向に進む TM波を考えればよい。

$z < 0$  における  $n$  次の TM波の電磁界は

$$\left. \begin{aligned} E_{zn} &= A_n \sin \frac{n\pi}{b} (y+k) e^{r_n z} \\ E_{yn} &= \frac{b r_n}{n\pi} A_n \cos \frac{n\pi}{b} (y+k) e^{r_n z} \\ H_{xn} &= \frac{j\omega \epsilon_0 b}{n\pi} A_n \cos \frac{n\pi}{b} (y+k) e^{r_n z} \end{aligned} \right\} \dots (2.1)$$

$$\gamma_n = \sqrt{\left(\frac{n\pi}{b}\right)^2 - k_0^2} = \frac{n\pi}{b} \sqrt{1 - \left(\frac{2b}{n\lambda}\right)^2} : \text{実数}$$

$k_0 = 2\pi f/c$  : 自由空間における波数

同時に:  $z > 0$  における  $n$  次モードの TM 波の電磁界は:

$$\left. \begin{aligned} E_{zn}' &= B_n \sin \frac{n\pi}{a} y e^{-\gamma_n z} \\ E_{yn}' &= \frac{-d\gamma_n'}{n\pi} B_n \cos \frac{n\pi}{a} y e^{-\gamma_n z} \\ H_{xn}' &= \frac{j\omega\epsilon d}{n\pi} B_n \cos \frac{n\pi}{a} y e^{-\gamma_n z} \\ \gamma_n' &= \frac{n\pi}{d} \sqrt{1 - \left(\frac{2d}{n\lambda}\right)^2} : \text{実数} \end{aligned} \right\} \text{---- (2.2)}$$

非. 左右の port は無反射終端とされていると仮定し、TEM 波は  $z < 0$ ,  $z > 0$  の両側で伝播する。

$$\left. \begin{aligned} E_{y0} &= E_+ e^{-j\beta_0 z} + E_- e^{j\beta_0 z}, \quad E_{y0}' = E_+' e^{-j\beta_0 z} \\ H_{x0} &= -\frac{1}{\zeta} (E_+ e^{-j\beta_0 z} - E_- e^{j\beta_0 z}), \quad H_{x0}' = -\frac{1}{\zeta} E_+' e^{-j\beta_0 z} \\ \zeta &= \sqrt{\mu/\epsilon} \end{aligned} \right\} \text{---- (2.3)}$$

$z=0$  での  $E_y, H_x$  成分の連続性を考える。ただし電磁界の各係数は簡単に  $z$  で表記するために、おきかえている。

$$\sum_{n=0}^{\infty} E_n \cos \frac{n\pi}{a} (y+d) = \sum_{n=0}^{\infty} E_n' \cos \frac{n\pi}{a} y \quad \text{---- (2.4)}$$

$$\sum_{n=0}^{\infty} H_n \cos \frac{n\pi}{a} (y+d) = \sum_{n=0}^{\infty} H_n' \cos \frac{n\pi}{a} y \quad \text{---- (2.5)}$$

$$\left. \begin{aligned} E_+ &= E_+ + E_- & E_n &= \frac{b\gamma_n'}{n\pi} A_n \\ E_+' &= E_+' & E_n' &= \frac{-d\gamma_n'}{n\pi} B_n \\ H_0 &= -\frac{1}{\zeta} (E_+ - E_-) & H_n &= \frac{j\omega\epsilon b}{n\pi} A_n \\ H_0' &= -\frac{1}{\zeta} E_+' & H_n' &= \frac{j\omega\epsilon d}{n\pi} B_n \end{aligned} \right\} \text{---- (2.6)}$$

次に垂直偏波の性質を利用して、各係数間の関係を求める。

(i) 電界の連続性について

(2.4) 式の両辺に  $\cos \frac{n\pi}{a} y'$  ( $y' \equiv y+d$ ) をかけ、0 から  $d$  まで  $y'$  で積分する。

$$\therefore \sum_{n=0}^{\infty} E_n \int_0^d \cos \frac{n\pi}{b} y' \cos \frac{n\pi}{b} y dy = \sum_{n=0}^{\infty} E_n' \int_0^d \cos \frac{n\pi}{a} y \cos \frac{n\pi}{b} y dy$$

∵  $E_y|_{z=0} = 0$  ( $-R < y < 0, d < y < b-R$ ) であるから、左辺の積分区間を  $[-R, b-R]$  まで拡張すると

$$\sum_{n=0}^{\infty} E_n \int_0^b \cos \frac{n\pi}{b} y' \cos \frac{n\pi}{b} y dy = \sum_{n=0}^{\infty} E_n' \int_0^d \cos \frac{n\pi}{a} y \cos \frac{n\pi}{b} y dy$$

$$\therefore b E_n E_m = \sum_{n=0}^{\infty} d E_n P_{mn} E_n' \quad \text{---- (2.7)}$$

$$E_n \equiv \begin{cases} 1 & n=0 \\ 2 & n \neq 0 \end{cases}$$

$$P_{mn} \equiv \frac{2}{\varepsilon_n d} \int_0^d \cos \frac{m\pi}{a} y' \cos \frac{n\pi}{a} y dy \quad \text{---- (2.8)}$$

$$\therefore b E_m E_n = -V_m, \quad d E_n E_n' = -V_n' \quad \text{---- (2.9)}$$

$$\text{と対応して (2.7) 式は} \quad V_m = \sum_{n=0}^{\infty} P_{mn} V_n' \quad \text{---- (2.10)}$$

(ii) 磁界の連続性について

(2.5) 式の両辺に  $\cos \frac{n\pi}{a} y$  をかけ  $0$  から  $d$  まで  $y$  を積分すると

$$\sum_{n=0}^{\infty} H_n \int_0^d \cos \frac{n\pi}{a} y' \cos \frac{n\pi}{a} y dy = \sum_{n=0}^{\infty} H_n' \int_0^d \cos \frac{n\pi}{a} y \cos \frac{n\pi}{a} y dy$$

$$\therefore H_m' = \sum_{n=0}^{\infty} P_{mn} H_n \quad \text{---- (2.11)}$$

$$\therefore H_m' = -I_m', \quad H_n = I_n \quad \text{---- (2.12)}$$

$$\text{と対応して (2.11) 式は} \quad I_m' = - \sum_{n=0}^{\infty} P_{mn} I_n \quad \text{---- (2.13)}$$

(iii) 導体面電流を考慮する。

$P_{00} = 1, P_{0n} = 0$  であることは、直接 (2.10), (2.13) 式を行列としてあらわすと、

$$\begin{bmatrix} V_0 \\ V. \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ P_{.0} & P_{..} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_0' \\ V.' \end{bmatrix} \quad \text{---- (2.14)}$$

$$\begin{bmatrix} I_0' \\ I.' \end{bmatrix} = - \begin{bmatrix} 1 & P_{.0}^t \\ 0 & P_{..}^t \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_0 \\ I. \end{bmatrix} \quad \text{---- (2.15)}$$

(なお、 $\sum$  は  $M$  までとし、 $\cdot$  は  $1, 2, \dots, M$  の意味で、また  $t$  とは  $V. \equiv [V_1, V_2, \dots, V_M]^t$  などは列ベクトルを表わすものとする。

$$\left. \begin{aligned} \therefore V_0 &= V_0' & V_0 &= P_0 V_0' + P_0 V_0' \\ I_0 &= -I_0 - P_0^t I_0 & I_0' &= -P_0^t I_0 \end{aligned} \right\} (2.16)$$

よして 両隣より左右を見れば 各高次モードのアドミタンスを次のようにおく。

$$I_0 = -Y V_0, \quad I_0' = -Y' V_0' \quad \dots (2.17)$$

よして  $Y, Y'$  は  $(M, M)$  型の対角行列で 対角線成分が各高次モードのアドミタンスをあらわす。すなわち

$$Y_{mn} = 0 \quad (m \neq n)$$

$$Y_{nn} = \frac{H_{zn}}{b E_{yn}} = \frac{H_{zn}}{b E_n} = \frac{j \omega \epsilon}{b r_n}$$

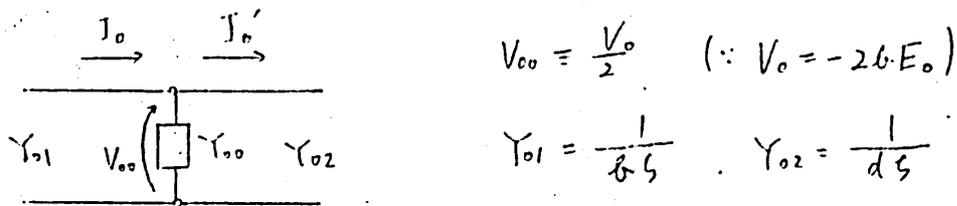
$$Y_{nn}' = -\frac{H_{zn}'}{d E_{yn}'} = -\frac{H_{zn}'}{d E_n'} = \frac{j \omega \epsilon'}{d r_n'}$$

以上 (2.16), (2.17) 式を比較して  $I_0, I_0', V_0$  の関係式を求めると

$$I_0 = 2 P_0^t [Z + P_0 Z' P_0^t]^{-1} P_0 \frac{V_0}{2} - I_0' \quad \dots (2.18)$$

$$(Z \equiv Y^{-1}, Z' \equiv Y'^{-1})$$

(2.18) 式は 次のような等価回路を意味する。



$$\therefore Y_{00} = \frac{1}{V_{00}} (I_0 + I_0') = 2 P_0^t [Z + P_0 Z' P_0^t]^{-1} P_0 \quad \dots (2.19)$$

よして、不連続部分における等価アドミタンス  $Y_{00}$  を求めることができた。

よして (2.18) 式の物理的な意味を考えると、よして (2.18), (2.19) 式より

$$I_0 = Y_{00} \frac{V_0}{2} - I_0'$$

$$(2.7), (2.16) \text{ 式より } V_0 = V_0' = 2V_{00} = 2V_{00}' \quad \text{と仮定すると}$$

$$I_0 = Y_{00} V_{00} - I_0'$$

両辺に  $V_{00}' (V_{00}'^*)$  とかけると

$$V_{00}' I_0 = Y_{00} |V_{00}|^2 + V_{00}'^* (-I_0')$$

この式の左辺は  $Z < 0$  の基本モード TE<sub>11</sub>波の積素電力 (入射電力 - 反射電力), 右辺第一項は  $Z > 0$  の基本モードの電力, 右辺第二項は 高次モードの影響によって生じるアドミタンスにおける電力を意味する。すなわち電力保存が成り立っている。一般に, 高次モードのうち伝搬モードがあれば  $Y_{00}$  は複素数となり, その虚部がアドミタンス分が損失となり, その伝搬モードによって運ばれる電力を意味するといえる。

ここで  $Z$  は波長に比べて高さを  $h$  が小さいとして, アドミタンス  $Y_{00}$  は容量性リアクタンスとする。  $Z = d$   $Y_{00} = j\omega C$  とおき, キャパシタンス  $C$  の値を調べることにする。

Fig. 1 は  $R=0$  のときの高さを  $h$  に対して,  $C$  の値がどのように変化するかをグラフにしたものである。実線が本解析によるものであり, 破線は Miles Walker が Schwarz - Christoffel 変換によって求めた結果<sup>1)</sup> である。非常によく一致していることがわかる。このグラフの物理的の意味は, たとえば高さが変わらば, つまり  $d/h = 1$  のときには  $Y_{00} = 0$  となり高次モードが発生しないことと一致する。また  $d/h \rightarrow 0$  のときは,  $Y_{00} \rightarrow \infty$  となり, 接続面で短絡されていることに相当している。

Fig. 2 は 接続位置, つまり  $R$  を変えたときに,  $C$  の値がどのように変化するかをグラフにしたものである。  $R = 3.5 \text{ mm}$  のときは, 接続位置が中央にあり上下対称となるので, グラフは当然ながら  $Z=0$  を中心に左右対称となっている。またグラフが下に凸になっているのは,  $R \neq 0$  のときには,  $R=0$  のときの状態から上下に接続された場合に相当し, したがって  $C$  は直列接続となり合成容量が減るためである。

§2. 方形導波管部分での等価アクトランスについて

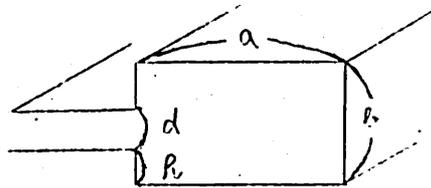


図2.5

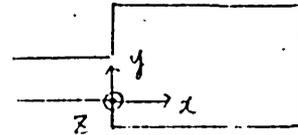


図2.6

伝搬方向(z軸方向)に垂直な面、つまり横方向についての等価回路を考える。yz平面でz方向にも電磁界が連続するから、基本・高次モードすべての伝搬定数が等しくならなければならない。すなわち  $k_c^2 = k_0^2 - \beta^2$  (  $k_0$ : 自由空間波数,  $\beta$ : 伝搬定数,  $k_c$ : カットオフ波数 ) であるから  $k_c$  が等しいモードの固有関数で、各領域の電磁界を展開することになる。ただし通常“モード”というのは境界条件すべてを満足するある電磁界状態のことをいうが、以下の2章3章では、伝搬する一つのモードを断面の波数に関してフーリエ展開したときの各項を“モード”と呼ぶことにする。

スリットを切る前の方形導波管では  $TE_{10}$  のみ伝搬するし、このとき、高次モードの波数は

$$k_c^2 = k_x^2 + k_y^2 \quad \therefore k_x^2 = k_c^2 - k_y^2 < 0 \quad (\because k_c < k_y)$$

つまりx方向の波数は純虚数となるので、次の式におきかえる。

$$K_x \equiv jk_x = \sqrt{k_y^2 - k_c^2} \quad (>0)$$

このとき高次モードはx方向に  $\exp(\pm K_x x)$  で減衰することになる。

以上のことを考慮し、かつ  $x=a, y=-b, b-b, 0, d$  での境界条件を満足するように各領域の電磁界を展開すると次のようになる。なお高次モードは  $x=a$  で十分減衰しているものとする。

(A) 方形領域 ( $x > 0$ )

$$E_y = E_0 \sin k_c(x-a) e^{-\gamma z} + \sum_{n=1}^{\infty} E_n e^{-k_{xn}x} \cos k_{yn}(y+b) e^{-\gamma z}$$

$$H_z = H_0 \cos k_c(x-a) e^{-\gamma z} + \sum_{n=1}^{\infty} H_n e^{-k_{xn}x} \cos k_{yn}(y+b) e^{-\gamma z}$$

$$k_{yn} = \frac{n\pi}{b}, \quad k_{xn} = \sqrt{k_{yn}^2 - k_c^2}, \quad \gamma = \sqrt{k_c^2 - k_0^2}$$

(B) スリット領域 ( $x < 0$ )

$$E_y = E_0' (-A \sin k_c x + B \cos k_c x) e^{-\gamma z} + \sum_{n=1}^{\infty} E_n' e^{k_{xn}x} \cos k_{yn}'(y) e^{-\gamma z}$$

$$H_z = H_0' (A \cos k_c x + B \sin k_c x) e^{-\gamma z} + \sum_{n=1}^{\infty} H_n' e^{k_{xn}x} \cos k_{yn}'(y) e^{-\gamma z}$$

$$k_{yn}' = \frac{n\pi}{d}, \quad k_{xn} = \sqrt{k_{yn}'^2 - k_c^2}$$

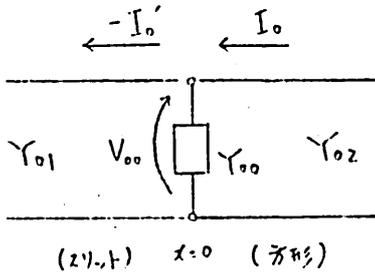
 $x=0$  の各電磁界が連続するという条件から

$$E_y \text{ に } z=0 \quad \sum_{n=0}^{\infty} E_n \cos \frac{n\pi}{b}(y+b) = \sum_{n=0}^{\infty} E_n' \cos \frac{n\pi}{d} y \quad \dots (2.20)$$

$$H_z \text{ に } z=0 \quad \sum_{n=0}^{\infty} H_n \cos \frac{n\pi}{b}(y+b) = \sum_{n=0}^{\infty} H_n' \cos \frac{n\pi}{d} y \quad \dots (2.21)$$

(2.20), (2.21) 式は、§1 の (2.4) (2.5) 式と全く同形をして  
いる。従って同様に 2 次式を得る。

$$I_0 = Y_{00} V_{00} - I_0' \quad Y_{00} = 2 P_0^{-1} [Z + P \cdot Z' \cdot P^{-1}]^{-1} P_0 \quad \dots (2.22)$$



$$\text{特付アドミタンス (対銀参照)} \quad \left\{ \begin{array}{l} Y_{01} = \frac{\beta_c}{\omega \mu} \frac{1}{b} \\ Y_{02} = \frac{\beta_c}{\omega \mu} \frac{1}{d} \end{array} \right.$$

$$\text{各高次モードのインピーダンス} \quad \left\{ \begin{array}{l} Z_n = \frac{1 \cdot E_y}{H_z} = - \frac{j \omega \mu b k_{xn}}{k_c^2} \\ Z_n' = - \frac{d E_y}{H_z} = - \frac{j \omega \mu d k_{xn}}{k_c^2} \end{array} \right.$$

ここで  $\Sigma 1$  と同様に  $Y_{00} = j\omega C$  とし、キャパシタンス  $C$  の値について調べる。Fig. 3 が キャパシタンス  $C$  の収束性を示したグラフであり、横軸は高次モードの数、つまり  $\Sigma$  の打ち切り数である。

次に十分収束した  $C$  の値と Marcuvitz の解析結果<sup>2)</sup> とを比較する。



	$k_c$ (rad/cm)	本解析 (MP/cm)	Marcuvitz	誤差 (%)
(i)	140.0	0.1355073	0.1356449	0.101
	135.0	0.1250240	0.1251548	0.104
(ii)	140.0	0.0626286	0.0628382	0.334
	135.0	0.0581378	0.0583348	0.334

両者はよく一致しているが、Marcuvitz の解析は (i), (ii) 以外の場合、つまり中心線より離れた接続をおこなった場合については行われていないので、今回おこなった解析の方が、汎用性に富み有用であるように思われる。

§3. 円形導波管部分での角座モードについて

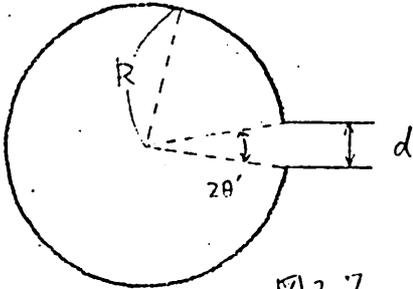


図2.7

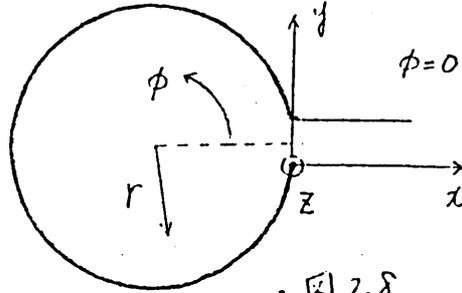


図2.8

§2と同様に横方向の等価回路を考える。この各領域を  $k_c$  の等しいモードで展開する。なお円形導波管では  $TE_{01}$  モードの入射を考えるので、 $\phi$  について奇関数のモードは生じない。

(イ) 円形領域

$$H_z = \sum_{n=0}^{\infty} K_n J_n(k_c r) \cos n\phi e^{-\gamma z}$$

$$E_\phi = \frac{j\omega\mu}{k_c} \sum_{n=0}^{\infty} K_n J_n'(k_c r) \cos n\phi e^{-\gamma z} \quad \gamma = \sqrt{k_c^2 - k_0^2}$$

(ロ) スリット領域

$$E_y = E_0' (-A \sin k_c x + B \cos k_c x) e^{-\gamma z} + \sum_{n=1}^{\infty} E_n' e^{-k_{xn} x} (\cos k_{yn} y) e^{-\gamma z}$$

$$H_z = H_0' (A \cos k_c x + B \sin k_c x) e^{-\gamma z} + \sum_{n=1}^{\infty} H_n' e^{-k_{xn} x} (\cos k_{yn} y) e^{-\gamma z}$$

$$k_{yn} = \frac{n\pi}{d}, \quad k_{xn} = \sqrt{k_{yn}^2 - k_c^2}$$

$x=0$  ( $r=R$ ) で各電磁界が連続するという条件から

$$E_y(x) \text{ について } \sum_{n=0}^{\infty} E_n' \cos \frac{n\pi}{d} y = \sum_{n=0}^{\infty} E_n \cos n\phi \quad \dots (2.23)$$

$$H_z \text{ について } \sum_{n=0}^{\infty} H_n' \cos \frac{n\pi}{d} y = \sum_{n=0}^{\infty} H_n \cos n\phi \quad \dots (2.24)$$

次に §1, §2 と同様に、直交関数の性質を利用して各係数間の関係を求める。

(i) 電界の連続について

(2.23)式の両辺に  $\cos m\phi$  をかけ  $-\theta'$  から  $\theta'$  まで  $\phi$  で積分する。

$$\sum_{n=0}^{\infty} E_n' \int_{-\theta'}^{\theta'} \cos \frac{n\pi}{d} y \cos m\phi d\phi = \sum_{n=0}^{\infty} E_n \int_{-\theta'}^{\theta'} \cos n\phi \cos m\phi d\phi$$

∵  $E_{\phi}|_{r=R} = 0$  ( $-\pi < \phi < -\theta'$ ,  $\theta' < \phi < \pi$ ) であるから、右辺の積分区間は  $[-\pi, \pi]$  まで拡張する。偶数系  $\cos n\phi$  ( $n=0, 1, 2, \dots$ ) は区間  $[-\pi, \pi]$  で直交するのだから

$$\therefore \sum_{n=0}^{\infty} E_n \int_{-\pi}^{\pi} \cos n\phi \cos m\phi d\phi = \pi \epsilon_m E_m = \sum_{n=0}^{\infty} E_n' \int_{-\theta'}^{\theta'} \cos \frac{n\pi}{d} y \cos m\phi d\phi$$

スリットの幅  $d$  が円周に比べて十分小さいと見做して変数変換をおこなう。

$$y = R\phi + \frac{d}{2}$$

$\phi$	$-\theta'$	$\theta'$
$y$	$0$	$d$

$$\therefore \pi \epsilon_m E_m = \sum_{n=0}^{\infty} E_n' \frac{1}{R} \int_0^d \cos \frac{n\pi}{d} y \cos m\phi dy$$

$$\therefore 2\pi R \epsilon_m E_m = \sum_{n=0}^{\infty} d \epsilon_n Q_{mn} E_n' \quad \dots (2.25)$$

$$Q_{mn} \equiv \frac{2}{\epsilon_n d} \int_0^d \cos m\phi \cos \frac{n\pi}{d} y dy$$

$$= \frac{2}{\epsilon_n d} \int_0^d \cos \frac{m}{R} (y - \frac{d}{2}) \cos \frac{n\pi}{d} y dy \quad \dots (2.26)$$

$$\therefore 2\pi R \epsilon_m E_m = -V_m, \quad d \epsilon_n E_n' = -V_n' \quad \dots (2.27)$$

とすれば (2.25)式は  $V_m = \sum_{n=0}^{\infty} Q_{mn} V_n' \quad \dots (2.28)$

(ii) 磁界の連続について

(2.24)式の両辺に  $\cos \frac{m\pi}{d} y$  をかけ  $0$  から  $d$  まで  $y$  で積分する。

$$\sum_{n=0}^{\infty} H_n' \int_0^d \cos \frac{n\pi}{d} y \cos \frac{m\pi}{d} y dy = \sum_{n=0}^{\infty} H_n \int_0^d \cos n\phi \cos \frac{m\pi}{d} y dy$$

$$\therefore \frac{d}{2} \epsilon_m H_m' = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{\epsilon_n d}{2} Q_{nm} H_n$$

$$\therefore H_m' = \sum_{n=0}^{\infty} Q_{nm} H_n \quad \dots (2.29)$$

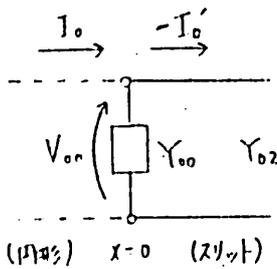
$$\because z'' \quad H_m' = I_m', \quad H_n = -I_n \quad \dots (2.30)$$

$$\text{よって (2.29) 式は} \quad I_m' = - \sum_{n=0}^{\infty} Q_{nm} I_n \quad \dots (2.31)$$

(iii) 等価回路を考へる。

$Q_{00} = 1, Q_{0n} = 0$  とするから (2.28) (2.31) 式は  
 §1 の (2.10), (2.13) 式を  $P_{nm} \rightarrow Q_{nm}$  とおきかえたものに  
 相当する。よって §1 と同様に次式を得ることが出来る。

$$I_0 = Y_{00} V_{00} - I_0', \quad Y_{00} = Z^{-1} Q_{00} [Z + Q_{00} Z^{-1} Q_{00}]^{-1} Q_{00} \quad \dots (2.32)$$



特性アドミタンス:  $Y_{02} = \frac{k_c}{w\mu d}$

各モードの  $k_c$  の値

$$\left\{ \begin{aligned} Z_n &= - \frac{2\pi R E_n}{Hz} = - \frac{j\omega\mu 2\pi R}{k_c} \frac{J_n'(k_c R)}{J_n(k_c R)} \\ Z_n' &= \frac{dE_n}{Hz} = - \frac{j\omega\mu d k_{zn}}{k_c^2}, \quad k_{zn} = \sqrt{(\frac{n\pi}{d})^2 - k_c^2} \end{aligned} \right.$$

Fig. 4 は Fig. 3 と同様に このときのキャパシタンス  $C$  の  
 収束性を示したグラフである。

また §2 §3 で求めたキャパシタンス  $C$  は  $k_c$  (等価  
 回路上での伝搬定数) の関数であり、それをグラフに  
 したものが Fig. 5 である。ただし、結合導波管のサイズ  
 を決めた場合には、 $k_c$  は連続した値をとるわけではなく  
 第4章で示すように離散的な値となる。

### §4. 横共振法による解法

§2, §3の結果を用いて、結合波の伝搬定数を横共振法によって求める。横共振法というのは、あるモードを伝送している導波管の伝搬方向の単位長さをとると、横方向にも一種の伝送線路を形成していて、波は短絡状態にある両側壁面を往復している（共振している）と考え、横方向の伝搬定数（これを $k_c$ ）を求めようという方法である。

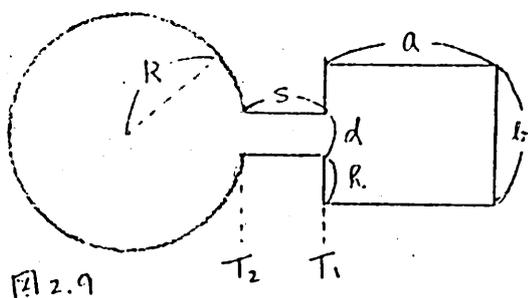


図2.9

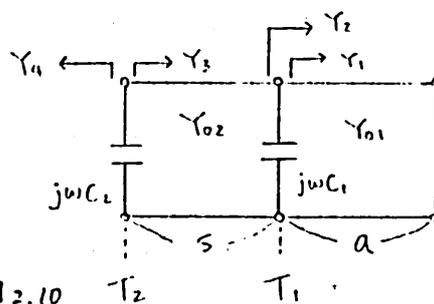


図2.10

$$Y_{01} = \frac{k_c}{\omega\mu b}, \quad Y_{02} = \frac{k_c}{\omega\mu d}$$

- $Y_1$  :  $T_1$  面より右側をみたアドミタンス
- $Y_2$  :  $Y_1 + j\omega C_1$
- $Y_3$  :  $T_2$  面より右側をみたアドミタンス
- $Y_4$  :  $T_2$  面より左側をみたアドミタンス

この等価分布定数線路におけるアドミタンス変換を用いると、各アドミタンスは、

$$Y_1 = -j Y_{01} \cot k_c a$$

$$Y_2 = Y_1 + j\omega C_1 = -j Y_{01} \cot k_c a + j\omega C_1$$

$$Y_3 = Y_{02} \frac{Y_2 + j Y_{02} \tan k_c s}{Y_{02} + j Y_2 \tan k_c s}$$

また  $Y_4$  は円形  $TE_{01}$  モードの磁界と電界との比とあわせて

$$Y_4 = - \frac{H_z}{2\pi R E_\phi} \Big|_{r=R} = j \frac{k_c}{2\pi R \omega \mu} \frac{J_0(k_c R)}{J_0'(k_c R)}$$

〈共振条件〉

$T_2$  面における合成アドミタンスが 0 にはなければならない。

$$\therefore Y_3 + Y_4 + j\omega C_2 = 0 \quad (2.33)$$

(2.33) 式を具体的に解く次のようにする。

$$\tan\left[k_c s - \tan^{-1}\left\{\frac{d}{s} \left(\cot k_c a - \frac{\omega' \mu_1 \epsilon_1 C_1}{k_c}\right)\right\}\right] + \frac{d}{2\pi R} \frac{J_0(k_c R)}{J_0'(k_c R)} + \frac{\omega' \mu d C_2}{k_c} = 0$$

(2.33) 式を計算機により  $k_c$  について解けば、結合波の伝搬定数  $\beta$  ( $\beta = \sqrt{k_0^2 - k_c^2}$ ) が求まる。

## 第3章. モード・マッチング法による解法

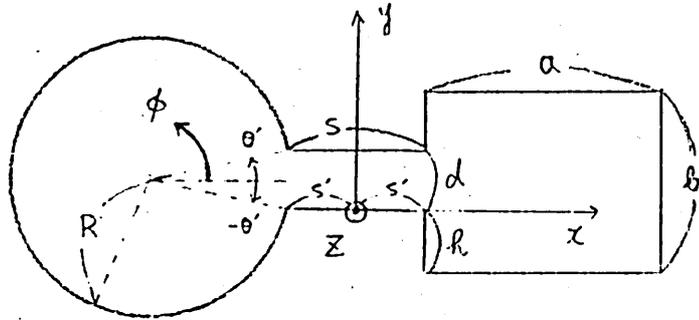


図6.1

$x = a + s$ ,  $y = -k, b - k, 0, d$  での境界条件をすべて満たすような関数 (モード) で各領域の電磁界を展開し、  
 したがって  $x = \pm s'$  で連続するという条件から横方向の伝搬定数  $k_c$  を求める。

しかし  $x = s'$ ,  $r = R$  での境界条件は (3) で積分する際に考慮されている。また  $z$  方向での連続については、第2章 §2. §3 と同様に考える。

## (i) 各電磁界の展開

## (i) 方形領域

$$H_z = \sum_{n=0}^{\infty} \left[ H_n \frac{\cos(x-a-s')k_n}{\cos ak_n} \cdot \cos \frac{n\pi}{b}(y+k) \right] e^{-\gamma z} \quad \dots (3.1)$$

$$E_y = -\frac{j\omega\mu}{k_c^2} \sum_{n=0}^{\infty} \left[ H_n k_n \frac{\sin(x-a-s')k_n}{\cos ak_n} \cdot \cos \frac{n\pi}{b}(y+k) \right] e^{-\gamma z} \quad \dots (3.2)$$

$$k_n^2 = k_c^2 - \left( \frac{n\pi}{b} \right)^2 \quad \dots (3.3)$$

## (ii) スリット領域

$$H_z = \sum_{n=0}^{\infty} \left[ \left( C_n \frac{\cos x k'_n}{\cos s' k'_n} + S_n \frac{\sin x k'_n}{\sin s' k'_n} \right) \cos \frac{n\pi}{d} y \right] e^{-\gamma z} \quad \dots (3.4)$$

$$E_y = -\frac{j\omega\mu}{k_c^2} \sum_{n=0}^{\infty} \left[ k'_n \left( -C_n \frac{\sin x k'_n}{\cos s' k'_n} + S_n \frac{\cos x k'_n}{\sin s' k'_n} \right) \cos \frac{n\pi}{d} y \right] e^{-\gamma z} \quad \dots (3.5)$$

$$k_n'^2 = k_c^2 - \left( \frac{n\pi}{d} \right)^2 \quad \dots (3.6)$$

(iii) 円形領域

$$H_z = \sum_{n=0}^{\infty} \left[ H_n^c \frac{J_n(k_c r)}{J_n(k_c R)} \cdot \cos n\phi \right] e^{-\gamma z} \quad \dots (2.7)$$

$$E_\phi = \frac{j\omega\mu}{k_c} \sum_{n=0}^{\infty} \left[ H_n^c \frac{J_n'(k_c r)}{J_n(k_c R)} \cdot \cos n\phi \right] e^{-\gamma z} \quad \dots (2.8)$$

(2)  $x = \pm s'$  での電磁界のマッチング (お = 10)(i)  $H_z$  成分の連続 $\dots (3.9)$ 

$$(a) x = s' : \sum_{n=0}^{\infty} (C_n + S_n) \cos \frac{n\pi}{d} y = \sum_{n=0}^{\infty} H_n \cos \frac{n\pi}{L} (y+R)$$

$$(b) x = -s' : \sum_{n=0}^{\infty} (C_n - S_n) \cos \frac{n\pi}{d} y = \sum_{n=0}^{\infty} H_n^c \cos n\phi \quad \dots (3.10)$$

(ii)  $E_y$  ( $E_\phi$ ) 成分の連続 $\dots (3.11)$ 

$$(a) x = s' : \sum_{n=0}^{\infty} E_n^+ \cos \frac{n\pi}{d} y = \sum_{n=0}^{\infty} E_n \cos \frac{n\pi}{L} (y+R)$$

$$(b) x = -s' : \sum_{n=0}^{\infty} E_n^- \cos \frac{n\pi}{d} y = \sum_{n=0}^{\infty} E_n^c \cos n\phi \quad \dots (3.12)$$

$$E_n^+ = \frac{j\omega\mu}{k_c} k_n' (-C_n \tan s' k_n' + S_n \cot s' k_n') \quad \dots (3.13)$$

$$E_n^- = \frac{j\omega\mu}{k_c} k_n' (C_n \tan s' k_n' + S_n \cot s' k_n') \quad \dots (3.14)$$

$$E_n = \frac{j\omega\mu}{k_c^2} k_n (\tan \alpha k_n) H_n \quad \dots (3.15)$$

$$E_n^c = \frac{j\omega\mu}{k_c} \frac{J_n'(k_c R)}{J_n(k_c R)} H_n^c \quad \dots (3.16)$$

(3) 各係数の関係を行列で表わす。

第2章 §1 ~ §3 と同様に、上式に各領域の直交関数をかけて積分すれば、次のような行列を得る。  
 左は、電界、磁界をそれぞれ電圧、電流に対応させ、係数をおきかきしている。

$$\begin{aligned}
 [V] &= [P][V^+] & , & & [V^c] &= [Q][V^-] \\
 [I^+] &= -[P^c][I] & , & & [I^-] &= -[Q^c][I^c] \\
 [I] &= -[Y][V] & , & & [I^c] &= -[Y^c][V^c] \\
 [I^+] &= -[Y^+][V^+] + [Y^-][V^-] & , & & [I^-] &= -[Y^-][V^+] + [Y^+][V^-]
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 Y_n &= \frac{-k_c^2}{j\omega\mu k_n \tan \alpha k_n} \frac{1}{\epsilon_n b} \\
 Y_n^c &= \frac{-k_c J_n(k_c R)}{j\omega\mu J_n'(k_c R)} \frac{1}{\epsilon_n 2\pi R} \\
 Y_n^+ &= \frac{-k_c^2}{j\omega\mu k_n' \tan \alpha k_n'} \frac{1}{\epsilon_n d} \\
 Y_n^- &= \frac{-k_c^2}{j\omega\mu k_n' \sin \alpha k_n'} \frac{1}{\epsilon_n d}
 \end{aligned}$$

以上の結果より  $[V^+]$   $[V^-]$  以外は消去できると

$$\begin{aligned}
 \begin{bmatrix} A & B \\ B & D \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V^+ \\ V^- \end{bmatrix} &= 0 & [A] &= [Y^+] + [P^c][Y][P] \\
 & & [B] &= [Y^-] \\
 & & [D] &= [Y^+] - [Q^c][Y^c][Q]
 \end{aligned}$$

$[V^+]$ ,  $[V^-]$  が 0 以外の解を求めたい。

$$\det \begin{bmatrix} A(k_c) & B(k_c) \\ B(k_c) & D(k_c) \end{bmatrix} = 0$$

この方程式を  $k_c$  について解けばよい。

## 第4章. 横共振法及びモード・マッチング法による解析結果

$$R = 25.0 \text{ mm} \quad a = 20.5 \text{ mm} \quad b = 10.2 \text{ mm} \quad d = 3.3 \text{ mm}$$

$$S = 5.0 \text{ mm} \quad R = (b-d)/2$$

といたときの解析結果を示す。

## &lt;横共振法&gt;

F (GHz)	モード数	$k_c$ (rad/m)					
10.0	15	37.9	77.2	123.4	152.2	158.8	173.3
9.0	15	37.9	77.2	123.4	152.2	158.8	173.3
10.0	30	37.5	77.1	123.4	152.2	158.6	173.0
9.0	30	37.5	77.1	123.4	152.2	158.6	173.0

## &lt;モード・マッチング法&gt;

モード数	$k_c$ (rad/m)					
5	37.5	77.6	123.5	152.4	157.9	174.6
15	37.9	77.2	123.4	152.2	158.8	173.3
30	37.5	77.1	123.4	152.2	158.5	173.0

なお、結合前の円形導波管 ( $TE_{01}$ )、方形導波管 ( $TE_{10}$ ) のカットオフ波数はともに  $153.25$  (rad/m) である。

二つの方法による解析結果がよく一致している。しかしながら、モード・マッチング法では、行列計算が必要のため計算機を用いないと解けないが、横共振法では、等価アドミタンスをグラフにして近似的に電卓などで解くことができる。

## 第5章. モード結合理論

これまでの結果から、結合波の伝搬定数 ( $\beta = \sqrt{k_0^2 - k_c^2}$ ) が求まるので、モード結合理論を用いて、モード変換の効率などについて考察する。

(1) モード結合理論について

二つの無損失線路にそれぞれモード  $a_1$  とモード  $a_2$  があり、互いに分布定数的に結合している場合には、次のようなモード伝送方程式が成り立つ。

$$\begin{cases} \frac{da_1}{dz} = -j\beta_1 a_1 + C_{12} a_2 & \dots (5.1) \\ \frac{da_2}{dz} = -j\beta_2 a_2 + C_{21} a_1 & \dots (5.2) \end{cases}$$

ここで、 $\beta_1, \beta_2$  はそれぞれのモードの、結合前の伝搬定数 (スリットをおける前とけ若干変化している) であり、 $C_{12}, C_{21}$  はモード間の結合係数である。互に受動的結合の場合、結合波のモードは次のようになる。

$$\begin{cases} a_1(z) = A_1 e^{-j\beta z} + A_2 e^{-j\beta' z} & \dots (5.3) \\ a_2(z) = j \frac{\beta_1 - \beta}{C_{12}} A_1 e^{-j\beta z} + j \frac{\beta_1 - \beta'}{C_{12}} A_2 e^{-j\beta' z} & \dots (5.4) \end{cases}$$

$$\beta, \beta' = \frac{\beta_1 + \beta_2}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{\beta_1 - \beta_2}{2}\right)^2 - C_{12} C_{21}} \quad \dots (5.5)$$

$\beta, \beta'$  はこれまでの結果から求められる。ただし結合前の  $k_c$  から大きくおかれるモードは結合が弱いので、近いモード二つについて考えればよい。

次に電力であるが、 $z=0$  の位置を結合の境界とし、線路1 (円形導波管) に励振入力を入れている場合には、 $a_2(0) = 0$  となるので、モード  $a_1$ 、モード  $a_2$  の電力  $P_1, P_2$  はそれぞれ次のようになる。

$$P_1(z) = z |a_1(z)|^2 = P_1(0) \left( 1 - F \cdot \rho \sin^2 \frac{|\beta - \beta'|}{2} z \right) \quad \dots (5.6)$$

$$P_2(z) = z |a_2(z)|^2 = P_1(0) \cdot F \cdot \rho \sin^2 \frac{|\beta - \beta'|}{2} z \quad \dots (5.7)$$

$$F = \frac{1}{1 + \left( \frac{\beta_1 - \beta_2}{2 |C_{12}|} \right)^2} \quad \text{: 効率} \quad \dots (5.8)$$

Fig. 6 は電力  $P_2(z)$  を入力電力  $P_1(0)$  で正規化したグラフである。

Fig. 6 からわかるように  $z = \pi / |\beta - \beta'|$  という点で電力  $P_2$  が最大になるので、スリットの長さ (結合長) は  $\pi / |\beta - \beta'|$  とすればよい。なお第4章で示した寸法では、結合長は 10 GHz で約 43.6 cm となる。

また効率  $F$  を知るにはモード結合係数  $|C_{12}|$  をポインティングベクトルなどを利用して計算するか、あるいは結合線路のより具体的な等価回路を導く必要があるが、不連続容量・伝搬定数が正確に求められたので、それを用いて導出できるであろう。実際には、スリットをおける前の円形・方形導波管のカットオフ波数も若干異なるように寸法をとり、効率が最大になるようにできる。つまり (5.8) 式で  $\beta_1 \approx \beta_2$  とする方がよい。

## 第6章. 結論

モード結合による円形TE<sub>01</sub>モードから方形TE<sub>10</sub>モードへの  
変換に関する基礎的な理論解析をおこなった。

モード変換に際して、スリット長を最適な長さにするためには  
結合波の伝搬定数を求める必要があるため、それを  
横共振法あるいはモード・マッチング法によって求める。

横共振法では、等価回路における高次モードの影響  
による等価アドミタンスの値を、モードの直交関数の性質  
を利用して定式化した。そしてこれを用いて共振条件の  
方程式を立て、計算機で解くことにより、結合波の伝搬  
定数を求めた。

また、モードマッチング法では、各領域の電磁界を境界  
条件を満足する直交関数でフーリエ展開し、連続の  
条件からそれぞれのフーリエ係数間の関係式を導いた。  
そしてそのフーリエ係数が0でない解をもつための条件  
から、行列式を計算することにより結合波の伝搬定数  
が求まった。この結果は横共振法で求めた値と非  
常によく一致している。

変換効率には、ポインティングベクトルを用いて計算  
するか、より具体的な等価回路による必要があるが、  
これについては次の機会にゆずる。

概念的には、効率を高めるためには次のように考える  
とよい。一般に、二つのモードが同期して結合するためには  
それぞれの伝搬定数が等しいことが必要であり、今回のように  
左右非対称(円形+方形)のときには、スリットをおけること  
による伝搬定数のずれが円形、方形導波管でそれぞれ  
違う。したがってあらかじめそのずれを相殺するように、  
円形、方形導波管の寸法を決めておけばよい。

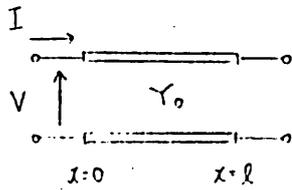
## 参考文献

1) J.R. Whinnery and H.W. Jamieson, Proc. IRE, (1944), 106-110

2) N. Marcuvitz, "Waveguide Handbook", (McGraw-Hill,

1951), 307.

付録 — 等価回路における特性アドミタンスについて



等価回路における電圧電流は次のように定義することになる。

$$\begin{cases} V = A_1 e^{-j\beta x} + B_1 e^{j\beta x} & \dots (1) \\ I = Y_0 (A_1 e^{-j\beta x} - B_1 e^{j\beta x}) & \dots (2) \end{cases}$$

すなわち、スリット領域における基本モードは、x方向にだけ振ると

$$\begin{cases} E_y = \frac{j\omega\mu}{k_c} (-A \sin k_c x + B \cos k_c x) \\ H_z = A \cos k_c x + B \sin k_c x \\ \therefore \begin{cases} V_{00}' \equiv -d E_0' = -\frac{j\omega\mu d}{k_c} (-A \sin k_c x + B \cos k_c x) \\ I_0' \equiv -H_0' = -(A \cos k_c x + B \sin k_c x) \end{cases} \end{cases}$$

次に、三角関数を指数関数に変換する。

$$\begin{aligned} -A \sin k_c x + B \cos k_c x &= \frac{1}{2} (-jA + B) e^{-jk_c x} + \frac{1}{2} (jA + B) e^{jk_c x} \\ \therefore V_{00}' &= C e^{-jk_c x} + D e^{jk_c x} \quad \dots (3) \end{aligned}$$

$$C \equiv -\frac{j\omega\mu d}{k_c} \frac{1}{2} (-jA + B), \quad D \equiv -\frac{j\omega\mu d}{k_c} \frac{1}{2} (jA + B)$$

$$\text{また、} \quad A \cos k_c x + B \sin k_c x = \frac{-1}{2j} (-jA + B) e^{-jk_c x} + \frac{1}{2j} (jA + B) e^{jk_c x}$$

$$\therefore I_0' = \frac{1}{2j} (-jA + B) e^{-jk_c x} - \frac{1}{2j} (jA + B) e^{jk_c x}$$

$$\therefore I_0' = -\frac{k_c}{j\omega\mu d} \cdot \frac{1}{j} (C e^{-jk_c x} - D e^{jk_c x}) \quad \dots (4)$$

よって (1) ~ (4) から特性アドミタンス  $Y_0$  は次のようになる。

$$Y_0 = \frac{k_c}{\omega\mu d}$$

方形領域における特性アドミタンスも同様に考えられることができる。

$b = 10.0 \text{ mm}$     $f = 4.0 \text{ GHz}$

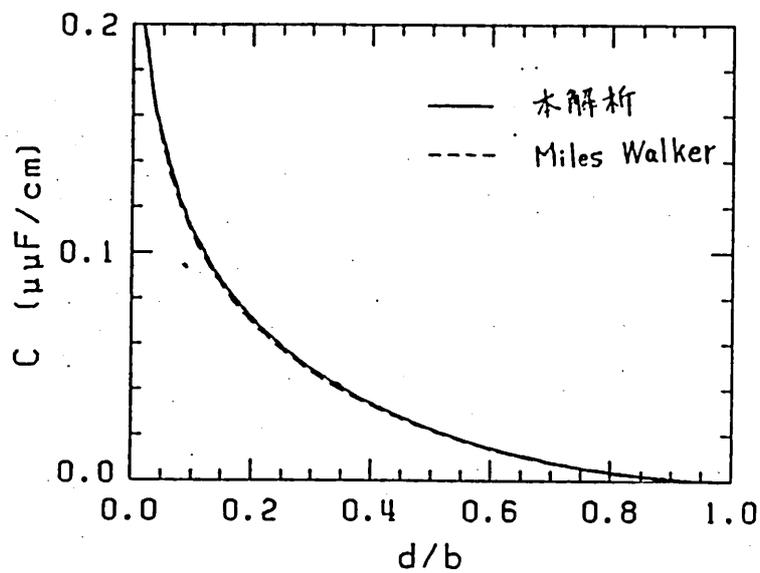


Fig. 1

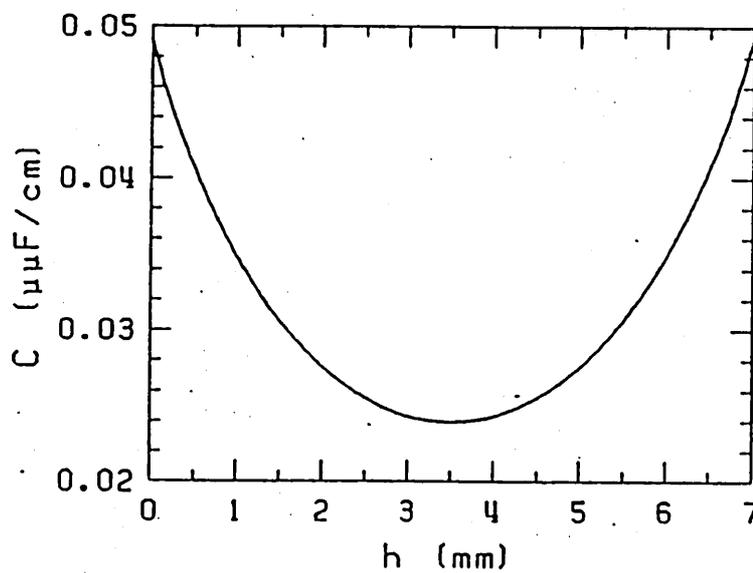


Fig. 2

$b = 10.0 \text{ mm}$     $d = 3.0 \text{ mm}$   
 $f = 4.0 \text{ GHz}$

$$b = 10.2 \text{ mm} \quad d = 3.3 \text{ mm}$$

$$R = 0.0 \quad f = 10.0 \text{ GHz}$$

$$\beta_c = 152.2 \text{ rad/m}$$

Fig. 3

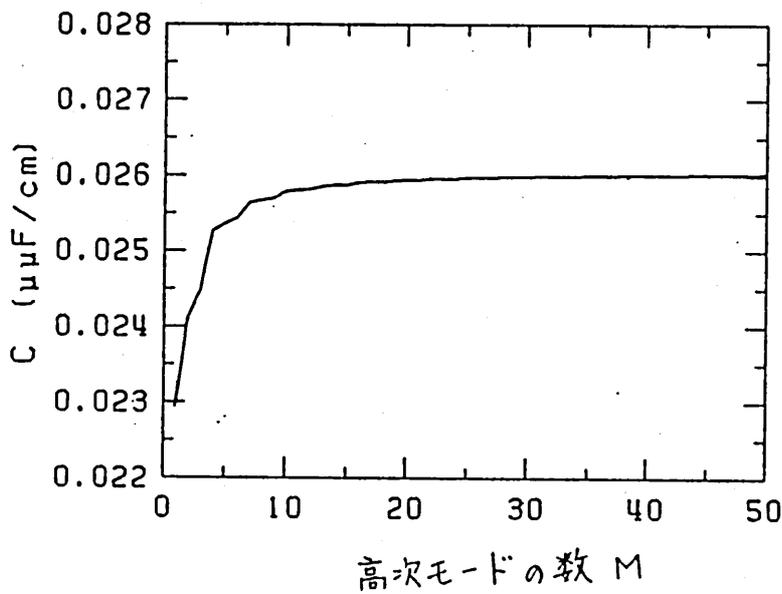
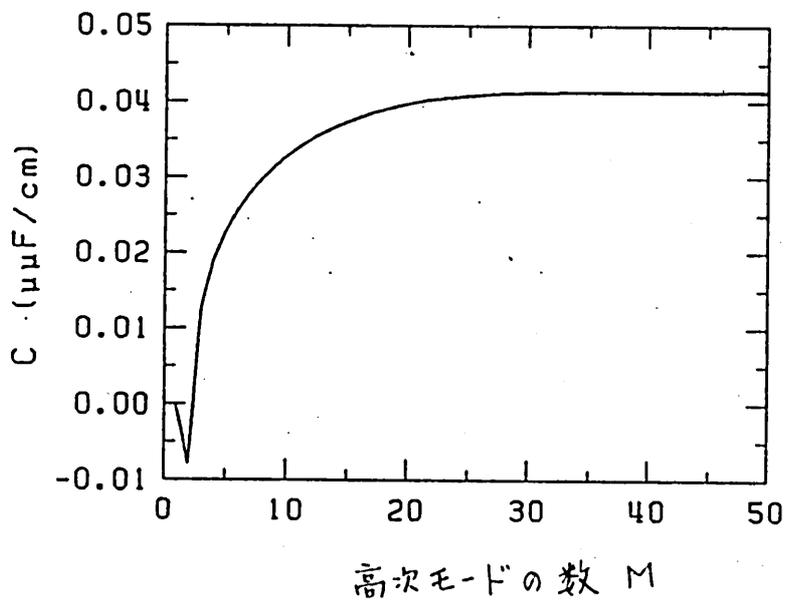


Fig. 4



$$R = 25.0 \text{ mm} \quad d = 3.3 \text{ mm}$$

$$f = 10.0 \text{ GHz}$$

$$\beta_c = 152.2 \text{ rad/m}$$

$$R = 3.45 \text{ mm}$$

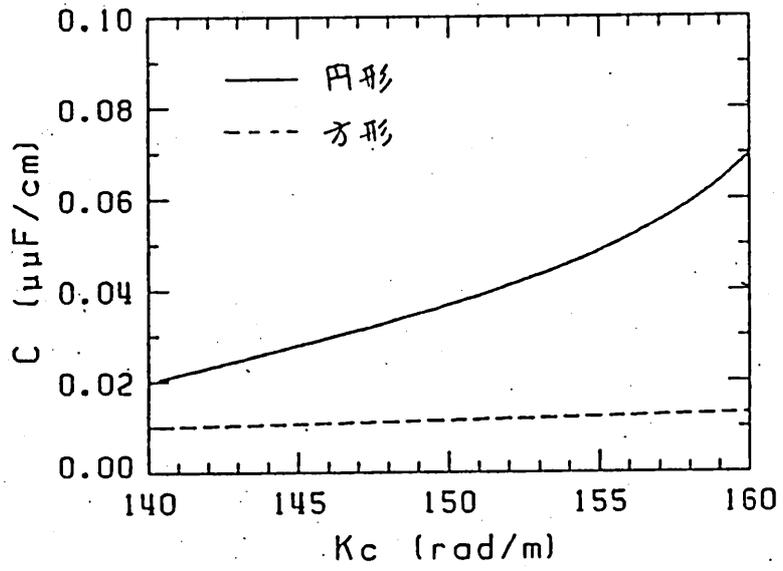


Fig. 5

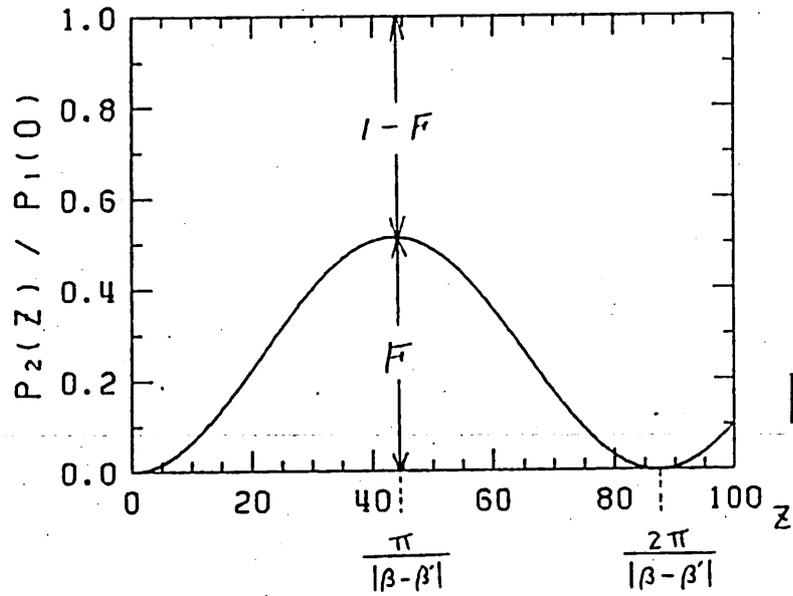


Fig. 6

輻射科学研究会資料

RS 82-17

単一偏波光ファイバ  
の理論的検討

稲田浩二

松原正則

熊谷信昭

(大阪大学 工学部)

1982年12月10日

(於三菱電機中央研究所)

## 1. まえがき

単一モード光ファイバを用いて光ヘテロダイン方式の通信を行う場合や<sup>(1)</sup>単一モード光ファイバを光集積回路と接続する場合などには、ファイバの偏波面の安定性が重要な問題となる。ファイバが真直で、かつ、全く外乱のない場合には偏波状態は保存される。しかし、実際の光ファイバは真直でもなく、また、曲げやねじり、温度変化などの外乱も加わるので、偏波面が容易に回転してしまう。これは、単一モード光ファイバ中の互いに直交する2つの $HE_{11}$ モードがほとんど縮退しているために、わずかな外乱に対してもモード間に結合が生じるためである。

2つの $HE_{11}$ モードの一方だけがカットオフ状態にあるような、真の単一モードファイバを用いれば偏波面は安定するが、そのためには、2つのモードのカットオフ周波数が十分離れていることが必要で、それは実現不可能である。

そこで、2つのモードの伝搬定数の差をできるだけ大きくすることによって、外乱の影響を受けにくくすることが考えられる。これは、(1)非軸対称な屈折率分布にす

る方法<sup>(2)~(5)</sup> (ii)非軸対称な応力を与える方法<sup>(4)(5)</sup> (iii)ファイバにねじりを加える方法<sup>(2)</sup>などによって実現することができる。

本報告では、まず、(i)の立場から、コア断面を楕円化することによって縮退の解けた、2つのモード間の伝搬定数差を変分法によって求める。また、(ii)の立場から、熱応力を付与したファイバについても、伝搬定数差が変分法によって求まることを示す。

## 2. 楕円コア光ファイバの解析

### 2-1. 変分表現式

z方向に一様なファイバの伝搬定数 $\beta$ に関する変分表現式は次式で与えられる<sup>(6)</sup>

$$\beta = \frac{\int \{ \omega \epsilon \cdot \epsilon \cdot E^* + \omega \mu h \cdot h^* + j \{ h \cdot \nabla \times E^* - h^* \cdot \nabla \times E \} \} dS}{\int (E \times h^* + E^* \times h) \cdot \hat{z} dS} \quad (1)$$

ここで、 $\omega$ ,  $\epsilon$ ,  $\mu$ ,  $E$ ,  $h$ ,  $\hat{z}$ は、それぞれ、角周波数、誘電率テンソル、透磁率、電界、磁界、z方向の単位ベクトルであり、積分は横断面全体にわたって行うものとする。

コアを楕円化することによって生じる複屈折性は、屈折率分布の非軸対称性による見かけ上の複屈折性と、コアとクラッドの熱膨張係数の相異によって生じた熱応力による複屈折性とに分けることができるが、本節では前者のみを考えることにする。従って、ファイバは等方性である。

等方性ファイバの伝搬定数に関する変分表現式は次式で与えられる<sup>(7)</sup>

$$\beta^2 = \frac{N}{D} \quad (2)$$

$$N = \int \left[ \frac{1}{\omega^2 \epsilon \mu} (\omega^2 \epsilon \mu h_t - \omega^2 \epsilon \mu \nabla \times \frac{1}{\omega^2 \epsilon \mu} \nabla \times h_t)^2 - (\nabla \cdot h_t)^2 \right. \\ \left. + 2 \nabla \cdot \left\{ \frac{1}{\omega^2 \epsilon \mu} (\omega^2 \epsilon \mu h_t - \omega^2 \epsilon \mu \nabla \times \frac{1}{\omega^2 \epsilon \mu} \nabla \times h_t) (\nabla \cdot h_t) \right\} \right] dS$$

$$D = \int \left[ h_t^2 - \frac{1}{\omega^2 \epsilon \mu} (\nabla \times h_t)^2 + 2 \nabla \cdot \left( \frac{1}{\omega^2 \epsilon \mu} h_t \times \nabla \times h_t \right) \right] dS$$

ここで、 $h_t$ は磁界の横方向成分である。式(2)を解けば伝搬定数 $\beta$ および界分布 $h_t$ が求まるのであるが、ここでは、式(2)が変分表現式であり、停留性を満足しているのので、次式の解である近似界分布 $h_t$ を用いて、精度の高い伝搬定数を求めることにする。

$$\nabla^2 h_t + (\omega^2 \epsilon \mu - \beta_0^2) h_t = 0 \quad (3)$$

境界において  $h_t, \nabla \cdot h_t, \nabla \times h_t$  が連続

ここで、 $\beta_0$ はスカウ解析によって求まる伝搬定数、 $n$ は境界面に立てた単位法線ベクトルである。weakly guidingの近似および式(3)を用いると、式(2)は次式のようなになる。

$$\beta^2 = \beta_0^2 + \frac{\int \left[ \left(1 - \frac{\beta_0^2}{\omega^2 \epsilon \mu}\right) \nabla \cdot \{h_t \times (\nabla \times h_t)\} - \frac{1}{\omega^2 \epsilon \mu} (\nabla \nabla \cdot h_t) \cdot (\nabla \times \nabla \times h_t) \right] dS}{\int h_t^2 dS} \quad (4)$$

式(3)は次式に示す  $h_t$  によって満足される。

$$h_t = \hat{i}_x a \phi + \hat{i}_y b \phi \quad (5)$$

ここで、 $\hat{i}_x, \hat{i}_y$  は  $x$  方向の単位ベクトルおよび  $y$  方向の単位ベクトルであり、 $a, b$  は変分表現式における停留条件より決定される未知定数である。また、 $\phi$  は次式の解である。

$$\nabla^2 \phi + (\omega^2 \epsilon \mu - \beta_0^2) \phi = 0 \quad (6)$$

境界において、 $\phi, \mathbf{n} \cdot \nabla \phi$  が連続

式(5)を式(4)に代入して次式を得る。

$$\beta^2 = \beta_0^2 + \frac{a^2 A + b^2 B}{(a^2 + b^2) C} \quad (7)$$

$$A = \int \left[ \left(1 - \frac{\beta_0^2}{\omega^2 \epsilon \mu}\right) \frac{\partial}{\partial y} \left( \phi \frac{\partial \phi}{\partial y} \right) - \frac{1}{\omega^2 \epsilon \mu} \left\{ \left( \frac{\partial^2 \phi}{\partial x \partial y} \right)^2 - \frac{\partial^2 \phi}{\partial x^2} \frac{\partial^2 \phi}{\partial y^2} \right\} \right] dS$$

$$B = \int \left[ \left(1 - \frac{\beta_0^2}{\omega^2 \epsilon \mu}\right) \frac{\partial}{\partial x} \left( \phi \frac{\partial \phi}{\partial x} \right) - \frac{1}{\omega^2 \epsilon \mu} \left\{ \left( \frac{\partial^2 \phi}{\partial x \partial y} \right)^2 - \frac{\partial \phi}{\partial x^2} \frac{\partial \phi}{\partial y^2} \right\} \right] dS$$

$$C = \int \phi^2 dS$$

ただし、簡単のため、

$$\epsilon(x, y) = \epsilon(-x, y) = \epsilon(x, -y) = \epsilon(-x, -y) \quad (8)$$

$$\phi(x, y) = \phi(-x, y) = \phi(x, -y) = \phi(-x, -y)$$

であるとした。式(7)に停留条件

$$\frac{\partial \beta^2}{\partial a} = \frac{\partial \beta^2}{\partial b} = 0 \quad (9)$$

を適用すると、次に示す縮退の解けた2つのモードが得られる。

$$\begin{cases} a=0, b=1 \text{ すなわち } h_t = \hat{y} \phi \\ \beta_x^2 = \beta_0^2 + \frac{B}{C} \end{cases} \quad (10)$$

$$\begin{cases} a=1, b=0 \text{ すなわち } h_t = \hat{x} \phi \\ \beta_y^2 = \beta_0^2 + \frac{A}{C} \end{cases}$$

従、て、2つのモード間の伝搬定数差は、

$$\beta_x^2 - \beta_y^2 = \frac{B-A}{C}$$

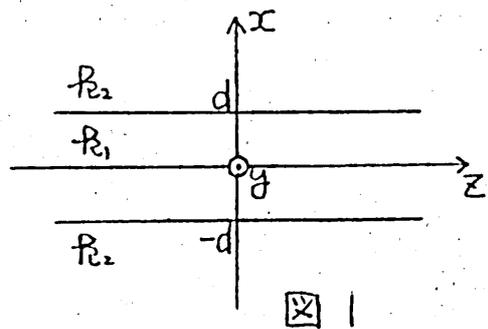
$$= \frac{\int \left[ \left(1 - \frac{\beta_0^2}{\omega^2 \mu}\right) \left\{ \frac{\partial}{\partial x} \left( \phi \frac{\partial \phi}{\partial x} \right) - \frac{\partial}{\partial y} \left( \phi \frac{\partial \phi}{\partial y} \right) \right\} \right] dS}{\int \phi^2 dS} \quad (11)$$

で与えられる。

## 2-2. 精度の検討

式(11)を誘電体スラブ線路に適用し、ベクトル解析による厳密解と比較することによって、式(11)の精度を確かめる。

図1のように、y方向に一樣に広がった、厚さ2dの誘電体スラブを、z方向に伝搬するTE<sub>0</sub>モードと



TM<sub>0</sub>モードの伝搬定数の差について考える。ここで、 $k_1$ はコアにおける波数、 $k_2$ はクラッドにおける波数である。

スカウ近似解析によ、て求まる界分布

$$\phi(x, y) = \begin{cases} \cos(S_0 x) & ; |x| \leq d \\ \cos(S_0 d) \exp(P_0 d) \exp(-P_0 |x|) & ; |x| > d \end{cases} \quad (12)$$

を式(11)に代入して次式を得る。

$$\beta_x - \beta_y = - \frac{\frac{S_0^3}{k_1^2} \sin(2S_0 d) + \frac{2P_0^3}{k_2^2} \cos^2(S_0 d)}{\beta_0 \left[ \frac{1}{S_0} \{ \sin(2S_0 d) + 2S_0 d \} + \frac{2}{P_0} \cos^2(S_0 d) \right]} \quad (13)$$

ここで:

$$\beta_0^2 = k_1^2 - S_0^2 = k_2^2 + P_0^2 \quad (14)$$

である。  $k_1 d = 10.1$ ,  $k_2 d = 10.0$  として、式(13)を計算すると、

$$\beta_{xd} - \beta_{yd} = -0.000452875 \quad (15)$$

となる。一方、ベクトル解析により求まる  $TM_0$  モードと  $TE_0$  モードの伝搬定数の差は次のようになる。

$$\beta_{TMD} - \beta_{TED} = -0.000452746 \quad (16)$$

式(15)と式(16)を比較すると3桁目まで一致しており、伝搬定数差が非常に小さい値であることを考えれば、これは十分な精度であると言える。

### 2-3. 数値計算例

式(11)から2つのモード間の伝搬定数差を求めるためには、まず、式(6)が解かれてなければならない。ここでは、任意の屈折率分布形状のファイバに適用することのできるスカウ変分法によって、式(6)を解くことにする。

式(6)を解くことは、次式に示すスカウ変分表現式の停留値を求めることと同等である。<sup>(8)</sup>

$$\beta_0^2 = \frac{\int \{k_0^2 n^2 \phi^2 - (\nabla \phi)^2\} dS}{\int \phi^2 dS} \quad (17)$$

ここで、 $k_0, n$  は、自由空間波数および屈折率である。式(17)に代入する試行界分布として、次式に示すカウス・エルミート関数を用いる。

$$\phi = \exp\left\{-\frac{1}{2}\left(\frac{x}{c}\right)^2 - \frac{1}{2}\left(\frac{y}{d}\right)^2\right\} \quad (18)$$

ここで、 $c, d$  は未知定数で、スカウ変分表現式における停留条件

$$\frac{\partial \beta_0^2}{\partial c} = \frac{\partial \beta_0^2}{\partial d} \quad (19)$$

より決定される。実際の数値計算においては、式(19)の操作を行うことは不可能である。そこで、あらかじめ設定

した  $(c, d)$  平面上の格子点について式(17)を計算し、その値が最大になる点を停留値としている。このようにして  $c, d$  が決まれば、界分布  $\phi$  および伝搬定数  $\beta_0$  が求まり、式(10)から2つのモード間の伝搬定数差が求まる。

また、1次高次モードの界分布を

$$\phi = \frac{x}{e} \exp\left\{-\frac{1}{2}\left(\frac{x}{e}\right)^2 - \frac{1}{2}\left(\frac{y}{f}\right)^2\right\} \quad (20)$$

とおいて式(17)に代入し、基本モードの場合と同様な操作をすることによって伝搬定数を求め、単一モード領域を知ることができる。以下のグラフは、単一モード領域における伝搬定数差を示している。

図3に屈折率分布形状をステップ型として、楕円率  $\delta$  を変化させた時の伝搬定数差の変化を示した。ここで、 $\delta$  は次式で定義される量である。

$$\delta = \frac{R_x - R_y}{R_x + R_y} \quad (21)$$

$R_x$ : JAPの長径,  $R_y$ : JAPの短径

また、縦軸は規格化伝搬定数差

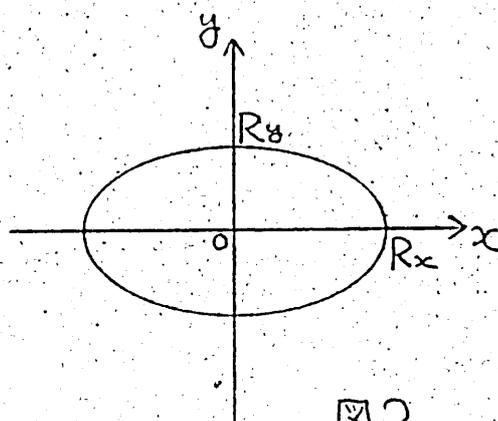


図2

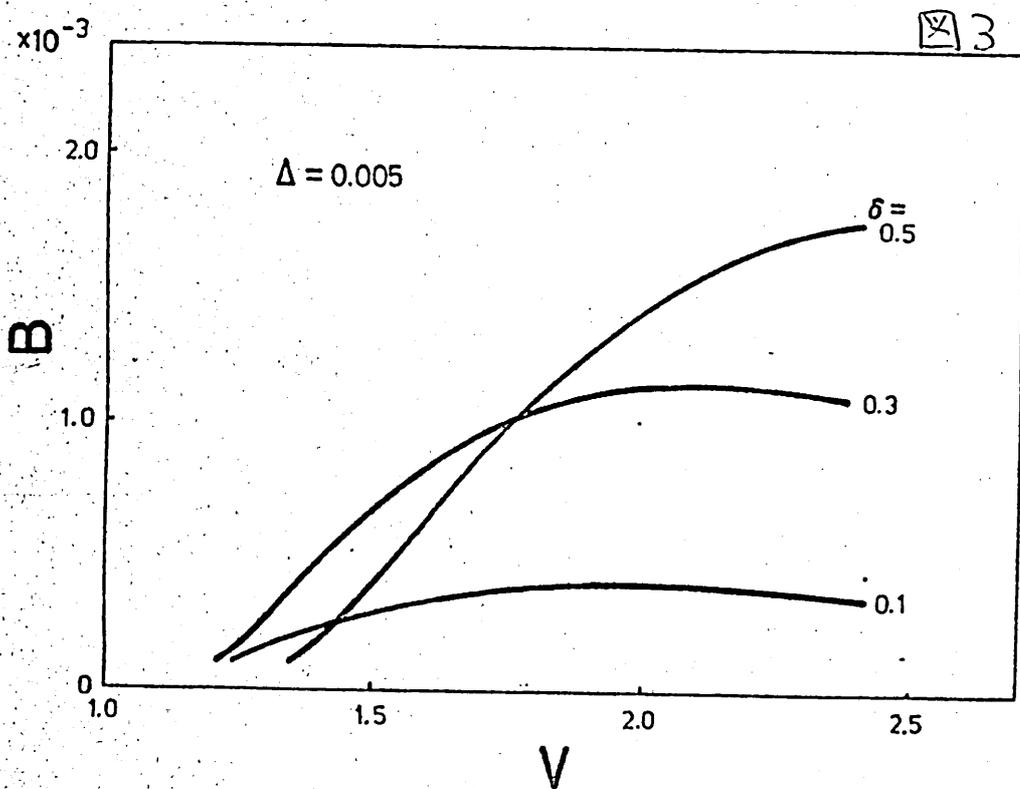
$$B = \frac{\beta_x^2 - \beta_y^2}{R_0^2 n_1^2 - R_0^2 n_2^2} \quad (22)$$

であり、横軸は規格化周波数

$$V = R_0 \frac{R_x + R_y}{2} \sqrt{n_1^2 - n_2^2} \quad (23)$$

である。ただし、 $n_1$ はコアの屈折率の最大値、 $n_2$ はクラッドの屈折率である。

図3から、 $B$ の最大値は楕円率 $\delta$ にほぼ比例することがわかる。



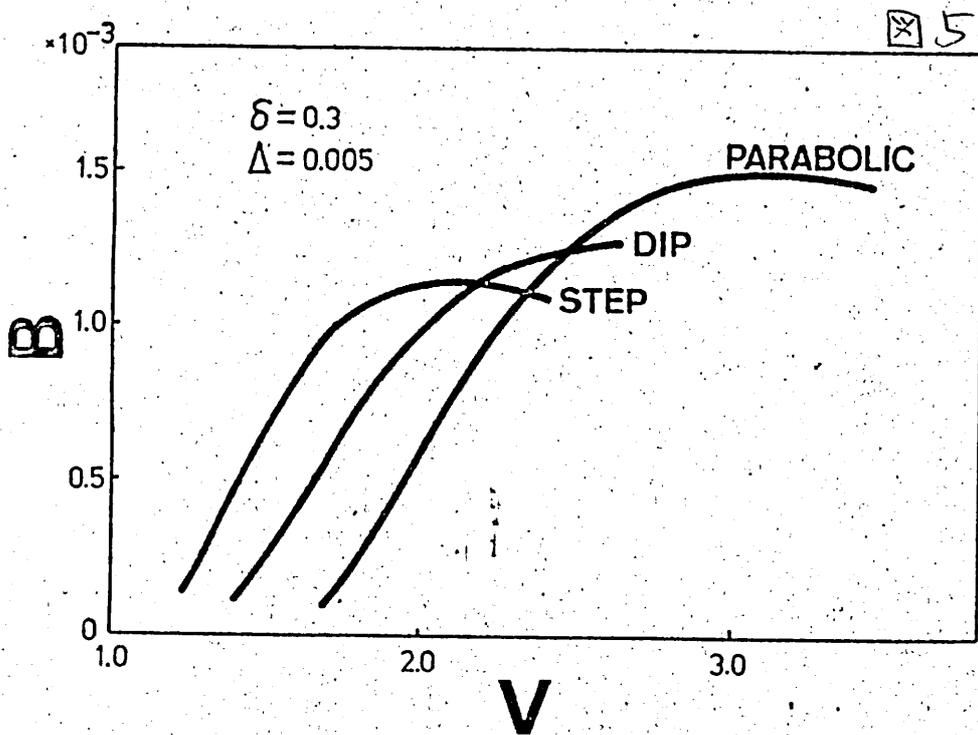
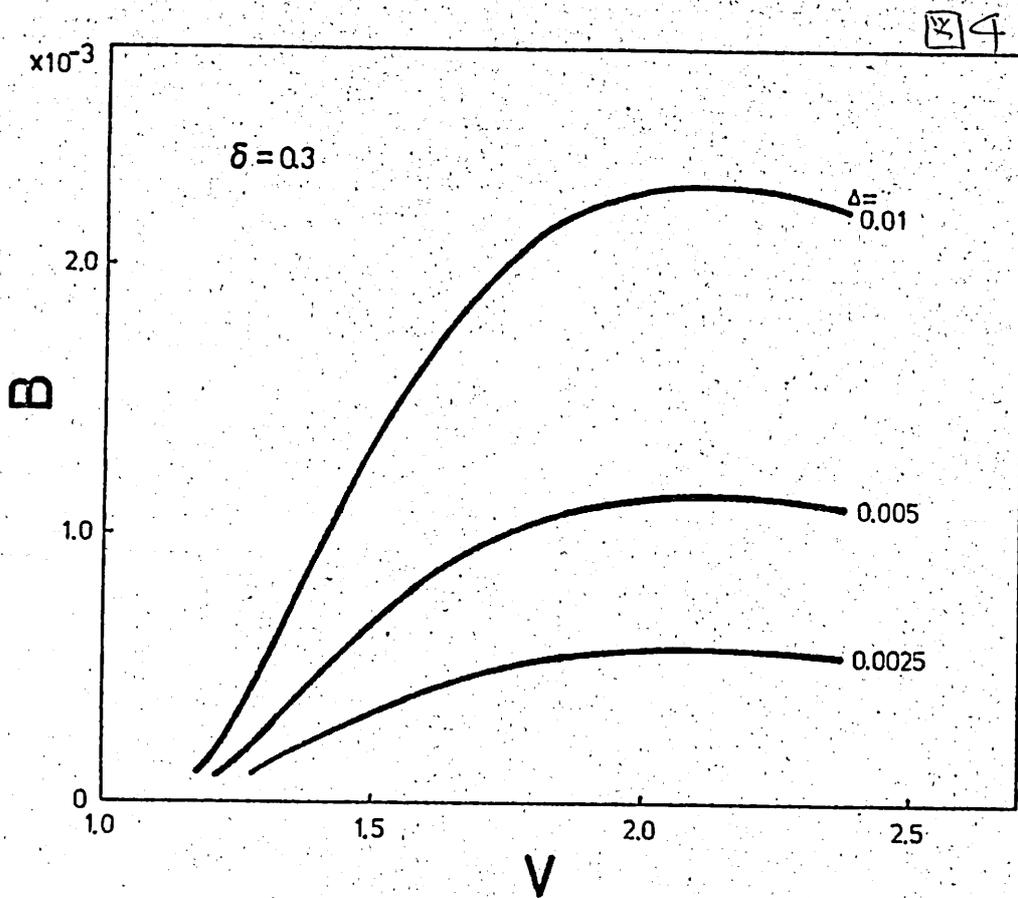


図4に、比屈折率差

$$\Delta = \frac{n_1 - n_2}{n_1} \quad (24)$$

を変化させた時の伝搬定数差の変化を示した。図4から、 $B$ は比屈折率差 $\Delta$ に比例することからわかる。ところで、 $\Delta \ll 1$ のとき、

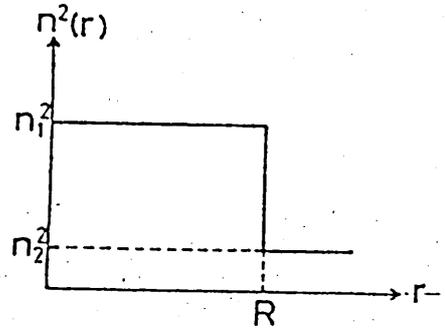
$(\beta_x - \beta_y)$ と $B$ との間には

$$\frac{\beta_x - \beta_y}{\beta_0} = \Delta \cdot B \quad (25)$$

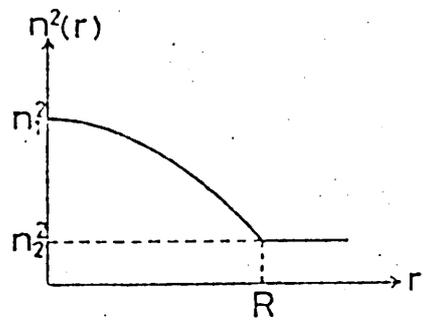
という関係がある。従って、 $(\beta_x - \beta_y)$ は $\Delta^2$ に比例することになる。

図5は、屈折率分布形状がステップ型、2乗分布型、テイップ型の3つの場合について、伝搬定数差を示したものである。ただし、 $\delta = 0.3$ 、 $\Delta_c = 0.005$ である。ここで、 $\Delta_c$ は

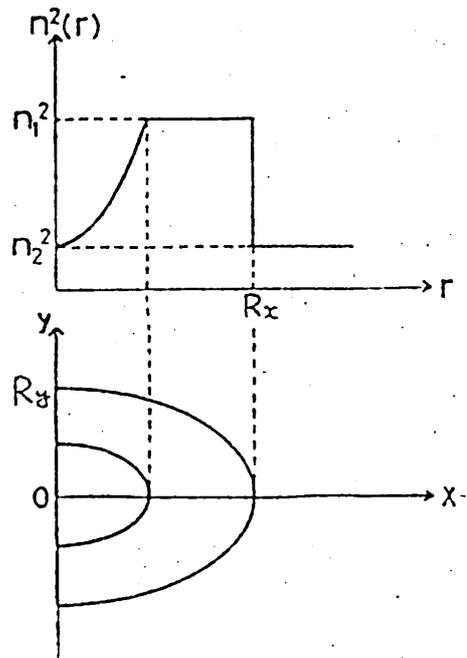
(i) ステップ型



(ii) 2乗分布型



(iii) ティップ型



$$\Delta_c = \frac{n_c - n_2}{n_c} \quad (26)$$

であり、 $n_c$ は次式で定義されるコアの等価屈折率である。

$$n_c^2 = n_2^2 + \frac{2}{R^2} \int_{n(r) \geq n_2} \{n^2(r) - n_2^2\} r dr$$

図5を見れば、2乗分布型の場合に最もBが大きくなると言えるが、これは $\Delta_c$ を一定にしたためで、式(24)で定義した $\Delta$ を一定にして比較すれば、ステップ型が最も有利であると言える。

以上、任意の屈折率分布形状をもつ楕円コア光ファイバの縮退の解けた2つのモード間の伝搬定数差を変分法によって求めた。

### 3. 応力付与光ファイバの解析

残留熱応力によって誘電率に擾動 $\bar{\delta}$ が加わったとすると、変分表現式は、

$$\beta = \frac{\int \{ \omega \epsilon \mathbf{e} \cdot \mathbf{e}^* + \omega \mu \mathbf{h} \cdot \mathbf{h}^* + j \mathbf{h} \cdot \nabla \times \mathbf{e}^* - \mathbf{h}^* \cdot \nabla \times \mathbf{e} \} dS + \int \omega \epsilon \mathbf{e}^* \cdot \bar{\delta} \cdot \mathbf{e} dS}{\int (\mathbf{e} \times \mathbf{h}^* + \mathbf{e}^* \times \mathbf{h}) \cdot \hat{\mathbf{z}} dS} \quad (27)$$

ここで、

$$\bar{\epsilon} = \epsilon (\bar{\mathbf{I}} + \bar{\delta}) = \epsilon \begin{pmatrix} 1 + \delta_{xx} & \delta_{xy} & 0 \\ \delta_{xy} & 1 + \delta_{yy} & 0 \\ 0 & 0 & 1 + \delta_{zz} \end{pmatrix} \quad (28)$$

である。式(27)に代入する試行界分布として

$$\mathbf{e} = \sqrt{\omega \mu} \left[ \mathbf{f}_t + \hat{\mathbf{z}} \frac{1}{j\beta_0} \nabla \cdot \mathbf{f}_t \right] \quad (29)$$

$$\mathbf{h} = \frac{\beta_0}{\sqrt{\omega \mu}} \left[ \hat{\mathbf{z}} \times (\mathbf{f}_t - \frac{1}{\beta_0^2} \nabla \nabla \cdot \mathbf{f}_t) - \frac{1}{j\beta_0} \nabla \times \mathbf{f}_t \right]$$

とおく。ここで、 $\mathbf{f}_t$ は次式の解であり、 $\beta$ はスカラー解析によって求まる伝搬定数である。

$$\nabla^2 f_t + (\omega^2 \epsilon \mu - \beta_0^2) f_t = 0 \quad (30)$$

境界において、 $f_t$ ,  $\nabla \cdot f_t$ ,  $\nabla \times f_t$  が連続

式(29)を式(27)に代入し、weakly guidingの近似および式(30)を用いると次式が得られる。

$$\beta = \beta_0 + \frac{\int \frac{1}{2\beta_0^2} [\omega^2 \epsilon \mu \nabla \cdot \{f_t (\nabla \cdot f_t^*) + \text{c.c.}\} - \{(\nabla \nabla \cdot f_t) \cdot (\nabla \times \nabla \times f_t^*) + \text{c.c.}\}] dS + \int \omega^2 \epsilon \mu [f_t^* \cdot \delta \cdot f_t + \frac{\delta}{\beta_0} \{(\nabla \cdot f_t^*) (\hat{z} \cdot \delta \cdot f_t) - \text{c.c.}\}] dS}{2\beta_0 \int f_t \cdot f_t^* dS} \quad (31)$$

ここで、c.c.は直前の値の複素共役である。式(30)は次式に示す $f_t$ によって満足される。

$$f_t = \hat{z} a \phi + \hat{z} b \phi \quad (32)$$

ここで、 $a, b$ は未知定数で、 $\phi$ は次式の解である。

$$\nabla^2 \phi + (\omega^2 \epsilon \mu - \beta_0^2) \phi = 0 \quad (33)$$

境界において  $\phi$ ,  $\nabla \cdot \phi$  が連続

式(32)を式(31)に代入して次式が得られる。

$$\beta = \beta_0 + \beta_1 + \frac{aa^* - bb^*}{aa^* + bb^*} \beta_2 \quad (34)$$

$$\beta_1 = \frac{\int \frac{1}{\beta_0^2} [\omega^2 \epsilon \mu \left\{ \frac{\partial}{\partial x} \left( \phi \frac{\partial \phi}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left( \phi \frac{\partial \phi}{\partial y} \right) \right\} - 2 \left\{ \left( \frac{\partial \phi}{\partial x \partial y} \right)^2 - \frac{\partial^2 \phi}{\partial x^2} \frac{\partial^2 \phi}{\partial y^2} \right\}] dS + \int \omega^2 \epsilon \mu (\delta_{xx} + \delta_{yy}) \phi^2 dS}{4 \beta_0 \int \phi^2 dS}$$

$$\beta_2 = \frac{\int \frac{\omega^2 \epsilon \mu}{\beta_0^2} \left\{ \frac{\partial}{\partial x} \left( \phi \frac{\partial \phi}{\partial x} \right) - \frac{\partial}{\partial y} \left( \phi \frac{\partial \phi}{\partial y} \right) \right\} dS + \int \omega^2 \epsilon \mu (\delta_{xx} - \delta_{yy}) \phi^2 dS}{4 \beta_0 \int \phi^2 dS}$$

ただし、簡単のため、

$$\begin{aligned} \epsilon(x, y) &= \epsilon(-x, y) = \epsilon(x, -y) = \epsilon(-x, -y) \\ \delta_{xy}(x, y) &= -\delta_{xy}(-x, y) = -\delta_{xy}(x, -y) = \delta_{xy}(-x, -y) \\ \phi(x, y) &= \phi(-x, y) = \phi(x, -y) = \phi(-x, -y) \end{aligned} \quad (35)$$

であるとした。式(34)に停留条件

$$\frac{\partial \beta}{\partial a^*} = \frac{\partial \beta}{\partial b^*} \quad (36)$$

を適用すると、次に示す縮退の解けた2つのモードが得られる。

$$\begin{cases} a=1, b=0 & \text{すなわち } f_z = \hat{u}_x \phi \\ \beta_x = \beta_0 + \beta_1 + \beta_2 \end{cases} \quad (37)$$

$$\begin{cases} a=0, b=1 & \text{すなわち } \underline{H}_z = \underline{i}_y \phi \\ \beta_y = \beta_0 + \beta_1 - \beta_2 \end{cases} \quad (38)$$

式(37)に示したモードは電界がx方向を向き、磁界がy方向を向いたモードであり、式(38)に示したモードは電界がy方向を向き、磁界がx方向を向いたモードである。

従って、熱応力を与えることにより、生じる伝搬定数差は、

$$\beta_x - \beta_y = \frac{\int \omega^2 \epsilon \mu (\delta_{xx} - \delta_{yy}) \phi^2 dS}{2\beta_0 \int \phi^2 dS} \quad (39)$$

で与えられる。

ところで、屈折率と応力との関係は

$$\begin{aligned} n(1 + \frac{1}{2} \delta_{xx}) - n(1 + \frac{1}{2} \delta_{yy}) \\ = (C_1 - C_2)(\sigma_x - \sigma_y) \end{aligned} \quad (40)$$

で与えられる。ここで、 $n$ は応力が加わらない時の屈折率、 $C_1, C_2$ は直接光弾性係数、横光弾性係数であり、 $\sigma_x, \sigma_y$ はx軸およびy軸方向の応力で、有限要素法によって求めることができる<sup>(4)</sup>。従って、式(39)の分子に表われる項 $(\delta_{xx} - \delta_{yy})$ は、

$$\delta_{xx} - \delta_{yy} = \frac{2}{n} (C_1 - C_2) (\sigma_x - \sigma_y) \quad (41)$$

で与えられる。

#### 4. おおひ

非軸対称な屈折率分布, あるいは, 非軸対称な応力を与えることによつて, 縮退の解けた2つのモード間の伝搬定数差が変分法によつて求まることを示した。また, 非軸対称な屈折率分布をもつファイバとして, 楕円コア光ファイバの数值例を示し, 楕円率, 比屈折率差, 屈折率分布形状が伝搬定数差に与える影響を明らかにした。

## 文献

- (1) 大越孝敬, “光ヘテロダインもしくは光ホモダイン型  
周波数多重光ファイバ通信の可能性と問題点の検討”,  
信学技報, OQE78-139.
- (2) 松原正則, “単一モード光ファイバの摂動解析法とそ  
のねじり楕円ファイバへの適用”, 信学技報,  
OQE81-113.
- (3) 小山田公之, 大越孝敬, “有限要素法による単一偏波  
光ファイバの伝搬特性の解析”, 信学技報, OQE80-61.
- (4) 岡本勝就, 保坂敏人, 枝広隆夫, “有限要素法による  
光ファイバの応力解析”, 信学技報, OQE81-21.
- (5) 左貝潤一, “楕円コア光ファイバの熱応力と複屈折”,  
信学技報, OQE82-21.
- (6) A.D.Berk: “Variational principles for  
electromagnetic resonators and waveguides,”  
IRE Trans. Antennas and Propag., AP-4, P.104 (1956).
- (7) M. Matsuhara and N. Kumagai: “Theory of coupled  
open transmission line and its applications,”  
IEEE Trans., MTT-22, 4, p. 378 (1974).
- (8) M. Matsuhara: “Analysis of TEM modes in  
dielectric waveguides, by a variational method,”  
J. Opt. Soc. Amer., 63, 12, p. 1514 (1973).

# ランダムな金属表面による光散乱 ——表面プラズモン——

中山純一，水谷潔，林貞治，小倉久直  
(京都工芸繊維大学 電子工学科)

## 1. まえがき

よく知られているように、可視領域では金属の誘電率が負である。このために平坦な金属表面をTM偏波(P偏光)の表面波が伝わる。物理的に見ると、金属中の自由電子のプラズマ振動が負の誘電率の原因になっているので、このような表面波はしばしば(非放射)表面プラズモンと呼ばれる。この表面プラズモンの伝播定数は入射波の伝播定数よりも大きいため、表面プラズモンは入射波と結合しない。しかし、全反射の際にプリズム表面を伝わるエバネセント波によって表面プラズモンを励振することはできる。Oita [1] は、このプリズム結合法を用いることによって実験的に表面プラズモンの存在を示した。

高真空下での蒸着等の方法によって作られる金属薄膜の表面はある程度不規則になっている。そこで最近では表面科学の分野で、表面の不規則性の表面プラズモンに対する影響に関心が高まってきている。<sup>[2-4]</sup>表面プラズモンは、表面が不規則な場合その不規則性によってインコヒーレント散乱が起り、放射しなから減衰する。このインコヒーレント散乱の放射パターンは表面の不規則性に強く依存するため、放射パターンを測定することによって不規則表面の統計的性質が得られるものと期待されている。

本論文では、この表面プラズモンを確率過程の理論を用いる方法 [5] によって解析する。ここでは図1のモデルを考える。銀の薄膜とプリズムとの境界は滑らかで、空気との境界が不規則であるとした。また、ここで考えるのは二次元の問題で、プリズム領域から銀領域へTM平面波が入射するものとする。このモデルを解析することによって、空気領域への表面プラズモンの放射パターンは銀の不規則表面の相関距離に強く依存していることを示した。

## 2. 定式化

図1に示す不規則な表面をもつ銀薄膜からのTM波の散乱を考える。添字  $j$  ( $j=1, 2, 3$ ) で媒質  $j$  を表わす。媒質1は比誘電率  $\epsilon_1 = 2.292$  のプリズムで、媒質2は平均の厚さが  $d$  の銀の薄膜であり、He-Ne レーザの周波数で比誘電率  $\epsilon_2 = -17.55 + 0.404i$  である。また媒質3は空気であり、比誘電率  $\epsilon_3 = 1.0$  である。銀薄膜のプリズムとの境界面は平坦であり、空気

この境界面が不規則であると仮定する。この不規則な境界面をガウス様確率場と仮定し、ウィナー積分によって

$$z = f(T^x \omega) = \int_{-\infty}^{\infty} F(\lambda) e^{i\lambda x} dB(\lambda), \quad F(\lambda) = F^*(-\lambda) \quad (1)$$

と表現できるものとする。ここで  $\omega$  は確率を定義する見本空間の見本点。 $T^x$  は見本空間内での保測変換、 $dB(\lambda) \equiv dB(\lambda, \omega)$  は [5] で定義した複素ガウ斯拉ンダム測度である。複素共役はアスタリスクによって示した。(1)式は平均が0で、分散は

$$\sigma^2 = \langle z^2 \rangle = \langle f^2(T^x \omega) \rangle = \int_{-\infty}^{\infty} |F(\lambda)|^2 d\lambda \quad (2)$$

となる。ここで  $\sigma$  は不規則表面の実効値であり、 $\langle \rangle$  はアンサンブル平均を表わす。また  $|F(\lambda)|^2$  は不規則表面のスペクトルである。

本論文では二次元の問題を考えているので、TM波を磁界のy成分を表わすスカラー関数  $\psi_j(z, x, \omega)$  ( $j=1, 2, 3$ ) によって表現する。 $\psi_j$  が  $dB(\lambda)$  の確率汎関数であるとみなし、ウィナー・エルミット展開する。媒質1では

$$\psi_1(z, x, \omega) = e^{iK_0 x} \left\{ e^{-iK_z z} + A_0 e^{iK_z z} + \int_{-\infty}^{\infty} A_1(\lambda) e^{i\lambda x + iK_z(\lambda) z} dB(\lambda) + \dots \right\} \quad (3)$$

ここで括弧内の第1項は入射平面波で、 $K_0, K_z$  は波数ベクトルのx成分、z成分であり、

$$K_0 = k_1 \sin \theta_0, \quad K_z = k_1 \cos \theta_0 = \sqrt{k_1^2 - K_0^2} \geq 0 \quad (4)$$

と書ける。ここで  $\theta_0$  は図1の入射角で、 $k_j$  ( $j=1, 2, 3$ ) は媒質jの波数ベクトルである。(3)式の括弧内の第2項はコヒーレント反射波で、 $A_0$  は反射係数である。第3項はインコヒーレント散乱波であり、 $k = [K_0 + \lambda, k_z(\lambda)]$  なる波数ベクトルの表わす方向に散乱する部分平面波の和である。 $\lambda$  はブラッグベクトルである。 $k_z(\lambda)$  は

$$k_{jz}(\lambda) = \sqrt{k_j^2 - (K_0 + \lambda)^2}, \quad k_j = \sqrt{\epsilon_j} k_3, \quad (j=1, 2, 3) \quad (5)$$

によって定義し、平方根の分枝は

$$\text{Im}[k_{jz}(\lambda)] \geq 0 \quad (6)$$

と定義する。

媒質2 (銀) においては

$$\psi_2(z, x, \omega) = e^{iK_0 x} \left\{ B_0 e^{-iK_{2z} z} + \int_{-\infty}^{\infty} B_1(\lambda) e^{i\lambda x - iK_{2z}(\lambda) z} dB(\lambda) \dots \right\} \\ + e^{iK_0 x} \left\{ C_0 e^{iK_{2z} z} + \int_{-\infty}^{\infty} C_1(\lambda) e^{i\lambda x + iK_{2z}(\lambda) z} dB(\lambda) \dots \right\} \quad (7)$$

$$K_{2z} = k_{2z}(0), \quad (8)$$

と書ける。ここで第1項は下向きの波を表わし、第2項は上向きの波を表わす。しかし、銀の誘電率は負であるから、実際にはこれらの波は inhomogeneous な平面波である。

媒質3 (空気) では

$$\psi_3(z, x, \omega) = e^{iK_0 x} \left\{ D_0 e^{-iK_{3z} z} + \int_{-\infty}^{\infty} D_1(\lambda) e^{i\lambda x - iK_{3z}(\lambda) z} d\lambda(\lambda) \dots \right\} \quad (9)$$

$$K_{3z} = k_{3z}(0) = \sqrt{k_3^2 - k_0^2} = k_3 \sqrt{1 - \epsilon_1 \sin^2 \theta_0} \quad (10)$$

と書ける。(9)式の第1項はコヒーレント透過波で、

$$|\theta_0| \geq \sin^{-1}(1/\sqrt{\epsilon_1}) \quad (11)$$

のような入射角  $\theta_0$  に対しては虚数の波数ベクトル  $K_{3z}$  をもつエバネセント波である。

$z = d$  のプリズムと銀との境界では

$$\psi_1(z, x, \omega) = \psi_2(z, x, \omega), \quad \frac{1}{\epsilon_1} \frac{\partial \psi_1}{\partial z} = \frac{1}{\epsilon_2} \frac{\partial \psi_2}{\partial z}, \quad (z = d), \quad (12)$$

の境界条件を考える。(3), (7)式を(12)式に代入すると

$$\begin{aligned} B_0 &= T_{11}(0) + T_{12}(0)A_0, & B_1(\lambda) &= T_{12}(\lambda)A_1(\lambda), \\ C_0 &= T_{21}(0) + T_{22}(0)A_0, & C_1(\lambda) &= T_{22}(\lambda)A_1(\lambda), \end{aligned} \quad (13)$$

が得られる。ここで  $T_{ij}$  は T マトリクスの要素で、下式に示す。

$$\begin{aligned} T_{11}(\lambda) &= \frac{1}{2} \left\{ 1 + \frac{\epsilon_2 k_{1z}(\lambda)}{\epsilon_1 k_{2z}(\lambda)} \right\} e^{i[k_{2z}(\lambda) - k_{1z}(\lambda)]d} \\ T_{12}(\lambda) &= \frac{1}{2} \left\{ 1 + \frac{\epsilon_2 k_{1z}(\lambda)}{\epsilon_1 k_{2z}(\lambda)} \right\} e^{i[k_{1z}(\lambda) + k_{2z}(\lambda)]d} \\ T_{21}(\lambda) &= \frac{1}{2} \left\{ 1 - \frac{\epsilon_2 k_{1z}(\lambda)}{\epsilon_1 k_{2z}(\lambda)} \right\} e^{-i[k_{1z}(\lambda) + k_{2z}(\lambda)]d} \\ T_{22}(\lambda) &= \frac{1}{2} \left\{ 1 + \frac{\epsilon_2 k_{1z}(\lambda)}{\epsilon_1 k_{2z}(\lambda)} \right\} e^{i[k_{1z}(\lambda) - k_{2z}(\lambda)]d} \end{aligned} \quad (14)$$

$z = f$  ( $T^x \omega$ ) の銀と空気との不規則境界では

$$\psi_2 = \psi_3, \quad \frac{1}{\epsilon_2} \left( -\frac{df}{dx} \frac{\partial \psi_2}{\partial x} + \frac{\partial \psi_2}{\partial z} \right) = \frac{1}{\epsilon_3} \left( -\frac{df}{dx} \frac{\partial \psi_3}{\partial x} + \frac{\partial \psi_3}{\partial z} \right), \quad [z = f], \quad (15)$$

の境界条件を考える。ここでは不規則境界の粗さが小さい場合、つまり  $\sigma$  が入射波長に比べて非常に小さい場合を考えるので、次のような  $\sigma \rightarrow 0$  における境界条件を新しく考える。

$$\psi_2 + f(T^x \omega) \frac{\partial \psi_2}{\partial z} + \frac{\sigma^2}{2} \frac{\partial^2 \psi_2}{\partial z^2} = \psi_3 + f(T^x \omega) \frac{\partial \psi_3}{\partial z} + \frac{\sigma^2}{2} \frac{\partial^2 \psi_3}{\partial z^2}, \quad (z = 0)$$

$$\frac{1}{\varepsilon_2} \left\{ -\frac{df}{dx} \frac{\partial \psi_2}{\partial x} + \frac{\partial \psi_2}{\partial z} + f \frac{\partial^2 \psi_2}{\partial z^2} + \frac{\sigma^2}{2} \frac{\partial^2 \psi_2}{\partial z^3} \right\}$$

$$= \frac{1}{\varepsilon_3} \left\{ -\frac{df}{dx} \frac{\partial \psi_3}{\partial x} + \frac{\partial \psi_3}{\partial z} + f \frac{\partial^2 \psi_3}{\partial z^2} + \frac{\sigma^2}{2} \frac{\partial^2 \psi_3}{\partial z^3} \right\} \quad (16)$$

これは、(15)式を  $z=0$  でテイラー展開して高次の項を無視し、 $f^2$  を  $\sigma^2$  で置き換えることにより得られる。(7), (9), (16)式より係数  $B_n, C_n, D_n$  に関する連立方程式が得られる。

$$(1 - \sigma^2 k_{2z}^2 / 2) B_0 + (1 - \sigma^2 k_{2z}^2 / 2) C_0 - i \int_{-\infty}^{\infty} k_{2z}(\lambda) [B_1(\lambda) - C_1(\lambda)] F^*(\lambda) d\lambda$$

$$= (1 - \sigma^2 k_{3z}^2 / 2) D_0 - i \int_{-\infty}^{\infty} k_{3z}(\lambda) D_1(\lambda) F^*(\lambda) d\lambda, \quad (17)$$

$$[1 - \sigma^2 k_{2z}^2(\lambda) / 2] B_1(\lambda) + [1 - \sigma^2 k_{2z}^2(\lambda) / 2] C_1(\lambda) + i k_{2z} F(\lambda) (C_0 - B_0) + \dots$$

$$= [1 - \sigma^2 k_{3z}^2(\lambda) / 2] D_1(\lambda) - i k_{3z} F(\lambda) D_0 + \dots, \quad (18)$$

$$\frac{1}{\varepsilon_2} \left\{ i k_{2z} (1 - \sigma^2 k_{2z}^2 / 2) (B_0 - C_0) + \int_{-\infty}^{\infty} [k_{2z}^2(\lambda) + (K_0 + \lambda)\lambda] [B_1(\lambda) + C_1(\lambda)] F^*(\lambda) d\lambda \right\}$$

$$= \frac{1}{\varepsilon_3} \left\{ i k_{3z} (1 - \sigma^2 k_{3z}^2 / 2) D_0 + \int_{-\infty}^{\infty} [k_{3z}^2(\lambda) + (K_0 + \lambda)\lambda] D_1(\lambda) F^*(\lambda) d\lambda \right\}, \quad (19)$$

$$\frac{1}{\varepsilon_2} \left\{ i k_{2z}(\lambda) [1 - \sigma^2 k_{2z}^2(\lambda) / 2] [B_1(\lambda) - C_1(\lambda)] + (k_{2z}^2 - K_0 \lambda) (B_0 + C_0) F(\lambda) + \dots \right\}$$

$$= \frac{1}{\varepsilon_3} \left\{ i k_{3z}(\lambda) [1 - \sigma^2 k_{3z}^2(\lambda) / 2] D_1(\lambda) + (k_{3z}^2 - K_0 \lambda) F(\lambda) D_0 + \dots \right\}, \quad (20)$$

(13), (18), (20)式より  $A_1(\lambda), D_1(\lambda)$  の近似解が得られる。

$$A_1(\lambda) = \frac{F(\lambda)}{\Delta(\lambda)} \left\{ \alpha_0(\lambda) + \alpha_a(\lambda) A_0 + \alpha_d(\lambda) D_0 \right\} \quad (21)$$

$$D_1(\lambda) = \frac{F(\lambda)}{\Delta(\lambda)} \left\{ \beta_0(\lambda) + \beta_a(\lambda) A_0 + \beta_d(\lambda) D_0 \right\} \quad (22)$$

ただし

$$\alpha_0(\lambda) = \frac{[k_{2z}^2 - \lambda K_0]}{\varepsilon_2} [T_{11}(0) + T_{21}(0)] + \frac{k_{2z} k_{3z}(\lambda)}{\varepsilon_3} [T_{21}(0) - T_{11}(0)], \quad (23)$$

$$\alpha_a(\lambda) = \frac{[k_{2z}^2 - \lambda K_0]}{\varepsilon_2} [T_{12}(0) + T_{22}(0)] + \frac{k_{2z} k_{3z}(\lambda)}{\varepsilon_3} [T_{22}(0) - T_{12}(0)], \quad (24)$$

$$\alpha_d(\lambda) = \frac{1}{\varepsilon_3} [k_{3z} k_{3z}(\lambda) - k_{3z}^2 + \lambda K_0], \quad (25)$$

$$\beta_0(\lambda) = \frac{1}{\varepsilon_2} \left\{ [k_{2z}^2 - K_0 \lambda] [T_{11}(0) + T_{21}(0)] [T_{12}(\lambda) + T_{22}(\lambda)] \right.$$

$$\left. + k_{2z} k_{2z}(\lambda) [T_{21}(0) - T_{11}(0)] [T_{12}(\lambda) - T_{22}(\lambda)] \right\}, \quad (26)$$

$$\beta_a(\lambda) = \frac{1}{\varepsilon_2} \left\{ [k_{2z}^2 - \lambda k_0] [T_{12}(0) + T_{22}(0)] [T_{12}(\lambda) + T_{22}(\lambda)] \right. \\ \left. + k_{2z} k_{2z}(\lambda) [T_{22}(0) - T_{12}(0)] [T_{12}(\lambda) - T_{22}(\lambda)] \right\}, \quad (27)$$

$$\beta_d(\lambda) = \frac{k_{3z} k_{2z}(\lambda)}{\varepsilon_2} [T_{12}(\lambda) - T_{22}(\lambda)] - \frac{[k_{3z}^2 - k_0 \lambda]}{\varepsilon_3} [T_{12}(\lambda) + T_{22}(\lambda)], \quad (28)$$

$$\Delta(\lambda) = ik_{3z}(\lambda) [T_{12}(\lambda) + T_{22}(\lambda)] / \varepsilon_3 - ik_{2z}(\lambda) [T_{12}(\lambda) + T_{22}(\lambda)] / \varepsilon_2 \quad (29a)$$

$$= -(i/2) e^{i[k_{1z}(\lambda) + k_{2z}(\lambda)]d} \left\{ \frac{k_{2z}(\lambda)}{\varepsilon_2} - \frac{k_{3z}(\lambda)}{\varepsilon_3} \right\} \left\{ 1 - \frac{\varepsilon_2 k_{1z}(\lambda)}{\varepsilon_1 k_{2z}(\lambda)} \right\} \\ + (i/2) e^{i[k_{1z}(\lambda) - k_{2z}(\lambda)]d} \left\{ \frac{k_{2z}(\lambda)}{\varepsilon_2} + \frac{k_{3z}(\lambda)}{\varepsilon_3} \right\} \left\{ 1 + \frac{\varepsilon_2 k_{1z}(\lambda)}{\varepsilon_1 k_{2z}(\lambda)} \right\} \quad (29b)$$

ここで  $\Delta(\lambda)$  は共振因子で、 $\Delta(\lambda) = 0$  は非放射表面プラズモンの伝搬定数  $k_0 + \lambda$  を決める横共振条件である。銀薄膜の厚さ  $d$  が入射波の波長に比べて充分大きい場合  $\text{Im}[k_{2z}(\lambda)]$  が常に正になるため、(29.b) 式の第1項は無視できる。このとき(29.b) 式は2つの独立な方程式に書ける。

$$\frac{k_{2z}(\lambda)}{\varepsilon_2} + \frac{k_{3z}(\lambda)}{\varepsilon_3} = 0, \quad \frac{k_{1z}(\lambda)}{\varepsilon_1} + \frac{k_{2z}(\lambda)}{\varepsilon_2} = 0 \quad (30)$$

第1式は銀と空気との境界に局在する表面プラズモンの伝搬定数を決定し、第2式は銀とプリズムとの境界に沿って伝搬する表面プラズモンの伝搬定数を与える。(30) 式を  $k_0 + \lambda$  について解くと

$$k_0 + \lambda = \pm k_3 \sqrt{\frac{\varepsilon_2 \varepsilon_3}{\varepsilon_2 + \varepsilon_3}} = \pm k_3 (1.0298 + i7.158 \times 10^{-4}) \\ \text{(silver-air interface)} \quad (31a)$$

$$= \pm k_3 \sqrt{\frac{\varepsilon_2 \varepsilon_1}{\varepsilon_2 + \varepsilon_1}} = \pm k_3 (1.6237 + i2.806 \times 10^{-3}) \\ \text{(silver-crystal interface)} \quad (31b)$$

[数値は He-Ne レーザーの周波数における  $k_3 = 9.928 \times 10^6 \text{ cm}^{-1}$  を用いて得られる。]

ここで(31) 式は  $d$  が入射波の波長よりもかなり大きい場合にだけ正確である。 $d \leq 500 \text{ \AA}$  の銀薄膜に対しては(29) 式から得られる伝搬定数は  $d$  に強く依存している。図2は共振因子  $\Delta(\lambda)$  を  $k_0 + \lambda$  の関数として図示したものである。図2には内側と外側の二対の鋭いピークが存在するが、(31) 式からわかるように内側のピークは銀と空気の境界の存在によるものであり、外側のピークはプリズムと銀との境界によるものである。また、この内側のピークは表面プラズモンを励起する入射角を決定する。

次に  $A_0$  と  $D_0$  を計算する。(13), (17), (19), (21), (22) 式を用いると次式が得られる。

$$A_0 = \frac{TS - OU}{PS - QR}, \quad D_0 = \frac{PU - RT}{PS - QR} \quad (32)$$

ただし

$$P = (1 - \sigma^2 k_{2z}^2 / 2) [T_{12}(0) + T_{22}(0)] + i \int_{-\infty}^{\infty} \frac{|F(\lambda)|^2}{\Delta(\lambda)} \{ [T_{22}(\lambda) - T_{12}(\lambda)] k_{2z}(\lambda) \alpha_a(\lambda) + k_{3z}(\lambda) \beta_a(\lambda) \} d\lambda, \quad (33)$$

$$Q = -(1 - \sigma^2 k_{3z}^2 / 2) + i \int_{-\infty}^{\infty} \frac{|F(\lambda)|^2}{\Delta(\lambda)} \{ [T_{22}(\lambda) - T_{12}(\lambda)] k_{2z}(\lambda) \alpha_d(\lambda) + k_{3z}(\lambda) \beta_d(\lambda) \} d\lambda \quad (34)$$

$$R = i(k_{2z}/\epsilon_2)(1 - \sigma^2 k_{2z}^2 / 2) [T_{12}(0) - T_{22}(0)] + \int_{-\infty}^{\infty} \frac{|F(\lambda)|^2}{\Delta(\lambda)} \{ [k_{2z}^2(\lambda) + \lambda(k_0 + \lambda)] [T_{12}(\lambda) + T_{22}(\lambda)] \alpha_a(\lambda) / \epsilon_2 - [k_{3z}^2(\lambda) + \lambda(k_0 + \lambda)] \beta_a(\lambda) / \epsilon_3 \} d\lambda, \quad (35)$$

$$S = -i(k_{3z}/\epsilon_3)(1 - \sigma^2 k_{3z}^2 / 2) + \int_{-\infty}^{\infty} \frac{|F(\lambda)|^2}{\Delta(\lambda)} \{ [k_{2z}^2(\lambda) + \lambda(k_0 + \lambda)] [T_{12}(\lambda) + T_{22}(\lambda)] \alpha_d(\lambda) / \epsilon_2 - [k_{3z}^2(\lambda) + \lambda(k_0 + \lambda)] \beta_d(\lambda) / \epsilon_3 \} d\lambda, \quad (36)$$

$$T = -(1 - \sigma^2 k_{2z}^2 / 2) [T_{11}(0) + T_{21}(0)] + i \int_{-\infty}^{\infty} \frac{|F(\lambda)|^2}{\Delta(\lambda)} \{ [T_{12}(\lambda) - T_{22}(\lambda)] k_{2z}(\lambda) \alpha_o(\lambda) - k_{3z}(\lambda) \beta_o(\lambda) \} d\lambda, \quad (37)$$

$$U = i(k_{2z}/\epsilon_2)(1 - \sigma^2 k_{2z}^2 / 2) [T_{21}(0) - T_{11}(0)] + \int_{-\infty}^{\infty} \frac{|F(\lambda)|^2}{\Delta(\lambda)} \quad (38)$$

$$\times \{ [k_{3z}^2(\lambda) + \lambda(k_0 + \lambda)] \beta_o(\lambda) / \epsilon_3 - [k_{3z}^2(\lambda) + \lambda(k_0 + \lambda)] [T_{12}(\lambda) + T_{22}(\lambda)] \alpha_o(\lambda) / \epsilon_2 \} d\lambda$$

ここで積分は二回散乱の効果を表わし、(32)式は多重散乱を含んだ解である。次節では、近似解  $A_0, D_0, A(\omega), D(\omega)$  を用いて散乱の統計的性質の計算を行う。

### 3. 表面プラズモンの放射パターン: 数値計算例

表面プラズモンの放射パターンを単位表面あたりの散乱断面積  $\sigma(\theta, \theta_0)$  で表わす。これは入射角が  $\theta_0$  (図1参照) のときに単位表面長から  $\theta$  方向へインコヒーレント散乱される平均電力束を入射電力によつて正規化した値である。すなわち、等方散乱の場合に  $\sigma = 1$  となる量である。文献[6]の(25)式より

$$\sigma(\theta, \theta_0) = 2\pi k_1 \cos^2(\theta) |A_1(k_1 \sin\theta - k_1 \sin\theta_0)|^2, \quad |\theta| < \pi/2 \quad (39a)$$

[radiation into the crystal region]

$$= -2\pi \frac{\epsilon_1 k_3^2}{\epsilon_3 k_1} \cos^2(\theta) |D_1(k_3 \sin\theta - k_1 \sin\theta_0)|^2, \quad |\theta| > \pi/2, \quad (39b)$$

[radiation into the air region]

数値計算ではガウス型スペクトル

$$|F(\lambda)|^2 = \frac{\sigma^2 \lambda}{\sqrt{\pi}} \exp(-\lambda^2 \lambda^2) \quad (40)$$

を仮定した。ここで  $\lambda$  は不規則表面の相関距離である。(1)、(40)式より表面の勾配の実効値は

$$\left( \left\langle \left( \frac{df}{dx} \right)^2 \right\rangle \right)^{1/2} = \left[ \int_{-\infty}^{\infty} \lambda^2 |F(\lambda)|^2 d\lambda \right]^{1/2} = \frac{\sigma}{\sqrt{2}} \quad (41)$$

である。

(21)、(22)、(39)、(40)式を用いて表面プラズモンの放射パターンを計算した。図3は銀薄膜の厚さを変えた場合のプリズム領域へのインコヒーレント反射のパターンを示すもので、図4は同様に空気領域への散乱パターンを異なる厚さ  $d$  について示したものである。また、図5は相関距離  $\lambda$  を変えた場合のインコヒーレント反射のパターンであり、図6はインコヒーレント透過について同様に示したものである。図7は一つの入射角に対して相関距離  $\lambda$  をパラメータとしてインコヒーレント反射のパターンを示したもので、図8はインコヒーレント透過のパターンを示す。

### [文献]

- 1) Otto, Z. Phys., 216, 389 (1968).
- 2) Beaglehole et al., Phys. Rev., B, 2, 309 (1970)
- 3) Kretshmann, Opt. Comm., 5, 331 (1972)
- 4) Hayashi, et al., Opt. Comm., 36, 195 (1981)
- 5) Nakayama et al., Radio Sci., 15, 1049 (1980)
- 6) Nakayama, Radio Sci., 17, 558 (1982)

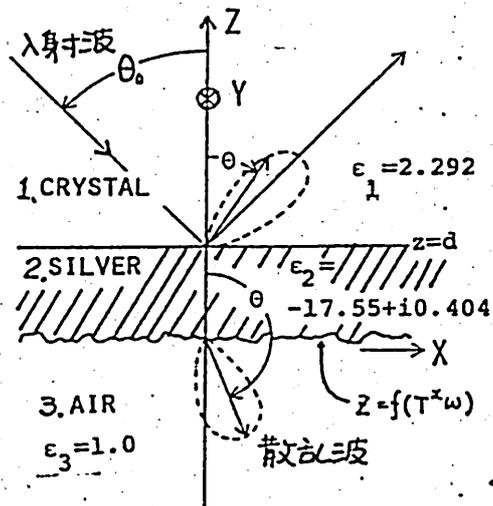


図1 不規則な銀表面からのTM波の散乱

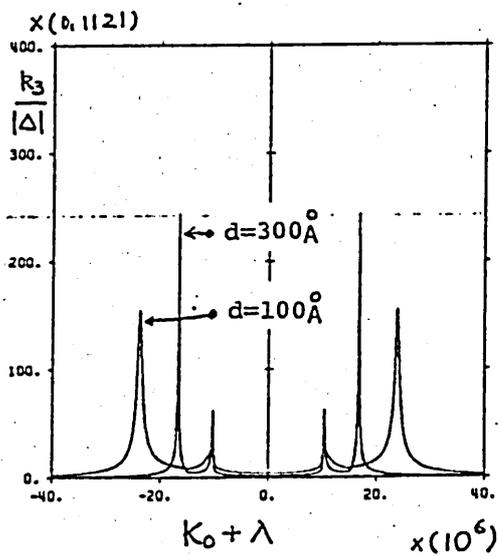


図2 共振因子  $|\Delta(\lambda)|^{-1}$   
 [(29)式参照]

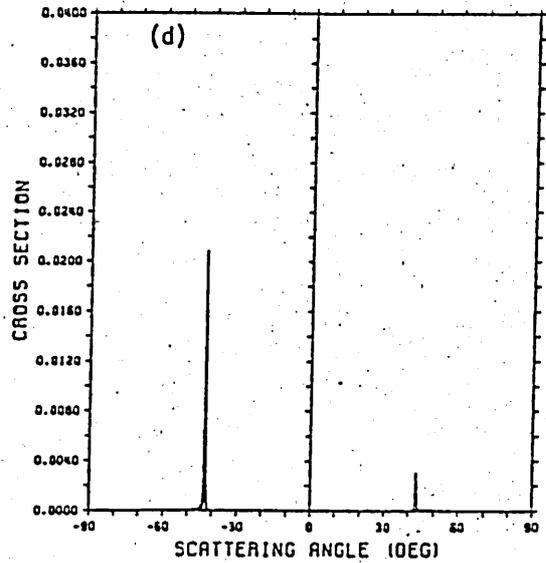
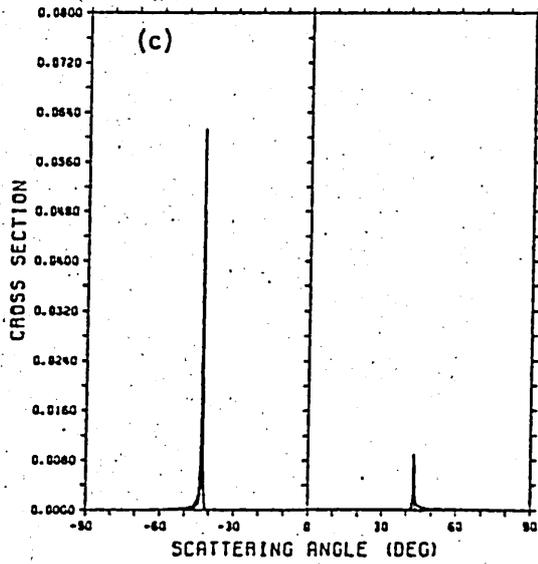
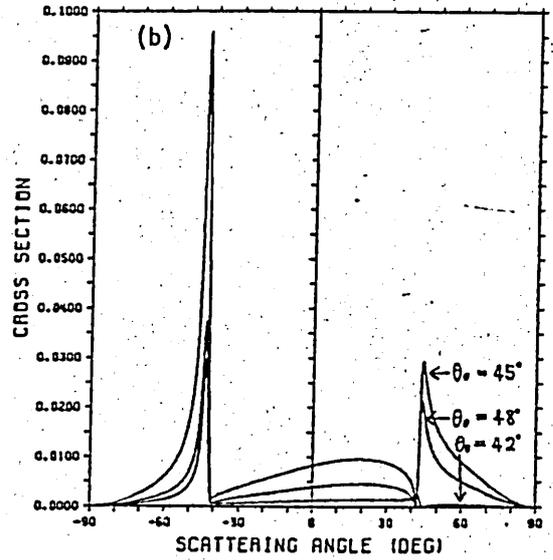
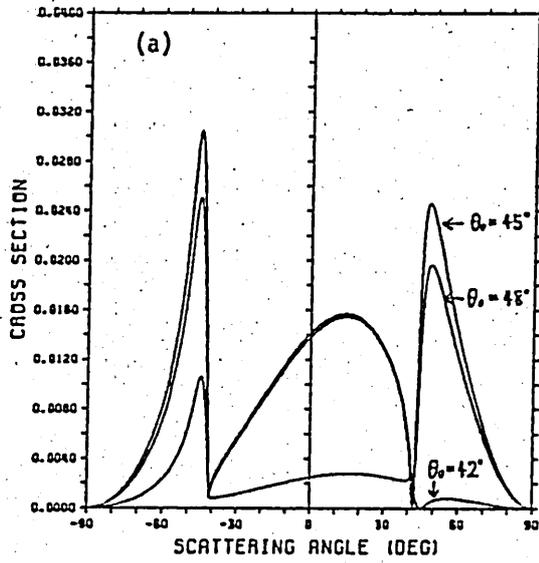


図3 プリズム領域へのインコヒーレント反射のパターン  
 入射波長 =  $6328 \text{ \AA}$  不規則表面の突起値  $\sigma = 10 \text{ \AA}$  ( $k_s \sigma = 0.01$ )  
 相関距離  $\kappa = 504 \text{ \AA}$  ( $k_s \kappa = 0.5$ )  
 銀薄膜の厚さ  $d$  (a)  $100 \text{ \AA}$  (b)  $200 \text{ \AA}$  (c)  $400 \text{ \AA}$  (d)  $500 \text{ \AA}$

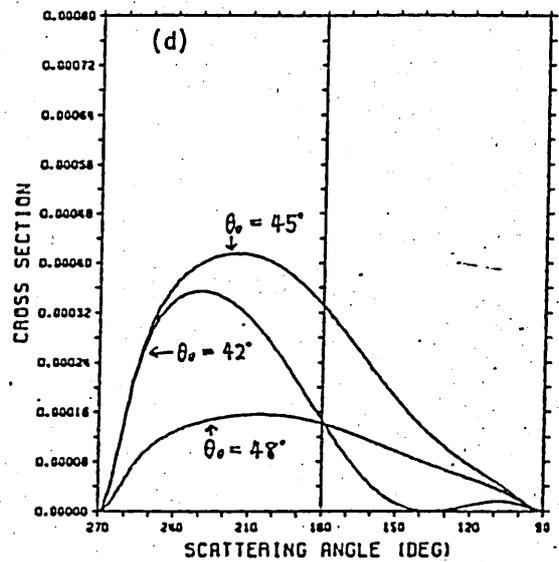
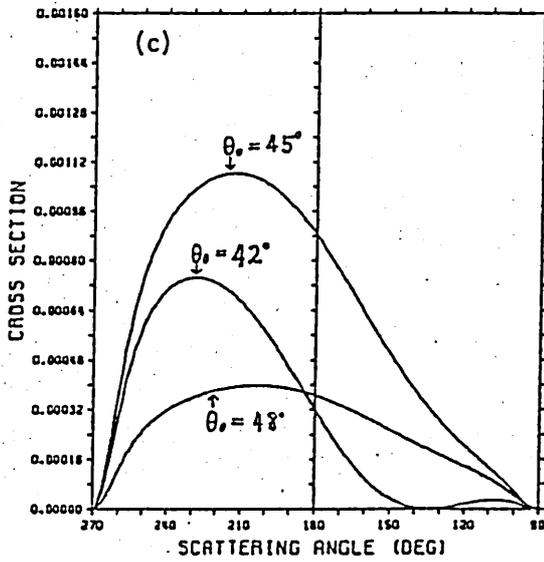
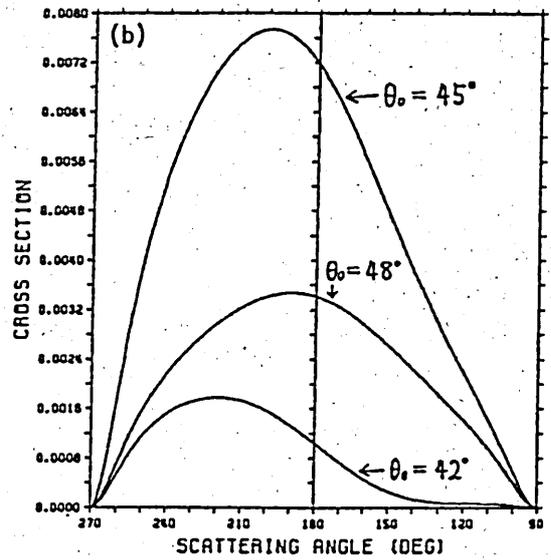
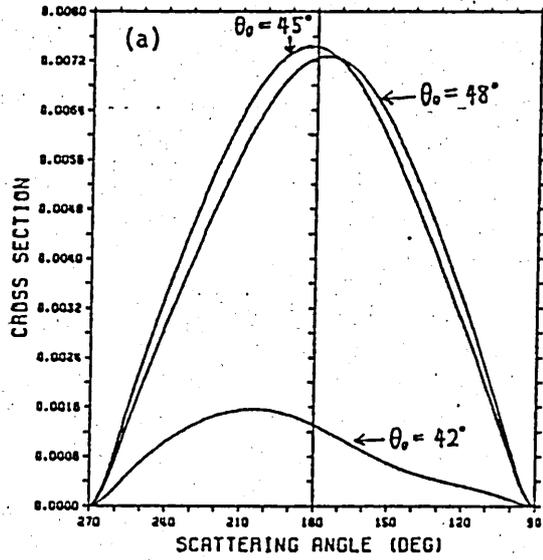


図4 空気領域へのインコヒーレント透過のパターン  
 入射波長 = 6328 Å 不規則表面の突起値  $\sigma = 10 \text{ \AA}$  ( $k_3\sigma = 0.01$ )  
 相関距離  $\kappa = 504 \text{ \AA}$  ( $k_3\kappa = 0.5$ )  
 銀薄膜の厚さ  $d$  (a) 100 Å (b) 200 Å (c) 400 Å (d) 500 Å

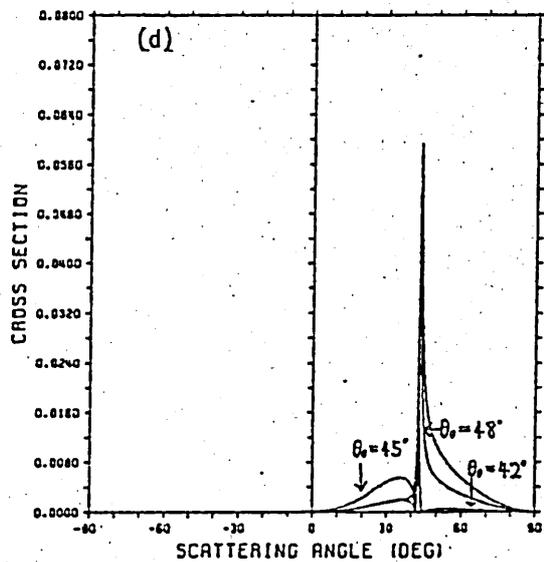
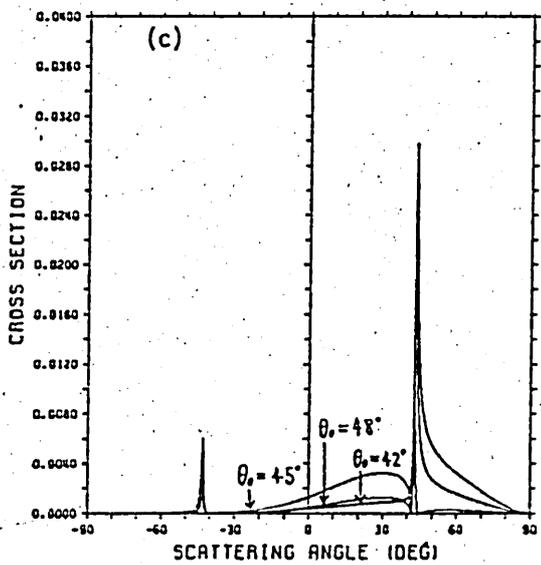
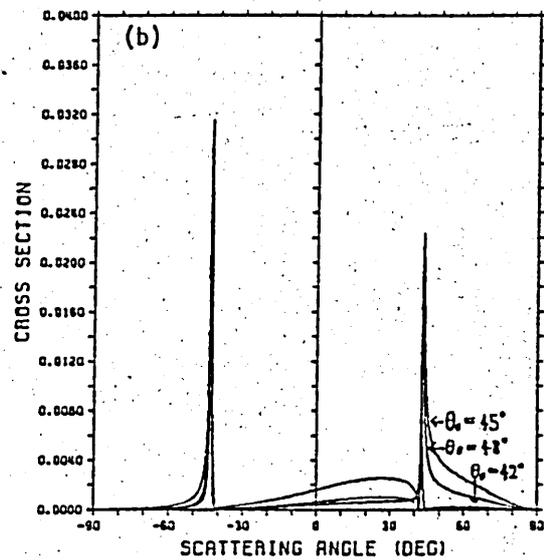
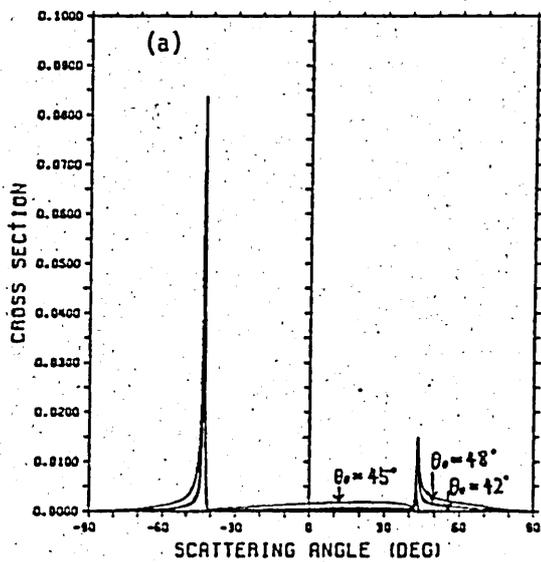


図5 プリズム領域へのインコヒーレント反射のパターン

入射波長 = 6328 Å 不規則表面の突起値  $\sigma = 10$  Å ( $k_s\sigma = 0.01$ )

銀薄膜の厚さ  $d = 300$  Å

相間距離  $\lambda$  (a) 504 Å ( $k_s\lambda = 0.5$ ) (b) 756 Å ( $k_s\lambda = 0.75$ )

(c) 1008 Å ( $k_s\lambda = 1.0$ ) (d) 2016 Å ( $k_s\lambda = 2.0$ )

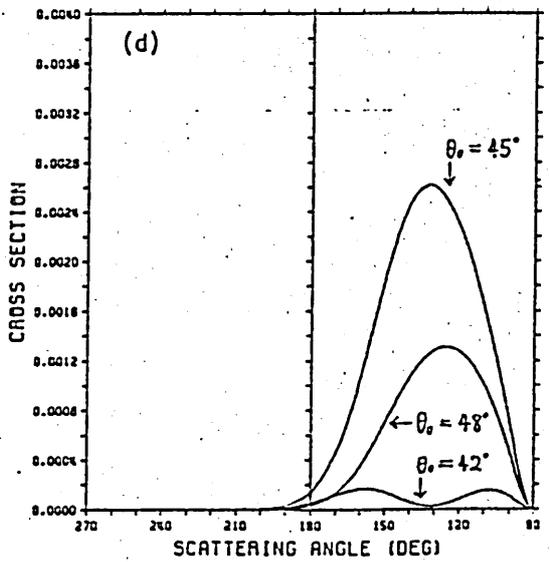
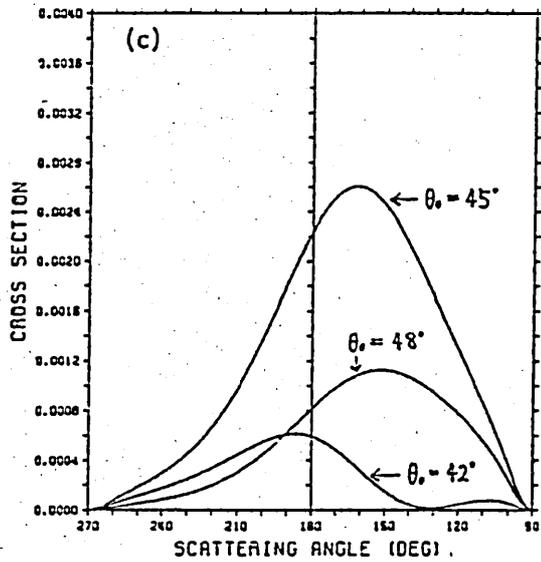
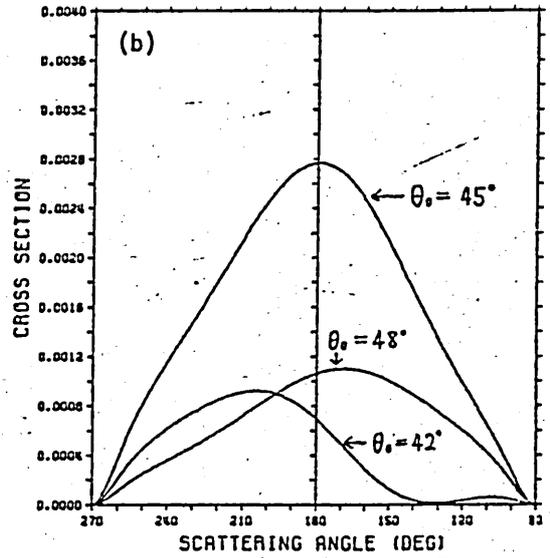
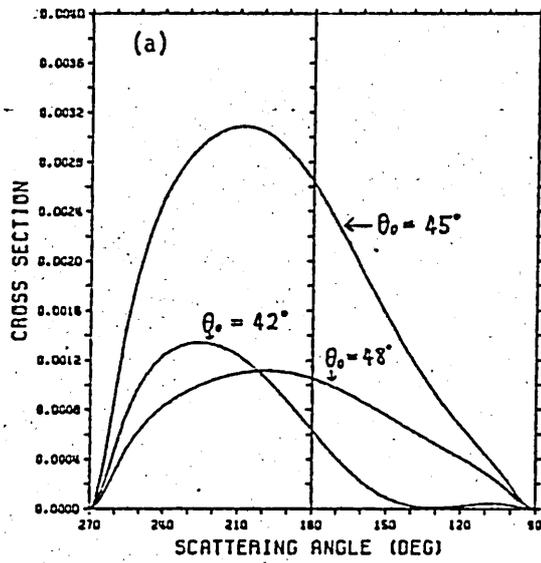


図6 空気領域へのインコヒーレント透過のパターン  
 入射波長 =  $6328 \text{ \AA}$  不規則表面の実効値  $\sigma = 10 \text{ \AA}$  ( $k_s \sigma = 0.01$ )  
 銀薄膜の厚さ  $d = 300 \text{ \AA}$   
 相関距離  $\lambda$  (a)  $504 \text{ \AA}$  ( $k_s \lambda = 0.5$ ) (b)  $756 \text{ \AA}$  ( $k_s \lambda = 0.75$ )  
 (c)  $1008 \text{ \AA}$  ( $k_s \lambda = 1.0$ ) (d)  $2016 \text{ \AA}$  ( $k_s \lambda = 2.0$ )

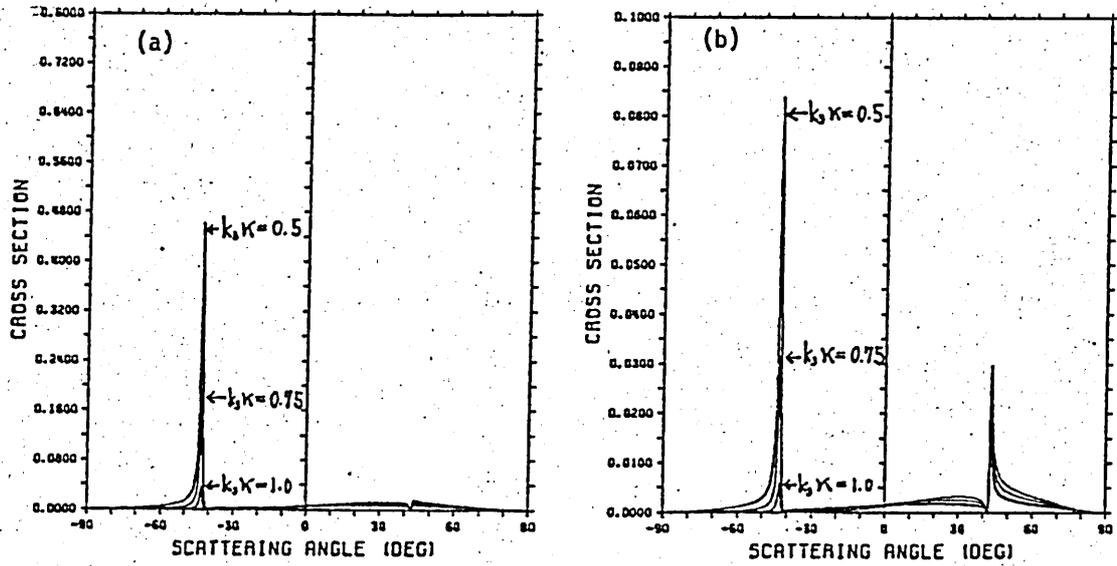


図7 プリズム領域へのインコヒーレント反射のパターン  
 入射波長 = 6328 Å 不規則表面の突起位  $\sigma = 10 \text{ \AA}$  ( $k_s \sigma = 0.01$ )  
 銀薄膜の厚さ  $d = 300 \text{ \AA}$  入射角  $\theta_0$  (a) 42.86° (b) 45.0°

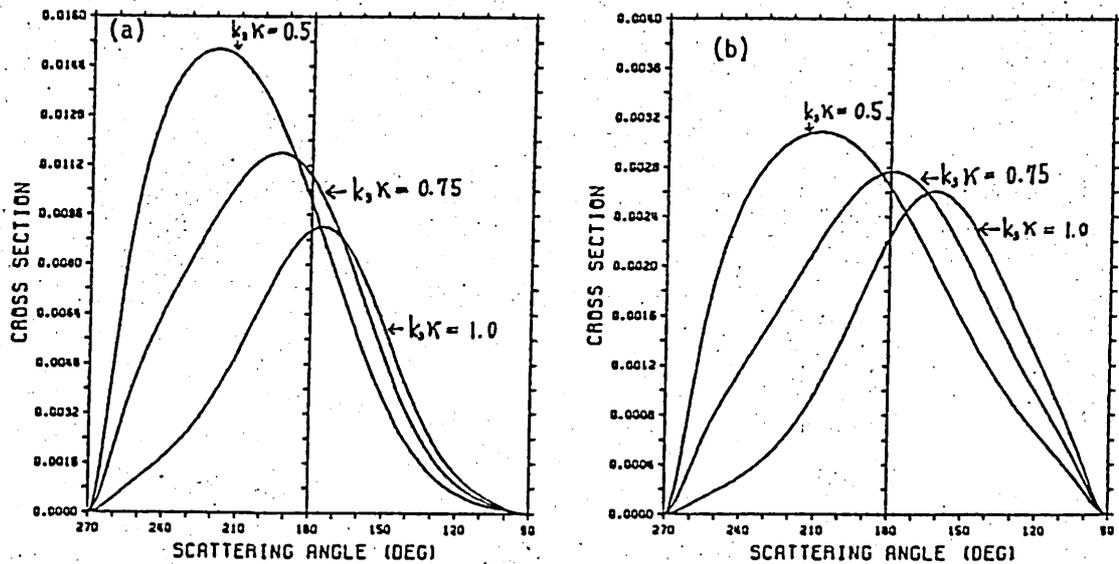


図8 空気領域へのインコヒーレント透過のパターン  
 入射波長 = 6328 Å 不規則表面の突起位  $\sigma = 10 \text{ \AA}$  ( $k_s \sigma = 0.01$ )  
 銀薄膜の厚さ  $d = 300 \text{ \AA}$  入射角  $\theta_0$  (a) 42.86° (b) 45.0°

輻射科学研究会資料 RS82-19

PLZT 薄膜光導波路

川口 隆夫      足立 秀明  
瀬恒 謙太郎    和佐 清孝  
(松下電器・中央研究所)

昭和 58 年 3 月 11 日

## 1 まえがき

光集積回路を構成するには種々の導波路制御素子が必要であり、現在研究が盛んに進められている。導波光の制御は電界、超音波、磁界、熱等により、導波路の光学定数を変化することを利用して行われ、変調素子、スイッチ素子、偏向素子、モード変換素子、波長フィルタ、非相反素子などが実現される。これらの素子に利用される基板材料は、ほとんどの場合LiNbO<sub>3</sub>単結晶である。しかし、実現可能な光学定数の変化、例えば屈折率の変化 $\Delta n$ が極めて小さく放電破壊に近い電圧( $\approx 1\text{V}/\mu\text{m}$ )の印加に対しても $\Delta n$ は $10^{-4}$ 程度である。この値が大きいほど各素子を容易に構成することができる。

このような観点から注目されている材料が、圧電セラミクス材料のPZT( $\text{Pb}(\text{Zr}, \text{Ti})\text{O}_3$ )のPbの一部をLaで置換したPLZT( $\text{Pb}_{1-x}\text{La}_x(\text{Zr}_y\text{Ti}_{1-y})_{1-x}\text{O}_3$ )である。強誘電性PLZTセラミクスは多結晶であるのにむかかわらず可視光から赤外波長領域で透明であり、かつ大きな電気光学効果、電界制御型光散乱効果、フォトクロミック効果など有している。特にこの物質の透光性と電気光学効果は導波路制御素子に良好な材料を提供すると考えられ、薄膜化により光デバイスへの応用が期待されている。PLZTの薄膜化に関してこれまで種々の報告がなされた<sup>1)</sup>。特に近年我々は電気光学効果の大きいPLZT薄膜に関して報告してきた。<sup>2)</sup>

今回、PLZT化合物のうちZrを除いて透光性の優れたPLZT(X/O/100)で特に大きな電気光学効果の得られたPLZT(28/O/100)薄膜を用い、薄膜導波路を作成

(1)

した。本文では、まず PLZT 薄膜導波路の構造と光伝搬特性について述べ、次に薄膜導波路の実験結果について報告する。

## 2. PLZT 薄膜導波路の構造と光伝搬特性

光集積回路における光導波路は、基本的には図1に示すように屈折率  $n_s$  の基板の上に周囲より高い屈折率  $n_f$  の部分を形成することにより、この部分に光を閉じ込め、動作させる。図1(a)は基板に平行な方向には一様な厚さをもつ二次元導波路でスラブ型導波路と呼ばれている。本文で述べる PLZT 薄膜導波路は、表1に示す PLZT (28/0/100) の諸特性に示したように屈折率 1.77 (波長  $0.633\mu\text{m}$ ) のサファイヤ C 面基板の上に屈折率 2.6 (波長  $0.633\mu\text{m}$ ) の PLZT 薄膜をスパッタ蒸着して作成される。

導波光を制御する場合たとえば PLZT 薄膜のもつ電気光学効果が利用される。電界による物質の光学的性質の変化は微小なため、光波を制御するには光波を十分に狭い領域に閉じ込め、その微小な外力を有効に作用させることのできる構成が必要である。そのため、機能的な光導波路は光波の制御に適するように周囲より屈折率の高い物質で数ミクロン角の矩形断面をもつストリップ線路状の三次元導波路が用いられ、光波は矩形断面領域を伝搬し外力により制御される。PLZT 薄膜導波路においてもこのような構造が適当であると考えられる。三次元導波路には各種の構造が提案されているが、PLZT 薄膜に導波路加工を

(2)

行方点から、図1(b)~(d)に示す構造について検討した。同図(b),(c),(d)はそれぞれRS(raised strip)型、リッジ型、ロード装荷型導波路の断面図を示している。いずれの構造においても光波は導波路の屈折率 $n_f > n_s, n_c, n_e$ の条件を満足し、屈折率 $n_f$ の矩形断面領域に閉じ込められ伝搬する。ここでは特にエッチング除去量を変化させることにより伝搬モード数および閉じ込め効果を制御できるリッジ型導波路について特性計算例を示す。

図2にサファイヤC面基板上に形成したスラブ型導波路の位相定数特性を示す。PLZT薄膜上に次節に述べる屈折率 $n_1$ の酸化タンタルを積層した導波路の例であり、実効屈折率 $n_{eff}$ で遮断周波数が生じる。リッジ型導波路の伝搬モード数 $p$ は遮断周波数条件から近似的に以下の数式で得られる<sup>3)</sup>。

$$p \approx 1 + \frac{2W}{\lambda} (2N_{eff} - \Delta N) \quad (1)$$

ここで、 $W$ は導波路幅、 $\lambda$ は光の波長、 $N_{eff}$ は導波路の実効屈折率、 $\Delta N$ は導波路と周囲の実効屈折率の差である。図3は導波路膜厚 $0.35\mu\text{m}$ の場合のモード数 $p$ を示し、図2から算出された実効屈折率を用いることにより、導波路幅とモード数の関係を知ることができ、以下これらの結果にもとづき導波路を製作し検討を加えた。

### 3. 導波路の作成

(3)

PLZT薄膜にある機能をもつ導波路に適合させるには、三次元導波路に製作することが有用な場合が多い。この三次元導波路の作成にはフォトリソ技術を使用しマスクを作成して蒸着、エッチング等を行う。この加工プロセスにおいて三次元導波路の

(1) 透光性

(2) 電気光学効果

の損われまいことが要求される。これらの要求は物理的・物性的に、

(1) 組成

(2) 結晶性

(3) 表面粗さ

などの諸特性で評価される。

リッジ型導波路の形成法の例を示す。リッジ型導波路は、フォトリソ技術によりマスクを作成しエッチング工程により膜厚に差をつけることにより作成される。表2にエッチング前後での組成を示す。エッチング前後で組成変化の少ないことが確かめられた。また、エッチングされたPLZT薄膜のX線回折結果にも差異はなく、上記の導波路の要件が満足された。

機能付き導波路に形成するためには通常導波路上に電極の設けられることが多い。この場合電極を導波路上に形成すると光伝搬損失が増大するので、バッファ層が挿入される。バッファ層の形成には真空蒸着法、スパッタ法、気相成長法が広く用いられる。バッファ層としてはPLZT薄膜より屈折率の小さい材料で構成すれば実現される。しかし、PLZT薄膜は(111)結晶面が表面に表れ、また誘電率の大きいことを考慮すると、構成材

(4)

料は制限される。このような材料として酸化タンタル( $Ta_2O_5$ )の形成を試みた。酸化タンタルは高周波スパッタでガラス基板上に作成され透光性に優れ、屈折率2.1、誘電率 $\sim 20$ の非晶質膜であることが知られている。以上の諸要件を満足させるにはマグネトロンスパッタ法が適切であると考えられ、酸化タンタルをマグネトロンスパッタで蒸着した。金属タンタル板をターゲットとし、表3の条件でPLZT薄膜上に酸化タンタルを作成した。PLZT薄膜上に形成された酸化タンタルの可視透過光の分析結果、吸収端はPLZT薄膜の吸収端に一致し、酸化タンタル薄膜の吸収端がさらに短波長側にあることが確認された。蒸着された酸化タンタル薄膜の結晶性は図4のX線回折の結果より、非晶質であることが示され、結晶核は小さいと考えられる。また、PLZT薄膜の光伝搬損失については、酸化タンタル蒸着前後での差が少なくまた若干の改良が認められた。

## 5. 導波路の評価

三次元導波路に作成されたPLZT薄膜の曲り導波路の一例を図5に示す。リッジ型導波路でのTE<sub>0</sub>モード導波光のストリークの拡大写真である。GaPプリズムで結合された導波光(波長 $0.633\mu m$ )が、曲率半径 $1mm$ の曲り導波路に沿って $90^\circ$ 曲げられ、図中右下のPLZT薄膜端で光のスポットを生じ膜外へ輻射していることを示している。この場合、 $\Delta N \sim 6/100$ のマルチモード導波路であるから、実効屈折率によってきまる全反射条件によって曲率半径が制限される。2.節の結果にもとづき概算すると導波路幅 $10\mu m$ 、曲率半径 $0.5mm$ まで小さくする可能性

(5)

が示されたが、実際には完全に光波を閉じ込め得なかつた。しかし、これは膜厚の測定精度誤差を含めると誤差内であり、実験結果と一致する。

次に三次元導波路で要求される電気光学効果の確認をマッハツェンダ干渉素子の作成により実行した。図6に素子の構成を示す。測定にはHe-Neレーザ(波長0.633 $\mu$ m)を用い、GaPプリズムによりTE<sub>0</sub>モードを励振させた。光強度は出力光をファイバプロブで集光し、フォトマルで測定した。図7に印加電圧と光強度との関係の一例を示す。PLZT(28/0/100)薄膜はポッケルス効果を示すTi拡散型LiNbO<sub>3</sub>導波路と異なり、変調周期の電圧依存性およびヒステリシスを示した。変調周期は高電界ほど短い。変調の半波長電圧は10Vであり、変調度は30%であった。

光強度曲線は導波路の屈折率変化量 $\Delta n$ に対応しており、光強度の極大・極小は次式で関係づけられる。

$$\Delta n = \frac{m\lambda}{2l} \quad (m=0, 1, 2, 3, \dots) \quad (2)$$

ここで、 $l$ は電極長である。(2)式により、屈折率変化量 $\Delta n$ の電界依存性は図8のようになる。曲線はエリフソ装置による膜面に垂直入射させた場合の測定と類似しカー効果であると考えられる。屈折率変化量 $\Delta n$ はカー効果で示すと、

$$\Delta n \sim \frac{1}{2} R N_{\text{eff}}^3 E^2$$

となる。ここで、 $R$ はカー定数、 $E$ は印加電界である。電圧がPLZT導波路に完全に印加されていると仮定すると、

$R \approx 0.1 \sim 0.2 \times 10^{-16} \text{ V}^2/\text{m}^2$ である。この値は光デバイス

(6)

として使用する電界  $2 \text{ kV/mm}$  で、屈折率変化量  $\Delta n$  は  $\text{LiNbO}_3$  導波路の2倍の値を示した。

## 6. まとめ

電気光学効果の大きい PLZT (28/0/100) 薄膜導波路の試作を行い、その光伝搬特性と電気光学効果の検討をした。三次元導波路の加工において、組成および光伝搬損失に変化のないことが示された。曲り導波路では、予想に近い曲率半径での光伝搬特性が観測された。さらに、マッハツェンダ干渉素子によりカー定数  $R \approx 0.1 \sim 0.2 \times 10^{-16} \text{ V}^2/\text{m}^2$  が決定され、Ti 拡散型  $\text{LiNbO}_3$  導波路より優れた特性をもつことが示された。今後、PLZT 薄膜導波路を用いた光集積回路素子の開発が期待される。なお、本研究の一部は通産省工業技術の委託研究「光応用計測システムの研究開発」により行われた。

## 参考文献

1) M. Ishida, S. Tsuji, H. Matsunami, and T. Tanaka; J. Cryst. Growth, 45, 393 (1978)

M. Okuyama, T. Usuki, Y. Hamakawa, and T. Nakagawa; Appl. Phys., 21, 339 (1980) など。

2) 足立, 川口, 和佐; 1982年 第43回 応用物理学会 学術講演会 (秋), 30a-H-8

足立, 川口, 和佐; 1982年 電気関係学会 関西支部 連合大会 G5-1, G170

3) V. Ramaswamy; Bell Sys. Tech. J., 53, 697 (1974)

(7)

表1. PLZT(28/0/100)薄膜諸特性

屈折率	2.6 ( $\lambda=0.633\mu\text{m}$ )
光伝搬損失	$< 6\text{dB/cm}$ ( $\lambda=1.06\mu\text{m}$ )
電気光学効果(カー定数)	$0.1\sim 0.2 \times 10^{-16} \text{V}^2/\text{m}^2$
誘電率	2000
結晶方位	PLZT(111) // サファイヤ(0001)

表2 エッチング前後の組成変動

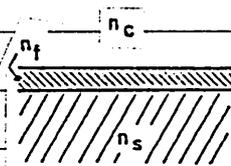
Pb/Ti atomic ratio.

Before etched		58/42
After etched	Center	51/49
	Edge	50/50

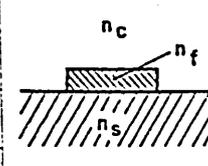
EPMA energy spectrum analyses.

表3 酸化タンタル膜スパッタ条件

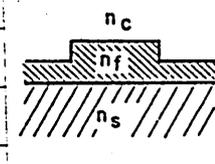
RF power	100. W
voltage	1.3 kV
Pressure	$1 \times 10^{-2}$ torr
Ar/O <sub>2</sub>	3/2
Metal target	$\phi 100$
rate	$\sim 2100 \text{ \AA/hr}$



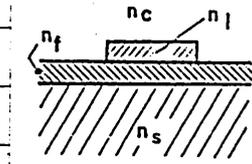
(a) スラブ型



(b) RS型



(c) リッジ型



(d) 倒リッジ型

図1. 光導波路の構造

(8)

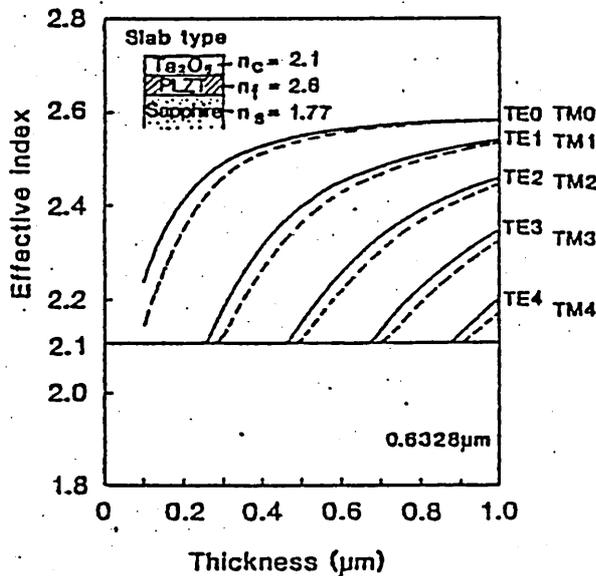


図2. スラブ型導波路の位相定数特性

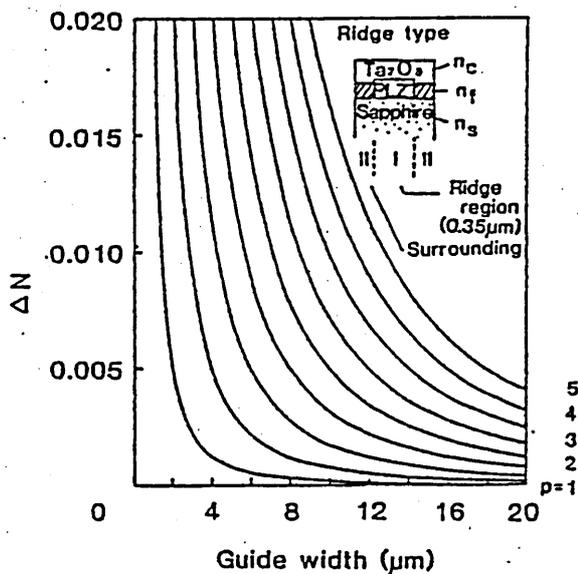


図3. リッジ型導波路のモード特性

(9)

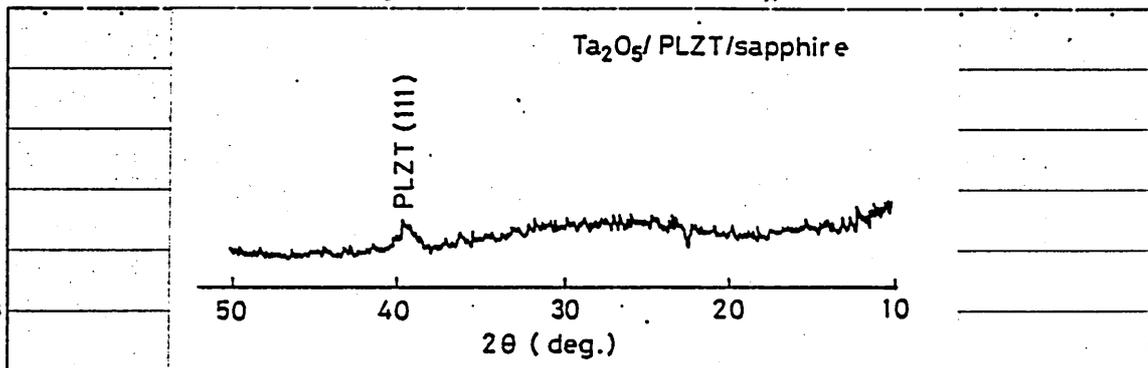


図4 酸化タンタル膜のX線回折。

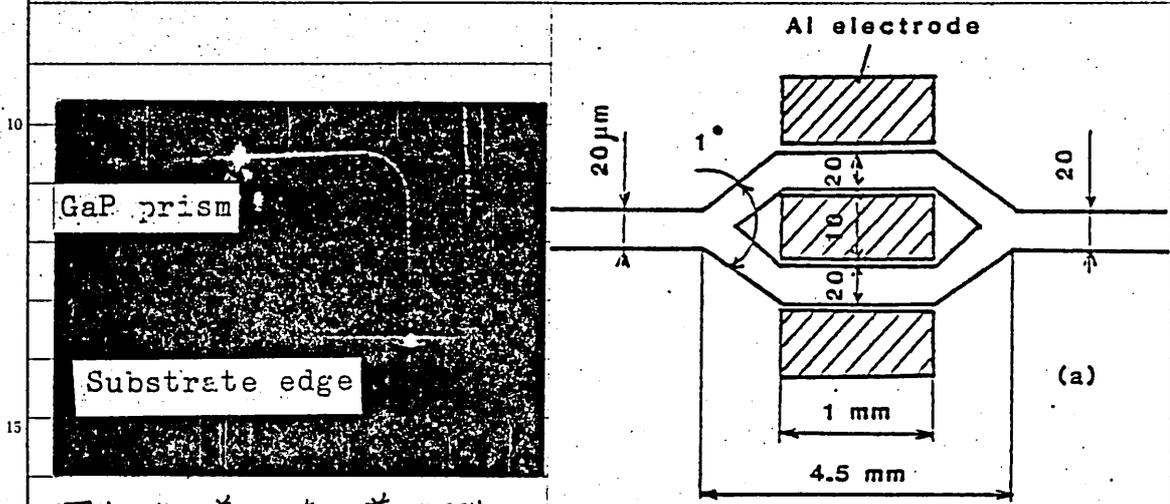


図5. 曲り導波路の導波例。

線路幅  $20\mu\text{m}$ , 曲率半径  $1\text{mm}$ . 図6. 光干渉素子構成図。

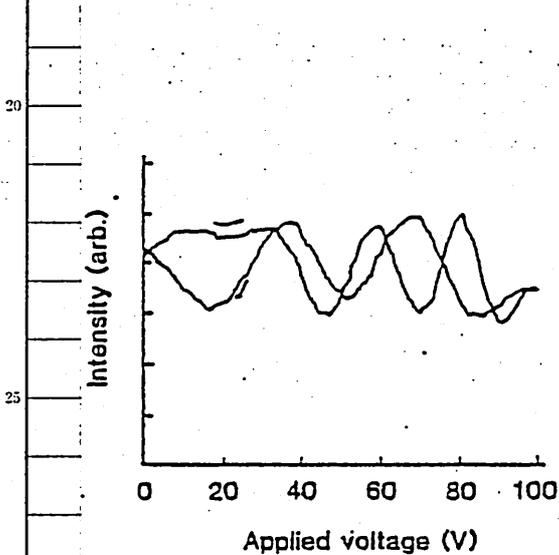


図7. 光強度の印加電圧依存性。

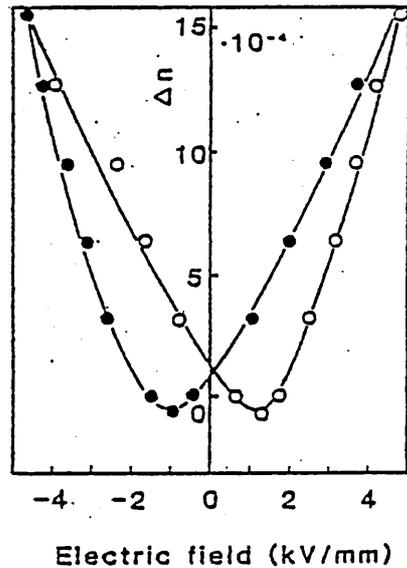


図8. 屈折率変化量の印加電界に対する依存性。

RS82-20

集積化高速光タイムマルチプレクサ

茅賀 宏, 井筒 雅之, 末田 正

(大阪大学 基礎工学部)

昭和58年3月11日

輻射科学研究会

# 集積化高速光タイムデマルチプレクサ

芽賀 宏、 井筒 雅え、 末田 正  
(大阪大学 基礎工学部)

## 1. まえがき

コヒーレンシイの高いレーザ光及び単一モード光ファイバを用いることにより高密度な情報伝送が可能である。光波本来の潜在的情報量を充分活用するためには光波の多重化が重要な技術の一つとなる。現在、波長分割多重に関して多くの研究開発が行なわれており、波長多重化のためのマルチプレクサ及び多重化された信号を分波するためのデマルチプレクサといったデバイスの報告が多く見られる。しかし、もう一つの多重化の方法として、時間分割多重については光信号領域での高速時分割を行なうような光回路についての報告例は少ないようである。

光領域で時分割信号を得るためには光スイッチ(光強度変調器)を組合わせた光スイッチマトリックス<sup>(1)</sup>を構成することによって実現できる。最近方向性結合器変調素子を5つ集積することにより

入出力チャンネルが4×4の光スイッチマトリックスを試作し、32 Mb/sの時分割実験の報告がある<sup>(2)</sup>。しかし、方向性結合器光スイッチでは、2本の導波路の結合の度合(位相定数差、導波路間隔)及び結合長の僅かな変化で特性が大きく変わるため良好な特性をもつ素子の作製が困難であると考えられる。作製精度の許容範囲を拡大するため $\Delta\beta$ 反転<sup>(3)</sup>による方法があるが、一つの変調素子に対して複数の電極が必要となるため、多数素子の集積化や高速動作に困難が生じる。

本報告で述べる光回路は光強度変調素子を3つ集積化して1×4光スイッチを構成している。各変調素子は出力部に非対称分岐<sup>(4)(5)</sup>を用いているため比較的大きな作製許容度で良好な光スイッチを実現できる。さらに、変調素子の印加電圧対光出力の特性を利用して、適当な電極設計により単一正弦波信号で駆動できる4チャンネル光タイムデマルチプレクサを構成している。正弦波駆動であるため広帯域な電極構造を必要とせず比較的容易に高速動作が行なえることが期待できる。

ここでは、まず、素子の動作原理について述べ次に素子の作製、さらに、試作素子を用いて行なった実験結果について述べる。

## 2. 素子の構成及び動作

図1. は本報告で述べる光タイムデマルチプレクサの構成である。3つの反転出力付差動光強度変調素子を集積している。各変調素子の光学バイアス及び電極長を適当に設定及び設計することにより単一正弦波信号で4チャンネルの時分割光信号を得れる。

ここでは、まず構成要素となる光変調素子単体の基本動作について述べ、次に、3つの変調素子を集積化した場合の単一正弦波信号による駆動方法について述べる。

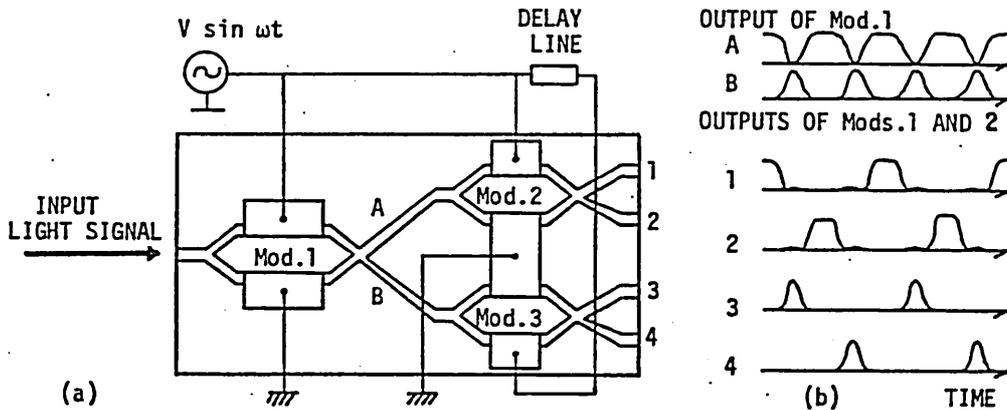


図1. 光タイムデマルチプレクサの構成(a), と光出力特性(b)

## 2-1 反転出力付差動光変調素子

図2. は反転出力付差動光変調素子<sup>(5)</sup>の構成である。通常の差動光強度変調素子における出力側合波部を非対称分岐を用いたハイブリッドカップラ<sup>(5)</sup>に置換えたものである。入力端より入射された光波は対称Y分岐<sup>(6)</sup>により2つの光波に等分され、互いに差動動作する位相変調部を通過する。位相変調を受けた光波は出力側非対称分岐により同相成分は位相定数の大きな(導波路幅の広い)分枝Wより、逆相成分は位相定数の小さな(導波路幅の狭い)分枝Nより出力されるので、互いに相補関係にある2つの変調出力が得られる。

図3. にこの光強度変調素子の印加電圧に対する出力光強度特性を示す。光学バイアス設定(印加信号の直流電圧に対応)、及び印加電圧振幅により

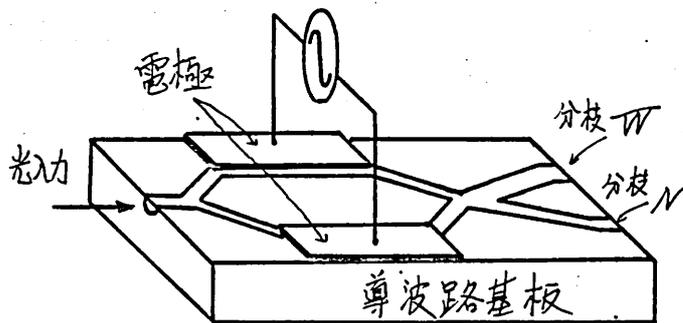


図2. 反転出力付差動光変調素子の構成

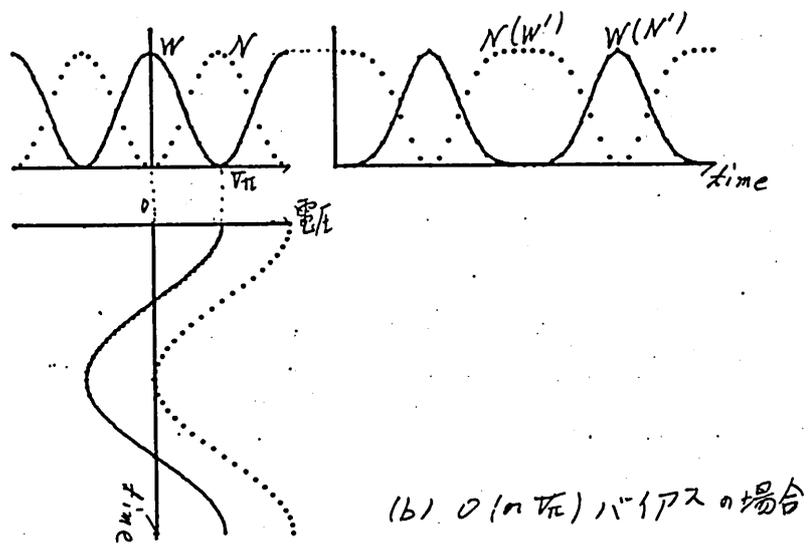
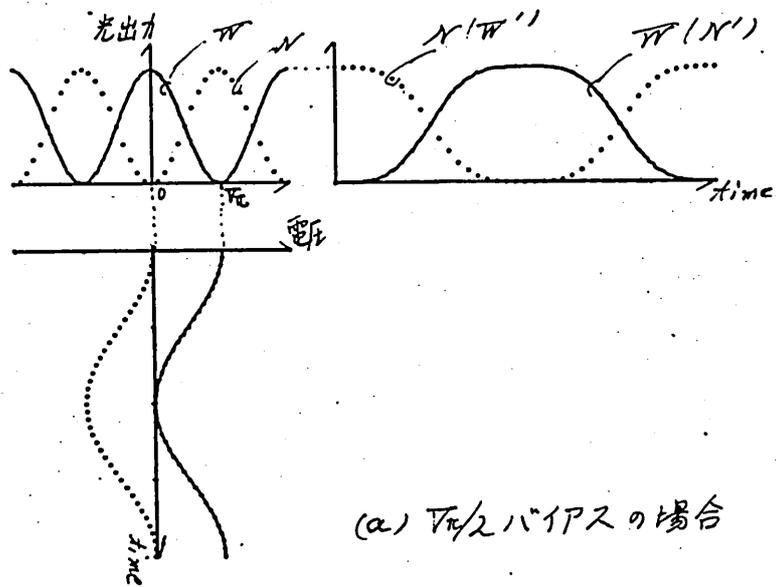


図3. 変調素子の電圧-光出力特性.

印加電圧周波数に等しい周波数及び倍周波の変調特性を得ることが出来る。このことを利用して次に述べる単一正弦波駆動による4チャンネル光タイムデマルチプレキサを構成できる。

## 2-2 単一正弦波による駆動法

素子の動作は図1.に示したように入力光信号に対し最終的に4つの光出力端から、それぞれ4分周された信号を得るものである。すなわち初段の変調素子で2分周(2つの光出力に振り分ける)したのち、次段の2つの変調素子で、それぞれの光入力をさらに2分周する。したがって初段では次段に対して2倍のスイッチング周波数が必要となる。

例えば図3(a)に示したように $V\pi/2$ バイアス点で変調を行なった場合は次段の変調周波数 $f$ に対し初段に $2f$ を与えればよい。しかし、この場合 $f$ 及び $2f$ の2種の同期した信号源が必要となる。

次に、図3.(b)に示したようにバイアス点を0或いは $V\pi$ 点に設定すれば、変調光の周波数は変調信号の倍になる。したがって、初段の変調素子を0バイアス、次段を $V\pi/2$ バイアスに設定するこ

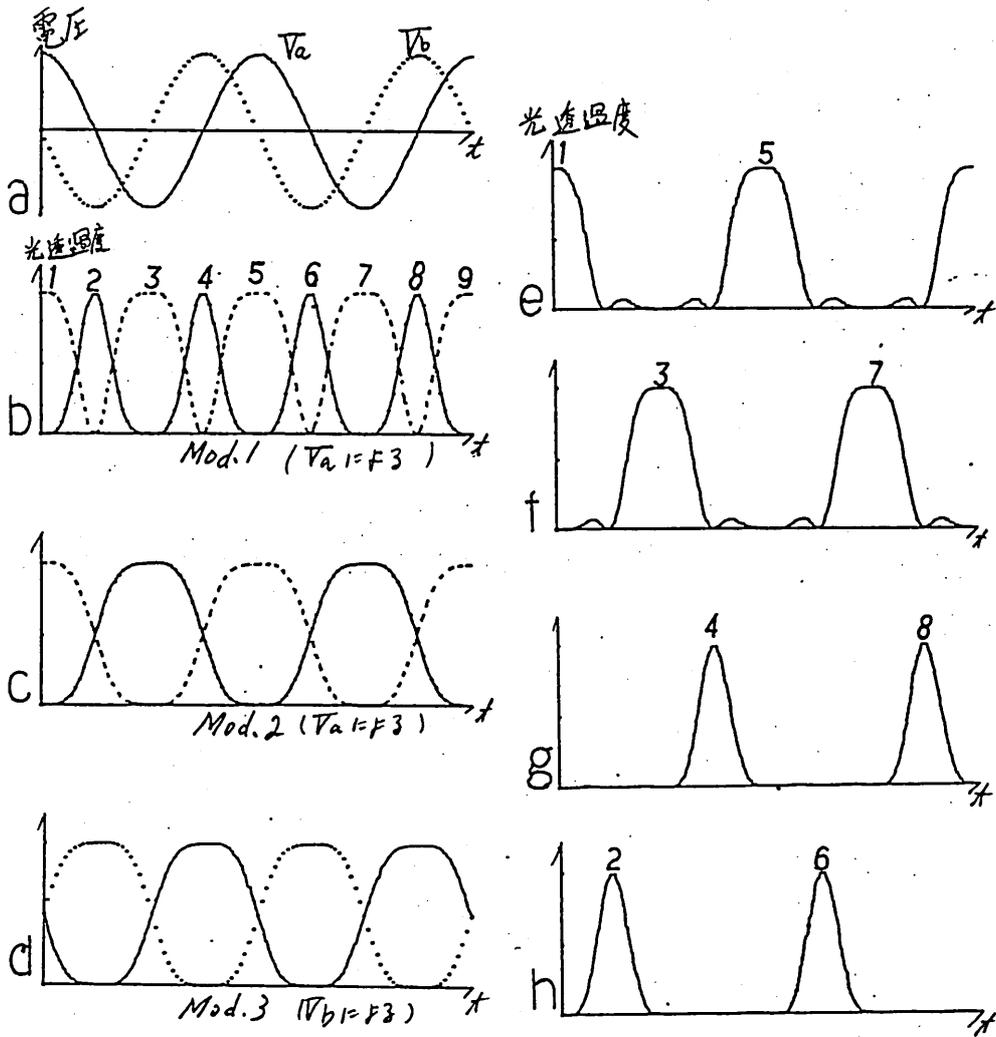


図4. 各変調素及バチャンネル出力端での光透過度

とにより単一周波数で動作させることができる。このとき初段変調素子で完全なスイッチングを行なうには  $V_{\pi}/2$  バイアス点の場合と比べて2倍の変調電圧が必要である。そこで初段素子の半波長電圧を次段の  $1/2$  とするよう設計すれば、単一信号源駆動が可能となる。

単一正弦波で駆動できることにより駆動信号系が容易に構成できる。また正弦波で変調を行なうため変調素子の電極構成に特に広帯域なものを求めないので比較的容易に高速動作が可能となる。

図4に駆動信号に対する各変調素子の変調波形及び最終的な出力波形のタイミングチャートを示す。例えば、Mod. 1 において信号  $V_a$  で変調された光は図4(b)の実線で示される特性で Mod. 2 に入力する。Mod. 2 ではさらに(c)実線で示される特性で変調を受けるため、最終的には、チャンネル1の出力として、(e)で示される特性を得る。他の出力端についても同様である。但し、このような特性を得るためには、(a)に示したように、2つの位相の異なる駆動信号が必要である。これは位相器(遅延線)を用いて容易に得ることができる。

図4(e)~(h)に示されるように単一正弦波で駆動した場合、(e),(f)と(g),(h)では出力特性が異なる。

これは初段の変調素子を倍周波動作させるため、初段の二つの変調特性が異なる(図4.(b))ことによる。また(e)、(f)では出力ピークの他に、スプリアスピークが生じている。

ところで、図4.(e)~(h)に示される特性は入力に連続光が入射した場合の変調出力、すなわち、各チャンネルの時間に対する光透過特性を示している。そのため、各種光信号が入力した場合、光出力は入力光と透過特性の積で与えられる。したがって、例えば、時間多重させた光パルス列を分割する動作を考えた場合、個々の入力パルスの時間幅が充分短い場合、上記の点は大きな問題とをなると考えられる。

### 3. 素子の試作

$\text{LiNbO}_3$  (-C板) を基板に用いて、Ti熱拡散により光導波路を作製した。図5は試作素子の光導波路パターンである。各変調素子において、入力側導波路、差動変調部の導波路幅は  $3.6 \mu\text{m}$ 、入力側分岐の分岐角は  $1/100 \text{ rad}$  である。非対称側では導波路幅を  $3$  及び  $4 \mu\text{m}$ 、分岐角を  $1/200 \text{ rad}$  とした。初段の変調素子の出力導波路と後段の変

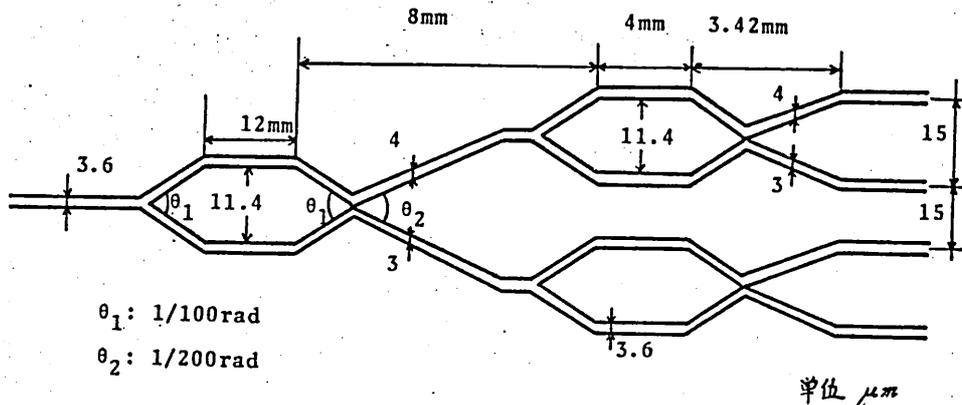


図5. 試作素子の光導波路パターン

調素子入力導波路との幅が異なるのでテーパ部を設けて接続した。単一電源で駆動するためには初段の電極長が後段の2倍は必要とするので、変調部の直線導波路長は、初段で12mm、他は6mmとした。変調部の平行導波路間隔は11.4 $\mu\text{m}$ である。

電子ビーム露光法を用いてCrマスクを作製した。光露光法及びリフトオフ法を用いて20nm厚のTi蒸着膜パターンを形成し、熱拡散により光導波路を作製した。端面からの光入出力のために、結晶両端面の光学研磨を行なった。

図6. は電極パターンである。電極長は初段及び

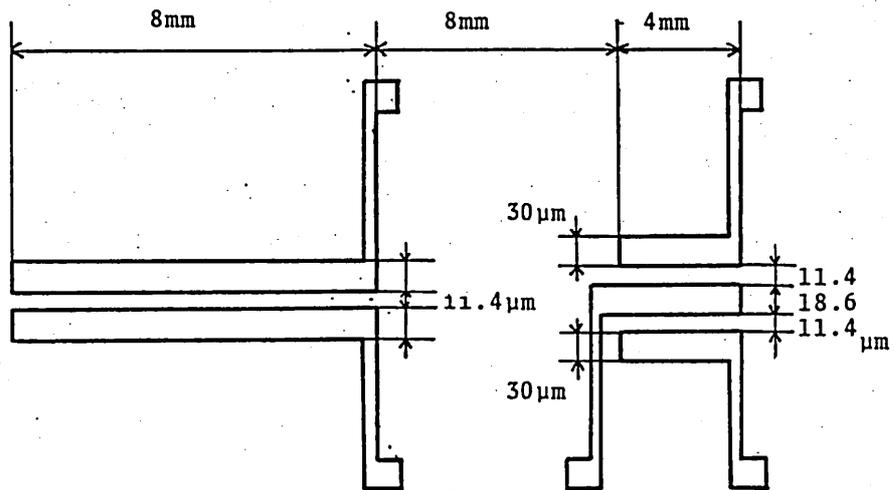


図6. 試作素子の電極パターン

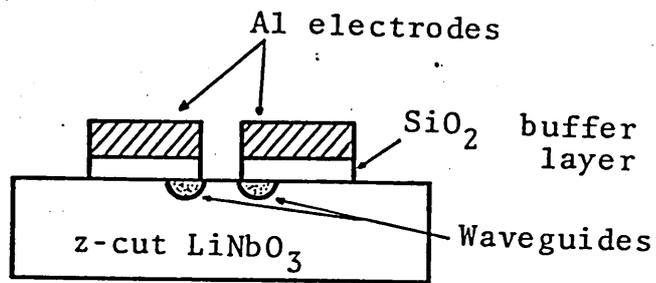


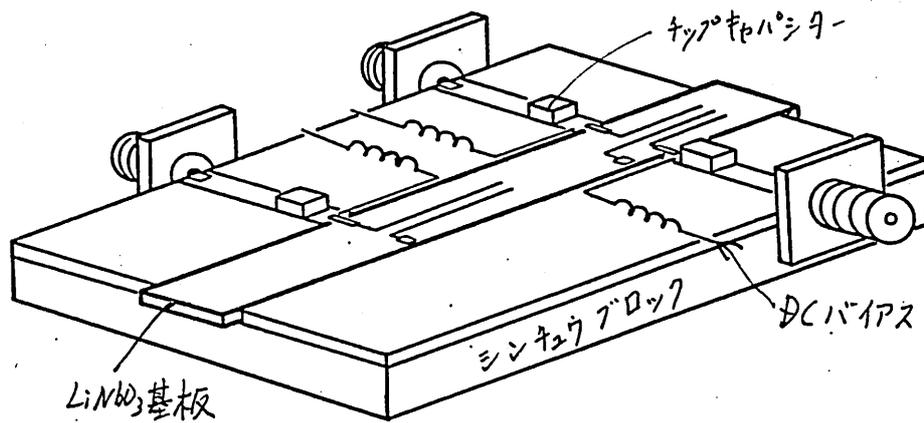
図7. SiO<sub>2</sub> バッパ層のパターン化

表 1. 素子の作製条件

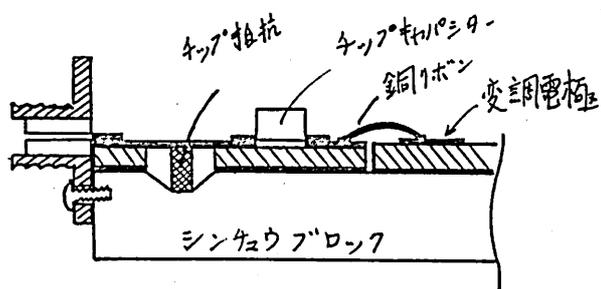
Ti 膜厚 :	20 nm (電子ビーム蒸着)
拡散 温度 :	980 °C
時間 :	4.5 時間
雰囲気 :	O <sub>2</sub>
バッファ層 :	SiO <sub>2</sub> 150 nm (スパッタ)
電極 :	Al 500 nm (電子ビーム蒸着)

次級変調部について、それぞれ 8 及び 4 mm である。電極間隔及び電極幅は、それぞれ 11.4 及び 30 μm である。電極莊荷による光伝搬損失を低減させるため、SiO<sub>2</sub> バッファ層を介して電極を形成した。SiO<sub>2</sub> スパッタ膜を用いた場合、直流電圧を印加したときに光出力が設定出力から変化してゆく、いわゆる DC ドリフト<sup>(7)</sup>が問題となる。これを防ぐためにリフトオフ法を用いて電極と同じパターンで SiO<sub>2</sub> バッファ層を装荷した<sup>(8)</sup>。その上に Al 蒸着膜をフォトリソグラフィにより形成した(図 7)。表 1. に作製条件をまとめて示す。

次に、作製した素子基板と外部回路との接続を容易にするため、ガラスブロック上にマウントした。図 8. にマウントされた素子の概略図を示す。



(a)



(c)

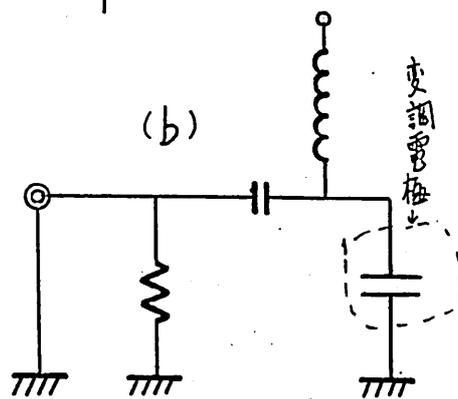


図8. 基板のマウント法

試作素子では変調電極を光学バイアス設定のための直流電圧用及び変調交流信号用とを共通としたので、ガラスブロック上のストリップライン基板上にLC回路によるバイアスTを構成している。入力信号に対する負荷阻抗として50Ωのチップ阻抗を用いた(図8.(c))。

試作した素子の基本特性を表2.に示す。使用した光源は波長633nmのHe-Neレーザーを用いた。導波光のモードはTE-likeモードを用いた。LiNbO<sub>3</sub> C板上に作製した光変調素子ではTM-likeモードを用いて、電気光学定数の大きな $\gamma_{33}$ を利用することが望ましい。試作素子ではLi<sub>2</sub>O外拡散<sup>(9)</sup>の影響によりTM-likeモードの導波特性が良好でなかった。実験では全てTE-likeモードを用いた。

表2. 試作素子の半波長電圧及び消光比

	半波長電	消光比 [dB]
Mod. 1	6.6	} 18 以上
Mod. 2	13.3	
Mod. 3	13.3	

633nm光に対するTEモードに対する値

## 4. 実験

### 4-1 伝導波実験

図9. は実験構成である。連続光を入射して各チャンネルからの光出力変化（時間に対する素子の光透過特性に相当する）を測定した。光波の入出力は顕微鏡用対物レンズ（40×）を用いて導波路端面より行なった。出力光の検出には光電子増倍管を用いた。スリットを用いて、出力チャンネルを選択し、各出力光を順次測定した。

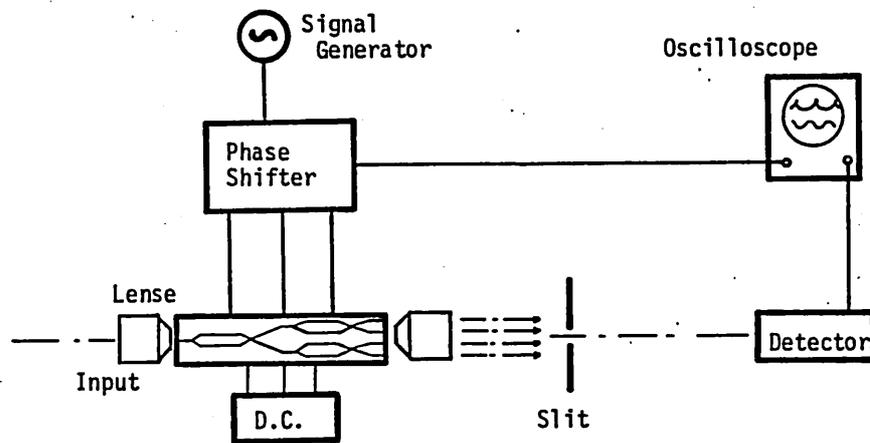


図9. 実験構成

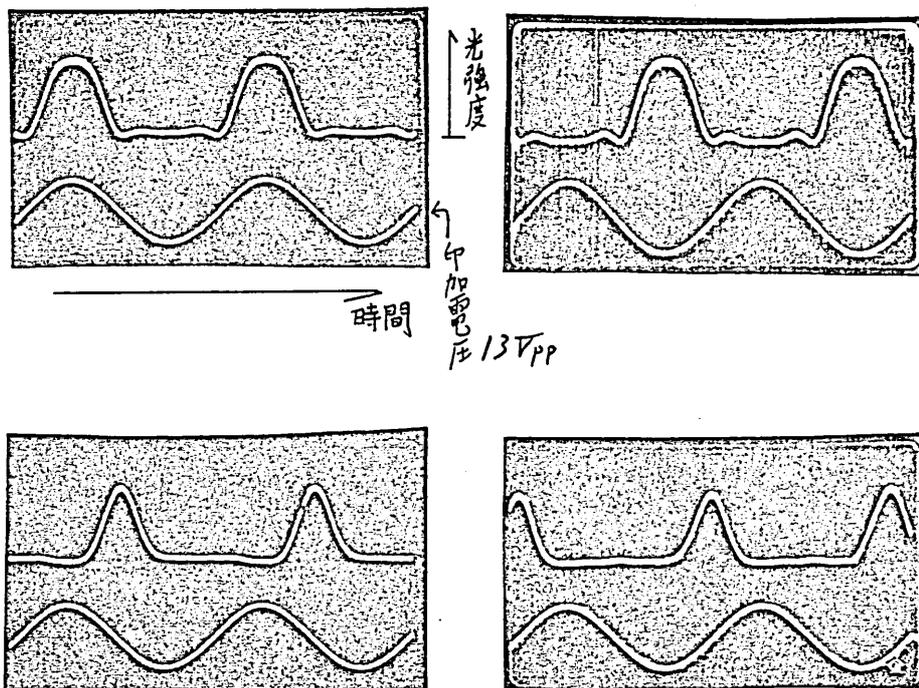


図.10 各チャンネルからの光強度時間波形

駆動信号には 10 KHz の正弦波を用いた。発振器の後に移相器を用いて各変調素子間に適当な位相関係を与えた。印加電圧は 13 V<sub>pp</sub> であり Mod. 1、Mod. 2 には同位相の信号、Mod. 3 には Mod. 1 に対し 90° 位相差をもった信号を与えている。

順次各チャンネルについて測定するのので、各光出力間の位相関係を明らかにするため光出力強度と、駆動信号からの参照信号とを同時にオシロスコープ上で観測した。

図 10. は測定結果である。各写真において、上の波形が光出力強度波形、下が駆動信号波形である。4 つの出力光のピーク間には、順次、駆動信号周期に対し、1/4 の時間差をもっている。チャンネル 1、2 からの出力パルス半値全幅は繰返し周期の約 30 %、チャンネル 3、4 では約 1 % であった。

### 3-2 高周波実験

図 11. に実験系を示す。光波の入出力は低周波実験と同様である。素子への変調信号は発振器からの出力を方向性結合器で分割した一部を可変遅延線及び増幅器に通した後、3 dB 分岐、遅延線及

び減衰器を用いて得ている。3つの変調信号の位相関係及び電力は、それぞれ、同軸遅延線及び可変減衰器を用いて調整した。

出力波形の観測にはストリークカメラ(浜松テレビC-979)を正弦波掃引が行なえるように改造したものを<sup>(10)</sup>用いた。ストリークカメラの掃引信号に素子への変調信号と同一信号源を用いているために光出力とストリークカメラの掃引とは完全に同期をとることができる。掃引領域中央付近の掃引速度が最も早く、また比較的線形である。さらに、掃引領域は半周期ごとに往復掃引されるため、観測波形が、往掃引時間内のみ存在し、復掃引時

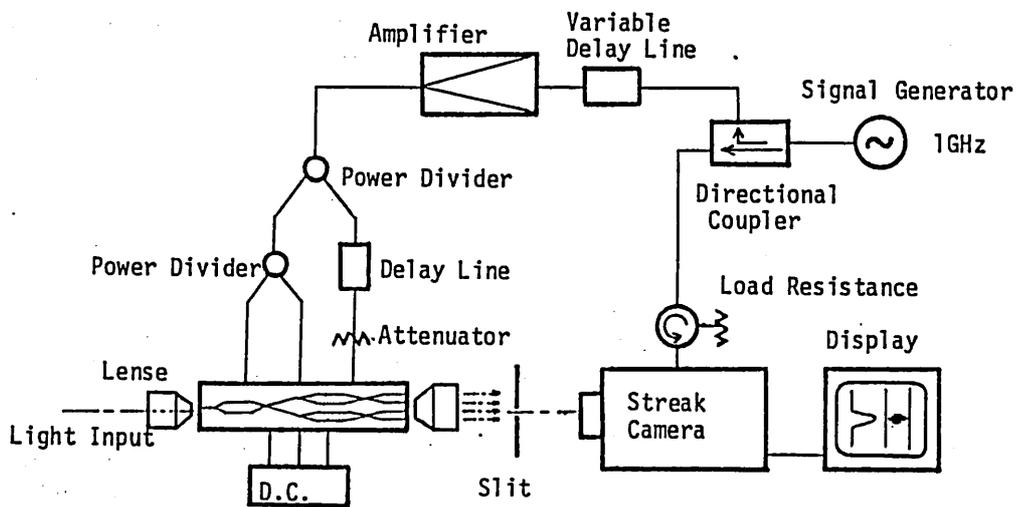
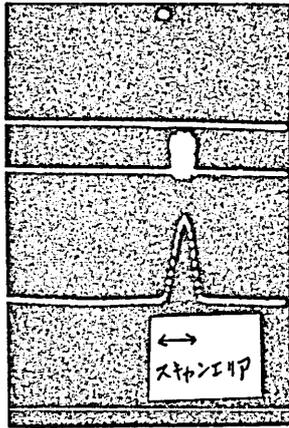
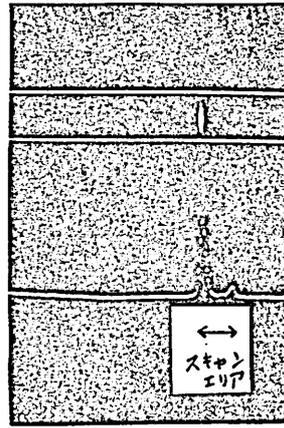


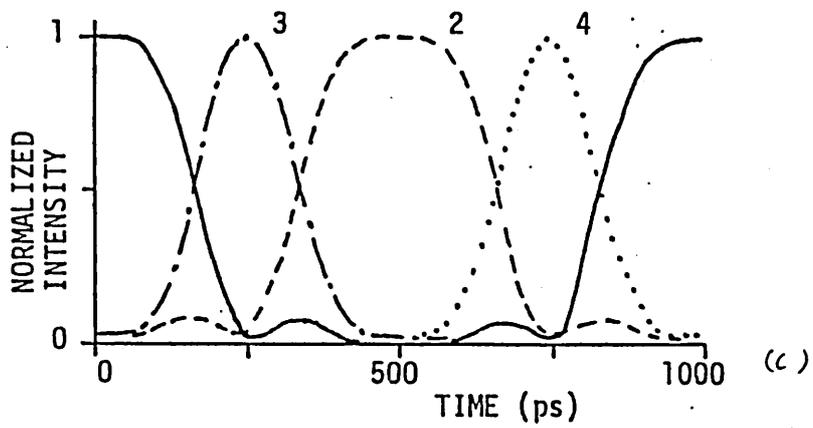
図11 高周波実験構成



(a)



(b)



1 素子当りの変調電力:  $400 \mu W$

図12. 高周波実験結果

に存在しないことが必要である。したがって光出力パルスピークが掃引領域中央に位置するようにして観測することが望ましい。各チャンネルの光出力をこのようにして観測するため、ストリークカメラへの信号と素子への信号間の位相差を可変遅延線を用いて調整した。さらに、各チャンネル光出力ピークが掃引領域中央に位置する場合の遅延線の遅延量から、各出力間の位相関係を測定した。

図12. に測定結果を示す。駆動信号の周波数は1 GHzで、変調素子当りの変調電力は400 mWである。図12.において、(a)、(b)は観測ストリーク像の例である。(a)はチャンネル3(4も同様)、(b)はチャンネル1(2も同様)の光出力に対応する。但し、(a)、(b)それぞれ、光パルスピークが掃引領域の中央及び端に位置した場合の例である。

ストリーク像の強度分布を時間軸が線形となるように補正し、各チャンネル間の位相のずれを考慮に入れた結果が図12(c)である。1 GHz駆動に対しても、良好に動作していることが確認された。

## 5. おまけ

本報告では光変調素子を集積化することにより光信号の高速時分割を行なえる光タイムマルチプレクサを考案し、試作、実験によりその基本動作を確認した。個々の変調素子には、作製精度の許容度が比較的大きな非対称分岐を用いた強度変調素子を用いているため、集積化が比較的容易である。

さらに、適当なバイアス設定及び電極設計により単一正弦波駆動で動作が定まるため、個々の変調素子が広帯域である必要がなく、高速動作を行なう易い。

実験では1GHzの正弦波駆動による動作を確認した。これは、例えば、時間分割多重化された4Gb/sの光パルス列をそれぞれ1Gb/sのパルス列からなる4チャンネルの信号にもどすことに対応する。今回は、素子の時間に対する透過特性の測定による動作確認を行なったが、実際に、入力信号として高速光パルス列を用いた時分割実験を行なってみたいと考えている。

今回の試作素子では、Li<sub>2</sub>O 外拡散の影響により大きな電気光学係数( $\gamma_{33}$ )をもつTMモードを

利用がななかった。導波路作製法の改善が課題である。

### 謝辞

本研究の一部は文部省科学研究費の援助を受けて行なったものである。

### 参考文献

- [1] R.V.Schmidt and L.L.Buhl, "Experimental 4X4 Optical Switching Network", Electron.Lett., 12, 575(1976)
- [2] 近藤, 鈴木, 木田, "32Mb/s 高速切換え導波形1x4光スイッチモジュール", 昭和57年度信学会, 光電波部門全国大会 292
- [3] H.Kogelnik and R.V.Schmidt, "Switched Directional Couplers with Alternating  $\Delta\beta$ ", IEEE J.Quantum Electron., QE-12, 396, (1976)
- [4] W.K.Burns and A.F.Milton, "Mode conversion in planar dielectric separating waveguides", IEEE J.Quantum Electron., QE-11, 32(1975)
- [5] M.Izutsu, A.Enokihara, and T.Sueta, "Optical-waveguide hybrid coupler", Opt.Lett., 7, 549(1982)
- [6] M.Izutsu, Y.Nakai, and T.Sueta, "Operation mechanism of the single-mode optical-waveguide Y junction", Opt.Lett., 7, 136(1982)
- [7] G.L.Tangonan et al., "Electrooptic diffraction modulation in Ti-diffused LiNbO<sub>3</sub>", Appl.Opt., 17, 3259(1978)
- [8] S.Yamada and M.Minakata, "D.C. Drift Phenomena in LiNbO<sub>3</sub> Optical Waveguide Devices", Japan J.Appl.Phys., 20, 733(1981)
- [9] J.R.Carruthes et al., "Diffusion Kinetics and Optical Waveguiding Properties of Outdiffused Layers in Lithium Niobate and Lithium Tantalate", Appl.Opt., 13, 2333(1974)
- [10] 井筒, 森下, 末田, "イメージストリークカメラを用いた高速光強度変調波形の観測", 信学技報 OQE80-38

輻射科学研究会資料  
RS82-21

強磁性半導体中の磁氣的波動

湯川敏信・森隆弘・池上淳一  
(京都大学 工学部 電子工学科)

昭和58年 3月11日

強磁性半導体中の磁氣的波動  
 MAGNETIC WAVES  
 IN  
 FERROMAGNETIC SEMICONDUCTORS

湯川敏信 森 隆弘 池上淳一  
 Toshinobu YUKAWA Takahiro MORI Jun-ichi IKENOUE  
 京都大学 工学部 電子工学科  
 Kyoto University

[1] まえがき

磁氣波とは磁化された強磁性体中の磁氣モーメントの歳差運動がその媒質内に伝播するものである。電子のスピン間には交換相互作用が働いており、強磁性体では隣接スピンの平行にならうとする。この相互作用により伝播する波動がスピン波と呼ばれるものである。交換相互作用によってスピンの歳差運動の結果、巨視的な磁氣モーメントが發生する。単位体積当たりの巨視的な磁氣モーメントを磁化と呼ぶが、この磁化ベクトルの歳差運動が双極子相互作用によって伝播する時、その波動を静磁波と呼んでいる。

磁氣波とキャリアとの相互作用については古くから研究されてきたが、これは大きく二つに分類される。一つは本報告で扱う強磁性半導体中のバルク内相互作用であり、他の一つは伝導損失を有する磁性体と高移動度半導体の層状構造系を扱ったものである。強磁性半導体ではスピン系とキャリアが直接結合するため、境界条件を考慮しなくとも

より一次元モデルのスピノン波<sup>1)</sup>あるいはスピノン波領域の磁気弾性波<sup>2)</sup>が解析の対象となった。境界条件を考慮しなくてもよいという事は媒質に端(表面)が無いという事であり、静磁波に相当するモードは当然解析にはかからない。

そこで、本報告では無限平板状の強磁性半導体を伝搬する磁気波と、交換相互作用を考慮に入れないで、電磁氣的境界値問題として解析した。強磁性半導体は磁性体としては一定の飽和磁化、磁気共鳴線半値幅を持ち、半導体としては、一定のキャリア濃度、移動度を持つものとし、キャリアの生成、消滅は拡散も考えなければ、透磁率テンソルおよび等価誘電率テンソルはその電磁氣的性質が集約される。これらのテンソル透磁率および等価誘電率を用いて、前半では表面波モードと増幅の可能性という面から、後半では、磁場方向に伝搬する体積波モードと電磁界と分散関係の導出に主眼を置き、それぞれ伝搬特性を明らかにする。

## [2] 表面波モード

### 2-1. 分散関係式の導出

図1に解析モデルを示す。厚さ $D$ の無限平板状強磁性半導体が面内 $x$ 方向に磁化されており、波数 $k$ の波が $y$ 方向に伝搬すると考える。キャリアは正孔とし、 $y$ 方向に伝搬するドリフト速度を持つと仮定する。強磁性半導体はその名のごとく強磁性体であると共には半導体であり、その磁氣的性質は透磁率テンソルに、半導体としての性質は等価誘電率テンソル(導出については付録を参照)にそれぞれ繰り込まれている。

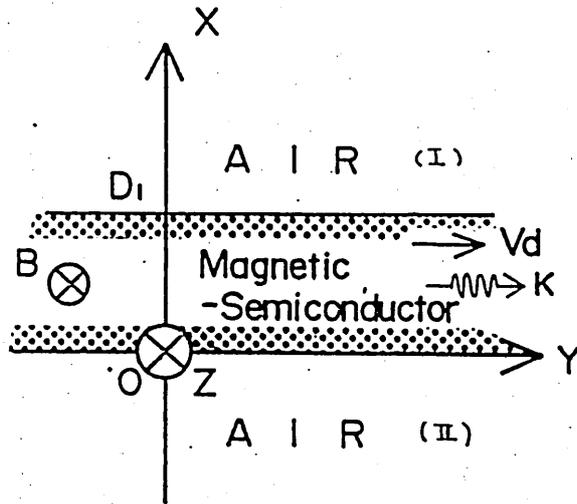


図1. 表面波モードの解析モデル

Maxwellの方程式は次のようになる。

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{rot } \mathbf{E} = -j\omega\mu_0[\mu]\mathbf{H} \\ \text{rot } \mathbf{H} = j\omega\varepsilon_0\varepsilon_s[\varepsilon]\mathbf{E} \\ \text{div } \mathbf{D}' = 0 \quad (\mathbf{D}' = \varepsilon_0\varepsilon_s[\varepsilon]\mathbf{E}) \\ \text{div } \mathbf{B} = 0 \quad (\mathbf{B} = \mu_0[\mu]\mathbf{H}) \end{array} \right. \quad \begin{array}{l} (1) \\ (2) \\ (3) \\ (4) \end{array}$$

∴

$$[\mu] = \begin{bmatrix} \mu & j\nu & 0 \\ -j\nu & \mu & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$\mu = 1 + \omega_0\omega_m / (\omega_0^2 - \omega^2)$$

$$\nu = \omega\omega_m / (\omega_0^2 - \omega^2)$$

$$\omega_0 = \gamma H_i, \quad \omega_m = \gamma 4\pi M_s$$

$\gamma$ : 磁気回転比,  $H_0$ : 内部磁場

$4\pi M_s$ : 飽和磁化

$$[\epsilon] = \begin{bmatrix} \epsilon_{11} & \epsilon_{12} & 0 \\ \epsilon_{21} & \epsilon_{22} & 0 \\ 0 & 0 & \epsilon_{33} \end{bmatrix}$$

$$\epsilon_{33} = 1 - j\Omega_R \omega_p^2 / \omega^2 \nu_c$$

$$\Omega_R = \omega - k v_d$$

$$\omega_p = (\mu e^2 / \epsilon_0 \epsilon_s m^*)^{1/2} : \text{プラズマ(角)周波数}$$

$$\nu_c = |e| / m^* \mu_{e,h} : \text{衝突(角)周波数}$$

$m^*$ : 有効質量,  $\mu_{e,h}$ : 移動度

$\mu$ : フェリイ濃度,  $v_d$ : ドリフト速度  
(正負)

$[\epsilon]$ ,  $[\mu]$  の形と  $z$  方向には一様 ( $\partial/\partial z \equiv 0$ ) であるという  
事から、電磁場は  $(E_x, E_y, H_z)$  なる TM 成分と  $(H_x, H_y, E_z)$   
からなる TE 成分に分離する。  $\mu, \nu$  を含む磁氣的波動は次の  
TE 成分となる。

$$\begin{cases} -jk E_z = -j\omega \mu_0 (\mu H_x + j\nu H_y) & (5) \end{cases}$$

$$\begin{cases} -\partial E_z / \partial x = -j\omega \mu_0 (-j\nu H_x + \mu H_y) & (6) \end{cases}$$

$$\begin{cases} \partial H_y / \partial x + jk H_x = j\omega \epsilon_0 \epsilon_s \epsilon_{33} E_z & (7) \end{cases}$$

これより  $H_x, H_y$  を消去すれば  $E_z$  に関する 2 階の微分方程式  
が得られる。

$$\frac{\partial^2 E_z}{\partial x^2} - (k^2 - \omega^2 \epsilon_0 \mu_0 \epsilon_s \epsilon_{33} \mu_{\text{eff}}) E_z = 0 \quad (8)$$

$$\mu_{\text{eff}} = (\mu^2 - \nu^2) / \mu \quad (9)$$

(8)式を解くことにより強磁性半導体内の電磁界成分は次の様になる。

$$E_z = A_1 e^{fx} + A_2 e^{-fx} \quad (10)$$

$$H_x = [(\mu k - \nu f) A_1 e^{fx} + (\mu k + \nu f) A_2 e^{-fx}] / \omega \mu_0 (\mu^2 - \nu^2) \quad (11)$$

$$H_y = j [(\nu k - \mu f) A_1 e^{fx} + (\nu k + \mu f) A_2 e^{-fx}] / \omega \mu_0 (\mu^2 - \nu^2) \quad (12)$$

$$f = (k^2 - k_s^2 \epsilon_{33} \mu_{eff})^{1/2}, \quad k_s^2 = \omega^2 \epsilon_0 \epsilon_s \mu_0 \quad (13)$$

自由空間(I), (II)の電磁界は(10)~(13)式において  $\mu_{eff} = \epsilon_{33} = \epsilon_s = 1$  とし、更に無限遠( $x \rightarrow \pm\infty$ )で電磁界が零となる事に注意すれば、次の様に書ける。

$$E_z^I = B_I e^{-gx} \quad (14)$$

$$H_x^I = (k / \omega \mu_0) B_I e^{-gx} \quad (15)$$

$$H_y^I = (jg / \omega \mu_0) B_I e^{-gx} \quad (16)$$

$$E_z^{II} = B_{II} e^{gx} \quad (17)$$

$$H_x^{II} = (k / \omega \mu_0) B_{II} e^{gx} \quad (18)$$

$$H_y^{II} = (-jg / \omega \mu_0) B_{II} e^{gx} \quad (19)$$

$$g = k^2 - k_0^2, \quad k_0^2 = \omega^2 \epsilon_0 \mu_0 \quad (20)$$

(10)~(20)式に対して境界条件

$$E_z^I \Big|_{x=D_1} = E_z \Big|_{x=D_1}, \quad H_y^I \Big|_{x=D_1} = H_y \Big|_{x=D_1}$$

$$E_z \Big|_{x=0} = E_z^{II} \Big|_{x=0}, \quad H_y \Big|_{x=0} = H_y^{II} \Big|_{x=0}$$

を適用し、 $A_1, A_2, B_I, B_{II}$  の未定定数を消去するに依り、次の分散関係式を得る。

$$g \cdot \frac{2\mu f}{\mu^2 - \nu^2} + \left[ g^2 - \frac{(\nu k)^2 - (\mu f)^2}{(\mu^2 - \nu^2)^2} \right] \tanh(f D_1) = 0 \quad (21)$$

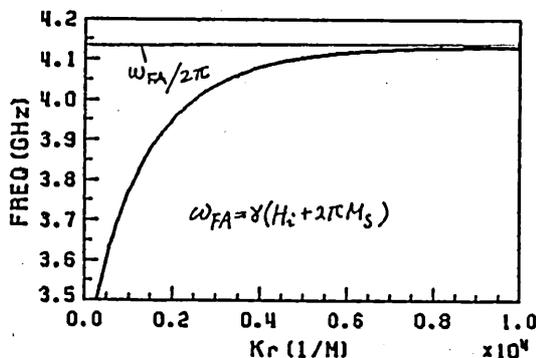
ここで

$$g^2 = k^2 - k_0^2, \quad k_0^2 = \omega^2 \epsilon_0 \mu_0, \quad f^2 = k^2 - k_s^2 \epsilon_{33} \mu_{eff}$$

$$k_s^2 = \omega^2 \epsilon_0 \epsilon_s \mu_0, \quad \mu_{eff} = (\mu^2 - \nu^2) / \mu$$

確認のため、 $\mu = 0$  (純粋な強磁性体) 即ち  $\epsilon_{33} = 1$  とおき、更に静磁近似を適用すれば " $k \gg k_0$  となつて、 $g \approx f \approx k$  とするにたがひる。このとき (21) 式は

$$(\mu^2 - \nu^2 + 1) \tanh(k D_1) + 2\mu = 0 \quad (22)$$



$$H_i = 600 \text{ (Oe)} \quad D_1 = 300 \text{ (}\mu\text{m)}$$

$$4\pi M_s = 1750 \text{ (G)} \quad \Delta H = 0.0 \text{ (Oe)}$$

図2. 表面静磁波の分散曲線

となる。(22)式はよく知られている平板状強磁性体における表面静磁波の分散関係式<sup>3)</sup>である。このことから、(21)式の妥当性が明らかになると共に、強磁性体が半導体的性質をみせ持つことの影響は媒質内電磁界の厚み方向変化率 $\epsilon_{33}$ 中の $\epsilon_{33}$ に集約されているという事がわかる。参考のために、無損失の表面静磁波の分散曲線(22)式を図2に示す。

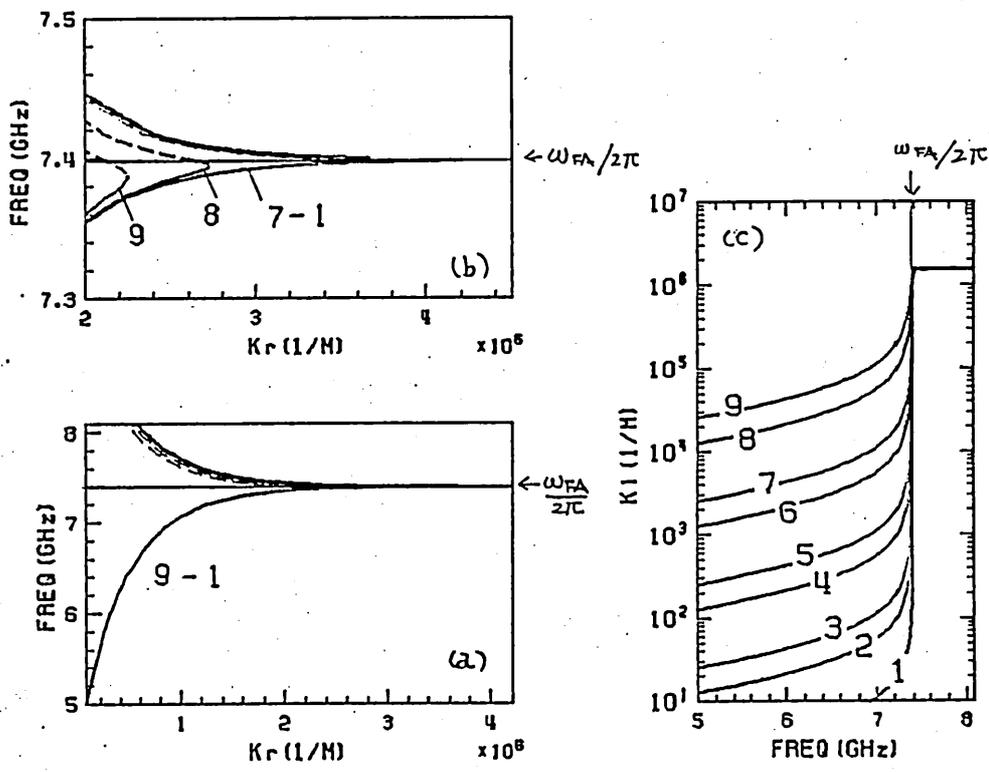
## 2-2. 表面波伝搬特性の数値計算結果

分散関係式(21)に実周波数 $\omega$ と $k$ とを複素数の波数 $\omega$ と $k$ とについて解けば、その実部から分散曲線が、虚部から減衰定数 $\alpha$ がわかる。数値計算に使用した強磁性半導体の諸定数を以下に示す。

内部磁場	$H_i = 540 \text{ (Oe)}$
飽和磁化	$4\pi M_s = 4200 \text{ (G)}$
ホール( $E_{33}$ )の有効質量	$m_h^* = 0.2 m$
ホール( $E_{33}$ )の移動度	$\mu_h = 1200 \text{ (cm}^2/\text{V}\cdot\text{sec)}$

強磁性半導体の飽和磁化及び有効質量についてはVural<sup>4)</sup>の計算に用いた値を参考にした。移動度は、Ag $\epsilon$ ドープしたp型CdCr<sub>2</sub>Se<sub>4</sub>Zn<sup>2)</sup>を実現される強磁性半導体としては最も大きいホール移動度を参考にした。

図3は1 $\mu\text{m}$ 厚の試料について、ホール濃度が分散曲線及び減衰定数に及ぼす影響を示したものである。 $\Delta H$ ,  $\mu_h$ は共に零としてある。(a)の分散曲線を見ると、表面静磁波の



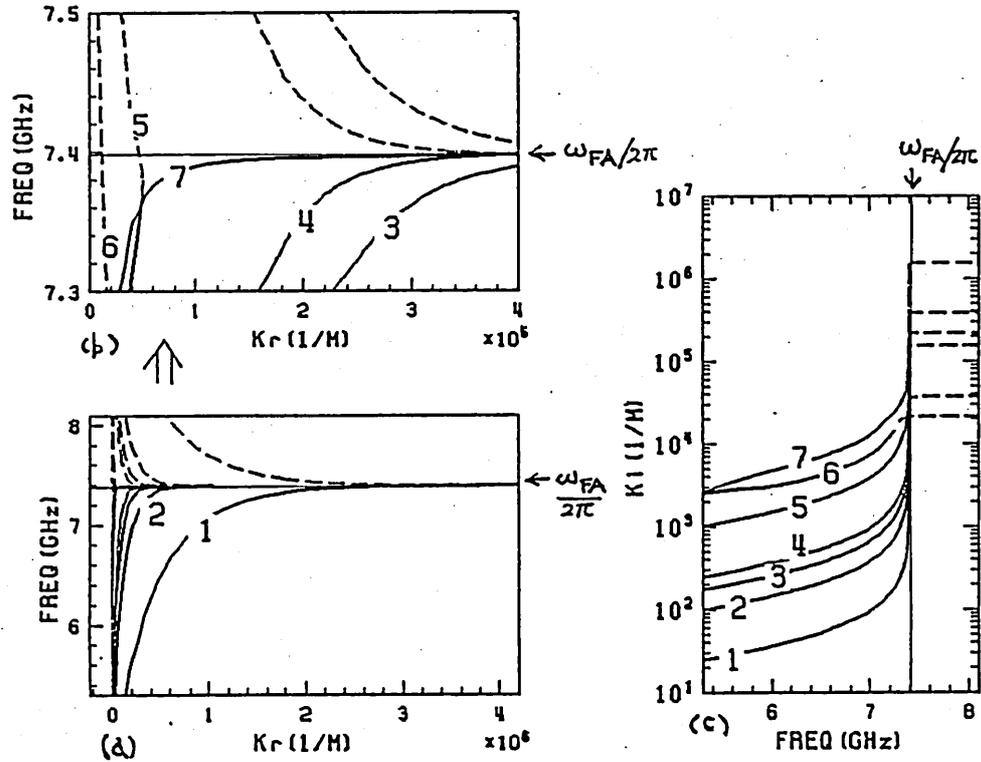
$D_1 = 1.0 (\mu\text{m})$

$p = (1/\text{cm}^3)$

- |                         |                         |
|-------------------------|-------------------------|
| 1. $1.0 \times 10^{15}$ | 5. $1.0 \times 10^{17}$ |
| 2. 5.0                  | 6. 5.0                  |
| 3. $1.0 \times 10^{16}$ | 7. $1.0 \times 10^{18}$ |
| 4. 5.0                  | 8. 5.0                  |
|                         | 9. $1.0 \times 10^{19}$ |

図3. 表面波モードのキャリア濃度依存性

(b)は(a)の7.3 GHz ~ 7.5 GHz 間を拡大したものである。



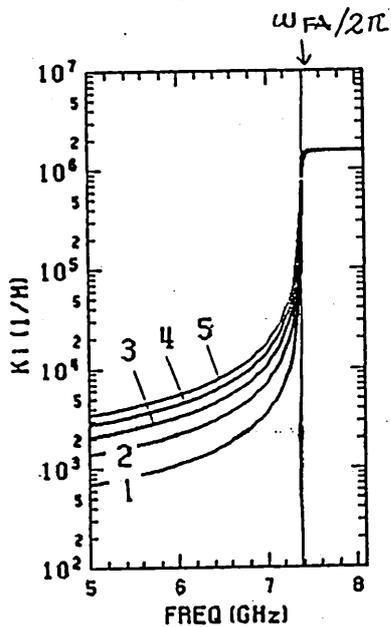
$$\rho = 1.0 \times 10^{17} \text{ (1/cm}^2\text{)}$$

$$D_1 = (\mu\text{m})$$

1.	1.0	5.	40.0
2.	4.0	6.	70.0
3.	7.0	7.	100.0
4.	10.0		

図4. 表面波モードの厚み依存性

(b)は(a)の7.3 GHz ~ 7.5 GHz間を拡大したものである。  
 $\Delta H = 0$  としおり、損失はオミットして示す。



(a)

$$D_1 = 1.0 (\mu\text{m})$$

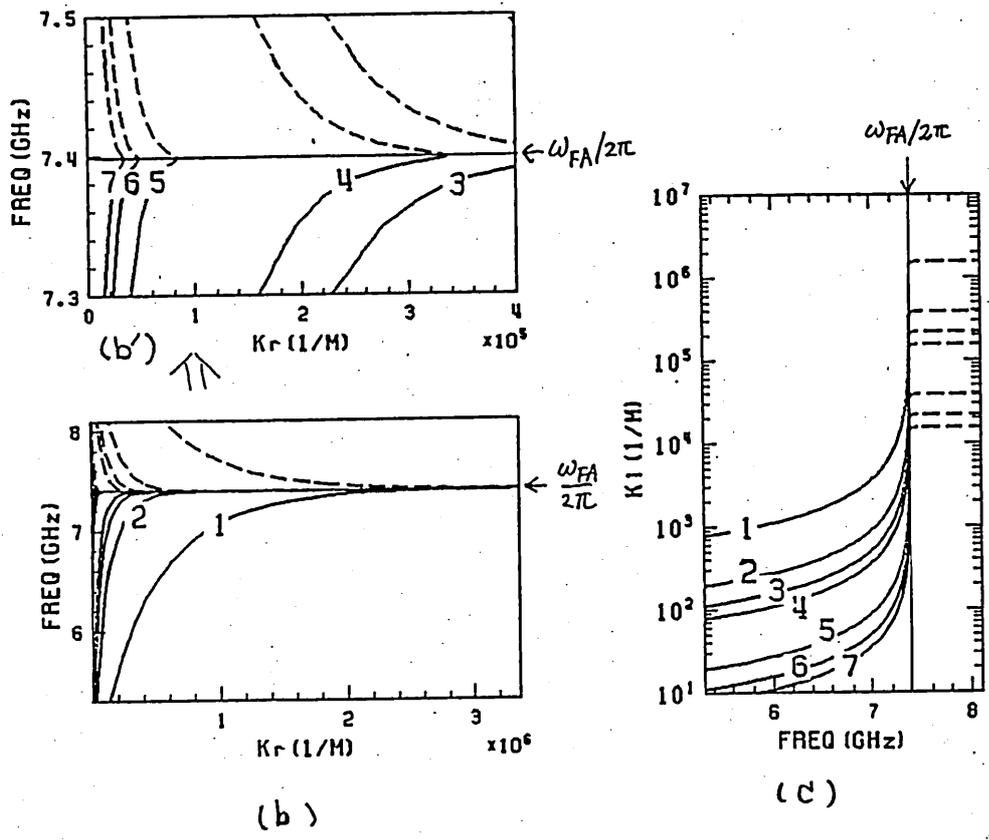
$$\Delta H = (\text{Oe})$$

- |    |     |    |      |
|----|-----|----|------|
| 1. | 2.0 | 5. | 10.0 |
| 2. | 4.0 |    |      |
| 3. | 6.0 |    |      |
| 4. | 8.0 |    |      |

図5(a).  $\Delta H$  による損失

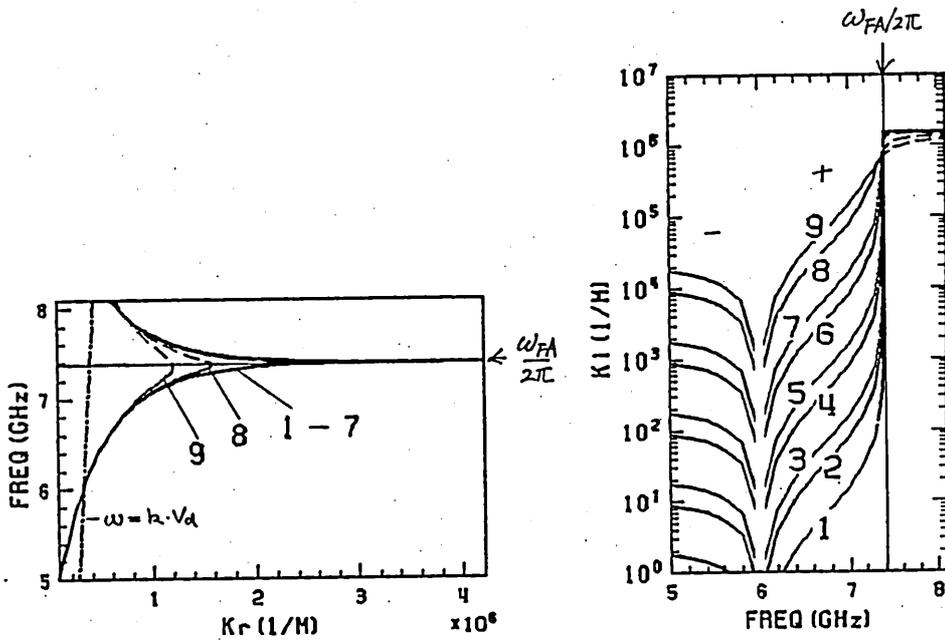
カットオフ周波数  $\omega_{FA}/2\pi$  ( $\omega_{FA} = \gamma(H_0 + 2\pi M_s)$ ) より下ではキャリア濃度  $n$  の変化に対して分散特性はほとんど変わらない様であるが、(b)の拡大図では、カットオフ周波数のわずかに下で曲線が折り返している事がわかる。折り返し点の周波数、波数共にキャリア濃度が大きくなる程小さくなる化傾向を持つ。(c)図を見れば、折り返し点より上の周波数領域では減衰定数  $k_i$  は一定の非常に大きな値となり、エバネセントモードに移行したものと考えられる。カットオフ周波数以下では  $k_i$  はほぼキャリア濃度に比例して変化している。

次にキャリア濃度を  $10^{17}/\text{cm}^3$  として一定に保ち、厚み  $D_1$  を変化した場合を図4に示す。試料が厚い程位相速度、群速度が大きくなり分散曲線が立つるのは普通の表面静磁



$D_1 =$	( $\mu\text{m}$ )	$\Delta H = 2.0$	( $\text{Oe}$ )
1.	1.0	5.	40.0
2.	4.0	6.	70.0
3.	7.0	7.	100.0
4.	10.0		

図5.  $\Delta H$ による損失  
 - 表面波モードの厚み依存性 -  
 (b')は (b)の 7.3~7.5 GHz間を拡大したものである。



$\rho =$  (1/cm<sup>3</sup>)

$D_1 = 1.0$  (μm)

- |                         |                         |
|-------------------------|-------------------------|
| 1. $1.0 \times 10^{15}$ | 5. $1.0 \times 10^{17}$ |
| 2. 5.0                  | 6. 5.0                  |
| 3. $1.0 \times 10^{16}$ | 7. $1.0 \times 10^{18}$ |
| 4. 5.0                  | 8. 5.0                  |
|                         | 9. $1.0 \times 10^{19}$ |

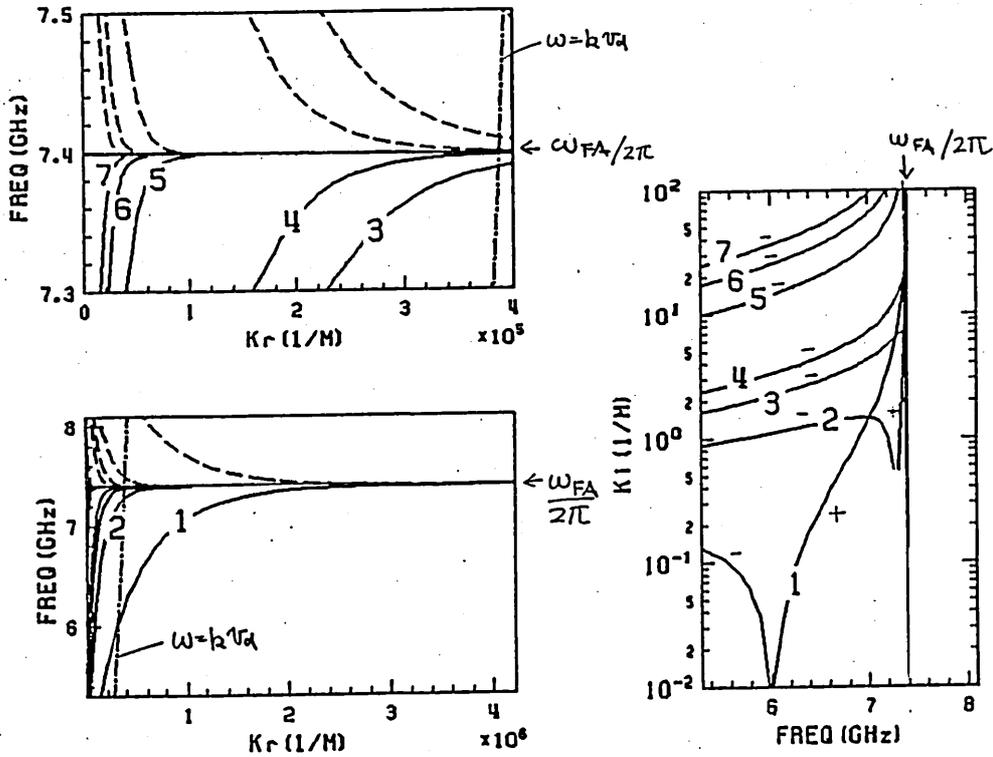
$v_d = 1.2 \times 10^5$  (m/s)

$\Delta H = 0$  (oe)

図6. ドリフト電界を印加した場合の伝搬特性のドープ濃度依存性

波と同じ化貞向である。また厚み程、伝周波数で分散曲線が折り返す傾向も、キャリア濃度がパラメータの場合と同じであるが、ある厚み以上（今の場合は約  $100\mu\text{m}$ ）に達すると分散曲線は折り返すことなく  $\omega = \omega_{FA}$  に漸近する様になる。（a, b 図）  
 これに対応して減衰定数も厚みに比例して変化することがある厚み以上になると様子が変わってくる。（c 図の  $\gamma$ :  $100\mu\text{m}$ ）  
 また厚み程、エバネセントモードに移行した場合の  $k_c$  が小さい化貞向がある。試料が薄くなるにつれてキャリア濃度が小さくなる場合と同様にふるまうのは、波数が大きくなると波が表面に局在するため、実質的に相互作用するキャリア数が減少するためと考えられる。ここで注意したい事は最大到達波数を大きくするには試料が薄くなければならぬという事である。

キャリアがなくても強磁性体には固有の損失があり、磁気共鳴線半値幅  $\Delta H$  がその下りエの目安となっている。磁性半導体では、半導体としての損失と磁性体固有の損失とを分離して測定したという報告は少なく、全体としての共鳴線半値幅が  $7\text{K}$  で  $10\sim 20(\text{oe})^5$ ,  $4.2\text{K}$  では  $8(\text{oe})^6$  等と報告されているだけである。ここではこれらを参考に  $\Delta H$  は  $2\sim 10(\text{oe})$  とした。図 5(a) は  $\Delta H$  による  $k_c$  の変化を示したもので、 $\Delta H$  に比例して損失は増加する。また  $\gamma$  で明記にされているように、単位遅延時間当りの減衰量が一定であることから、周波数の変化により群速度が変わりかつかつ周波数に近づくにつれて群速度が小さくなるため  $k_c$  は増加する。この事は厚みの変化に対しても適用でき、同一周波数では厚み程群速度が大きいため  $k_c$  は小さくなる。（b), (b'), (c) 参照）



$$\bar{p} = 1.0 \times 10^{15} \text{ (1/cm}^3\text{)}$$

$$V_d = 1.2 \times 10^5 \text{ (M/S)}$$

$$D_1 = (\mu\text{m})$$

- |         |          |
|---------|----------|
| 1. 1.0  | 5. 40.0  |
| 2. 4.0  | 6. 70.0  |
| 3. 7.0  | 7. 100.0 |
| 4. 10.0 |          |

$$\Delta H = 2.0 \text{ (oe)}$$

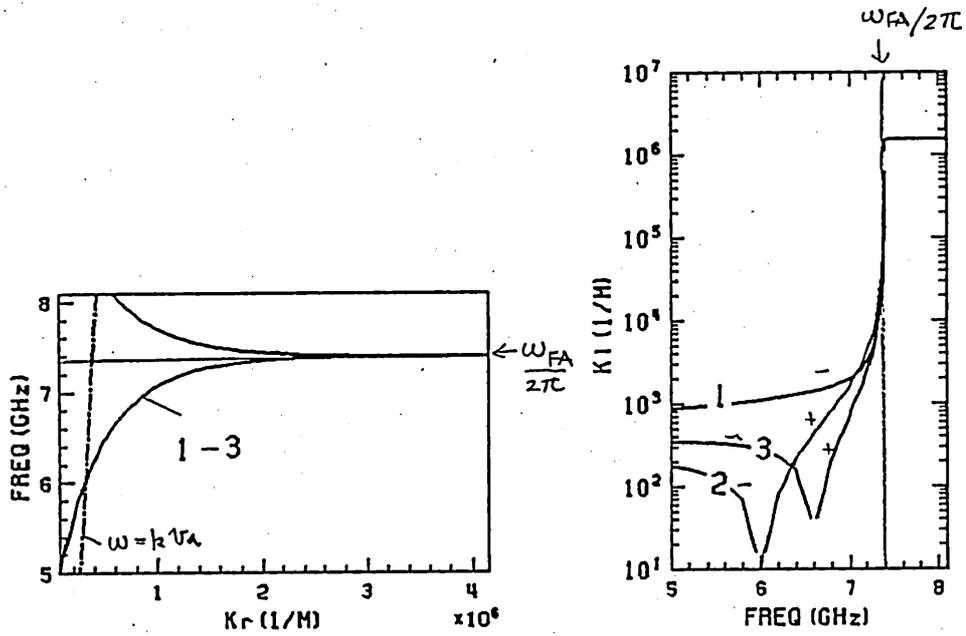
図7. ドリフト電界を印加した場合の  
伝搬特性の厚み依存性

次にドリフト電界が存在する場合を考える。 $\Delta H=0$ の場合、 $\omega = k_r v_d$  を満たす速度  $v_d$  でキャリアが動けば無損失となり、 $\omega < k_r v_d$  とすれば増幅に転じる(付録B参照)。  
 図6.には  $\Delta H=0$  とし、一定のドリフト速度、厚み  $d$  とし、キャリア濃度を変化させた時の伝搬特性を示した。減衰定数の絶対値は  $\rho$  に比例し、減衰時に損失が大きい程、増幅時の利得も大きくなる。

試料の厚みが変わるとどうなるであろうか。図7.には  $\Delta H=2.0$  (0e),  $\rho = 10^{15}$  ( $1\text{cm}^3$ ),  $v_d = 1.2 \times 10^5$  (m/s) とし厚みをパラメータにした場合を示している。厚み程相互作用量が大きい事は確かであるが位相速度が小さくなる事と最大到達波数が小さくなるという欠点を持っている。増幅の条件としては  $\omega < k_r v_d$  即ちドリフト速度より位相速度が小さいという事が必要であるため厚くして相互作用量を増せば増幅の周波数帯域が減少し、つらには減衰のみという事になりかねない。従って増幅を考える時には適当な試料厚みが存在し、Gain を大きくするためにはキャリア濃度を増加させれば良いと考えられ、この計算では  $1\mu\text{m}$  厚位の薄膜でキャリア濃度が  $10^{12} \sim 10^{18}/\text{cm}^3$  程度のものが好都合である。

図8.には上記の条件で  $\Delta H$  の効果を調べた結果を示す。この計算では  $\Delta H$  が 2(0e) とするとやはり絶対利得は得られなくなる。

ドリフト電界を印加する場合、キャリアの速度に上限があるため  $v_d$  が小さくても  $\omega < k_r v_d$  を実現できよう薄膜が望ましい。この意味でも MBE 等による  $\text{HgCr}_2\text{Se}_4$  の薄膜が作成された(7,8)



$D_1 = 1.0 (\mu m)$

- |                                   |                                   |
|-----------------------------------|-----------------------------------|
| 1. $\Delta H = 2.0 (0e)$          | 3. $\Delta H = 0.5 (0e)$          |
| $p = 1.0 \times 10^{17}$          | $p = 1.0 \times 10^{17} (1/cm^3)$ |
| $V_d = 1.2 \times 10^5$           | $V_d = 1.2 \times 10^5 (m/s)$     |
| 2. $\Delta H = 0.0 (0e)$          |                                   |
| $p = 1.0 \times 10^{17} (1/cm^3)$ |                                   |
| $V_d = 1.2 \times 10^5 (m/s)$     |                                   |

図8. ドリフト電界を印加した場合の増幅特性に対する  $\Delta H$  の効果

=zは特に興味深い事である。

### 2-3. 相互作用の物理的描像

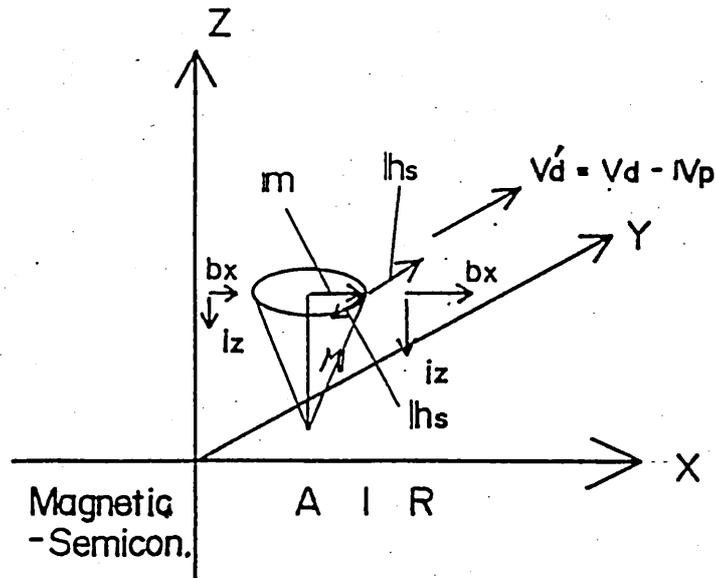


図9. 表面波モードの増幅機構

図9に示す様な座標系と試料の位置関係を考える。表面波の波面がy方向に  $v_p = \omega/k$  で進み正孔が  $v_d$  と同じくy方向にドリフトしているとする。波からみた正孔のy方向への相対速度  $v_d'$  は  $v_d' = v_d - v_p$  であり今  $v_d' > 0$  とする。

図の磁気モーメント  $M$  に伴う磁束密度  $b_x$

$$b_x = \frac{k}{\omega\mu_0} (A_1 e^{fx} + A_2 e^{-fx}) e^{i(\omega t - ky)} \quad (23)$$

により正孔は  $e \cdot (v_d' \times l_{b_x})$  なるロレンツ力を受け負のz方向の電流  $i_z$  が流れる。この電流により磁界  $l_{hs}$  が磁気モーメント  $M$  に働くが、 $M$  の表面側の電流による  $l_{hs}$  と内側

の電流による  $h_s$  とでは向きが逆になるけれども、表面波である  
 ことから  $M$  の表面側の  $b_x$  が大きく結局  $h_s$  は  $y$  の正方向に  
 偏ることになる。この  $h_s$  は

$$dM/dt = -\gamma M \times h_s \quad (\gamma > 0) \quad (24)$$

により  $M$  の歳差角を振げるため表面波の振幅  $m$  が増大  
 する。逆にキャリアが位相速度よりも遅い場合は  $v_d' =$   
 $v_d - v_p < 0$  となり  $v_d'$ ,  $h_s$  の向きが逆となり  $M$  の歳差角は  
 減少し表面波は減衰する。ここで歳差角の増減の  
 程度は  $h_s$  により決まることから増幅度は  $v_d - v_p = v_d'$  に比  
 例することになる。試料厚  $d$  については、例えば薄くなると  
 $k_r$  は大きくなり  $v_d = 0$  の時(には  $v_d \propto -v_p \times b_x$  となつて  
 (23) を考慮すれば  $v_d$  は  $e^{fz}$  で変化することになり、波の強度  
 が  $1/e$  になるまでの厚み内に存在するキャリアの数が減衰度  
 が決まる。つまり薄くなれば  $k_r$  が大きくなり実質的な表皮深  
 さが減少し、相互作用量は減少することになる。

### [3] 体積波モード

図10に解析モデルを示す。厚さ  $D$  の強磁性半導体が面  
 内  $x$  方向に磁化され、波数  $k$  の波もキャリア(正孔を優先)  
 も共に  $x$  方向に向いて動くものとする。従って交流量は  
 $\exp i(\omega t - kx)$  で変化し、 $\partial/\partial y \equiv 0$  となる。表面波の場合  
 と同様に強磁性半導体の特性は  $[\epsilon]$ ,  $[\mu]$  テンソルに  
 繰り込まれていいると考えるが、 $[\epsilon]$  テンソルは前と異なりかた  
 り複雑な形となる。導出については付録に譲り、ここには  
 はその結果を記すにとどめる。

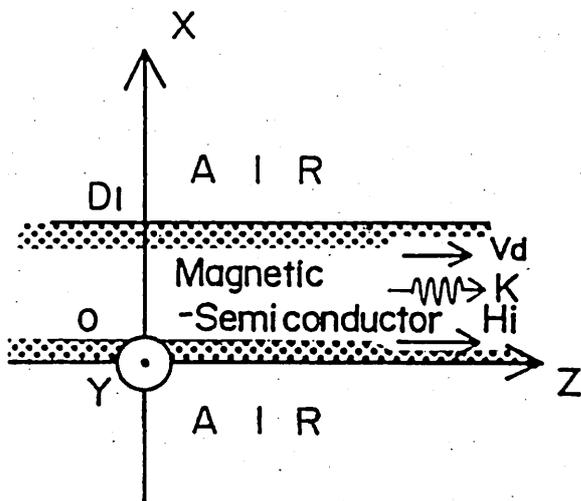


図10. 体積波モードの解析モデル

$$[\epsilon] = \begin{bmatrix} \epsilon_{11} & -j\epsilon_{12} & \epsilon_{13} \frac{\partial}{\partial x} \\ +j\epsilon_{12} & \epsilon_{11} & -\epsilon_{23} \frac{\partial}{\partial x} \\ \epsilon_{13} \frac{\partial}{\partial x} & \epsilon_{23} \frac{\partial}{\partial x} & \epsilon_{331} + \epsilon_{332} \frac{\partial^2}{\partial x^2} \end{bmatrix} \quad (25)$$

$$\epsilon_{11} = 1 - j \frac{\Omega_K \nu_c}{\omega^2 \Omega_L^2} \omega_p^2, \quad \epsilon_{12} = \frac{\Omega_K \omega_c}{\Omega_L^2 \omega^2} \omega_p^2, \quad \epsilon_{13} = \frac{\omega_d \nu_c}{\omega^2 \Omega_L^2} \omega_p^2$$

$$\epsilon_{23} = \frac{\omega_d \omega_c}{\omega^2 \Omega_L^2} \omega_p^2, \quad \epsilon_{331} = 1 - j \frac{\omega_p^2}{\Omega_K \nu_c}, \quad \epsilon_{332} = j \frac{\omega_d^2 \nu_c}{\Omega_K \omega^2 \Omega_L^2} \omega_p^2$$

$$\Omega_K = \omega - k v_d, \quad \Omega_L^2 = \nu_c^2 + \omega_c^2, \quad \omega_c = e B_0 / m^*$$

$$\omega_p^2 = n e^2 / m^* \epsilon_0 \epsilon_s$$

[ $\mu$ ] テンソルについては、磁場の方向を又自由にとりこき限り形は変化しないので、改めてこゝには記さない。

(25)式を見ると、 $x$ 方向に無限に伸び、 $\partial/\partial x = 0$ とすれば、"Vural"<sup>1)</sup>らが解析した様に Maxwell の方程式は円偏波の導入により完全に対角化される。しかし、キャリアのドリフト速度を  $v_d = 0$  とした場合でも (25) 式はやはり簡単な形に落ちるので、まず  $v_d = 0$  の場合を解析し、後に  $v_d \neq 0$  の一般の場合を考えよう。

### 3-1. $v_d = 0$ の場合の体積波分散式

$v_d = 0$  の時は  $[\epsilon]$  テンソルは次の様になる。

$$[\epsilon] = \begin{bmatrix} \epsilon_{11} & j\epsilon_{12} & 0 \\ j\epsilon_{12} & \epsilon_{11} & 0 \\ 0 & 0 & \epsilon_{331} \end{bmatrix} \quad (26)$$

Maxwell の方程式 (1), (2) の左辺に  $\partial/\partial x$  の項が現れるため、 $x, y$  成分と  $z$  成分が分離独立しないけれども、右辺に  $\omega$  とは  $[\epsilon], [\mu]$  共に対角化される利点があるため、次の様に円偏波を導入する。

$$E_{\pm} = E_x \pm j E_y \quad (27)$$

$$H_{\pm} = H_x \pm j H_y \quad (28)$$

$$\mu_{\pm} = \mu \pm \nu \quad (29)$$

$$\epsilon_{\pm} = \epsilon_{11} \mp \epsilon_{12} \quad (30)$$

これらを使えば (1) 式は

$$\begin{cases} -j \frac{\partial}{\partial x} E_z + k E_+ = -j \omega \mu_0 \mu_+ H_+ & (31) \end{cases}$$

$$\begin{cases} -k E_- + j \frac{\partial}{\partial x} E_z = -j \omega \mu_0 \mu_- H_- & (32) \end{cases}$$

$$\begin{cases} -\frac{1}{2} j \frac{\partial}{\partial x} (E_+ - E_-) = -j \omega \mu_0 H_z & (33) \end{cases}$$

となり、(2) 式は次式の如くに表わされる。

$$\left\{ \begin{array}{l} -j\frac{\partial^2}{\partial x^2} H_z + k H_+ = j\omega \epsilon_0 \epsilon_+ E_+ \quad (34) \\ -k H_- + j\frac{\partial^2}{\partial x^2} H_z = j\omega \epsilon_0 \epsilon_- E_- \quad (35) \\ -\frac{1}{2} j\frac{\partial^2}{\partial x^2} (H_+ - H_-) = j\omega \epsilon_0 \epsilon_{331} E_z \quad (36) \end{array} \right.$$

(31), (32), (36) より  $E_z$  を消去すれば

$$\left. \begin{array}{l} \frac{j}{2\omega \epsilon_0 \epsilon_{331}} \left( \frac{\partial^2 H_+}{\partial x^2} - \frac{\partial^2 H_-}{\partial x^2} \right) + k E_+ = -j\omega \mu_0 \mu_+ H_+ \\ \frac{-j}{2\omega \epsilon_0 \epsilon_{331}} \left( \frac{\partial^2 H_+}{\partial x^2} - \frac{\partial^2 H_-}{\partial x^2} \right) - k E_- = -j\omega \mu_0 \mu_- H_- \end{array} \right\} (37)$$

(33), (34), (35) より  $H_z$  を消去すれば

$$\left. \begin{array}{l} \frac{-j}{2\omega \mu_0} \left( \frac{\partial^2 E_+}{\partial x^2} - \frac{\partial^2 E_-}{\partial x^2} \right) + k H_+ = j\omega \epsilon_0 \epsilon_+ E_+ \\ \frac{j}{2\omega \mu_0} \left( \frac{\partial^2 E_+}{\partial x^2} - \frac{\partial^2 E_-}{\partial x^2} \right) - k H_- = j\omega \epsilon_0 \epsilon_- E_- \end{array} \right\} (38)$$

(38) 式より  $H_{\pm}$  を  $E_{\pm}$  で表わし (37) 式に代入すれば

$$\left. \begin{array}{l} \left( \frac{\epsilon_+}{2\epsilon_{331}} + \frac{\mu_+}{2} \right) \frac{\partial^2 E_+}{\partial x^2} + \left( \frac{\epsilon_-}{2\epsilon_{331}} - \frac{\mu_-}{2} \right) \frac{\partial^2 E_-}{\partial x^2} + (k_0^2 \mu_+ \epsilon_+ - k^2) E_+ = 0 \\ \left( \frac{\epsilon_+}{2\epsilon_{331}} - \frac{\mu_-}{2} \right) \frac{\partial^2 E_+}{\partial x^2} + \left( \frac{\epsilon_-}{2\epsilon_{331}} + \frac{\mu_-}{2} \right) \frac{\partial^2 E_-}{\partial x^2} + (k_0^2 \mu_- \epsilon_- - k^2) E_- = 0 \end{array} \right\} (39)$$

と作り、これより例えば " $E_+$  を消去すれば"  $E_-$  の微分方程式が得られる。

$$\left. \begin{array}{l} (\alpha_+ \alpha_- - \beta_+ \beta_-) \frac{\partial^4 E_-}{\partial x^4} + (\alpha_+ \gamma_- + \alpha_- \gamma_+) \frac{\partial^2 E_-}{\partial x^2} + \gamma_+ \gamma_- E_- = 0 \\ \alpha_{\pm} = \frac{\epsilon_{\pm}}{2\epsilon_{331}} + \frac{\mu_{\pm}}{2}, \quad \beta_{\pm} = \frac{\epsilon_{\mp}}{2\epsilon_{331}} - \frac{\mu_{\pm}}{2}, \quad \gamma_{\pm} = k_0^2 \mu_{\pm} \epsilon_{\pm} - k^2 \end{array} \right\} (40)$$

従って  $E_-$  の厚み方向変化率は  $\pm f_1, \pm f_2$  の4つが存在する。  
(40) 式の各項の係数を更に  $a, b, c$  とおけば " $\omega \rightarrow 0$  の場合は、特に強磁場でない限り  $\epsilon_{11} \approx \epsilon_{331}$  であるから

$$f_i^2 = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} \quad (41)$$

$$a = \mu, \quad b = -k^2(1 + \mu) + k_0^2(\mu_+ \mu_- \epsilon_{11} + \mu \frac{\epsilon_+ \epsilon_-}{\epsilon_{33}}), \quad c = (k_0^2 \epsilon_+ \mu_+ - k^2)(k_0^2 \epsilon_- \mu_- - k^2)$$

$E_+$  については厚み方向変位率は (41) 式で表わされる。従って電磁境界は次の様に書くことができる。

$$E_- = \sum_{i=1}^2 [A_i e^{f_i x} + B_i e^{-f_i x}]$$

$$E_+ = \sum_{i=1}^2 [C_i e^{f_i x} + D_i e^{-f_i x}] \quad (\text{以下 } \sum_{i=1}^2 \epsilon \text{ 省略する})$$

$$H_z = \frac{f_i}{2\omega\mu_0} [(C_i - A_i)e^{f_i x} - (D_i - B_i)e^{-f_i x}] \quad i=1, 2 \quad (\text{以下同様})$$

$$H_+ = j \frac{\omega \epsilon_0}{k} \epsilon_+ (C_i e^{f_i x} + D_i e^{-f_i x}) + \frac{j f_i^2}{2\omega\mu_0 k} [(C_i - A_i)e^{f_i x} + (D_i - B_i)e^{-f_i x}]$$

$$H_- = -j \frac{\omega \epsilon_0}{k} \epsilon_- (A_i e^{f_i x} + B_i e^{-f_i x}) + \frac{j f_i^2}{2\omega\mu_0 k} [(C_i - A_i)e^{f_i x} + (D_i - B_i)e^{-f_i x}]$$

$$E_z = \frac{-j f_i}{2k \epsilon_{33}} [(\epsilon_+ C_i + \epsilon_- A_i) e^{f_i x} - (\epsilon_+ D_i + \epsilon_- B_i) e^{-f_i x}]$$

$$E_y = \frac{1}{2j} (E_+ - E_-) = \frac{1}{2j} (1 - \alpha_i) [C_i e^{f_i x} + D_i e^{-f_i x}]$$

$$H_y = \frac{1}{2j} (H_+ - H_-) = \frac{\omega \epsilon_0}{2k} (\epsilon_+ + \epsilon_- \alpha_i) [C_i e^{f_i x} + D_i e^{-f_i x}]$$

$$A_i = \alpha_i C_i \quad (i=1, 2: \text{足し合わせ})$$

$$B_i = \alpha_i D_i \quad ( \quad \quad \quad )$$

$$\alpha_i = \frac{f_i^2 \alpha_+ + \gamma_+}{-f_i^2 \beta_+} = \frac{-f_i^2 \beta_-}{f_i^2 \alpha_- + \gamma_-} \quad (i=1, 2 \text{ 足し合わせ})$$

... (42)

$x > D_1$  の電磁界は

$$\left\{ \begin{array}{l} E_y = \frac{jk_0^2}{\omega\epsilon_0\gamma} D_I e^{-\gamma x}, \quad E_z = \frac{j\gamma}{\omega\epsilon_0} B_I e^{-\gamma x}, \quad \gamma = (k^2 - k_0^2)^{1/2} \\ H_y = B_I e^{-\gamma x}, \quad H_z = D_I e^{-\gamma x}, \quad B_I, D_I \text{ は定数} \end{array} \right\} \quad (43)$$

$x < 0$  の電磁界は

$$\left\{ \begin{array}{l} E_y = -\frac{jk_0^2}{\omega\epsilon_0\gamma} C_I e^{\gamma x}, \quad E_z = \frac{-j\gamma}{\omega\epsilon_0} A_I e^{\gamma x}, \\ H_y = A_I e^{\gamma x}, \quad H_z = C_I e^{\gamma x}, \quad A_I, C_I \text{ は定数} \end{array} \right\} \quad (44)$$

以上の電磁界を境界条件

$E_y(0)$  連続,  $E_z(0)$  連続,  $H_y(0)$  連続,  $H_z(0)$  連続  
 $E_y(D_1)$  " ,  $E_z(D_1)$  " ,  $H_y(D_1)$  " ,  $H_z(D_1)$  "  
 に代入し  $C_1, D_1, C_2, D_2, A_I, B_I, C_I, D_I$  の 8 個の未定定数を消去するこゝにより分散関係式が得られる。

$$\det(a_{ij}) = 0 \quad (i, j = 1 \sim 8) \quad (45)$$

$$a_{11} = -\frac{jk_0^2}{\omega\epsilon_0\gamma}, \quad a_{12} = \frac{1-\alpha_1}{2j} e^{f_1 D_1}, \quad a_{13} = \frac{1-\alpha_1}{2j} e^{-f_1 D_1}, \quad a_{14} = \frac{1-\alpha_2}{2j} e^{f_2 D_1}, \quad a_{15} = \frac{1-\alpha_2}{2j} e^{-f_2 D_1}$$

$$a_{21} = \frac{-j\gamma}{\omega\epsilon_0}, \quad a_{23} = \frac{-j f_1}{2k\epsilon_{331}} (\epsilon_+ + \epsilon_- \alpha_1) e^{f_1 D_1}, \quad a_{24} = \frac{j f_1}{2k\epsilon_{331}} (\epsilon_+ + \epsilon_- \alpha_1) e^{-f_1 D_1}$$

$$a_{25} = -\frac{j f_2}{2k\epsilon_{331}} (\epsilon_+ + \epsilon_- \alpha_2) e^{f_2 D_1}, \quad a_{26} = \frac{j f_2}{2k\epsilon_{331}} (\epsilon_+ + \epsilon_- \alpha_2) e^{-f_2 D_1}$$

$$a_{31} = -1, \quad a_{33} = \frac{\omega\epsilon_0}{2k} (\epsilon_+ + \epsilon_- \alpha_1) e^{f_1 D_1}, \quad a_{34} = \frac{\omega\epsilon_0}{2k} (\epsilon_+ + \epsilon_- \alpha_1) e^{-f_1 D_1}$$

$$a_{35} = \frac{\omega\epsilon_0}{2k} (\epsilon_+ + \epsilon_- \alpha_2) e^{f_2 D_1}, \quad a_{36} = \frac{\omega\epsilon_0}{2k} (\epsilon_+ + \epsilon_- \alpha_2) e^{-f_2 D_1}$$

$$a_{42} = -1, \quad a_{43} = \frac{f_1(1-\alpha_1)}{2\omega\mu_0} e^{f_1 D_1}, \quad a_{44} = -\frac{f_1(1-\alpha_1)}{2\omega\mu_0} e^{-f_1 D_1}, \quad a_{45} = \frac{f_2(1-\alpha_2)}{2\omega\mu_0} e^{f_2 D_1}$$

$$a_{46} = -\frac{f_2(1-\alpha_2)}{2\omega\mu_0} e^{-f_2 D_1}, \quad a_{53} = a_{54} = \frac{1-\alpha_1}{2j}, \quad a_{55} = a_{56} = \frac{1-\alpha_2}{2j}, \quad a_{57} = \frac{jk_0^2}{\omega\epsilon_0\gamma}$$

$$a_{63} = -a_{64} = \frac{-j f_1}{2k\epsilon_{331}} (\epsilon_+ + \epsilon_- \alpha_1), \quad a_{65} = -a_{66} = -\frac{j f_2}{2k\epsilon_{331}} (\epsilon_+ + \epsilon_- \alpha_2), \quad a_{67} = \frac{j\gamma}{\omega\epsilon_0}$$

$$a_{13} = a_{14} = \frac{\omega \epsilon_0}{2k} (\epsilon_+ + \epsilon_- d_1), \quad a_{15} = a_{16} = \frac{\omega \epsilon_0}{2k} (\epsilon_+ + \epsilon_- d_2), \quad a_{17} = -1$$

$$a_{83} = -a_{84} = \frac{f_1 (1-d_1)}{2\omega \mu_0}, \quad a_{85} = -a_{86} = \frac{f_2 (1-d_2)}{2\omega \mu_0}, \quad a_{88} = -1$$

### 3-2. $v_d \neq 0$ の場の体積波分散式

$v_d \neq 0$  とすると [ε] テンソルは (25) 式をそのまま使わねばならない。この場合は円偏波を導入しても [ε] テンソルは対角化できないが [μ] テンソルについては対角化されるので (27)~(30) 式を導入する。(1) 式は (31)~(33) 式とすることは同様であり 改めて (2) 式は

$$-jkH_+ - \frac{\partial}{\partial x} H_z = j\omega \epsilon_0 (-j\epsilon_+ E_+ - j\epsilon_- E_- - \frac{\partial E_z}{\partial x}) \quad (46)$$

$$-jkH_- - \frac{\partial}{\partial x} H_z = j\omega \epsilon_0 (j\epsilon_- E_+ + j\epsilon_+ E_- + \frac{\partial E_z}{\partial x}) \quad (47)$$

$$\frac{j}{2} \frac{\partial}{\partial x} (H_- - H_+) = j\omega \epsilon_0 (\epsilon_{13} \frac{\partial E_z}{\partial x} + \epsilon_{23} \frac{\partial E_z}{\partial x} + \epsilon_{331} E_z + \epsilon_{332} \frac{\partial E_z}{\partial x}) \quad (48)$$

$$\text{とすると } \epsilon_{\pm} = \epsilon_{13} \pm j\epsilon_{23} \quad (49)$$

(31)~(33) 式より

$$\left. \begin{aligned} H_+ &= \frac{1}{j\omega \mu_0 \mu_+} (j \frac{\partial}{\partial x} E_z - k E_+) \\ H_- &= \frac{-1}{j\omega \mu_0 \mu_-} (j \frac{\partial}{\partial x} E_z - k E_-) \\ H_z &= \frac{1}{2\omega \mu_0} (\frac{\partial}{\partial x} E_+ - \frac{\partial}{\partial x} E_-) \end{aligned} \right\} (50)$$

(46)~(48), (50) 式より  $\frac{\partial}{\partial x} \triangleq -f$  とし

$$\bar{E}_z = \frac{\frac{k}{2\omega \mu_0} (\frac{E_-}{\mu_-} + \frac{E_+}{\mu_+}) + j\omega \epsilon_0 [\epsilon_{13} \frac{f}{2} (E_+ + E_-) + \epsilon_{23} \frac{f}{2} (E_+ - E_-)]}{\frac{jf}{2\omega \mu_0} (\frac{1}{\mu_-} + \frac{1}{\mu_+}) + j\omega \epsilon_0 (\epsilon_{331} + f^2 \epsilon_{332})} \quad (51)$$

$$\left. \begin{aligned} \frac{k^2}{\omega \mu_0 \mu_+} E_+ - \frac{f^2}{2\omega \mu_0} (E_+ - E_-) - \omega \epsilon_0 \epsilon_+ E_+ &= -f (\omega \epsilon_0 \epsilon_- + \frac{jR}{\omega \mu_0 \mu_+}) \bar{E}_z \\ \frac{k^2}{\omega \mu_0 \mu_-} E_- + \frac{f^2}{2\omega \mu_0} (E_+ - E_-) - \omega \epsilon_0 \epsilon_- E_- &= -f (\omega \epsilon_0 \epsilon_+ + \frac{jR}{\omega \mu_0 \mu_-}) \bar{E}_z \end{aligned} \right\} (52)$$

(51) 式と(52)式に代入し  $E_2$  を消去すれば

$$\left[ \alpha_s \left( \frac{k^2}{\omega \mu_0 \mu_+} - \omega \epsilon_0 \epsilon_+ \right) - \frac{\alpha_s f^2}{2\omega \mu_0} - \frac{\beta_{s+} k f}{2\omega \mu_0 \mu_+} - \beta_{s+} \frac{j\omega \epsilon_0 \epsilon_{s+}}{2} f^2 \right] E_+ \\ = \left[ \frac{\alpha_s f^2}{2\omega \mu_0} + \frac{\beta_{s+} k f}{2\omega \mu_0 \mu_+} + \beta_{s+} \frac{j\omega \epsilon_0 \epsilon_{s+}}{2} f^2 \right] E_- \quad (53)$$

$$\left[ \frac{\alpha_s f^2}{2\omega \mu_0} - \frac{\beta_{s-} k f}{2\omega \mu_0 \mu_-} - \beta_{s-} \frac{j\omega \epsilon_0 \epsilon_{s-}}{2} f^2 \right] E_+ \\ = \left[ -\alpha_s \left( \frac{k^2}{\omega \mu_0 \mu_-} - \omega \epsilon_0 \epsilon_- \right) + \frac{\alpha_s f^2}{2\omega \mu_0} + \frac{\beta_{s-} k f}{2\omega \mu_0 \mu_-} + \beta_{s-} \frac{j\omega \epsilon_0 \epsilon_{s-}}{2} f^2 \right] E_-$$

$$\alpha_s = \frac{j f}{2\omega \mu_0} \left( \frac{1}{\mu_+} + \frac{1}{\mu_-} \right) + j\omega \epsilon_0 (\epsilon_{331} + f^2 \epsilon_{332})$$

$$\beta_{s\pm} = \omega \epsilon_0 \epsilon_{s\mp} f + \frac{j k}{\omega \mu_0 \mu_{\pm}}$$

(53) より  $E_+$ ,  $E_-$  を消去すれば  $f$  に関する 4 次方程式が求まる。

$$a f^4 - b f^2 + c = 0 \quad (54)$$

$f = E_+/E_-$

$$a = \frac{1}{2\omega \mu_0} (\beta_{s+} + \beta_{s-}) (\delta_+ + \delta_-) - \frac{j}{(2\omega \mu_0)^2} \left( \frac{1}{\mu_+} + \frac{1}{\mu_-} \right) (\delta_+ + \delta_-) \\ - \frac{\delta_+ + \delta_-}{2\omega \mu_0} j\omega \epsilon_0 \epsilon_{332}$$

$$b = \beta_{s+} \delta_+ \delta_- + \beta_{s-} \delta_- \delta_+ + \frac{\delta_+ + \delta_-}{2\omega \mu_0} j\omega \epsilon_0 \epsilon_{331} \\ - \frac{j\delta_+ \delta_-}{2\omega \mu_0} \left( \frac{1}{\mu_+} + \frac{1}{\mu_-} \right) - j\omega \epsilon_0 \epsilon_{332} \delta_+ \delta_-$$

$$c = j\omega \epsilon_0 \epsilon_{331} \delta_+ \delta_-$$

$$\delta_{\pm} = \frac{k}{2\omega \mu_0 \mu_{\pm}} - \frac{j\omega \epsilon_0}{2} \epsilon_{s\mp}$$

$$\delta_{\pm} = \frac{k^2}{\omega \mu_0 \mu_{\pm}} - \omega \epsilon_0 \epsilon_{\pm} \quad (\text{前出の } \delta_{\pm} \text{ とは異なる事に注意})$$

(54) 式を解けば 厚み方向変化率が求まるが複雑過ぎるので見通しを悪くしないため 若干の近似を行う。

$$\epsilon_{11} = 1 - j\omega_p^2 \Omega_k \nu_c / \omega^2 \Omega_L^2 \approx -j\omega_p^2 \Omega_k \nu_c / \omega^2 \Omega_L^2$$

$$\epsilon_{12}^* = j\omega_p^2 \Omega_k \omega_c / \omega^2 \Omega_L^2$$

∴あるから  $|\epsilon_{11}| : |\epsilon_{12}| \approx \nu_c : \omega_c$  とおきか"  $H_i \sim 500 \sim 700(0e)$

$\mu_n \sim 1200(\text{cm}^2/\text{V}\cdot\text{sec})$  程度であらう"

$$\nu_c \sim 10^{12}(\text{rad/sec}), \quad \omega_c \sim 10^{10}(\text{rad/sec})$$

とす) 余程の強電磁場でなければ(仮)  $\nu_c \gg \omega_c$

∴  $\epsilon_{11} \gg \epsilon_{12}$  とし2もおく。更に計算は実際

$$(2) \quad \epsilon_{332} \epsilon_{11} - \epsilon_{13}^2 = \epsilon_{332}$$

$$\epsilon_{11} - 2jk\epsilon_{13} - k^2 \epsilon_{332} = k^2$$

∴とす" 注意すべし" (54)式は 次の様に簡単化される。

$$\left\{ \begin{array}{l} af^4 - bf^2 + c = 0 \quad (55) \\ a = \mu + \mu_+ \mu_- - \frac{\epsilon_{332}}{\epsilon_{331}} k_0^2 \\ b = k^2(1 + \mu) - k_0^2 \epsilon_{11} (\mu + \mu_-^2 - \nu^2) + k_0^2 \frac{\epsilon_{332}}{\epsilon_{331}} (\mu k^2 - k_0^2 \epsilon_{11} \mu_+ \mu_-) \\ c = (k^2 - k_0^2 \epsilon_{+} \mu + k^2 - k_0^2 \epsilon_{-} \mu_-) \end{array} \right.$$

$\nu_d = 0$  の時は  $\epsilon_{332} = 0$  とあるから 前節の結果と一致する。

2の根を  $\pm f_1, \pm f_2$  とおきかす" 前節と同様にし

試料内の電磁界が以下の様に表わされる。

$$\left\{ \begin{array}{l} E_+ = \sum_{i=1}^2 [A_i e^{f_i x} + B_i e^{-f_i x}] \quad \text{以下 } \Sigma \text{ と略す} \\ E_- = \alpha_i [A_i e^{f_i x} + B_i e^{-f_i x}] \\ E_z = -\frac{1}{\alpha_{s_i}} [(\delta_+ f_i + \delta_- \alpha_i f_i) (A_i e^{f_i x} - B_i e^{-f_i x})] \\ H_+ = \frac{j\beta_i f_i^2 - k}{j\omega \mu_0 \mu_+} (A_i e^{f_i x} + B_i e^{-f_i x}) \end{array} \right. \quad (56)$$

$$\left\{ \begin{aligned} H_- &= \frac{-j\beta_i f_i^2 k}{j\omega\mu_0\mu_-} (A_i e^{f_i x} + B_i e^{-f_i x}) \\ H_z &= \frac{1-\alpha_i}{2\omega\mu_0} f_i (A_i e^{f_i x} - B_i e^{-f_i x}) \end{aligned} \right.$$

( $\alpha_i, \beta_i, \alpha_{s\pm}, \beta_{s\pm}$  は (57) 式参照)

以下前節と同様に (57) 式を解いて求める。

$$\det(b_{ij}) = 0 \quad (57)$$

$F \rightarrow L$  (i, j) = 1 ~ 8

$$b_{12} = -\frac{j k_0^2}{\omega \epsilon_0 g}, \quad b_{13} = \frac{1-\alpha_1}{2j} e^{f_1 D_1}, \quad b_{14} = \frac{1-\alpha_1}{2j} e^{-f_1 D_1}, \quad b_{15} = \frac{1-\alpha_2}{2j} e^{f_2 D_1}, \quad b_{16} = \frac{1-\alpha_2}{2j} e^{-f_2 D_1}$$

$$b_{21} = \frac{-jg}{\omega \epsilon_0}, \quad b_{23} = \beta_1 f_1 e^{f_1 D_1}, \quad b_{24} = -\beta_1 f_1 e^{-f_1 D_1}, \quad b_{25} = \beta_2 f_2 e^{f_2 D_1}, \quad b_{26} = -\beta_2 f_2 e^{-f_2 D_1}$$

$$b_{31} = -1, \quad b_{33} = \gamma_1 e^{f_1 D_1}, \quad b_{34} = \gamma_1 e^{-f_1 D_1}, \quad b_{35} = \gamma_2 e^{f_2 D_1}, \quad b_{36} = \gamma_2 e^{-f_2 D_1}$$

$$b_{42} = -1, \quad b_{43} = \frac{1-\alpha_1}{2\omega\mu_0} f_1 e^{f_1 D_1}, \quad b_{44} = -\frac{1-\alpha_1}{2\omega\mu_0} f_1 e^{-f_1 D_1}$$

$$b_{45} = -\frac{1-\alpha_2}{2\omega\mu_0} f_2 e^{f_2 D_1}, \quad b_{46} = \frac{1-\alpha_2}{2\omega\mu_0} f_2 e^{-f_2 D_1}$$

$$b_{53} = b_{54} = \frac{1-\alpha_1}{2j}, \quad b_{55} = b_{56} = \frac{1-\alpha_2}{2j}, \quad b_{58} = \frac{j k_0^2}{\omega \epsilon_0 g}$$

$$b_{63} = -b_{64} = \beta_1 f_1, \quad b_{65} = -b_{66} = \beta_2 f_2, \quad b_{67} = \frac{jg}{\omega \epsilon_0}$$

$$b_{73} = b_{74} = \gamma_1, \quad b_{75} = b_{76} = \gamma_2, \quad b_{77} = -1$$

$$b_{83} = \frac{1-\alpha_1}{2\omega\mu_0} f_1, \quad b_{84} = -\frac{1-\alpha_1}{2\omega\mu_0} f_1, \quad b_{85} = \frac{1-\alpha_2}{2\omega\mu_0} f_2, \quad b_{86} = -\frac{1-\alpha_2}{2\omega\mu_0} f_2, \quad b_{88} = -1$$

$F \rightarrow L$

$$\alpha_i = \frac{(1 + \frac{f_i^2}{2\omega\mu_0}) - \Omega k \frac{\beta_{s+} \delta_+}{d_{s\pm}} f_i^2}{\frac{f_i^2}{2\omega\mu_0} - \Omega k \frac{\beta_{s+} \delta_-}{d_{s\pm}} f_i^2}$$

$$\beta_i = \frac{\delta_+ + \delta_- \alpha_i}{-d_{s\pm}} \Omega k$$

i = 1 and 2

$$\alpha_{s\pm} = \frac{j \Omega k}{2\omega\mu_0} f_i^2 \left( \frac{1}{\mu_+} + \frac{1}{\mu_-} \right) + j\omega \epsilon_0 \left( \frac{\epsilon_{331}}{\Omega k} + \frac{f_i^2 \epsilon_{332}}{\Omega k} \right)$$

$$\beta_{s\pm} = \omega \epsilon_0 \epsilon_{57} + \frac{j k}{\omega \mu_0 \mu_{\pm}}, \quad \delta_{\pm} = \frac{k^2}{\omega \mu_0 \mu_{\pm}} - \omega \epsilon_0 \epsilon_{\pm}$$

### 3-3. 厚み方向変化率 $f$ に関する考察

ここでは 3-1. および 3-2 で求めた " $f$ " に注目して考えたい。

<  $v_d = 0$  の場合 > (41) 式の根号の中を  $D$  と表わし。

$\epsilon_{11} \gg \epsilon_{12}$  を使い、計算してみれば

$$D \approx (1-\mu)^2 k^4 \left[ 1 - 2 \left\{ \frac{(1-\mu)(\mu - \mu^2 + v^2) - 2v^2}{1-\mu} \right\} \epsilon_{11} \frac{k_0^2}{k^2} \right]$$

を得る。ここで  $k \gg k_0$  の条件で  $\sqrt{D}$  を求めれば

$$\left\{ \begin{aligned} f_1^2 &= \frac{k^2}{\mu} - k_0^2 \epsilon_{11} \left[ \left(1 + \frac{\mu}{2}\right) (1 + \mu_{\text{eff}} - 2\mu) \right] \end{aligned} \right. \quad (58)$$

$$\left\{ \begin{aligned} f_2^2 &= k^2 - k_0^2 \epsilon_{11} \left[ 2\mu - \frac{1 + \mu_{\text{eff}}}{2\mu} \right] \end{aligned} \right. \quad (59)$$

となる。キャリアがない場合即ち  $\mu = 0$  とすれば " $\epsilon_{11} = 1$ "

となるため、静磁近似的な手法により  $k_0^2$  の項を

$k^2$  の項に比して小さいと考へこれを無視すれば

$$\left\{ \begin{aligned} f_1^2 &= k^2 / \mu \end{aligned} \right. \quad (60)$$

$$\left\{ \begin{aligned} f_2^2 &= k^2 \end{aligned} \right. \quad (61)$$

となる。(60) 式は静磁近似により求められたものと同じ

であり、(61) 式の表面波モードは静磁近似では現わ

れないものである。つまり磁場方向に伝搬する強磁性

半導体中の体積波モードではキャリアによる損失として  $\epsilon_{11}$

のみが寄与する。これは [2] で述べた表面波モードでは  $\epsilon_{33}$

のみが関係する点と同じであり座標系の手前に、を考

えれば [2] テンソルで  $\epsilon_{33}$  と  $\epsilon_{11}$  とが対応している事

がわかる。

$\langle v_d \neq 0 \text{ の場合} \rangle$  (25)式より  $\epsilon_{331} \approx -j \frac{\omega_p^2}{\omega_k v_c}$ ,  
 $\epsilon_{332} \approx j \frac{\omega_d^2 \omega_p^2}{\omega^2 \omega_k v_c}$  であるので  
 $k_0^2 \frac{\epsilon_{332}}{\epsilon_{331}} \approx -\frac{(k_0 v_d)^2}{\omega^2} \approx 0$

とみよ事が出る。従って (55)式は

$$\mu f^4 - [k^2(1+\mu) - k_0^2 \epsilon_{11}(\mu + \mu^2 v^2)] f^2 + (k^2 - k_0^2 \epsilon_{+} \mu_{+})(k^2 - k_0^2 \epsilon_{-} \mu_{-}) = 0 \quad (62)$$

と表われ。半導体としての効果は  $\epsilon_{11}$  の厚み方向の  
 変化率に入るという形で現われる。  $v_d = 0$  の場合の体  
 積波モードと同じく (62)式より おける  $f^2$  は

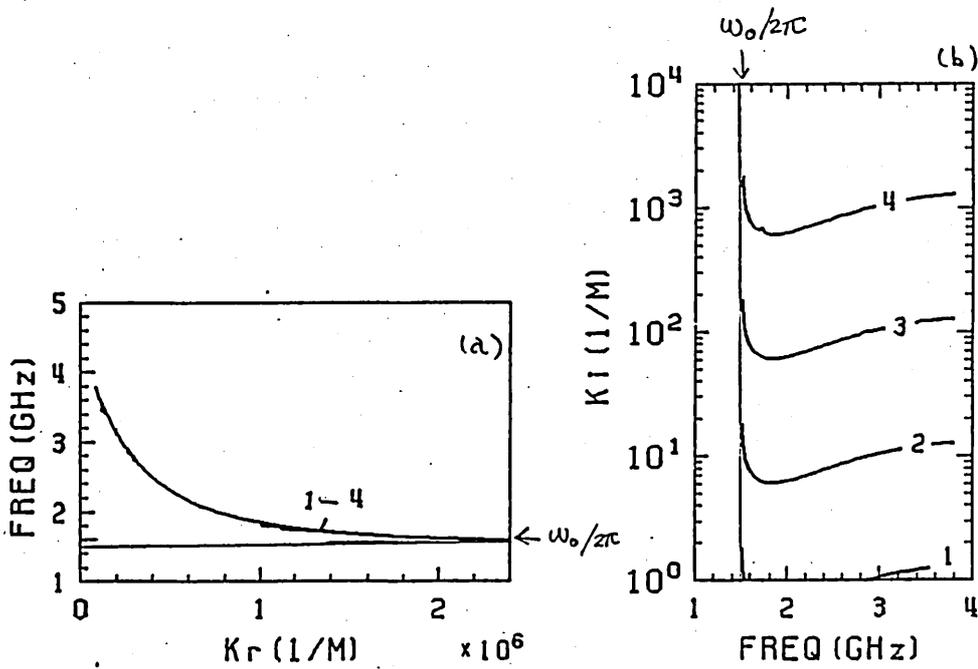
$$\left\{ \begin{array}{l} f_1^2 = \frac{k^2}{\mu} - k_0^2 \epsilon_{11} \left[ 1 - \frac{v^2}{\mu(1-\mu)} \right] \\ f_2^2 = k^2 - k_0^2 \epsilon_{11} \left[ \frac{\mu - (\mu^2 v^2)}{1-\mu} \right] \end{array} \right. \quad (63)$$

となり、やはり一方が体積モード、もう一方が静磁近似的で  
 は無視される表面波モードとなる。

### 3-4. 体積波伝搬特性の数値計算結果

強磁気半導体の諸定数は [2] の表面波モードと  
 全く同じ値を用いたので  $\epsilon_{11}$  に改めて記さない (7  
 ページ参照)。解くべき方程式は (45)式および (57)  
 式であるが、いずれも 8行 8列の複素行列式 = 0  
 の形で与えられているため 根の収束が悪い。折角曲線  
 中に現われる事があるのはやむを得ない。

図11はキャリアの存在が減衰定数および分散  
 曲線に如何なる影響を及ぼすかを示したものである。



$H=540 (0e)$        $\Delta H=0.0 (0e)$   
 $4\pi M_S=4200 (G)$        $\mu_h=1200 (cm^2/Vsec)$   
 $D_1=10.0 (\mu m)$   
 $\rho= (1/cm^3)$        $\omega_0 = \delta H_c$   
 1.  $1.0 \times 10^{15}$   
 2.  $1.0 \times 10^{16}$   
 3.  $1.0 \times 10^{17}$   
 4.  $1.0 \times 10^{18}$

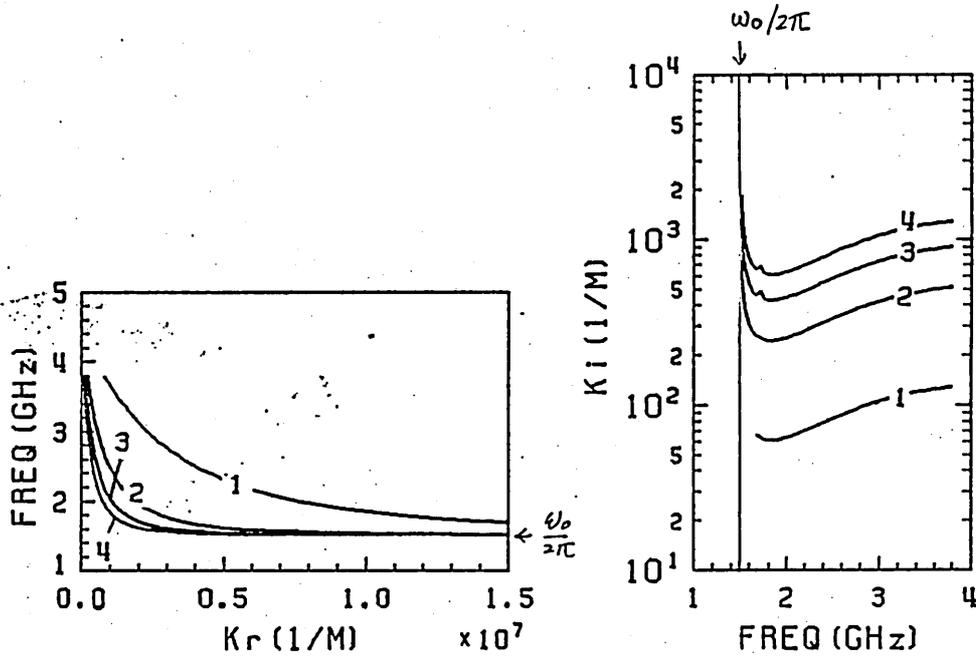
図11. 体積波モードのキャリア濃度による分散曲線と減衰定数の変化

$k_z$  はほぼキャリア濃度  $n$  に比例して変化する。また後進波である体積静磁波の上限周波数 ( $\omega_B = \gamma \sqrt{B_0 H_0}$ ,  $\approx 2$  は 4 GHz 付近) 付近で損失量が頭打ちとなる。周波数が低くなるほど損失量は減少し、カットオフ周波数 ( $\omega_c = \gamma H_0$ ,  $\approx 2$  は 1.5 GHz 付近) で急激に増加する。分散曲線は表面波の様に  $n$  に対して大きく変化する事はなく、波数の小さい  $\omega = \gamma \sqrt{B_0 H_0}$  近傍で  $n$  の増加と共に  $k_z$  が大きくなる傾向がわずかに認められる。

図12はキャリアによる損失の厚み依存性を示している。厚みの増加と共に波数  $k_z$  は減少し、損失は比例して増加している。体積波では試料の厚み全体に分布して伝搬するため試料が厚くなるほど相互作用するキャリアの数が増えると考えられる。分散曲線は試料が厚くなった時、波数の小さい部分で、純粋の静磁波とは、おれを全いる様である。

図13は  $n=0$  とした時の磁性体固有の損失に対する厚み依存性を示したものである。 $\Delta H$  は一定  $6(0e)$  としてみた。単位遅延時間当りの伝搬損失が一定であるから薄くなる程遅波となり損失が増加する。

図14には半導体としての損失と磁性体固有の損失とを合わせて示した。厚み  $D_1 = 10(\mu m)$ ,  $\Delta H = 6.0(0e)$ ,  $n = 10^{17} (/cm^3)$  とした。カットオフ周波数近傍では両者共に損失が急増するが、その他の周波数では逆の周波数特性を示している。つまり  $\Delta H$  による損失は左上がり、 $n$



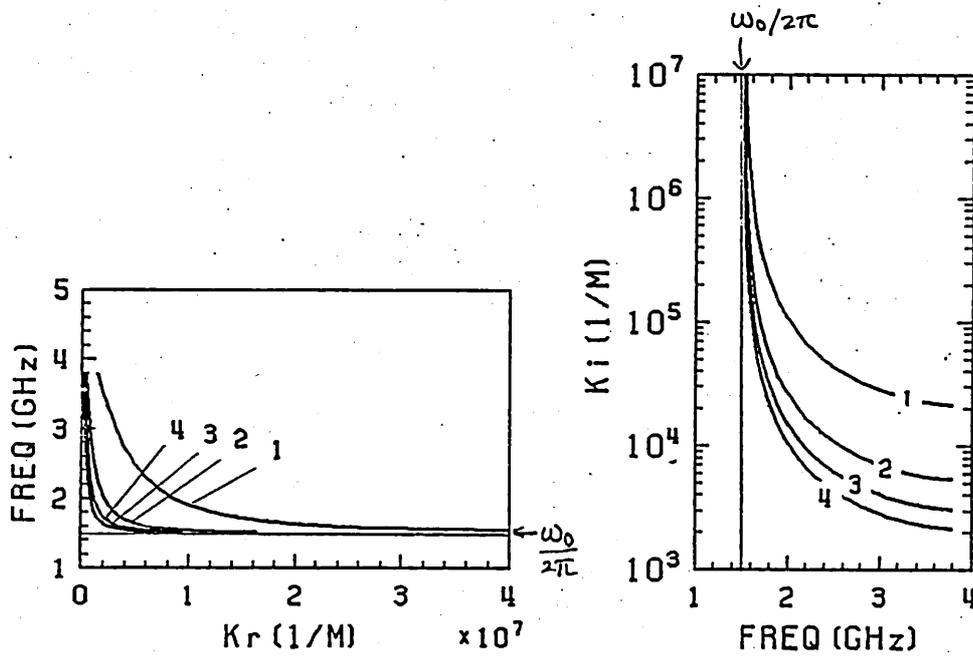
$$p = 1.0 \times 10^{17} \text{ (1/cm}^3\text{)}$$

$$D_1 = (\mu\text{m})$$

- 1. 1.0
- 2. 4.0
- 3. 7.0
- 4. 10.0

### 図12. キャリアによる損失の厚み依存性

による損失は左下がりとなっている。  $\omega = \delta \sqrt{\epsilon_c \mu_c} = \text{対する}$   
 周波数付近では損失は  $\rho$  に (今の場合  $\Delta H$  もよくまよ  
 いるが)、  $\omega = \delta H_c$  に対する周波数付近では主に  $\Delta H$   
 によって支配されるということがわかる。またグラフから両者の間  
 には相加性が成立しているであろう事もわかる。



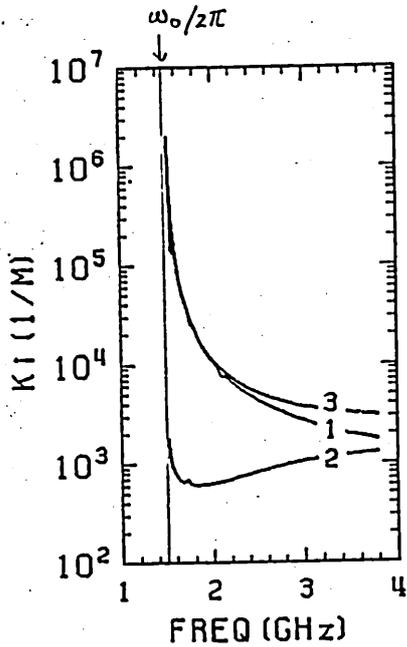
$p=0.0 \text{ (1/cm}^3\text{)}$   
 $\Delta H=6.0 \text{ (Oe)}$   
 $D_1 = \text{ (}\mu\text{m)}$

1.	1.0
2.	4.0
3.	7.0
4.	10.0

図13. 体積波モドにおける  $\Delta H$  による伝搬損失の厚み依存性

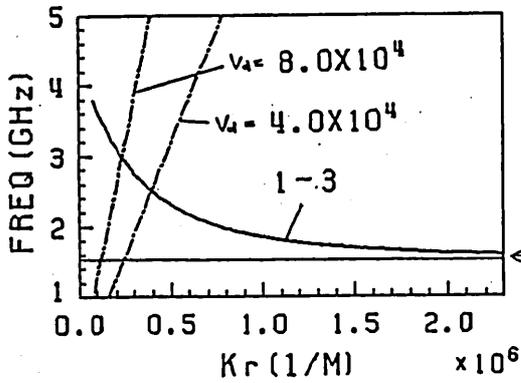
図15は ドリフト速度が存在する場合の  $K_i$  の変化を示したものである。  $p=10^{17} \text{ (cm}^3\text{)}$ ,  $\Delta H=6.0 \text{ (Oe)}$ ,  $D_1=10 \text{ (}\mu\text{m)}$  とし、キャリアのドリフト速度は 半導体としては 限界に近い値 :  $4 \times 10^4 \text{ (m/s)}$ ,  $8 \times 10^4 \text{ (m/s)}$  を仮定して計算した。  $\Delta H$  が大きいために 絶対利得を得ることは出来ない

図14. 伝搬損失の相加性

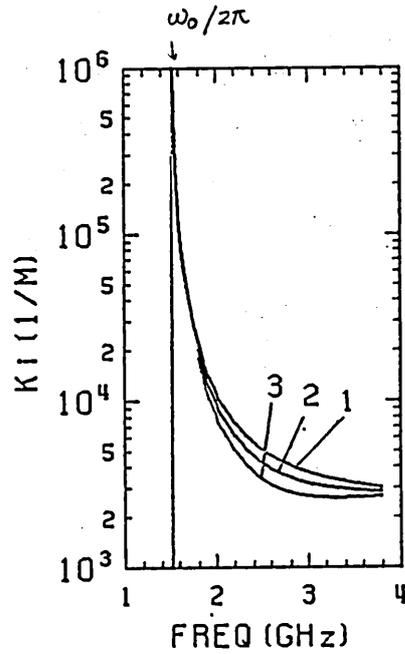


$D_1 = 10.0 (\mu\text{m})$

- 1.  $\Delta H = 6.0 (\text{Oe})$   
 $\rho = 0.0 (1/\text{cm}^3)$
- 2.  $\Delta H = 0.0 (\text{Oe})$   
 $\rho = 1.0 \times 10^{17} (1/\text{cm}^3)$
- 3.  $\Delta H = 6.0 (\text{Oe})$   
 $\rho = 1.0 \times 10^{17} (1/\text{cm}^3)$



Gain / Loss (dB) (L = 0.70 cm)



$V_d = (\text{M/S})$

$H = 540 (\text{Oe})$   
 $4\pi M_S = 4200 (\text{G})$   
 $D_1 = 10 (\mu\text{m})$

$\Delta H = 6.0 (\text{Oe})$   
 $\mu_h = 1200 (\text{cm}^2/\text{Vsec})$   
 $\rho = 1.0 \times 10^{17} (1/\text{cm}^3)$

- 1. 0.0
- 2.  $4.0 \times 10^4$
- 3.  $8.0 \times 10^4$

図15. ドリフト速度に対する相対利得の変化

が、相対利得としては非常に大きな値が得られる事かわかる。

#### [4] 結論

無限平板状の強磁性半導体を伝搬する磁気波を電磁氣的境界値問題として解析した。

磁性半導体は磁性体としては一定の飽和磁化、磁気共鳴線半値幅を持ち、半導体としては一定のキャリア濃度、移動度を持つものとして考え、電磁氣的性質を透磁率テンソル、等価誘電率テンソルに集約させれば、

$[\epsilon]$ ,  $[\mu]$  共にテンソルである媒質の電磁界解析の問題となる。本報告では面内磁化した場合の内、磁場と直角に伝搬する表面波モードと磁場方向に伝搬する体積波モードを解析した。

表面波モードは TE 波として完全に解け、分散特性を左右するパラメータとして試料の厚み  $D$ , キャリア濃度  $p$ , 磁性体の固有損失を与える共鳴線幅  $\Delta H$ , ドリフト速度  $v_d$  を考えれば、 $D$  が薄く、 $v_d$  が大きい時、 $k_0 D > \omega$  の条件下で絶対利得が得られる可能性がある。

また試料が薄い程、相互作用に関わるキャリア数が減少するため、キャリアの効果は十分期待できなくなる。従って増幅には適当な厚みが存在すると考えられ、例えば

1  $\mu\text{m}$  厚の薄膜で  $10^{17.8}/\text{cm}^3$  程度のキャリア濃度であれば  $\Delta H$  が小さくなる極低温で絶対利得が得られる可能性があるだろう。

次に伝導波モードについては円偏波を導入して透磁率テンソルを対角化する事によって複雑ではあるが一応電磁界を求め事に成功した。分散関係の数値計算により数値的に正しいかは磁氣的損失と半導体損失との間の相加性を認めることができた。また半導体的損失と磁性体固有の損失とは周波数特性が逆になっている事に注目して、両者の損失を分離することができ的可能性を見出した。表面波の様には分散曲線が折り返すような現象は現れない。

## 謝辞

本研究の一部は文部省科学研究費補助金ならびに財団法人河上記念財団工学研究助成金の援助の下に行われたものである。ここに記して感謝する次第である。

## 参考文献

- (1) B. Vural, J. Appl. Phys., 37, 1030 (1966).
- (2) B.M. Gupta, J. Phys. D: Appl. Phys., 3, 54 (1970).
- (3) R.W. Damon and J.R. Eshbach, J. Phys. Chem. Solids, 19, 308 (1961).
- (4) B. Vural and E.E. Thomas, Appl. Phys. Lett., 12, 14 (1968).
- (5) R.C. LeCraw, H. von Philipsborn. and M. D. Sturge, J. Appl. Phys., 38, 965 (1967).
- (6) 磁性体ハンドブック, 朝倉書店, p. 943
- (7) T. Okuda, T. Tsushima et. al., Japan. J. Appl. Phys., 19, 209 (1980).
- (8) 小口信行, 増本剛, J. Japan. Inst. Metals, 45, 740 (1981).

## 付録(A) 等価誘電率テンソルの導出

A-1. 本文図1 ( $k \parallel v_0 \parallel y, B_0 \parallel z$ )の場合  
 磁性半導体に直流磁場および直流電場が  
 印加されている場合を考える。基本方程式は次の様  
 になる。

$$\frac{d\psi}{dt} = \left(\frac{q}{m^*}\right) (\mathcal{E} + v \times B) - v_c v \quad (A-1)$$

$$\nabla \times H = J + \epsilon_0 \epsilon_s \frac{\partial E}{\partial t} \quad (A-2)$$

$$\nabla \times E = -\frac{\partial B}{\partial t} \quad (A-3)$$

$$J = p v \quad (A-4)$$

$$\nabla \cdot J + \frac{\partial \rho}{\partial t} = 0 \quad (A-5)$$

$$\rho = \rho_0 + \rho_1 \quad (A-6)$$

$$v = v_0 + v_1 \quad (A-7)$$

ここで添字の0, 1はそれぞれ直流量, 交流量を表す。  
 位相項は  $\exp i(\omega t - ky)$  で表わされる。(A-1)に小  
 信号理論を適用すれば

$$i(\omega - kv_0 - i\nu_c)v_1 = \frac{q}{m^*} (\mathcal{E} + v_0 \times b + v_1 \times B_0) \quad (A-8)$$

(A-3)により磁束密度  $b$  と電界  $\mathcal{E}$  により表わす。(A-8)

に代入すれば  $v_1$  は  $\mathcal{E}$  により表わされる。また (A-4) ~

(A-7) を使って  $\rho_1$  を  $v_1$  で表わし (A-4) に代入すれば

$J$  は  $v_1$  で表わす。更に (A-8) で  $\mathcal{E}$  により表わされ

た  $v_1$  を使うことにより結局電流密度  $J$  は  $\mathcal{E}$  に

より次の様に表わされる。

$$\mathbb{J} = [\sigma] \mathcal{E} = \begin{bmatrix} \sigma_{11} & \sigma_{12} & 0 \\ -\sigma_{21} & \sigma_{22} & 0 \\ 0 & 0 & \sigma_{33} \end{bmatrix} \mathcal{E} \quad (\text{A-9})$$

$$\sigma_{11} = \sigma_0 \Omega_R \nu_c^2 / \omega \Omega_L^2$$

$$\sigma_{12} = (\sigma_0 \nu_c / \omega \Omega_L^2) (\omega \omega_c + j \nu_0 \nu_c \frac{\partial}{\partial x})$$

$$\sigma_{21} = (\sigma_0 \nu_c / \omega \Omega_L^2) (\omega \omega_c - j \nu_0 \nu_c \frac{\partial}{\partial x})$$

$$\sigma_{22} = (\sigma_0 \nu_c^2 / \omega \Omega_R \Omega_L^2) (\omega^2 - \nu_0^2 \frac{\partial^2}{\partial x^2})$$

$$\sigma_{33} = \sigma_0 \Omega_R / \omega$$

$$\Omega_R = \omega - k \nu_0, \quad \Omega_L^2 = \nu_c^2 + \omega_c^2, \quad \omega_c = \frac{q B_0}{m^*}$$

$$\sigma_0 = \epsilon_0 \epsilon_s \omega_p^2 / \nu_c, \quad \omega - k \nu_0 - j \nu_c \approx -j \nu_c$$

(A-9)を(A-2)に代入すれば、等価誘電率テンソル $\epsilon[\mathcal{E}]$

$$\nabla \times \mathcal{H} = j \omega \epsilon_0 \epsilon_s [\mathcal{E}] \mathcal{E} \quad (\text{A-10})$$

なる関係が成立するか;

$$[\mathcal{E}] = [\mathbb{I}] - j[\sigma] / \omega \epsilon_0 \epsilon_s \quad (\text{A-11})$$

よって等価誘電率テンソルを求めることが"できる"。

ここに $[\mathbb{I}]$ は単位テンソルである。従って

$$[\mathcal{E}] = \begin{bmatrix} \epsilon_{11} & -j\epsilon_{12} & 0 \\ j\epsilon_{21} & \epsilon_{22} & 0 \\ 0 & 0 & \epsilon_{33} \end{bmatrix} \quad (\text{A-12})$$

すなわち各要素は次の様になる。

$$\epsilon_{11} = 1 - j(\omega_p^2 \Omega_R \nu_c / \omega^2 \Omega_L^2)$$

$$\epsilon_{12} = (\omega_p^2 / \omega^2 \Omega_L^2) (\omega \omega_c + j \nu_c v_0 \frac{\partial}{\partial x})$$

$$\epsilon_{21} = (\omega_p^2 / \omega^2 \Omega_L^2) (\omega \omega_c - j \nu_c v_0 \frac{\partial}{\partial x})$$

$$\epsilon_{22} = 1 - j(\omega_p^2 \nu_c / \omega^2 \Omega_R \Omega_L^2) (\omega^2 - v_0^2 \frac{\partial^2}{\partial x^2})$$

$$\epsilon_{33} = 1 - j(\omega_p^2 \Omega_R / \omega^2 \nu_c)$$

A-2. 本文図10 ( $B_0 \parallel v_0 \parallel R \parallel z$ ) の場合

二の場合も解析法は全く A-1 と同様であり結果のみを次に示す。

$$[\sigma] = \begin{bmatrix} \sigma_{11} & \sigma_{12} & j\sigma_{13} \\ -\sigma_{12} & \sigma_{11} & -j\sigma_{23} \\ j\sigma_{13} & j\sigma_{23} & \sigma_{33} \end{bmatrix} \quad (A-13)$$

$$\sigma_{11} = \Omega_R \nu_c^2 \sigma_0 / \omega \Omega_L^2$$

$$\sigma_{12} = \omega_c \Omega_R \nu_c \sigma_0 / \omega \Omega_L^2$$

$$\sigma_{13} = \sigma_0 \nu_c^2 v_0 \frac{\partial}{\partial x} / \omega \Omega_L^2$$

$$\sigma_{23} = \sigma_0 \nu_c v_0 \omega_c \frac{\partial}{\partial x} / \omega \Omega_L^2$$

$$\sigma_{33} = \sigma_0 (\omega^2 \Omega_L^2 - v_0^2 \nu_c^2 \frac{\partial^2}{\partial x^2}) / \omega \Omega_R \Omega_L^2$$

$$[\epsilon] = \begin{bmatrix} \epsilon_{11} & -j\epsilon_{12} & \epsilon_{13} \frac{\partial}{\partial x} \\ j\epsilon_{12} & \epsilon_{11} & -\epsilon_{23} \frac{\partial}{\partial x} \\ \epsilon_{13} \frac{\partial}{\partial x} & \epsilon_{23} \frac{\partial}{\partial x} & \epsilon_{33} + \epsilon_{332} \frac{\partial^2}{\partial x^2} \end{bmatrix} \quad (A-14)$$

$$\epsilon_{11} = 1 - j(\omega_p^2 \Omega_k \nu_c / \omega^2 \Omega_L^2)$$

$$\epsilon_{12} = \omega_p^2 \omega_c \Omega_k / \omega^2 \Omega_L^2$$

$$\epsilon_{13} = \omega_p^2 \nu_0 \nu_c / \omega^2 \Omega_L^2$$

$$\epsilon_{23} = \omega_p^2 \omega_c \nu_0 / \omega^2 \Omega_L^2$$

$$\epsilon_{331} = 1 - j \omega_p^2 / \Omega_k \nu_c$$

$$\epsilon_{332} = j \nu_0^2 \nu_c \omega_p^2 / \Omega_k \omega^2 \Omega_L^2$$

付録(B) 強磁性半導体における表面波モードの減衰定数  $k_i$  の近似表現

表面波モードの分散関係式(21)を以下のようにして

$$e^{2fD_1} = \frac{(g - \frac{\mu f}{A})^2 - (\frac{\nu k}{A})^2}{(g + \frac{\mu f}{A})^2 - (\frac{\nu k}{A})^2}$$

$$A = \mu^2 - \nu^2$$

更に  $g \approx k$  とおいても差しつかえないと考えられるから  
分散式は結局

$$e^{2fD_1} = \frac{(1 - \frac{\mu f}{A k})^2 - (\frac{\nu}{A})^2}{(1 + \frac{\mu f}{A k})^2 - (\frac{\nu}{A})^2} \quad (B-1)$$

となる。

$\Delta H$  および  $\nu$  の存在により 減衰が複素数となるから

$$R = R_r + j k_i, \quad k_r \gg k_i$$

$$\omega_0 \rightarrow \omega_0 + j \delta \Delta H / 2 \quad (\delta, \Delta H \text{ は かつ 算 符})$$

とLZ. (B-1) =

$$f/R = 1 + j \Delta_s, \quad \Delta_s = \frac{\sigma_0 \mu_0}{2 k_r} \mu_{\text{eff}} (\nu_p - \nu_d) \quad (B2)$$

$$\mu \rightarrow \mu (1 + j \Delta_\mu) \quad \omega_B^2 = \omega_0 (\omega_0 + \omega_m)$$

$$\Delta_\mu = -(\delta \Delta H / 2) [\omega_m (\omega_0^2 + \omega^2) / (\omega_0^2 - \omega^2) (\omega_B^2 - \omega^2)] \quad (B3)$$

$$\nu \rightarrow \nu (1 + j \Delta_\nu)$$

$$\Delta_\nu = -\delta \Delta H [\omega_0 / (\omega_0^2 - \omega^2)] \quad (B4)$$

各関係式を代入し、さしに

$$\exp(-2k_r D_1) = \frac{(1 - \frac{\mu}{A})^2 - (\frac{\nu}{A})^2}{(1 + \frac{\mu}{A})^2 - (\frac{\nu}{A})^2} = \frac{(\mu + \nu - 1)(\mu - \nu - 1)}{(\mu - \nu + 1)(\mu + \nu + 1)} \quad (B5)$$

を用いて減衰定数の近似式として次式を得る。

$$2k_i D_1 = -2k_r D_1 \Delta_s$$

$$\begin{aligned} & - \frac{4\mu}{[(\mu+1)^2 - \nu^2][(\mu-1)^2 - \nu^2]} \left\{ [1 - (\mu^2 + \nu^2)] \Delta_\mu \right. \\ & \left. + 2\nu^2 \Delta_\nu + (\mu^2 - \nu^2 - \frac{\mu^2 + \nu^2}{\mu^2 - \nu^2}) \Delta_s \right\} \quad (B6) \end{aligned}$$

$\Delta_s$  はキリヤの効果を表わしており  $(\nu_p - \nu_d)$  の符号で正負に交差する。 $\Delta_\mu$  と  $\Delta_\nu$  は  $\Delta H$  の効果を表わしており、損失の相加性が成立することを示している。