輻射科学研究会資料

フェライト板付加ビーム走査アンテナの解析

杉尾嘉彦
牧本利夫
（摂南大学・工学部）

昭和56年4月24日

1. まえがき

近年，フィルタ，分布帰還形発振器や漏洩波アンテナなどへの応用のため，誘電体および磁性体材料を用いたイメージ周期状線路の研究が盛んに行われているが，[1]-[5] 周期性を用いることなくそれ自身でビームを走査できる単体のアンテナの研究はほとんど見られないようである．そこで著者らは，完全導体板（基板）の上部にフェライト板を配置して線状電流で励振する2次元問題（TE波）を考え，その磁気異方性を用いて単峰の放射ビームを形成させ，かつ印加直流磁界を制御することによってビームの角度を任意に感度よく走査できるか否かを理論的に検討した。その結果，励振源の位置はフェライト板の表面が最もよく，フェライト板を基板に密着させたとき，たとえばその厚さを1誘電体波長にえらぶと，印加磁場を1583（Gauss）から1696（Gauss）まで113（Gauss）変化させるとビームは75°から10°までスムースに振れることが判明した。また，このときフェライト板に沿う表面波はCutoffに入っていることもわかる。フェライト板を基板から離したときも上の場合と似たビーム走査が可能であるが，ビーム最大値の増減がより激しい。いずれの場合においても，著者らが以前に報告した誘電体板を用いたときと同様のビーム成形（利得増加）現象が見受けられる。[6]-[7]

フェライトはY12を用い，周波数は10GHzとした。

2. 解 析

図1に示すように，フェライト板を基板に密着させてフェライト内部に電流源（$J_x = J\delta(y-a)\delta(z)$）を配置して励振する場合（A），および基板の上方にフェライト板を置き，その間に電流源を配置して励振する場合（B），の2次元問題（TE波）について考察する。TM波の問題も同様に扱うことができるが繁雑になるので後日報告する。

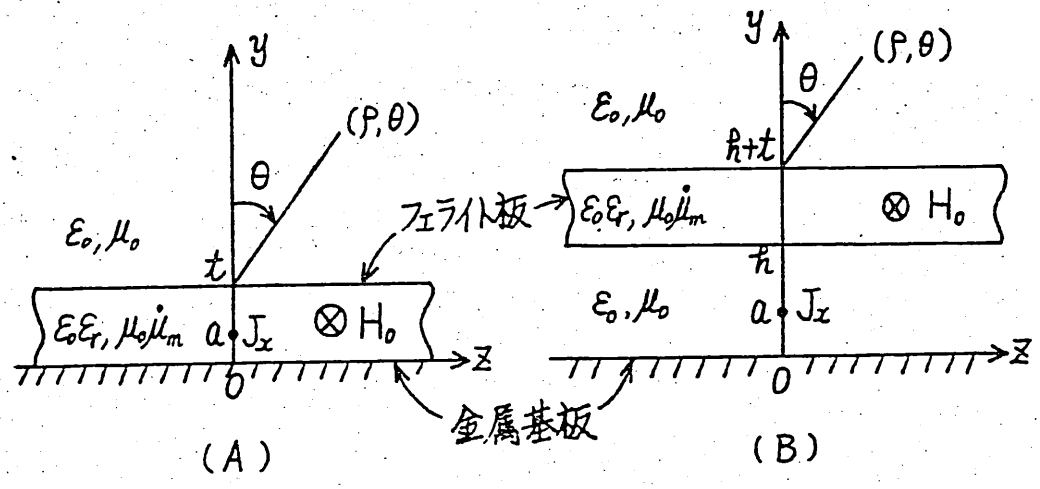


図1　フェライト板付加線状アンテナ

電磁界はz座標に関して不変とし，時間因子は$e^{j\omega t}$を仮定する。直流磁界H_0はz軸の正方向に印加されているものとすると，フェライトの比透磁率テンソル$\dot{\mu}_m$は次式で与えられる。

$$\dot{\mu}_m = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \mu_1 & -j\mu_2 \\ 0 & j\mu_2 & \mu_1 \end{bmatrix} \qquad (1)$$

$$\mu_1 = 1 + \frac{\omega_0 \omega_m}{\omega_0^2 - \omega^2}, \quad \mu_2 = \frac{-\omega \omega_m}{\omega_0^2 - \omega^2} \qquad (2)$$

ここで，$\omega_0=\mu_0 H_0 e/m$，$\omega_m=\mu_0 M_0 e/m$であり，ω_0はラーマー角周波数，M_0は飽和磁化，μ_0は真空中の透磁率，eおよびmはそれぞれ自由電子の電荷量および静止質量である。

電界E_xに対する波動方程式は以下のようになる。

$$\frac{\partial^2 E_x}{\partial y^2}+\frac{\partial^2 E_x}{\partial z^2}+k^2 E_x=j\omega\mu_0\mu_r J\delta(y-a)\delta(z) \qquad (3)$$

$$k^2=k_0^2\begin{cases}\varepsilon_r\mu_r\ ; & 0\le y\le t\,(A),\quad h\le y\le h+t\,(B)\\ 1\ ; & t\le y\,(A),\quad 0\le y\le h \text{ および } h+t\le y\,(B)\end{cases} \qquad (4)$$

ここに，ε_rはフェライトの比誘電率，$\mu_r=(\mu_1^2-\mu_2^2)/\mu_1$は等価比透磁率，$k_0^2=\omega^2\varepsilon_0\mu_0$，$\varepsilon_0$は真空中の誘電率である。磁界は

$$-j\omega\mu_0\mu_r H_0=i_y\left(\frac{\partial E_x}{\partial z}-j\frac{\mu_2}{\mu_1}\frac{\partial E_x}{\partial y}\right)-i_z\left(\frac{\partial E_x}{\partial y}+j\frac{\mu_2}{\mu_1}\frac{\partial E_x}{\partial z}\right) \qquad (5)$$

で与えられる。

式（3）を解くためにフーリエ変換

$$\tilde{E}_x(y,\alpha)=\int_{-\infty}^{\infty}E_x(y,z)e^{-j\alpha z}dz,\quad E_x(y,z)=\frac{1}{2\pi}\int_P\tilde{E}_x(y,\alpha)e^{j\alpha z}d\alpha \qquad (6)$$

を導入する。Pは$-\infty$から$+\infty$までの実積分路である（図2）。これを式（3）に適用すると

（A）

$$\left(\frac{d^2}{dy^2}+\gamma^2\right)\tilde{E}_x(y,\alpha)=j\omega\mu_0\mu_r J\delta(y-a),\quad (0\le y\le t) \qquad (7a)$$

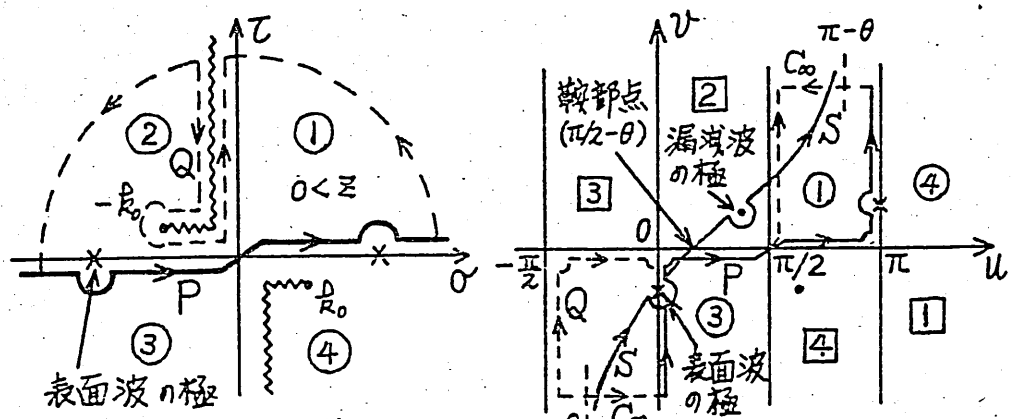
$$\left(\frac{d^2}{dy^2}-\Gamma^2\right)\tilde{E}_x(y,\alpha)=0,\quad (t\le y) \qquad (7b)$$

(B)

$$\left(\frac{d^2}{dy^2}+\gamma^2\right)\tilde{E}_x(y,\alpha)=0 \qquad (h\le y\le h+t) \quad (8a)$$

$$\left(\frac{d^2}{dy^2}-\Gamma^2\right)\tilde{E}_x(y,\alpha)=\begin{cases} j\omega\mu_0 J\delta(y-a), & (0\le y\le h) \\ 0, & (h+t\le y) \end{cases} \quad (8b)$$

となる。ここに，$\Gamma=(\alpha^2-k_0^2)^{1/2}$，$\gamma=(k_0^2\varepsilon_r\mu_r-\alpha^2)^{1/2}$ であり，Γ の分岐は図2のようにとり，$k_0<\alpha$ のとき $\Gamma=\sqrt{\alpha^2-k_0^2}$，$\alpha<k_0$ のとき $\Gamma=j\sqrt{k_0^2-\alpha^2}$ とする。



(a) $\alpha=\sigma+j\tau$ 平面 $(\mathrm{Re}\,\Gamma>0)$　　(b) $\beta=u+jv$ 平面

$(\alpha=-k_0\cos\beta,\ k_0=k_1-jk_2,\ k_2\to 0)$

図2　積分路と分岐

電界 $\tilde{E}_x$ および磁界 $\tilde{H}_z$ に関する境界（連続）条件，および磁界 $\tilde{H}_z$ の電流源の位置における不連続条件を考慮して式（7）および（8）の解を求め逆変換の形で表わすと E_x は次式となる。

$$E_x(y,z)=\frac{\omega\mu_0\mu_r}{2\pi j}\int_P \begin{Bmatrix} [e^{j\gamma(t-a)}+R_1e^{-j\gamma(t-a)}]\sin\gamma y, & (0\le y\le a) \\ [e^{j\gamma(t-y)}+R_1e^{-j\gamma(t-y)}]\sin\gamma a, & (a\le y\le t) \\ (1+R_1)\sin\gamma a\, e^{-\Gamma(y-t)}, & (t\le y) \end{Bmatrix} \frac{J e^{j\alpha z}\,d\alpha}{\gamma(e^{j\gamma t}+R_1e^{-j\gamma t})} \quad (9A)$$

$$E_x(y,z) = \frac{\omega\mu_0}{2\pi j}\int_P \left\{ \begin{array}{ll} A_1 \sinh\Gamma y, & (0\le y\le a) \\ A_2[e^{-\Gamma(y-h)} + R_B e^{\Gamma(y-h)}], & (a\le y\le h) \\ B_1 e^{-j\gamma(y-h-t)} + B_2 e^{j\gamma(y-h-t)}, & (h\le y\le h+t) \\ D e^{-\Gamma(y-h-t)}, & (h+t\le y) \end{array} \right\} \frac{J e^{j\alpha z} d\alpha}{\Gamma(e^{\Gamma h} + R_B e^{-\Gamma h})}, \quad (9B)$$

ここに，

$$R_A = \frac{j\gamma - \mu_1\Gamma + \frac{\mu_2}{\mu_1}\alpha}{j\gamma + \mu_1\Gamma - \frac{\mu_2}{\mu_1}\alpha} \quad (10A)$$

$$R_B = \frac{\left[\left\{\mu_1\left(1+\frac{\mu_2}{\mu_1}\frac{\alpha}{\Gamma}\right) - \frac{\mu_2}{\mu_1}\frac{\alpha}{\Gamma}\right\}\left\{\mu_1\left(\frac{\Gamma}{\gamma}+\frac{\mu_2}{\mu_1}\frac{\alpha}{\gamma}\right) - \frac{\mu_2}{\mu_1}\frac{\alpha}{\gamma}\right\} + \frac{\gamma}{\Gamma}\right]\sin\gamma t}{\left[\left\{\mu_1 - (\mu_1-1)\frac{\mu_2}{\mu_1}\frac{\alpha}{\Gamma}\right\}\left\{\mu_1\frac{\Gamma}{\gamma} + (\mu_1-1)\frac{\mu_2}{\mu_1}\frac{\alpha}{\gamma}\right\} - \frac{\gamma}{\Gamma}\right]\sin\gamma t + 2\mu_1\cos\gamma t}, \quad (10B)$$

$$\left. \begin{array}{l} A_1 = e^{\Gamma(h-a)} + R_B e^{-\Gamma(h-a)} \\ A_2 = \sinh\Gamma a \\ B_1 = \frac{1}{2j}(1+R_B)\sinh\Gamma a \cdot \dfrac{j\gamma + \mu_1\Gamma + \frac{\mu_2}{\mu_1}\alpha(\mu_1-1)}{\left\{\mu_1\Gamma + \frac{\mu_2}{\mu_1}\alpha(\mu_1-1)\right\}\sin\gamma t + \gamma\cos\gamma t} \\ B_2 = \frac{1}{2j}(1+R_B)\sinh\Gamma a \cdot \dfrac{j\gamma - \mu_1\Gamma - \frac{\mu_2}{\mu_1}\alpha(\mu_1-1)}{\left\{\mu_1\Gamma + \frac{\mu_2}{\mu_1}\alpha(\mu_1-1)\right\}\sin\gamma t + \gamma\cos\gamma t} \\ D = (1+R_B)\sinh\Gamma a \cdot \dfrac{\gamma}{\left\{\mu_1\Gamma + \frac{\mu_2}{\mu_1}\alpha(\mu_1-1)\right\}\sin\gamma t + \gamma\cos\gamma t} \end{array} \right\} \quad (11)$$

であり，R_Aは（A）の場合における連続スペクトル平面素波のフェライト－空気界面（$y=t$）における反射係数であり，同

様に，R_Bは（B）の場合のフェライト表面（$y=h$）における反射係数である．

表面波および漏洩波の極（伝搬定数）は，$e^{j\gamma t}+R_A e^{-j\gamma t}=0$ および $e^{\Gamma h}+R_B e^{-\Gamma h}=0$，すなわち

$$F_A(\alpha)\equiv \gamma\cos\gamma t+\left(\mu_r\Gamma-\frac{\mu_2}{\mu_1}\alpha\right)\sin\gamma t=0, \qquad (12A)$$

$$F_B(\alpha)\equiv \mu_r e^{\Gamma h}\cos\gamma t+\sin\gamma t\left[\mu_r\left\{\mu_r\frac{\Gamma}{\gamma}+(\mu_r-1)\frac{\mu_2}{\mu_1}\frac{\alpha}{\gamma}\right\}\cosh\Gamma h\right.$$

$$\left.-\left(\left\{\mu_r\frac{\Gamma}{\gamma}+(\mu_r-1)\frac{\mu_2}{\mu_1}\frac{\alpha}{\gamma}\right\}(\mu_r-1)\frac{\mu_2}{\mu_1}\frac{\alpha}{\Gamma}+\frac{\gamma}{\Gamma}\right)\sinh\Gamma h\right]=0, \qquad (12B)$$

の根として与えられる．

自由空間，すなわち $t\le y$（A）および $h+t\le y$（B）における電界は次のように表わされる．

$$E_x(y,z)=\frac{\omega\mu_0\mu_r}{2\pi j}J\int_P \Psi_{A\atop B}(\alpha)\,e^{-\Gamma(y-c)+j\alpha z}\,d\alpha$$

$$=\frac{\omega\mu_0\mu_r}{2\pi j}J\int_Q \Psi_{A\atop B}(\alpha)e^{-\Gamma(y-c)+j\alpha z}\,d\alpha\pm\sum_i \Phi_{A\atop B}(\alpha_i)e^{-\Gamma_i(y-c)+j\alpha_i z}, \qquad (13)$$

ここに，$C=t$（A），$C=h+t$（B）であり，さらに

$$\left.\begin{aligned}\Psi_A(\alpha)&=\sin\gamma a\Big/F_A(\alpha), \quad \Phi_A(\alpha_i)=\omega\mu_0\mu_r J\left[\sin\gamma_i a\Big/\frac{dF_A(\alpha)}{d\alpha}\right]_{\alpha=\alpha_i},\\ \Psi_B(\alpha)&=\frac{\sinh\Gamma a}{\Gamma}\Big/F_B(\alpha), \quad \Phi_B(\alpha_i)=\omega\mu_0\mu_r J\left[\frac{\sinh\Gamma_i a}{\Gamma_i}\Big/\frac{dF_B(\alpha)}{d\alpha}\right]_{\alpha=\alpha_i}\end{aligned}\right\} \qquad (14)$$

となる。積分路Qは図2に示されているようにカットの周りの積分を表わし，符号±はそれぞれ $0<z$ および $z<0$ に対応し，さらに α_i, Γ_i, γ_i は式（12）の根である。

つぎに，遠方界（$1 \ll k_0\rho$）を求める。いま，

$$\alpha = -k_0\cos\beta, \quad \beta = u + jv \tag{15}$$

なる変換により α 平面の積分路を β 平面に写像する（図2）。一対一の写像を行うため逆変換 $\beta = \cos^{-1}(-\alpha/k_0)$ は $\beta = -j\ln[(-\alpha+\Gamma)/k_0]$ と定義し，かつ $\ln z$ の分岐は $\ln z = \ln|z| + j\,\mathrm{Arg}.z$, $0 < \mathrm{Arg}.z < 2\pi$，としておく。このとき図2（a）は（b）のように写像され，積分路P上で $\Gamma = jk_0\sin\beta$ となる。領域①～④はリーマン面の上葉で $\mathrm{Re}\,\Gamma > 0$ であり，領域$\boxed{1}$～$\boxed{4}$はそれらに対応した下葉の領域で $\mathrm{Re}\,\Gamma < 0$ である。いま，

$$y - c = \rho\cos\theta, \quad z = \rho\sin\theta \tag{16}$$

のように極座標変換を行い，β 平面の積分路Qを最急降下線Sに移して鞍部点法を適用すると，式（13）の積分項 $g(y,z) = g(\rho,\theta)$ は $1 \ll k_0\rho$ として次のようになる。

$$g(\rho,\theta) = \frac{\omega\mu_0\mu_r}{2\pi j} J\int_Q \Psi_{\substack{A\\B}}(\alpha)\, e^{-\Gamma(y-c)+j\alpha z}\, d\alpha \simeq -j\omega\mu_0 J\sqrt{\frac{1}{2\pi k_0\rho}}\, E_{\substack{A\\B}}(\theta)\, e^{-j(k_0\rho-\pi/4)},$$

$$E_{\substack{A\\B}}(\theta) = \mu_r k_0\cos\theta\, \Psi_{\substack{A\\B}}(-k_0\sin\theta), \tag{17}$$

$$E_A(\theta) = \frac{\cos\theta\sin\left(k_0 a\sqrt{\varepsilon_r\mu_r - \sin^2\theta}\right)}{\frac{1}{\mu_r}\sqrt{\varepsilon_r\mu_r-\sin^2\theta}\,\cos\left(k_0 t\sqrt{\varepsilon_r\mu_r-\sin^2\theta}\right) + \left(\frac{\mu_2}{\mu_1\mu_r}\sin\theta + j\cos\theta\right)\sin\left(k_0 t\sqrt{\varepsilon_r\mu_r-\sin^2\theta}\right)}, \tag{18}$$

$$E_B(\theta)=\frac{\sin(k_0 a\cos\theta)}{\cos\left(k_0 t\sqrt{\varepsilon_r\mu_r-\sin^2\theta}\right)e^{jk_0 h\cos\theta}-\sin\left(k_0 t\sqrt{\varepsilon_r\mu_r-\sin^2\theta}\right)\left[\{(\mu_r-1)\frac{\mu_2}{\mu_1}\sin\theta-j\mu_r\cos\theta\}\right.}$$

$$\times\frac{\cos(k_0 h\cos\theta)}{\sqrt{\varepsilon_r\mu_r-\sin^2\theta}}+\left(\{(\mu_r-1)\frac{\mu_2}{\mu_1}\sin\theta-j\mu_r\cos\theta\}\left(1-\frac{1}{\mu_r}\right)\frac{\mu_2}{\mu_1}\frac{\tan\theta}{\sqrt{\varepsilon_r\mu_r-\sin^2\theta}}\right.$$

$$\left.\left.+\frac{\sqrt{\varepsilon_r\mu_r-\sin^2\theta}}{\mu_r\cos\theta}\right)\sin(k_0 h\cos\theta)\right] \qquad (19)$$

同様にして，遠方の磁界H_θは$H_\theta\simeq -g(\rho,\theta)/\eta$，$(\eta=\sqrt{\mu_0/\varepsilon_0})$となるので，放射電力密度$T(\rho,\theta)$は次式となる。

$$T_{A_B}(\rho,\theta)=\frac{1}{2}[\mathring{i}_z E_z\times\mathring{i}_\theta H_\theta^*]\cdot\mathring{i}_\rho=\frac{1}{2\eta}|g(\rho,\theta)|^2$$

$$=\frac{k_0\eta J^2}{4\pi\rho}\left|E_{A_B}(\theta)\right|^2 \qquad (20)$$

3．数値計算結果

計算で用いたフェライトはY12（$\varepsilon_r=15$）であり，周波数fは10GHzとした。また，電力指向性図は$|E_{A_B}(\theta)|^2$を描いたもので，その値は印加直流磁界H_0が零のときの正面値$|E_{A_B}(0)|^2$で規格化してある。

Fig.3～Fig.6に（A）の場合における電力指向性図の例を示してあり，また，Fig.7にこの場合の表面波に対するフェライト板厚tと位相定数αとの関係の例を示している。指向性図からわかるように，$t\sqrt{\varepsilon_r}/\lambda$と$H_0$の適当な組合せによって単峰

ビームが形成され，かつそれがH_0の変化に従って（H_0のある範囲内で）走査されている．Fig.3およびFig.5のように，フェライト内部に励振源を置くと，H_0の増加とともにビームは振れるがピーク値が減少する傾向にある．また，Fig.4およびFig.6のように，フェライトの表面に励振源を置くと，ビームの形状およびピーク値ともほとんど変化なしにビーム走査できること

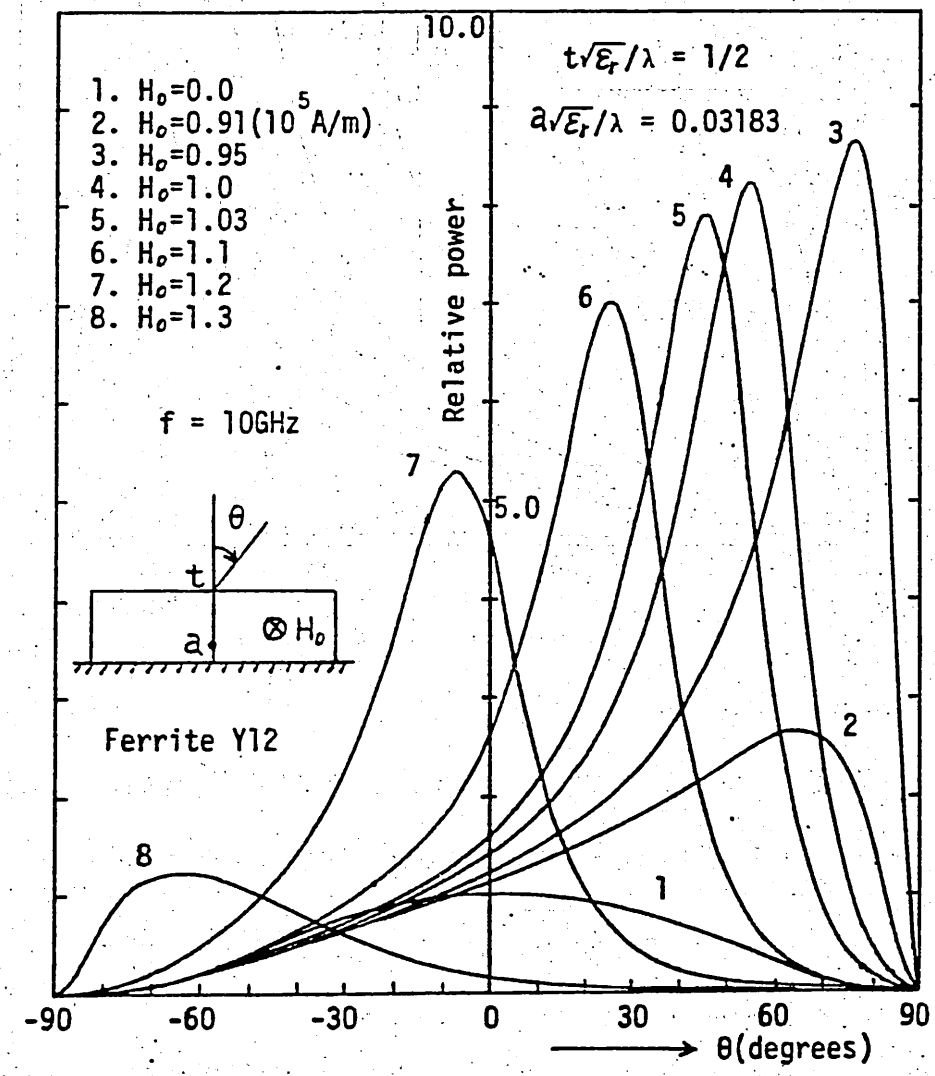


Fig.3 Radiation patterns (TE).

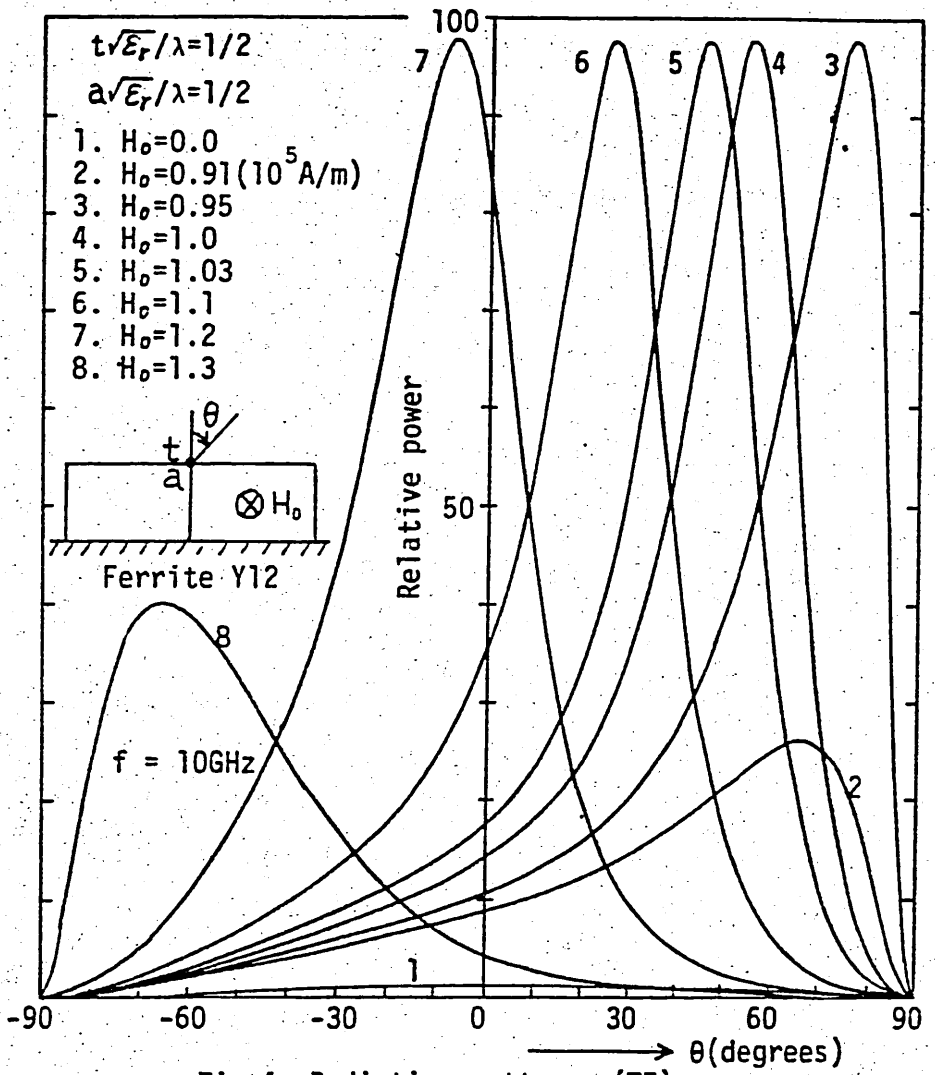


Fig.4 Radiation patterns (TE).

がわかる。Fig.6 と Fig.7 より，$H_0=1.3\times10^5$(A/m) = 1634 (Oersted) および $H_0=1.03\times10^5$(A/m) = 1294 (Oersted)，いずれの場も，$k_0t=2\pi/\sqrt{\varepsilon_r}=1.622$ であるので表面波は存在しないことがわかる。

Fig.8 には（B）の場合における電力指向性図の一例を示し，

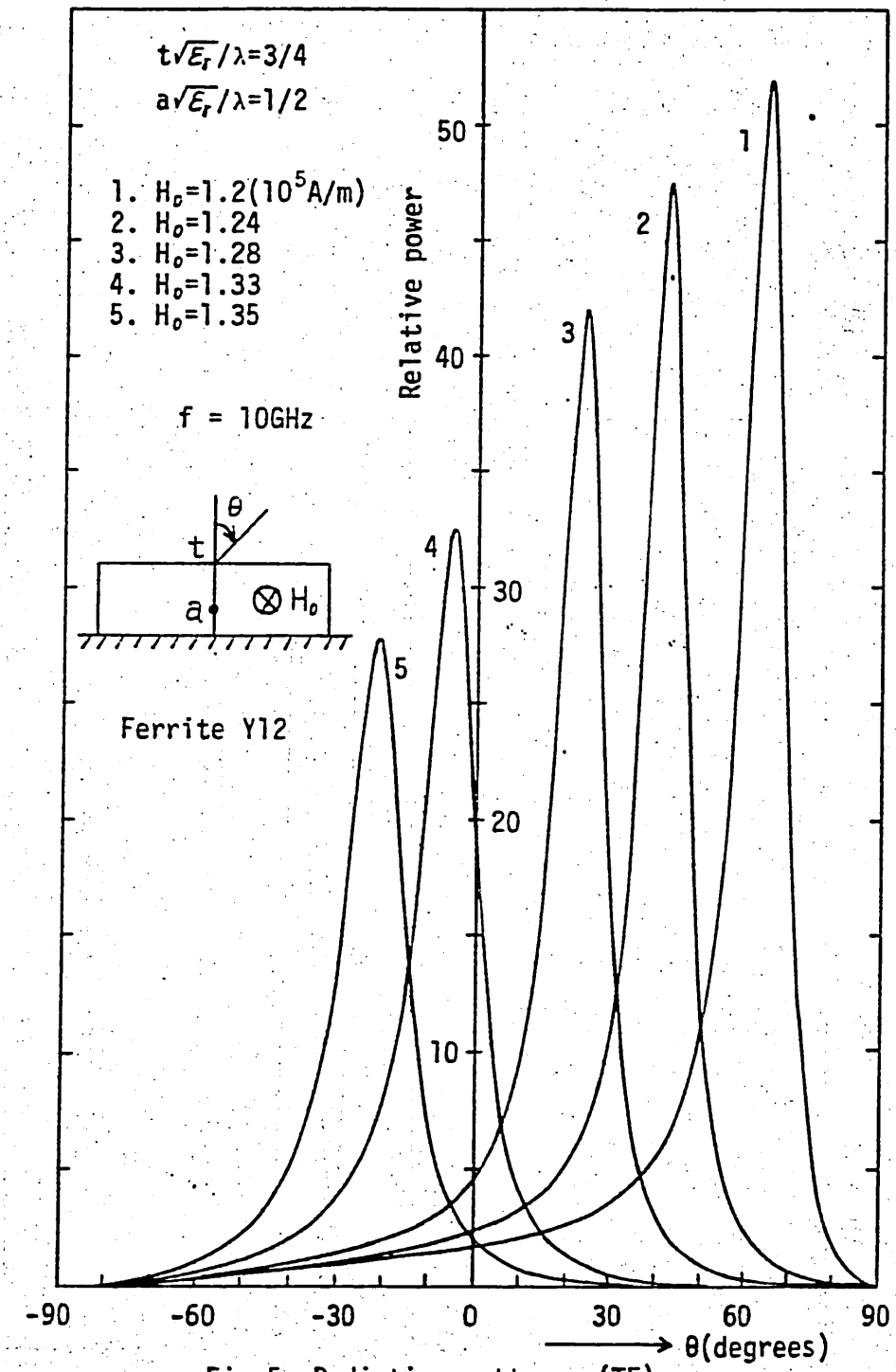


Fig.5 Radiation patterns (TE).

また，これに対応する表面波の $\alpha t - \beta t$ の関係を Fig. 9 に示している。H_0 の値によって，ビームがどのように形成されかつ移動して行くかがよくわかる。この場合には，（A）の場合に比べてピーク値の増減がかなり激しいようである。$H_0 = 1.3 \times 10^5$ (A/m) および $H_0 = 1.25 \times 10^5$ (A/m)，いずれの場合にも表面波は存在しない。

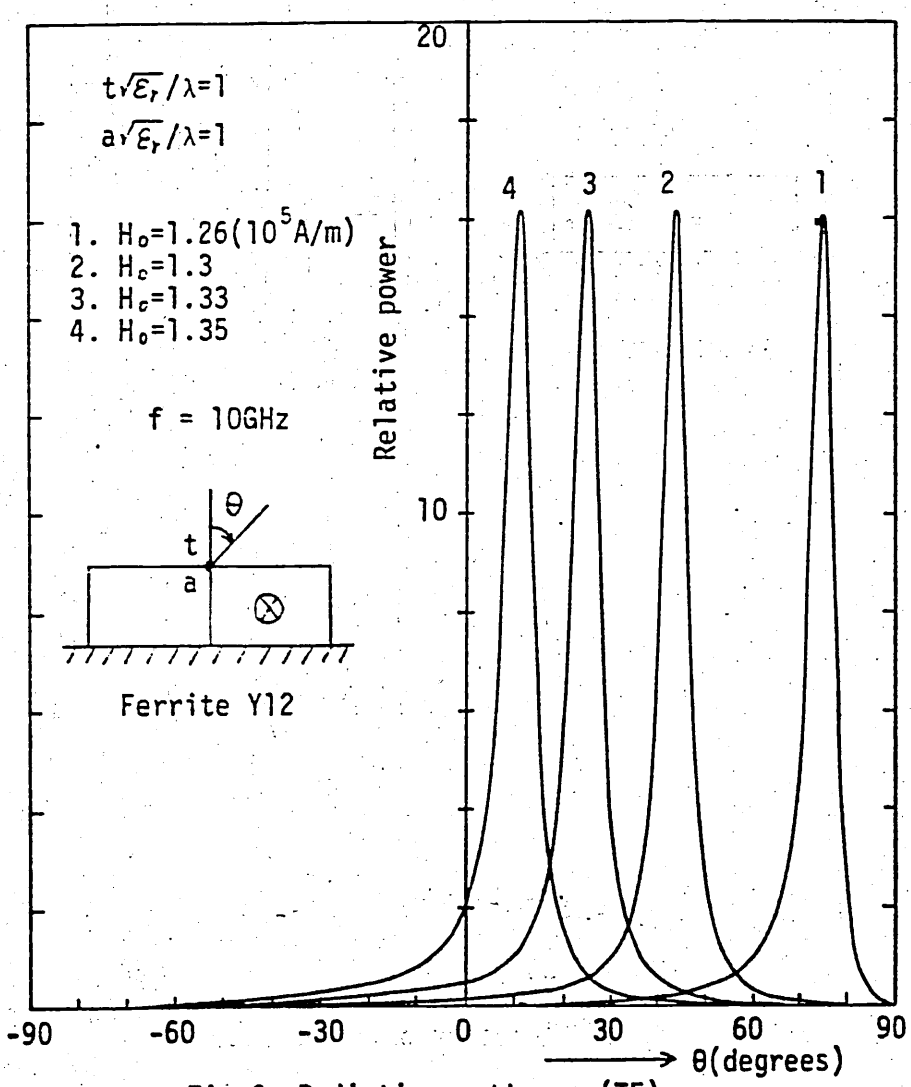


Fig.6 Radiation patterns (TE).

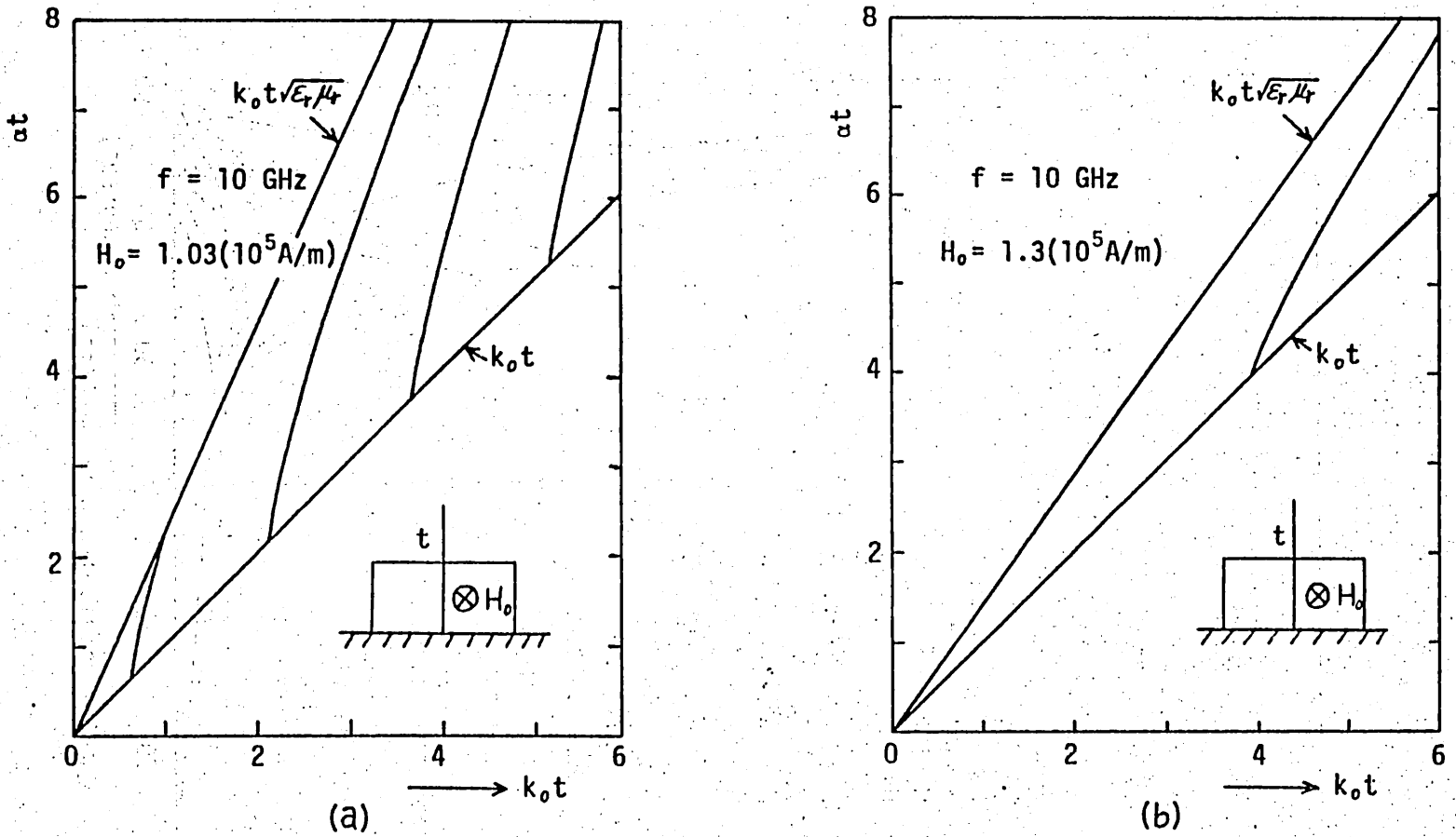


Fig.7 αt—$k_0 t$ diagram for surface waves(TE).

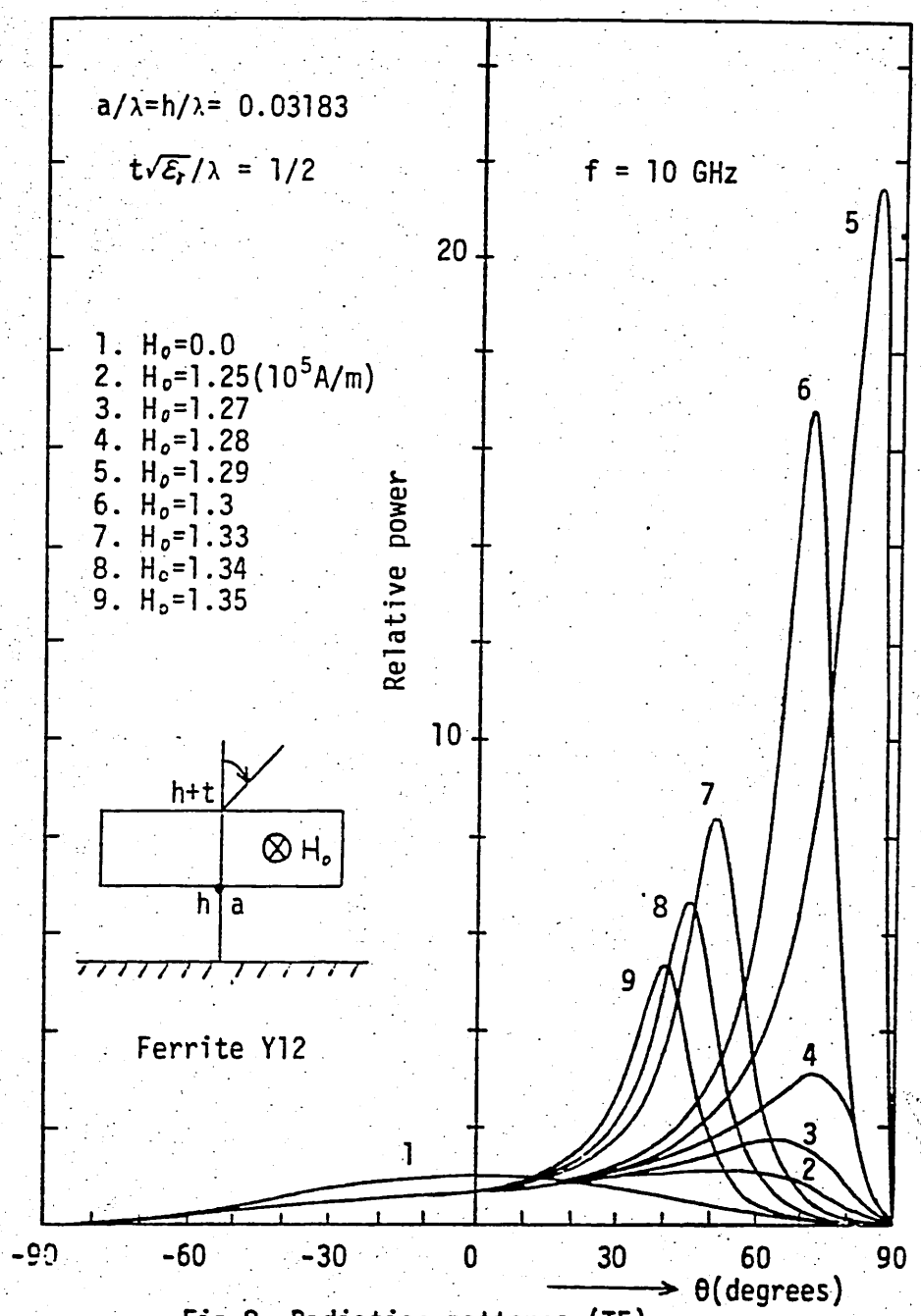


Fig.8 Radiation patterns (TE).

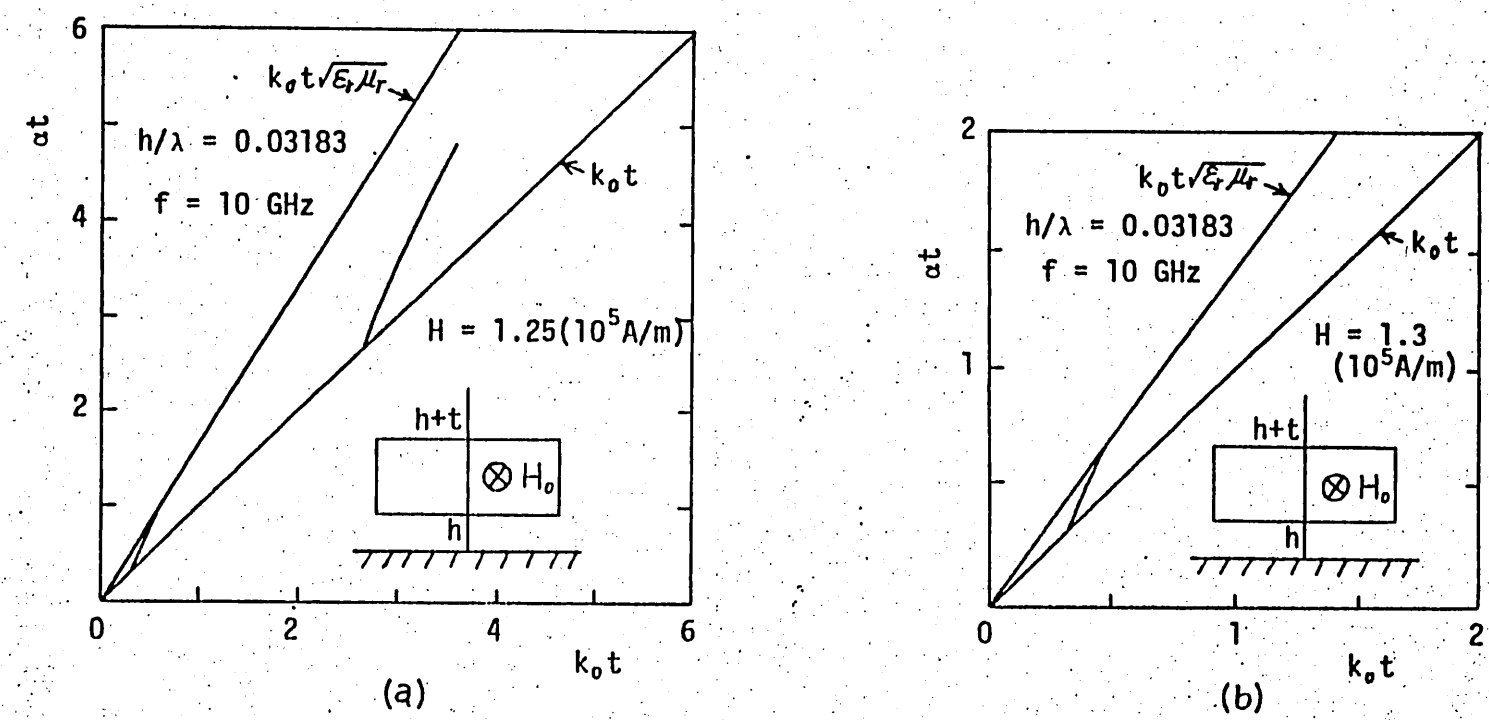


Fig.9 αt--k t diagram for surface waves(TE).

4. むすび

導体基板付フェライト板付加線状アンテナのビーム走査機能の可能性について，TE波に関し理論的に検討を行った。その結果以下の事柄が明らかとなった。

① フェライトの厚さと印加直流磁界を適当にえらぶと単峰の鋭いビームを形成できる。これはフェライトの異方性と，基板とフェライト表面の間での多重反射すなわち共振現象が起こるためと考えられる。[6],[7]

② また，上で形成されたビームを比較的感度よく印加磁界によって走査できる。

③ フェライトを基板に密着させたときは，励振源をフェライト表面に置くと磁界の変化によるビーム走査時にピーク値の増減がないようにできる。

④ ビーム走査可能な状態において，表面波がほとんど存在しない場合がある。

以上は，フェライト板の厚さ，位置，励振源の位置および印加直流磁界等の値を適当にえらんだ結果であるが，詳細な検討は今後の課題である。また，他の周波数帯でのビーム走査の可能性やTM波に対する検討については後日報告する。

終りに，有益なご討論を頂いた大阪大学基礎工学部・西村貞秀助手に深謝する。また，数値計算に協力して頂いた本学卒業研究生・鎌尾晃吉，瓦井義広，堀口 章の諸君に感謝する。

文 献

(1) T. Itoh : "Application of gratings in a dielectric waveguide for leaky-wave antennas and band-reject filters," IEEE Trans. MTT., 25, 12, pp.1134-1138 (1977)

(2) 堤 誠, 大平孝, 山口隆雄, 熊谷信昭：「ミリ波フェライト周期回路とその応用」, 信学研資, MW80-26, pp.45-52 (1980年7月)

(3) 大平孝, 堤誠, 熊谷信昭：「イメージ線路を用いた漏洩波アンテナの摂動法による取扱い」, 信学研資, AP80-61, pp.23～30 (1980年9月)

(4) 堤 誠, 熊谷信昭：「コルゲーションを装荷したフェライトスラブからのミリ波のブラッグ反射」, 昭和56年度信学総全大, 726, p.3-167 (56年4月)

(5) 杉尾嘉彦, 牧本利夫：「フェライト周期線路とそのアンテナへの応用」, 昭55年度電気関係学会関西支部連大, G11-5, p.G318 (55年10月)

(6) 西村貞彦, 仲西秀基, 杉尾嘉彦, 牧本利夫：「利得増加用誘電体板付平面アンテナ」, 信学研資, A·P80-111, pp.1～6 (1981年1月)

(7) 杉尾嘉彦, 牧本利夫, 西村貞彦, 仲西秀基：「誘電体板付加反射板付線状アンテナの利得増加に関する解析」, 信学研資, A·P80-112, pp.7～12 (1981年1月)

輻射科学研究会資料

バラクタダイオードを用いた結合度可変形方向性結合器

豊田幸弘
(大阪工業大学)

昭和56年4月24日
(於 三菱電機株式会社)

バラクタダイオードを用いた結合度可変形方向性結合器

1 まえがき

マイクロ波帯での方向性結合器の論文については数多く発表されており、導波管回路、同軸線路、マイクロストリップ線路など各種の回路構成が用いられている。これらの方向性結合器を用いて、電力や周波数を観測するとき、使用状態によって結合度の最適なものを使用したい場合がある。そこで結合度が可変できる方向性結合器があると便利である。

方向性結合器の結合度可変の論文については、M. E. Brodwin[1]は方形導波管の2方向に誘電体板を入れ、2つの円孔結合孔に誘電体板を近ずけて結合度を可変する方法である。この方法は結合度を可変するために機械的操作を必要とし、そのために高い工作精度が要求されることになる。池田と佐藤[2]は2個の方向性結合器の間に位相器を接続して、結合度を可変している。この方法は装置が大きくなる欠点がある。田中[3]は方形導波管の2孔形方向性結合器の結合孔にn形$InSb$蒸着膜を挿入し、それに印加する磁界の強さを制御することによって結合度を可変している。

本論文は、バラクタダイオードを用いたマイクロストリップ結合度可変形方向性結合器について述べる。結合度可変形方向性結合器の構造はマイクロストリップ線路の主伝送線路と副伝送線路間にバラクタダイオードを接続し、線路の2方向に間隔lを隔てて線路間にバラクタダイオードを接続した。バラクタダイオードの容量変化によって結合度を可変できる。結合箇所を4箇所にしたとき、バラクタダイオードの容量変化に対する結合度の変化は4dBから

20dBまで，方向性は16dBから29dBまで変化した．周波数範囲は2.7GHzから5.3GHzまでである．解析による等価回路の計算結果は実測値とよい一致を示す．

2　結合度可変形方向性結合器

2-1　2箇所結合結合度可変形方向性結合器

2箇所結合結合度可変形方向性結合器の構造は図1に示す．図1に示すように，マイクロストリップ

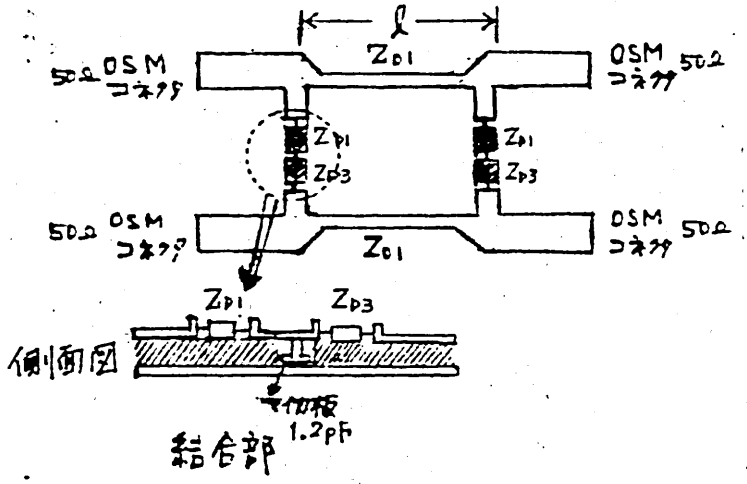


図1　2箇所結合結合度可変形方向性結合器

線路の主伝送線路から副伝送線路への結合はバラクタダイオードZ_{p1}とZ_{p3}および固定容量1.2pFをT形回路にして接続し，線路の2方向に間隔ℓを隔てて T形回路を接続した．T形回路は図1bに示す．静電容量C_2はマイクロストリップ線路の接地導体板マイカー板，その上部に電極をサンドイッチ構造にして容量1.2pFを作くった．基板はRexolite基板を用いた．バラクタダイオードは4056である．結合度可変形方向性結合器の入出力特性インピーダ

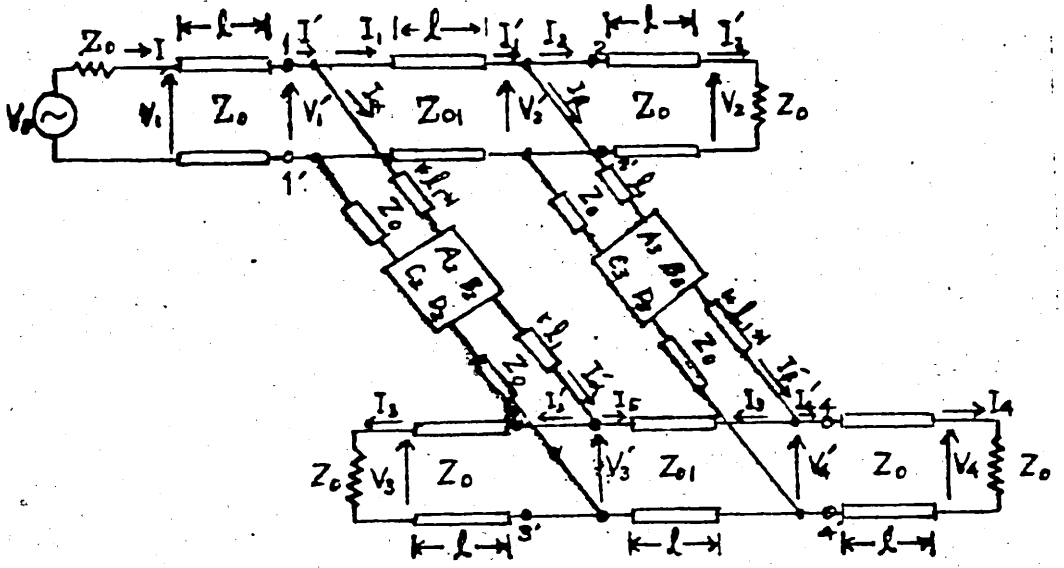


図2　等価回路

ンスは50Ωである．2箇所の結合器の間隔lは7mm，Z_{01}は75Ωである．結合部分の伝送線路の特性インピーダンスは50Ω，長さlは3mmである．

方向性結合器の結合度はバラクタダイオードZ_{D1}とZ_{D3}の接合容量を変化させることによって変えられる．

図1に示す2箇所結合結合度可変形方向性結合器の等価回路は図2に示す．

2－2　3箇所結合結合度可変形方向性結合器

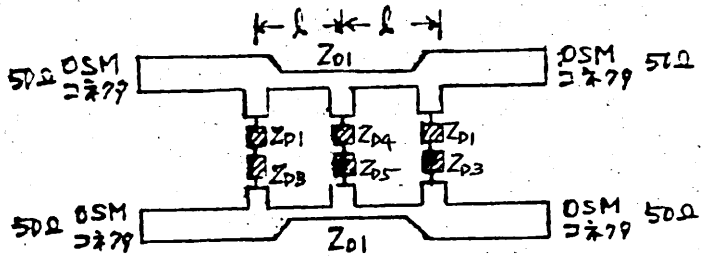


図3　3箇所結合 結合度可変形方向性結合器

3箇所結合結合度可変形方向性結合器の構造は図3に示す．図3に示すように，マイクロストリップ線路の主伝送線路から副伝送線路への結合は図1bに示すT形回路を用いた．両側の結合に用いたバラクタダイオードは45056，中央の結合は両側の結合の2倍近くにするために接合容量の大きいD5047を用いた．3箇所結合の間隔lは5mmである．接合部の伝送線路の特性インピーダンスは50Ω，長さl_1は3mm，Z_{01}は75Ωである．

図3に示す3箇所結合結合度可変形方向性結合器の

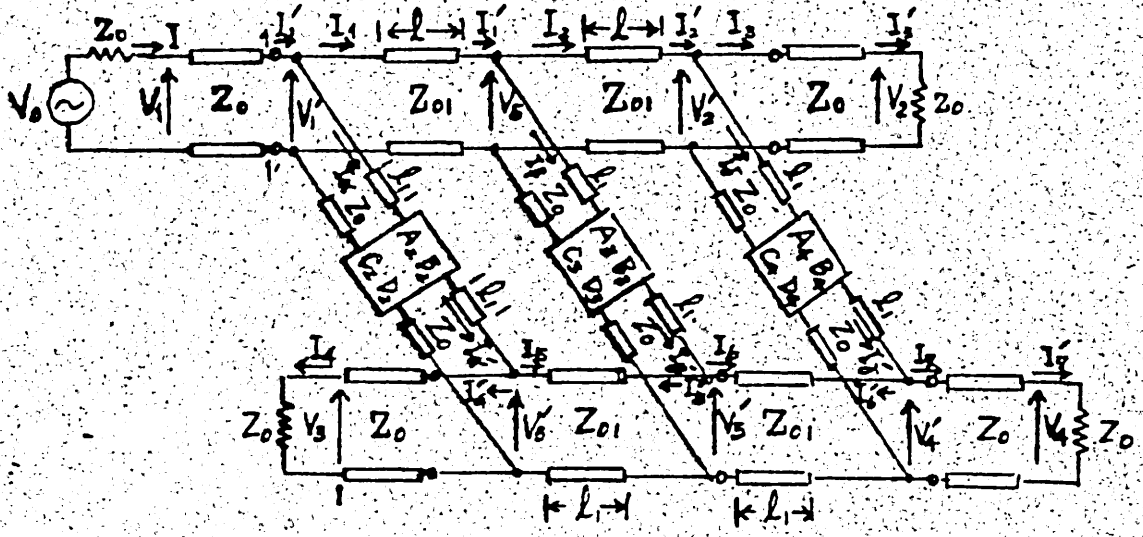


図4　等価回路

等価回路は図4に示す．

2-3　4箇所結合結合度可変形方向性結合器

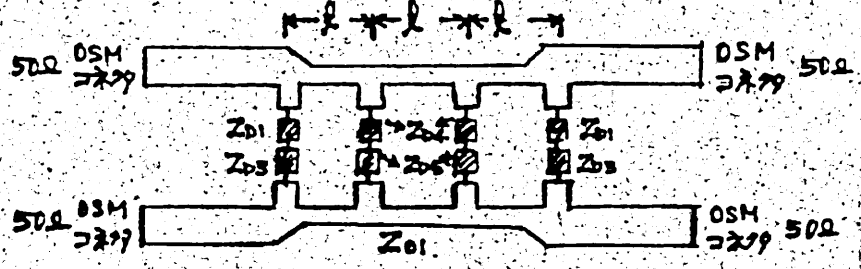


図5　4箇所結合結合度可変形方向性結合器

4箇所結合結合度可変形方向性結合器の構造は図5に示す．図5に示すように，マイクロストリップ線路の主伝送線路から副伝送線路への結合は図16に示す丁形回路を用いた．両側の結合に用いたダイオードは45056，中央2箇所の結合に用いたダイオードはD5047を用いた．4箇所結合の間隔lは5mmである．接合部の伝送線路の特性インピーダンスZ_0は

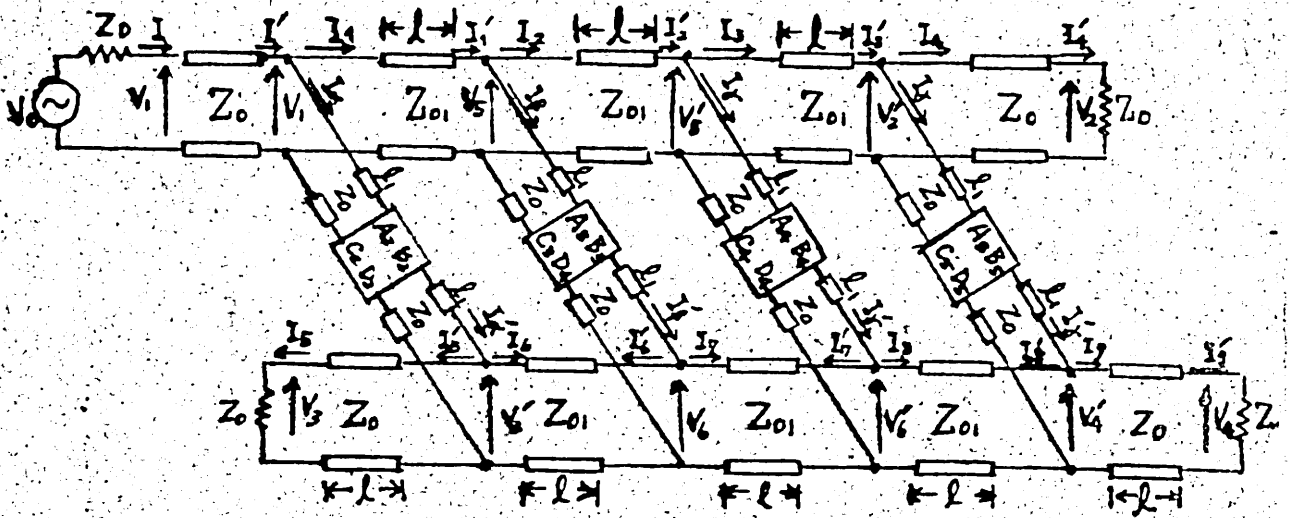


図6 等価回路

50Ω，長さl_1は3mm，Z_{01}は75Ωである．

図5に示す4箇所結合結合度可変形方向性結合器の等価回路は図6に示す．

3 結合度可変形方向性結合器の数値計算と実験結果

3-1 2箇所結合結合度可変形方向性結合器

結合度可変形方向性結合器に用いたバラクタダイオードは45056である．ほぼ特性のそろったバラクタダイオードを用いた．入力電力は0.01mWである．2箇所結合結合度可変形方向性結合器の周

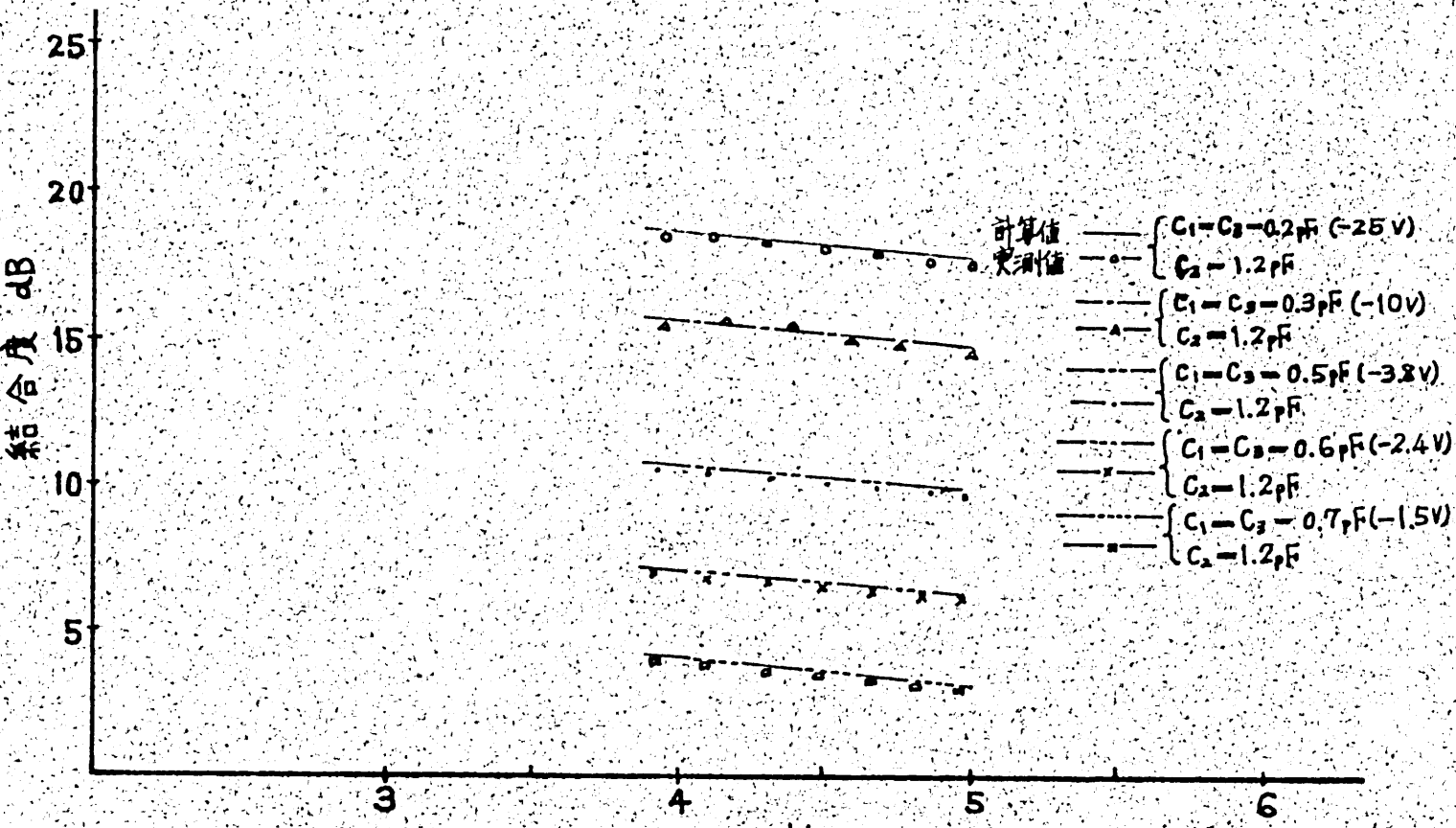


図7a　2箇所結合 結合度可変形 方向性結合器の周波数特性

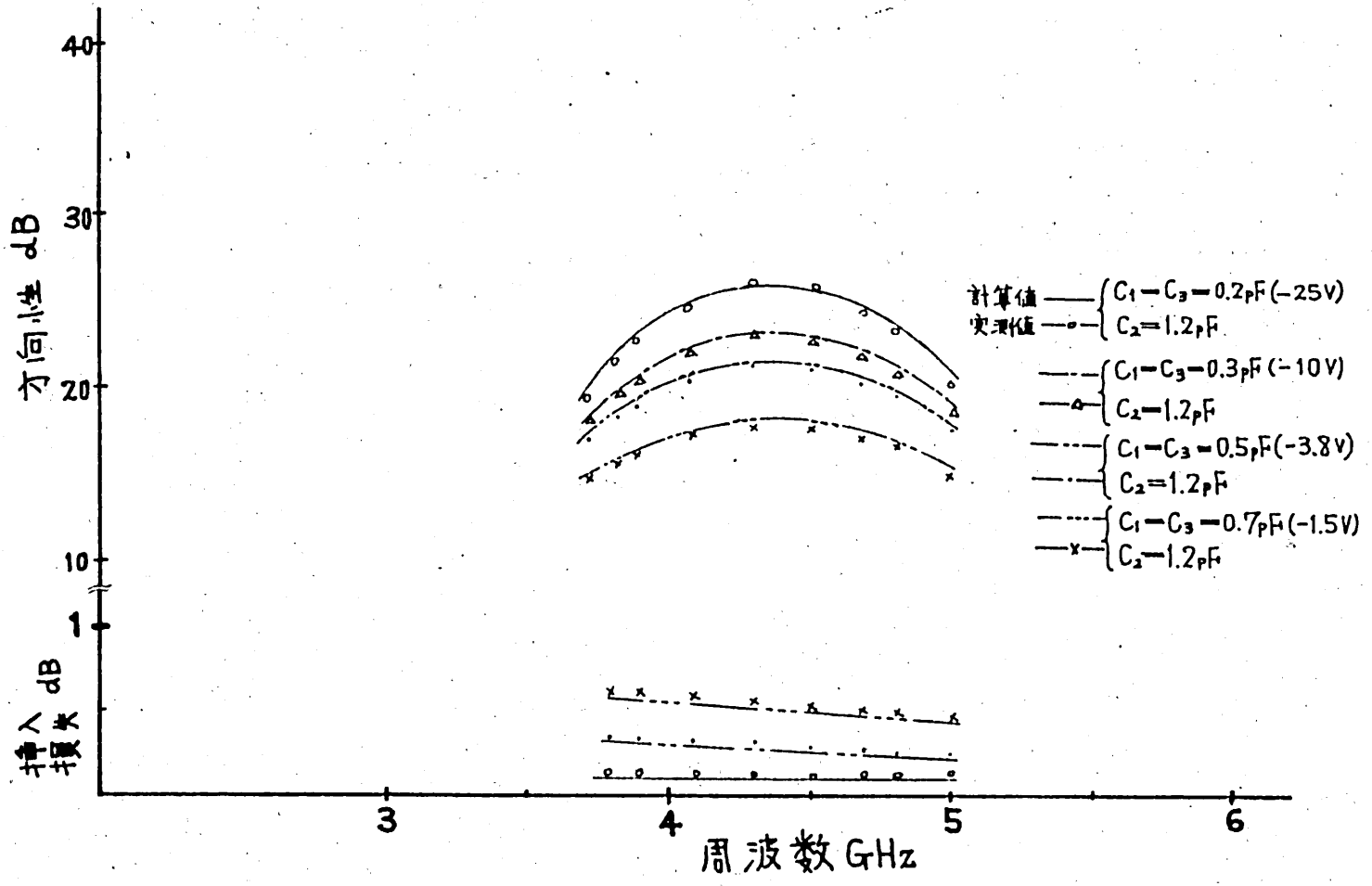

40
30
20
10
1
方向性 dB
挿入損失 dB
3
4
5
6
周波数 GHz
計算値
実測値
C1−C3−0.2pF(−25V)
C2=1.2pF
C1−C3−0.3pF(−10V)
C2−1.2pF
C1−C3−0.5pF(−3.8V)
C2=1.2pF
C1−C3−0.7pF(−1.5V)
C2−1.2pF

図7b

波数特性は図7に示す．図7aに示すように，静電容量 C_2=1.2pF一定，バラクタダイオード Z_{D1} と Z_{D3}（Z_{D1} と Z_{D3} の接合容量を C_1 と C_3 とする）のバイアス電圧を−1.5(V)から−25(V)(0.2pFから0.7pFまでで)まで変化させると，結合度は4.1dBから19dBまでで変化した．周波数範囲は3.9GHzから5GHzまである．周波数が3.9GHzから5GHzと高くなるにしたがって，結合度は1dBから1.5dBと低くなっていることがわかる．

図7bは方向性と挿入損失を示す．図7bに示すように，ダイオードのバイアス電圧が−1.5(V)から−25(V)まで変化させると方向性は18dBから26dBまで変化している．結合箇所が2箇所であるので3.9GHzと5GHz付近の周波数帯では方向性は低くなっている．挿入損失は0.1dBから0.5dBの範囲である．結合度が19dBのときVSWRは1.1から1.25の範囲で，4dBのときVSWRは1.35から1.5の範囲であった．

バラクタダイオードのバイアス電圧を0(V)(0.95pF)にすると，結合度が大きくなりインピーダンスがくずれてくるので，VSWRも大きくなり，方向性も悪くなる．以上の理由から，最適な結合度の範囲は4dBから19dBである．計算値と実測値は比較的良く一致している．

3-2 3箇所結合結合度可変形方向性結合器

3箇所結合結合度可変形方向性結合器の周波数特性は図8に示す．図8aに示すように，静電容量 C_2=1.2pF一定，バラクタダイオード Z_{D1}，Z_{D3} と Z_{D4}，Z_{D5} のバイアス電圧を−1.5(V)から−25(V)(0.2pFから0.7pFまでと0.3pFから0.9pFまで)変化させると結合度は4.5dBから19.2dBまで変化した．周波数範囲は3.2GHzから5GHzまでである．周波数が3.2GHzから5GHzと高くなるにしたがって，

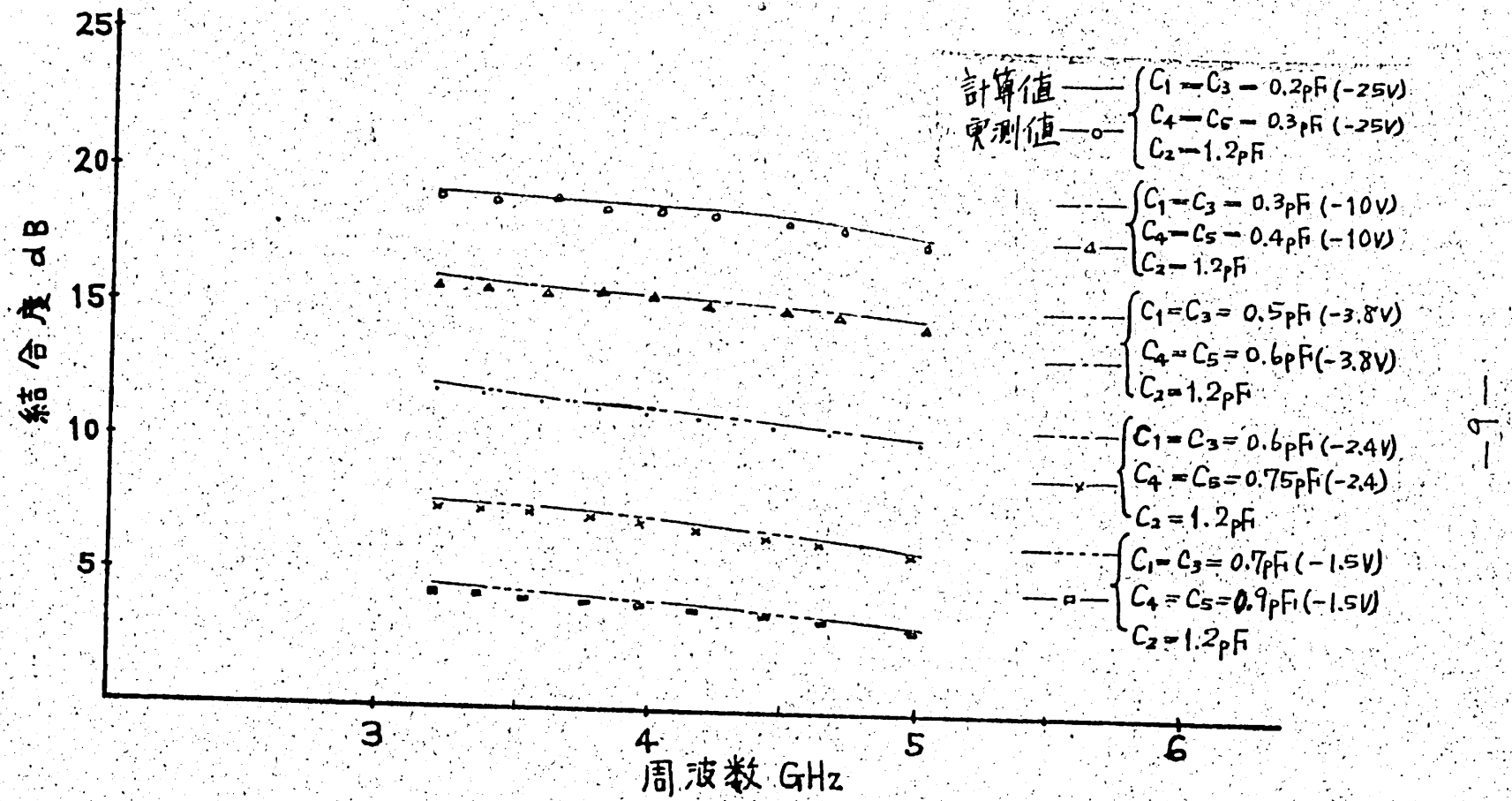
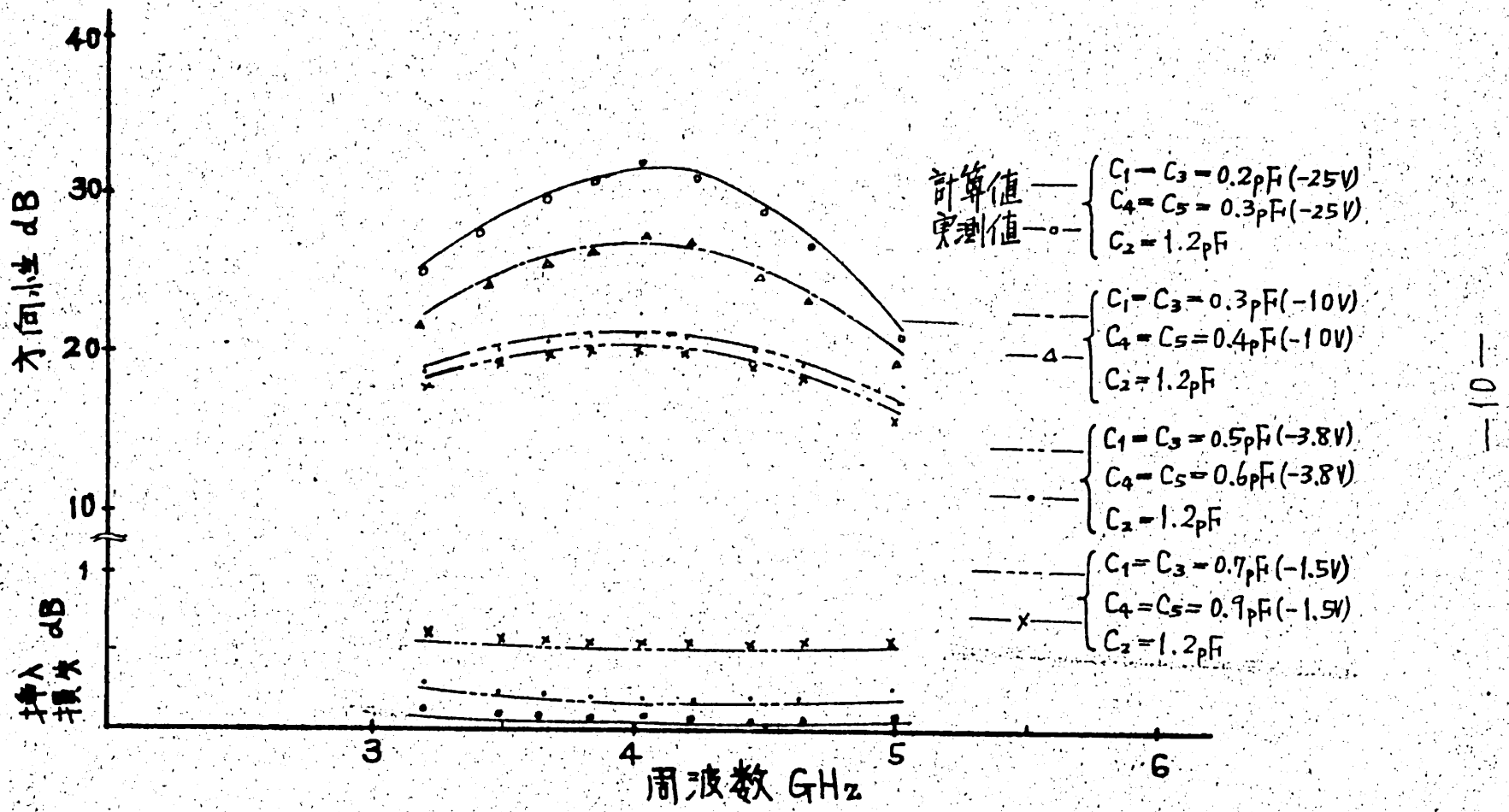


図8a　3箇所結合 結合度可変形方向性結合器の周波数特性



40
30
20
10
1
方向性 dB
挿入損失 dB
3
4
5
6
周波数 GHz
計算値
実測値
C1 = C3 = 0.2pF (-25V)
C4 = C5 = 0.3pF (-25V)
C2 = 1.2pF
C1 = C3 = 0.3pF (-10V)
C4 = C5 = 0.4pF (-10V)
C2 = 1.2pF
C1 = C3 = 0.5pF (-3.8V)
C4 = C5 = 0.6pF (-3.8V)
C2 = 1.2pF
C1 = C3 = 0.7pF (-1.5V)
C4 = C5 = 0.9pF (-1.5V)
C2 = 1.2pF

図8b

結合度が1.5dBほど低くなっていることがわかる.
図8bは方向性と挿入損失を示す.図8bに示すように,バラクタダイオードのバイアス電圧を−1.5(V)から−25(V)(0.2pFから0.7pFまでと0.3pFから0.9pFまで)まで変化させると,方向性は20.5dBから32dBまで変化している.方向性が27dBと32dBのとき,周波数が3.2GHz以下と5GHz以上で低くなっていることがわかる.
挿入損失は0.1dBから0.6dBの範囲である.結合度が19dBのとき,VSWRは1.1から1.22の範囲であり,結合度が4dBのとき VSWRは1.35から1.5の範囲であった.計算値と実測値は良く一致している.

3-3 4箇所結合結合度可変形方向性結合器

4箇所結合結合度可変形方向性結合器の周波数特性は図9に示す.図9aに示すように,静電容量C_2=1.2pF,バラクタダイオードZ_{D1}とZ_{D3}のバイアス電圧を−1.5(V)から−25(V)(0.2pFから0.7pFまで)まで変化させ,中央2箇所の結合度を大きくさせるために,バラクタダイオードZ_{D4}とZ_{D5}のバイアス電圧を0(V)から−7.6(V)(0.45pFから1.2pFまで)まで変化させると,結合度は4dBから20dBまで変化した.周波数範囲は2.7GHzから5.3GHzまでである.周波数が2.7GHzから5.3GHzと高くなるにしたがって,結合度は全体に1.8dBほど低くなっている.
図9bは方向性と挿入損失を示す.図9bに示すように,バラクタダイオードのバイアス電圧を−1.5Vから−25(V)(0.2pFから0.7pFまで)までと0(V)から−7.6(V)(0.45pFから1.2pF)まで変化させると,方向性は17dBから29dBまで変化している.4箇所結合にすると方向性の変化は

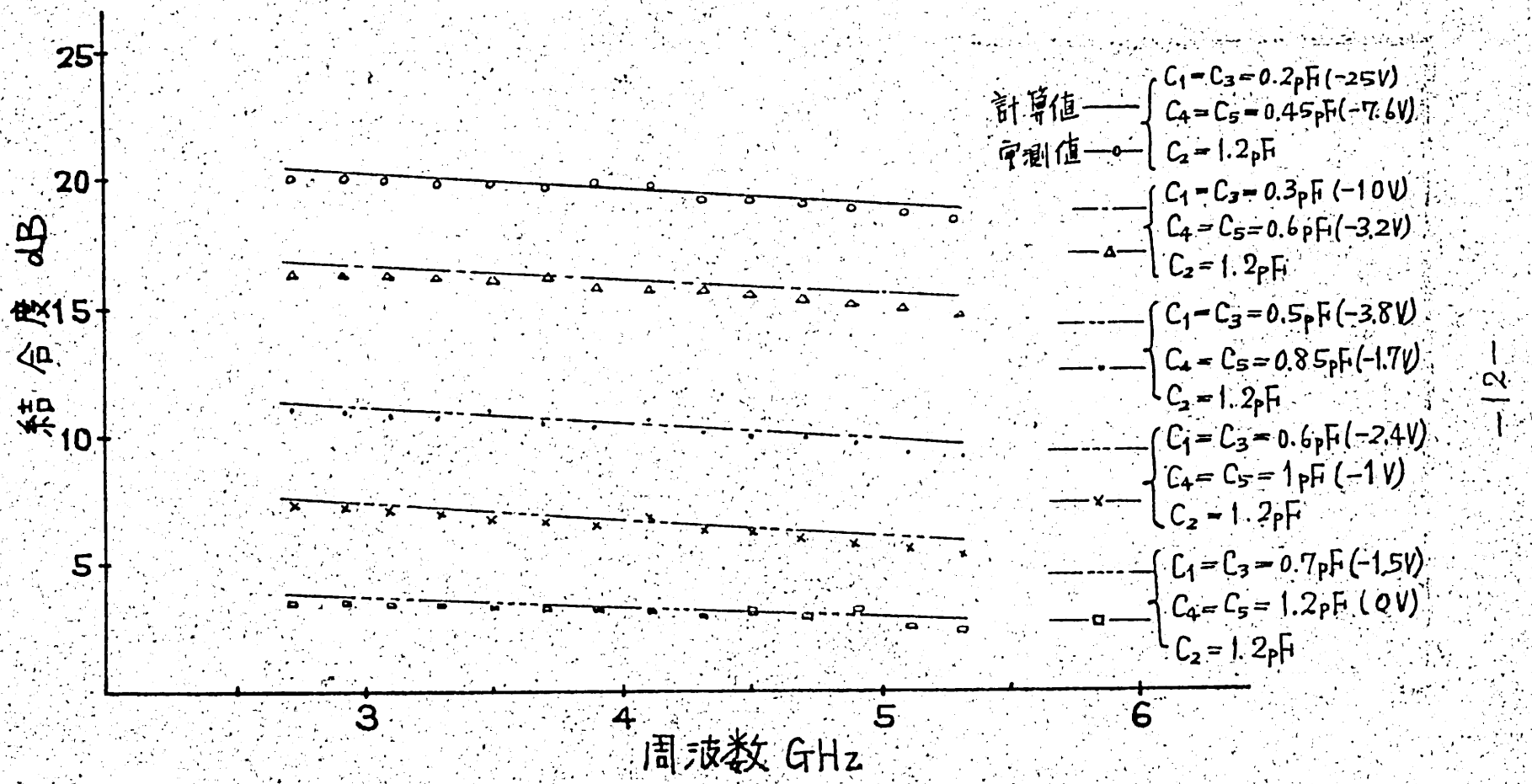


図9a　4箇所結合 結合度可変形方向性結合器の周波数特性

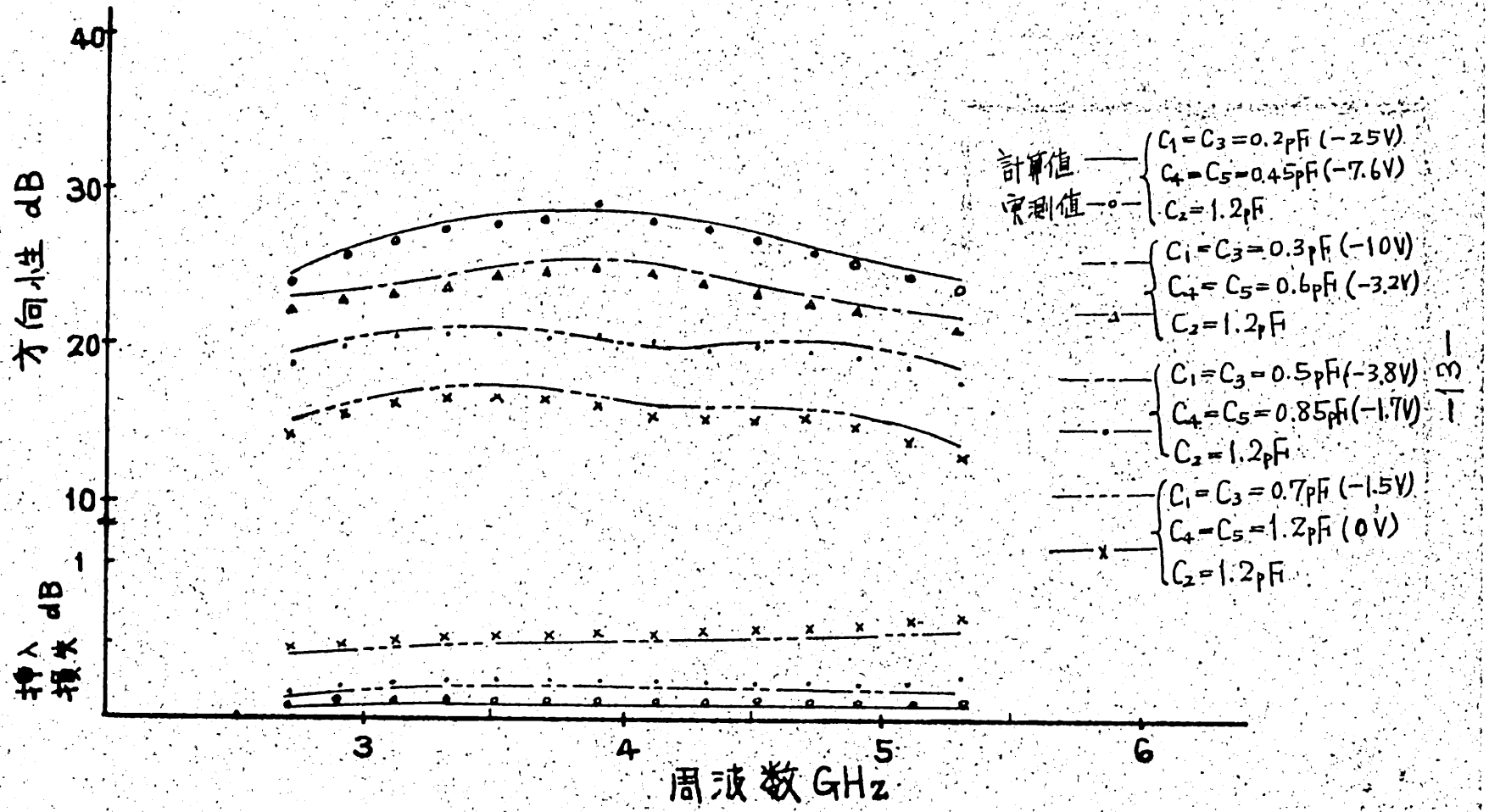

40
30
20
10
1
方向性 dB
挿入損失 dB
3
4
5
6
周波数 GHz
計算値
実測値
C1=C3=0.2pF (−25V)
C4=C5=0.45pF (−7.6V)
C2=1.2pF
C1=C3=0.3pF (−10V)
C4=C5=0.6pF (−3.2V)
C2=1.2pF
C1=C3=0.5pF (−3.8V)
C4=C5=0.85pF (−1.7V)
C2=1.2pF
C1=C3=0.7pF (−1.5V)
C4=C5=1.2pF (0V)
C2=1.2pF
1/3
1/1

図9b

2dBないし3dBの範囲である．挿入損失は0.15dBから0.55dBの範囲である．
結合度が20dBのとき，VSWRは1.1から1.25の範囲である．結合度が4dBのときVSWRは1.4から1.55の範囲であった．計算値と実測値は比較的よく一致している．

4 3種類の結合度可変形方向性結合器の比較

マイクロストリップ線路の主伝送線路から副伝送線路への結合にバラクタダイオードZ_{D1}, Z_{D3}とZ_{D4}, Z_{D5}および固定静電容量1.2pFをT形回路にして，2箇所と3箇所および4箇所接続した場合の結合度可変形方向性結合器を比較する．
結合度可変形方向性結合器の周波数特性は図7と図8および図9に示す．図7と図9に示すように，2箇所結合から4箇所結合することによって，結合度の可変範囲は同じであるが周波数範囲は1.5GHz広くなっており，方向性も良くなっていることが分かる．

5 むすび

以上この論文ではマイクロストリップ線路を用いて3種類の結合度可変形方向性結合器を構成した．この3種類の結合度可変形方向性結合器の結合箇所を2箇所から4箇所に増すことによって周波数特性が良くなることを計算値と実測値で示した．

文献

1) M.E. Brodwin and V. Ramaswamy "Continuously Variable Directional Couplers in Rectangular Waveguide" IEEE. Trans., MTT-11 March 1963

2) 池田, 佐藤 "結合量可変形方向性結合器" テレビジョン学会誌, 30. 11 PP900-904 11-1976

3) 田中, 以西, 大下 "n-InSb薄膜を用いた結合度可変形方向性結合器の特性" 電子通信学会誌 Vol. J63-C No. 11 11-1980.

周期状多層膜を用いた光結合線路の試作

岸岡 清　　橋本 正弘
（大阪電気通信大学・工学部）

輻射科学研究会資料

昭和56年 4月 24日

方今 三菱電機株式会社
中央研究所

1. まえがき

積層形の光結合線路は方向性結合器あるいは光分波器等の光回路素子として不可欠なものであるが，一般にその製作は非常に難しいとされている。その難しさの主な原因は結合の特性が線路の構造に非常に敏感であるため製作時において極めて厳しい工作精度を必要とするためである。そのため導波路の上に調整用の膜を付加してその膜をエッチングすることにより上層部の導波路の位相定数を微調整する方法[1]あるいは偏光光学効果を利用して製作時の僅かなずれを補正し，等価的に構造を微調整する方法[2]などが考案されている。このように結合線路の構造，とくに導波路の厚みが結合特性に敏感であることは結合線路の分波特性等には有利であるが現状の製作技術からみて本質的な欠点と考えられる。

そこで本報告では，周期多層膜を利用すれば上記の本質的な欠点を大幅に改善でき通常のスパッタ技術だけで十分に製作できることを示す。実際10周期多層膜の結合線路をスパッタ装置で試作した結果を報告する。

2. 従来の結合線路について

図1-aに示す結合線路を伝搬する波は図1-b，cに示すその独立した基本線路を伝搬する各々の波の結合したものである。一つの線路の波の電力が他方の線路に完全に移るのに要する長さ（結合長）Lは結合理論[3]によって，

$$L=\frac{\pi}{2\sqrt{C^2+\left(\frac{\beta_1-\beta_2}{2}\right)^2}} \qquad (1)$$

と表わされる。Cは結合係数，β_1，β_2は基本線路1および2のモードの位相定数を表わす。位相整合点（$\beta_1=\beta_2$）で数mm以上の結合長を得ようとすると$C\lesssim 1.57\times10^3$ rad/mとなるがこの値は位相整合点からわずかにずれた点における$\left(\frac{\beta_1-\beta_2}{2}\right)^2$の

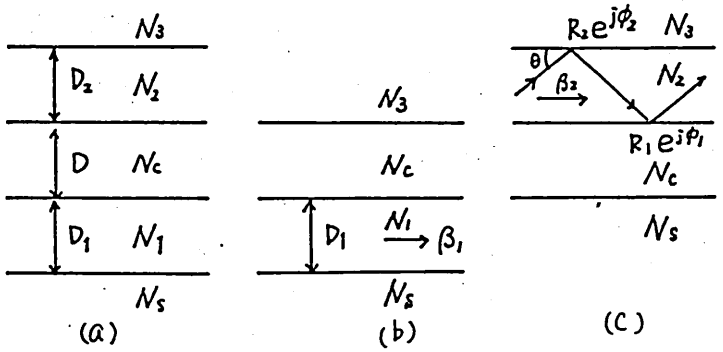


図1-a. 結合線路
1-b. 基本線路1
1-c. 基本線路2

値に比べても極めて小さな値であり，従って少しでも位相整合からずれると結合長は $|\beta_1-\beta_2|$ に逆比例して急激に減少する。したがって製作時のわずかな導波路の膜厚の誤差によって結合長が大きく変化する。そこでこの時の膜厚の制御に必要なおおよその精度を算定する。図2にTEオフーオフモード間の結合の場合の導波路の膜厚 D_2 の位相整合点からのずれに対する結合長Lの変化を示す。この図から実質的に結合が始ま

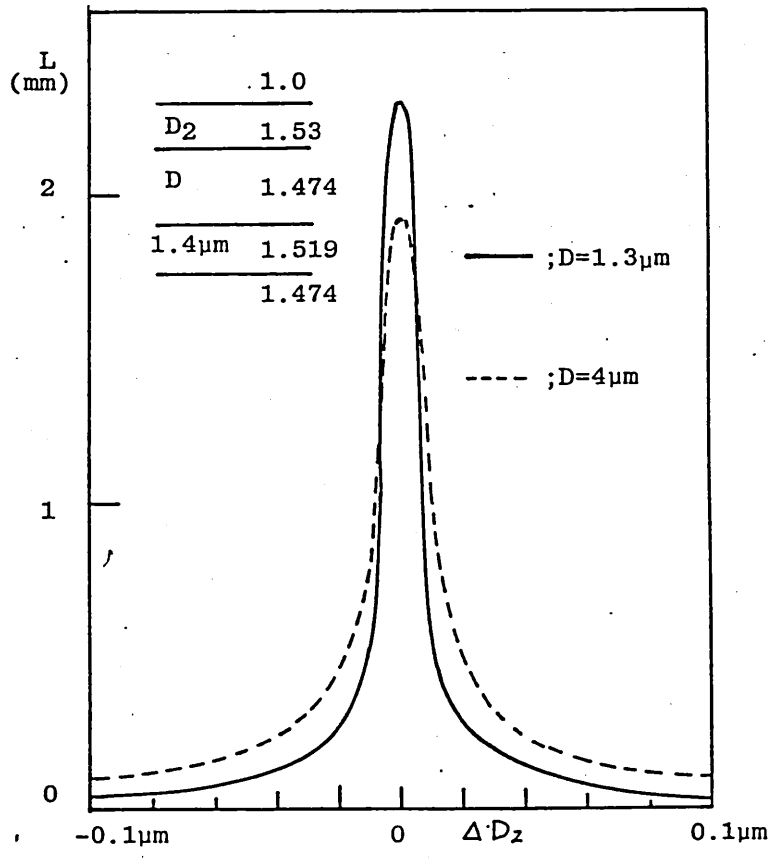


図2. 結合長の導波路膜厚に対する変化
——：図3 a点 整合点の D_2 は 1.5μm
----：図3 b点 整合点の D_2 は 1.3μm

る点から位相整合点($\Delta D_2=0$)までの間ではんに1mmの精度を持たせるにはD_2を0.001～0.002μm程度の精度で調整しなければならないことになる。膜製作時の精度は0.05～0.03μm加限度であり現在の膜製作技術から見て所定の結合長を持つ結路を再現性よく製作するのは極めて困難であると考えられる。また，分散曲線でこれを考えて見ると，位相整合点で2つの基本線路の分散曲線はある角度を持って交わるが(図3)位相整合点をカットオフ点に近づけた場合と，カットオフ点から十分離した場合を考えると，後者の方が交角が大きく，前者の場合と比べるとD_2の変化に対する交点の移動は少なく

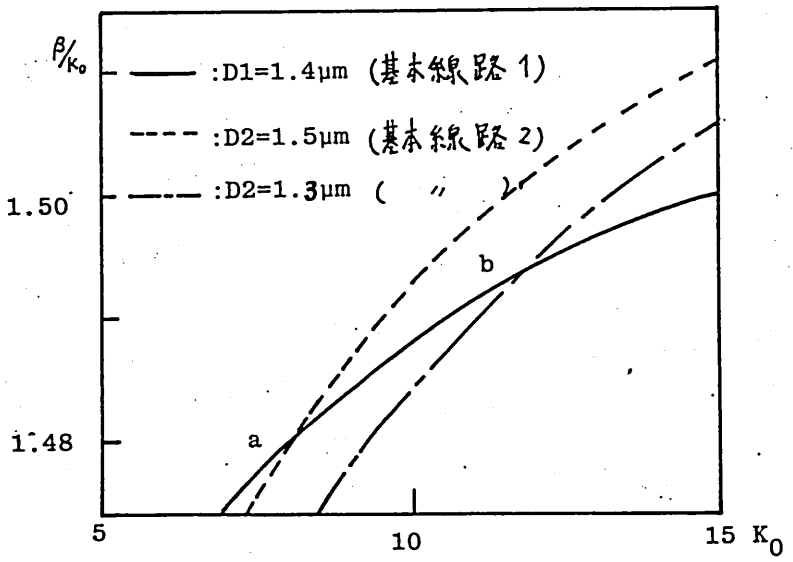


図3. 位相整合点付近の基本線路の分散曲線

位相整合は取り易いように見えるが交り角が大きいために交点から少しでもずれると位相差が急激に増加することになる。前者の場合はこれとは逆に交点からのずれに対する位相差の増加はいくぶん緩かであるが交点の移動が大きい。従って，位相整合点の位置を変えても，導波路の屈折率を変えて交り角度を変化させてもD_2に対するLの変化の度合は大きく変わらないと考えられ，製作時におけるD_2の精度の大幅な緩和は3層構造の結合線路においては望めない。

そこで，実際式（1）を用いてLのD_2に対する変化を計算して見ると，位相整合点からわずかにずれた域領では$C^2 \ll (\beta_1-\beta_2)^2$でありLの$D_2$に対する変化は

$$\frac{dL}{dD_2} \simeq \frac{4\pi^2}{\lambda_0^2(\beta_1-\beta_2)^2} \sin\theta \left| \frac{d\theta}{d(D_2/\lambda_0)} \right| \qquad (2)$$

と表わされる。ここで，λ_0は自由空間波長であり，θは図1-Cに示すモードの伝搬角である。また，$d\theta/d(D_2/\lambda_0)$は導波モードの特性方程式[4]より

$$\frac{d\theta}{d(D_2/\lambda_0)} = \frac{N_2 \sin\theta}{N_2(D_2/\lambda_0)\cos\theta + m_2 + m_1} \qquad (3)$$

$$m_1 \equiv -\frac{1}{4\pi} d\phi_1/d\theta, \quad m_2 \equiv -\frac{1}{4\pi} d\phi_2/d\theta \simeq 0$$

と表わせる。ここで，ϕ_1, ϕ_2は導波路Zの結合層およびそれと

反対側の境界面での反射係数の位相である。結局，$|dL/dD_2|$は$d\theta/d(D_2/\lambda_0)$の値によって決まり，従来の結合線路の構造ではm_1を大きく取ることができなかったため$|dL/dD_2|$を小さくすることが不可能であった。そこで次節以下に二つの導波路間の低屈折率層の代わりに周期多層膜を置いた結合線路を提案し，この構造の線路では膜厚の調整の精度が大幅に緩和されることを示す。

3. 周期多層膜を用いた結合線路

従来の結合線路の結合層の代わりに周期多層膜を置くとBragg反射を起こす角度で伝搬するモードの電磁界は多層膜中では波の伝搬方向と垂直方向に減衰する。したがって界が十分減衰する程度に周期の数をふやせば平均的な屈折率は高いにもかかわらず周期多層膜を結合層として利用することができる。この様な周期多層膜を用いた構造にすると，前節で述べたm_1の値を従来の結合線路の場合と比べて5～30倍程度大きくすることができ，それだけ$|dL/dD_2|$の値を小さくできる。周期膜の屈折率差を変えた場合の反射係数の絶対値とその位相Φのθ依存性を模式的に図4に示す。ここで，屈折率差が小さくなるほどBragg反射の領域は狭まくなりΦのθに対する

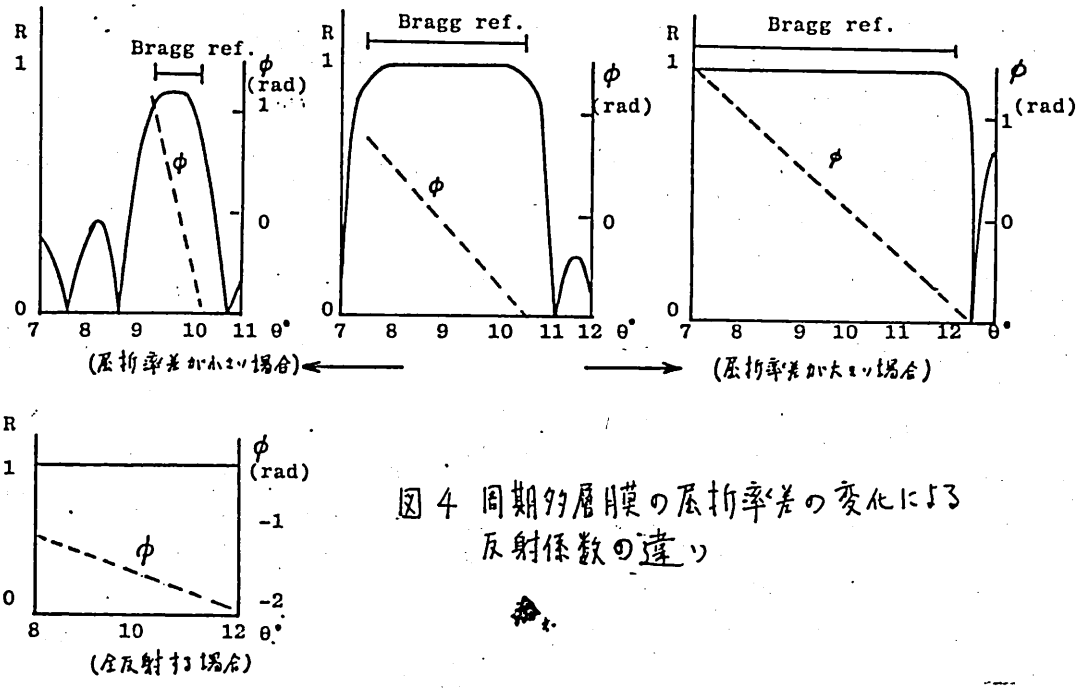


図4 周期多層膜の屈折率差の変化による反射係数の違い

変化は大きくなる。したがって，差が小さい程，$|dL/dD_2|$ の値を小さくできることになる。また図5にはφの計算値を示す。比較のために多層膜でない全反射層の場合についても合わせて示す。また，図中の $|\bar{\Phi}'|$ は平均的な $|d\Phi/d\theta|$ の値である。但しこの計算は，無限周期で行った。

図6には周期多層膜を用いた結合線路の結合長Lの膜厚D_2の位相整合からのずれに対する変化を示す。図2に示した従来の結合線路の場合と比べると $|dL/dD_2|$ の値は1桁以上小さくなりそれだけ製作時におけるD_2の調整は容易なものとなる。

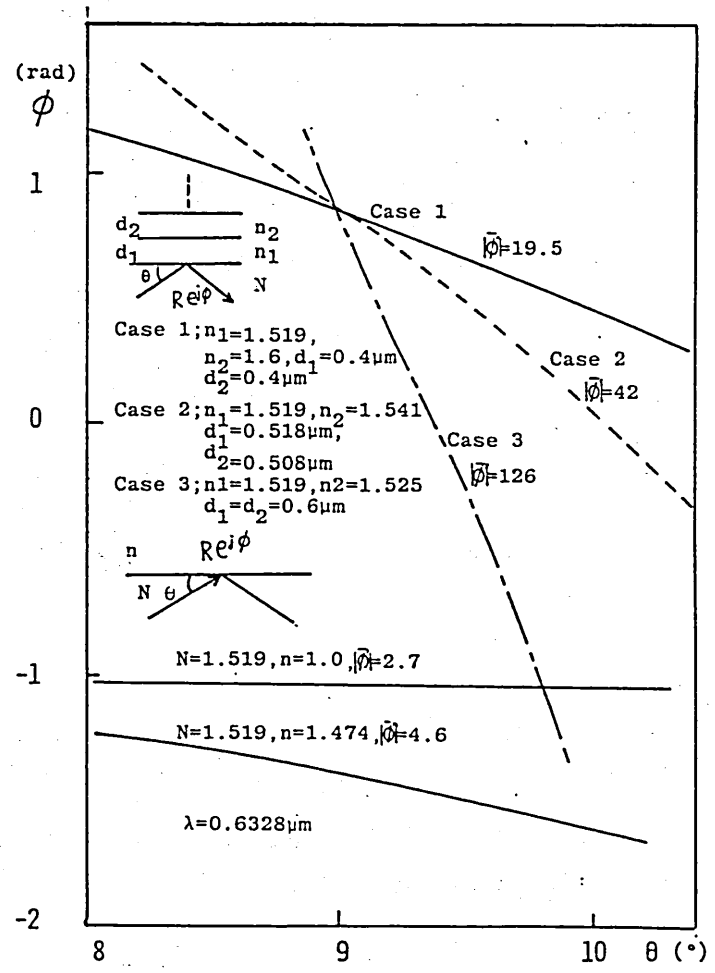


図 5. 種々の構造の φ の θ 依存性

$|\bar{\phi}'|$ は平均的な $|d\phi/d\theta|$

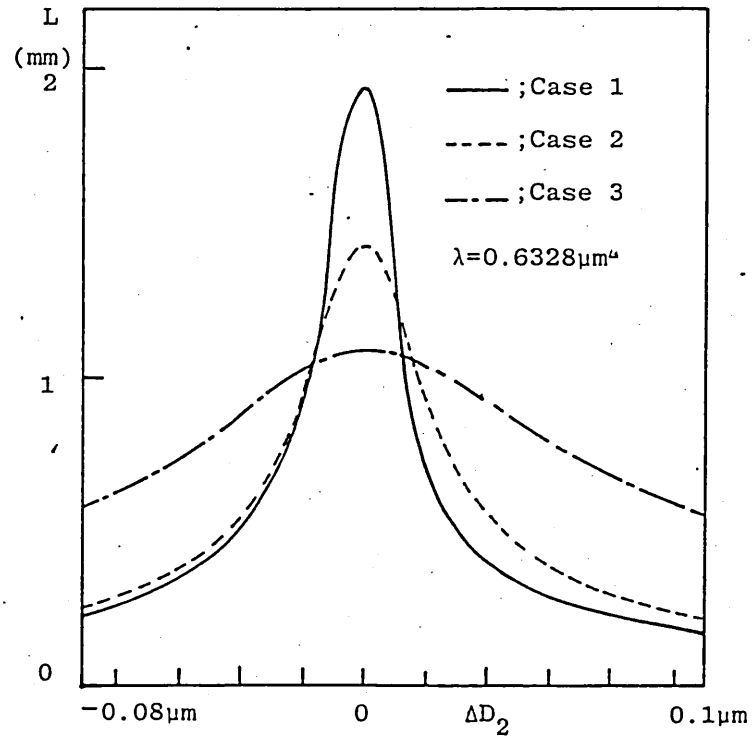


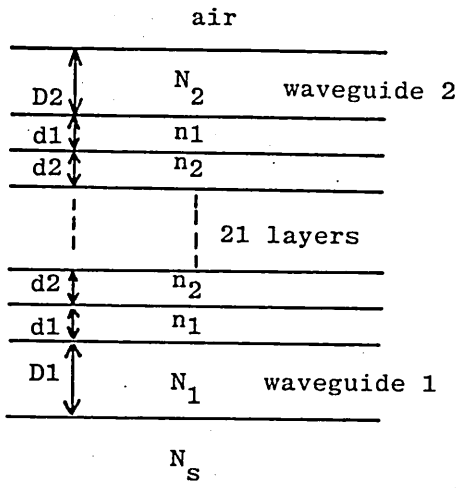
図 6. 周期的誘電膜を用いた結合線路の結合長の導波路膜に対する変化.

4. 周期的層膜を用いた結合線路の製作

この節では実際に周期的層膜を用いた結合線路を試作した結果を述べる。なお実験はすべてTE波を用いて行った。試作結合線路の構造を図7に示す。この構造は図5ではCase 2に対応している。屈折率n_2(=1.519)の石と導波路の石は10cmφ

の石英ターゲット上に5×5cmの#7059ガラスを置いてRFスパッタにより作成した。また，屈折率(n=1.541)の層は#7059ガラスだけをスパッタして作成した。ソフトスパッタはArガス中で行いその圧力は7×10^{-3} Torr，RF-Powerは150Wである。なお導波路1の屈折率と膜厚はM-line法により測定し，多層膜の屈折率は付録に述べた方法によって測定した。

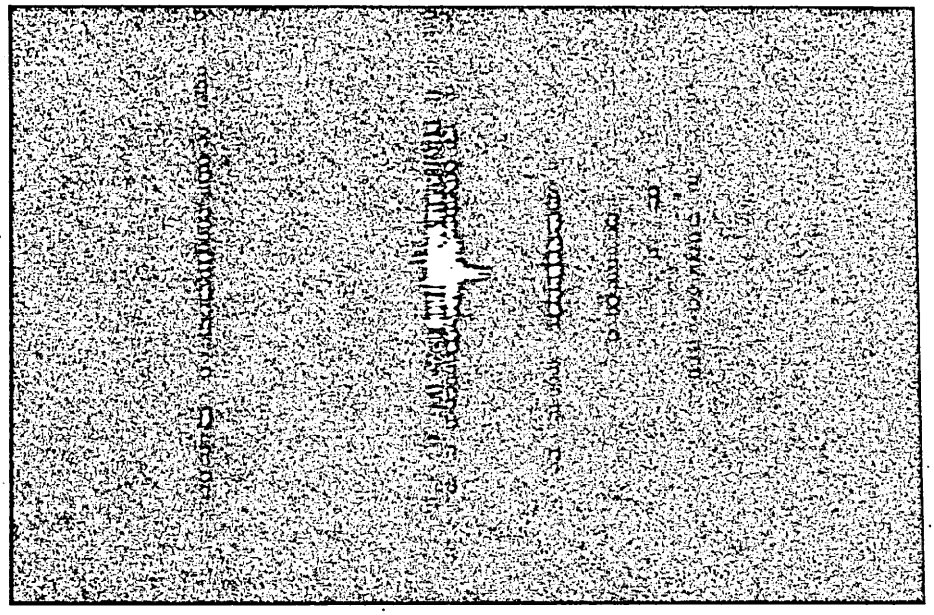
導波路1を作成し，その上に周期多層膜を21層作りその時点でプリズムにより導波モードを励振し，ブラッグ反射を起



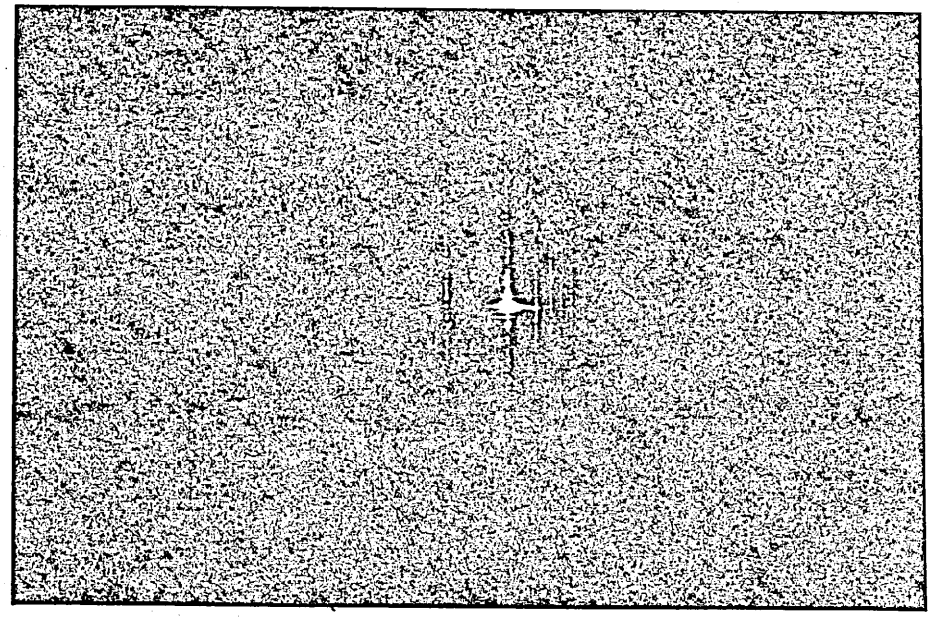
$N1=N2=n2=1.519$, $n1=1.541$, $N_S=1.474$
$d1=0.518\mu m$, $d2=0.508\mu m$

図7 試作多層結合線路

こす領域にモードが存在することを確認した。次に導波路2を作成したが，計算では2.29μm付近の膜厚で位相整合が取れるので，スパッタの膜の精度を考慮して2.25μmにする様に時間を設定した。スパッタの後導波モードを励振し，Bragg反射領域に導波路2を作る前にあったモードの他にもう1つモードが接近して存在するのを確認し，再度3回短時間のスパッタをして二つのモードラインをほぼ一致させた。図8-a, bにモードラインが分離している状態とほぼ一致した状態の写真を示す。モードラインが一致した状態で導波路上に結合によって起こる導波路1と2の間の電力移行のストライプ模様が観察された。この様子を図9に示す。プリズム励振は向かって右から行っている。これにより結合長は約0.7mmであることがわかる。この値を図6(case 2)の計算結果と比べると十分な位相整合が取れたとは見えないが，今回は大まかな調整でどの程度位相整合点に近づけられるかを見るに止めた。また，計算値とのずれの原因としては，多層膜の周期性がみだれて，多層膜中で十分界が減衰しないために結合係数が増加した可能性も考慮する必要があると思われる。

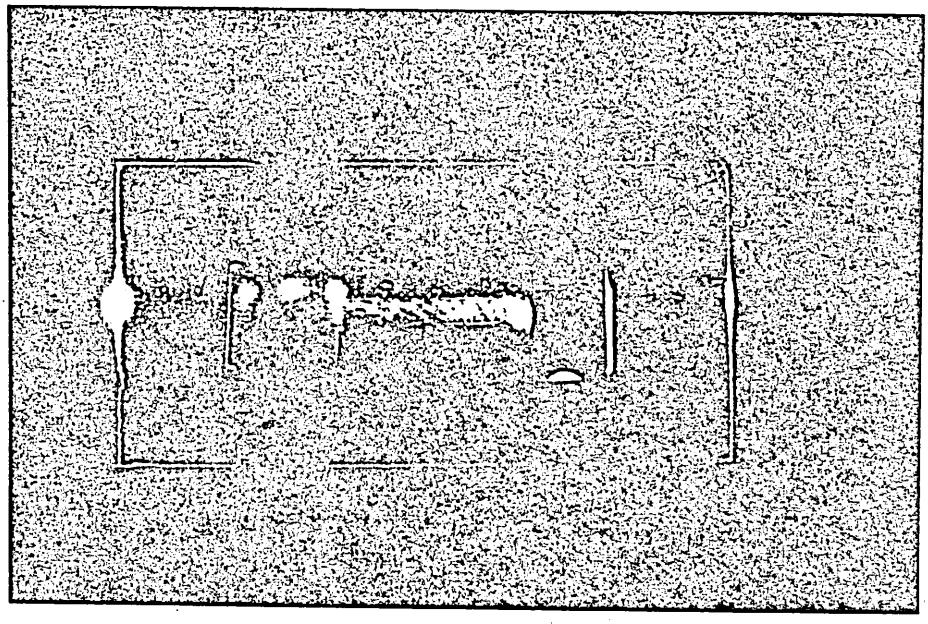


(a)



(b)

図 8 (a) 膜厚調整時 (b) 位相整合点付近



XZ

図9　モード結合によって生じたストライプ模様

5. むすび

以上，結合層に周期多層膜を用いた構造の結合線路を提案し，その特性を検討した。その結果，従来の低屈折率層を用いた結合線路に比べて，結合長の導波路の膜厚に対する変化が小さいことを示した。このことを利用して，多層膜を作るために時間のかかる工程は必要ではあるが，通常のスパッタの膜厚の精度で十分結合線路が製作できることを実際に試作

して確めた。

今後，さらに多層膜の屈折率差の小さいものを製作すれば周期数は増加するけれどもさらに製作しやすいものができると期待される。

文献

(1) 三宅，竹居；"多層構造光方向性結合器の一構成法"，昭51年電通信光・電波部門全大会341.

(2) 布下，中山："積層光方向性結合器を用いた光分波器"，昭53年電通信光・電波部門全大会284.

(3) A. Yariv; "Coupled Mode Theory for Guided-Wave Optics", IEEE, JQE, QE-9, P.919, 1973.

(4) T. Tamir: "Integrated Optics", Springer-Varlag, 1975, P. 20.

(5) P. K. Tien; "Light Waves in Thin Films and Integrated Optics", Appl. Optics, Vol. 10, NO. 11, 1971, P.2395.

(6) K. Kishioka, M. Hashimoto; "Measurement technique for the refractive-index difference between adjacent layers of a multilayered structure", Appl. Optics, Vol. 19, NO. 16, Aug. 15, 1980, P.2693.

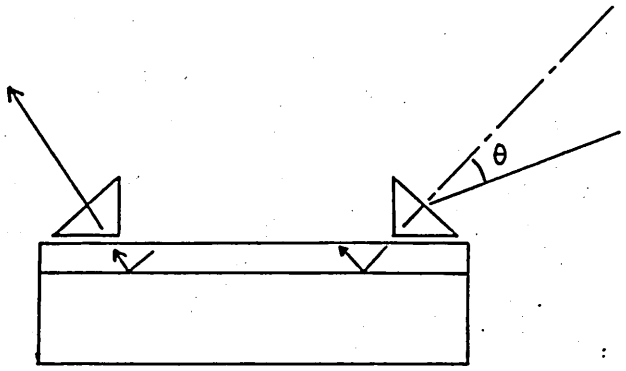
付録

周期多層膜の屈折率差と膜厚の測定について,

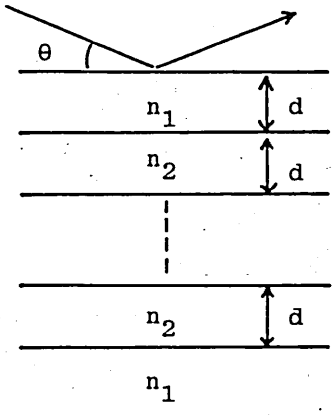
本文3節で,周期層の屈折率差が小さいほど反射係数が位相の入射角依存性が大きくなり膜厚調整に対して有利であることを示した。しかし,屈折率差の測定の面から見ると,2つの屈折率を別に測定し,その差をおめる方法は屈折率差が極めて小さい場合,その誤差が問題となり,正確な値は得られない。そこで,ここでは,このような小さな屈折率差を測定する問題について述べる。

まず,屈折率の測定法としては,図付1に示すようにサブストレート上に測定する材料で導波路を作成し,それにプリズムを用いて,導波モードを励振し,その励振角を測定し,導波モードに対する特性方程式をその励振角が満足する様に屈折率と膜厚を決定するM-line法[5]が広く知られている。しかし,上述のように別に測定した結果から差を取る方法は今回のようなその差が小さい場合には望ましくない。そこで先に筆者らが提案した小さな屈折率差の測定に適した方法[6]を照介し,その概要を述べる。詳細は文献(6)を参照されたい。図付2に示す様に周期多層膜に光を入射させその反射率の入射

角θ依存性に着目し，その零点を測定する。一般にその入射角θが大きい領域にある零点は膜厚のみに依存し，屈折率差には依存しなり。しかし，θが小さい領域にある零点の位置は屈折率差に大きく依存する．この様子を図付3に示す．ここで，θが小さい領域にある零点Bは屈折率差のわずかな違

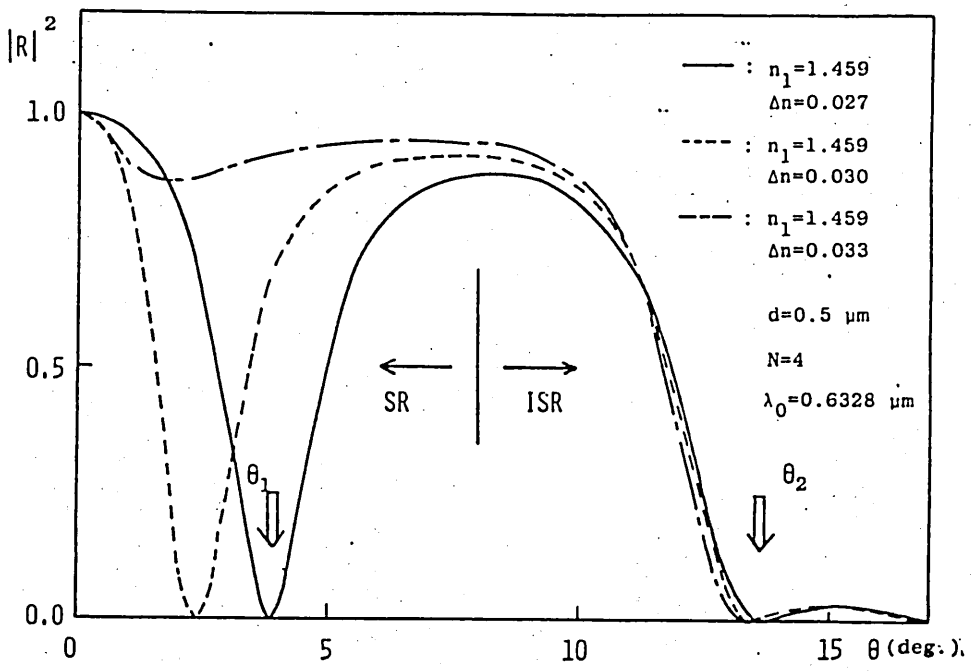


図付1　M-line法による屈折率測定



図付2　周期多層膜を用いた屈折率差の測定

ソで大きく移動するのが見られる。一方，θが大きい領域にある零点θ_2はほとんど変化しない。したがってこれらのことから，θ_2の位置からおよその膜厚を推定でき，θ_1の位置から屈折率差が推定できる。さらに，膜厚と屈折率差の関係を反復利用して交互にその精度を上げて正確な値を決定することができる。この方法は作られた周期膜を直接測定することができる点でも非常に有利である。また，図付3でも明らかな



図付3. 周期多層膜の反射率の入射角依存性

ように，屈折率差のわずかな違いでもメインローブが大きく変化しており，これはBragg反射を起こす領域が変化していることであり，今回の結合線路のモードの伝搬角がこの領域にあることに留意すると，多層膜の屈折率差の正確な測定が不可欠であると考えられる。

輻射科学研究会資料

半導体レーザにおける反射光の抑制

松井　輝仁　　藤田　暁　　布下　正宏

（三菱電機株式会社）

1981年4月24日

半導体レーザにおける反射光の抑制

松井 輝仁　　藤田 暁＊　布下 正宏

三菱電機 中央研究所，通信機製作所＊

1. まえがき

半導体レーザは直接変調が可能で，光ファイバとの結合効率も大きく，大容量，長距離光ファイバ伝送の光源として欠くことのできない重要な素子である。

しかし，半導体レーザは外部からのわずかな戻り光によっても，その発振特性が乱され，伝送品質が低下する。例えば，光ファイバ端面，光学部品からの反射光が，発振波長を長波長側にシフトさせ，シングルモード発振をマルチモード発振に，また発振しきい値の低下あるいは直線性の劣化といった現象を引き起す。特にアナログ変調によるＩＴＶなどの光画像伝送において，この影響が顕著に現われる。

従って，外部からの戻り光を半導体レーザに再結合させないために光アイソレータを使用する必要がある。光アイソレータとしては，非相反素子であるファラデー効果素子を使ったもの[1.2]と，相反素子である４分の１波長板を使ったものがある[3.4]。４分の1波長板を使ったものは厳密な意味での光アイソレータではないが，戻り光防止に対して光アイソレータと同等の効果があることが報告されている。しかし，詳細について充分検討されているとはいえないので，この報告では４分の１波長板を使った光アイソレータについて，その効果を調べたので報告する。

2. ４分の１波長板を使った光アイソレータの構成・原理

４分の１波長板を使った光アイソレータの原理を図１に示す。まず光は偏光子によって特定の直線偏光成分の光が取り出され，次にこの直線偏光の振動方向に対し光軸が４５°の角度を為すように置かれた4分の１波長板を通せば直線偏光は円偏光に変換される。そして反射鏡によって反射された光は再び４分の１波長板を通り直線偏光に変換される。しかし，入射側の直線偏光の振動方向に対し，反射光の偏光方向は垂直となり，偏光子を通過することができないので，反射光による戻り光を阻止することができる。反射鏡のかわりに光ファイバ端面を配置すれば，光ファイバ端面からの反射光は光源側には戻らない。

通常の無偏光な光に対しては，偏光子によって原理的に３ｄＢの挿入損失を生じるが，

幸いにも半導体レーザの発光は特定の直線偏光（ＴＥ波）で発振しているため，その偏光方向に合わせて配置された偏光子による損失は充分小さい。

以上の原理を応用して，半導体レーザ用の小型で低損失の光アイソレータを構成することができる。

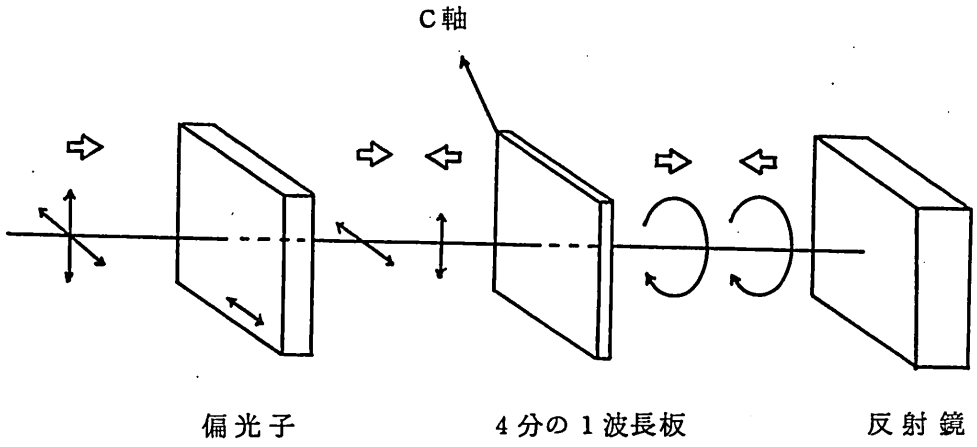


図1.　4分の1波長板を使った
光アイソレータの動作原理

3. 実　　験

4分の1波長板と偏光子を使った光アイソレータによる反射光抑制の確認およびその効果を評価するための実験を行った。

図2で示す構成によって，戻り光による半導体レーザの電流－光出力特性の変化，縦モードスペクトルの変化を測定した。半導体レーザは，GaAℓAsのＴＪＳ（Transverse Junction Stripe）型レーザで波長は0.85 μmのものを使用した。

反射鏡を，半導体レーザの出力光が対物レンズ（２０倍）によって結像される位置に置き，その間に偏光子としてのローションプリズムおよび4分の1波長板を配置し，半導体レーザの後方出力をパワーメータあるいは分光器に導き，その光出力と縦モードスペクトルを測定した。

図3は半導体レーザと外部反射鏡が結像関係になるようにレンズの位置を調整し，反射鏡の反射率Ｒを変えた場合の後方光出力をモニタしたもので，反射鏡の反射率は0.93，0.69と0.27である。反射率が大きい程すなわち反射再結合光量の多い程，発振しきい値の低下が著しく，またその結果として光出力が増大する。さらに，半導体レーザの電流

ー光出力特性に反射光による特有の折れ曲り（キンク）が生じているのが認められる。

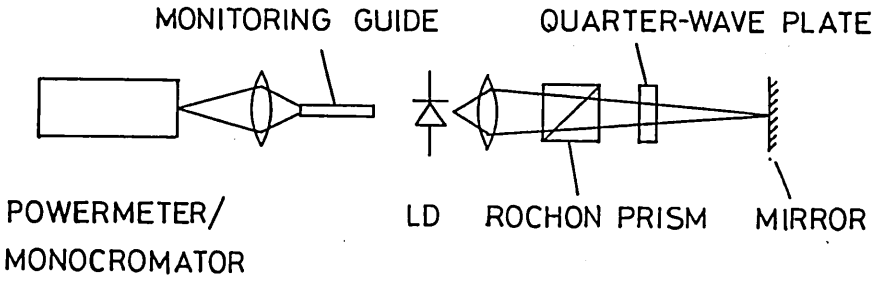


図 2.　光 学 実 験 構 成

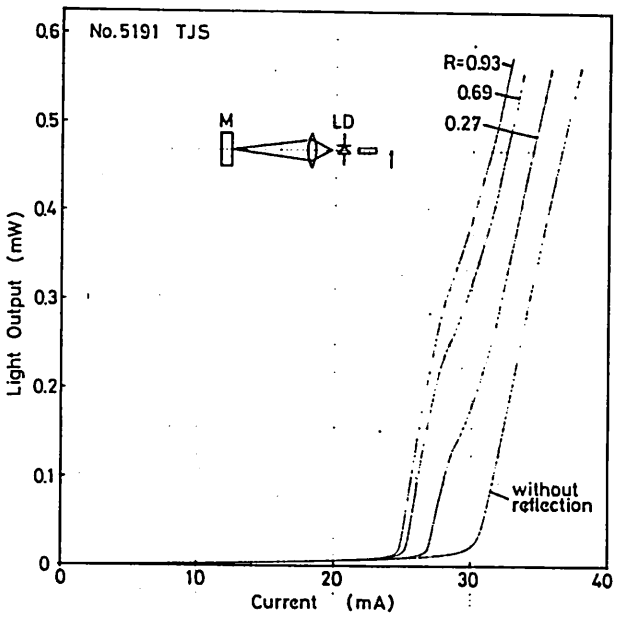


図 3.　反射鏡による戻り光のある場合の
電流ー光出力特性

図 4 は反射率 0.9 3 の反射鏡を使って 4 分の 1 波長板と偏光子による反射光抑制の効果を測定したものである。

半導体レーザのＴＥ波が偏光子としてのローションプリズムの常光線（Ｏｒｄｉｎａｒｙ ｒａｙ）に対応するように相対的角度を調整し，4 分の 1 波長板の光軸をこの常光線に対

し，平行（ // ） あるいは４５度にした場合の後方光出力を測定したものである。４分の１波長板の光軸を偏光方向に対して４５度にした場合，戻り光の無い場合の電流－光出力特性に非常に近くなり，反射光の影響が大幅に改善される。これに対し，４分の１波長板の光軸を偏光方向に平行にした場合は偏光変換が行われず，反射光の影響が最大になり，図３とほぼ同じ値になる。４分の１波長板の光軸を４５度にした場合と戻り光の無い場合の電流－光出力特性が一致しないのは，半導体レーザの波長が４分の１波長板の波長と正確に合っていない為と考えられる。

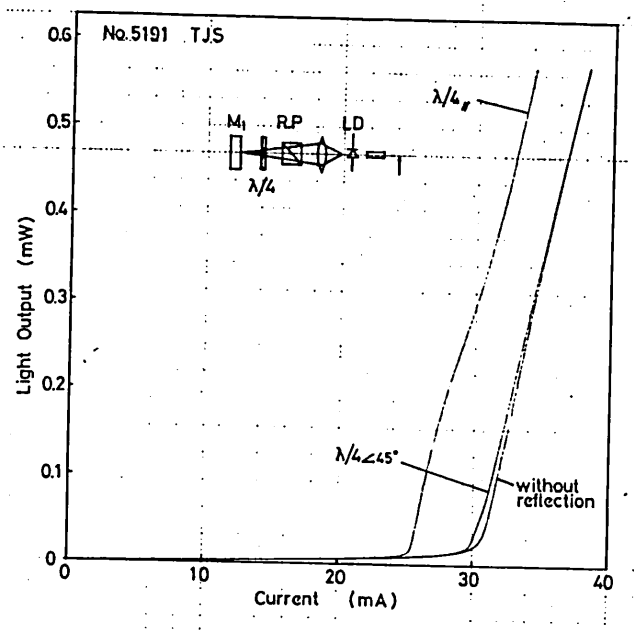
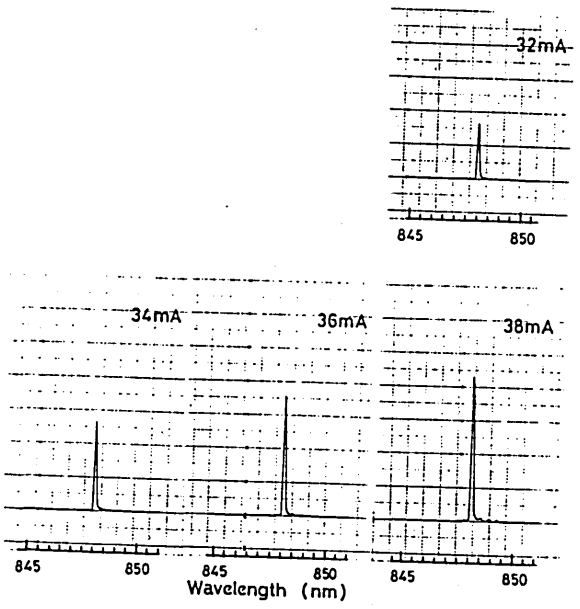
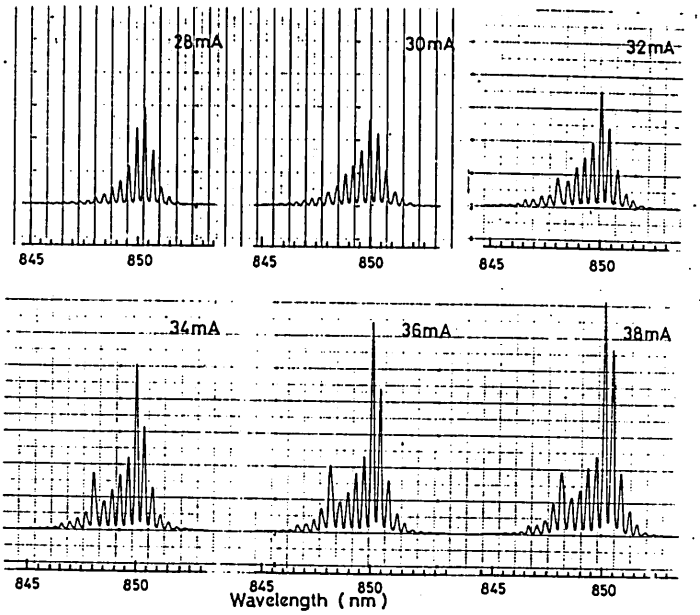


図 4.　偏光子と４分の１波長板を挿入した場合の
電流－光出力特性

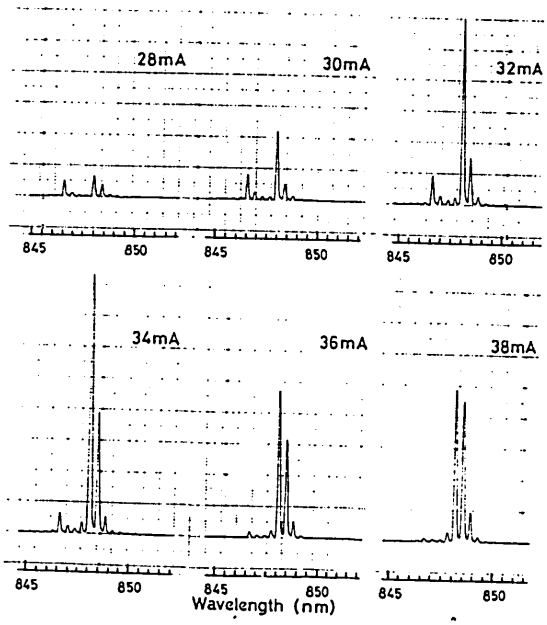
図５は半導体レーザの縦モード（発振スペクトル）を測定したものである。(a)は外部からの戻り光の無い場合のスペクトルであるが，発振しきい値以上の電流に対して，電流の大小に依らず単一モードで発振している。これに対し(b)は反射率 0.９３の反射鏡を使用し，反射光を半導体レーザに結合させた場合を示す。縦モードは単一モード発振から多モード発振に変化し，モード競合が観測される。また，キンク点より大きい電流では特定の数本のスペクトルにパワーが集中していく傾向が認められる。さらにピーク波長は戻り光の無い場合に比べて長波長側にシフトしている。これらの現象は反射鏡の反射率を変えても同じような傾向を示す。(c)は半導体レーザと反射鏡の間に偏光子（ローションプリズム）と４分の１波長板を挿入した場合の縦モードであるが，縦モードの本数が大幅に少くなり，



(a) 戻り光の無い場合



(b) 反射鏡による戻り光のある場合



(c) 偏光子と 4 分の 1 波長板を挿入して反射光を抑制した場合

図 5. 縦モードスペクトル

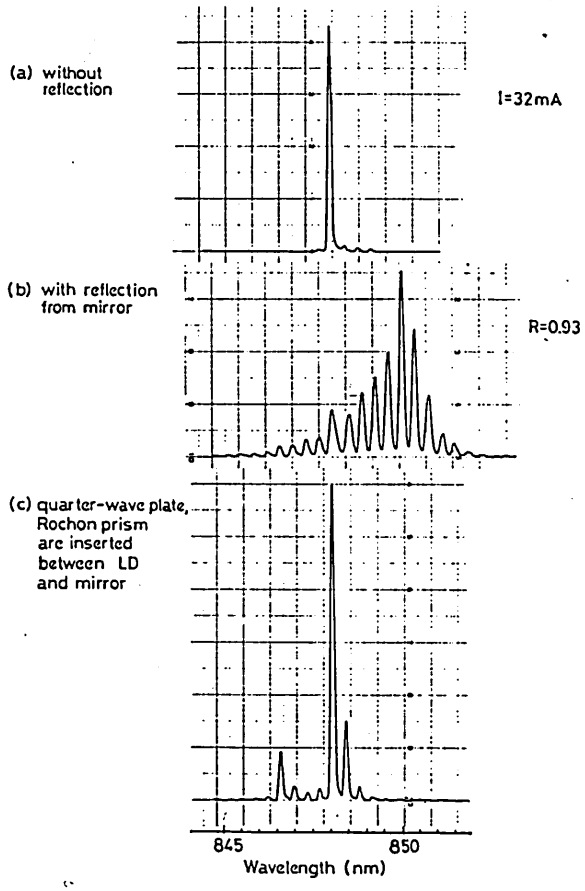


図 6. 縦モードスペクトルの比較
I = 3 2 mA

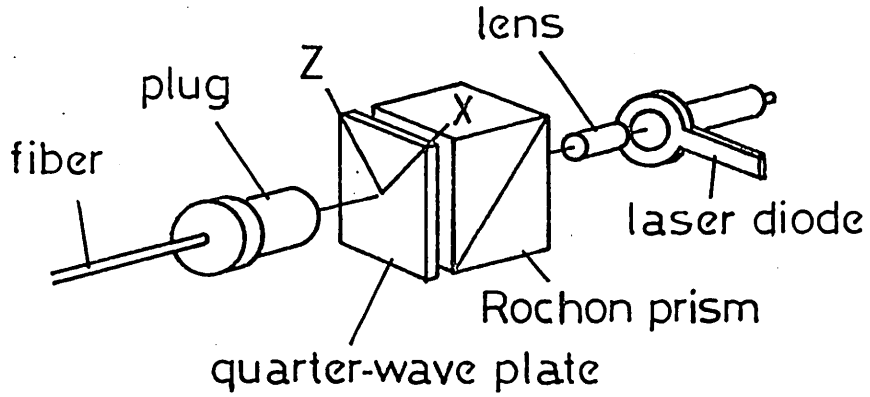


図 7.　偏光子と 4 分の 1 波長板を内蔵した
半導体レーザモジュールの構成

戻り光の無い状態に似ていることがわかる。特に低い電流では 1 本の優勢モードのみが発振し，高い電流でも 2 本のモードが認められるのみであり，反射光による縦モードの乱れは大幅に改善されている。

図 6 は電流を 3 2 mA に設定した場合の(a)戻り光のない場合，(b)反射鏡からの反射光のある場合，(c)偏光子と 4 分の 1 波長板を挿入して反射光を抑制した場合の各々縦モードスペクトルを比較したもので，反射光を抑制した場合の発振波長も戻り光の無い場合に非常によく似ている。

次に長波長（波長 1.3 μm）の InGaAsP／InP－B.C（Buried Crescent）半導体レーザ[5] を使って，偏光子と 4 分の 1 波長板を内蔵した半導体レーザモジュールを製作し（図 7 ），そのモジュールを光ファイバと結合させたときの反射光の影響について調べた結果について述べる。

図 8 は短波長レーザと同様，外部反射鏡を置きレンズで結像関係にさせた場合に測定した長波長半導体レーザの電流－光出力特性である。戻り光のない場合にはその直線性は良好であるが，反射鏡からの戻り光のある場合にはしきい値が低下し，直線性も劣化する。また，縦モードも単一モードから多モードに変化することが確認された。偏光子（ローションプリズム）と 4 分の 1 波長板を挿入すると戻り光のない状態とほぼ同様となり，反射光が抑制されていることがわかる。

この半導体レーザモジュールに光ファイバを接続し，その他端の光出力から，アナログベースバンドの画像伝送の品質を表わす微分利得（Differential Gain, DG），

微分位相（Differential Phase，DP），ノイズレベルを測定し，この光アイソレータによる改善効果を示す。光ファイバはコア径５０μm，ＮＡ0.2，長さ２０mのＧＩタイプを使用した。

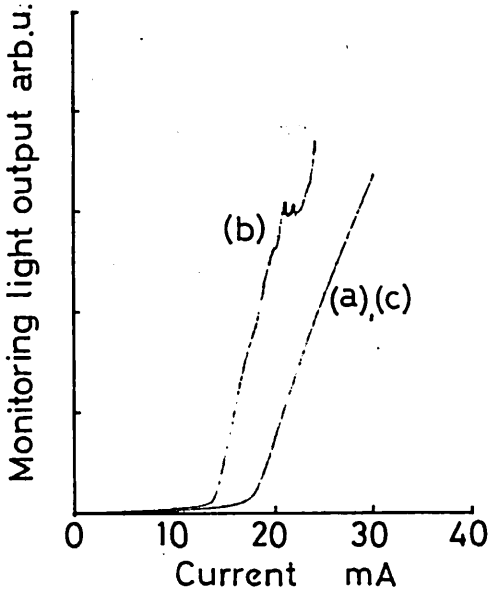


図8.　長波長レーザにおける電流－光出力特性（例）
(a)　戻り光の無い場合
(b)　反射鏡による戻り光のある場合
(c)　偏光子と４分の１波長板を挿入して反射鏡を抑制した場合

図９は半導体レーザの駆動電流と２０mの光ファイバを通した出力端で観測したノイズレベルの変動を測定したものである。(c)は光ファイバを接続しないでレーザ光を直接光検出器で受けた場合のノイズレベル，(b)は偏光子と４分の１波長板を内蔵している場合に光ファイバを接続した場合，(a)は偏光子と４分の１波長板を挿入せずに光ファイバを接続した場合の各々のノイズレベルを示したもので，偏光子と４分の１波長板の挿入によってノイズレベルは約６ｄＢ改善される。

図１０はバイアス電流とＤＧの関係を測定したものである。バイアス電流には１０ｍＡｐ－ｐのテレビ試験波形が重畳されている。光ファイバのみを接続した(a)の場合にはバイアス電流５０ｍＡ以上でＤＧが３０％を越えてしまうのに対し，偏光子と４分の１波長板を挿入して光ファイバを接続した(b)の場合ではＤＧを８％以下に抑えることができ，直接

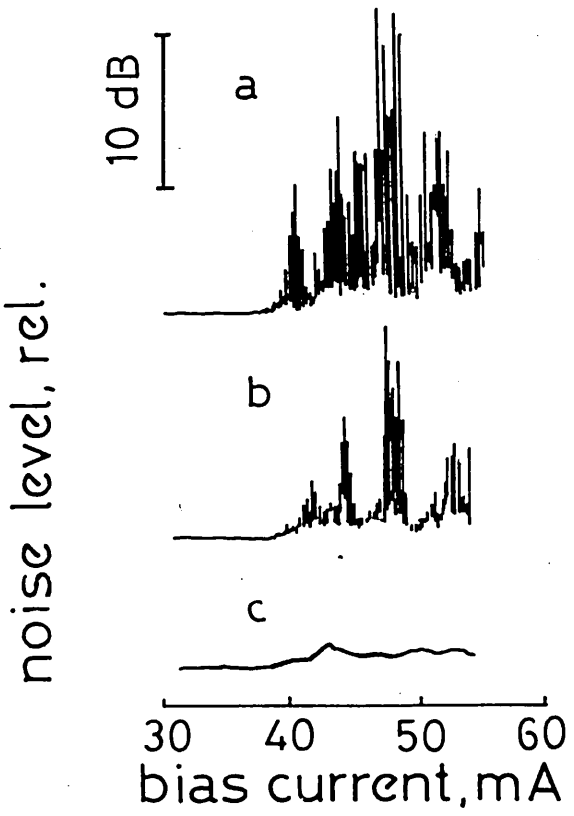
半導体レーザ光を検出器で測定した場合(c)のＤＧとほぼ同程度にまで大きく改善されている。

光ファイバを使ってその遠端からの反射光を半導体レーザに再結合させると，光ファイバ内往復伝搬時間に逆比例した周波数を基本周波数ｆとする。

$$f = c / 2nL$$

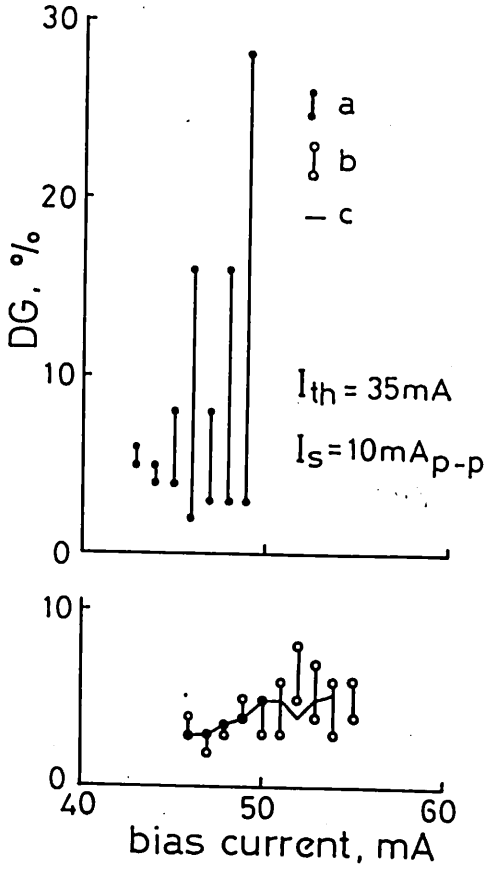
で表わされる光出力のゆらぎが生じる[6]。ここで，Ｃは光速，ｎは屈折率，Ｌは光ファイバの長さを示す。今回使用した光ファイバの長さは２０mであり，従って５ＭＨｚを基本周波数とする光出力のゆらぎが観測された。図９のノイズレベルの変動はこのゆらぎのピークがみられる５ＭＨｚの周波数での測定値である。また，図９，図１０の実験においては光ファイバに振動を与え，悪い条件下で測定を行った。

ＤＰに関しては，光ファイバの接続の有無や，偏光子と４分の１波長板の挿入の有無にかかわらず，いずれの場合においても2° 以下で特に反射光による影響は認められない。



(a) 戻り光の無い場合
(b) 反射鏡による戻り光のある場合
(c) 偏光子と４分の１波長板を挿入して反射光を抑制した場合

図 9. 駆動電流とノイズ



(a) 戻り光の無い場合

(b) 反射鏡による戻り光のある場合

(c) 偏光子と4分の1波長板を挿入して反射光を抑制した場合

図10. バイアス電流とDG

3. あとがき

半導体レーザに外部反射媒体からの反射光を結合させると，発振しきい値の低下，電流－光出力特性の直線性の劣化，光ノイズの増加，多モード発振等の半導体レーザ発振状態の変化を引き起こす。この変化は半導体レーザの構造，外部反射体の位置等種々の条件によって異る。

半導体レーザを光ファイバ通信の光源として使用する場合に，この現象は，はなはだ都合が悪く，光アイソレータを使用する必要がある。

今回，我々は非相反素子を用いないで偏光子と4分の1波長板を使った簡易型光アイソレータを試作し，光アイソレータとしての性能を調べた。その結果，この光アイソレータによって反射光を充分抑制することができ，電流－光出力特性，光ノイズ，DGを大幅に改善できることが確認された。

しかし，半導体レーザの光アイソレータとして，この偏光子と4分の1波長板による方法を使用するには解決しなければならない問題が残されている。それは，光ファイバの入

射端からの反射光は充分抑制されるが，光ファイバの遠端反射の影響を完全に除去できないことである。これは現在一般に使用されている光ファイバでは伝搬光の偏光が保存されないため，他端で反射された偏光の乱れた戻り光に対してはこの光アイソレータでは充分に抑制できない。

この問題は，偏光を利用した光ファイバ計測に必要とされている光の偏波方向も保存される光ファイバ，即ち定偏波光ファイバの開発によって解決されるものと考えられる。

参考文献

1. H．Iwamura，S．Hayashi and H．Iwasaki，"A compact optical isolator using a $Y_3Fe_5O_{12}$ crystal for near infra-red radiation"，Opt．Quantum Electron．，10，393(1978)
2. 関，植木，"光ファイバ通信用0.8μm帯光アイソレータ"，信学技報OQE78−35(1978)
3. H．Kuwahara，"Optical isolator for semiconductor lasers"，Appl．Opt．，19，319(1980)
4. 松井，布下，浜中，"半導体レーザにおける反射光の抑制"，第27回応物連合予稿3p−G−9(1980)
5. T．Murotani，E．Oomura，H．Higuchi，H．Namizaki，and W．Susaki，"InGaAsP／InP buried crescent laser emitting at 1.3μm with Very low threshold current"，Electron．Lett．，16，566(1980)
6. 生島，前田，長野，田中，"光ファイバを介した半導体レーザの自己結合現象"，53年信学総合全大801

輻射科学研究会資料

直流磁界印加グロー放電による光・マイクロ波同時検波

上田洋征　宮脇沢美　飯田幸雄　森田正信
(中部工業大学　工学部)　(関西大学　工学部)

昭和五十六年七月三日

於中央電気クラブ

1．まえがき

光電面を特に持たないグロー放電により電磁波の検波可能領域がマイクロ波から光波に渡ることがN．S．Kopeikaら[1]により報告されている。光波での検波において、次の様な特徴を持っている。応答可能な光の照射位置が広い、微弱から高出力レーザ光に対し受信可能、周囲温度の影響が少なく、使用が簡単、高密度γ線の存在中においても使用が可能、以上のことが十分生かせれば、光伝送の特定の部門での応用が可能と思われる。本論文では構造を大阪管型（PIG型）とし、光検波のため構造は出来るだけ単純なものとし、等価的には円筒型に属するものを使用している。プラズマ発生中では、特に磁界印加のとき、の型の管は低周波の大きい雑音や、マイクロ波の雑音を発生し、また、種々の電磁波の発振が観測される。したがって光検波において不安定要素になる。マイクロ波を同時に検波すると、注入同期効果が働き、光波検波の立場からは、安定化と雑音低減の役目をするように思える。以上の諸特性について報告する。

2．DISCHARGE TUBEの構造

光検波を目的としているため、シンプルで、放電が安定に得られる円筒型の非分割大阪管構造（PIG型）とする（図1）。陰極（集電極）Kは冷陰極であり、光電物質、二次電子物質は特に用いていない。

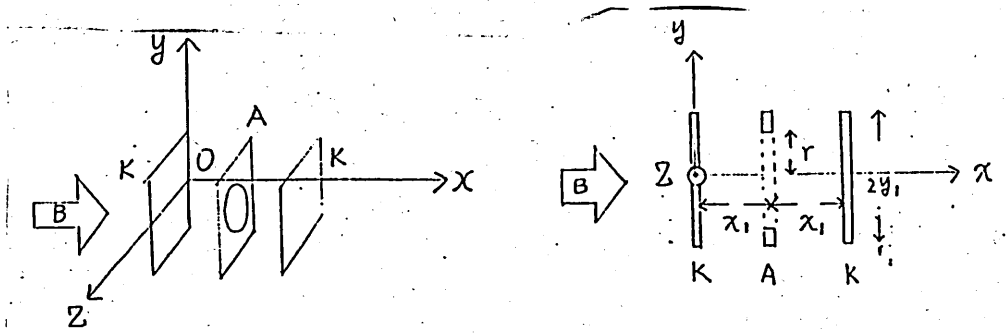


図1 電極構造

封入ガスはNe、又はNe、Arの混合ガスを用い、その圧力は陰極周辺に安定な負グローが得られる 7～8 Torr (9×10^{2}～10^{3} Pa) 以上とした。

3．実験装置

光源はHe－Neレーザ (6328Å) を用い、変調器は$LiTaO_3$ くし形光変調器で消光比5／100以下、変調周波数はDCから400MHzまで動作可能なものを用いて、光IM波を得て、放電管に入射する。光伝送は低周波のパルス波又は正弦波での光IM波と、低周波パルス振幅変調マイクロ波による光IM波を用いる。マイクロ波を同時に検波するときは、陰極K、陽極A との間に共振回路をもうけ、AM、FM、CWのマイクロ波を入射する (図2)。

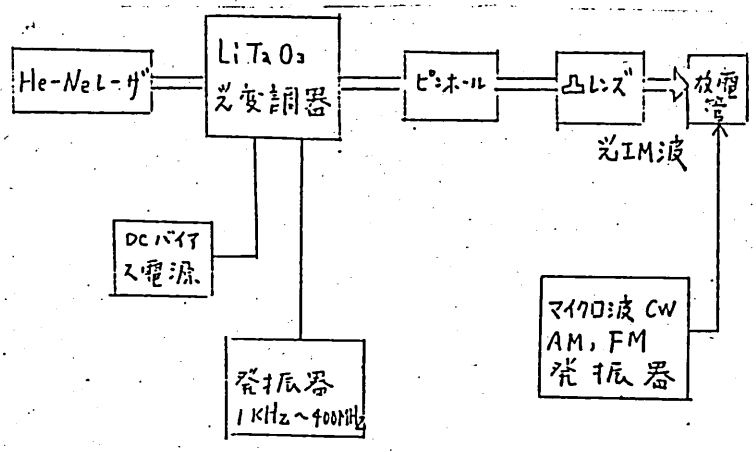


図2. 実験装置

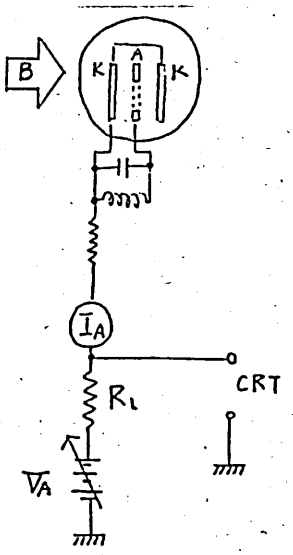


図3. 検波回路

検波回路は図3に示す様に、陽極に接続した負荷R (100kΩ～1MΩ) の両端の出力をCRTで測定し、発振特性はスペクトル アナライザで観測する。

4．基本特性

光電面を持たない、微弱電離冷陰極放電管の一種であるから、光による反応は単純な光電効果で説明出来ない。レーザ電界は微弱であるため、多光子吸収による気体破壊でなく、直流電界による微弱電離中への小信号レーザ電界の注入による気体破壊が初期動作に関係する。[2)]

大阪管構造（PIG型）は磁界も印加しているから低圧ガス圧力でも電離が容易である。しかし光波検波の目的のため、高圧力のガスを封入するので、電界のみで電離し、磁界を必要としない。磁界の作用は放電モード、検波感度、雑音、電磁波発生に影響を与える。

光波検波可能な放電領域は(1)前期グロー（負性抵抗領域）、(2)正期グロー、(3)異常グローである。(1)(2)は陰極前面付近に負グローが発生し、(3)では陰極の表裏全面に広がる。いずれの場合も陽光柱は存在しない。これらの状態にするため陰極陽極間寸法は3mm以内が適当の様である。

レーザ光電界による電離は高周波破壊理論を光領域まで拡張して説明される[4]これより単位時間当りの電子の電離回数ν_iが求められる。

レーザ光電界を

$$E_L = E_0 \exp(j\omega t) \tag{1}$$

とし（ここでωはレーザ光の角周波数）、Langevinの式

$$m(\dot{V} + \nu_m V) = -eE_0 \exp(j\omega t) \tag{2}$$

より、単位時間に電子がレーザ光電界よりもらう平均エネルギーは

$$\left(\frac{d\varepsilon}{dt}\right)_{E_L} = \frac{e^2E_0^2}{m}\left\{\nu_m/(\nu_m^2+\omega^2)\right\} \tag{3}$$

となる。ここでν_mは原子との衝突周波数である。一方、電子が原子との衝突で単位時間に失う平均エネルギーは、

$$\left(\frac{d\varepsilon}{dt}\right)_L = \sum_K \nu_K \Delta\varepsilon_K \tag{4}$$

で与えられるから、原子の電離エネルギーをeV_iとすると、ν_iは、

$$\nu_i = \left[\frac{e^2E_0^2}{m}\left\{\nu_m/(\nu_m^2+\omega^2)\right\} - \sum_K \nu_K \Delta\varepsilon_K\right]/eV_i \tag{5}$$

となる。

5．検波特性

5・1電界のみ又は電界と低磁界印加のとき

特性例を図4（a）に示す。高圧力放電モードに属するため、低磁界の影響はほとんど受けない。前期グローから正期グローにかけての検波波形の例を図4(b)

に示す。レーザ光電界により電離又は励起された電子が、カスケード過程[3]により増倍された光IM波の周期に応じ電子が陽極に達し、検波される。

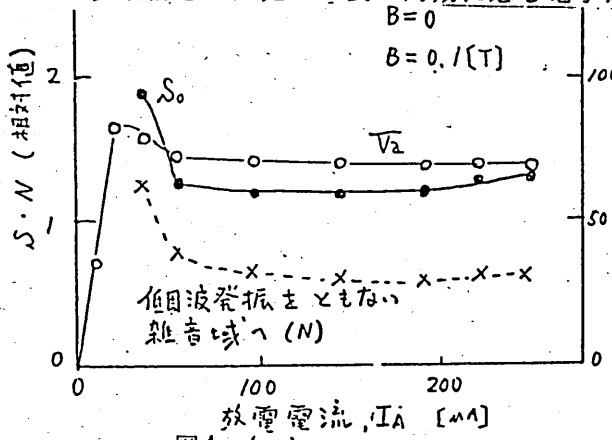


図4 (a)

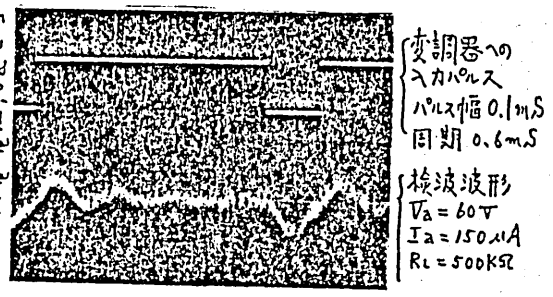


図4 (b)

5・2電界と高磁界印加のとき

正規グローの状態で磁界を印加して、放電電流が減少し、放電電圧が増大する強さの磁界になる領域（負性抵抗の領域）付近で検波感度Soがよくなり、それ以上の磁界になるとSoは減少し同時に低周波発振をともない雑音域となる。Neの衝突周波数f_mは

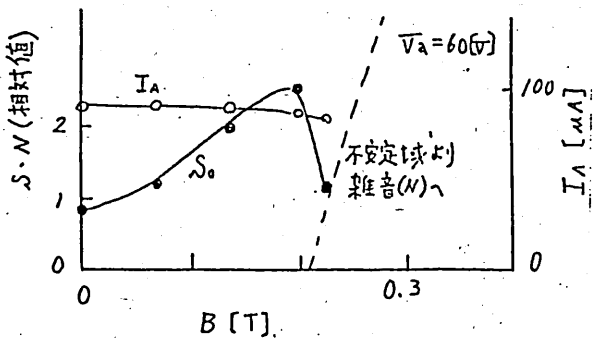


図5

$$f_m = \nu_m / 2\pi = 5.3 \times 10^6 \ P \ [Hz] \qquad (6)$$

P：圧力 [Pa]

で与えられ、電子のサイクロトロン周波数f_{ce}は、

$$f_{ce} = \frac{1}{2\pi}\frac{eB}{m} = 2.8 \times 10^{10} \ B \ [Hz] \qquad (7)$$

B：磁束密度 [T]

で与えられる。ガス圧力は7～8 Torr ($9\times10^2 \sim 10^3$ Pa)で光波の検波出力が極大となる磁束密度Bは0.2Tであるから、

$$f_m \approx f_{ce} \qquad (8)$$

となり、効率の良いカスケード電離過程が形成され感度が極大となる。レーザ光の変調周波数（２０～４００ＭＨｚ）に対し、この位置は変わらないことからも推定される。この磁束密度を境にして、より高い値の領域になると、単純な二極放電から複雑な放電域に入る。すなわち図6に示す様に、原子との衝突の間で、電子の旋回、周回運動が可能となり、[4] マイクロ波の発振、複雑な磁界印加プラズマからの雑音発生をみる。

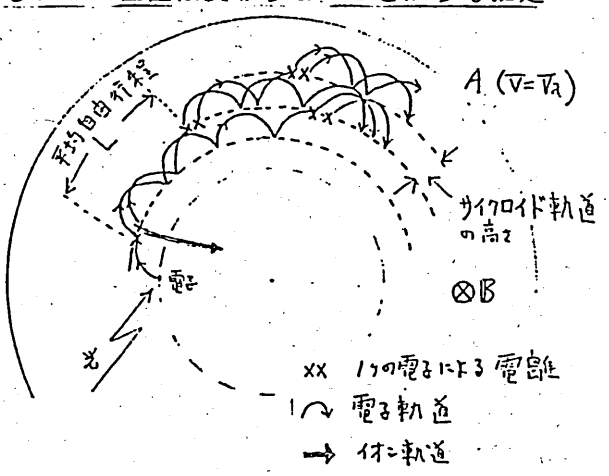


図6．衝突電離の基本

陽極半径r、陽極電圧Voとすると電子の周回周波数f_rは、

$$f_r = \omega_r/2\pi = \frac{1}{2\pi}\frac{2V_0}{Br^2} \qquad (9)$$

又、大阪管構造では、X軸をとりまくようにイオンが集まり、そのまわりを電子雲がとりまくような形を取るため、半径方向の単振動（プラズマ振動）が考えられ、その振動周波数をf_pとすると、

$$f_p = \omega_p/2\pi = \frac{1}{2\pi}(4eV_0/mr^2) \qquad (10)$$

で与えられる。したがってf_r, f_p, f_{ce}の間には、次式が成立する[4]。

$$f_p^2 = 2 f_r f_{ce} \qquad (11)$$

大阪管のX方向の電子の振動周波数は

$$f_e = \omega_e/2\pi = \frac{1}{2\pi}\left(\frac{e}{m}\frac{2V_0}{x_1^2}\right)^{1/2} \qquad (12)$$

で与えられ、衝突周波数は(8)で与えられるから本研究の管では、

$$f_e \ll f_m \qquad (13)$$

となる。よってＬａｎｇｅｖｉｎの式を解くと

$$x = Ae^{\lambda_1 t} + Be^{\lambda_2 t} \qquad (14)$$

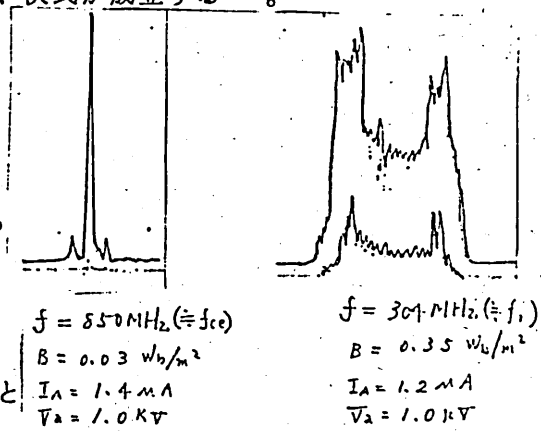


図7．10^{-3}Torrにおける発振スペクトル

ここで、

$$\lambda_1 = -\hat{\nu}_m + \sqrt{\hat{\nu}_m^2 - \omega_e^2}$$
$$\lambda_2 = -\hat{\nu}_m - \sqrt{\hat{\nu}_m^2 - \omega_e^2}$$
$$\hat{\nu}_m \equiv \nu_m / 2$$

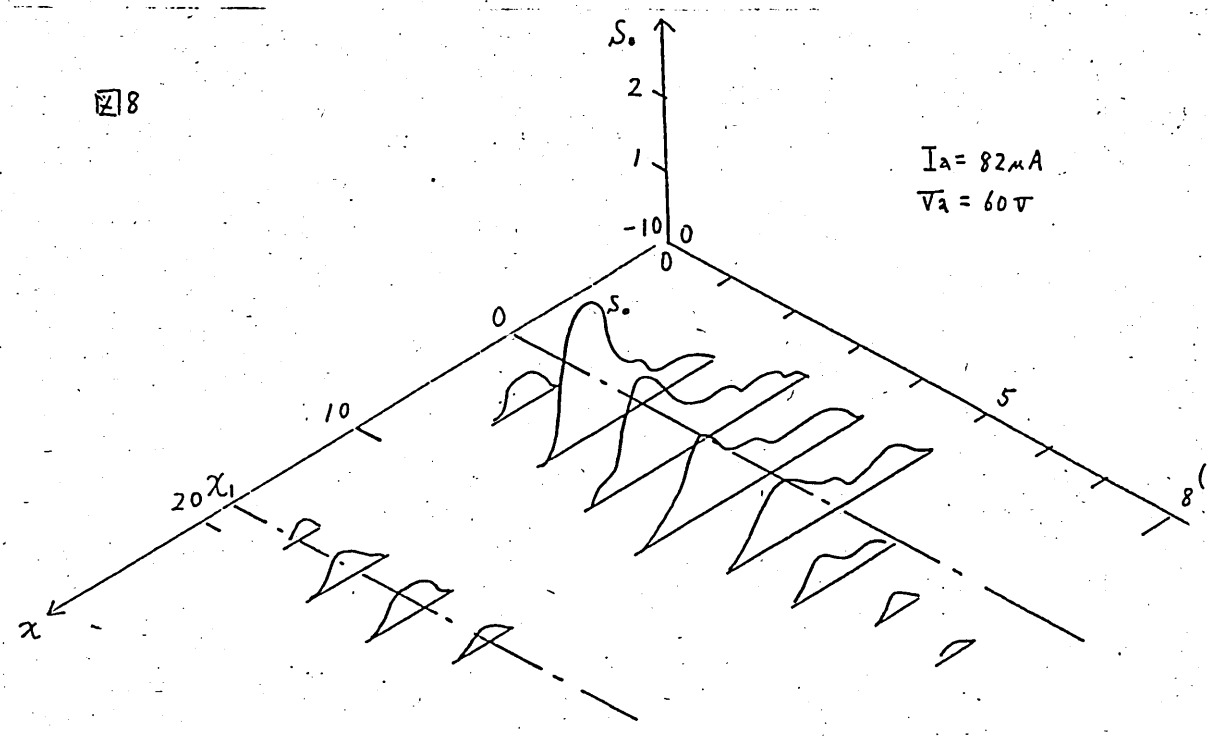
ν_mは衝突角周波数

となり、χ は時間tと共に減少し、電子は振動しない。図7にこの管の発振スペクトル（低ガス圧力の場合）を示す。雑音の多いスペクトルとなる。

5・3 光の照射位置

管をXYZ微調移動装置にセットし、レーザ光はXY面に垂直になるように照射しY方向位置をパラメータとし、X方向の感度分布を調べた（図8）。感度の極大値は陰極表面（陽極側）と陽極表面で得られるが、陰極表面がはるかに感度が良い。それぞれ負グローと陽極グローの分布と一致している。陽極陰極間の反応のない所は、発光は認められない。

図8

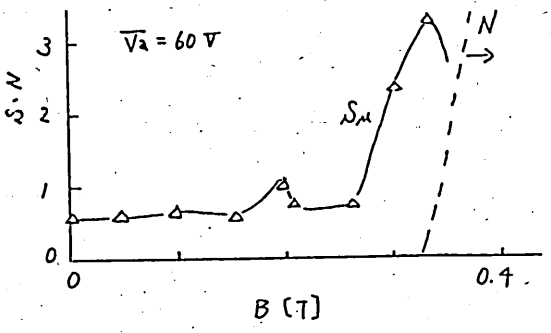


5・4　光・マイクロ波同時検波

マイクロ波（2. 3GHz、0dBm）を図5に示した光検波のときと同じ放電条件で検波すると図9に示すような結果となる。

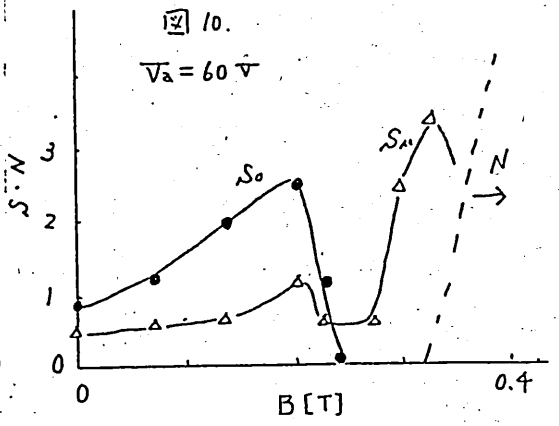
最初の極大点は光検波のときと同じ磁界位置にある。これは5．2の項で述べたと同じ理由による。20 MHzから2.3 GHzまでの周波数に対して検波したがこの位置は変化しない。また管内のガス圧力を高くすると、感度が極大となる磁束密度も高くなり(8)式の関係が成立する。

図9



次に、光IM波とマイクロ波（2. 3 GHz、0dBm）を同時に検波すると図10に示す結果を得た。マイクロ波に対する特性には変化はないが、光の検波領域が拡張され不安定要素が除去され、雑音が低減される。これはマイクロ波注入同期効果と考えた。雑音低減特性は後に述べる。

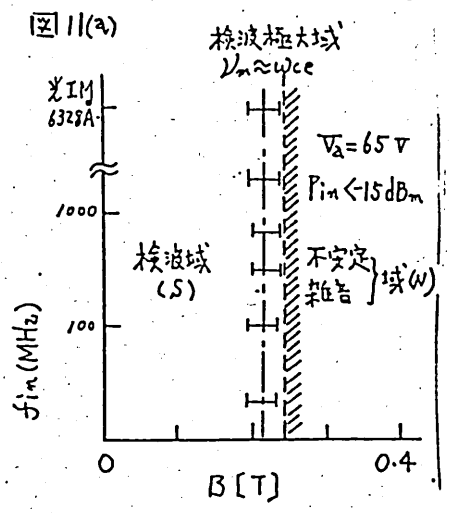
図10.

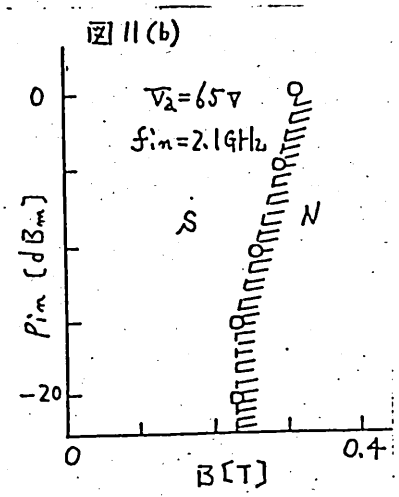


磁界特性において、電子のサイクロトロン角周波数ω_{ce}と電子の衝突角周波数ν_mとが$\omega_{ce} \approx \nu_m$となる磁束密度で光、マイクロ波の両方に対して検波感度が極大となるが光および注入マイクロ波周波数f_{in}の注入電力P_{in}がおよそ−15dBm以下のマイクロ波では、この磁束密度以上になると不安定性、雑音が増大する（図11a）。

P_{in}が−10dBm以下のマイクロ波を注入すると、光検波の動作磁界領域が広くなると同時に、安定化および雑音低減となる（図11b）。これはマイクロ波と電子の同期効果のためと思われる。これにもとずき次の様な実験をした。

まず管内のガス圧力を低圧力 (10^{-3}Torr) (1.3×10^{-1}Pa) の状態にし、冷陰極放電での発振特性が f_r、f_{ce}、f_e およびそれぞれの整数倍又は整数分の一で可能な事を確認し、それぞれの発振スペクトルに近いマイクロ波を外部より注入し、スペクトル アナライザで





注入同期効果が起る事を確かめた。次に、徐々に管内ガス圧力を高め、光検波に適当なガス圧力領域にしていった。圧力が高くなるにつれ、各種衝突による損失のため発振出力は弱まり、雑音も増大する。f_eが最初に測定困難になり、$f_e \ll f_m$ となるガス圧力領域で測定できなくなる。またそれぞれに近いマイクロ波を注入し、同期効果による雑音低減を確認した。さらに光検波に適するガス圧力にすると、マイクロ波の発振スペクトルは測定困難となり雑音も多くなる。しかしこの場合でも、マイクロ波注入効果が管内の各種電子運動に影響を与え、安定化および雑音低減に寄与したと思われる結果を得た。

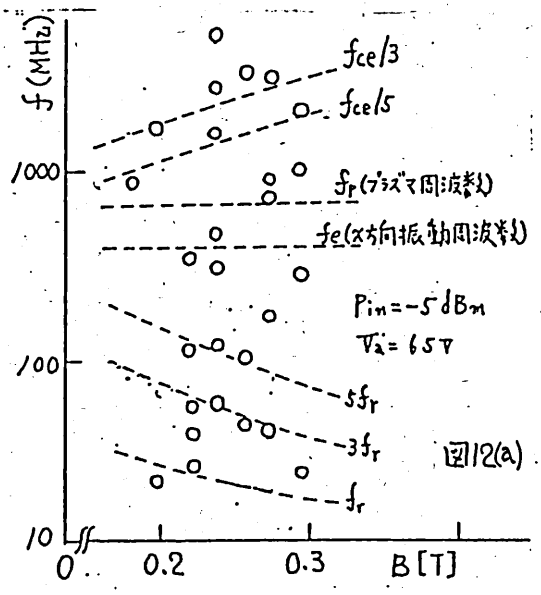


図12(a)

注入マイクロ波電力が−10dBm以上になると、その周波数が20MHz～2.5GHzにわ

たって、磁界特性は図10に示す様な結果になるが、図12 (a) に示す様に、f_{ce}/n, nf_r (nは自然数) の周波数で特に安定化、雑音低減効果が大きい事がわかった。すなわち図中の○印のBとf_{in}で特に雑音(N)が低減されるのであるが、f_{in}またはP_{in}をパラメータとしたときのB−N特性を図12 (b) 、 (c) に示す。

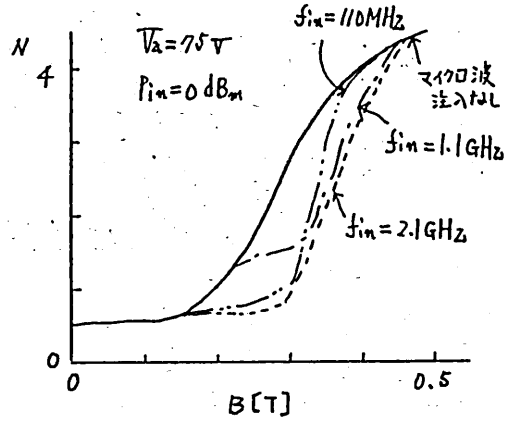


図12 (b)

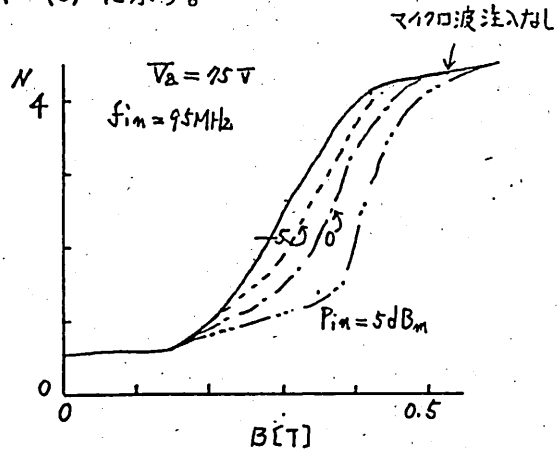


図12 (c)

B=0. 18T位までの雑音は磁界の印加に関係なくグロー放電そのものにより発生する雑音でマイクロ波の印加によってほとんど影響を受けない。これ以上のBになると先に述べたようにBの影響による雑音の発生が強くなる。図12 (b) はVa=75V、Pin=0dBmと一定にしたときのf をパラメータとしたB−N特性で、図12 (c) はVa=75V、f_{in}=95MHzと一定にしたときのPinをパラメータとしたB−N特性である。

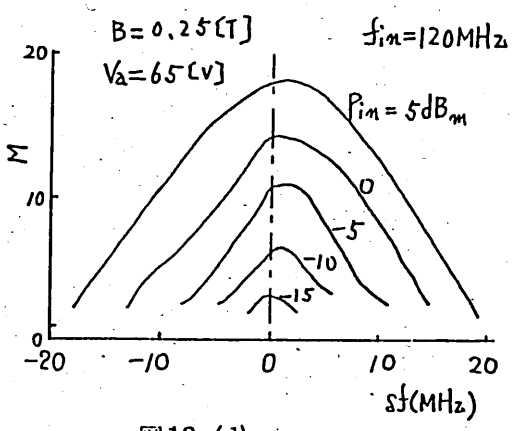


図12 (d)

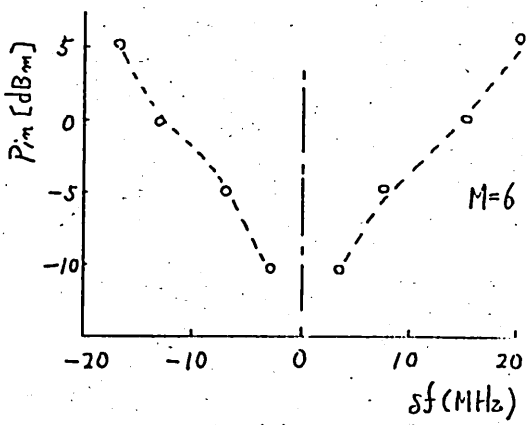


図12 (e)

f_{in} ＝120MHzとし、P_{in} を変えたときの雑音が改善される周波数幅 fの特性例を示す。図12 (d) はP_{in} をパラメータとしたときのδfと雑音改善率M（マイクロ波を注入しないときの雑音出力Noとマイクロ波を注入したときの雑音出力N_{in}の比）の関係を示し、図12 (e) はM＝6となるP_{in} とδfの特性を表わしており

$$\delta f \propto \sqrt{P_{in}}$$

をほぼ満足する。これは次式で示される注入同期引込み周波数の関係で説明されると思われる。[5]

$$\Delta f \leqq \frac{f_0}{Q_x}\sqrt{P_{in}/P_0} \qquad (15)$$

ここで、Poは発振出力、f_0 は発振周波数、Δfは引込み周波数幅、Q_xは 回路の外部Q である。

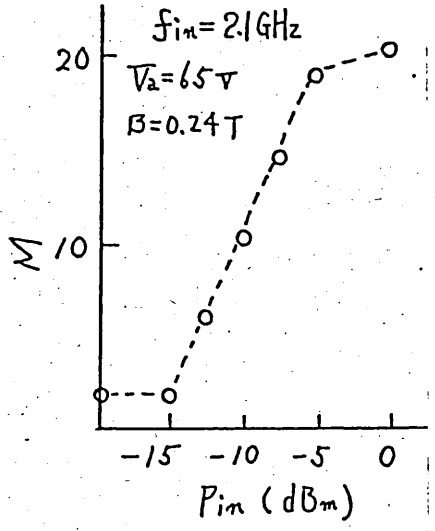


図13

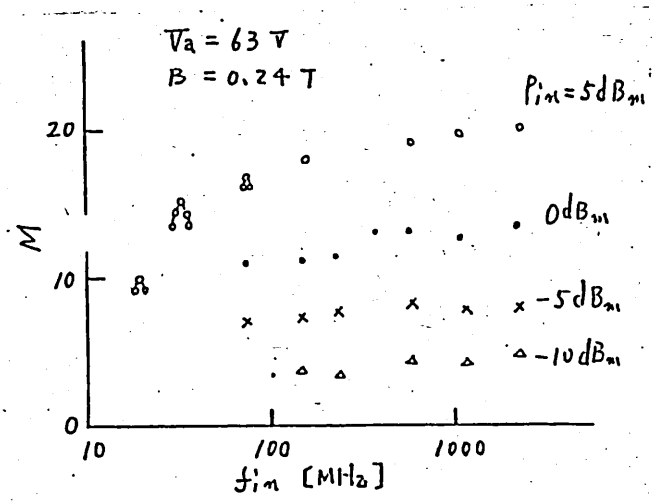


図14

図13にf_{in}＝2. 1GHzのときのP_{in}とMの特性例を示すがP_{in}が大きくなるに従い、安定化、雑音低減効果が大となる。又、図14の様にP_{in}をパラメータとした雑音低減効果の大きい周波数分布は高い方に移る傾向を示した。

6．結論

電磁界印加冷陰極グロー放電による光検波において、前期グロー、正規グロー異常グローの動作領域で光検波が可能で、光IM波は陰極周辺に発生する負グローの

領域に照射するとき、最適である。電子の衝突周波数とサイクロトロン周波数が一致する磁界付近で検波感度は良くなる。マイクロ波を同時に検波すると、光検波の立場からは、マイクロ波が注入同期効果として作用し、安定化と雑音低減の役目をする事がわかった。

参考文献

1) N. S. Kopeika and J. Rosenbaum、"Subnormal Glow Discharge Detection of Optical and Microwave Radiation." IEEE. PS−4、NO. 1 1976.

2) R. W. Minck、"Optical Frequency Electrical Discharges in Gase." J. Appl. Phys. Vol. 35、1964.

3) 浅見、「レーザ工学」、東京電機大学出版

4) R. L. Jepsen、"Magnetically Confined Cold Cathode Gas Discharges at Low Pressures." J. Appl. Phys. 32、1961.

5) R. Adler、"A Study of Locking Phenomena in Oscillators." Proc. IRE、P. 351、1946.

輻射科学研究会資料

軸対称大阪管の多重走行電子ビームにおいて見られる空間電荷波による共振現象の解析

飯田幸雄　森田正信
（関西大学工学部）

昭和56年7月3日

1. まえがき

軸対称大阪管の発振強度は集束用磁界により大きく影響され，その関係は詳細に調べられているが[1]，観測される発振は外部回路の影響を受けずその発生原因が不明である。

このような発振は反射形クライストロンにおいても見られ，電子ビームが閉じた系を構成するとき空間電荷により電子共振器が形成されるために起るものであることが報告されており，波が出発点と同じ位相で再び原点に戻る周波数で共振が起ることより発振周波数の評価がされているが[2]，電子ビームから波へのエネルギの受渡については定量的な取扱はなく，その詳細は不明である。

軸対称大阪管においては，電子が単振動する結果，閉じた往復電子ビームが形成されて上記の機構で発振するものと思われる。その際，電子ビームの直流速度が連続的に変化することから電圧跳躍形増幅管に見られると同様の増幅機構によって発振が維持されているという観点に立ち，レウエリン・ピータソンの関係式を用いて，この系を解析している。

2. 解析方法

軸対称大阪管では放物線電位分布中を電子が単振動する結果，多重走行電子ビームが形成される。図1に示すように，z 座標に対して右に向うビーム（ビーム1）がリフレ

クタ1で反射されて左に向うビーム(ビーム2)となり，これがリフレクタ2で再び反射されて元のビームとなる閉じた系を考え，問題を一次元で取扱う。

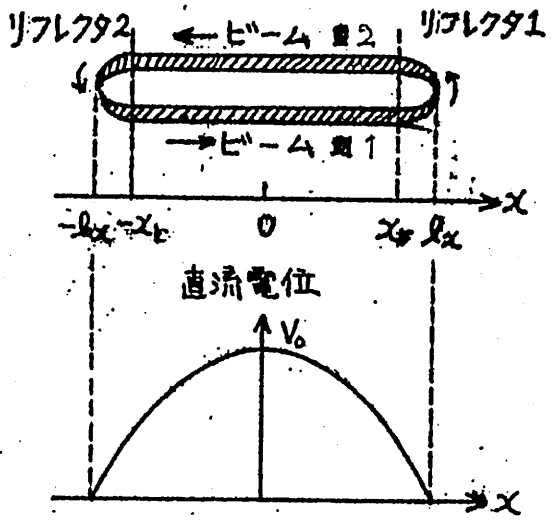


図1. 系の概念図と直流電位分布

ビーム1およびビーム2の直流速度は放物線電位分布に対応して変化するので，この部分を二極管の縦続接続により近似し，レウェリン・ピーターソンの式により空間電荷波の振舞を計算する。

対流電流密度および速度を，それぞれ

$$I_D + \delta e^{j\omega t}$$

$$u + v e^{j\omega t}$$

と表す。ただし，I_D，uは直流分である。一つの二極管において，電子ビームの入射面をa，出射面をbとすると，面aにおける対流電流密度および速度の交流分δ_a，v_aと面bにおけるそれらの量δ_b，v_bとは，全電流を0とするとき，次の関係で結ばれる。

$$\begin{pmatrix} \delta_b \\ v_b \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} E^* & F^* \\ H^* & I^* \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \delta_a \\ v_a \end{pmatrix} \quad \text{——(1)}$$

ただし，

$$E^* = \left(1 - \frac{I_b' T^2}{2u_b}\right) e^{-j\omega T} \quad , \quad F^* = \frac{I_b}{u_b} j\omega T e^{-j\omega T}$$

$$H^* = -\frac{\eta}{\varepsilon_0 \omega^2} \left(\frac{a_b T}{2u_b} - 1\right) j\omega T e^{-j\omega T}$$

$$I^* = \left(1 - \frac{a_b T}{u_b}\right) e^{-j\omega T} \quad , \quad I_b' = -\frac{\eta}{\varepsilon_0} I_b \qquad \text{—— (2)}$$

であり，a_b および u_b はそれぞれ面bにおける加速度および速度の直流分である。また，Tは直流走行時間であり，η (>0) は電子の比電荷である。

Tおよび a_b は次式で与えられる。

$$T = 2\sqrt{2\frac{u_a + u_b}{I_b'}} \cos\left(\frac{5\pi}{3} - \frac{1}{3}\tan^{-1}\sqrt{\frac{2(u_a+u_b)^3}{9 I_b' d^2} - 1}\right) \qquad \text{—— (3)}$$

$$a_b = \frac{1}{2} I_b' T + \frac{u_b - u_a}{T} \qquad \text{—— (4)}$$

ただし，d は面aと面bの距離であり，u_a は面aにおける直流速度である。

次に，リフレクタ部分を考える。この部分の直流走行時間 T_r が ω の一周期に比べて十分小さいならば，系全体に与える影響は小さいと思われるので，この部分の変換行列を簡単のため次式とする。

$$\begin{pmatrix} e^{-j\omega T_r} & 0 \\ 0 & e^{-j\omega T_r} \end{pmatrix} \qquad \text{—— (5)}$$

個々の二極管およびリフレクタの行列の積をとることにより，系全体の変換行列が求められる。ある面，例えば図1の $z=\overset{\frown}{\alpha_1}$ より出るビーム1の対流電流密度および速度の交流分をそれぞれ i, v とし，この面にもどるビームのそれを i', v' とするとき，次の関係

$$\begin{pmatrix} i' \\ v' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} A & B \\ C & D \end{pmatrix} \begin{pmatrix} i \\ v \end{pmatrix} \quad \text{——(6)}$$

があるとする。

α を正の実数とするとき，次の関係が満たされるならば定常的な波動が乗る。

$$\begin{pmatrix} i' \\ v' \end{pmatrix} = \alpha \begin{pmatrix} i \\ v \end{pmatrix} \quad \text{——(7)}$$

これは空間電荷波による共振が起る条件を表わしており，$\alpha > 1$ のとき系の空間電荷波は増大して行く。

式(6),(7)より

$$\begin{pmatrix} A-\alpha & B \\ C & D-\alpha \end{pmatrix} \begin{pmatrix} i \\ v \end{pmatrix} = 0 \quad \text{——(8)}$$

となるので，共振条件は

$$\begin{vmatrix} A-\alpha & B \\ C & D-\alpha \end{vmatrix} = 0$$

となる。すなわち，

$$\alpha^2 - \alpha(A+D) + AD - BC = 0 \quad \text{—— (9)}$$

式(9)において，αが正の実数となるωを求めれば，これが共振角周波数ω_0である。式(9)の解は，

$$(A-D)^2 + 4BC \equiv R + jX \quad \text{—— (10)}$$

とおくとき，次式となる。

$$\alpha_{1,2} = \frac{1}{2}\left\{ (A+D) \pm (R^2+X^2)^{1/4} e^{j\frac{1}{2}\tan^{-1}\frac{X}{R}} \right\} \quad \text{—— (11)}$$

従って，ω_0は式(11)においてα_1又はα_2が実数となるωであり，αはこのときの空間電荷波の増幅率を与えることになる。

次に，式(8)において，未知数g，vを決定する。式(8)の係数行列の階数は1であるから1個の未知数を全く任意に選ぶことができる。今，vを任意に選ぶことにすると，式(8)より，gは次の式により決定される。

$$g = \frac{\alpha_{1,2} - D}{C} v \quad \text{—— (12)}$$

3. 解析結果

ここでは，ビーム1およびビーム2をそれぞれ9個の二極管に分割し，空間電荷波を計算する。

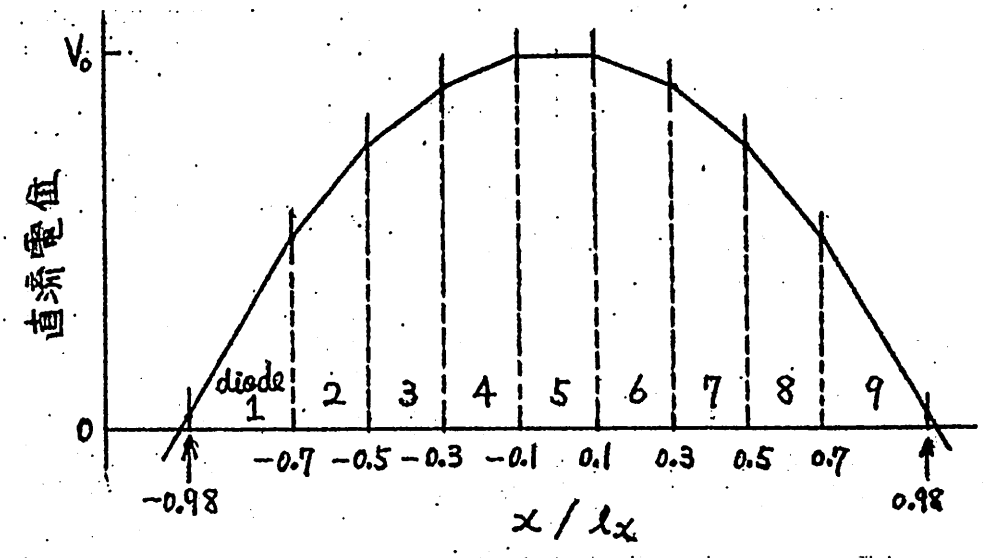


図2. 直流電位分布と分割の様子

直流電位分布と分割の様子を図2に示す。ここで，二極管とリフレクタとの境は $x_r = 0.98\, l_x$ である。また，直流電流密度 I_D は係数 ζ を導入して，次式で決定する。

$$I_D = \zeta\, I_m \qquad \text{—— (13)}$$

ただし，I_m は，電位差 $2V_0$，電極間隔 l_x の二極管において，初速度を0としたときの空間電荷制限電流密度である。

表1は，$V_0 = 100$ V，$l_x = 2$ mm，$\zeta = 0.2$ のときの共振角周波数 ω_0 と α の計算結果を示している。ω_0 は直流走行時間より計算した電子の振動角周波数 ω_e の整数倍であり，軸対称大阪管の発振周波数と一致する。

表1 ($\zeta = 0.2$)

ω_0/ω_e	α_1	α_2
1.00	9.49	0.021
2.00		
3.00		
4.00		

また，α は ω_0 によって変化せず，β により表2のように変る。α_1 は直流電流密度の増加によって大きくなるが，α_2 は小さくなる。

表2

β	α_1	α_2
0.1	5.45	0.086
0.2	9.49	0.021
0.3	13.8	0.005
0.4	18.4	0.001

式(12)によって，α_1 を採用するか又は α_2 を採用するかにより β とひとの間の関係が異なる。α_1 のモードでは，空間電荷波は電子ビームの一往復当りかなり増幅されることがわかる。従って，軸対称大阪管の発振は，電子共振器内の空間電荷波がこのように増幅される結果維持されるのであることがわかる。一方，α_2 のモードは大きく減衰されて現われない。

図3に $|\gamma|$ の変化の様子を示す。式(12)よりわかるように，$|\beta|$ についても同様の変化をする。

電子ビームの直流速度が0に向って急に減少する過程で，α_1 モードの空間電荷波は大きく増幅されるのがわかる。これは，電圧跳躍形増幅管で，電圧をステップ関数状に減少することにより空間電荷を圧縮してその密度を高めることにより増幅を行うのと同じ機構によるものと思われるが，ここに取扱った系の場合には空間電荷波の初期条件によらずに一定の増幅率が得られるのが興味深い。

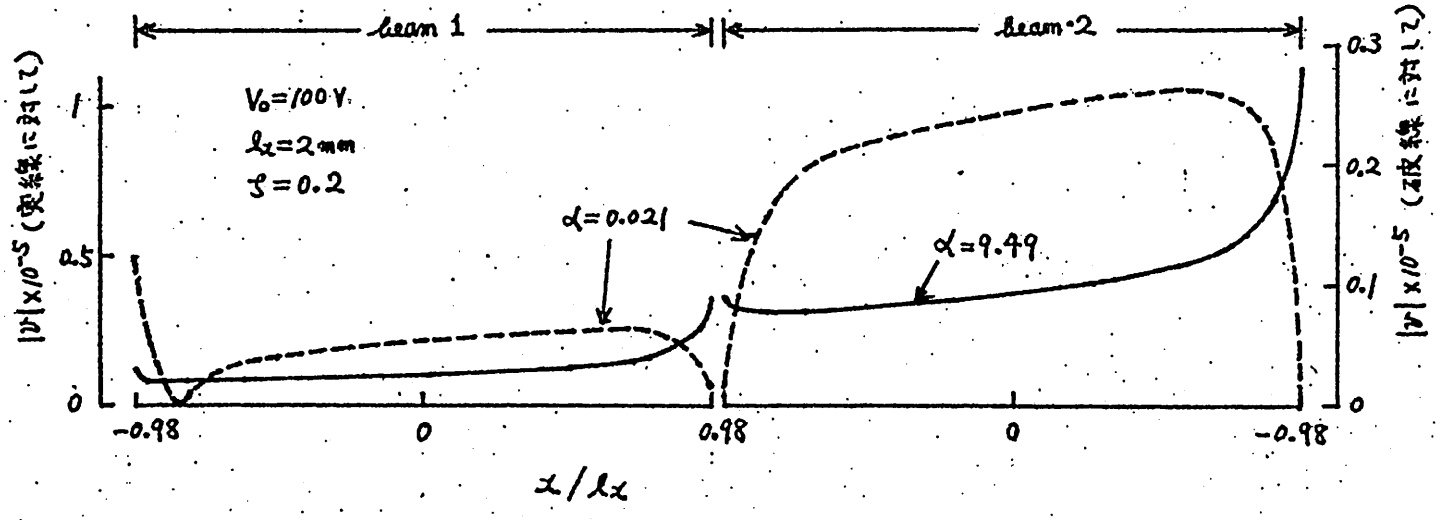

beam 1
beam 2
V_0=100 V
l_x=2 mm
ζ=0.2
α=0.021
α=9.49
|v| x10⁻⁵ (実線に対して)
|v| x10⁻⁵ (破線に対して)
1
0.5
0
0.3
0.2
0.1
0
-0.98
0
0.98
0
-0.98
x/lx

図3. |v| の変化の様子

4. 実験結果と問題点

図4はループ状フィラメントをもつ軸対称大阪管の実験結果であり，磁界に対する発振出力と陽極電流を示している。出力はγの整数値の間隔で極大と極小をくり返している。ここで，γは平面磁界指数[1]であり，径方向の振動周波数f_3と軸方向の振動周波数f_eとの比

$$\gamma \equiv f_3 / f_e$$

である。

これは，磁界によりf_3が変化すると往復電子ビームの間の相互作用が影響を受けるため現われる結果と思われ，今後の検討が必要である。

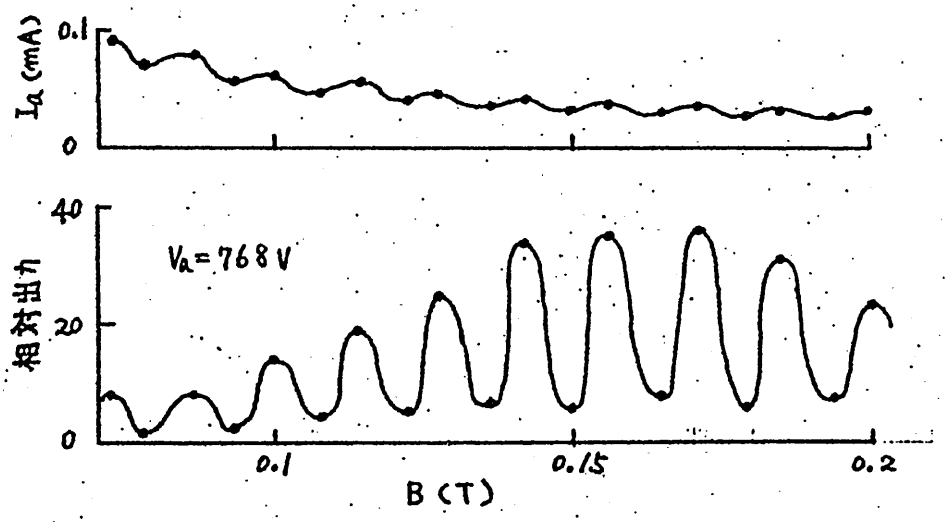


図4. 磁界特性

5. あとがき

軸対称大阪管で観測される発振は，電子振動周波数の整数倍の周波数をもち，外部回路に影響されない。

管内の電子ビームが1往復で閉じた系を構成するとして解析した結果，実験をよく説明できる結果を得た。また，もし，2往復で閉じた系を構成するのであれば電子振動の1/2の周波数の発振が起るであろう。

今後の問題として，次の2点

(1) リフレクタ部分のより厳密な解析

(2) 往復電子ビーム間の相互作用の考察

が必要である。

文　献

(1) N. OHIGASHI and M. MORITA : "Theoretical and Experimental Investigations of the Electron Paths in the Axially-Symmetrical Osaka Tubes", Japan. J. Appl. Phys., 10, P. 1425 (1971)

(2) V. N. SHEVCHIK, G. N. SHVEDOV and A. V. SOBOLEVA : "Wave and Oscillatory Phenomena in Electron Beams at Microwave Frequencies", PERGAMON PRESS, (1966)

輻射科学研究会資料

斜入射表面波に対する誘電体ステップ状不連続問題の近似解法

辻　幹男　　松本操一　　繁沢　宏

（同志社大学　工学部）

1981年 7月 3日

1. はじめに

開放形誘電体導波路における不連続部の問題は、ミリ波から光波帯における種々の具体的な問題とかかわって、大変重要でありかつ興味ある事柄である。これらに共通する基本的な不連続問題の一つは、2種類の誘電体スラブ導波路間に存在するステップ状不連続に関するものであろう。ミリ波帯における集積回路、漏洩波アンテナなどに現れる多くの不連続問題では、これを表面波モードがステップ状不連続部に斜入射する3次元ベクトル境界値問題として取り扱うことがより本質的になってくる。この場合には、これまでの多くの研究成果[1]～[11]に見られる表面波モードの不連続部への直角入射時のふるまいと異なり、入射波と同一偏波モードの反射、透過および散乱の他に、それと直交する偏波のモードのそれらへの結合が生じる。[12],[13],[14]などでは、この問題に着目し問題を解析しようとしているが、その方法は[7]で成されたと同様、平行導体平板中に対象とする導波路を置いて問題を変えたものである。一方、筆者らは、この問題に対する厳密な解析を行い、定式化するとともに興味ある結果を示してきた[15],[16],[17]。特にこの結果の興味ある応用例として[17]では、ステップ状不連続の縦続接続として有限長周期構造導波路をとらえ、それに対する斜入射表面波のふるまいを明らかにした。このような導波路では無限長周期構造のそれと異なり、導波モード同志の結合現象から生ずる帯域阻止特

性－Bragg 反射－も放射波の影響を受けることになる。この影響をさけるには、不連続部の大きさを小さくすることが効果的な解決策となり得る。このような場合には、不連続部での散乱、放射波は省略し、導波モードのみを考慮した検討も意味をもってくるし、また解析および数値計算が大変簡素化できる。そこで本文では、表面波モードがステップ状不連続部に斜入射する3次元境界値問題を、導波モードのみを考慮し、かつ不連続面での簡単な界の連続条件よりこの種の問題を扱う方法について述べる。またこの方法においても、境界条件を最小自乗法的に取り扱った場合、さらには前述〔16〕の厳密解との比較検討を行っていく。

2. 解析

2.1 問題の設定

図1に示すごとく厚さ t_1, t_2 の接地誘電体スラブ導波路が、$x=0$ のyz面で接続されているものとする。なお、左方の厚さ t_1 のスラブ導波路を導波路1、右方のそれを導波路2と呼ぶことにし、各スラブの誘電率は n_1 および n_2 と異なっているとする。

また、これらの導波路は、TEおよびTM波の基本モードのみを表面波として伝播するものとする。この時導波路1の側から矢印で示すごとくTE表面波が不連続部に角度θで斜入射する場合を

問題とする。当然のことながら、以下の結果は一般性を欠くことなく、TM表面波入射に対しても、また導波路2の側からの斜入射問題に対しても適用できる。

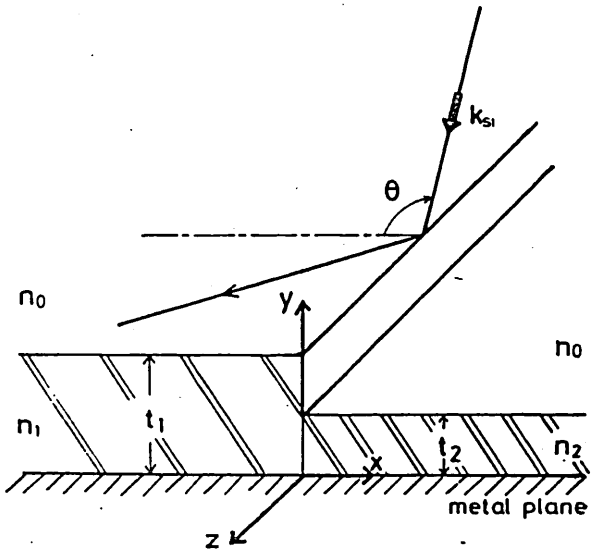


図1. ステップ状不連続部に斜入射する表面波とその座標系

2.2 近似界の表示

さて不連続面でのモード結合を考えるために図2に示す座標系を考える。入射TE表面波の伝播方向はx'軸と一致しており、座標系(x',y',z')は(x,y,z)系をy軸の回りに入射角θだけ回転したものである。したがってx'軸方向伝播のTE波、

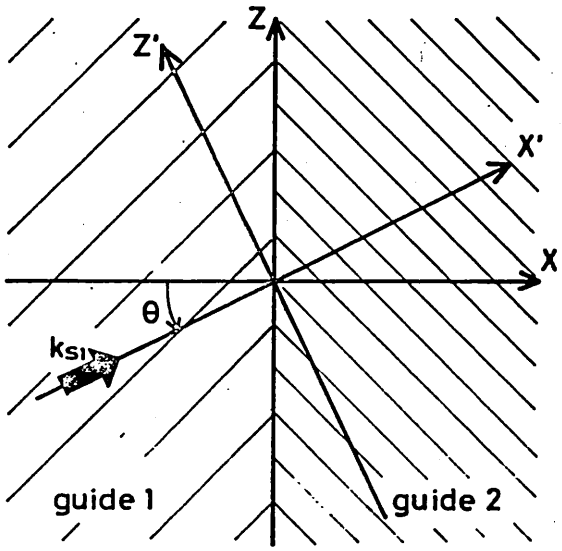


図2. 斜入射表面波に対する座標系と回転した座標系

ＴＭ波は（x', $y'=y$, z'）系では結合はなく、その界成分は $\exp(j\omega t)$ を省略して次式のように書ける。

（ＴＥ波）

$$(1)\quad \begin{cases} E_{z'} = Z_s\, u(y) \exp(\pm j k_s x') \\ H_y = \pm u(y) \exp(\pm j k_s x') \\ H_{x'} = -Z_s\, v(y) \exp(\pm j k_s x') \end{cases}$$

（ＴＭ波）

$$(2)\quad \begin{cases} \bar{H}_{z'} = \bar{Y}_s\, \bar{u}(y) \exp(\pm j \bar{k}_s x') \\ \bar{E}_y = \mp \dfrac{1}{\varepsilon(y)}\, \bar{u}(y) \exp(\pm j \bar{k}_s x') \\ \bar{E}_{x'} = -\dfrac{1}{\varepsilon(y)}\, \bar{Y}_s\, \bar{v}(y) \exp(\pm j \bar{k}_s x') \end{cases}$$

ここで複号上方が $(-x')$ 方向への、また複号下方が (x') 方向への波の伝播を示し、ＴＭ波に対しては各量に頭記号 "$-$" を付した。
またさらに式(1),(2)中の各記号は次のように定めたものである。

$$(3)\qquad k_s = k_0\sqrt{1-\lambda}\quad,\quad \bar{k}_s = k_0\sqrt{1-\bar{\lambda}}$$

$$(4)\qquad Z_s = \frac{1}{Y_s} = \frac{\omega\mu_0}{k_s}\quad,\quad \bar{Z}_s = \frac{1}{\bar{Y}_s} = \frac{\bar{k}_s}{\omega\varepsilon_0}$$

$$(5)\qquad v(y) = \frac{1}{j\omega\mu_0}\frac{\partial u}{\partial y}\quad,\quad \bar{v}(y) = -\frac{1}{j\omega\varepsilon_0}\frac{\partial \bar{u}}{\partial y}$$

さて式(1),(2)のモード関数 u, $\bar{u}$ および固有値 λ, $\bar{\lambda}$ は次の波動方程式を満足するものである。

$$\frac{\partial^2 u}{\partial y^2} + (\lambda + \varepsilon(y) - 1) k_0^2 u = 0 \tag{6}$$

$$\frac{\partial^2 \bar{u}}{\partial y^2} + (\bar{\lambda} + \varepsilon(y) - 1) k_0^2 \bar{u} = 0 \tag{7}$$

ただし

$$\varepsilon(y) = \begin{cases} \varepsilon_\alpha & \text{for} \quad 0 \leq y \leq t_\alpha \\ 1 & \text{for} \quad y \geq t_\alpha \end{cases} \qquad (\alpha = 1 \text{ or } 2) \tag{8}$$

式(6),(7)を満足する波動関数の厳密な形は良く知られている[18]のでここでは省略するが、以下ではこれらの u, $\bar{u}$ はすでに $y=0$, t_1 および t_2 の xz 面上での境界条件を満足しているものと考えてよい。

さて周知のごとく開放形導波路の電磁界を上述のスラブモードを用いて完全に記述するには、その固有値 λ あるいは $\bar{\lambda}$ は離散値の他に連続スペクトルをも要求する。式(3)の定義からすれば当然ながら、λ, $\bar{\lambda}$ は表面波に対応する離散固有値では負の実数値をとり、放射モード等に対応する連続固有値では $(0, \infty)$ の範囲の正の実数値をとる。本文では先にも述べたように、連続固有値にかかわる成分は省略して近似的に取り扱うので、以下では導波路 α ($\alpha=1$ または 2) でのTE波に対する離散固有値 λ_α, およびTM波に対するそれ $\bar{\lambda}_\alpha$ のみを考慮することにする。

さて、yz 面への斜入射に対する座標系 (x, y, z)

での界成分は (x', y', z') 系を y 軸の回りに入射角 θ だけ回転した式(1),(2)で求めることができる。このとき入射TE波，透過TE波およびTM波に変換されて導波路2に透過する波に対しては図2に示す回転，つまり単位ベクトル間の関係が

$$(9)\quad \begin{cases} \underline{x_0'} = \underline{x_0}\cos\theta + \underline{z_0}\sin\theta \\ \underline{z_0'} = -\underline{x_0}\sin\theta + \underline{z_0}\cos\theta \end{cases}$$

で示せる座標変換を，また導波路1でのTE波の反射およびTM波に結合して反射していく波に対しては角度 $-\theta$ の回転，つまり

$$(10)\quad \begin{cases} \underline{x_0'} = \underline{x_0}\cos\theta - \underline{z_0}\sin\theta \\ \underline{z_0'} = \underline{x_0}\sin\theta + \underline{z_0}\cos\theta \end{cases}$$

なる座標変換を導入すればよく，式(1),(2)は次式のように変換される。なおこの結果，波はy軸方向にみてTEまたはTM波として区別されるべきことから，ここではこれらを TE_y 波，TM_y 波と略記することにし，それらの不連続面に平行な界成分を示すと次のようになる。

（TE波）

$$(11)\quad \begin{cases} E_{y\alpha} = 0 \\ E_{z\alpha} = Z_{x\alpha}\, U_\alpha(y) \exp(\mp j k_{x\alpha} x) \end{cases}$$

$$\begin{cases} H_{y\alpha} = \mp U_\alpha(y) \exp(\mp j k_{x\alpha} x) \\ H_{z\alpha} = \pm Z_{z\alpha} V_\alpha(y) \exp(\mp j k_{x\alpha} x) \end{cases}$$

($\alpha = 1$ or 2)

ここで

$$(12)\quad \begin{cases} Z_{x\alpha} = Z_{s\alpha} \cos\theta_\alpha = \dfrac{\omega\mu_0}{k_{s\alpha}} \cos\theta_\alpha = \dfrac{\omega\mu_0 k_{x\alpha}}{k_{s\alpha}^2} \\ Z_{z\alpha} = Z_{s\alpha} \sin\theta_\alpha = \dfrac{\omega\mu_0}{k_{s\alpha}} \sin\theta_\alpha = \dfrac{\omega\mu_0 h}{k_{s\alpha}^2} \\ V_\alpha(y) = \dfrac{1}{j\omega\mu_0} \dfrac{\partial U_\alpha(y)}{\partial y} \quad , \quad k_{s\alpha} = n_{eff\alpha} k_0 \end{cases}$$

ただし共通項 $\exp(j\omega t - j k_z z)$ は省略した。

(TM 波)

$$(13)\quad \begin{cases} \overline{E_{y\alpha}} = \mp \dfrac{1}{\varepsilon_\alpha(y)} \overline{U_\alpha}(y) \exp(\mp j \overline{k_{x\alpha}} x) \\ \overline{E_{z\alpha}} = \pm \dfrac{1}{\varepsilon_\alpha(y)} \overline{Y_{z\alpha}}\, \overline{V_\alpha}(y) \exp(\mp j \overline{k_{x\alpha}} x) \\ \overline{H_{y\alpha}} = 0 \\ \overline{H_{z\alpha}} = \overline{Y_{x\alpha}}\, \overline{U_\alpha}(y) \exp(\mp j \overline{k_{x\alpha}} x) \end{cases}$$

ここで

$$(14)\quad \begin{cases} \overline{Y_{x\alpha}} = \overline{Y_{s\alpha}} \cos\overline{\theta_\alpha} = \dfrac{\omega\varepsilon_0}{\overline{k_{s\alpha}}} \cos\overline{\theta_\alpha} = \dfrac{\omega\varepsilon_0 \overline{k_{x\alpha}}}{\overline{k_{s\alpha}}^2} \\ \overline{Y_{z\alpha}} = \overline{Y_{s\alpha}} \sin\overline{\theta_\alpha} = \dfrac{\omega\varepsilon_0}{\overline{k_{s\alpha}}} \sin\overline{\theta_\alpha} = \dfrac{\omega\varepsilon_0 h}{\overline{k_{s\alpha}}^2} \\ \overline{V_\alpha}(y) = -\dfrac{1}{j\omega\varepsilon_0} \dfrac{\partial \overline{U_\alpha}(y)}{\partial y} \quad , \quad \overline{k_{s\alpha}} = \overline{n_{eff\alpha}} k_0 \end{cases}$$

ただし共通項 $\exp(j\omega t - j\bar{k}_z z)$ は省略した。

いま、入射TE波の電界反射係数をR、またモード変換による反射TM波への結合係数（電界）をC_Rとすると、導波路1の$x=0$におけるyz面内の界は次式のように表される。

$$(15)\quad \begin{cases} E_{y1}^{t} = -C_R \dfrac{1}{\varepsilon_1(y)}\,\overline{u_1}(y) \\ E_{z1}^{t} = (1+R)\,\bar{z}_{x1}\,u_1(y) + C_R \dfrac{1}{\varepsilon_1(y)}\,\overline{\gamma_{z1}}\,\overline{v_1}(y) \\ H_{y1}^{t} = -(1-R)\,u_1(y) \\ H_{z1}^{t} = -(1-R)\,\bar{z}_{z1}\,v_1(y) + C_R\,\overline{\gamma_{x1}}\,\overline{u_1}(y) \end{cases}$$

次に、導波路1の入射TE波が導波路2にやはりTE波で透過するときの電界透過係数をT、またモード変換による透過TM波への結合係数（電界）をC_Tとすると、導波路2の$x=0$における接線界成分は式(11),(13)より次式のごとく表せる。

$$(16)\quad \begin{cases} E_{y2}^{t} = C_T \dfrac{1}{\varepsilon_2(y)}\,\overline{u_2}(y) \\ E_{z2}^{t} = T\,\bar{z}_{x2}\,u_2(y) - C_T \dfrac{1}{\varepsilon_2(y)}\,\overline{\gamma_{z2}}\,\overline{v_2}(y) \\ H_{y2}^{t} = -T\,u_2(y) \\ H_{z2}^{t} = -T\,\bar{z}_{z2}\,v_2(y) + C_T\,\overline{\gamma_{x2}}\,\overline{u_2}(y) \end{cases}$$

式(15),(16)で導入したR, T, C_R, C_Tの大きさは、入射

TE波に対して、反射TM波、透過TEおよびTM波がすべて零なっているから、モード関数u_α、$\bar{u}_\alpha$の規格化の仕方で変わってくる。最も合理的なのは各波の伝播方向に左右されない規格化の仕方、つまり式(1),(2)を用いた次式を用いることである。

$$(17) \qquad Z_{s\alpha} < u_\alpha, u_\alpha > = \bar{Y}_{s\alpha} < \bar{u}_\alpha, \frac{1}{\varepsilon_\alpha}, \bar{u}_\alpha > = 1$$

ただし $<\ ,\ >$ は内積を表わすものとする。

2.3 反射係数、透過係数および結合係数

以上のように、各導波路にTEおよびTM表面波を考え、それらの結合を考慮すれば、図1の構造をx方向にみた等価回路は図3のように示せるであろう。ここで便宜上式(15),(16)において次の置き換え、つまり、

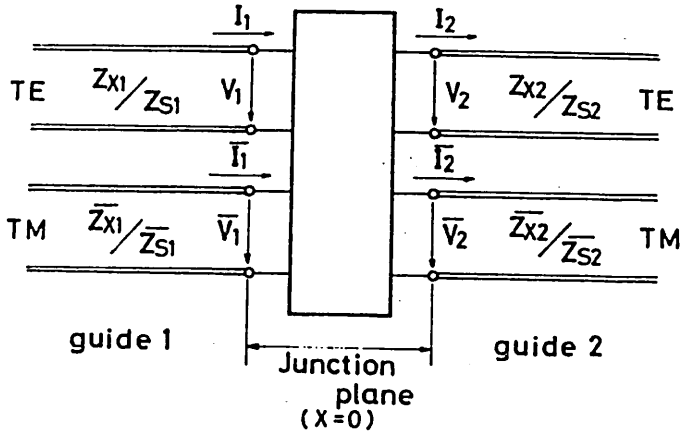


図3. ステップ状不連続部に対する等価回路

$$(18)\quad \begin{cases} V_1 = \dfrac{Z_{x1}}{Z_{s1}}(1+R) \quad , & I_1 = 1-R \\ \overline{V_1} = -C_R \quad , & \overline{I_1} = C_R \dfrac{\overline{Y_{x1}}}{\overline{Y_{s1}}} \\ V_2 = T \dfrac{Z_{x2}}{Z_{s2}} \quad , & I_2 = T \\ \overline{V_2} = C_T \quad , & \overline{I_2} = C_T \dfrac{\overline{Y_{x2}}}{\overline{Y_{s2}}} \end{cases}$$

を行なうと．これらはまさにここで問題にしている不連続部における各モードの電圧、電流を表わすことになる。

これら各端子の電圧．電流は $x=0$ における界の連続条件、

$$(19)\quad Z_{s1} V_1 u_1 - \overline{V_1}\,\overline{Y_{z1}}\,\frac{1}{\varepsilon_1}\,\overline{v_1} = Z_{s2} V_2 u_2 - \overline{V_2}\,\overline{Y_{z2}}\,\frac{1}{\varepsilon_2}\,\overline{v_2}$$

$$(20)\quad \overline{V_1}\,\frac{1}{\varepsilon_1}\,\overline{u_1} = \overline{V_2}\,\frac{1}{\varepsilon_2}\,\overline{u_2}$$

$$(21)\quad -I_1 Z_{z1} v_1 + \overline{Y_{s1}}\,\overline{I_1}\,\overline{u_1} = -I_2 Z_{z2} v_2 + \overline{Y_{s2}}\,\overline{I_2}\,\overline{u_2}$$

$$(22)\quad I_1 u_1 = I_2 u_2$$

により関連づけられている。

さて式(19),(22)と u_1 との．また式(20),(21)と $\overline{u_1}$ との内積をとり、式(18)さらには(17)の関係を用いて整理すると結局次式が得られる．

$$(23)\quad V_1 - \overline{V_1}\,\overline{Y_{z1}} < \overline{v_1}, \frac{1}{\varepsilon_1}, u_1 > = V_2 Z_{s2} < u_2, u_1 > - \overline{V_2}\,\overline{Y_{z2}} < \overline{v_2}, \frac{1}{\varepsilon_2}, u_1 >$$

(24) $$\overline{V_1} = \overline{V_2}\,\overline{Y_{s1}} < \overline{u_2}, \frac{1}{\varepsilon_2}, \overline{u_1} >$$

(25) $$I_1 Z_{z1} < v_1, \frac{1}{\varepsilon_1}, \overline{u_1} > + \overline{V_1}\,\overline{Y_{x1}}\,\overline{Z_{s1}}$$
$$= V_2 Z_{s2} Y_{x2} Z_{z2} < v_2, \frac{1}{\varepsilon_1}, \overline{u_1} > - \overline{V_2}\,\overline{Y_{x2}} < \overline{u_2}, \frac{1}{\varepsilon_1}, \overline{u_1} >$$

(26) $$I_1 = V_2 Y_{x2} Z_{s1} Z_{s2} < u_2, u_1 >$$

式(23)の両辺をI_1で割り、電流I_1に対する式(26)の表現を考慮すると、図3での導波路1のTE波(入射波)線路の不連続端における入力インピーダンス V_1/I_1 が次式のように求まる。

(27) $$\frac{V_1}{I_1} = \frac{Z_{x2}}{Z_{s1}} + \frac{\overline{V_1}}{I_1}\overline{Y_{z1}} < \overline{v_1}, \frac{1}{\varepsilon_1}, u_1 > - \frac{\overline{V_2}}{I_1}\overline{Y_{z2}} < \overline{v_2}, \frac{1}{\varepsilon_2}, u_1 >$$

一方、式(18)より

(28) $$\frac{V_1}{I_1} = \frac{Z_{x1}}{Z_{s1}} \frac{1+R}{1-R}$$

であるから、式(27),(28)より、反射係数Rが次式から求められることがわかる。

(29) $$\frac{1+R}{1-R} = \frac{n_{eff1}\cos\theta_2}{n_{eff2}\cos\theta_1} + \frac{\overline{V_1}}{I_1}\frac{\overline{Y_{z1}}}{\cos\theta_1} < \overline{v_1}, \frac{1}{\varepsilon_1}, u_1 >$$
$$- \frac{\overline{V_2}}{I_1}\frac{\overline{Y_{z2}}}{\cos\theta_1} < \overline{v_2}, \frac{1}{\varepsilon_2}, u_1 >$$

なお、これを導くにあたり、式(12),(14)における関係を適宜用いた。

式(29)の右辺第1項は、明らかにTE表面波の斜入射問題において、不連続面でのモード変換によって生ずる反射および透過TM波を考えないときのTE波の反射係数を示しているから、式(29)の右辺第2項以下がTMモードとの結合を考慮したことから得られるRに対する補正項と考えられる。なお、式(29)の $\overline{V_1}/I_1$, $\overline{V_2}/I_1$ は若干の計算の後、式(25), (26)より次式のように示せることが導ける。

$$(30)\qquad \frac{\overline{V_2}}{I_1} = \frac{1}{\overline{Y_{z1}}\langle \overline{u_2}, \frac{1}{\varepsilon_2}, \overline{u_1}\rangle + \overline{Y_{z2}}\langle \overline{u_2}, \frac{1}{\varepsilon_1}, \overline{u_1}\rangle} \times \left\{ \frac{\Sigma_{z2}}{\Sigma_{s1}} \frac{\langle v_2, \frac{1}{\varepsilon_1}, \overline{u_1}\rangle}{\langle u_2, u_1\rangle} - \Sigma_{z1}\langle v_1, \frac{1}{\varepsilon_1}, \overline{u_1}\rangle \right\}$$

$$(31)\qquad \frac{\overline{V_1}}{I_1} = \frac{\overline{Y_{s1}}\langle \overline{u_2}, \frac{1}{\varepsilon_2}, \overline{u_1}\rangle}{\overline{Y_{z1}}\langle \overline{u_2}, \frac{1}{\varepsilon_2}, \overline{u_1}\rangle + \overline{Y_{z2}}\langle \overline{u_2}, \frac{1}{\varepsilon_1}, \overline{u_1}\rangle} \times \left\{ \frac{\Sigma_{z2}}{\Sigma_{s1}} \frac{\langle v_2, \frac{1}{\varepsilon_1}, \overline{u_1}\rangle}{\langle u_2, u_1\rangle} - \Sigma_{z1}\langle v_1, \frac{1}{\varepsilon_1}, \overline{u_1}\rangle \right\}$$

このようにして、反射係数Rが求まれば式(18)より、C_R, C_T, Tが求められる。式(30), (31)の左辺の略記号を用いてこれらを表わせば、結局次のようになる。

$$(32)\qquad C_R = -\frac{\overline{V_1}}{I_1}(1-R)$$

$$(33)\qquad C_T = \frac{\overline{V_2}}{I_1}(1-R)$$

$$(34)\qquad T = \frac{\overline{V_2}}{I_1} Y_{z2}(1-R) = \frac{1-R}{\Sigma_{s1}\langle u_2, u_1\rangle}$$

さて、ここでz方向にみた電力流を考えてみる。いま、P_T, P_{CR}, および P_{CT} がおのおの導波路2に透過したTEモードの電力、モード結合によって生じた導波路1における反射TM波、および導波路2への透過TM波のそれらを表わすものとすると、これらは図3および式(18)より次式で与えられる。

$$P_T = \frac{Z_{x2}}{Z_{s2}} T T^* = |T|^2 \cos\theta_2 \tag{35-1}$$

$$P_{CR} = \frac{\overline{Y_{x1}}^*}{Y_{s1}} C_R C_R^* = |C_R|^2 \cos^*\overline{\theta_1} \tag{35-2}$$

$$P_{CT} = \frac{\overline{Y_{x2}}^*}{Y_{s2}} C_T C_T^* = |C_T|^2 \cos^*\overline{\theta_2} \tag{35-3}$$

したがって、入射TE表面波の入射角 $\theta_1 (\equiv \theta)$ が、$0° \sim 90°$ と変化したときの P_T, P_{CR} および P_{CT} のふるまいは、$\cos\theta_2$, $\cos\overline{\theta_1}$ および $\cos\overline{\theta_2}$ のふるまいに集約できる。ここで、不連続面におけるSnellの法則、およびモードによらずz方向の波数は同一であることより、

$$n_{eff1} \sin\theta_1 = n_{eff2} \sin\theta_2 = \overline{n_{eff1}} \sin\overline{\theta_1} = \overline{n_{eff2}} \sin\overline{\theta_2} \tag{36}$$

の関係が成立しているから、これより

$$\cos\theta_2 = \frac{n_{eff1}}{n_{eff2}} \sqrt{\left(\frac{n_{eff2}}{n_{eff1}}\right)^2 - \sin^2\theta} \tag{37}$$

$$(38)\qquad \cos\overline{\theta_1} = \frac{n_{eff1}}{\overline{n_{eff1}}}\sqrt{\left(\frac{\overline{n_{eff1}}}{n_{eff1}}\right)^2 - \sin^2\theta}$$

$$(39)\qquad \cos\overline{\theta_2} = \frac{n_{eff1}}{\overline{n_{eff2}}}\sqrt{\left(\frac{\overline{n_{eff2}}}{n_{eff1}}\right)^2 - \sin^2\theta}$$

を得る。

さて、ここで対象としているのは図1の接地スラブ導波路であるから、等価屈折率間には次の関係が成り立つ。

$$(40)\qquad \overline{n_{eff1}} > n_{eff1} \text{ or } \overline{n_{eff2}} > n_{eff2}$$

ただし、n_{eff1} と $\overline{n_{eff2}}$ との大小関係は、スラブの厚さ t_1, t_2 の選び方によって決まり、後述するようにある場合には大変興味ある現象が存在することを示唆することになる。

以上のことより、電力流について次のことが言える。

(i) P_T について

式(40)より $n_{eff2}/n_{eff1} < 1$ だから、式(37)は次の2つの場合に分れる。

ⓐ $\sin\theta < n_{eff2}/n_{eff1} < 1$ の時 $\cos\theta_2$ = 実数

したがって、導波路2における TE モードへの透過電力が上式を満たす入射角内で存在することになる。

ⓑ $\sin\theta > n_{eff2}/n_{eff1} < 1$ の時 $\cos\theta_2$ = 純虚数

この場合は、透過電力は存在せず、この入

射角範囲内では全反射が生じていることを示している。

(ii) P_{CR}について

式(40)より $\overline{n_{eff1}}/n_{eff1} > 1$ だから、式(38)で与えられる $\cos\overline{\theta_1}$ は入射角が $0° \sim 90°$ と変化しても常に実数であり、結合TMモードの反射波は常に存在することを意味している。これは図1の角度のとり方にしたがえば、同一導波路内ではTEモードの伝播角θに対してTMモードのそれが必ず小さいことより容易に理解されることである。

(iii) P_{CT}について

これは、$\overline{n_{eff2}}/n_{eff1} > 1$ あるいは、$\overline{n_{eff2}}/n_{eff1} < 1$ の場合に分けて考えていく必要がある。前者の場合には $\cos\overline{\theta_2}$ は常に実数だから、結合TMモードの透過波は常に存在するが、後者の場合は P_T のふるまいと類似して2つの場合に分かれる。つまり

ⓐ $\sin\theta < \overline{n_{eff2}}/n_{eff1} < 1$ のとき $\cos\overline{\theta_2}$ = 実数

したがって、この入射角内で結合TMモードの透過波が存在することになる。

ⓑ $\sin\theta > \overline{n_{eff2}}/n_{eff1} < 1$ のとき $\cos\overline{\theta_2}$ = 純虚数

したがって、これで与えられる入射角範囲内では結合TMモードの透過波は存在しなくなる。

さて、以上のことから、次のように定められる2種類の臨界角 θ_c, $\overline{\theta_c}$ を導入しよう。

(41-1) $$\theta_T = \sin^{-1} \frac{n_{eff2}}{n_{eff1}}$$

(41-2) $$\overline{\theta_c} = \sin^{-1} \frac{\overline{n_{eff2}}}{n_{eff1}}$$

ただし $\overline{\theta_c} > \theta_T$ である。しかるとき、P_T, P_{CR} および P_{CT} の入射角 θ に対するふるまいは表1のようにまとめることができる。



P_T		real	imag	imag
P_{CR}		real	real	real
P_{CT}	$\overline{n_{eff2}} > n_{eff1}$	real	real	real
	$\overline{n_{eff2}} < n_{eff1}$	real	real	imag

表1．入射角 θ に対する各電力流の変化

ここで興味を引くのは、入射TEモードが全反射となっている入射角範囲内において、結合TMモードの導波路への透過波が存在する角度範囲があることである。これは不連続面への斜入射表面波を考えるときに生ずる新しい現象とかかわってくる。たとえば、ステップ状不連続を一定周期で並べた、いわゆる周期構造導波路における斜伝播時

のBragg反射特性[19]とか、誘電体ストリップ線路における漏洩現象[20]に深く関係している。これらについては、改めて別報にて、詳しく報告する予定である。

3. 数値計算結果と検討

対象とする導波路の構造を図1にて

$$n_0 = 1 \quad , \quad n_1 = n_2 = 1.461$$
$$t_1 / t_2 = 1.2 \quad , \quad k t_1 = 2.5$$

と定め、反射、透過および結合電力の入射角依存性（導波路1側からのTEモード入射）を求めた。

図4は、TE波→TE波の反射と透過電力Pを示したものであり、TE波に対する全反射角 $\theta_T = \sin^{-1}(n_{eff2}/n_{eff1}) = 69.5°$ 以上での反射係数Rの位相角、したがって、不連続面における Goos-Haenshen shift に関係する量を示したのが図5である。これらの結果は、放射波も考慮して解析したさきの厳密解の結果[16]と殆んど一致するものである。

一方、図6は角度の小さい部分での反射電力を示したもので、厳密解と本法との無視できる程度の差異が確認できる。なお、ここで反射電力が零となる Brewster 角は $\theta_B = \tan^{-1}(n_{eff2}/n_{eff1}) = 43.1°$ である。

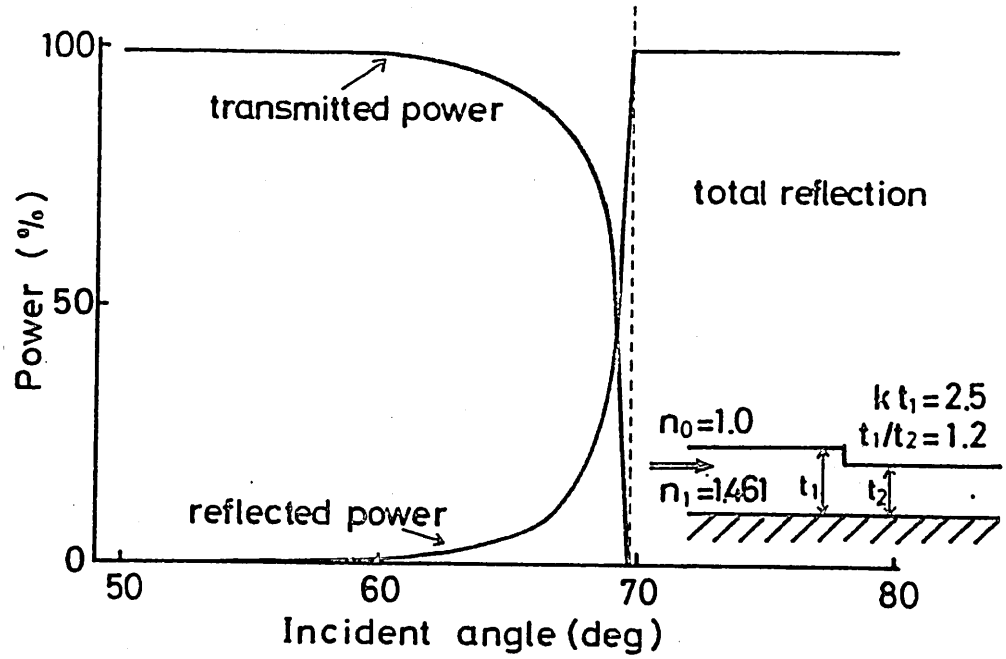


図 4. 入射TE波に対するTE波の反射、透過電力の斜入射角度依存性

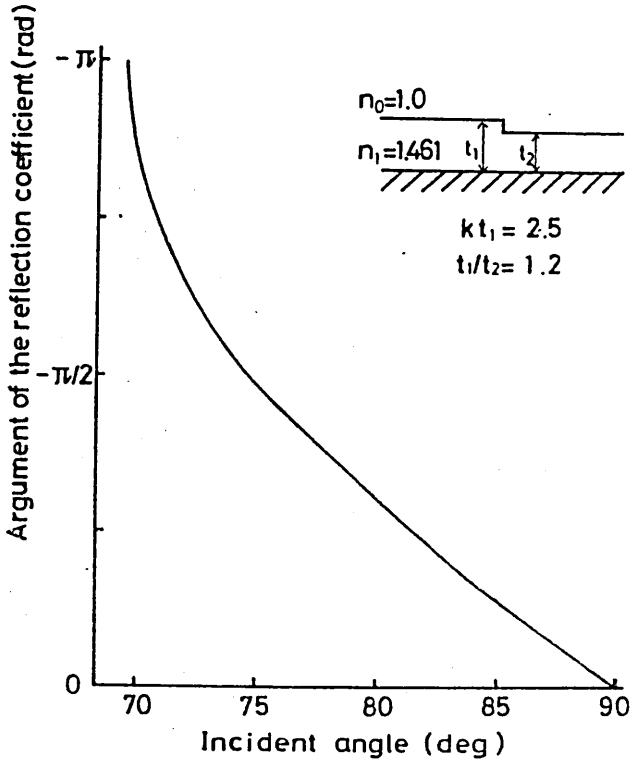


図 5.

図4の全反射領域における TE反射波の位相角

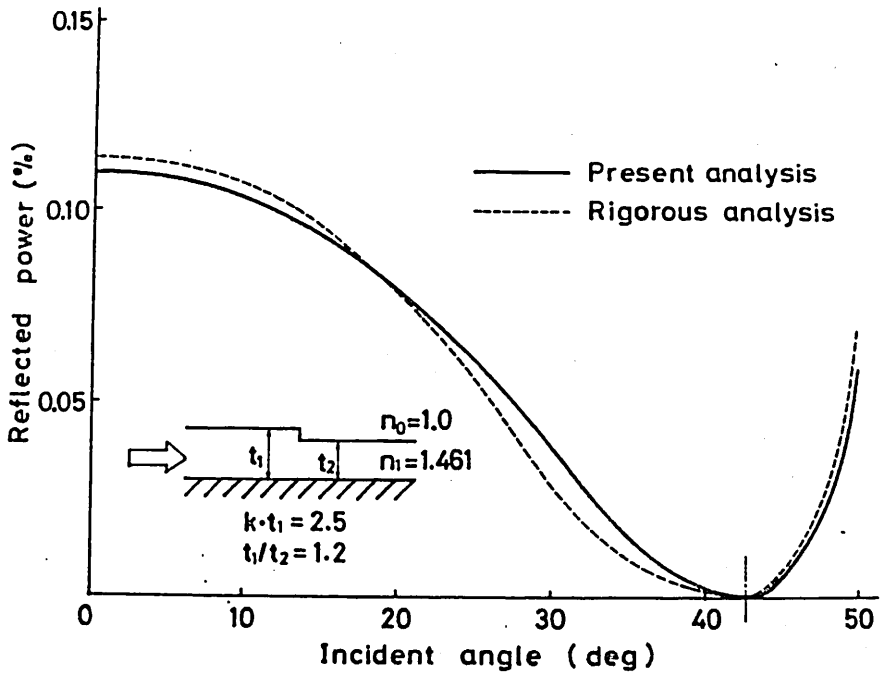


図 6. Brewster 角近傍における TE 反射波電力の斜入射角度依存性

さて、図7および図8は不連続面で結合して生じるTM波の反射電力 P_{CR} および透過電力 P_{CT} を示したものである。図中の実線が本法による結果、点線で示したのが厳密な *full waves* 解析であり、一点鎖線は後者において放射波の寄与を省略した結果であり、前者とは境界条件の取り扱いが異なっている。これらの結果の相違は[16]でも述べたように、結合係数 C_α ($\alpha = R$ or T) のふるまいに依存している。いまここで対象としている導波路の構造では、$n_{eff2} > n_{eff1}$ となっているので、TE波の入射角 θ の $0° \sim 90°$ にわたって、結合TM波の反射および透過波は文方向に伝播する状況にあることが表1より明らかである。そして、P_{CR}, P_{CT} の存在は、

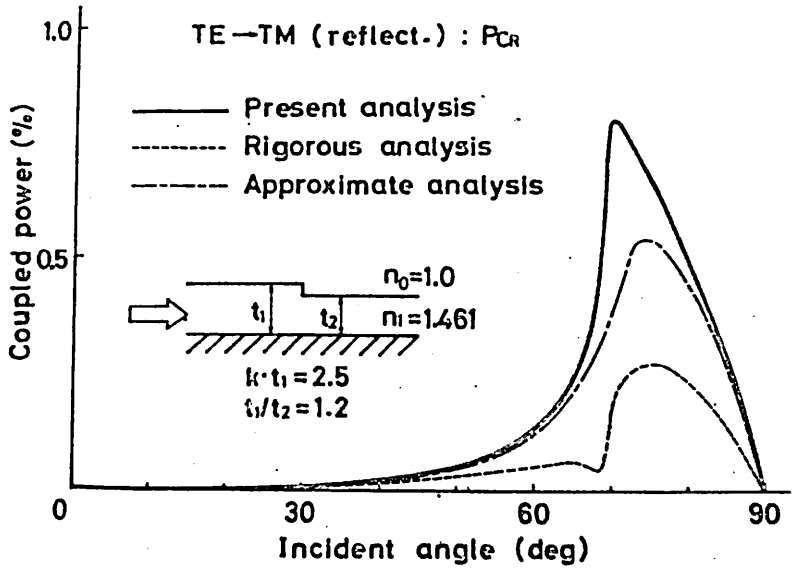


図 7. 結合 TM 波の反射電力

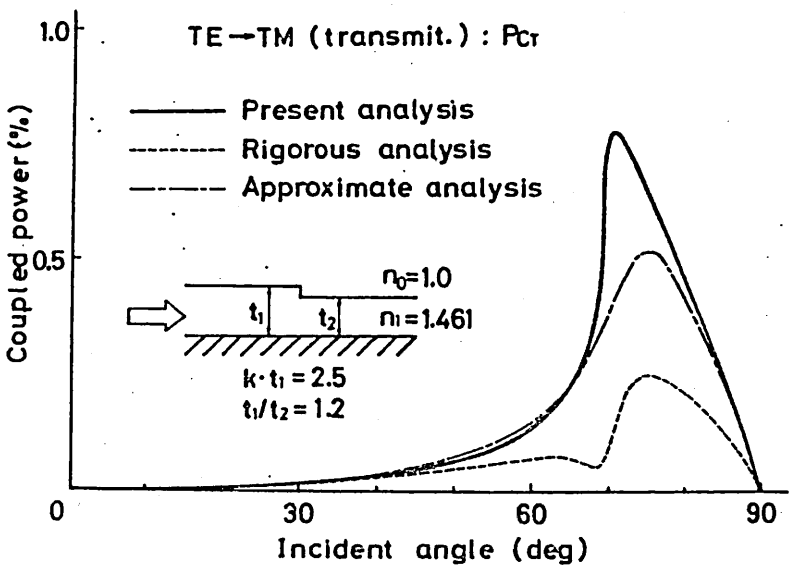


図 8. 結合 TM 波の透過電力

入射角が $0<\theta<\theta_T$ までは C_α の虚数部 $Im[C_\alpha]$ の存在に対応するが、$\theta_T<\theta<90°$ では、その寄与は漸次減少し、これに替わってこの角度範囲内で最大値をもつことになる $Re[C_\alpha]$ の寄与によることが計算結果よりわかる。本法および近似解法では、$0<\theta<\theta_T$ で $Re[C_\alpha]=0$ となり、また $Im[C_\alpha]$ の最大値は常に $\theta=\theta_T$ で生じており、境界条件の導入の仕方によって $Re[C_\alpha]$ の最大値と $Im[C_\alpha]$ のそれとの間の大小関係が若干異なり、図に示したような差異が生じてきている。

一方、放射波も考慮した厳密解では、[16]で述べたように、$\theta>58.6°$ で減衰波として存在する放射波の影響、および $\theta<\theta_T$ においても存在する $Re[C_\alpha]$ のそれによって P_{CR}, P_{CT} が決まり、$\theta=\theta_T$ 近傍で若干複雑な変化をすることになる。また本法も含めた近似解法では、P_{CR}, P_{CT} とも厳密解のそれらに較べ大きく評価されていることがわかる。このようなことは不連続の強さに大いに左右され、この種の不連続問題を扱う上で問題となるが定性的な説明は難しい。特に、P_{CR}, P_{CT} とも入射TE波が全反射する角度以上において最大となる物理的な理由は若干考えられるが充分納得しうる説明を見い出していない。

さて、図9～図12の数値計算例はこれまでの場合と異なり、入射TE波が厚さ d_2 の薄い導波路2の側から斜入射した場合のものである。図9は図4に対応するTE波→TE波の反射、透過電力を示したものであり、この場合には、全反射角が存在しないのは当然である。なお、厳密解と本法の

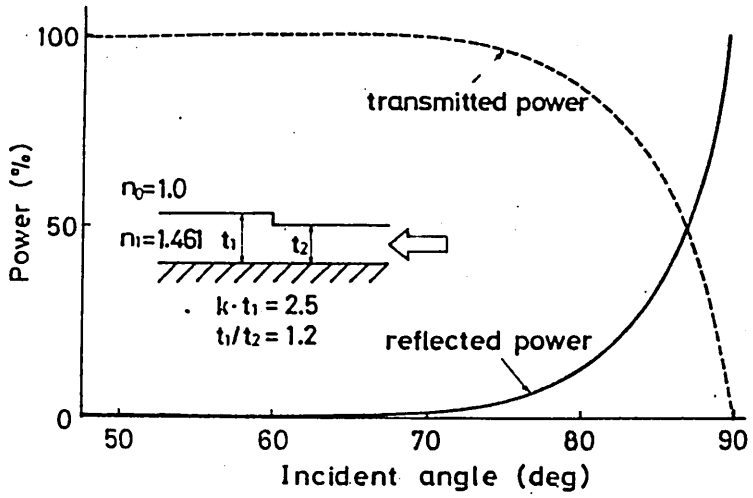


図9. 導波路2から斜入射するTE表面波の反射および透過電力

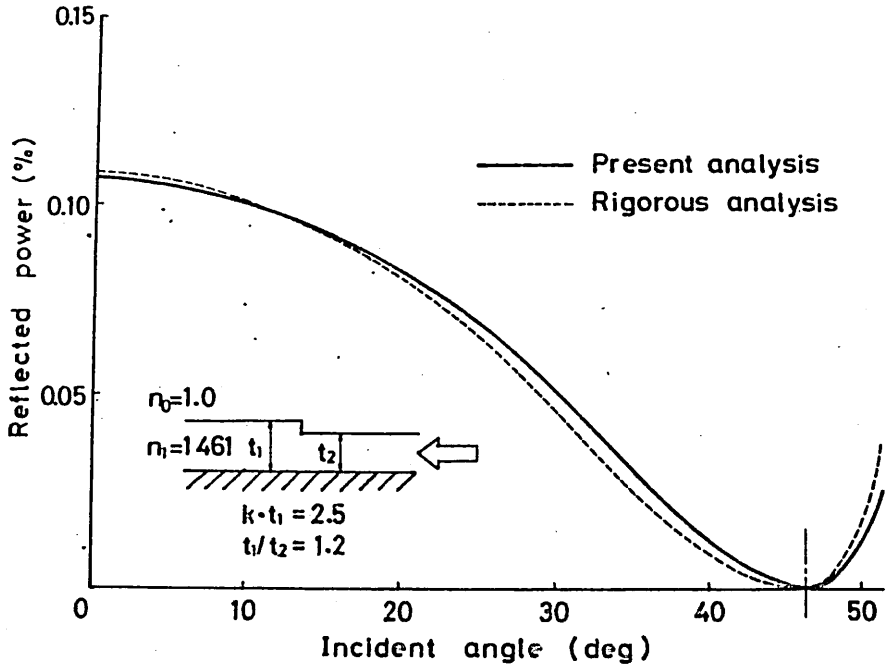


図10. Brewster角近傍におけるTE反射波電力の斜入射角度依存性

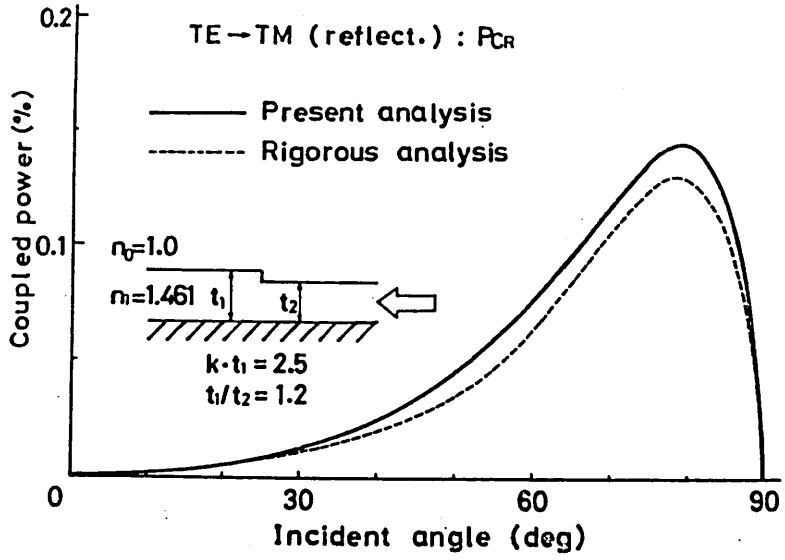


図 11　結合TM波の反射電力

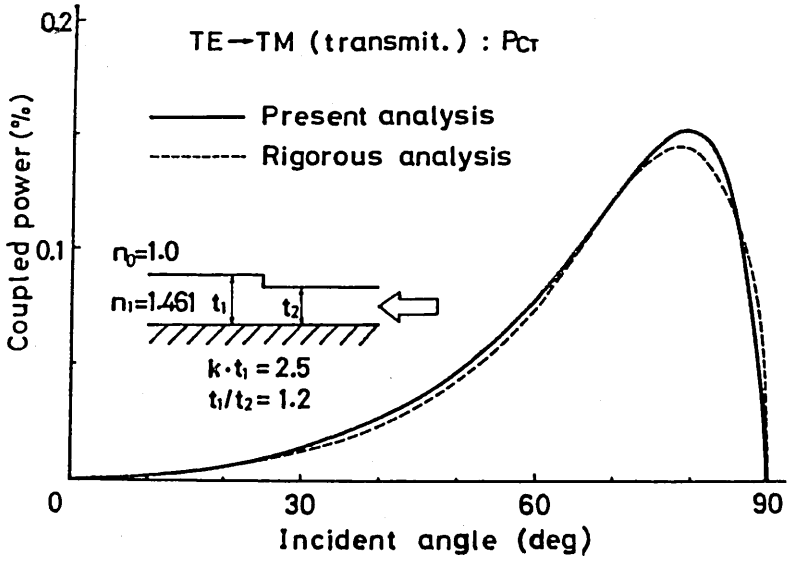


図 12　結合TM波の透過電力

結果はほとんど一致しており、その差異は図10にみられる程度である。この場合のBrewster角は、$\theta_B = \tan^{-1}(n_{eff1}/n_{eff2}) = 46.9°$である。

最後に、図11および図12は図7および図8に対応するP_{CR}, P_{CT}の計算結果である。この場合には全反射角が存在しないためにC_αは$0<\theta<90°$にわたり虚数部のみで表わされ、さきの結果の$\theta=\theta_T$近傍でみられた$Im[C_\alpha]$と$Re[C_\alpha]$との寄与のかねあいによって定まる複雑なふるまいは現われない。しかも厳密解で考慮されている放射波（$\theta>65.7°$ではx方向の減衰波）への変換量もここで取り扱っている不連続の強さではそれ程大きくなく（入射電力の1%以下[16]）、これらのことが本法の結果と厳密解のそれとが極めて良い一致を示す原因であると考えられる。しかし導波路1の側からの入射も含めて考えたとき、ここで述べた近似的な結果がどの程度の不連続問題に対して有効であるかの見定めは、さらに数値的な検討を進めるとともに、現在実行しつつある実験的な検討も含め今後の課題である。

4. むすび

誘電体スラブ導波路中のステップ状不連続部に斜入射する表面波のふるまいの近似的な取り扱いについて述べ、それによる数値計算結果を述べるとともにさきに示した厳密な取り扱いによる結果を交えて検討した。

ここではTE波入射を考えたが、TM波入射に対しても同様に解ける。これら全ての場合を考慮すれば[16]で示したと同様にこの場合には、ステップ状不連続部の斜入射問題に対する伝送行列が表面波モードのみが存在する近似のもとで求まるから、これらの縦続接続によって有限長の周期構造の分散特性を求めることができる。これらについての詳細は別の機会[21]に報告する予定である。一方このような決定問題をもとにして、いま図1のx=-dのyz面を磁気（または電気）壁で置き換えたときの導波路1での多重反射現象をx=0からxの負の方向をみたTE、TM波に対するインピーダンス関係で置換し、その結合回路系の自由共振モードに着目すれば、問題は誘電体リブ型導波路[22]の固有値問題となる。この導波路のz方向伝播で、TE波優勢モード（素波伝播方向は、$\theta = \theta_T \sim 90°$）に対して、図8で示したx軸に沿って伝播する導波路2の側への結合TM波（G_Tに対応するもの）の存在は、*Peng*、*Oliner*らが見い出した、いわゆる誘電体ストリップ形の多くの導波路に存在する*leakage effect*[20]を説明するものであり、[16]の方法とともに本法によっても近似的ではあるが定量的に検討できる。これについても別報にて報告する予定である。

末筆ながら日頃御鞭撻頂く本学滝山教授ならびにPINYの*Oliner*教授に感謝致します。

參考文獻

[1] D. Marcuse, Bell Syst. Tech. Jour., 49, p273 (1970)

[2] V.V. Shevchenko, "Continuous transitions in open waveguides", Golem Press (1971)

[3] G.A. Hockham and A.B. Sharpe, Electronics Lett. vol. 8, 9, p 231 (1972)

[4] S.F. Mahmond and J.C. Beal, IEEE Trans. MTT-23 p 193 (1975)

[5] L. Bergstein, E.W. Hu and S.T. Peng, Polytech Inst. of New York Report, NO. R-452, 40-75, P66 (1975)

[6] E.W. Hu and Bergstein, 同上, Report NO. R-452, 41-76 p 22 (1976)

[7] G.H. Brooke and M.M.Z. Zhavadly, Electronics Lett., vol. 12, 18, p 475 (1976)

[8] B. Rulf, Radio Science, 12, p 593 (1977)

[9] T.E. Rozzi, IEEE Trans., MTT-26 (1978)

[10] K. Morishita et. al., IEEE Trans., MTT-27 (1979)

[11] T.E. Rozzi and G.H. Intveld, IEEE Trans., MTT-27 (1979)

[12] J. P. Hsu et. al., URSI Meeting, College Park (1978)

[13] K. Oguso et. al., Appl. Opt., 8, p 908 (1979)

[14] J. P. Hsu et. al., Polytech. Inst. of New York, MRI Report, R-452, 43-78, p 68 (1978)

[15] 繁沢、辻, 昭56 信学会総合全大論文集 p3-5 (1981)

[16] 繁沢、辻, 信学会マイクロ波研資, MW 81-14. (1981)

[17] H. Shigesawa and M. Tsuji, URSI Meeting, Los Angeles (1981)

[18] D. Marcuse, "Theory of Dielectric Optical Waveguides" Academic Press, Chap 1, (1974)

[19] M. C. Shiao, H. Shigesawa et. al., IEEE MTT-S Intl. Microwave Symp., Digest P14, Los Angeles (1981)

[20] S. T. Peng and A. A. Oliner, Trans. IECE of Japan, E 61, p 151 (1978)

[21] 繁沢.他, 信学会光量エレ研にて発表予定 (1981. 8)

[22] 辻.他, 信学論文誌, J63-B p884 (1980)

輻射科学研究会資料

導波-導波モード結合形光変調器の製作精度緩和に関する考察

柴沼直輝
小野寺秀俊
中島将光
池上淳一
（京都大学・工学部）

昭和56年7月3日
於 中央電気クラブ

1. はじめに

近年、光集積回路の素子として、電気光学効果を応用した種々の薄膜導波型光変調器の研究が行なわれてきている。薄膜導波路を一つのモードで伝搬している光を強度変調する場合、損失を考えないかぎり光の電力を変調信号に応じて他のモードに移行させる必要があるが、光が漏れ入る側のモードの数が一個であるか多数であるかによって変調器の構造及び特性が大きく異なる。前者のタイプは導波-導波モード結合型と呼ぶことができよう。後者において、漏洩モード数が極めて多い(無限個)の場合、導波-放射モード結合型とよび得る。以下モード結合という観点から両者を比較検討してみる。

結合モード理論は、電気光学効果によって誘電率テンソルに非対角項が生じた系(摂動系)の伝搬特性を非対角項を無視した系(基本系)の独立な複数個のモードの間の結合(電力の交換)という形で近似しようとするもので、直観的な理解のしやすさから広く用いられている。モード間の結合の強さ(結合係数)は両方のモードの、電力で正規化された界分布の重なり積分に比例する。また、よく知られているように、薄膜導波路における基本系の伝搬モードは、TEモードとTMモードに分類される。

そしてこれらはさらに，伝搬するエネルギーの大部分が導膜とその近傍に集中する導波モードと，そうでない放射モードに分類される。

さて，二つのタイプ，すなわち導波-導波モード結合型と導波-放射モード結合型について変調度の面からみると，前者の2モード結合では位相整合がとれた場合完全電力交換が行なわれるため，原理的に100%の変調度が期待できる。一方，導波-放射モード結合型では一つのモードから連続的なスペクトルをもつ放射モードへ結合させる，いわゆる一対多モード結合であるため，電力の減衰が指数関数的となり，100%の変調度は期待できない。

しかし製作精度（誤差に対する許容度）の点からみれば，導波-放射モード結合型の方がはるかに有利であると考えられている。これは，導波-導波モード結合型では両モード間に位相整合がとれていなければならないため，各パラメータに許される誤差が非常に小さいのに対し，導波-放射モード結合型では，一方のモードが連続的に分布しているために自動的に位相整合がとれ，かなりの誤差が許されるからである。

前に導波-放射モード結合型変調器の効率を改善する方法を報告した(1)が，いま一つ重要な問題が残されている。

それは，原理的に100%の変調が可能な導波－導波モード結合型の精作製度をどの程度改善できるかという問題である。

この小論では，薄膜導波路の伝送理論と結合モード理論について簡単にまとめたのち，導波－導波モード結合を容易にするための方針について考察する。それにもとずいて最もよいと思われる構造・材料をあげ，それについての計算結果を示し，さらにそれを光変調器に応用する方法を述べる。

2．薄膜導波路のモード結合理論

図1に示す薄膜導波路の電磁界表現とモード結合理論をまとめておく[2]。

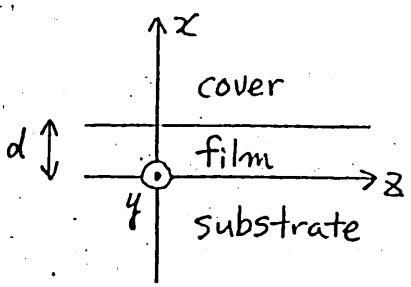


図1 薄膜導波路の構造と座標系

まずTEモードについては，各層の界分布は次のようになる。

$$E_y^{(E)} = \begin{cases} E_c \exp[-\theta_c(x-d)] & (d<x<\infty) \\ E_f \cos(p_f x - \varphi_s) & (0<x<d) \\ E_s \exp \theta_s x & (-\infty<x<0) \end{cases} \quad (1)$$

各境界面で E_y と H_z の連続性を考慮すると次の固有値方程式が得られる。

$$\cot(p_f d) = \frac{p_f^2 - \theta_c \theta_s}{p_f(\theta_s + \theta_c)} \quad (2)$$

各領域では次のような波数の関係が成立する。

$$\begin{aligned} \varepsilon_{y(c)} k_0^2 &= -\theta_c^2 + \beta^2 \\ \varepsilon_{y(f)} k_0^2 &= \quad \rho_f^2 + \beta^2 \\ \varepsilon_{y(s)} k_0^2 &= -\theta_s^2 + \beta^2 \end{aligned} \tag{3}$$

また各振幅係数 E_c, E_f, E_s は次の規格化条件によって規格化されているものとする。

$$P \equiv -\frac{1}{2}\int E_y H_x \, dx = 1 \tag{4}$$

次にTM導波モードについては、各層の界分布は次のようになる。

$$H_y^{(M)} = \begin{cases} H_c \exp[-\gamma_c (x-d)] & (d<x<\infty) \\ H_f \cos(k_f x - \phi_s) & (0<x<d) \\ H_s \exp \gamma_s x & (-\infty<x<0) \end{cases} \tag{5}$$

各境界面で H_y と E_z の連続性を考慮すると次の固有値方程式が得られる。

$$\cot k_f d = \frac{k_f^2 - F_{fc} F_{fs} \gamma_c \gamma_s}{k_f (F_{fc} \gamma_c + F_{fs} \gamma_s)} \tag{6}$$

ただし $F_{fc} = \dfrac{\varepsilon_{z(f)}}{\varepsilon_{z(c)}}$, $F_{fs} = \dfrac{\varepsilon_{z(f)}}{\varepsilon_{z(s)}}$

各領域では次の波数の関係が成立している。

$$k_0^2 = -\frac{\gamma_c^2}{\varepsilon_{z(c)}} + \frac{\beta^2}{\varepsilon_{x(c)}}$$

$$k_0^2 = \frac{K_f^2}{\varepsilon_{z(f)}} + \frac{\beta^2}{\varepsilon_{x(f)}} \qquad (7)$$

$$k_0^2 = -\frac{\gamma_s^2}{\varepsilon_{z(s)}} + \frac{\beta^2}{\varepsilon_{x(s)}}$$

TM モードの場合も TE モードと同様に，振幅係数 H_c, H_f, H_s が規格化されているものとする。

さて，結合モード理論では摂動系での伝搬特性を基本系での互いに独立な TE 導波モードと TM 導波モードの結合として近似する。その結合の様子は次の結合モード方程式で表現される。

$$\frac{da^{(E)}}{dz} + j\beta^{(E)} a^{(E)} = K_{EM}\, a^{(M)}$$
$$\frac{da^{(M)}}{dz} + j\beta^{(M)} a^{(M)} = K_{ME}\, a^{(E)} \qquad (8)$$

ここで $a^{(E)}$, $a^{(M)}$ はそれぞれ TE, TM 導波モードの複素振幅である。また K_{EM} は結合係数であり，次式で与えられる。(3)

$$K_{EM} = -\frac{j\omega\varepsilon_0}{4}\int E^{(E)*}(\tilde{\varepsilon} - \varepsilon) E^{(M)}\, dx \qquad (9)$$

上の式で，$\tilde{\varepsilon}$, ε はそれぞれ摂動系，基本系の比誘電率テンソルである。

さて $z=0$ において TE モードが入射したとすると，$a^{(E)}$, $a^{(M)}$ は次の式に従って変化する。

$$|a^{(E)}(z)|^2 = |a^{(E)}(0)|^2(1 - F\sin^2 Kz) \qquad (10)$$
$$|a^{(M)}(z)|^2 = |a^{(M)}(0)|^2 F\sin^2 Kz$$

ここにFは電力変換効率であり、次式で表わされる。

$$F = \left[1 + \left(\frac{\beta^{(M)} - \beta^{(E)}}{2|K_{EM}|}\right)^2\right]^{-1} \qquad (11)$$

またKは次式で表わされる。

$$K = |K_{EM}| / \sqrt{F}$$

入射したTEモードの電力がはじめて最小値に達する距離（以後、変換距離という）を$z=l$とすると、lは次式で表わせる。

$$l = \frac{\pi\sqrt{F}}{2|K_{EM}|}$$

3. 精度緩和のための方針

TEモードとTMモードの間に100%の電力変換が行なわれるためには、(10)式に示されるように、変換効率Fが1でなければならない。この小論の目的は製作精度の緩和であるが、精度の緩和とは、各種パラメータが変動してもFの値が激減しないようにすることである。精度を緩和するには、おおまかにみて、①精度が寛容な構造・材料を選ぶ ②補助的手段で縮退を調節する ③製作工程中でfeedbackを行なう、などの方向があろう。③については文献(4)にみられるが、その他については

あまりみられない。

ここでは①の方向で考察を行なう。われわれは η を1に近い値に維持したいわけであるが，(11)式から明らかなように，次の条件が必要である。

$$\left| \frac{\beta^{(M)} - \beta^{(E)}}{K_{EM}} \right| \ll 1$$

まず，上の式の左辺の分子についてみると，$\beta^{(M)}$ と $\beta^{(E)}$ に差が生じるのは各モードの固有値方程式の違いと，各モードが感じる屈折率のためである。このうち前者は導波路の構造によって決まるものであるが，後者については材料の面から選択の余地がある。次に分母については，両モードの界分布の重なり具合と，比誘電率テンソルに生じる非対角項の大きさによってきまる。これらのうち非対角項については用いる材料に直接依存する。結局、左辺の値はさまざまな要因の総合評価ではあるものの、その値を小さくするための一つの目安として，用いる材料の比誘電率テンソルの異方性と摂動項との比を小さくするということが考えられる。

大きな電気光学効果をもつ材料としては，$LiNbO_3$，$LiTaO_3$，KLNなどがある。これらの材料の定数を表1に示す。これらの材料の電気光学係数のうち，構造の簡単な変調器として利用しやすいものは r_{51} であるが，それによって生ずる比誘電率テンソルの

非対角項は次式で表わされる。

$$\Delta n^2 = -n_o^2 n_e^2 r_{51} E$$

ここで異方性と摂動項の比

$$R = |n_o - n_e| / n_o^2 n_e^2 r E$$

を考え、その値を表1の最下段に示した。ただし印加電界Eの値としては，空気の絶縁破壊の電界である 3×10^6 V/mを用いた。これらの数値をみるとLiTaO$_3$の有利さが予想される。

異方性の小さい材料といっても、必ずしも主軸系からみた異方性が小さいものを選ばなくてもよい。電気光学材料の光学軸を座標軸から適当な角度だけ傾けることによって，基本系での異方性を小さくすることもできるし、(5) 不純物の拡散や混晶化などによって異方性を小さくすることもできる。ただ、その場合は，誤差に留意すべきパラメータの数が増えることになり，好ましく

表1. 代表的電気光学材料の定数

	LiNbO$_3$	LiTaO$_3$	KLN
屈折率	$n_o = 2.288$ $n_e = 2.207$	$n_o = 2.176$ $n_e = 2.181$	$n_o = 2.294$ $n_e = 2.156$
電気光学係数	$r_{51} = 28\times10^{-12}$	$r_{51} = 20\times10^{-12}$	$r_{51} = 80\times10^{-12}$
R	37.8	3.70	23.5

LiNbO$_3$, LiTaO$_3$についてはcongruent組成としてある。

ない。あとで指摘するように，一つのパラメータの誤差は他のパラメータの誤差の許容度に余分な制限を加えるからである。

以上のような事柄を考慮して，次のような方針をたてる。

① 電気光学材料としてはR値の小さいものが望ましい。

② 異方性材料の使用は必要最小限にとどめる。

③ 考慮すべきパラメータの数は極力少なくする。

上の方針に従ってたどりつく最も自然な結論は，等方性cover/等方性film/$LiTaO_3$基板構造であろう。ただしTE$_0$モードとTM$_0$モードを縮退させるためには，$LiTaO_3$基板はZ cutでなければならない。

4. 等方性cover/等方性film/Z cut $LiTaO_3$基板構造型光モード変換器の製作精度

図2に，この構造と座標系を図示する。

この構造のモード変換器の特徴として，次のような事柄があげられる。

① 基板材料の異方性が小さく，また等方性フィルムを用いているのでTE導波モードとTM導波モードの位相定数のあいだに大きな差が生じにくい。このため製作精度が緩和されることが予想される。

② 構造が非常に簡単であり，誤差の許容度に注意すべきパラ

図2.

等方性cover/等方性film/Zcut LiTaO3基板構造型モード変換器

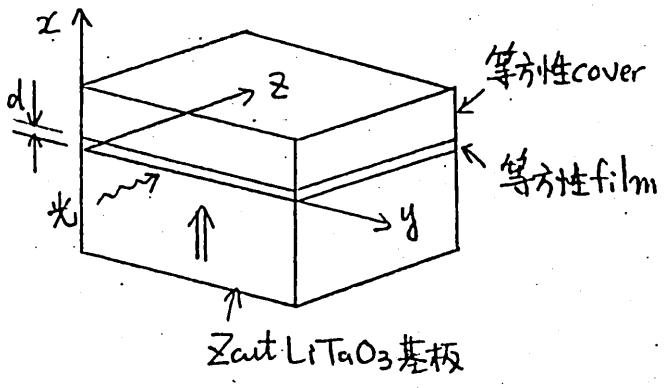


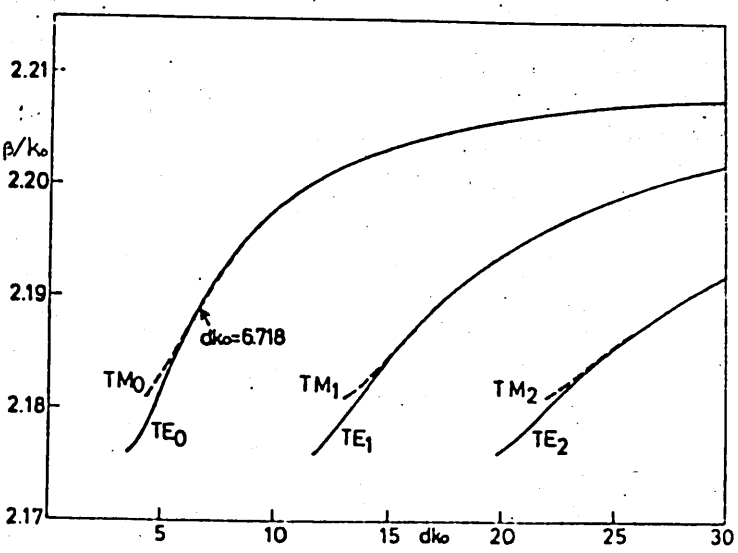
図3(a).

図2のモード変換器の分散曲線

$n_c = 1.5$

$n_f = 2.210$

TEモードとTMモードの曲線が交さ(縮退)している。

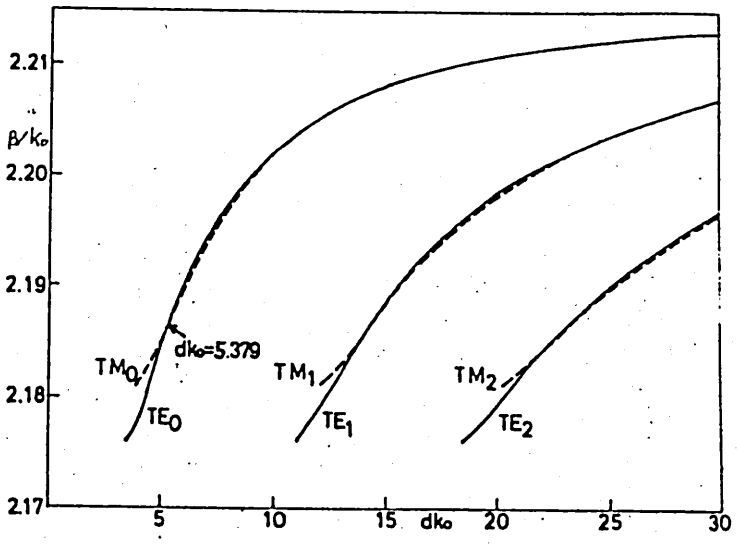


(b).

$n_c = 1.5$

$n_f = 2.215$

n_fを大きくすると縮退点がカットオフに近づく



メータの数も少ない。

③基板の光学軸は特別な方向をとらないので製作が容易である。

④基板がZ_{cut}であるため、素子の方向をy-z面内に任意にとることができ、複数の素子を用いて回路を構成するときは必要に応じて素子の方向を変えることができるので好都合である。(6)

⑤変調のための電界はy方向に印加することになるので，平行平板電極を利用できる。

⑥基板以外電気光学効果をもたない場合は、界分布が基板中に十分しみ出していなければ強く結合しない。従ってカットオフからあまり離れたところでは使いにくいが，逆にあまりカットオフに近いと、導波路の不整による損失が大きくなる。

図3(a),(b)にTE導波モードとTM導波モードの、フィルムの屈折率n_fを変化させた場合の分散曲線を示す。ただしカバーの屈折率n_cは1.5とした。同じ次数のTEモードとTMモードの分散曲線は非常によく重なっているが，これは①のことからも予想されることである。以後，TE，TM導波モードのそれぞれ最低次モード（TE_0，TM_0モード）だけを考える。フィルムの屈折率n_fが小さい場合にはTE_0モードとTM_0モードの縮退点はカットオフから離れ，分散曲線の交点での

交さ角は小さい(a)。反対にn_fを大きくしていくと縮退点はカットオフに近くなり、交さ角は大きくなっている(b)。n_fをさらに大きくしていくと、ついには両者が縮退しないようになる。

次にy方向に変調電界を印加した場合のTE_0モードとTM_0モードの結合を考える。変調電界は空気の絶縁破壊電界30 kV/cmとした。

図4には、d_{ko}を変えたときの、変換効率Fの変化を示す。n_fが小さい場合ほど、正規化膜厚d_{ko}に対する精度要求

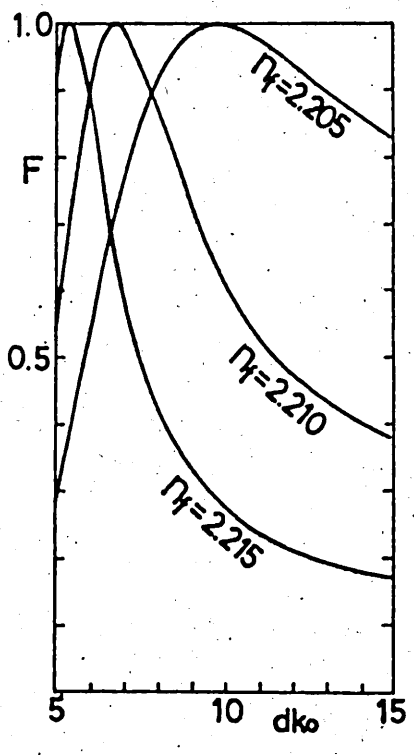


図4 変換効率Fの分布
(n_fを一定とした)

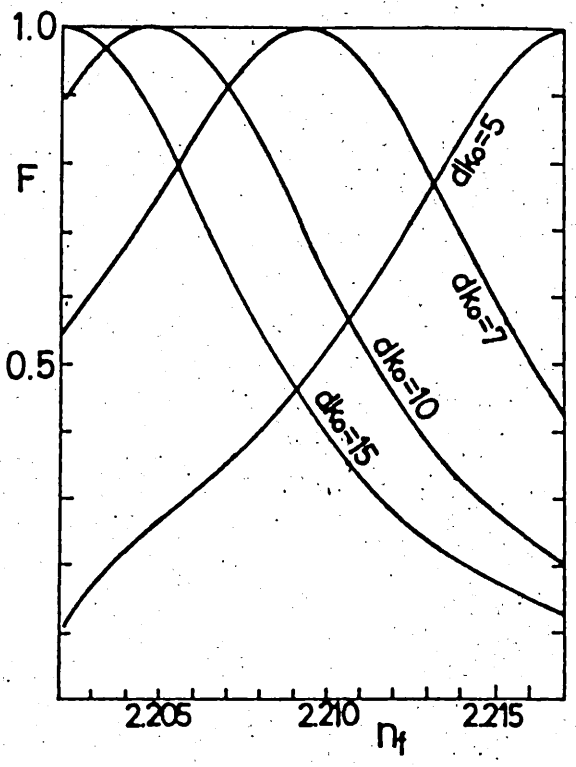


図5. 変換効率Fの分布
(正規化膜厚d_{ko}を一定とした)

が緩くなっていることがわかる。

図5には，n_fを変化させたときのFの分布を示す。d_{f_0}を変えてもn_fに対する精度要求はほとんど変化していない。

図6には，d_{f_0}-n_f面上でのFの等高線を示した。Fの等高線は右さがりの曲線になり，たとえばF>0.9となる領域は帯状の領域になっている。F=1となる曲線はもちろんTE$_0$モードとTM$_0$モードが縮退するようなd_{f_0}とn_fの関係を示している。たとえばd_{f_0}=6.718，n_f=2.210とすれば TE$_0$とTM$_0$は縮退するが，それを設計値とすると，F>0.9であるためには，d_{f_0}については−7%から+10%の範囲で誤差が許され，n_fについては±0.0025の誤差が許されることになる。

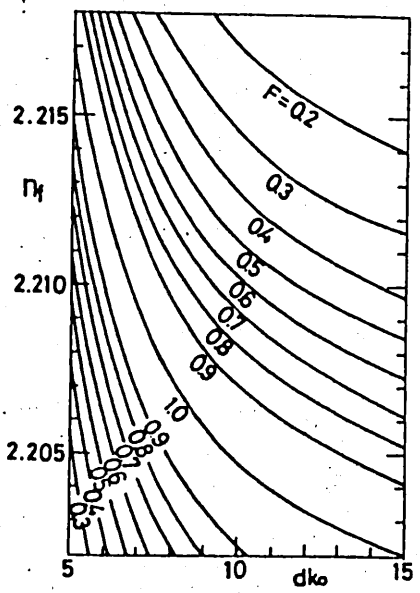


図6　Fの等高線

図7には完全電力変換に達するまでの最小距離（変換距離）l_{f_0}を示す。このとき，膜厚d_{f_0}はTE$_0$モードとTM$_0$モードが縮退するようにとってある。たとえばn_f=2.215とすると，ヘリウムネオンレーザの発振波長λ_0=0.6328μmではlは1.31 mmという値が

得られる。n_fを大きくしていくとlが小さくなっていくが，これはn_fが大きくなると縮退点がカットオフに近づき，二つのモードの界分布の基板中への浸み出しが大きくなるからである。しかしn_fをさらに大きくしていくと，図7にはあらわれていないが，lの値に極小値があらわれ，

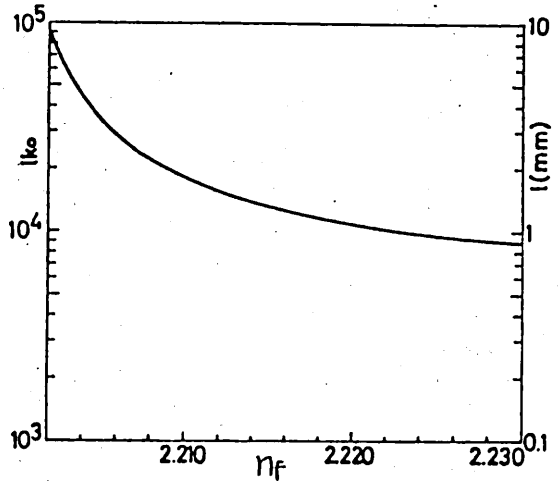


図7 完全電力変換に達するまでの最小距離（変換距離）
左側の目盛はk_0で正規化した距離を示し，右側の目盛はヘリウムネオンレーザの発振波長での距離を示している。

表2 等方/等方/ZcutLiTaO3構造での精度要求
$n_c=1.5$, $E_y=30000$V/cm, $\lambda_0=0.6328\mu m$

変換距離			3.47 mm	1.80 mm
設計値		n_f dB_0	2.205 9.69	2.210 6.72
誤差に対する許容度	F>0.9	n_f dB_0	±0.0025 −18%～34%	±0.0025 −7%～10%
	F>0.8	n_f dB_0	±0.0035 −25%～58%	±0.0035 −15%～25%
	F>0.7	n_f dB_0	±0.0045 −31%～82%	±0.0045 −19%～37%

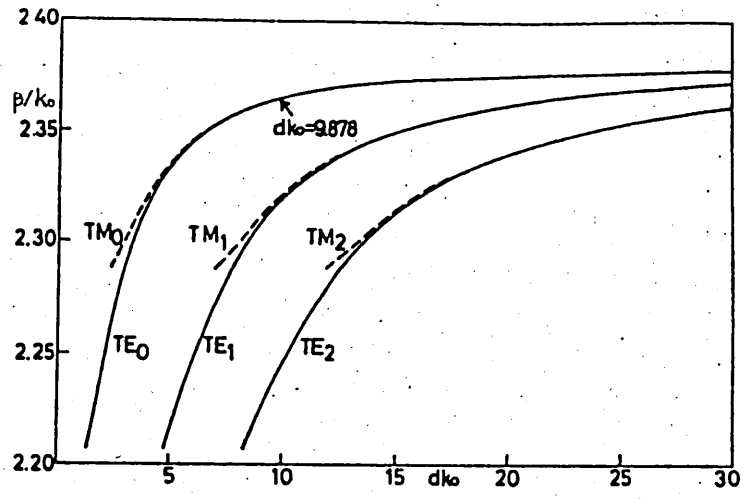
それを越して n_f を大きくすると λ は無限大に発散する。これは TM_0 モードがさきにカットオフになって界分布が基板の深いところまで広がるので、TE_0 と TM_0 の界分布の重なりが悪くなるからである。

図6より読みとれる誤差の許容度を表にしたのが表2である。変換距離を短く設計すると膜厚の精度が厳しくなっているのがわかる。またここに示した誤差の許容度は、他のパラメータの誤差が0のときの許容度である。図4よりわかるように $F>0.9$ となる領域は右さがりの帯状の領域であるため、たとえば dh_0 の誤差をゼロにできなければ、n_f に対する精度要求は表中に示した値よりも厳しくなり、また逆のことも言える。いまの場合は dh_0 と n_f という二つのパラメータしか考慮していないが、パラメータの数が増えれば精度も厳しくなるであろう。それは、一つのパラメータの誤差の許容度はそのパラメータだけで独立に考えることができないからである。

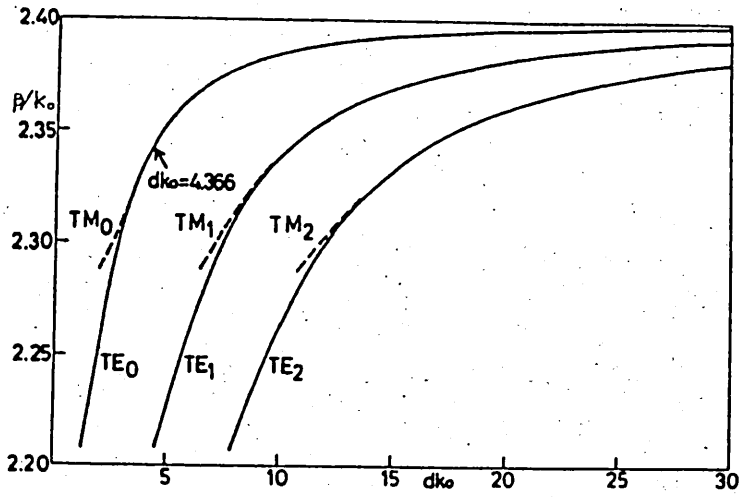
さて、比較のために $LiNbO_3$ を基板として用いた場合についても計算結果を示そう。

$LiNbO_3$ を用いるときは光学軸を y 方向に向けるものとする。この場合も、図8(a),(b)に示すように TE_0 モードと TM_0 モードを縮退させることができる。n_f を大きくすると縮退点がカットオフに近づくことがわかる。

図8(a)
基板にLiNbO$_3$を用いたときの分散曲線
$n_c = 1.5$
$n_f = 2.38$



(b).
$n_c = 1.5$
$n_f = 2.40$



またdk_0を変えたときのFの変化を図9に，n_fを変えたときのFの変化を図10に，dk_0-n_f面上でのFの等高線を図11に示す。さらにn_fを変化させたときの変換距離dk_0を図12に示す。いずれも定性的には$LiTaO_3$基板の場合とよく似たふるまいをすることがわかる。

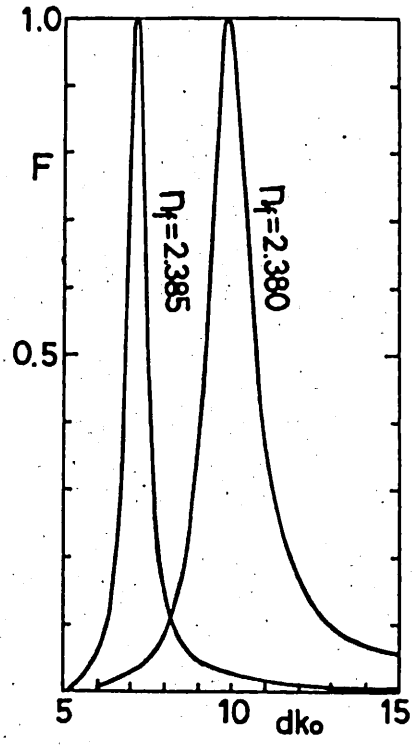


図9. 変換効率Fの分布
（n_fを一定とした）

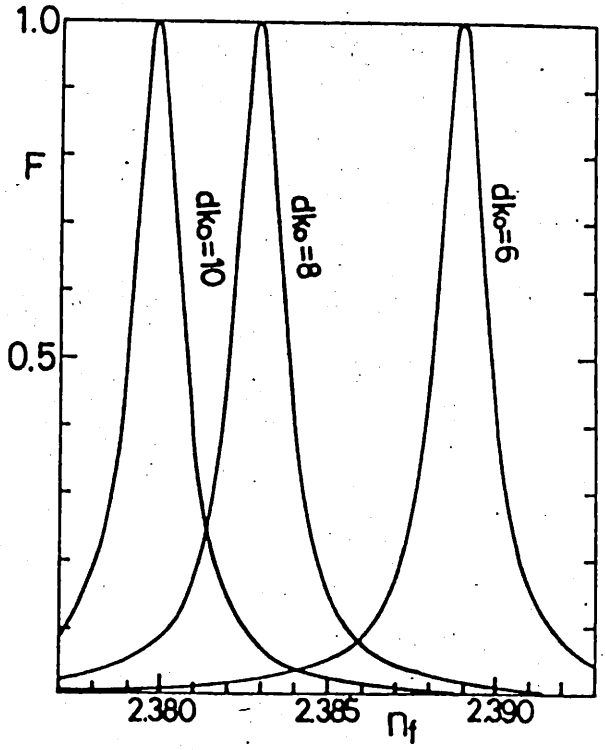


図10. 変換効率Fの分布
（d_{ko}を一定とした）

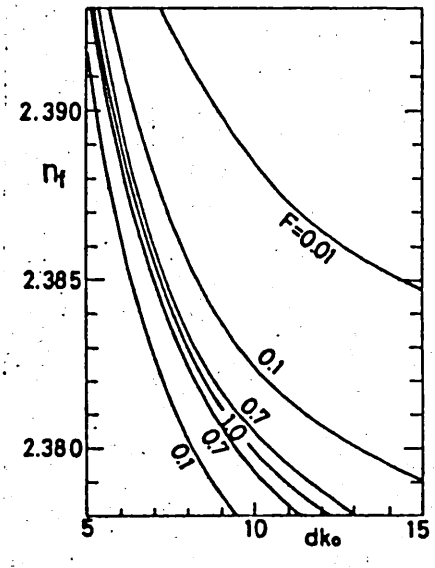


図11　Fの等高線

また図11より読みとれる誤差の許容度を表にしたのが、表3である。この場合も、変換距離 l_{f0} を短く設計すると精度が厳しくなることがわかる。

次に $LiTaO_3$ を用いた場合と、$LiNbO_3$ を用いた場合とを比較してみる。

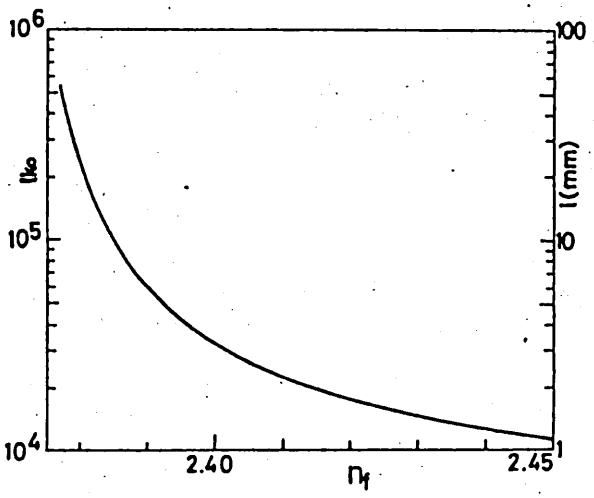


図12. $LiNbO_3$ 基板を用いたときの変換距離
右側の目盛はヘリウムネオンレーザの発振波長での距離を示している。

表3 等方/等方/Y cut $LiNbO_3$ 構造での精度要求
$n_c = 1.5$, $E_x = 30000\,V/cm$, $\lambda_0 = 0.6328\,\mu m$

変換距離			21.7 mm	9.6 mm
設計値		n_f dl_{f0}	2.380 9.88	2.385 7.13
誤差に対する許容	$F>0.9$	n_f dl_{f0}	±0.0003 ±2.5%	±0.0003 ±1.5%
	$F>0.8$	n_f dl_{f0}	±0.0004 ±4%	±0.0004 ±2%
	$F>0.7$	n_f dl_{f0}	±0.0006 ±5%	±0.0006 ±3%

表2($LiTaO_3$基板)と表3($LiNbO_3$基板)に示した設計値を比較すると，前者の方が変換距離がはるかに短く，しかも精度も寛容になっている。n_fの精度はひと桁ほど違うし，dB_0の精度にも大きな隔りがある。$LiTaO_3$基板を用いるのが有利であることは明らかであろう。また$LiNbO_3$基板を用いるときには，この節のはじめに述べた③④⑤のような長所がないということも興味深い。

さて、表2に示される精度要求は、実際の製作技術からみてどの程度の厳しさであろうか。表2に示されるような屈折率をもつフィルムを作る方法としては，スパッタリングによってNb_2O_5膜を作成するという方法が考えられる。Nb_2O_5薄膜はスパッタリングの条件によって屈折率を2.2～2.3の範囲に調節できる(7)。基板にコーニング7059ガラスを用いた予備実験では，目標値に対し屈折率については±0.003程度、膜厚については数%の範囲の誤差であった。この誤差であれば表2よりわかるように0.85程度のF値を確保できる。上の誤差がもし半分ですめば0.95程度のF値を確保できるから，ほんのわずかな改善でF値は急速に1に近づくであろう。また表2に示した設計値では，膜厚の制御よりもn_fの制御の方が重要な問題であろう。

5、光変調器への応用

2モード結合型のモード変換器は，モードフィルタと組合せて用いると，強度変調器を構成できる。モードフィルタとしては金属クラッドを装荷した薄膜導波路が考えられるが，これはTM波の減衰がTE波に比べて非常に大きいことが知られている。(8) また金属クラッドとフィルムのあいだにバッファ層を設け，その厚さを適当に調節することによって，TE波とTM波のあいだに大きな消光比が得られるということが報告されている。(9) ここでは，消光比の大きなフィルタが得られるものとして変調の方法を考えてみる。

まずモード変換器にTE波を入射させた場合を考える。変調電界を印加したときはTE波のエネルギーの大部分はTM波に変換され，TM波はフィルタに吸収されるから出力光は弱くなる。反対に電界をかけないときは，TE波は変換器とフィルタをそのまま通過する。従って強度変調を行なうことができる。しかしこの方法では，Fが十分に1に近くなければ大きな消光比は得られないであろう。

次にモード変換器にTM波を入射させる場合を考える。この場合は，変調電界を印加したときは入力光の大部分がTE波に変換されてそのまま出力される。反対に，電界をかけ

ないときは、入力光はすべてTM波のまま変換器を通過して，フィルタに吸収される。従ってこの場合には，たとえFが1でなくても、フィルタの消光比が無限大であれば、変調器としての消光比も原理的には無限大になる。

6、むすび

薄膜導波-導波モード結合型光変調器の製作精度を緩和するには，異方性と電気光学係数の比が小さい材料を用いると有利である。またそれにもとづいて等方性cover/等方性film/SiO_2/Si基板構造をあげ，その製作精度がかなり緩和されていることを数値的に示した。またその製作精度が現在の製作技術からみてもさほど困難ではないことも述べた。最後に、強度変調器に応用する方法についても触れた。

謝辞

日頃より討論・指導をしていただいている，池上(浩)研究室の栗井郁雄助手に感謝いたします。

参考文献

(1). 小野寺、中島、栗井、池上：「高変調度導波-放射モード結合形光変調器の解析」信学論 '81/4 Vol. J64-C No.4

(2). 山本、小山田、牧本：「異方性薄膜光導波系の固有モード解析とその応用」信学論 '72/10 Vol. 55-C No.10

(3). Marcuse: "Coupled-Mode Theory for Anisotropic Optical Waveguides" BSTJ July-August 1975 p985

(4). Makimoto, Yamamoto: "Passive Integrated Optical Circuits Utilizing Anisotropic Waveguides" 1977 IOOC Tech. Digest A1.1

(5). 栗井、チョンスー・チン、中島、池上：「モード間に結合がある場合のモードフィルターの解析」昭和54年度科研費特定研究「光導波エレクトロニクス」研究論文集 昭和55年3月

(6) 安東、丹治、増田、小山：「C板 $LiNbO_3$ における機能的電気光学効果光導波路」電子通信学会光量子エレクトロニクス研究会資料 OQE75-105

(7) Aagard: "Optical Waveguide Characteristics of Reactive dc-sputtered Niobium Pentoxide Films" A.P.L. vol.27, No.11, 1 Dec. 1975

(8) Kaminou, Mammel, Weber: "Metal-Clad Optical Waveguides" Applied Optics vol.13, No.2 / Feb. 1974

(9). Yamamoto, Kamiya, Yanai: "Characteristics of Optical Guided Modes in Multilayer Metal-Clad Planar Optical Guide with Low-Index Dielectric Buffer Layer" IEEE. JQE. vol. QE-11, No.9. Sept. 1975

輻射科学研究会資料

立方晶系結晶中のリボン状波源より励振された弾性波の伝搬特性

白崎博公

（福井工業大学）

昭和56年9月25日

1. まえがき

前報告[1][2]では，図1に示した非圧電立方結晶中で，Z軸方向に一様に延び，X軸方向に有限の幅Lを持って分布しているリボン状の機械的な波源より励振されるバルク波の粒子変位の積分表示式を求め，Cu結晶の擬似横波モードに対して，各伝搬方向での弾性波ビームの伝搬につれてのエネルギー密度分布変化を数値積分により求めた。そして，擬似横波モードの逆速度面(slowness surface)の曲率が零になるエネルギー伝搬方向に励振された場合には，他の伝搬方向に比べて，伝搬につれての弾性波ビームの広がりによるピーク値

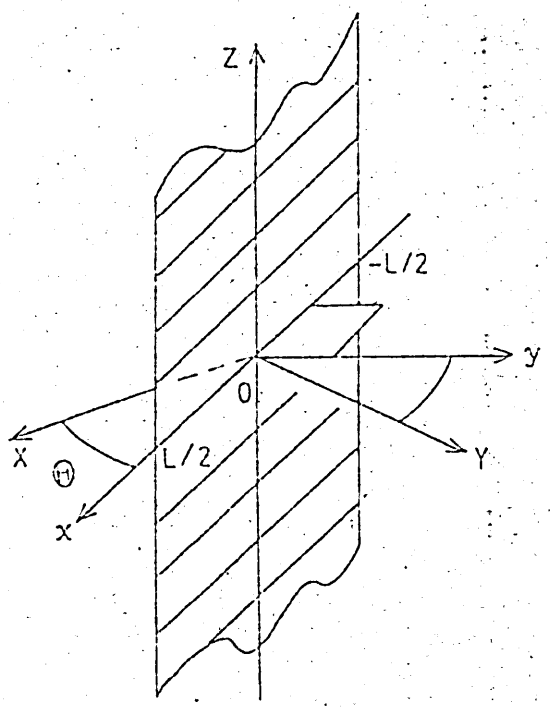


図1　リボン状波源

の低下が小さくなることを示した。

ところで図1において，x-y面内で振動する波源からは擬似横波モードだけでなく，擬似縦波モードも励振される。それで，本報告では，2つのモードを考慮し，前回の計算を補足することを目的として解析を行う。すなわち，擬似縦波モードの逆速度面の曲率，波源の振動の向きを変えたときの波源上での各モードのエネルギー密度分布及び2つのモードを考慮した弾性波ビームの伝搬につれてのエネルギー密度分布変化を数値積分により求める。そして，波源上に立つ2つのモードのエネルギー密度分布の違いや，伝搬につれての2つのモードのエネルギー伝搬方向のずれの違いによる分離現象などを数値的に確認している。

2. ダイアディックグリーン関数の導出

本節では，無限に広がった非圧電立方結晶中でZ軸上に沿って無限に延びている機械的

な線状波源による2次元のダイアディックグリーン関数を求める。この場合，Z軸方向には解は一様になるので，図1の回転座標系(x, y, z)での位置ベクトルを$\mathbf{r}=(x_1, x_2)$，波数ベクトルを$\mathbf{k}=(k_1, k_2)$として回転座標系に対して2次元解析を行う。

運動方程式は，次式で与えられる。

$$c'_{ijpq}\partial_j\partial_q u_p - \rho\frac{\partial^2 u_i}{\partial t^2} = f_i, \quad (i,p=1,2,3,\ j,q=1,2) \qquad (1)$$

ここに，∂_qは空間座標x_qに関する微分を示している。u_i, ρ, f_iは，それぞれ粒子変位，質量密度，体積力である。また，c'_{ijpq}は回転座標系での4添字記号での弾性スティフネス定数であり，立方結晶の2添字記号の弾性スティフネス定数c_{ij}を用いて，座標軸の回転角を㊍とすると，2添字記号で次のように正方晶系の形で与えられる[3]。

$$[C'_{ij}] = \begin{bmatrix} C'_{11} & C'_{12} & C_{12} & 0 & 0 & C'_{16} \\ C'_{12} & C'_{11} & C_{12} & 0 & 0 & -C'_{16} \\ C_{12} & C_{12} & C_{11} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & C_{44} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & C_{44} & 0 \\ C'_{16} & -C'_{16} & 0 & 0 & 0 & C'_{66} \end{bmatrix} \quad (2)$$

ここに

$$\begin{aligned} C'_{11} &= C_{11} + 2(C_{12} - C_{11} + 2C_{44}) \cos^2\theta \sin^2\theta \\ C'_{12} &= C_{12} + 2(C_{11} - C_{12} - 2C_{44}) \cos^2\theta \sin^2\theta \\ C'_{66} &= C_{44} + 2(C_{11} - C_{12} - 2C_{44}) \cos^2\theta \sin^2\theta \\ C'_{16} &= (C_{11} - C_{12} - 2C_{44}) \cos\theta \sin\theta (\cos^2\theta - \sin^2\theta) \end{aligned} \quad (3)$$

立方結晶は，次式で示す機械的な線状波源で励振されると仮定する。

$$f_i(\mathbf{r}) = a_i \delta(\mathbf{r}) \exp(-i\omega t) \quad (i = 1, 2, 3) \quad (4)$$

ここに，a_i は任意ベクトルの i 成分であり，$\delta(\mathbf{r})$ はディラックのデルタ関数である。

また，粒子変位を次のようにおく。

$$u_i(\mathbf{r}) = G_{ik}(\mathbf{r}) a_k \quad (i, k = 1, 2, 3) \quad (5)$$

ここに，$G_{ik}(\mathbf{r})$ は立方結晶中での2次元ダイアディックグリーン関数であり，フーリエ積

分を用いて次式のように表わす。

$$G_{ik}(\mathbf{r}) = \frac{1}{(2\pi)^2} \iint_{-\infty}^{\infty} \tilde{G}_{ik}(\mathbf{k}) \exp\left[i(\mathbf{k}\cdot\mathbf{r} - \omega t)\right] dk_1 dk_2 \qquad (6)$$

式(5),(6)を式(1)(4)に代入すると，変形の後，次式が得られる。

$$\Gamma_{ip}(\mathbf{k})\, \tilde{G}_{pg}(\mathbf{k}) = \delta_{ig} \qquad (7)$$

$$\begin{aligned}
\Gamma_{11}(\mathbf{k}) &= C'_{11} k_1^2 + 2 C'_{16} k_1 k_2 + C'_{66} k_2^2 - \rho\omega^2 \\
\Gamma_{22}(\mathbf{k}) &= C'_{66} k_1^2 - 2 C'_{16} k_1 k_2 + C'_{11} k_2^2 - \rho\omega^2 \\
\Gamma_{33}(\mathbf{k}) &= C_{44}(k_1^2 + k_2^2) - \rho\omega^2 \qquad (8) \\
\Gamma_{12}(\mathbf{k}) &= C'_{16}(k_1^2 - k_2^2) + (C'_{12} + C'_{66}) k_1 k_2 \\
\Gamma_{13}(\mathbf{k}) &= \Gamma_{23}(\mathbf{k}) = 0
\end{aligned}$$

ここに，δ_{ig}はクロネッカーのデルタである。

よって，式(7)より次式が得られる。

$$\tilde{G}_{ig}(\mathbf{k}) = D_{ig}(\mathbf{k}) / D(\mathbf{k}) \qquad (i = 1, 2) \qquad (9)$$

$$\tilde{G}_{3g}(\mathbf{k}) = \delta_{3g} / \Gamma_{33}(\mathbf{k}) \qquad (10)$$

ここに

$$D_{1g}(\mathbf{k}) = \begin{vmatrix} \delta_{1g} & \Gamma_{12}(\mathbf{k}) \\ \delta_{2g} & \Gamma_{22}(\mathbf{k}) \end{vmatrix} \qquad (11)$$

$$D_{2g}(\mathbf{k}) = \begin{vmatrix} \delta_{1g} & \Gamma_{12}(\mathbf{k}) \\ \delta_{2g} & \Gamma_{22}(\mathbf{k}) \end{vmatrix} \tag{12}$$

$$D(\mathbf{k}) = \begin{vmatrix} \Gamma_{11}(\mathbf{k}) & \Gamma_{12}(\mathbf{k}) \\ \Gamma_{12}(\mathbf{k}) & \Gamma_{22}(\mathbf{k}) \end{vmatrix} \tag{13}$$

よって，立方結晶における回転座標系での2次元ダイアディックグリーン関数は，式(9)(10)を式(6)に代入することによって得られる。そして，一般に立方結晶中の点 $\mathbf{r}' = (x_1', x_2')$ に線状波源が作用する場合の2次元ダイアディックグリーン関数は次式で与えられる。

$$G_{ig}(\mathbf{r}|\mathbf{r}') = \frac{1}{(2\pi)^2} \iint_{-\infty}^{\infty} \frac{D_{ig}(\mathbf{k})}{D(\mathbf{k})} \exp\{i[\mathbf{k}\cdot(\mathbf{r}-\mathbf{r}') - \omega t]\} dk_1 dk_2, \quad (i=1,2) \tag{14}$$

$$G_{3g}(\mathbf{r}|\mathbf{r}') = \frac{1}{(2\pi)^2} \iint_{-\infty}^{\infty} \frac{\delta_{3g}}{[C_{44}(k_1^2+k_2^2) - \rho\omega^2]} \exp\{i[\mathbf{k}\cdot(\mathbf{r}-\mathbf{r}') - \omega t]\} dk_1 dk_2 \tag{15}$$

一般に，体積力 $f_j(\mathbf{r}')$ $(j=1,2,3)$ が，それぞれ領域 V_j' $(j=1,2,3)$ に分布している場合には，粒子変位は次式で与えられる。

$$u_i(\mathbf{r}) = \iint_{V_j'} G_{ij}(\mathbf{r}|\mathbf{r}')\, f_j(\mathbf{r}')\, d\mathbf{r}' \qquad (i,j=1,2,3) \qquad (16)$$

3. 積分の1次元化

式(15)は，等方性媒質中でのグリーン関数の形をしており，ハンケル関数を用いると次式のように表わされる[4]。

$$G_{3\beta}(\mathbf{r}|\mathbf{r}') = \frac{i\delta_{3\beta}}{4C_{44}} H_0^{(1)}(k|\mathbf{r}-\mathbf{r}'|) \qquad (17)$$

ここに

$$k = \sqrt{\rho\omega^2/C_{44}} \qquad (18)$$

それで，ここでは式(14)においてk_2に関する積分を，複素k_2平面での積分路を用いて行い，2次元の積分を一次元に帰着させることを考える。積分路は，実軸と上半平面又は下半平面での大きな半円からなり，この半円からの積分への寄与は，その半径が十分大きいとき，ジョルダンの補助定理により無限に小さくなる。この方法で，k_2に関する積分は被積分項からの適切な寄与で置き換えられる。k_2に関

しての積分は，次式

$$D(k_1, k_2) = 0 \qquad (19)$$

の根であるところの極$k_2(k_1)$以外の特異点を持たない。式(19)は4次の多項式［式(8)と(13)を参照］であり，その実根はx-z面内に変位を持つ擬似縦波(quasilongitudinal wave) L モードと擬似横波(quasitransverse wave) T_2 モードに対応して，それぞれ正負，2根ずつ得られる。そして，k_1-k_2平面でLモードとT_2モードに対応して2つの実数曲線が得られるが，これは各モードに対する逆速度面を表わす。

ここで，放射条件を満足する解を得るために次の操作を行う。まず，角周波数ωを$\omega + i\varepsilon$で置き換える。ここに$\varepsilon > 0$であり，後に$\varepsilon \to 0$とする。そのとき，式(19)は次式で近似される。

$$D + i\varepsilon \frac{\partial D}{\partial \omega} = 0 \qquad (20)$$

ここにDは，最初の$D(\varepsilon = 0)$を示している。さらに，Dの実数の1位の零点$k_2 = k_{20}$の近傍で，式(20)は次式で近似される。

$$(k_2 - k_{20})\frac{\partial D}{\partial k_2} + i\varepsilon \frac{\partial D}{\partial \omega} = 0 \qquad (21)$$

よって，式(21)の零点は，もし群速度が

$$v_g = -\frac{\partial D}{\partial k_2}\left(\frac{\partial D}{\partial \omega}\right)^{-1} > 0 \qquad (22)$$

を満足するときには，複素k_2平面の上半平面にあり，$v_g<0$が成立するときには下半平面にあることがわかる。

ここで，$x_2>0$にとって，複素k_2平面の上半平面において，実軸上の線分$-R<\mathrm{Re}[k_2]<R$, $R>0$と半円弧C_R, $|k_2|=R$とからできた半円の積分路を考える。そして，式(18)のk_2に関する積分を，$R\to\infty$の極限でこの半円に含まれる適切な極からの寄与で置き換えると，$\varepsilon\to 0$の極限として，Lモードに対応する極$k_2^{(L)}(k_1)$とT$_2$モードに対応する極$k_2^{(T_2)}(k_1)$による留数の和として次式が得られる。

$$G_{ij}(1|1') = \frac{i}{2\pi}\int_{-\infty}^{\infty}\left\{\left[\frac{D_{ij}(k_1,k_2)}{\partial D(k_1,k_2)/\partial k_2}\right]_{k_2=k_2^{(L)}(k_1)} \exp\left[ik_2^{(L)}(k_1)(x_2-x_2')\right]\right.$$

$$+\left[\frac{Dig(k_1,k_2)}{\partial D(k_1,k_2)/\partial k_2}\right]_{k_2=k_2^{(T_2)}(k_1)} \exp\left[ik_2^{(T_2)}(k_1)(x_2-x_2')\right]\Big\}$$

$$\cdot \exp\{ik_1(x_1-x_1')-\omega t\}dk_1 \qquad (23)$$

4. 数値計算例

本節では，立方晶系のCu結晶を用いて数値計算を行う。弾性定数は文献[5]に従っている。

図2には，Cu結晶の(001)面内を伝搬する擬似縦波Lモード，純粋な乙方向変位を持つSV(Shear Vertical)波T_1モード，擬似横波T_2モードのバルク波の逆速度面を示した。周波数$f=1KH_z$である。これは，式(14)及び(15)の被積分項の分母を零とおいた式より得られる。この逆速度面の法線方向は，エネルギー伝搬方向に対応するという性質がある。図2より，T_2モード及びLモードの逆速度面は，異方性の影響を受けて変化しているが，T_1モードは変化せず等方の性質を持っていることがわかる。

図1に示したリボン状波源から励振される

バルク波は，圧電弾性表面波と同じ2次元波動の性質を持つので，その逆速度面の曲率は，文献[6]の式(60)と同じ式で与えられる。L及びT_2モードの逆速度面は式(19)で与えられているので，その曲率は次式で定義される。

$$\lambda = \frac{D_1^2 D_{22} - 2 D_1 D_2 D_{12} + D_2^2 D_{11}}{(D_1^2 + D_2^2)^{3/2}} \qquad (24)$$

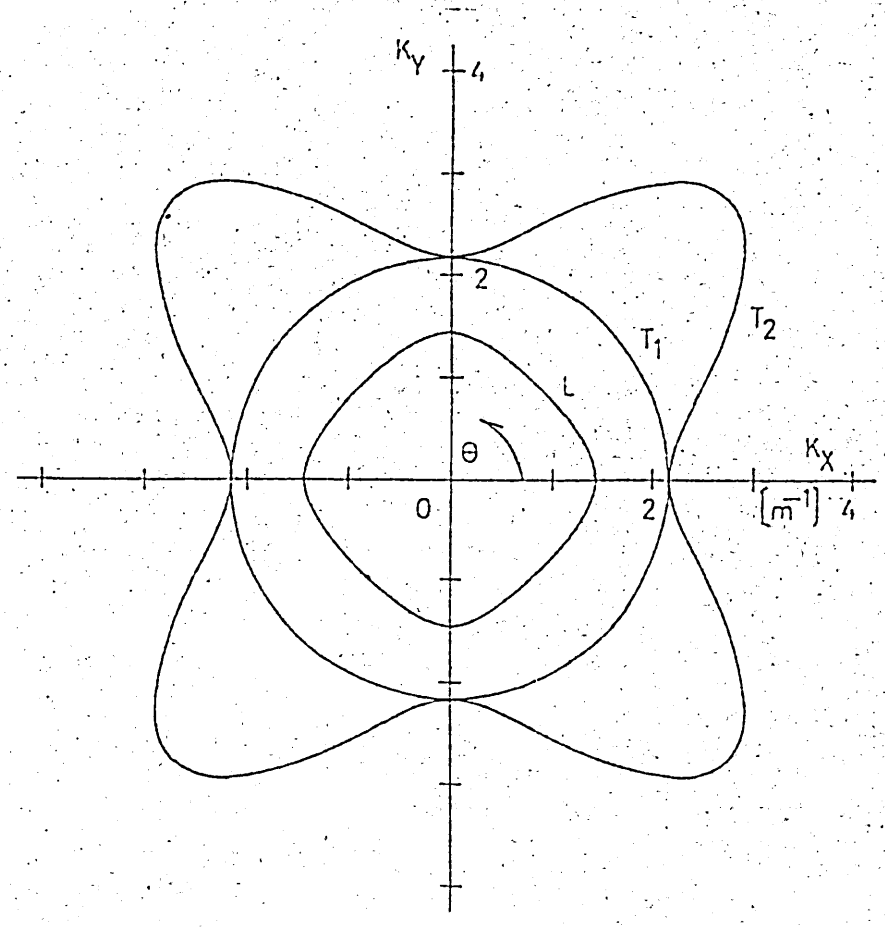


図2　逆速度面

$$D_i = \frac{\partial D}{\partial k_i} \tag{25}$$

$$D_{ij} = \frac{\partial^2 D}{\partial k_i \partial k_j} \tag{26}$$

T_1 モードの逆速度面は，図2からわかるように円であり，その半径に対応する波数の逆数

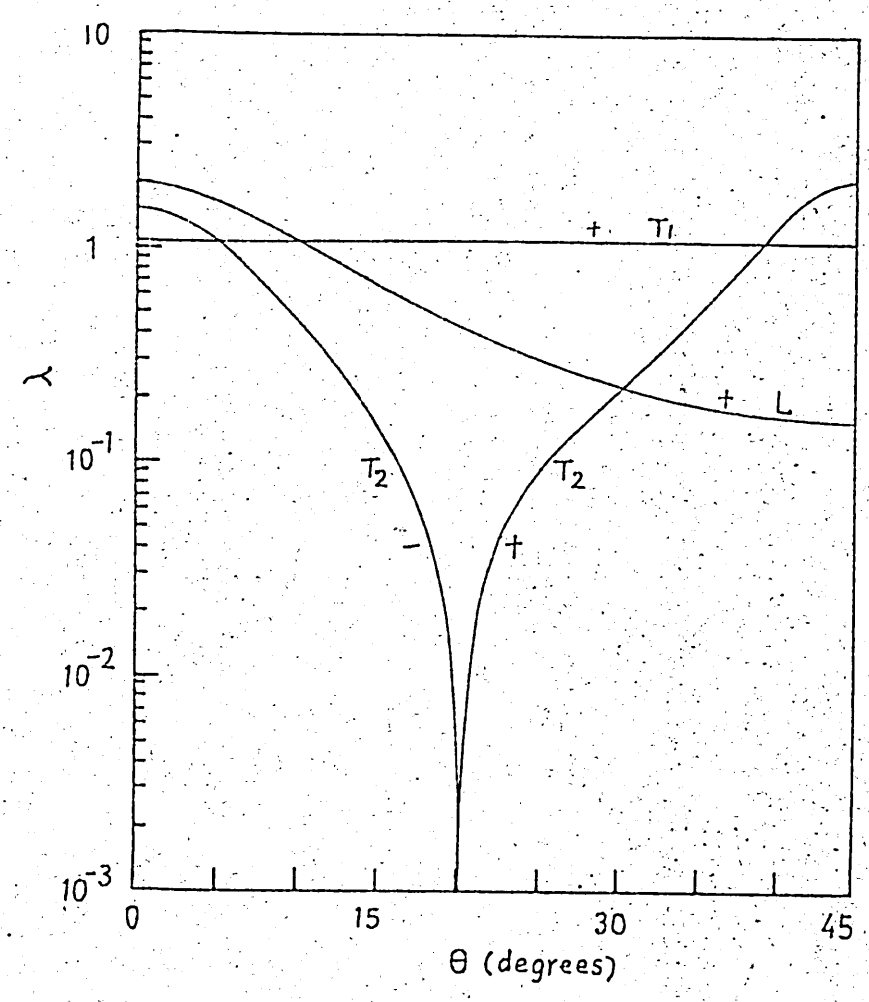


図3　逆速度面の曲率，λ

が曲率となる。

図3には，式(24)を用いて計算した各モードのバルク波の逆速度面の曲率λを示した。横軸は図2に示すようにとった位相伝搬角θである。図2に見られるように，逆速度面は45°の対称性を持っているので，図3には，θの0°から45°の範囲のみを示した。T_2モードでは，θが0°から20.2°の範囲で負であり，20.2°から45°の範囲で正である。そして，逆速度面の湾曲点に対応するθ=20.2°で曲率は零になっている。L及びT_2モードの曲率は，常に正である。

図4には，位相伝搬角θとエネルギー伝搬角φとのずれ角ε（ε=φ−θ）を示した。T_1モードのエネルギーずれ角は常に零であり，T_2及びLモードでは位相とエネルギーの伝搬方向のずれが生じていることがわかる。文献[6]で述べたように，T_2モードの逆速度面の曲率が零になる位相伝搬角（θ=20.2°）が，図4のε−θ曲線の接線の傾きが−1になる位相伝搬角

に対応していることも数値的に確かめられる。

ここで，$-\infty < Z < \infty$ に対して，x 変位リボン状波源

$$\begin{cases} f_1(r) = A\,\delta(y) & -\frac{L}{2} < x < \frac{L}{2} \\ f_2(r) = 0 \end{cases} \tag{27}$$

及び，y 変位リボン状波源

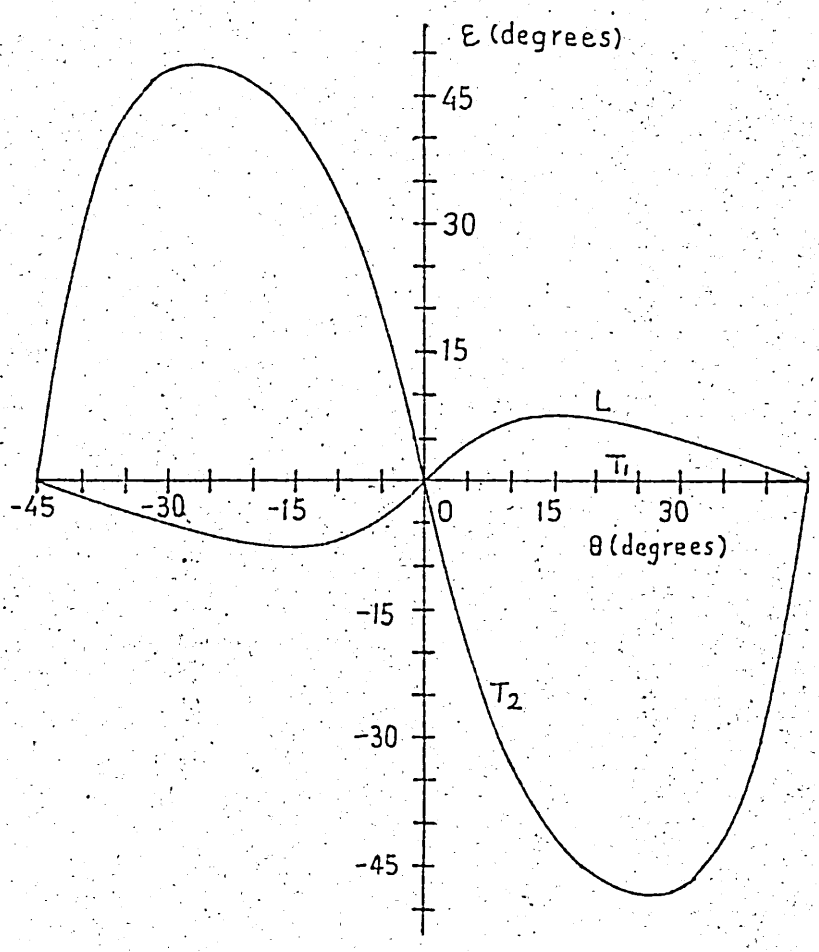


図4　エネルギーずれ角，ε．

$$\begin{cases} f_1(\mathrm{IR}) = 0 \\ f_2(\mathrm{IR}) = A\delta(y) \qquad -\frac{L}{2} < x < \frac{L}{2} \end{cases} \tag{28}$$

を考える。そのとき式(16)及び(23)より，バルク波の粒子変位の積分表示式は次式で与えられる。

$$u_i(\mathrm{IR}) = \frac{iAL}{2\pi}\int_{-\infty}^{\infty} \frac{\sin(Lk_1/2)}{(Lk_1/2)} \left\{ \left[\frac{\mathrm{Dim}(k_1,k_2)}{\partial D(k_1,k_2)/\partial k_2} \right]_{k_2 = k_2^{(L)}(k_1)} \right.$$

$$\cdot \exp\left[ik_2^{(L)}(k_1)x_2\right] + \left[\frac{\mathrm{Dim}(k_1,k_2)}{\partial D(k_1,k_2)/\partial k_2} \right]_{k_2 = k_2^{(T_2)}(k_1)}$$

$$\left. \cdot \exp\left[ik_2^{(T_2)}(k_1)x_2\right] \right\} \cdot \exp\left[i(k_1x_1 - wt)\right] dk_1 \qquad (i = 1, 2)$$

$$\begin{cases} m = 1 & x\text{変位励振} \\ 2 & y\text{変位励振} \end{cases} \tag{29}$$

バルク波の音響ポインチングベクトル[7] (acoustic Poynting vector) S_jは，次式で与えられる。

$$S_j = \mathrm{Re}\left[\frac{iw}{2} \tau_{ij} u_i^* \right] \qquad (j = 1, 2) \tag{30}$$

ここにτ_{ij}は応力で，次式で与えられる。

$$\tau_{ij} = c_{ijpq}\, \partial_q u_p \tag{31}$$

そして，エネルギー密度流 (acoustic Poynting

power)を，次式で定義する。

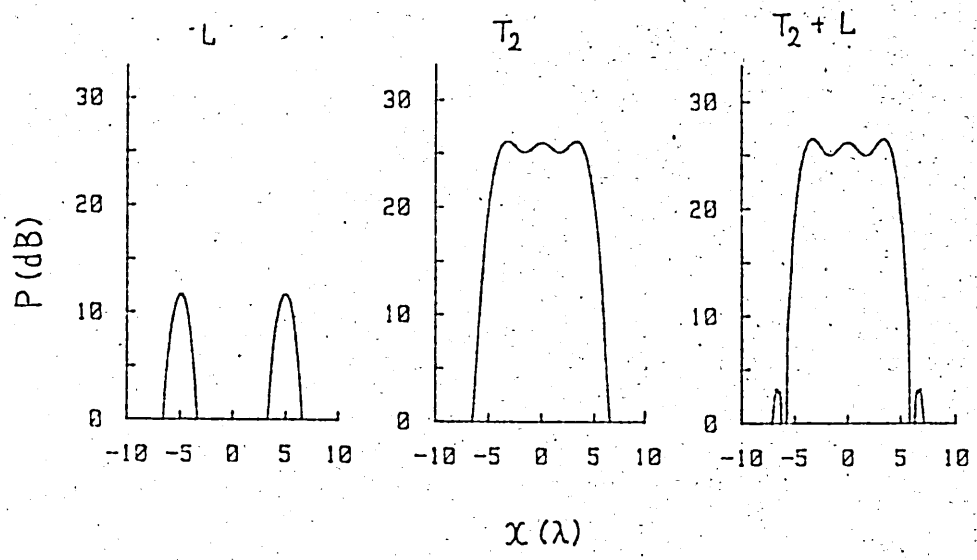
$$|S| = (S_1^2 + S_2^2)^{1/2} \tag{32}$$

また，デシベル表示での音響電力密度は，次式で求める。

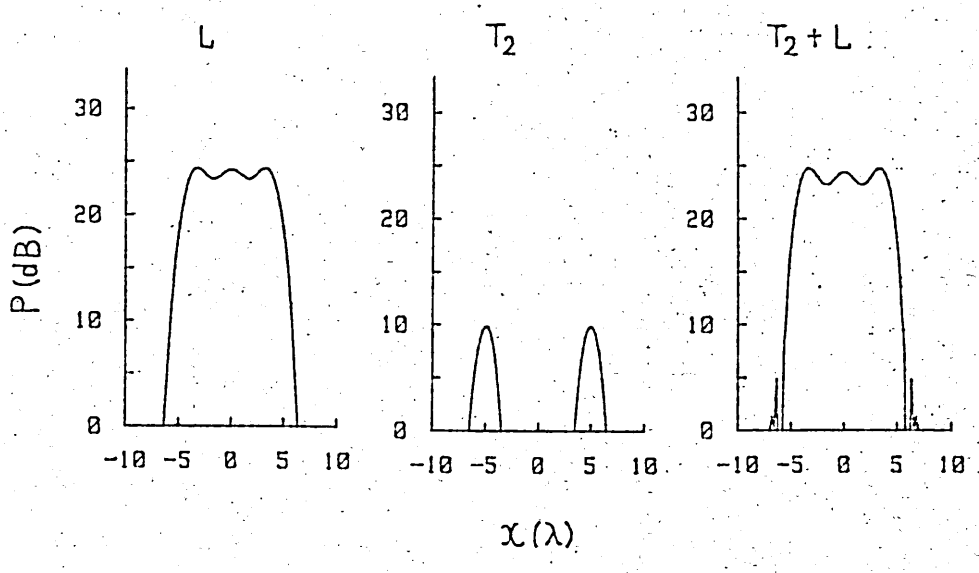
$$P = 10 \log |S| \tag{33}$$

式(29)を(30)に代入して数値積分を行い，式(33)に代入することにより，弾性波ビームの伝搬につれての電力密度分布変化が得られる。被積分項には，$\sin(Lk_1/2)/(Lk_1/2)$の項が含まれているので，k_1に関する数値積分の収束性は良い。ここで，式(29)において，リボン状波源の幅$L=10\lambda$，そして波源の振幅$A=1$ (N/m)とする。ここに入は，波源に垂直な方向（y軸方向）に伝搬するT_2モードのバルク波（$f=1KH_z$）に対する波長である。

図5には，リボン状波源の向きを位相伝搬方向$\theta=0°$（図1での座標軸の回転角$\Theta=-90°$に対応している）に選んだときの波源上($y=0$)での各モードの電力密度分布を示した。この伝搬方向では，Lモードはy方向変位のみを



(a) X-EXCITATION



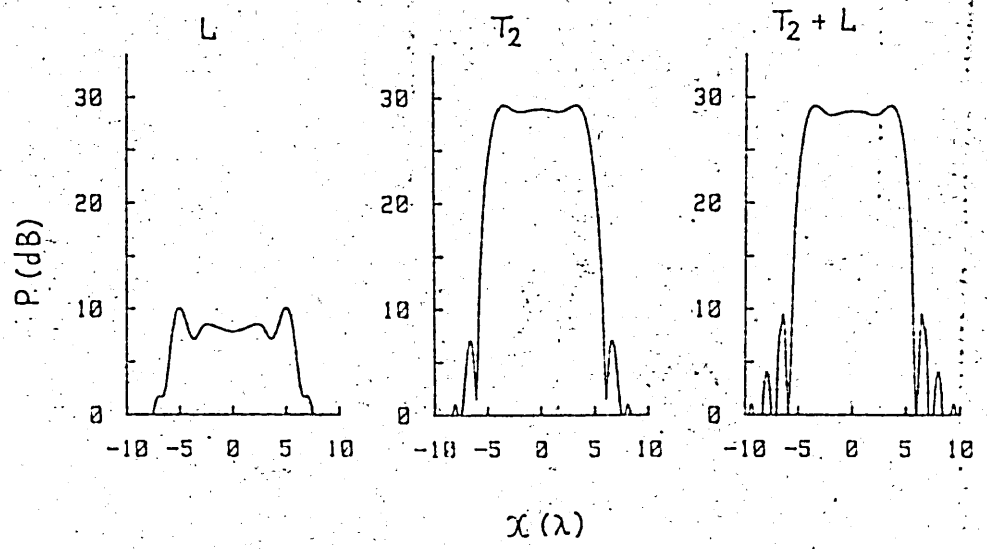
(b) y-EXCITATION

図5　波源上（$y=0$）での電力密度分布（$\theta=0°$の場合）。

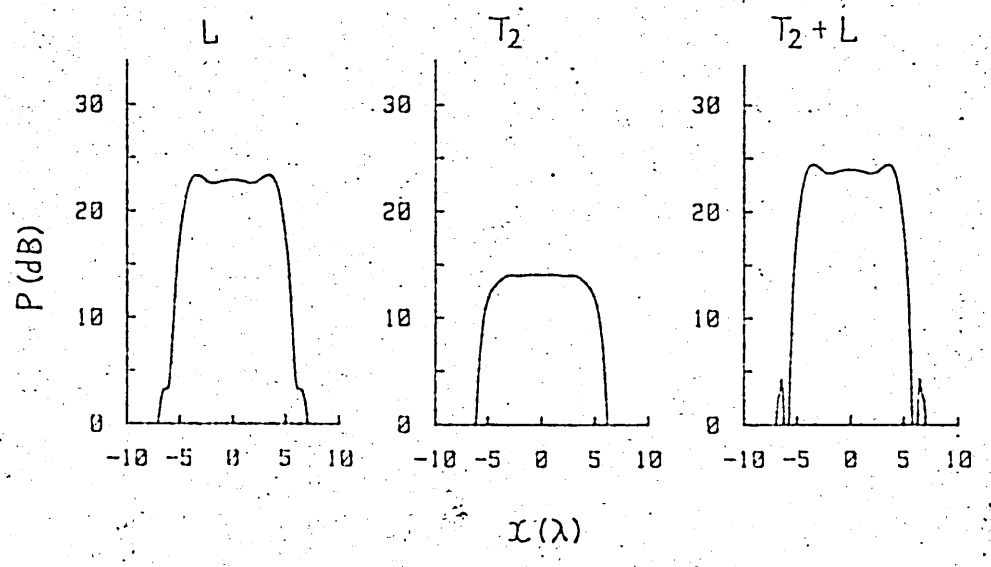
持った純粋な縦波になり，T_2モードはx方向変位のみを持った純粋な横波になる。しかしながら，この場合にも(a)からわかるように，x変位波源とLモードは，わずかに結合し，主に波源の端（$y=\pm 5\lambda$）付近で励振される。また(b)からわかるように，y変位波源とT_2モードは，わずかに結合し，主に波源の端（$y=\pm 5\lambda$）付近で励振されている。

図6には，位相伝搬方向$\theta=20.2°$（㊦$=-69.8°$）に選んだときの波源上（$y=0$）での各モードの電力密度分布を示した。この場合には，Lモードはy変位だけでなく，わずかにx変位を持つ。またT_2モードは，x変位だけでなく，y変位をわずかに持つ。それで，x変位波源のときにはT_2モードが，そしてy変位波源のときにはLモードが主に励振されているが，図5の$\theta=0°$の場合と違って，x励振のときのLモードおよびy励振のT_2モードは，波源の上でほぼ一様に励振されていることがわかる。

位相伝搬方向$\theta=20.2°$の場合のリボン状波



(a) X-EXCITATION



(b) Y-EXCITATION

図6 波源上（$y=0$）での電力密度分布
（$\theta = 20.2°$ の場合）

源から励振されるバルク波の伝搬につれての電力密度分布を，図7にはx変位波源の場合に対して，図8にはy変位波源の場合に対して，それぞれ示した。両図とも，伝搬につれてのT₂モードとLモードの分離現象が見られる。x軸の正の方向にずれているのがT₂モードであり，負の方向にずれているのがLモードである。図7のx変位波源の場合には，図6(a)からわかるように，分離した後T₂モードが主に現われており，図8のy変位波源の場合には，図6(b)からわかるように，分離した後Lモードが主に現われてくることがわかる。また，図7において，原点からy=50λでの両モードのピーク値のずれ角εを計ると，Lモードではε≒15.6°であり，T₂モードではε≒45.6°である。これは，図4においてθ=20.2°でのエネルギーずれ角が，Lモードでのε=14.6°，T₂モードでのε=−46.1°とほぼ一致していることがわかる。

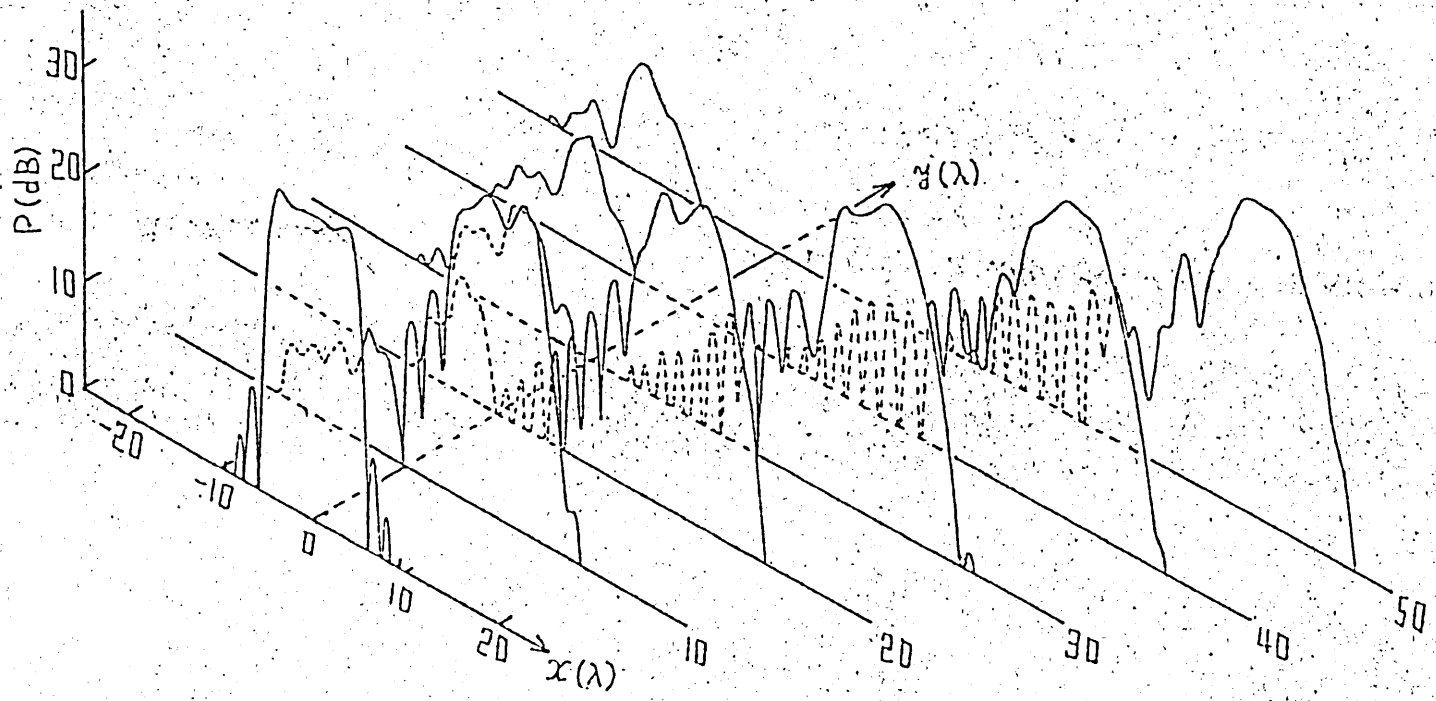


図7　x変位波源による電力密度分布（θ=20.2°）

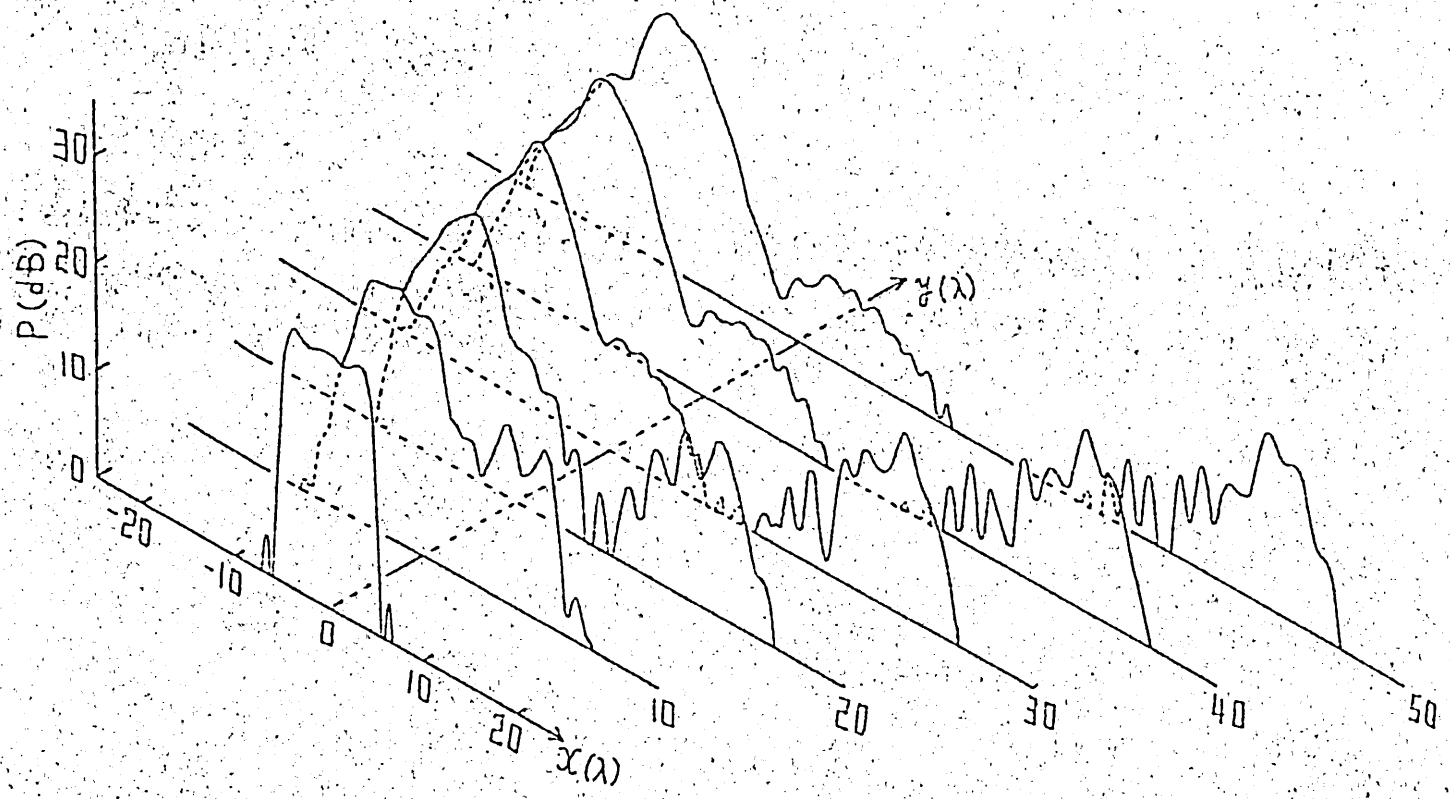


図 8　y 変位波源による電力密度分布（$\theta = 20.2°$）

5. むすび

本報告では，非圧電立方結晶中で，Z軸方向に一様に延びたリボン状波源より励振されるバルク波の粒子変位の積分表示式を求め，L，T_1，T_2各モードの逆速度面の曲率の計算を行い，X変位波源及びY変位波源に対して，波源上での各モードの電力密度分布や弾性波ビームの伝搬につれての電力密度分布変化を数値積分により求めた。そして，波源上に立つL及びT_2モードの電力密度分布の違いや，伝搬につれての2つのモードのエネルギー伝搬角の違いによる分離現象などを確認した。

謝辞

本研究は，大阪大学において行ったものであり，日頃お世話になっている基礎工学部電気工学科山本研究室の皆様に心からお礼申し上げます。

文　献

(1) 白崎，牧本"Cubic結晶におけるリボン状波源より励振されたバルク波の伝搬特性" 輻射科学研究会資料 (昭53-10).

(2) 白崎"立方晶系結晶中のリボン状波源より励振されたバルク波の伝搬特性" 電子通信学会マイクロ波研究会資料 MW81-5 (昭56-05)

(3) A.E.H. Love "A treatise on the mathematical theory of elasticity," p.151, Dover (1944).

(4) 例えば，梅原"電磁波序説" コロナ社 (昭49).

(5) C. Kittel, "Introduction to solid state physics," 3rd ed., ch.4, John Wiley & Sons (1966).

(6) H. Shirasaki and T. Makimoto, "Gaussian curvature of the slowness surface for piezoelectric surface waves on a cubic crystal," J. Appl. Phys. 50, 2795 (1979).

(7) B.A. Auld, "Acoustic fields and waves in solids" Vol. I, p.155, John Wiley & Sons (1973).

不規則表面による平面電磁波の散乱

京都工芸繊維大学 電子工学教室　小倉久直・中山純一

1. まえがき

不規則表面による波動散乱の問題は，光学・音響・電磁波などの反射・散乱として，理論的に興味あるだけでなく，実用的にも重要なテーマであって，たとえばレーダーソナーの不規則面による反射の問題，レーダー高度計のための地表の反射特性，海面の波浪による散乱エコーを利用したマイクロ波レーダーによる海上風向・風速のリモートセンシング，通信回線への海面，地表面散乱によるクラッター効果，パラボラ鏡面の不規則変形による指向性への影響，導波管表面の不規則性による散乱，ホログラフィのスペックルの問題，光学・音響における拡散散乱・乱反射など枚挙にいとまがない。理論的に扱うには簡単な場合，特に有限散乱体の場合には通常の散乱理論がつかわれるが，多重散乱，無限平面等の問題になるとかなり取扱いは困難になる。特に無限平面の場合，通常の摂動法では発散の困難が生ずるため，この問題は特殊な量の計算以外は解決されていなかった。ここでは，確率過程の理論を用いた新しい定式化を示し，それによって従来の困難が解決されただけでなく，種々の重要な統計量が具体的に求められることを示す。

2. 理論の定式化

1. <u>不規則表面と波動ベクトル</u>　(x,y) 平面上に不規則表面があり，平面電磁波（水平または垂直偏波）が (x,z) 平面内の方向に不規則表面に入射し，反射又は散乱をうけるものとする（図1）。x,y 平面上の不規則表面は強義一様なGauss確率場．

$$z = f(r,\omega) \qquad r = (x,y) \qquad (\omega \text{は確率変数をいみする}) \tag{1}$$

つまり z は平均値 $\langle f(r,\omega)\rangle = 0$，相関々数

$$R(r_1 - r_2) = \langle f(r_1,\omega) f(r_2,\omega)\rangle, \quad R(0) = \langle f(r_1,\omega)^2\rangle = \sigma^2 \tag{2}$$

をもつ Gauss 変数であるとする．σ^2 は不規則面のゆらぎ強度をあらわす．電磁界 $E(z,r,\omega)$ も確率場であるが，$z > f(r,\omega)$ 上で

$$[\nabla^2 + k^2]E = 0, \quad \nabla \cdot E = 0 \tag{3}$$

をみたし，不規則表面上で完全導体面の境界条件

$$n\times E=0\ ,\quad z=f(r,\omega) \tag{4}$$

をみたす。電界を(x,y)平面上の成分(添字ρ)とz成分(添字z)にわけて

$$E=(E_\rho,E_z)=E_\rho+e_zE_z \tag{5}$$

と書けば，境界条件(4)は

$$E_\rho+E_z\nabla_r f(r,\omega)=0\ ,\quad z=f(r,\omega) \tag{6}$$

と書ける。僅かに不規則な(δ^2が小さい)場合は近似的に

$$E_\rho(0,r,\omega)+f(r,\omega)\frac{\partial}{\partial z}E_\rho(0,r,\omega)+\nabla f(r,\omega)\cdot E_z(0,r,\omega)=0 \tag{7}$$

と書ける。

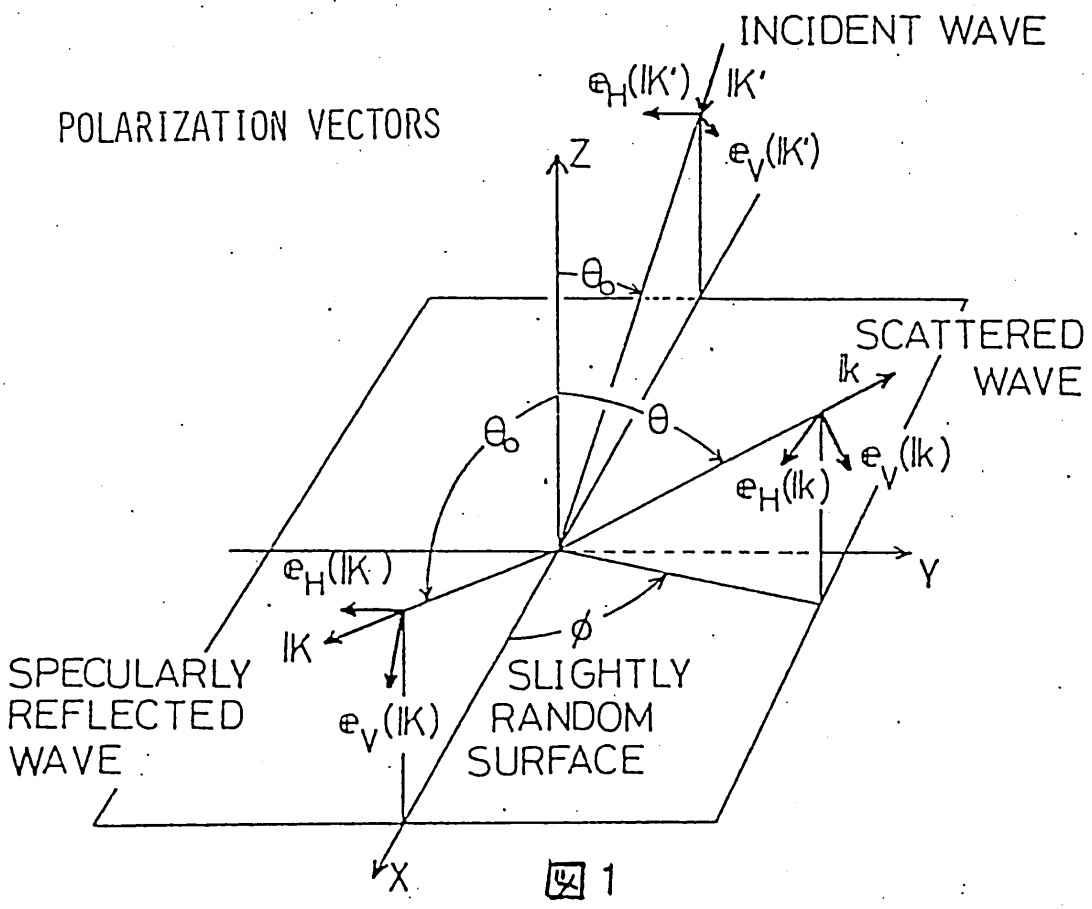


図1

任意方向の波動ベクトル$\mathbb{k}$を(5)と同様，2つの成分にわけて

$$\mathbb{k}=(\mathbb{k}_0,k_z)=\mathbb{k}_0+e_zk_z\ ,\quad \mathbb{k}^2=k^2\ ,\quad \mathbb{k}_0^2=k_0^2\ ,\quad k_z=\sqrt{k^2-k_0^2} \tag{8}$$

と書き，$\mathbb{k}$と(x,y)平面に関し，水平偏波ベクトル$e_H(\mathbb{k})$，垂直偏波ベクトル$e_V(\mathbb{k})$を定めれば，$\{\mathbb{k},e_H(\mathbb{k}),e_V(\mathbb{k})\}$は長さ1の互いに直交する右手系ベクトルとなる様定義できる(図2)。入射ベクトル$\mathbb{K}'$，反射ベクトル$\mathbb{K}$を次の様に定義する。

$$K' = (K_0, -K_z) = K_0 - K_z e_z \,, \quad K = (K_0, K_z) = K_0 + K_z e_z \tag{9}$$

$$K_0 = K_0 e_x = k \sin\theta_0 e_x \,, \quad K_z = \sqrt{k - |K_0|^2} = k\cos\theta_0 > 0 \tag{10}$$

θ_0 : 入射角

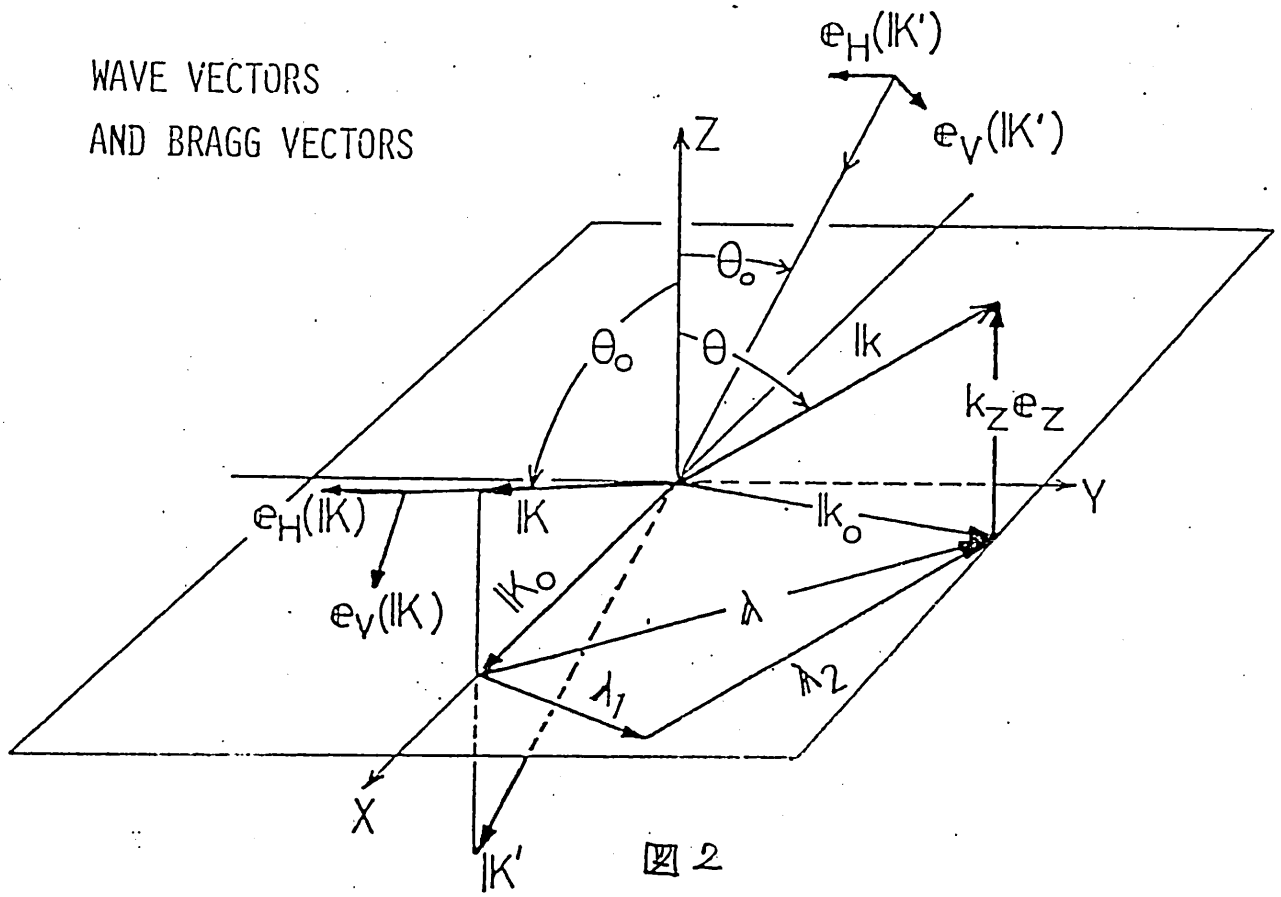


図 2

2. <u>散乱電磁界</u>　電界を無摂動部分 E^0 と散乱部分 E^s にわけて

$$E(z, r, \omega) = E^0(z, r) + E^s(z, r, \omega) \tag{11}$$

$$E^0(z, r) = e^{iK_0 x}[-e_H(K')e^{-iK_z z} + e_H(K)e^{iK_z z}] \quad : \text{水平偏波}$$

$$= e^{iK_0 x}[e_V(K')e^{-iK_z z} + e_V(K)e^{iK_z z}] \quad : \text{垂直偏波} \tag{12}$$

$z = f(r, \omega)$ が強義一様確率場であって，波動方程式が移動不変な形をもち，入射波が xy 平面上の移動 a の固有関数になっていること（固有値 $e^{iK_0 a}$）であることを使うと，電界は一般に

$$E(z, r, \omega) = e^{iK_0 \cdot r}[U^0(z) + U^s(z, r, \omega)] \tag{13}$$

の形であることが群論的に導びかれる。ここに，$U^s(z, r, \omega)$ は r に関して強義一様確率場であり，$U^0(z)$ は (11) の E^0 に相当する部分である。(13) は境界が周期的な場

合のFloquetの定理のアナロジである。

不規則表面がWiener積分（$dB(\lambda)$はGaussランダム測度）

$$f(\mathbf{r},\omega)=\int e^{i(\lambda\cdot\mathbf{r})}F(\lambda)\,dB(\lambda) \tag{14}$$

$$\langle \overline{dB(\lambda)}\,dB(\lambda')\rangle=\delta(\lambda-\lambda')\,d\lambda\,d\lambda' \tag{15}$$

で与えられる一様Gauss確率場とすれば，相関々数は

$$R(\mathbf{r})=\langle f(\mathbf{r}+\alpha,\omega)f(\alpha,\omega)\rangle=\int e^{i(\lambda,\mathbf{r})}|F(\lambda)|^2d\lambda \tag{16}$$

で与えられる。$|F(\lambda)|^2$はスペクトル密度である。この時，波動方程式(3)をみたし，(13)の形をとる散乱電磁界E^sは

$$\begin{aligned}E^s(z,\mathbf{r},\omega)&=e^{i\mathbf{k}_0\cdot\mathbf{x}}[e_H(k)A_0+e_v(k)B_0]e^{ik_0z}\\&+e^{i\mathbf{k}_0\cdot\mathbf{x}}\int\{e_H[\lambda]A_1(\lambda)+e_v[\lambda]B_1(\lambda)\}e^{i\mathbf{k}_0(\lambda)\cdot\mathbf{r}+ik_z(\lambda)z}dB(\lambda)\\&+e^{i\mathbf{k}_0\cdot\mathbf{x}}\int\{e_H[\lambda_1+\lambda_2]A_2(\lambda_1,\lambda_2)+e_v[\lambda_1+\lambda_2]B_2(\lambda_1,\lambda_2)\}\\&\qquad\times e^{i(\lambda_1+\lambda_2)\cdot\mathbf{r}+ik_z(\lambda_1+\lambda_2)z}h^{(2)}[dB(\lambda_1),dB(\lambda_2)]\\&+\cdots\cdots\end{aligned} \tag{17}$$

の形にWiener-Hermite展開できる。ここにn項は互いに無相関なn重Wiener積分をあらわし，

$$\begin{aligned}&\mathbf{k}(\lambda)=\mathbf{k}_0(\lambda)+k_z(\lambda)e_z,\quad \mathbf{k}^2(\lambda)=k^2,\\&\mathbf{k}_0(\lambda)=\mathbf{K}_0+\lambda,\quad k_z(\lambda)=\sqrt{k^2-(K_0+\lambda)^2}\end{aligned} \tag{18}$$

とおいた。$e_H[\lambda]\equiv e_H(\mathbf{k}(\lambda))$などとおいた。同様に磁界$H(z,\mathbf{r},\omega)$も(11)～(17)の様に展開できる。

3. 散乱の統計的性質

3.1 コヒーレント場

$$\begin{aligned}\langle E\rangle&=E^0+\langle E^s\rangle\\&=e^{i\mathbf{K}_0\cdot\mathbf{x}}\{-e_H(K)e^{-ik_0z}+[(1+A_0)e_H(K)+B_0e_v(K)]e^{ik_0z}\}\end{aligned} \tag{19}$$

3.2 電場の分散値

$$\langle|E_z-\langle E_z\rangle|^2\rangle=\int\frac{k_0^2(\lambda)}{k^2}|B_1(\lambda)|^2e^{-2I_m\{k_z(\lambda)\}z}d\lambda+\cdots \tag{20}$$

十分zが大きいところでは，$(K_0+\lambda)^2>k^2$の部分は減衰するので積分は$(K_0+\lambda)^2<k^2$

のところのみでよい。

3.3 光学定理・エネルギ保存則

$$\lim_{R\to\infty}\frac{1}{2\pi R^2}\mathrm{Re}\int_S \mathbf{e}_z\cdot(\mathbf{E}\times\mathbf{H}^*)\,dS=\frac{1}{2}\mathrm{Re}\langle\mathbf{e}_z\cdot(\mathbf{E}\times\mathbf{H}^*)\rangle=0 \tag{21}$$

(S はxy面上の半径Rの円領域を示す。)に E, H を代入すれば,

$$\cos\theta_0=\{|1+A_0|^2+|B_0|^2\}\cos\theta_0+\int_{(K_0+\lambda)^2<k^2}\frac{[k^2-(K_0+\lambda)^2]^{1/2}}{k}[|A_1(\lambda)|^2+|B_1(\lambda)|^2]\,d\lambda$$

$$+\text{-----} \tag{22}$$

3.4 インコヒーレント散乱の角度分布

入射(球面)角が $\Omega_0=(\theta_0,\phi_0)$ のとき,散乱(球面)角 $\Omega=(\theta,\phi)$ 方向に単位立体角あたりインコヒーレントに散乱される平均電力を, $S(\Omega|\Omega_0)=S(\theta,\varphi|\theta_0,\varphi_0)$ とする。(22)の第2項以下は,インコヒーレント電力のz成分 $\int\cos\theta S(\Omega|\Omega_0)d\Omega$ に等しいから,これから,

$$S(\theta\phi|\theta_0\phi_0)=k^2\cos\theta[|A_1(k_0-K_0)|^2+|B_1(k_0-K_0)|^2]+\text{- - - - - -} \tag{23}$$

$$k_0\equiv(k\sin\theta\cos\phi,\ k\sin\theta\sin\phi),$$

$$k_0-K_0=k(\sin\theta\sin\phi-\sin\theta_0)\mathbf{e}_x+k\sin\theta\sin\phi\,\mathbf{e}_y \tag{24}$$

ここに k_0-K_0 は Ω と Ω_0 の変化に相当する Bragg ベクトルである。

3.5 表面波の平均電力

$$\mathrm{Re}\langle P_s\rangle=\int_{(K_0+\lambda)^2>k^2}\frac{K_0+\lambda}{k}[|A_1(\lambda)|^2+|B_1(\lambda)|^2]e^{-2\,\mathrm{Im}[k_z(\lambda)]z}\,d\lambda+\text{- - -} \tag{25}$$

$$P_{sf}=\int_0^\infty dz\int_0^1 dy\,\mathrm{Re}\langle P_s\rangle\mathbf{e}_x=\frac{1}{2k}\int_{(K_0+\lambda)^2>k^2}\frac{K_0+\lambda_x}{[(K_0+\lambda)^2-k^2]^{1/2}}[|A_1(\lambda)|^2+|B_1(\lambda)|^2]d\lambda+\text{- - -} \tag{26}$$

4. 散乱波の近似解

水面偏波入射の場合のみのべる。

0次係数 $\quad 1+A_0=\dfrac{1-Z_s}{1+Z_s}\quad,\quad B_0=0$ (27)

$$Z_s\cong K_z\int|F(\lambda)|^2\left[k_z(\lambda)+\frac{\lambda_y^2}{k_z(\lambda)}\right]d\lambda \tag{28}$$

ここで, Z_s は等価表面インピーダンスに相当し, (28)の近似式は, Freilikher-Fuksの

ダイアグラム法による結果と一致する。もし，$|z_s| \ll 1$ ならば．

$$1+A_0 \cong 1-2z_s = 1-2K_z\int |F(\lambda)|^2\left\{k_z(\lambda)+\frac{\lambda_y^2}{k_z(\lambda)}\right\}d\lambda \tag{29}$$

となるが，これはRiceの2次摂動法の結果と同等である．

1次係数

$$A_1(\lambda) \cong -i(2+A_0)K_z(K_0+\lambda_x)\frac{F(\lambda)}{k_0(\lambda)} \tag{30}$$

$$B_1(\lambda) \cong i(2+A_0)\frac{kK_z\lambda_y F(\lambda)}{k_0(\lambda)[k_z(\lambda)-k\gamma]} \tag{31}$$

$$\gamma \equiv -\frac{1}{k}\int \frac{[(K_0+\lambda)\cdot\lambda']^2}{k_z(\lambda+\lambda')}|F(\lambda')|^2 d\lambda' \tag{32}$$

これらによって散乱電界(17)が求まり，種々の統計量(19)～(26)がえられる。

3. 数値計算例

数値計算において，$|F(\lambda)|^2$ を等方なスペクトル密度として．

$$|F(\lambda)|^2 = \frac{\sigma^2\chi^2}{\pi}e^{-\chi^2\Lambda^2} \qquad \Lambda = |\lambda|$$

のようにとる。χ は不規則表面の相関距離に相当する．(23)に(30),(31)を代入して散乱角度分布を具体的に書けば，

$$S(\theta\phi|\theta_0\phi) \cong k^4|2+A_0|^2\cos\theta\cos^2\theta_0\left\{\cos^2\phi+\frac{\sin^2\phi}{|\cos\theta-\gamma|^2}\right\}|F(\Lambda)|^2$$

$$\phi_0 = 0$$

$$\Lambda = k(\sin^2\theta+\sin^2\theta_0-2\sin\theta\sin\theta_0\cos\phi)^{1/2}$$

図3に水平偏波入射と垂直偏波入射の場合のコヒーレント散乱振中を入射角θ_0に対して示し，図4に2種の偏波入射に対しインコヒーレント散乱の散乱角度分布を示す。

文献 Rice; Comu. Pure. Appl. Math. 4, P.351 (1951)

Freilikher and Fuks; Radio Physics, Quantum Electron. English Transl. 13. P.173 (1970)

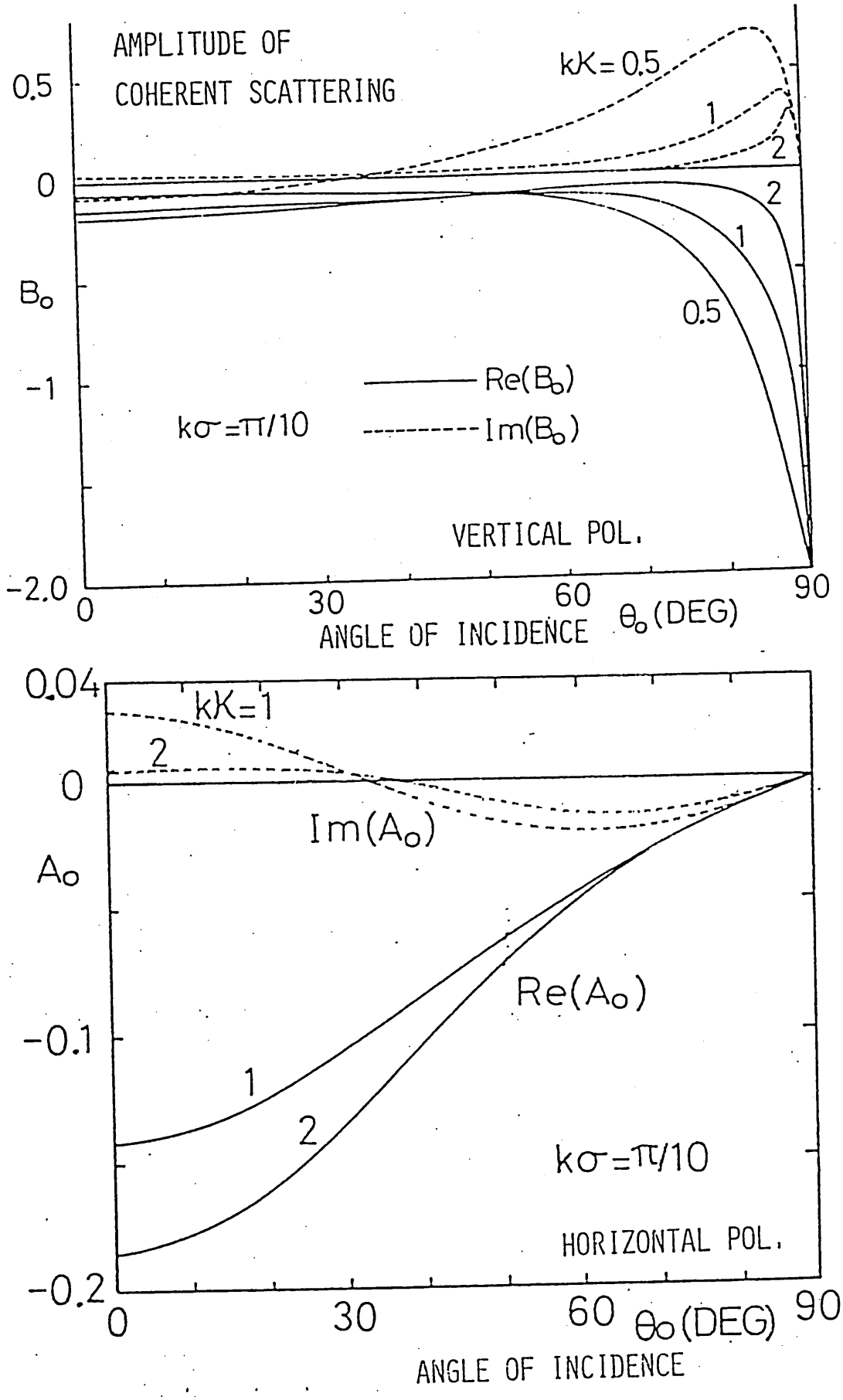
Ogura; Phys. Rev. A.11, P.942, 957 (1975)

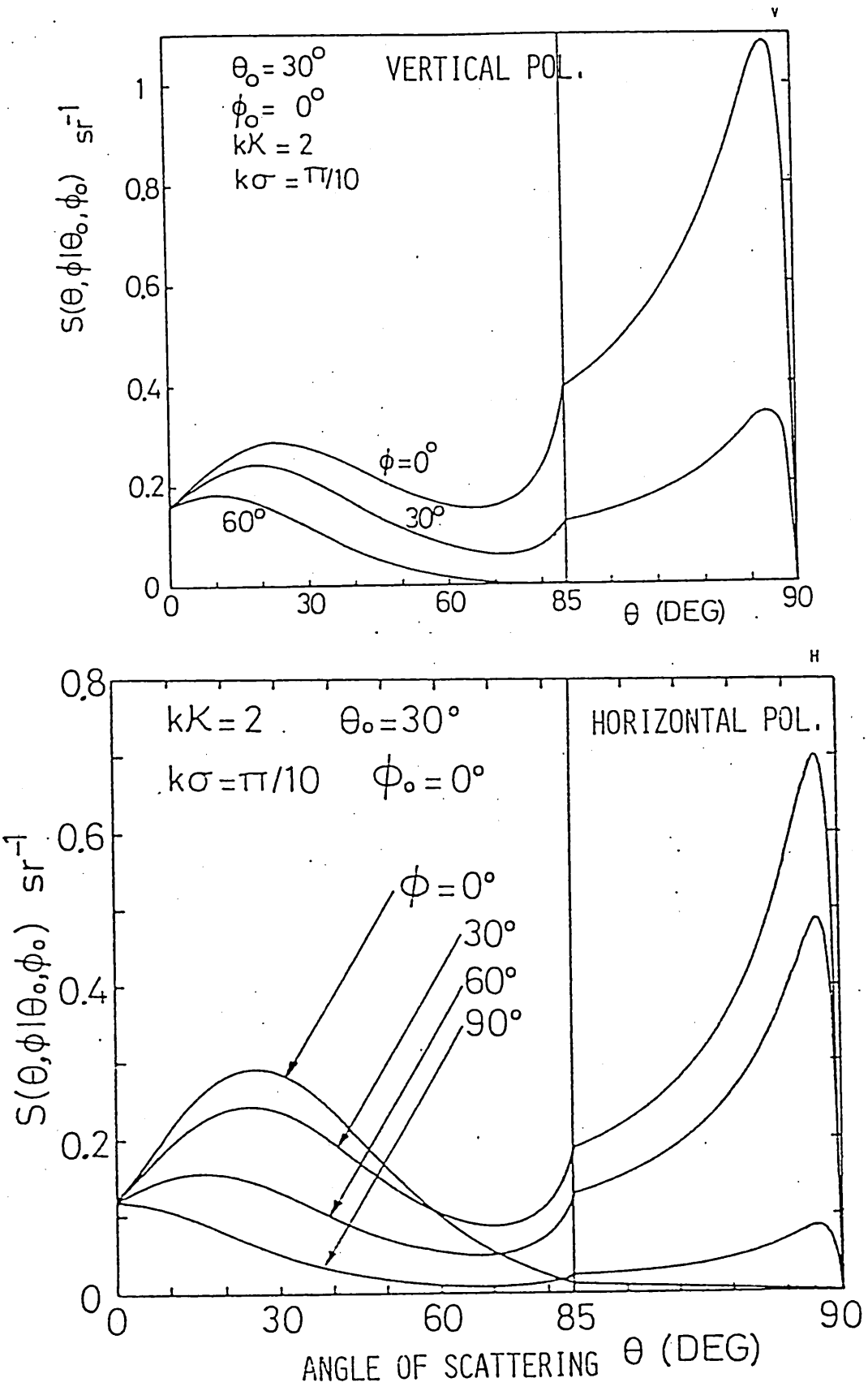
Nakayama, Ogura, Matsumoto; Radio Sci. 15, P.1049 (1980)

Nakayama, Ogura, Sakata; J. Math. Phys. 22. P.471 (1981)

Nakayama, Ogura, Sakata; Radio Sci. 16, No.5 (1981)

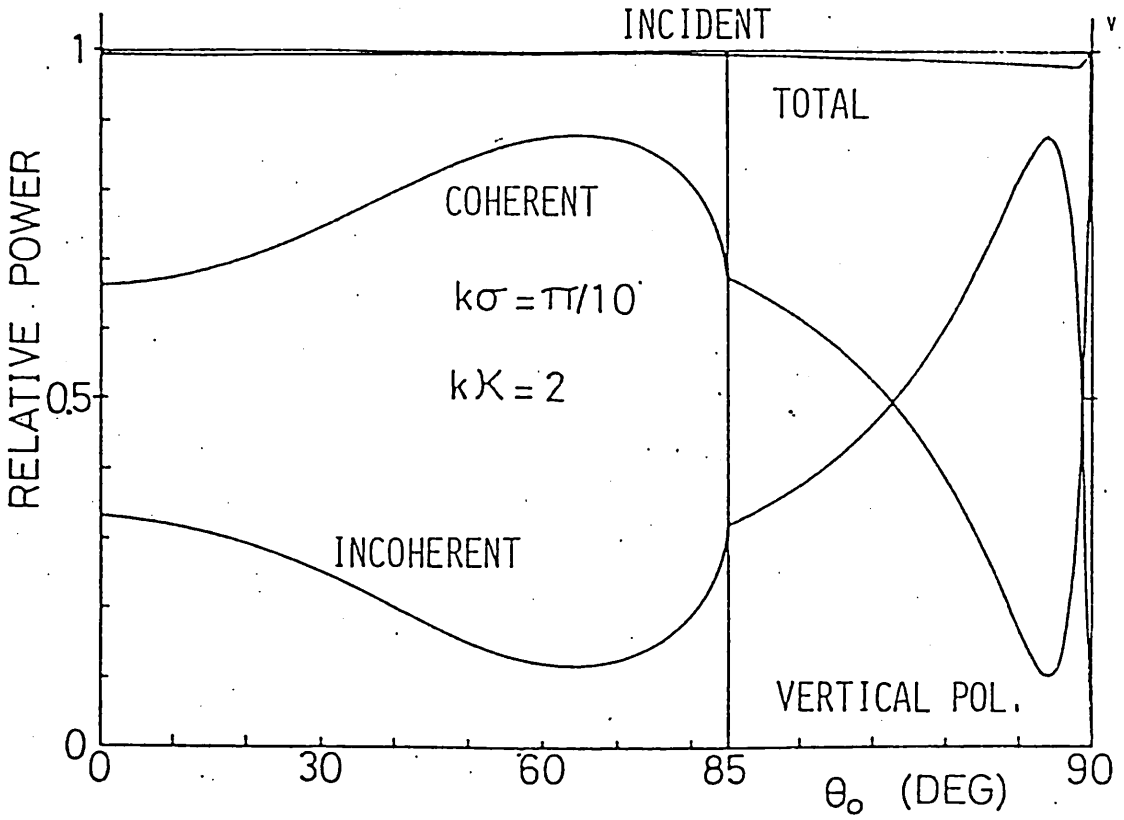
Nakayama, Sakata, Ogura; ibid.


AMPLITUDE OF
COHERENT SCATTERING
kK=0.5
1
2
0.5
0
-1
-2.0
B_o
2
1
0.5
Re(B_o)
Im(B_o)
kσ=π/10
VERTICAL POL.
0
30
60
90
ANGLE OF INCIDENCE θ_o(DEG)
0.04
kK=1
2
0
-0.1
-0.2
A_o
Im(A_o)
Re(A_o)
1
2
kσ=π/10
HORIZONTAL POL.
0
30
60
90
θ_o(DEG)
ANGLE OF INCIDENCE

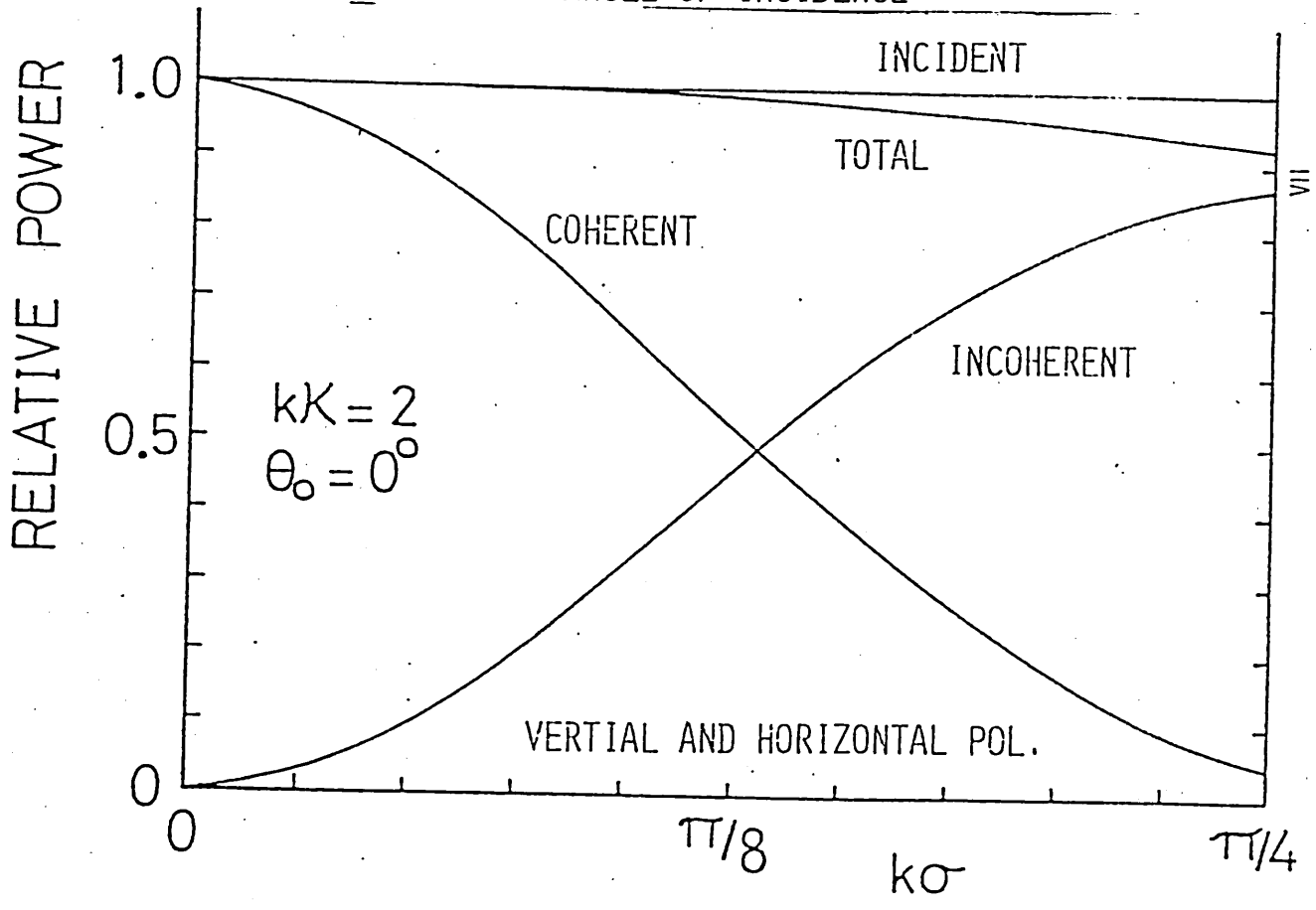


ANGULAR DISTRIBUTION OF INCOHERENT SCATTERING

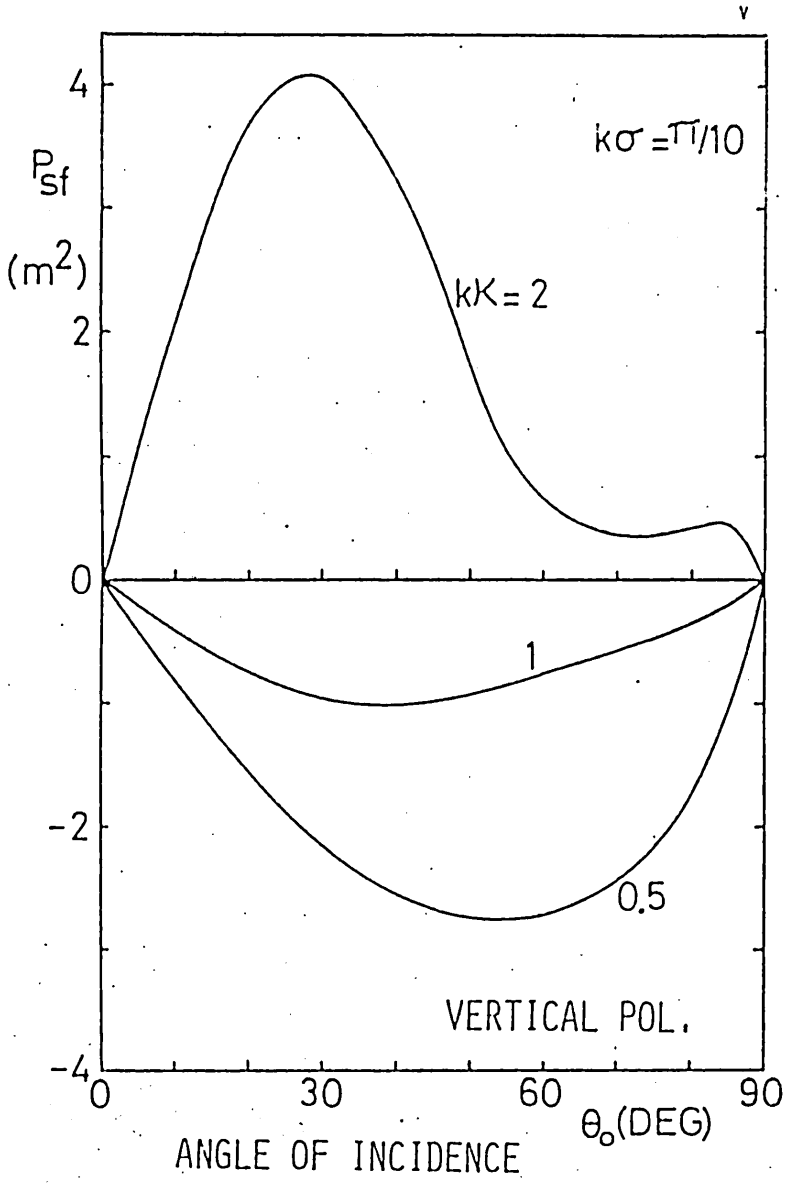
図4

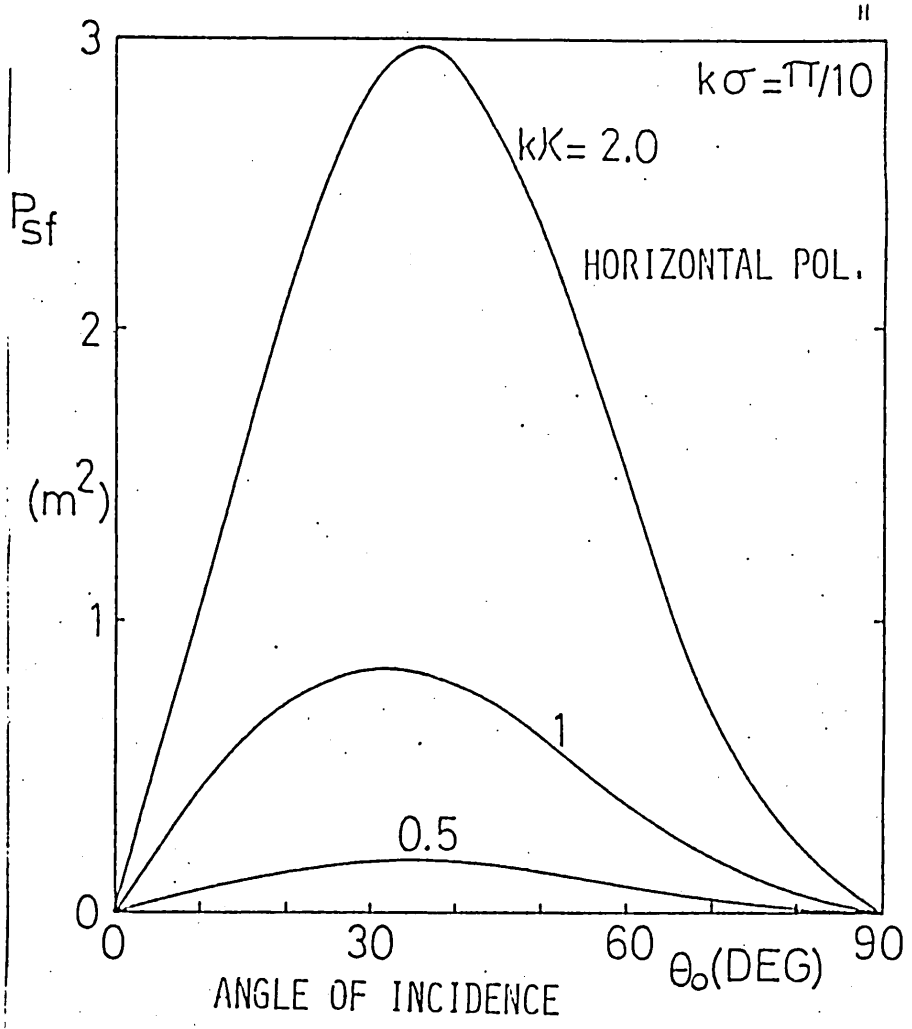


ANGLE OF INCIDENCE



OPTICAL THEOREM





SURFACE POWER FLOW

輻射科学研究会資料

有限長周期構造を有する誘電体導波路の分散特性

辻 幹男　松本 操一
繁沢 宏　滝山 敬
（同志社大学 工学部）

1981年 9月 25日

1. はじめに

周期構造中を伝搬する波動[1]が呈する現象は、たとえばマイクロ波から光波帯にわたる回路素子設計において種々の形態で利用されている。たとえばBragg形偏光器[2]やグレーティング分波器[3]などにおける表面波モードの振舞いがそれである。しかし、一般にそのような波動の振舞いを理論的に厳密に取り扱うことは困難であり、多くの場合は近似解法[4][5][6]に頼らざるを得ない。これらはそのアプローチの仕方が異なってはいても、結局はMarcuse[4]が導いたideal waveguide modesあるいはlocal normal modesを用いた結合モード方程式を摂動法あるいは逐次近似法を使って解くことに帰着する。したがって、これらを使用する場合には結合モード理論が成り立つための厳しい条件にしばられるため、これまでに扱われたコルゲーションの形状は殆んど全てが変調度の浅い正弦波状のものに限られている。

一方、マイクロ波からサブミリ波における回路素子を考えた場合には、方形状のコルゲーションがより現実的なものであるが、これに結合モード理論を適用しようとすれば、結局Floquetの定理に基づく複雑な取り扱い[7][8]にたよらざるを得なく、工学的な見通しを極端に悪くしてしまう。さらに実際の回路では、周期構造が無限に連続している状況はなく、回路あるいは導波路中の一部分にのみそれが存在する、いわゆる有限長の周期構造に限られる。このような実際の問題を、無限長周期

構造の議論で解決することはできない（[4], [7]などでは、有限長の問題が扱われているかにみえるが、本質的に現実の問題の解決策にはなっていない。それらは唯単に無限長周期構造の結合モード方程式に対する区間長Lにおける境界条件問題を解いたにすぎず、周期構造導波路と通常のそれとの接続に関する情報などが一切入らない不合理なものである。）。さらに、上述したような周期構造をもつ回路素子では、表面波モードがコルゲーションに対して直角に入射するとは限らず、一般には斜入射の場合を考える必要がある[9]。これと有限周期であることをからめて検討しうる有効な方法は筆者らが知るかぎり、提案されていない。

そこで、筆者らはこれらの問題に対する一つの有効な解決策を提案してきた[10][11]。その方法は、二種類の誘電体スラブ導波路間に存在するステップ状不連続部に斜入射する表面波の振舞い[12]を基とするものである。さらに、通常の回路素子構成などで現われる不連続部の大きさ程度では、それによって生じる放射波を無視した近似的な方法によっても良好な結果が得られることも示してきた[13]。この場合には、ステップ状不連続部を等価回路的に無損失n端子対回路網（m端子対が入力端、n-m端子対が出力端）で置きかえることができるので、そのN段縦続接続として有限長の周期構造をとらえればそれに対する斜入射表面波モードの伝搬特性が明らかにできるわけである。

本文では、このような方法によって誘電体スラブ導波路上に設けられた有限長周期構造の挿入損

失、位相推移特性について詳しく検討を行なっていく。さらに、入射表面波の偏波によっては等価的なブリュースタ角なるものが定義でき、これによって伝送特性を大きく制御しうることも述べていく。

2. 解析

2.1 不連続部の等価回路表示

まず、誘電体ステップ状不連続部を等価回路に置き換えるために、その斜入射問題をとりあげるが、これについては先の文献[10][11][13]にて、放射モードも考慮した厳密な解析と、それを無視した近似解析の2通りを詳述してきた。特に、不連続部の大きさが小さく、放射電力も1%以下になるような場合には、後者の取り扱いも実際上有効になってくるので、ここではこの方法の概略を簡単に述べることにする。

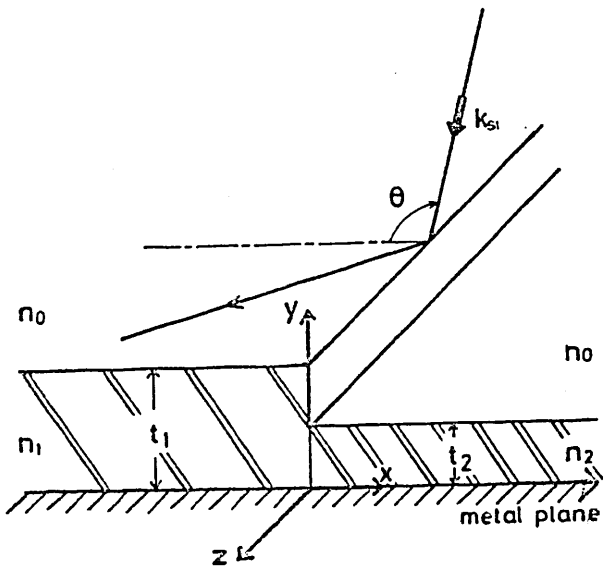


図1. ステップ状不連続部に斜入射する表面波と座標系

図1は厚さ t_1, t_2 の接地誘電体スラブ導波路が $x=0$ のyz面で接続されたステップ状不連続を示しており、各スラブ導波路においては、TEおよびTM波の基本モードのみが表面波として伝搬するものとする。いま、TE表面波モードが厚さ t_1 のスラブ導波路の側から図1に示す如く不連続部に角度 θ で斜入射する場合を考えると、入射TE波の電界反射係数をR、モード変換による反射TM波への結合係数（電界）を C_R と表わせば、厚さ t_1 の導波路の $x=0$ におけるyz面の界は次式で与えられる[11]。

$$(1)\quad \begin{cases} E_{y1}^{t} = C_R \dfrac{1}{\varepsilon_1(y)}\,\overline{u_1}(y) \\ E_{z1}^{t} = (1+R)\,\overline{Z}_{x1}\,u_1(y) + C_R \dfrac{1}{\varepsilon_1(y)}\,\overline{Y}_{z1}\,\overline{v_1}(y) \\ H_{y1}^{t} = -(1-R)\,u_1(y) \\ H_{z1}^{t} = -(1-R)\,\overline{Z}_{z1}\,v_1(y) - C_R\,\overline{Y}_{x1}\,\overline{u_1}(y) \end{cases}$$

次に入射TE波が厚さ t_2 の導波路にやはりTE波で透過するときの電界透過係数をT、モード変換による透過TM波への結合係数（電界）を C_T とすると厚さ t_2 の導波路の $x=0$ におけるyz面内の界は次式で与えられる。

$$(2)\quad \begin{cases} E_{y2}^{t} = C_T \dfrac{1}{\varepsilon_2(y)}\,\overline{u_2}(y) \\ E_{z2}^{t} = T\,\overline{Z}_{x2}\,u_2(y) - C_T \dfrac{1}{\varepsilon_2(y)}\,\overline{Y}_{z2}\,\overline{v_2}(y) \end{cases}$$

$$\begin{cases} H_{y2}^{t} = -T\,U_2(y) \\ H_{z2}^{t} = -T\,\Xi_{x2}\,v_2(y) + C_T\,\overline{\Upsilon}_{x2}\,\overline{U}_2(y) \end{cases}$$

ここで

$$(3)\quad \begin{cases} \Xi_{xi} = \Xi_{si}\cos\theta_i\ ,\ \Xi_{zi} = \Xi_{si}\sin\theta_i\ ,\ \Xi_{si} = \dfrac{\omega\mu_0}{k_{si}} \\ \overline{\Upsilon}_{xi} = \overline{\Upsilon}_{si}\cos\overline{\theta}_i\ ,\ \overline{\Upsilon}_{zi} = \overline{\Upsilon}_{si}\sin\overline{\theta}_i\ ,\ \overline{\Upsilon}_{si} = \dfrac{\omega\varepsilon_0}{\overline{k}_{si}} \\ v_i = \dfrac{1}{j\omega\mu_0}\dfrac{\partial u_i}{\partial y}\ ,\ \overline{v}_i = -\dfrac{1}{j\omega\varepsilon_0}\dfrac{\partial \overline{u}_i}{\partial y} \\ k_z = k_{si}\sin\theta_i = \overline{k}_{si}\sin\overline{\theta}_i \end{cases}$$

ただし、$u_i(y)$, $\overline{u}_i(y)$ はそれぞれスラブ導波路のTE, TM基本モードのモード関数であり、k_{si}, $\overline{k}_{si}$ はそれらの伝搬定数である。なお(1),(2)では前述のごとく放射モードによる影響は無視し、共通項 $\exp(j\omega t - jk_z z)$ も省略した。

さて、式(1),(2)で導入した R, T, C_R, C_T の大きさは、入射TE波に対して反射TM波、透過TEおよびTM波の伝搬方向がすべて異なっているからモード関数 u_i, $\overline{u}_i$ の規格化の仕方で変わってくる。最も合理的なのは各波の伝搬方向に左右されない規格化の仕方、つまり次式を用いることである。

$$(4)\qquad \Xi_{si}\langle u_i, u_i\rangle = \overline{\Upsilon}_{si}\left\langle \overline{u}_i, \frac{1}{\varepsilon_i}, \overline{u}_i \right\rangle = 1$$

ただし、$\langle\ ,\ \rangle$ は内積を表わすものとする。

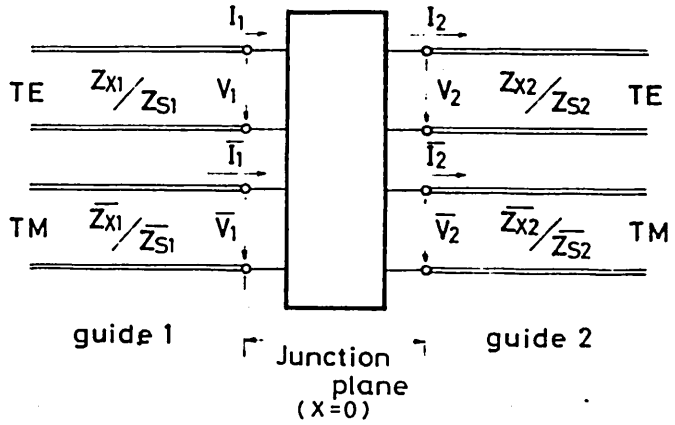


図2. ステップ状不連続部に対する等価回路

さて、式(1),(2)において次の置き換え、つまり

$$(5)\quad \begin{cases} V_1 = \dfrac{Z_{x1}}{Z_{s1}}(1+R), & I_1 = 1-R \\ \bar{V}_1 = C_R, & \bar{I}_1 = -C_R \dfrac{\bar{Y}_{x1}}{\bar{Y}_{s1}} \\ V_2 = T\dfrac{Z_{x2}}{Z_{s2}}, & I_2 = T \\ \bar{V}_2 = C_T, & \bar{I}_2 = C_T \dfrac{\bar{Y}_{x2}}{\bar{Y}_{s2}} \end{cases}$$

を行なうと、これらはまさにここで問題にしている不連続部における各モードの電圧、電流を表わすことになる。したがって、TEおよびTM表面波およびそれらの結合を考慮して、図1の構造をx方向にみた等価回路で表わすと、図2のように示せるであろう。

この時、式(5)で定義した各端子の電圧、電流は $x=0$ における界の連続条件

$$
(6)\quad \begin{cases}
Z_{s1}V_1u_1 - \overline{V_1}\,\overline{Y_{z1}}\dfrac{1}{\varepsilon_1}\overline{v_1} = Z_{s2}V_2u_2 - \overline{V_2}\,\overline{Y_{z2}}\dfrac{1}{\varepsilon_2}\overline{v_2} \\
\overline{V_1}\dfrac{1}{\varepsilon_1}\overline{u_1} = \overline{V_2}\dfrac{1}{\varepsilon_2}\overline{u_2} \\
-I_1Z_{z1}v_1 + \overline{Y_{s1}}\,\overline{I_1}\,\overline{u_1} = -I_2Z_{z2}v_2 + \overline{Y_{s2}}\,\overline{I_2}\,\overline{u_2} \\
I_1u_1 = I_2u_2
\end{cases}
$$

により関連づけられている。従って各係数 R, T, C_R, C_T は若干の計算、整理[13]を行なえば、次式より容易に求めることができる。

$$
(7)\quad \begin{cases}
\dfrac{1+R}{1-R} = \dfrac{k_{s1}\cos\theta_2}{k_{s2}\cos\theta_1} + \dfrac{\overline{V_1}}{I_1}\dfrac{\overline{Y_{z1}}}{\cos\theta_1}\left\langle \overline{v_1}, \dfrac{1}{\varepsilon_1}, u_1\right\rangle \\
\qquad\qquad - \dfrac{\overline{V_2}}{I_1}\dfrac{\overline{Y_{z2}}}{\cos\theta_1}\left\langle \overline{v_2}, \dfrac{1}{\varepsilon_2}, u_1\right\rangle \\
C_R = \dfrac{\overline{V_1}}{I_1}(1-R) \\
C_T = \dfrac{\overline{V_2}}{I_1}(1-R) \\
T = \dfrac{V_2}{I_1}Y_{x2}(1-R)
\end{cases}
$$

ただし

$$
(8)\quad \begin{cases}
\dfrac{\overline{V_2}}{I_1} = \dfrac{1}{\overline{Y_{x1}}\left\langle \overline{u_2}, \dfrac{1}{\varepsilon_2}, \overline{u_1}\right\rangle + \overline{Y_{x2}}\left\langle \overline{u_2}, \dfrac{1}{\varepsilon_1}, \overline{u_1}\right\rangle} \\
\qquad \times \left\{ \dfrac{Z_{z2}}{Z_{s1}}\dfrac{\left\langle v_2, \dfrac{1}{\varepsilon_1}, \overline{u_1}\right\rangle'}{\langle u_2, u_1\rangle} - Z_{z1}\left\langle v_1, \dfrac{1}{\varepsilon_1}, \overline{u_1}\right\rangle \right\}
\end{cases}
$$

$$\left| \frac{\overline{V_1}}{I_1} = \overline{Y_{S1}} \frac{\overline{V_2}}{I_1} < \overline{u_2}, \frac{1}{\varepsilon_2}, \overline{u_1} > \right.$$

一方、TM表面波モードの入射に対しても、また厚さ t_2 の導波路の側からの入射に対しても全く同様の取り扱いが可能であり、各モードの入射に対する反射，透過，結合係数を容易に求めることが出来るから、以下のようにしてステップ状不連続の特性を、等価回路を用いて記述することができるわけである。

つまり、今の場合、無損失4端子対回路網で近似できるステップ状不連続部を散乱行列 S で置き換えると、その回路は図3のように表わせ、散乱行列 S が通常のごとく定義できる。ここで、入射波 a_i，反射波 b_i と式(5)で定義した各端子における電圧 V_i，電流 I_i の間には

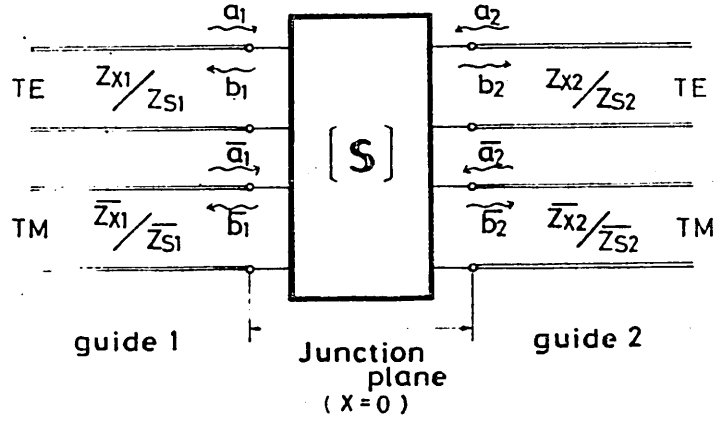


図3. ステップ状不連続部の散乱行列による表現

$$(9)\quad \begin{cases} V_i = \sqrt{\dfrac{Z_{xi}}{Z_{si}}}\,(a_i + b_i) \quad , \quad \overline{V_i} = \sqrt{\dfrac{\overline{Y_{si}}}{\overline{Y_{xi}}}}\,(\overline{a_i} + \overline{b_i}) \\ I_i = \pm\sqrt{\dfrac{Z_{si}}{Z_{xi}}}\,(a_i - b_i) \quad , \quad \overline{I_i} = \pm\sqrt{\dfrac{\overline{Y_{xi}}}{\overline{Y_{si}}}}\,(\overline{a_i} - \overline{b_i}) \end{cases}$$

なる関係が成立する（ただし、複号上方は $i=1$、下方は $i=2$ に対してとるものとする）ことを考慮し、また入射波として a_1 のみが存在することを仮定すると、要素 S_{m1} $(m=1,\cdots\cdots 4)$ は R, T, C_R, C_T を用いて次式より求めることができる。

$$(10)\quad \begin{cases} S_{11} = R \quad , \quad S_{21} = \sqrt{\dfrac{Z_{s1}}{Z_{x1}}}\sqrt{\dfrac{\overline{Y_{x1}}}{\overline{Y_{s1}}}}\,C_R \\ S_{31} = \sqrt{\dfrac{Z_{s1}}{Z_{x1}}}\sqrt{\dfrac{Z_{x2}}{Z_{s2}}}\,T \quad , \quad S_{41} = \sqrt{\dfrac{Z_{s1}}{Z_{x1}}}\sqrt{\dfrac{\overline{Y_{x2}}}{\overline{Y_{s2}}}}\,C_T \end{cases}$$

同様に、$\overline{a_1}, a_2, \overline{a_2}$ のみがそれぞれ存在する場合を考慮すれば、それらはTM波入射、厚さ t_2 の導波路側からのTE，TM波入射に対応する散乱行列の要素が求まり、したがって不連続部を表わす散乱行列の全要素が計算できることになる。

2.2 有限長周期構造

さて、有限長周期構造導波路を図4に示すように、ステップ状不連続部と均一なスラブ導波路部

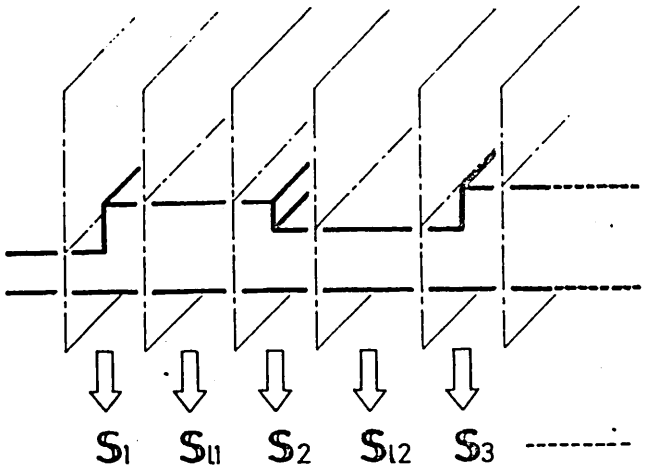


図4. 周期構造導波路の分割

分に分割して考えることにしよう。均一な導波路部分では、TEならびにTMモードが反射、結合を生じることなく、それぞれが $e^{\mp jkx_i x}$ および $e^{\mp j\bar{k}_i x}$ で伝搬することを考えればよい。従って、有限長周期構造導波路はこれらの行列を図4に従って接続すればよいわけであるが、散乱行列では縦続接続することはできないので、各行列を次式に定義する伝送行列に変換する。

$$(11)\qquad \begin{bmatrix} a_1 \\ b_1 \\ \bar{a}_1 \\ \bar{b}_1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} T_{11} & T_{12} & T_{13} & T_{14} \\ T_{21} & T_{22} & T_{23} & T_{24} \\ T_{31} & T_{32} & T_{33} & T_{34} \\ T_{41} & T_{42} & T_{43} & T_{44} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} b_2 \\ a_2 \\ \bar{b}_2 \\ \bar{a}_2 \end{bmatrix}$$

この行送行列への変換は容易であり、また図5に示すような有限長周期構造導波路の伝送行列 T_{total} は、次式のように各部分の伝送行列の積で与えら

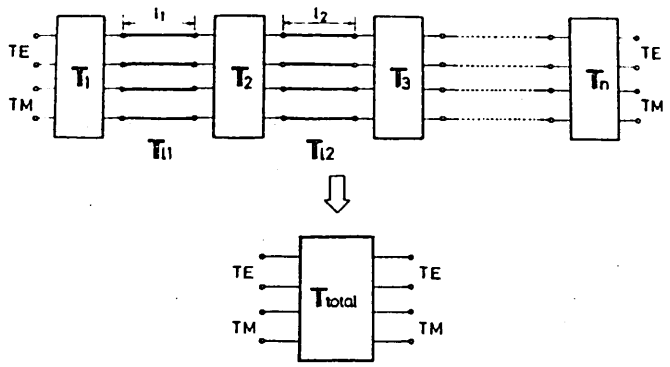


図5. 伝送行列の縦続接続で表わされた有限長周期構造導波路

れる。

$$(12) \qquad T_{total} = T_1 T_{l1} T_2 T_{l2} \text{ --------- } T_n$$

よって、有限長周期構造導波路の一方から、例えばTE波が入射した場合のその反射係数 R_{total}, 出力端への透過係数 T_{total}, TM波への反射および透過結合係数 C_{Rtotal}, C_{Ttotal} は式(12)の T_{total} の要素 τ_{mn} を用いて次式より求めることができる。

$$(13)\begin{cases} R_{total} = \dfrac{\tau_{21}\tau_{33} - \tau_{23}\tau_{31}}{\tau_{11}\tau_{33} - \tau_{13}\tau_{31}}, \quad T_{total} = \sqrt{\dfrac{Z_{x1}}{Z_{s1}}}\sqrt{\dfrac{Z_{sn}}{Z_{xn}}}\dfrac{\tau_{33}}{\tau_{11}\tau_{33} - \tau_{13}\tau_{31}} \\ C_{Rtotal} = \sqrt{\dfrac{Z_{x1}}{Z_{s1}}}\sqrt{\dfrac{\overline{Y_{s1}}}{\overline{Y_{x1}}}}\dfrac{\tau_{41}\tau_{33} - \tau_{43}\tau_{31}}{\tau_{11}\tau_{33} - \tau_{13}\tau_{31}}, \quad C_{Ttotal} = \sqrt{\dfrac{Z_{x1}}{Z_{s1}}}\sqrt{\dfrac{\overline{Y_{sn}}}{\overline{Y_{xn}}}}\dfrac{\tau_{31}}{\tau_{13}\tau_{31} - \tau_{11}\tau_{33}} \end{cases}$$

2.3 無限長周期構造

さて、図4にて散乱行列で表わされる各部分が、例えば -------- $S_1, S_{e1}, S_2, S_{e2}, S_1, S_{e1}$ --------- と無限に連続した系を考えれば無限長周期構造導波路となる。この系は [S_1, S_{e1}, S_2, S_{e2}] (1周期) の縦続接続の連続であるとみなせるから、これに対応する伝送行列を T_{unit} とすると、Floquet の定理より求めるべき分散特性は T_{unit} の固有値問題、つまり

$$|T_{unit} - e^{\gamma d} I| = 0 \tag{14}$$

を解けば得ることができる。ただし、γ は伝搬定数、d は周期長、I は単位行列である。このようにして得られる結果は後述するように、空間高調波によって界を展開していく複雑な方法[8]と同一の結果になることがわかる。

3. 計算結果

対象とする周期構造誘電体スラブ導波路 (z方向には一様) の形状は図6のもので、ここでは、$t_1/t_2 = 1.2$, $d_1/d_2 = 1.0$, 誘電体の屈折率を $n_1 = 1.461$ (ポリエチレン) と定めた場合の 50 GHz 帯での数値計算例を示す。

まず、はじめの計算例は<u>無限長周期構造</u>の特性である。式(14)を解いて得られる固有値を $\gamma = \alpha + j\beta$ として、β および α を $(2\pi/d)$ で規格化した量、

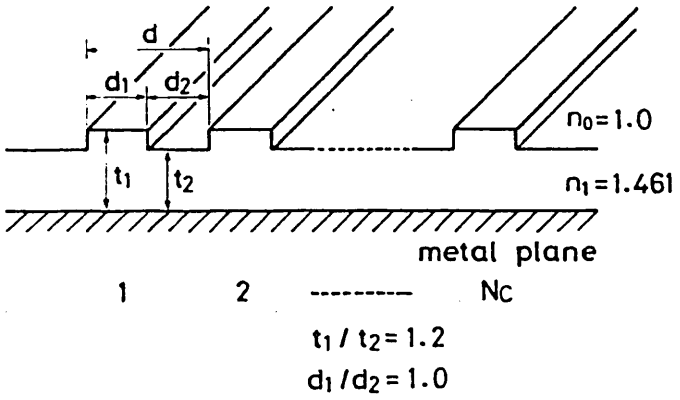
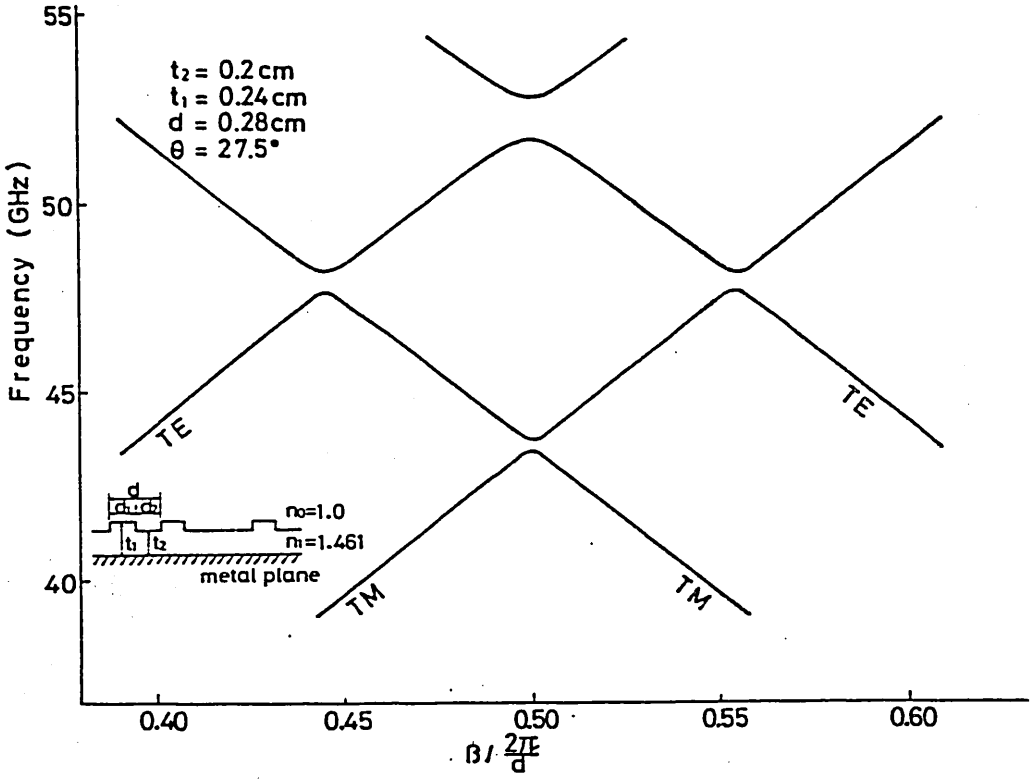
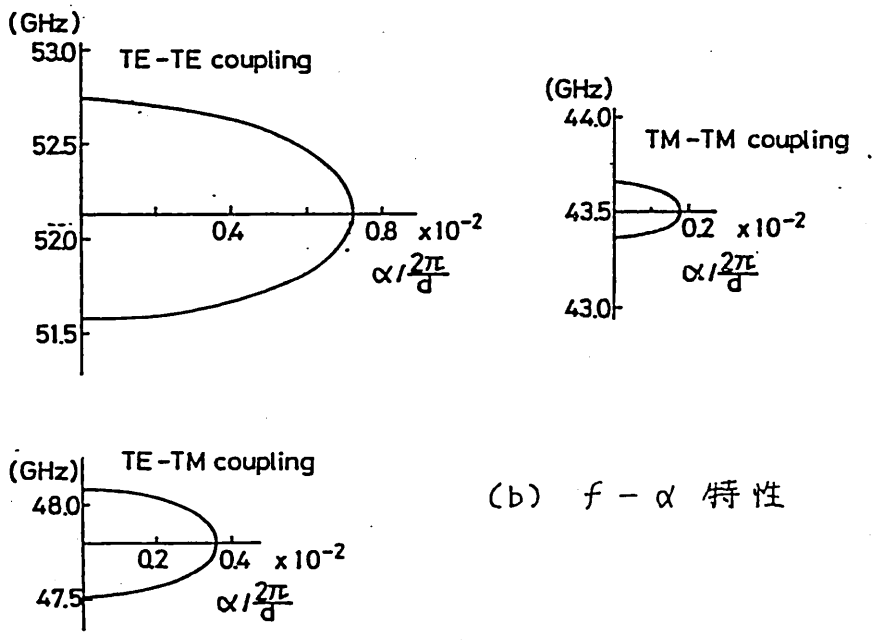


図6　有限長周期構造導波路の形状

$\beta/(\frac{2\pi}{\lambda_0})$ および $\alpha/(\frac{2\pi}{\lambda_0})$ の周波数分散特性を示したのが図7(a)および(b)である。この結果は薄い(厚さt_2)スラブ導波路におけるTEモードが、コルゲーションの方向に対し27.5°の角度で斜め伝搬している場合を考えたもので、ここではブラッグ反射領域(第1 stop band 領域)付近のみを示している。解析結果からも予想されるように、斜め伝搬の場合は垂直伝搬と異なり、同一偏波同志のモード結合の他に、異なるモード間、つまりTE－TMモード間の結合が生じ、それらによってこの領域内に4つの stopbands が生じることになる。一方、Peng [14] の方法によっても同じ分散特性を求めることができ、その結果(ただし第5次空間高調波成分まで考慮したもの)はほぼ完全に図7のものと一致していることを確認している。なおこの結果は、周波数が変化してもTEモードの伝搬方向は一定に規定しているものであり、したがって、式(3)を満たすべく伝搬するTMモードの伝搬角は、周波



(a) $f-\beta$ 特性



(b) $f-\alpha$ 特性

図7. 無限長周期構造の分散特性

数変化にともなって変化することになる。しかしながら、図に示した周波数範囲でのTMモードの伝搬角の変化は1°以下であり、TMモードについても一定の角度（約22°）で伝搬しているとみなしてよい。なお、ここで述べた方法での計算時間はPengらの方法のものにくらべ、極端に短くてすみ、無限長周期構造導波路の解析に対して非常に有効であることを確認している。

しかし、さらに本法の大きな特徴は、有限長周期構造の諸特性が容易に求められることである。以下にその結果を示す。図8、図9および図10は無限長周期の場合と同じ条件のもとに求めた有限長周期の場合の分散特性 $\beta/(\frac{2\pi}{d})$ および損失特性 $\alpha/(\frac{2\pi}{d})$ であり、それぞれTE－TEモード結合、

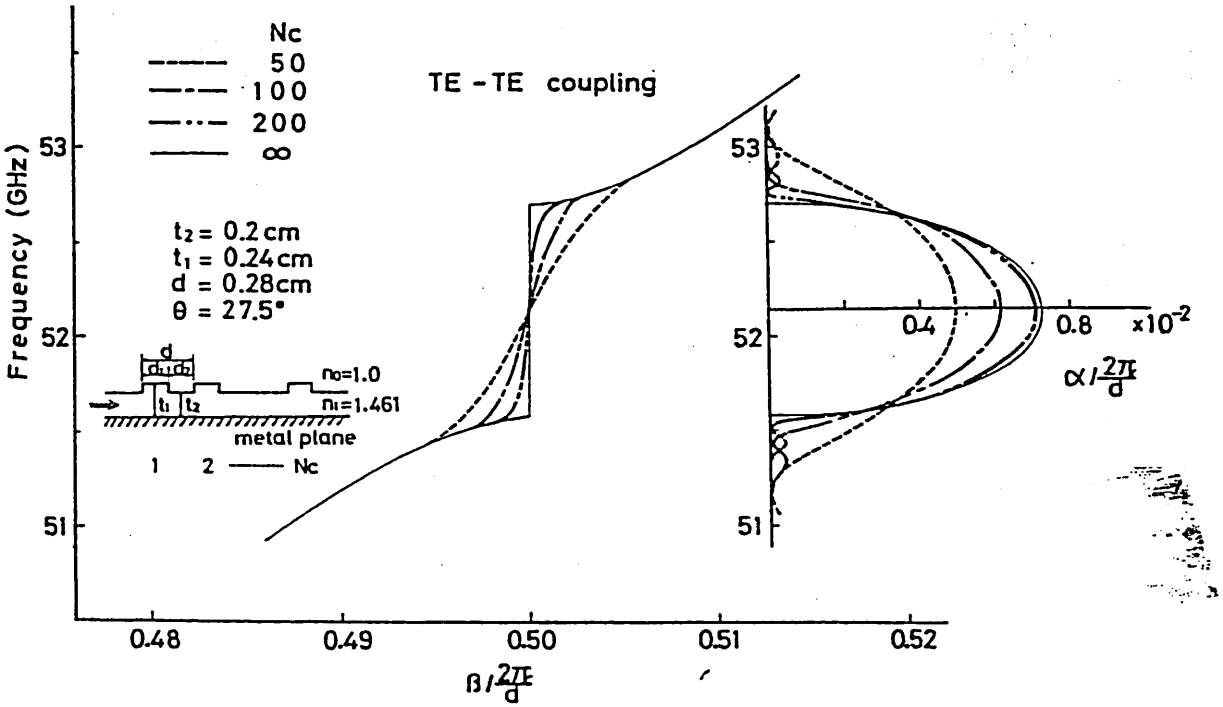


図8. 有限長周期構造の分散特性（TE－TE結合領域）

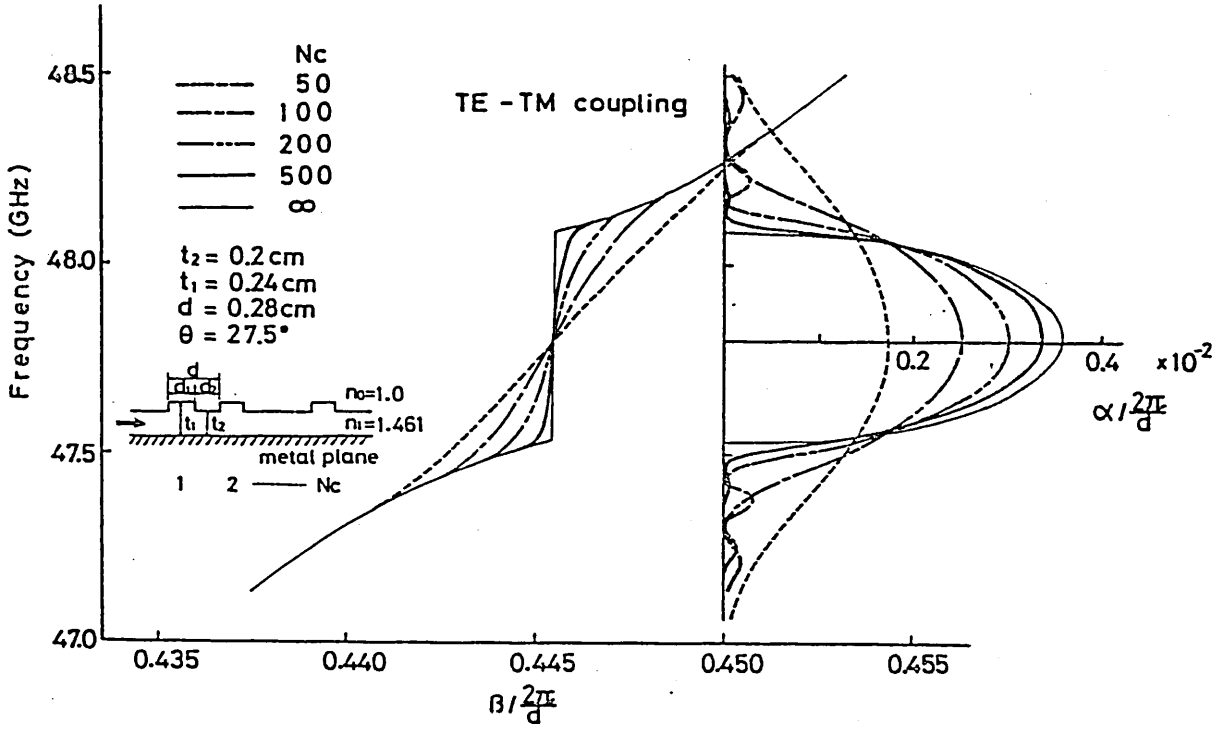


図9. 有限長周期構造の分散特性（TE-TM結合領域）

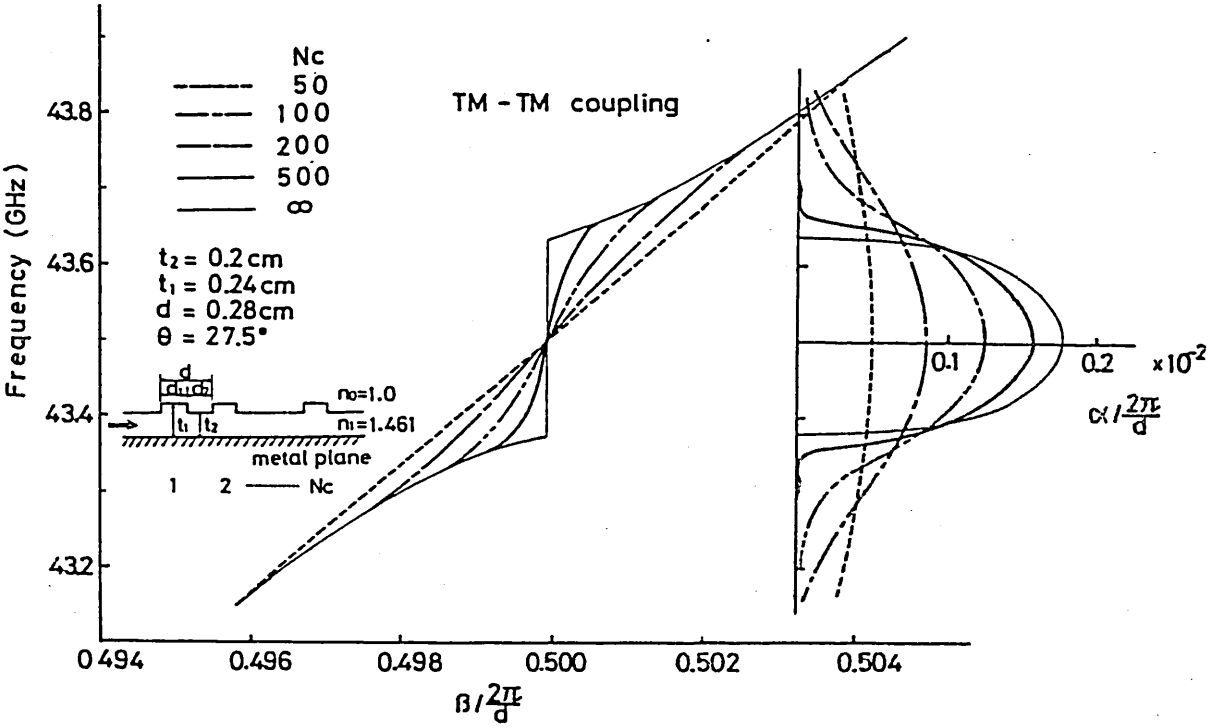


図10. 有限長周期構造の分散特性（TM-TM結合領域）

ＴＥ－ＴＭモード結合、およびＴＭ－ＴＭモード結合付近の特性を示したものである。図では周期数の段数Ncをパラメータにとっており、比較のために無限長周期の場合の特性を細い実線で表わしている。これらの特性を見れば有限長周期における段数の影響が明らかであり、段数が増加するにつれて結合が強くなり、無限長周期の特性に近づいていくことがわかる。

又、図11は有限長周期構造の電力透過特性を示したものである。ここで、52 GHz 近傍の stop band びＴＥ－ＴＥモード結合によるもの、48 GHz 近傍のそれがＴＥ－ＴＭモード結合によるものである。

なお、この導波路形状の場合、ＴＥ－ＴＥモード結合による stop band 幅がＴＭ－ＴＭモード結合による stop band 幅よりも広くなっているが、これは導波路の形状から決まる本質的なものである。つまり、接地された誘電体スラブ導波路では基本

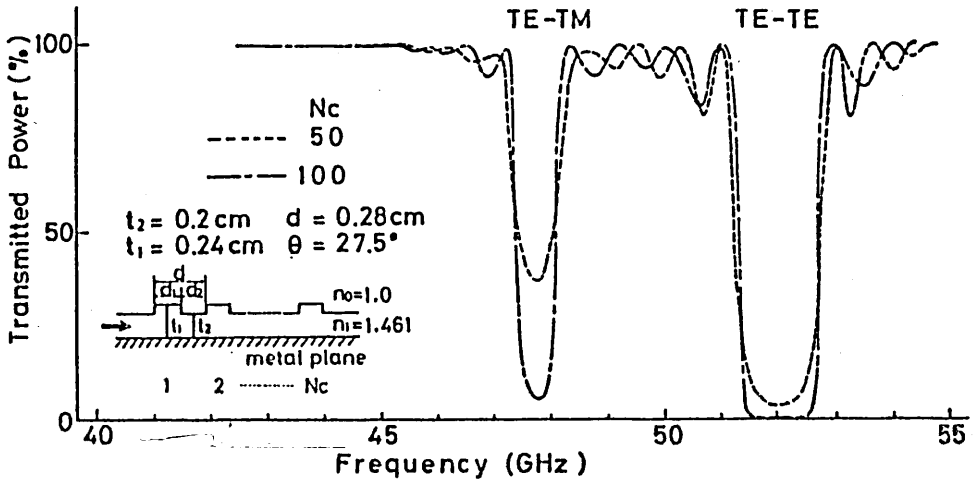


図11. 有限長周期構造の電力透過特性

モードはTMモードであり、TEモードは高次モードである。したがって、伝送エネルギーの大部分がスラブ中に存在するTMモードに対して、外部において伝送エネルギーをより多く運んでいるTEモードの方が誘電体表面にあるコルゲーションの影響を強く受け、その結果 stop band 幅が広くなるものと理解される。しかしながら、TE－TEモード結合についてはもう1つの現象に注目する必要がある。すなわち、等価 Brewster 角（$\theta_B = \tan^{-1}(k_{s1}/k_{s2})$）が存在し、これを用いれば上述のこととは無関係に stop band 幅を小さくすることが可能となることである。Brewster 角は周知のように誘電体境界面に垂直な電界成分をもつ偏波の平面波が無反射で界面を透過する角度であるが、誘電体ステップ状不連続部にTE波が入射した場合にも無反射となる角度の存在することが確認されており[15][16]、この角度が等価 Brewster 角となる。周期構造はステップ状不連続部の縦続接続であることから、等価 Brewster 角でTEモードが伝搬するとき、TEモードが無反射、すなわちTE－TEモードの結合が生じなくなる現象は容易に想像できる。図12は、このような現象が生じ得ることを数値計算で示したものである。ここでは、TEモードが Brewster 角 θ_B で伝搬し、TE－TEモード結合が図7のTE－TE stop band の中心周波数と同じ 52GHz で生じるように、周期 d を 0.354 [cm] に選んだときの無限長周期の場合の分散特性を示したものである。TE－TEモード結合は殆んど消滅し、コルゲーションによる影響は受けていない

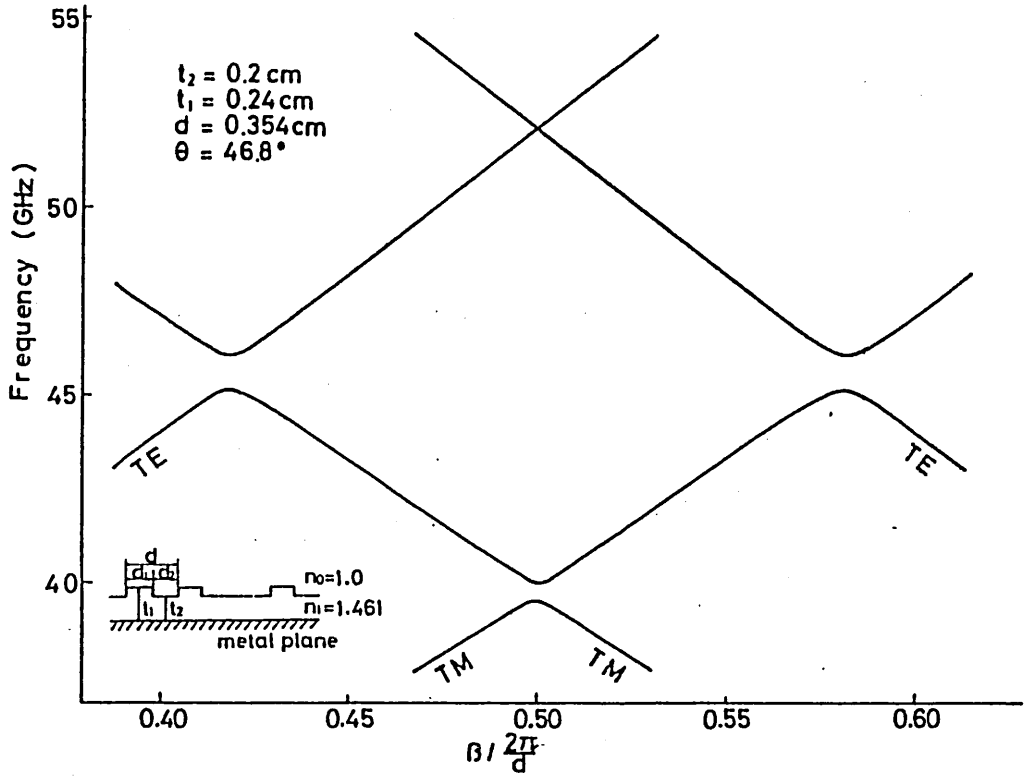


図12. 無限長周期構造の分散特性
（等価 Brewster 角による効果）

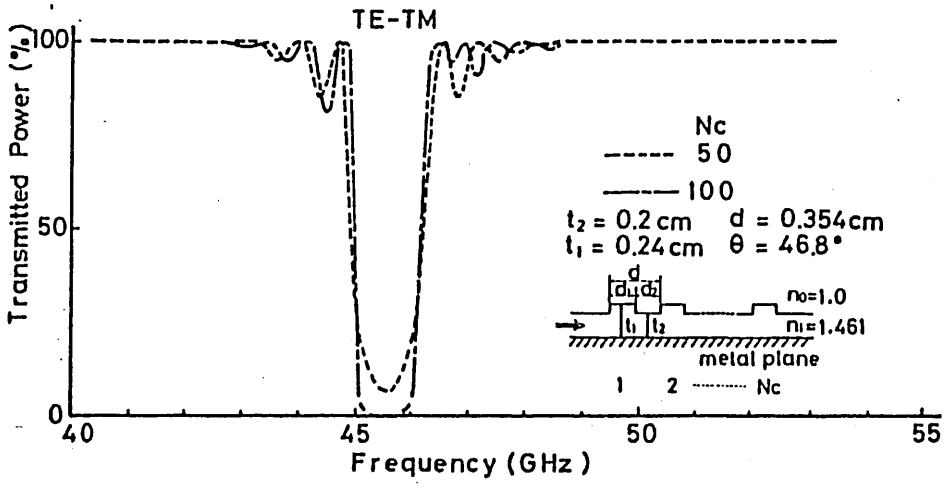


図13. 有限長周期構造の電力透過特性
（等価 Brewster 角による効果）

ことがわかる。

このような現象をより明らかに示したのが、この場合のコルゲーションの段数を有限にしたときの電力透過特性であり、図13に示したものである。図11でみられた52GHz近傍のstop bandは消滅しており、また等価Brewster角θ_Bがその点で生じるようにしたために、TE－TM結合によるstop bandの中心周波数とそのバンド幅が若干変化している。しかし、このθ_Bの調整によって電力透過特性が大幅に制御できるので、今後はこの点について、さらに詳しく調べていくつもりである。

4. むすび

以上、本文では、今後の実験を想定して50GHz帯での有限長周期構造を有するスラブ導波路の諸特性の解析法を示し、数値計算結果を示した。本解析法は、当然のことながら光波帯における周期構造導波路にも適用できるものであり、光フィルター等の回路素子設計に対して非常に有効なものである。また、ミリ波帯においては、これらの取り扱いをもとにすれば周期構造を有する誘電体イメージ導波路、あるいは誘電体ストリップ導波路についての解析も可能であり、現在実験と並行して検討しているので、これらの結果は別稿にて発表させて頂く。

参考文献

[1] C. Elachi , Proc. IEEE , 64, pp. 1666 - 1698 (1976)

[2] H.M. Stoll , Appl. Opt. , 17, pp. 2562 - 2569 (1978)

[3] A. C. Livanos et. al. , Appl. Phys. Lett., 30, pp. 519 - 521 (1977)

[4] D. Marcuse , "Theory of Dielectric Optical Waveguides", Chap. 3 , Academic Press (1974)

[5] W. Streifer et. al. , IEEE J. Quantum Electron., QE-13 , pp. 134 - 141 (1977)

[6] S. R. Seshadri , Proc. IEEE , 65 , pp. 996 - 1004 (1977)

[7] A. Yariv , IEEE J. Quantum Electron., QE-9, pp. 919 - 933 (1973)

[8] S. T. Peng et. al. , IEEE Trans. Microwave Theory Tech., MTT-23 , pp. 123 - 133 (1975)

[9] K. Wagatsuma. et. al. , IEEE J. Quantum Electron, QE-15 , pp. 632 - 637 (1979)

[10] H. Shigesawa et. al. , USNC/URSI NRS Meeting , B-4-6 , Los Angeles (1981)

[11] 繁沢他, 信学技報, OQE81-67, PP. 35-40 (1981)

[12] 繁沢他, 信学技報, MW81-14, PP. 73-80 (1981)

[13] 辻他, 輻射科学研資 (昭56. 7. 3)

[14] S. T. Peng, Proc. Intern'l. URSI Symp. on EM Waves, 341B, Münich (1980)

[15] J. P. Hsu et. al., USNC/URSI NRS Meeting, P. 46, College Park (1978)

[16] M. C. Shiao et. al., '81 IEEE/MTT-S Intern'l. Microwave Symp., A5, Los Angeles (1981)

$LiNbO_3$導波型光波長可変フィルタ

三木隆博，春名正光，小山次郎

（大阪大学工学部電子工学科）

昭和56年9月25日

輻射科学研究会

1. 序言

光分波器・光フィルタは，特に波長多重通信を実現する上でのキーデバイスであり，光ICの分野でも種々のタイプのものが提案されている。中でも$LiNbO_3$を基板とする導波型光フィルタの開発は，他のスイッチング／変調素子と組み合わせて同一基板上に集積化し，光分波用ICを構成できるという点で興味深い。AlfernessとSchmidtは非対称な$LiNbO_3$光方向性結合器をもとにしたフィルタを提案・実証した。[1] この場合には線路パラメータの波長依存性を利用しているために，フィルタの半値幅は150～200Åとかなり広い。一方，YehとTaylorは結合部にグレーティングを有するDBR型方向性結合器に関する解析結果を報告している。[2] このときはきわめて鋭いフィルタ特性が期待できるが，グレーティング周期が100～200Åであり，その作製は容易でない。さらに最近Ti拡散線路内の電気光学効果（EO）グレーティングによるTE-TMモード変換を利用したフィルタの報告がある。[3][4] これらのグレーティングを用いたものは，数Å～10Åオーダの鋭いフィルタ特性を持つが，その代りフィルタの中心波長の電圧同調は困難である。

これに対して，我々は1000Å程度の範囲で中心波長を任意に選択できるLN導波型光波長可変フィルタについて[5][6]検討してきた。これは非対称性の強い方向性結合器の一方の線路にEOグレーティングを設け，さらにフィルタの中心波長同調用の制御電極を配置したものである。2本の線

路間の結合は，EOグレーティングによる偶・奇モード間のモード変換によって行なわれるため，数10Åオーダの半値幅をもつフィルタ特性が期待できる。本稿ではこの導波型波長可変フィルタの解析結果を報告する。まずその構造及び動作原理を第2章で，第3章では動作解析について述べる。さらに4章では具体的な数値計算結果をもとに，フィルタ特性及び中心波長の電圧同調特性について検討する。

2. LN導波型波長可変フィルタの動作原理

2.1 素子の構造

Z板$LiNbO_3$を基板とする波長可変フィルタの構造を図1に示す。ここでTiの選択拡散によって作られた2本の単一モード線路の線路パラメータは相異っている。このいわゆる非対称方向性結合器の上にSiO_2バッファ層を介して図のような制御電極が配置される。線路B上の電極を共通にして，くし形電極に電圧V_gを，線路Aの外側の電極に電圧V_cを印加する。先ず電圧V_gによって線路B内に周期的な屈折率変化，すなわち電気光学効果（EO）グレーティングが誘起される。このEOグレーティングで両線路間の分布結合を制御することによって，フィルタ動作を得ることができる。一方，電圧V_cを通して線路B内に誘起される一様な屈折率変化によって，フィルタ中心波長の電圧同調が可能となる。

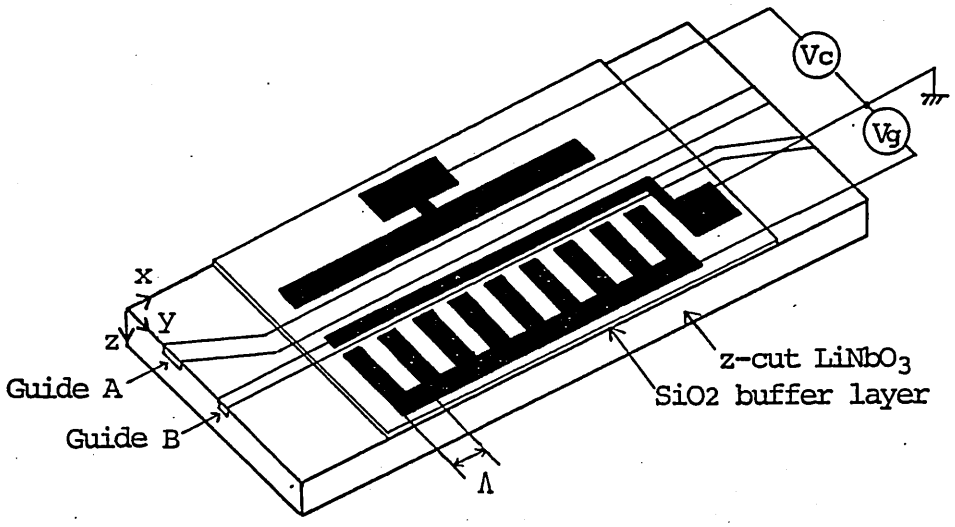


図1 $LiNbO_3$導波型光波長可変フィルタ

2.2 EOグレーティングによる偶奇モード間のモード変換

方向性結合器の動作原理は，結合器内の偶・奇モード間の干渉効果に起因する。一方の線路から光パワーが入力されると，結合器内には偶モードおよび奇モードが励起され，伝搬する。この2つのモードの位相差が異るので，モード間干渉により，伝搬軸上の合成電界成分が変化する。合成電界成分が他方の導波路に集中した所で光パワーは取り出される。このようにして，線路間のパワー移行が行われる。本素子はこの干渉効果に加えて，図に示す結合器内に電気光学効果を通して誘起された周期的な屈折率変化による偶・奇モード間のモード変換を利用し，両線路間のパワー移行を

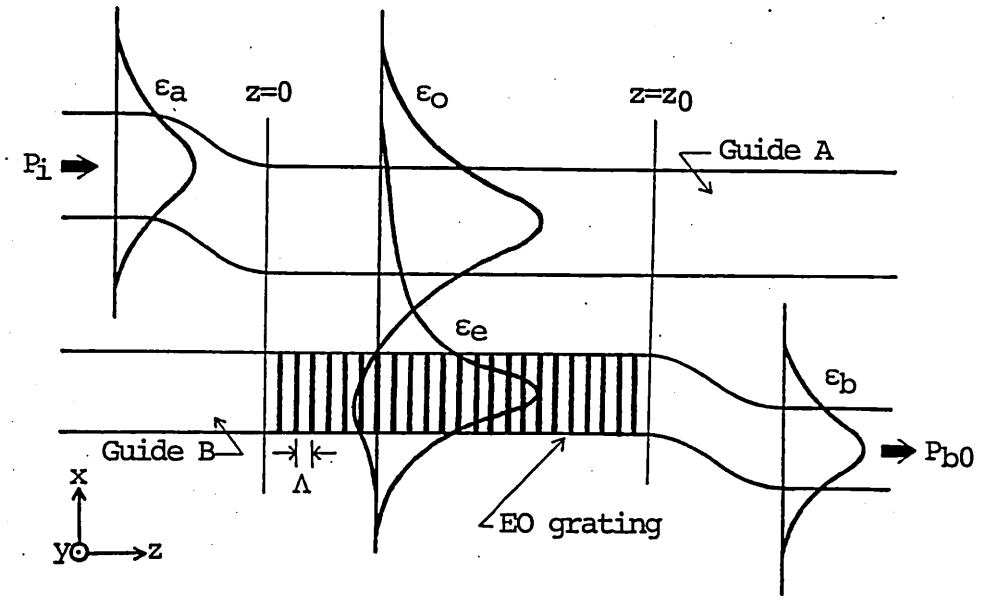


図2 電気光学効果グレーティングによる偶・奇モード間のモード変換

行なおうとするものである。従って，本素子の動作は本質的にEOグレーティングによるモード変換と干渉効果の両方を含んでいる。ここで干渉効果のみによる光結合の波長依存性は，線路パラメータの波長分散によって決まるので鋭いフィルタ効果は得られない。これに対して，EOグレーティングによるモード変換を利用した結合量制御は，いわゆるブラッグ条件近傍で行なわれるので，鋭いフィルタ特性が期待できる。従って，EOグレーティングによるモード変換が支配的な方向性結合器を構成することによって，良好なフィルタ特性を持たせることができる。このような観点から，本素子では両線路間の非対称性を強調して，そ

の分布結合がEOグレーティングによって制御されるようにしている。グレーティングの周期Λは，結合器内の偶モード・奇モードの伝搬定数差をもとにして，次式で与えられる。

$$\beta_e - \beta_o = K = \frac{2\pi}{\Lambda} \qquad (1)$$

周期Λは，後で述べるように線路幅の100倍程度になる。しかし，偶奇モード間のモード変換を実現するのに十分な結合係数を得るためには，この比較的大きな周期を有するグレーティングを線路B内にのみ閉じ込める必要がある。従来のくし形電極を2つ対向させた構造では，電極端において電気力線が放射状となるので，この場合には所望のグレーティングを誘起することはできない。従って，グレーティングを線路B内に閉じ込めるには，図1に示した特殊な電極構造が要求される。さらに，この電極構造は次節で述べる中心波長の電圧同調にも適したものである。

2.3 フィルタ中心波長の電圧同調

図1の素子においては，EOグレーティングの周期Λはある特定の波長λ_{co}に対して(1)式のブラッグ条件を満足するように設定される。それ故，入射レーザ光の波長がλ_{co}からずれるともはやブラッグ条件は満足されず，光パワーの移行は起らない。しかし，このとき線路Aの外側の制御電極に印加した電圧V_cによって，線路B内の屈折率変化を一

様にΔn_cだけ変化させ，偶・奇モード間の伝搬定数差$\Delta\beta$（$=\beta_e-\beta_o$）を調整し，波長のずれを補償して，再びブラッグ条件を満足させることができる。すなわち，電圧V_cによって，フィルタの中心波長の同調が可能となる。偶・奇モードの実効屈折率を各々N_e, N_oとすると，

$$\Delta\beta=\frac{2\pi}{\lambda}(N_e-N_o)=k=\frac{2\pi}{\Lambda} \qquad (2)$$

である。ここで波長のずれを補償して(2)式を満足するように，実効屈折率差(N_e-N_o)を印加電圧V_cによる屈折率変化Δn_cで調節すれば良い。このΔn_cによるフィルタの中心波長λ_cの同調はもちろん連続的に行うことができる。さらに中心波長λ_cの同調範囲をできるだけ大きくするためには，偶奇モード間の実効屈折率差(N_e-N_o)とΔn_cは同程度である必要がある。両線路の非対称性を増す，即ち各線路が独立に存在する場合の2つのモード間の伝搬定数差を大きくとれば，それだけフィルタ特性は鋭くなるが，一方フィルタ中心波長λ_cの電圧同調範囲は狭くなる。今，Δn_cによる実効屈折率差の変化を$\delta N=\Gamma\Delta n_c$（$\Gamma<1$）とすると，電圧$V_c$によって同調可能な$\lambda_c$の範囲$\Delta\lambda$は，近次的に次式から推定できる。

$$\frac{\Delta\lambda}{\lambda_{co}}=\frac{\Gamma\Delta n_c}{(N_e-N_o)} \qquad (3)$$

このように，本素子のフィルタ特性とその中心波長の電圧

同調特性は，結合器の非対称性を通じて，密接に関連している。素子設計に際しては，このことを十分に考慮する必要があろう。

3. 動作解析

前章で述べたように，LN波長可変フィルタの動作はBOグレイティングによる結合器内部の偶・奇モード間のモード変換を基礎とするものである。我々は主に文献(2)の手法に従って，この種のモード変換の解析を行った。解析に際しては，簡単のため図3に示すようにTi拡散線路をstep-indexの矩形断面形状を有する線路に近似している。Tiによる線路A及びBの平均的な屈折率増加分はΔn_a，Δn_b，拡散深さはd_a，d_bである。

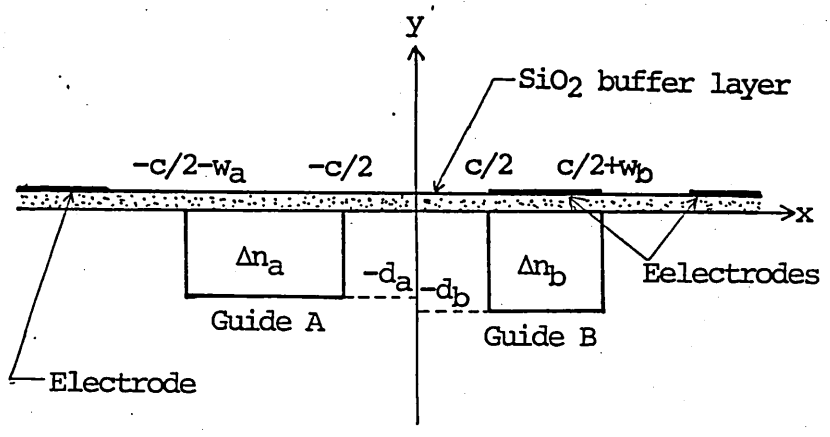


図3　解析のモデル

3.1 結合系の固有モード

各線路内を伝搬するモードの界は

$$\begin{cases} E_a(x,y,z) = \mathcal{E}_a(x,y)\, e^{-j\beta_a z} = A\,\Phi_a(x,y)\, e^{-j\beta_a z} \\ E_b(x,y,z) = \mathcal{E}_b(x,y)\, e^{-j\beta_b z} = B\,\Phi_b(x,y)\, e^{-j\beta_b z} \end{cases} \tag{4}$$

であり Marcatili の解析手法をもとに得られる。[7] また結合系の界分布関数は

$$E_c(x,y,z) = \mathcal{E}_c(x,y)\, e^{-j\beta z} = C\,\Phi_c(x,y)\, e^{-j\beta z} \tag{5}$$

2つの線路間の結合が弱い場合には，結合系の固有モード $\mathcal{E}_c$ は $\mathcal{E}_a$ と $\mathcal{E}_b$ の線形結合で表現できるとしてさしつかえない。

$$\mathcal{E}_c(x,y) = C_a\,\mathcal{E}_a(x,y) + C_b\,\mathcal{E}_b(x,y) \tag{6}$$

ここで係数 C_a, C_b は既知の界分布関数 $\mathcal{E}_a$ および $\mathcal{E}_b$ の x-y 面内での積分から求められ次式を満足する。(付録1参照)

$$\begin{bmatrix} (\beta_a^2 - \beta^2) I_a + K_b, & (\beta_b^2 - \beta^2) I_c + J_a \\ (\beta_a^2 - \beta^2) I_c + J_b, & (\beta_b^2 - \beta^2) I_b + K_a \end{bmatrix} \begin{bmatrix} C_a \\ C_b \end{bmatrix} = 0 \tag{7}$$

$$
\begin{cases}
I_a = \int \varepsilon_a^2 \, dxdy \\
I_b = \int \varepsilon_b^2 \, dxdy \\
I_c = \int \varepsilon_a \varepsilon_b \, dxdy \\
J_a = k_0^2 \Delta n_a^2 \int_a \varepsilon_a \varepsilon_b \, dxdy \\
J_b = k_0^2 \Delta n_b^2 \int_b \varepsilon_a \varepsilon_b \, dxdy \\
K_a = k_0^2 \Delta n_a^2 \int_a \varepsilon_b^2 \, dxdy \\
K_b = k_0^2 \Delta n_b^2 \int_b \varepsilon_a^2 \, dxdy
\end{cases} \tag{8}
$$

$$k_0 = \frac{2\pi}{\lambda}$$

ここで，Δn_a^2，Δn_b^2 は基板の屈折率を $n_s (= n_e)$ として次式で与えられる

$$
\begin{cases}
\Delta n_a^2 = 2 n_s \Delta n_a \\
\Delta n_b^2 = 2 n_s \Delta n_b
\end{cases} \tag{9}
$$

また $\int_a$ は線路A内，$\int_b$ は線路B内の積分を表わす。(7)式で $C_a \neq 0$，$C_b \neq 0$ である事から，結合器内を伝搬する固有モードの伝搬定数 β を与える分散関係式を得る。

$$\beta^2 = \frac{P(\beta_a^2+\beta_b^2)+q+r \pm \sqrt{\{P(\beta_a^2-\beta_b^2)-q+r\}^2+4(qr-PS)}}{2P} \quad (10)$$

ここで

$$\begin{cases} P = I_a I_b - I_c^2 \\ q = I_a k_b - I_c J_a \\ r = I_b k_b - I_c J_b \\ S = k_a k_b - J_a J_b \end{cases} \quad (11)$$

(9)式において常に $\beta^2 > 0$ であり

$$\begin{cases} +\text{符号は偶モードの伝搬定数で} \quad \beta = \sqrt{\beta^2} = \beta_e \\ -\text{符号は奇モードの伝搬定数で} \quad \beta = \sqrt{\beta^2} = \beta_o \end{cases} \quad (12)$$

さらに(7)式より，係数 C_a と C_b の比が得られ

$$\frac{C_b}{C_a} = \zeta = -\frac{(\beta_a^2-\beta^2)I_a + k_b}{(\beta_b^2-\beta^2)I_c + J_a} \quad (13)$$

(13)式を用いて(6)式を書き直すと

$$\begin{aligned} \varepsilon_c(x,y) &= C_a\{\varepsilon_a(x,y) + \zeta\,\varepsilon_b(x,y)\} \\ &= C\,\Phi_c(x,y) \end{aligned} \quad (14)$$

ここで C_a を C と置いた。固有モードによって運ばれるパワ

を1として規格化を行うことにより，任意定数cが決定する。

$$\frac{\beta}{2\omega\mu_0}\int \varepsilon_c^2(x,y)\,dxdy=\frac{\beta}{2\omega\mu_0}\int c^2\phi_c(x,y)\,dxdy=1 \qquad (15)$$

以上のように，弱結合における固有モード，すなわち偶モードと奇モードの伝搬定数及びその界分布が求められた。

3.2 結合モード方程式とその解

Eのグレーティングによる摂動が与えられた場合の結合器内のモード変換について考える。摂動がある場合の結合系の界 $\tilde{E}(x,y,z)$ は偶モード $\varepsilon_e(x,y)$ 及び奇モード $\varepsilon_o(x,y)$ の和として表わされ

$$\tilde{E}(x,y,z)=\sum_\ell a_\ell(z)\varepsilon_\ell(x,y)e^{-j\beta_\ell z} \qquad (16)$$

このとき振幅 a_ℓ はzの関数となる。ここで添字 ℓ は偶モードに対してはe，奇モードに対しては0である。$\varepsilon_\ell(x,y)$ は無摂動の時の波動方程式の解であり

$$\left[\frac{\partial^2}{\partial x^2}+\frac{\partial^2}{\partial y^2}+(k_0^2n^2(x,y)-\beta_\ell^2)\right]\varepsilon_\ell(x,y)=0 \qquad (17)$$

ここで $n^2(x,y)$ は結合系における屈折率分布である。今，グレーティングによる摂動を $\Delta\tilde{n}^2(x,y,z)$ とすると，$\tilde{E}(x,y,z)$

は次式を満足する。

$$\left[\frac{\partial^2}{\partial x^2}+\frac{\partial^2}{\partial y^2}+\frac{\partial^2}{\partial z^2}+k_0^2\{\tilde{n}(x,y)+\Delta\tilde{n}^2(x,y,z)\}\right]\tilde{E}(x,y,z)=0 \quad (18)$$

(17), (18)式とモードの直交性を考慮して，次の結合モード方程式を得る。(付録2参照)

$$\frac{da_m}{dz}=\sum_l \tilde{\kappa}_{lm}\, a_l\, e^{j(\beta_m-\beta_l)z} \quad (19)$$

ここで添字 l, m, は再びeヌは0である。結合係数 $\tilde{\kappa}_{lm}$ は

$$\tilde{\kappa}_{lm}=\frac{\omega\varepsilon_0}{4}\int \varepsilon_{m0}\Delta\tilde{n}^2(x,y,z)\,\varepsilon_l\,dxdy \quad (20)$$

与，E0グレーティングの周期が偶・奇モードの位相整合を満足するように設計されている場合，即ちブラッグ条件近傍でのモード結合に着目する。ブラッグ条件近傍では

$$\beta_e-\beta_0=K+\Delta K \quad , \quad K=\frac{2\pi}{\Lambda} \quad (21)$$

ΔKはブラッグ条件からのずれを表し，Λはグレーティングの周期である。また，ブラッグ条件近傍ではE0グレーティングによる周期的な屈折率変化をフーリエ級数展開して，その基本波成分についてのみ考えれば良い。すなわち

$$\begin{cases} \widehat{\Delta n^2}(x,y,z) = \Delta n_g^2(x,y)\cos kz \\ \Delta n_g^2(x,y) = \begin{cases} \frac{4}{\pi} n_s \Delta n_g \sin\pi\left(\frac{T}{\Lambda}\right) & (\text{線路B内}) \\ 0 & (\text{その他}) \end{cases} \end{cases} \quad (22)$$

(22)式を(16)式に代入してブラッグ条件近傍での偶・奇モード間の結合方程式を得る。

$$\begin{cases} \frac{dA_e}{dz} = -jg A_o e^{j\Delta kz} \\ \frac{dA_o}{dz} = -jg A_e e^{-j\Delta kz} \end{cases} \quad (23)$$

$$g = \frac{\omega\epsilon_0}{8}\int \varepsilon_e \Delta n_g^2(x,y)\varepsilon_o\,dxdy$$

$$= \frac{\omega\epsilon_0}{8}\int \varepsilon_o \Delta n_g^2(x,y)\varepsilon_e\,dxdy \quad (24)$$

結合器の入力端 $z=0$ において

$$\begin{cases} A_e = A_e(0) \\ A_o = A_o(0) \end{cases} \quad (25)$$

として，(19)式の解は

$$\begin{cases} a_e(z)=\left[a_e(0)\cos\gamma z - j\frac{1}{\gamma}\left(\frac{\Delta k}{2}a_e(0)+g a_o(0)\right)\sin\gamma z\right] e^{j\frac{\Delta k}{2}z} \\ a_o(z)=\left[a_o(0)\cos\gamma z + j\frac{1}{\gamma}\left(\frac{\Delta k}{2}a_o(0)-g a_e(0)\right)\sin\gamma z\right] e^{-j\frac{\Delta k}{2}z} \end{cases} \quad (26)$$

ここで

$$\gamma^2=\left(\frac{\Delta k}{2}\right)^2+g^2 \quad (27)$$

(25)式で $\Delta k=0$, $a_e(0)=1$, $a_o(0)=0$ として100%のモード変換に要する完全結合長 l_c が容易に求められ

$$l_c=\frac{2\pi}{g} \quad (28)$$

となる。結合系での合成電界 $E_T(x,y,z)$ (total field) の伝搬軸上の変化は次式で与えられる。

$$E_T(x,y,z)=a_e(z)\varepsilon_e(x,y)e^{-j\beta_e z} + a_o(z)\varepsilon_o(x,y)e^{-j\beta_o z} \quad (29)$$

適当な入力条件の下で、(26), (29)式に従って結合系のモードの界及び振幅を計算することにより、Eのグレーティングによる偶・奇モード変換の様子を知ることができる。なお、(29)式からEのグレーティングが存在しない時は、total field $E_T(x,y,z)$ は偶・奇モード間の干渉によってのみ与えられることがわかる。モード間干渉による結合長 L は

$$L=\frac{2\pi}{(\beta_e-\beta_o)} \tag{30}$$

である。

3.3 結合器の入出力部

図2において，$z<0$ で線路Aにのみ光が励振された時，$z=0$ で偶・奇モードがどのくらいの割合で発生するかを求める。$z=0$ の境界で

$$\xi_a(x,y)=E_T(x,y,0)+\int_{-\infty}^{\infty}R_c(\beta)\xi_{rc}\,d\beta \tag{31}$$

ここで $E_T(x,y,0)$ は(29)式において $z=0$ で求まる入力端での total field である。また $R_c(\beta)\xi_{rc}$ は結合系の放射モードである。(29)式を(31)式に代入し，ξ_e 及び ξ_o を両辺にかけて x,y の全領域にわたって積分すると，$z=0$ での偶・奇モードの振幅 $a_e(0)$ 及び $a_o(0)$ が簡単に求まる。

$$\begin{cases} a_e(0)=\dfrac{\beta_e}{2\omega\mu_0}\displaystyle\int \xi_a\xi_e\,dxdy \\ a_o(0)=\dfrac{\beta_o}{2\omega\mu_0}\displaystyle\int \xi_a\xi_o\,dxdy \end{cases} \tag{32}$$

結合器内を伝搬してきた偶・奇モードは $z=z_0$ で導波路から出力として取り出される。$z=z_0$ で次式が成立する。

$$E_T(x,y,z) = A_0 \varepsilon_a(x,y) + B_0 \varepsilon_b(x,y) + \int R_0(\beta)\varepsilon_{r0}\, d\beta \quad (33)$$

式(33)において A_0, B_0 は $z > z_0$ での ε_a, ε_b の振幅である。また $R_0(\beta)\varepsilon_{r0}$ は $z > z_0$ における放射モードである。式(32)の両辺に ε_b をかけて積分すると次式を得る。

$$B_0 = \frac{\beta_b}{2\omega\mu_0} \int E_T(x,y,z_0)\, \varepsilon_b(x,y)\, dx\, dy \quad (34)$$

従って線路Bより取り出される出力パワは

$$P_{b0} = |B_0|^2 \quad (35)$$

となる。

4. 数値計算結果

4.1 パラメータの設定

数値計算において必要な線路パラメータの設定に際しては，(1)両線路間の非対称性を大きくし，EOグレーティングによって分布結合を制御する，(2)完全結合長を10～15 mmに抑える，(3)光波長の変化範囲に対して線路を単一モード化するなどを考慮して，次のように諸定数を定めた。

線路Aに対して $w_a=3\mu m$, $d_a=2\mu m$, $\Delta n_a=4\times10^{-3}$
線路Bに対して $w_b=2\mu m$, $d_b=2\mu m$, $\Delta n_b=7\times10^{-3}$ (36)
線路間隔 $c=2\mu m$

上記の線路パラメータにおいては，波長 $\lambda=0.55\sim0.66\mu m$ の範囲で線路A，B共に独立に単一モード伝搬となる。$\lambda=0.60\mu m$，駆動電圧 $V_g=V_c=0$ のときの，結合系における偶・奇モードの横方向界分布は3.1節の解析より求められる。図4に $\varepsilon_e(x,y)$, $\varepsilon_o(x,y)$ の界分布を実線で，そして導波路が独立に存在する場合の界分布 $\varepsilon_a(x,y)$, $\varepsilon_b(x,y)$ を破線で示す。線路間隔 $c=2\mu m$ であるにも

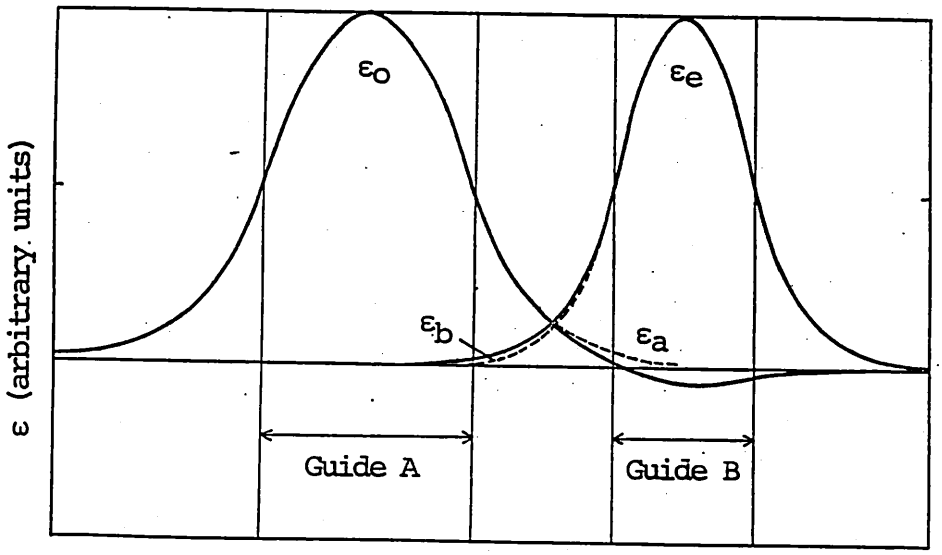


図4 結合系における偶、奇モードの界分布
実線は偶及び奇モードの界分布 ε_e, ε_o を示し，破線は線路A・Bが独立に存在する場合の界分布 ε_a, ε_b を示す。

かかわらず，屈折率の強い非対称性のため，結合系における界分布 $\xi_e(x,y)$，$\xi_o(x,y)$ と $\xi_b(x,y)$，$\xi_a(x,y)$ の差は小さい。この屈折率の非対称性は，作製時において，線路Aと線路Bに対するTiの膜厚を変えることによって比較的容易に実現できよう。偶・奇モード間の伝搬定数差は

$$\beta_e - \beta_o = 220 \times 10^{-2} \ (\mathrm{rad/cm}) = \frac{2\pi}{\Lambda} \qquad (37)$$

であり，これから $\lambda = 0.60\,\mu m$ を中心波長とするときのEOグレーティングの周期 Λ が決定でき，

$$\Lambda = 286\ (\mu m) \qquad (38)$$

となる。従ってEOグレーティングを構成する電極幅，間隔ともに，$T = \Lambda/2 = 143\,\mu m$ となる。またEOグレーティングが存在しない時（$V_g = 0$）の両線路間のパワー移行率は1.5%以下である。

4.2 EOグレイティングによる光分布結合制御特性

前節で示した線路パラメータの設計に従って，まず $\lambda = 0.6\,\mu m$ のときのEOグレーティングによる偶・奇モード間のモード変換特性を中心に，光分布結合制御特性について数値的に検討した。EOグレイティングを設ける領域は (i) 線路B内，(ii) 線路Bと両線路間にまた

がる領域の2つが考えられる。しかし後者の場合は，図4の偶・奇モードの界分布からも明らかなように，この領域内で奇モードの界分布の符合が逆転する。従って両モードの重畳積分が相殺することになり，結局大きな結合係数 g を得ることはできない。それ故この構造に対してはEOグレーティングを線路B内に閉じ込めるのが良い。今，くし形電極に印加される電圧 V_g によって，線路B内に誘起される周期的な屈折率変化量は最大 1.6×10^{-3} とることができる。[8] 3.2の解析結果をもとに，EOグレーティングによる偶・奇モード間のモード変換に関する結合長 l_{c0} は

$$l_{c0}=13.5\,(mm)=z_0 \qquad (39)$$

となる。このときグレイティング本数は47本である。

今，線路A側から光を入力し，線路Bから光出力をとり出す場合について考える。$\varepsilon_a(x,y)=\varepsilon_0(x,y)$ であることから，結合系の入力端 $z=0$ では主に奇モードが励起され，結合系内ではEOグレイティングによってモード変換が生じ，$z=z_0$ の結合長を伝搬した後には，結合系内にはほぼ偶モードのみが存在することになる。従って，$z=z_0$ で線路B側から～100%の光パワーを取り出すことができる。図5に(27)式で規定される合成電界成分 $E_T(x,y)$ の伝搬軸に沿っての推移を示す。EOグレーティングによるモード変換を介して，線路Aの光パワーが全て線路Bへ移行している様子が理解できる。

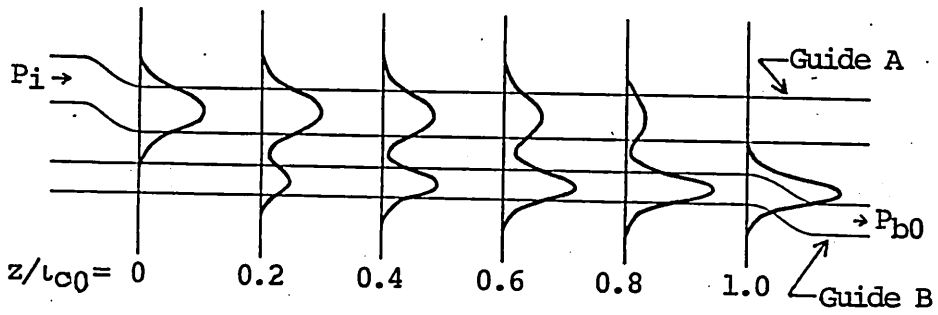


図5　伝搬軸に沿ったTotal fieldの推移

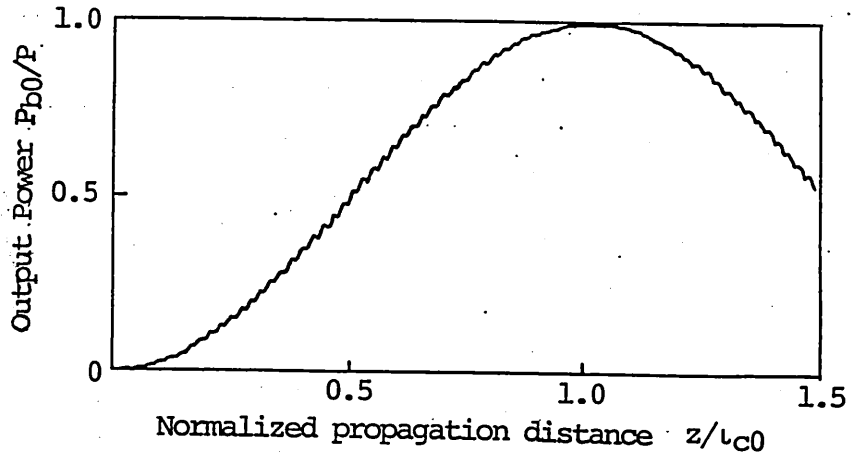


図6　伝搬距離に対する出力の変化

図6は結合器の長さに対する出力Pboの変化を示したものである横軸は完全結合長で規格化している。曲線上にある小さなリップルは，偶・奇モード間の干渉効果によって生ずるものであり，その周期は両モードの伝搬定数差（βe－βo）から与えられたΛ（＝286μm）に

21

等しい。図6の結果から線路の非対称性を強調することによって両線路間の分布結合がE0グレーティングによって支配されることがわかる。図7は，$\lambda = 0.6\mu m$を中心波長とする結合器出力の波長依存性，即ちフィルタ特性を示したものである。半値幅42Åを得た。この値は，線路パラメータの波長依存性のみを利用した結合器タイプの光波長フィルタ[11]の半値幅の約1/5である。このように，E0グレーティングによる結合量の制御を支配的にすることによって，鋭い波長選択性を実現できる。なお，我々の解析では周期Λを有する無限個のグレーティングに対する計算を行っているが，これに対して有限個のグレーティングはその本数に応じたスペクトル幅を持っており，これを考慮すると，実際のフィルタ特性は図7より若干広くなると思われる。これについては現在検討中である。

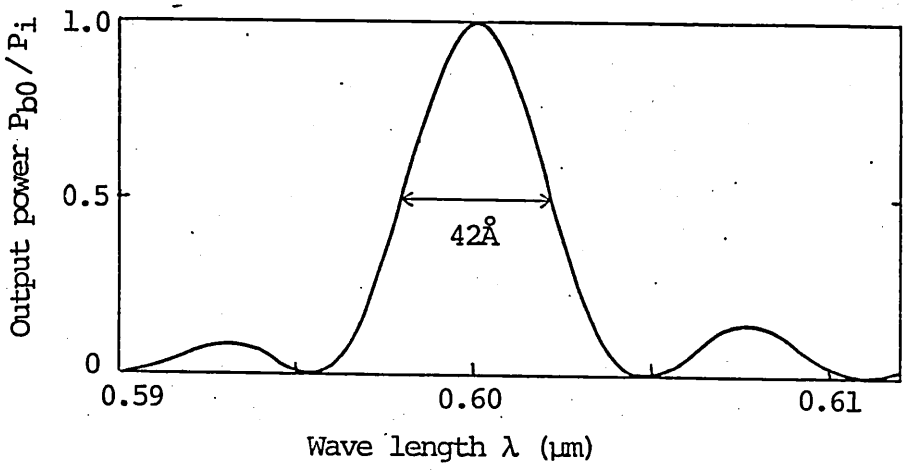


図7　中心波長0.6μmにおけるフィルタ特性

4.3 フィルタ中心波長の電圧同調特性

これまでの数値計算結果は，線路Aの外側にある制御電極への印加電圧 $V_c=0$ の場合のものであるが，2.3節の原理説明の部分でも述べたように，電圧 V_c によって線路内の屈折率変化が Δn_c だけ一様に変化しこれによって結合系内の偶・奇モードの伝搬定数差を制御して，フィルタ中心波長を同調できる。すなわち，EOグレーティングの周期 Λ が固定されているので，Δn_c による $(\beta_e-\beta_o)$ の変化に応じて波長 λ を変えれば，ブラッグ条件が満足される。また，Δn_c によってフィルタの中心波長 λ_c は連続的に変えることができる。Δn_c に対する中心波長 λ_c およびこれに対応する完全結合長 l_c の変化を図5に示す。ここで l_c は $\lambda_{co}=0.6\,\mu m$ の時の結合長 $l_{co}=13.5\,mm$ で規格化している。まず Δn_c に対して λ_c はほぼ直線的に変化する。一方 $\lambda_c=0.55\sim0.66\,\mu m$ の範囲における完全結合長の変動は直接線路Bから取り出される出力パワ P_{bo} の低下につながる。しかし図6の結果からわかるように，15%の l_c の変動はわずか3%弱の出力パワの変化を生ずるにすぎない。結局，電圧 V_c を印加して Δn_c を -5×10^{-4} から $+5\times10^{-4}$ の範囲で変えることによって，出力パワを一定に保ったままで，フィルタの中心波長を $\lambda_c=0.55\sim0.65\,\mu m$ に渡って電圧同調できることが明らかとなった。図9は Δn_c に対する，即ち中心波長 λ_c に対する，フィルタ特性の変化を示したものである。ここで半値幅の変動はわず

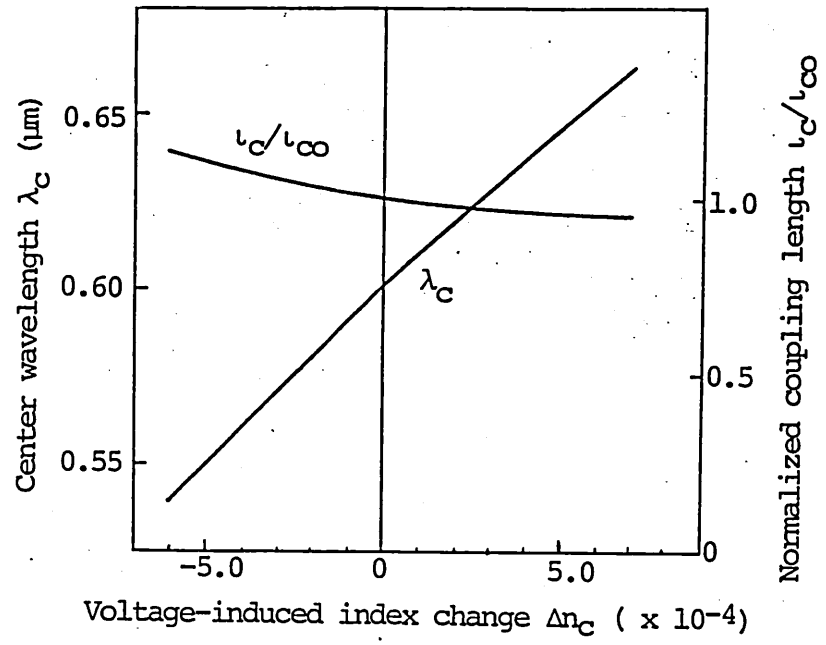


図8 Δn_cに対する中心波長λ_cと結合長ι_cの変化

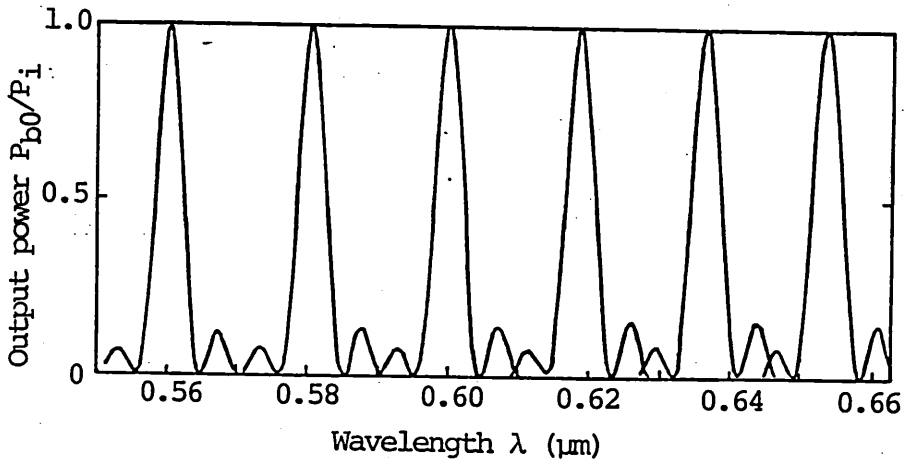


図9 電圧同調波長可変フィルタ

かし A程度である。さらに，このΔncによる入この同調特性を利用して線路パラメータ及びグレーティング周期Λの作製誤差を容易に補正することができる。

5. 結論

Z板$LiNbO_3$を基板とするEOグレーティング制御導波型波長可変フィルタを構成し，その動作解析及びこれに基づいた数値計算結果を示した。その結果，線路間のパワー移行が主にEOグレーティングによるモード変換によって行われる時強い波長依存性を示し，結合長13.5 mmで，半値幅42 Åのフィルタ特性が得られた。また，線路Aの外側の制御電極によって線路B内の屈折率を制御することにより，フィルタの中心波長を0.55～0.66 μmに渡って比較的容易に電圧同調でき，この時の出力，半値幅の変動が各々3%以下である事が明らかとなった。波長0.55～0.66 μmにおける選択可能な波長数は6波長以上となる。またここで得られた同調機能を利用して，素子の作製誤差を補正することができる。数値計算に際して用いた線路パラメータは作製可能な値であり，現在この数値計算例に従って素子の実現を目指している。

謝辞：在学中本研究に御協力頂いた井治秋人氏（現三菱電気），御援助頂いているリコー（株）関係各位に感謝する。

参考文献

1) R.C.Alferness and R.V.Schmidt,"Tunable optical waveguide directional coupler," Appl.Phys.Lett., 33,p.161(1978)

2) P.Yeh and H.F.Taylor,"Contradirectional freqency-selective couplers for guided-wave optics," Appl.Opt.,19,p.2848(1980)

3) R.C.Alferness,"Efficient waveguide electro-optic TE-TM mode converter/wavelength filter," Appl. Phys.Lett.,36,p.513(1980)

4) R.C.Alferness and L.L.Buhl,"Polarization independent optical filter using interwaveguide TE-TM conversion," Appl.Phys.Lett.39,p.131(1981)

5) 丹治，増田，小山，"波長選択$LiNbO_3$光方向性結合器の理論的検討"，S56信学会全国大会光・量エレ予稿812

6) 三木，丹治，春名，小山，"$LiNbO_3$導波型光波長可変フィルタ"，S56第42回秋期応用物理学会学術講演会，9P-M-9（56.10月発表予定）

7) E.A.J.Marcatili,"Dielectric rectangular waveguide and directional coupler for integrated optics," Bell Syst.Tech.J.,48,p.2017(1969)

8) I.P.Kaminow,"An introduction to electrooptic devices," Academic Press (1974)

付録 A.1

結合器内の界分布関数 ξ_c は線路A，Bが独立に存在する時の界分布関数 ξ_a, ξ_b の線形結合として式(6)の様に表わせる。結合器内の分布関数 ξ_c は次の波動方程式を満す。

$$\left[\frac{\partial^2}{\partial x^2}+\frac{\partial^2}{\partial y^2}+(k_0^2 n^2(x,y)-\beta^2)\right]\xi_c=0 \qquad (A.1)$$

(A.1)式において $n^2(x,y)$ は結合器内の比誘電率分布であり，

$$n^2(x,y)=n_0^2(x,y)+\Delta n_a^2(x,y)+\Delta n_b^2(x,y)+\Delta n_{E0}^2(x,y)$$

$$n_0^2(x,y)=\begin{cases} n_c^2 & y\geq 0 \\ n_s^2 & y\leq 0 \end{cases}$$

$$\Delta n_a^2(x,y)=\begin{cases} 2n_s\Delta n_a & (\text{線路A内}) \\ 0 & (\text{その他}) \end{cases}$$

$$\Delta n_b^2(x,y)=\begin{cases} 2n_s\Delta n_b & (\text{線路B内}) \\ 0 & (\text{その他}) \end{cases}$$

$$\Delta n_{E0}^2(x,y)=\begin{cases} 2n_s(\Delta n_c+\frac{1}{4}\Delta n_g) & (\text{線路B内}) \\ 0 & (\text{その他}) \end{cases} \qquad (A.2)$$

ここで，Δn_a，Δn_b は線路 A および B における Ti 拡散による屈折率増分を表わし，$\Delta n_{E0}^2(x,y)$ は電気光学効果による比誘電率の増分を表す。また，Δn_c Δn_g は各々 V_c，V_g による線路 B 内の屈折率変化分であり，Λ および T は各々くし形電極の周期及び電極幅である。線路が独立に存在するとき，ε_a，ε_b は次の波動方程式を満す。

$$\begin{cases} \left[\frac{\partial^2}{\partial x^2}+\frac{\partial^2}{\partial y^2}+\left\{k_0^2(n_0^2(x,y)+\Delta n_a^2(x,y)+\Delta n_{E0}^2(x,y))-\beta_a^2\right\}\right]\varepsilon_a=0 \\ \left[\frac{\partial^2}{\partial x^2}+\frac{\partial^2}{\partial y^2}+\left\{k_0^2(n_0^2(x,y)+\Delta n_b^2(x,y)+\Delta n_{E0}^2(x,y))-\beta_b^2\right\}\right]\varepsilon_b=0 \end{cases} \quad (A.3)$$

式 (6) および (A.2) を式 (A.1) に代入し，式 (A.3) を用いると次式が得られる。

$$C_a(\beta_a^2+k_0^2\Delta n_b^2-\beta^2)\varepsilon_a+C_b(\beta_b^2+k_0^2\Delta n_a^2-\beta^2)\varepsilon_b=0 \quad (A.4)$$

(A.4) 式の両辺に ε_a をかけて，x，y の全領域で積分すると

$$C_a(\beta_a^2-\beta^2)\int\varepsilon_a^2\,dxdy+C_ak_0^2\int\Delta n_b^2(x,y)\varepsilon_a^2\,dxdy$$
$$+C_b(\beta_b^2-\beta^2)\int\varepsilon_a\varepsilon_b\,dxdy+C_bk_0^2\int\Delta n_a^2(x,y)\varepsilon_a\varepsilon_b\,dxdy=0 \quad (A.5)$$

同様に ε_b をかけて，$x \cdot y$ の全領域で積分すると

$$c_a(\beta_a^2-\beta^2)\int \varepsilon_a\varepsilon_b dxdy + c_a k_0^2 \int \Delta n^2(x,y)\varepsilon_a\varepsilon_b dxdy$$

$$+ c_b(\beta_b^2-\beta^2)\int \varepsilon_a\varepsilon_b dxdy + c_b k_0^2 \int \Delta n^2(x,y)\varepsilon_a\varepsilon_b dxdy = 0 \quad (A\cdot 6)$$

式 (A·5)，式 (A·6) より (7) 式が得られる。

付録 A.2

結合器内に摂動 $\Delta\hat{n}^2(x,y,z)$ がある場合，偶奇モードの振幅 a_e, a_o は伝搬軸に沿ってゆっくり変化する。この時，結合器内の界分布 $E(x,y,z)$ は偶モードおよび奇モードの和として (16) 式のように表れされる。式 (16) を摂動がある場合の波動方程式 (18) に代入し，さらに式 (17) を用いて次の式が得られる。

$$\sum_\ell \left[a_\ell(z)\beta_\ell^2 \varepsilon_\ell e^{-j\beta_\ell z} + \varepsilon_\ell \frac{\partial^2}{\partial z^2}\left(a_\ell(z) e^{-j\beta_\ell z}\right) \right.$$

$$\left. + k_0^2 \Delta n^2(x,y) a_\ell(z) \varepsilon_\ell e^{-j\beta_\ell z} \right] = 0 \quad (A\cdot 7)$$

ここで，添字 ℓ は偶モードに対して e，奇モードに対して o をとる。$a_e(z)$，$a_o(z)$ は伝搬軸に沿ってゆっくりと変化する。即ち．

$$\left|\frac{\partial^2 a_\ell}{\partial z^2}\right| \ll \left|\beta_\ell \frac{\partial a_\ell}{\partial z}\right| \qquad \ell = e, o \qquad (A\cdot 8)$$

従って(A・7)は次のようになる。

$$\sum_{\ell}\left[-2j\beta_{\ell}\varepsilon_{\ell}\frac{\partial a_{\ell}}{\partial z}+k_0^2\Delta n^2(x,y)a_{\ell}\varepsilon_{\ell}\right]e^{j\beta_{\ell}z}=0 \qquad (A\cdot 9)$$

$$\ell=e,o$$

両辺に$\varepsilon_m e^{-j\beta_m z}$をかけてx,yの全領域にわたって積分すると，偶・奇モードの直交性より結合モード方程式(19)が得られる。

輻射科学研究会資料

拡散型光導波路の数値解析法と導波-放射モード結合光変調器への応用

小野寺 秀俊
内山 裕敏
中島 将光
栗井 郁雄
池上 淳一

（京都大学 工学部）

昭和56年 9月 25日

1. まえがき

$LiNbO_3$ や $LiTaO_3$ に Ti などの金属を拡散して得られる導波路は、拡散層でも単結晶の結晶性がほとんど損なわれず、伝搬損失の少ないものが容易に作成できることや、ストライプ状の拡散源により簡単に3次元構造化できることから、変調器、方向性結合器などの光機能素子には最も広く用いられている。このような屈折率分布を有する導波路のモード解析法としては、WKB法[1][2]が一般的であるが、幾何光学的な考えであるため、実用上重要な単一モード領域では誤差が大きい。そのため変分法[3]や多層分割法[4]なども用いられている。

ところで Maxwell 方程式は線形同次2階微分方程式であり、数値的には容易に解ける。山之内らはこれを境界値問題として解く方法を示したが[5]、放射モードの解析が行なえないことや、精度の点で問題がある。今回の報告では、Maxwell 方程式を初期値問題として数値的に解くことにより、導波モード、放射モード共、極めて高精度に解析できることを示す。

一方、先に我々は、ステップインデックス分布の導波-放射モード結合光変調器で、基板及び薄膜の材料を適切に選定することにより、100 dB/cm 以上の変調効率が得られることを理論的に明らかにし[6]、Nb_2O_5 薄膜 - $LiTaO_3$ 基板構造で 30dB/cm 近い変調効率を実験的に確認した[7]。しかし、ス

テップインデックス構造では、伝搬損失の少ない良質の薄膜を作成することは容易ではない。そこで拡散型導波路において導波-放射モード結合光変調を行なうことを考え、ステップインデックス構造の類推より、高い変調効率が期待できる $LiTaO_3$ 基板へのNb拡散導波路を取り上げ、変調効率の計算を行なった。この導波路は拡散層が $LiNbO_3$ と $LiTaO_3$ の混晶になっていると考えられ[8]、拡散後の再分極処理が必要となるが、最大0.04以上の屈折率上昇が報告されており[9]、Ti拡散導波路と比べて導波作用が強いという利点を持つ。また、前述の Nb_2O_5-$LiTaO_3$ は、膜が電気光学効果を持たないのに対し、ここで解析する拡散導波路は、電気光学効果については基板である $LiTaO_3$ の性質がそのまま膜にあたる部分に保存されるので都合がよい。

報告は前半と後半に大きく分けられ、前半ではMaxwell方程式の直接解法による拡散型導波路のモード解析法について述べる。厳密解が得られる構造で解析精度を確認し、Nb拡散 $LiTaO_3$ 導波路，Ti拡散 $LiNbO_3$ 導波路をモデルとした計算例を示す。

後半では拡散型導波-放射モード結合光変調器の解析を行ない、Nb拡散 $LiTaO_3$ 導波路では非常に緩やかな製作精度要求の下で高い変調効率が得られることを示す。

2. Maxwell方程式の数値解析法

2-1. 拡散型光導波路

解析の対象とする拡散型光導波路及び用いる座標系を図1に示す。誘電体結晶は $x \leq 0$ の空間を占めており、金属の拡散などのため、図2に示すごとく表面付近の屈折率が増加し、導波層を形成している。$x > 0$ の上層部は、屈折率一定の領域であり、ここでは空気を考える。また、構造はy方向に一様とし、光の伝搬方向はz方向である。誘電体結晶の主軸方向については、座標軸方向と一致する場合を扱う。このとき比誘電率テンソルは対角項のみから成り、導波路の固有モードはTE, TMの直交モード群に分離される。

このような拡散型光導波路の屈折率分布は、拡散の型を

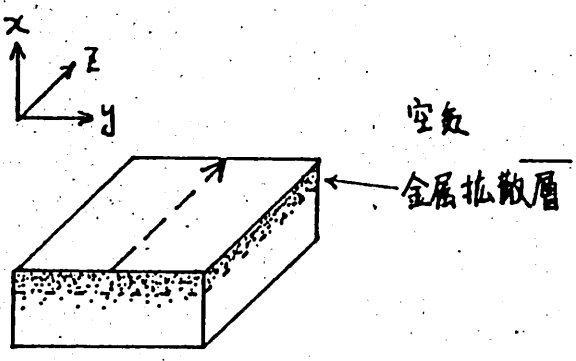


図1. 拡散型光導波路と座標系

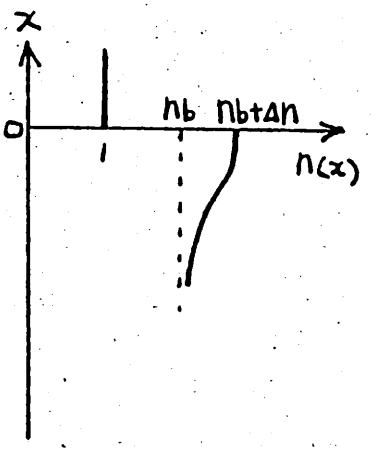


図2. 拡散型光導波路における屈折率変化

表わす関数を $f(x/d)$ として次のように書ける。

$$\begin{cases} n_i(x) = 1 & x>0 \\ n_i(x) = n_{bi} + \Delta n_i f(x/d) & x\leq 0 \quad i=x.y.z \end{cases} \tag{1}$$

ただし n_{bi} は拡散前のバルク結晶の屈折率、Δn_i は最大屈折率変化、$0 \leq f(x/d) \leq 1$、$\lim_{x\to-\infty} f(x/d) = 0$ である。ここで d は拡散の深さに関する係数で、以後拡散深さと呼ぶ。$f(x/d)$ の具体的な例としては

- 長時間の金属拡散によるガウス関数 $f(x/d)=\exp(-x^2/d^2)$ (2)
- 短時間の金属拡散による補誤差関数 $f(x/d)=\mathrm{erfc}(-x/d)$ (3)
- 導波路上プレーナ電極による電界印加時の指数関数

$$f(x/d)=\exp(x/d) \tag{4}$$

などがある。通常 $\Delta n_i \ll n_{bi}$ であり、比誘電率分布は

$$\begin{cases} \varepsilon_i(x) = 1 & x>0 \\ \varepsilon_i(x) = n_{bi}^2 + 2\Delta n_i n_{bi} f(x/d) & x\leq 0 \quad i=x.y.z \end{cases} \tag{5}$$

となる。

導波路を伝搬定数 β で伝搬する光の電磁界は、Maxwell 方程式より次の微分方程式で与えられる。

(1) TE モード

$$\begin{cases} \dfrac{d^2E_y}{dx^2} + (k_0^2\varepsilon_y(x) - \beta^2)E_y = 0 & (6) \\ H_x = \dfrac{\beta}{\omega\mu_0} E_y & (7) \\ H_z = \dfrac{j}{\omega\mu_0}\dfrac{dE_y}{dx} & (8) \end{cases}$$

(2) TMモード

$$\begin{cases} \dfrac{d^2H_y}{dx^2} - \dfrac{1}{\varepsilon_z(x)}\dfrac{d\varepsilon_z(x)}{dx}\dfrac{dH_y}{dx} + \dfrac{\varepsilon_z(x)}{\varepsilon_x(x)}(k_0^2\varepsilon_x(x) - \beta^2)H_y = 0 & (9) \\ E_x = \dfrac{\beta}{\varepsilon_x(x)\omega\varepsilon_0}H_y & (10) \\ E_z = \dfrac{-j}{\varepsilon_z(x)\omega\varepsilon_0}\dfrac{dH_y}{dx} & (11) \end{cases}$$

ただし、k_0は真空中の平面波の波数、ε_0は真空の誘電率、μ_0は真空の透磁率である。

式(6)、式(9)より、解くべき微分方程式の一般形は次のような線形同次2階微分方程式となり、

$$\frac{d^2y}{dx^2} + P(x)\frac{dy}{dx} + Q(x)y = 0 \qquad (12.a)$$

ただし $\lim_{x\to\infty} P(x) = 0$, $\lim_{x\to\infty} Q(x) = \gamma$ (定数. 導波モードで $\gamma < 0$, 放射モードで $\gamma > 0$) (12.b)

導波路のモード解析は、微分方程式(12)を適当な初期条件又は境界条件の下で解く、という問題に帰着する。

式(12)の数値解析法には、初期値問題としてルンゲ・クッタ法、Milne法、境界値問題として差分近似法[5]などがあるが、本報告では精度、計算時間を考慮して、Milne法を採用する。

解析を行なう具体的な導波路の例としては、次に示す2つの構造を取り上げる。

「導波路1」

Zカット $LiTaO_3$ 基板に Nb を拡散したもの[8]。金属拡散層は $LiNbO_3$ と $LiTaO_3$ の混晶になっており、基板表面での混晶比を Nb : Ta = m : 1−m とすれば、導波路の屈折率分布は

$$n_y(x) = n_z(x) = n_o^{LT} + \Delta n_o f(x/d) \quad (13)$$

$$\Delta n_o = (n_o^{LN} - n_o^{LT})\, m$$

$$n_z(x) = n_e^{LT} + \Delta n_e f(x/d) \quad (14)$$

$$\Delta n_e = (n_e^{LN} - n_e^{LT})\, m$$

で表わされる。

「導波路2」

Zカット $LiNbO_3$ 基板に Ti を拡散したもの。屈折率分布は

$$n_y(x) = n_z(x) = n_o^{LN} + \Delta n_o f(x/d) \quad (15)$$

$$\Delta n_o = 0.01$$

$$n_z(x) = n_e^{LN} + \Delta n_e f(x/d) \quad (16)$$

$$\Delta n_e = 0.01$$

ここで n_o^{LT}, n_e^{LT}, n_o^{LN}, n_e^{LN} は $LiTaO_3$, $LiNbO_3$ の常光、異常光屈折率で、その値を表1に示す。

Material	$LiNbO_3$	$LiTaO_3$
Refractive index	n_o=2.288 n_e=2.207	n_o=2.176 n_e=2.181
Dielectric constant	ε_{11}=43 ε_{33}=28	ε_{11}=41 ε_{33}=43
Electro-optic coefficient ($\times 10^{-12}$m/V)	r_{33}=30.8 r_{13}=8.6 r_{51}=28 r_{22}=3.4	r_{33}=30.3 r_{13}=5.7 r_{51}=20 r_{22}=1

表1.
$LiNbO_3$ と $LiTaO_3$ の材料定数
(波長 0.6328μm における値)

2-2. 導波モード

式(12)において、適当な初期条件が定まれば、任意のβについて解が求まるわけであるが、導波モードの場合、次の制約条件が存在する。

$$\lim_{x\to\infty} y = 0$$

従って、上式に適合するように伝搬定数βを定めなければならない。

パラメータを伝搬定数βとして、式(12)の解の振舞を図3(a)(b)に示す。各図で解1はβが真の値より大きい場合で、解2は同じく小さい場合である。そこで、βを適当に変化させて解3に収束した時、これを求める電磁界分布とし、その時のβを真の伝搬定数として採用する。なお、(a)、(b)はそれぞれ0次、1次の場合であるが、それ以上

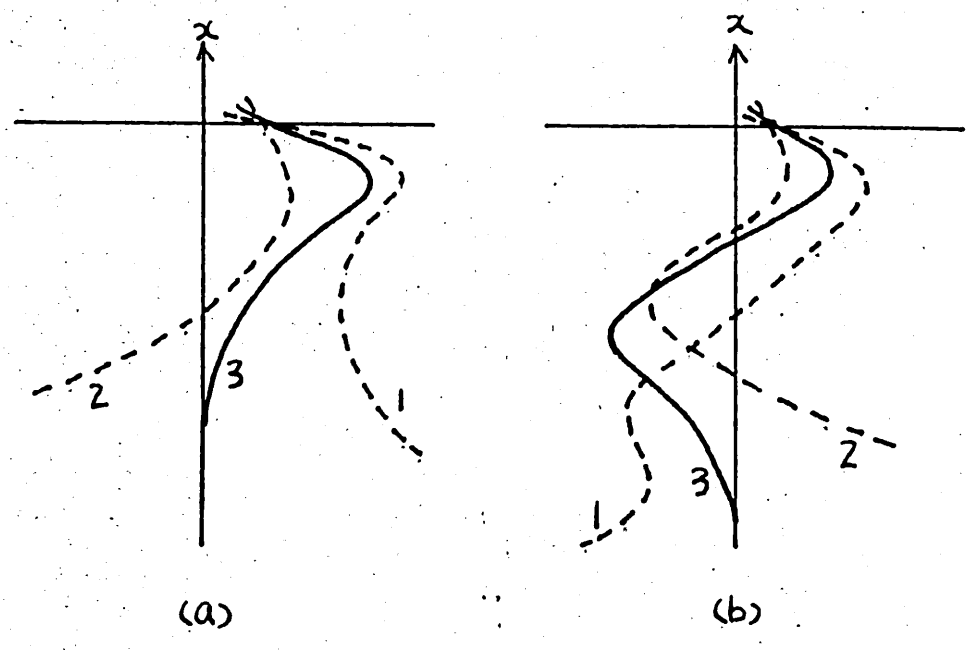


図3. 微分方程式(12)の解の振舞

のモードについても全く同様である。

初期条件については、上層部の空気領域（$x>0$）における電磁界分布が指数関数的に減少する形として解析的に定まるので、この解との境界条件により求められる。

さらに、以後結合モード理論を用いるに当り、電磁界分布の振幅を規格化する必要があるが、これはz方向伝送電力が常に一定値Pとなるように行なった。

以下 TE モード，TM モードについて、初期条件と規格化の式を示すと次のようになる。

(1) TE モード

初期条件　$E_y|_{x=0} = A$（定数），$\left.\frac{dE_y}{dx}\right|_{x=0} = -A\sqrt{\beta^2-k_0^2}$　(17)

規格化　$P=\frac{1}{2}\frac{\beta}{\omega\mu_0}\int_{-\infty}^{\infty}|E_y|^2\,dx$　(18)

(2) TM モード

初期条件　$H_y|_{x=0} = A$（定数），$\left.\frac{dH_y}{dx}\right|_{x=0} = -A\varepsilon_z(0)\sqrt{\beta^2-k_0^2}$　(19)

規格化　$P=\frac{1}{2}\frac{\beta}{\omega\varepsilon_0}\int_{-\infty}^{\infty}\frac{1}{\varepsilon_x(x)}|H_y|^2\,dx$　(20)

2-3. 放射モード

放射モードに関しては、伝搬定数βは連続な値を取り、その範囲により $1 \leqq \beta/k_0 \leqq n_b$ の基板放射モードと、$0 \leqq \beta/k_0 < 1$ の空気放射モードとに分類される。ここでは伝搬定数が導波モードのそれに近く、導波モードとの結合を起こすことが容易な基板放射モードのみを取り上げる。

この場合、初期条件に関しては導波モードと同じであるが、規格化に関しては、$x \to -\infty$ における解の振幅の波高値が次式に示す値をとるように規格化係数を定めればよい[10]。

(1) TEモード

$$E_y|_{max} = 2\sqrt{\frac{\omega\mu_0 P}{\pi\beta}} \tag{21}$$

(2) TMモード

$$H_y|_{max} = 2\sqrt{\frac{\omega\varepsilon_0 n_{bx}^2 P}{\pi\beta}} \tag{22}$$

なお、上述の"$x \to -\infty$"等の記述において、式(12.b)が比較的小さなx（dの10倍程度）で十分成立するものとして、実際の計算では適度な所で打ち切る事にした。

3. 数値例

3-1. 精度の評価

(a) 導波モード

屈折率の分布関数 $f(x/d)$ が指数関数 式(4) で表わされる場合、TE導波モードに関しては式(6)は解析的に解け、厳密解が得られる[11]。そこで本数値解析法によって得た界分布、伝搬定数の値を、この厳密解と比較し、精度の評価を行なう。

計算例として前述の「導波路1」を考える。導波路表面での混晶比 $m=0.1$（$\Delta n_0 = 0.0112$, $\Delta n_e = 0.0026$ となる）。

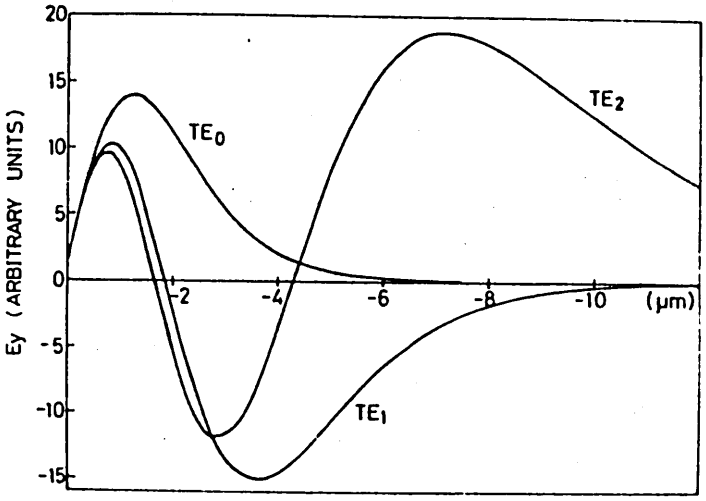


図4.
$n_y(x) = 2.176 + 0.0112\, e^{\frac{x}{2.5}}$
における TE導波モード
の電界分布

表7. 厳密解との比較
(電界分布)

x (μm)	m	Exact Solutions	Our Calculations
-1.0	0	13.491968	13.491968
	1	9.893853	9.893853
	2	8.579035	8.579034
-2.0	0	11.093926	11.093926
	1	-2.553113	-2.553113
	2	-5.522529	-5.522529
-4.0	0	2.044598	2.044599
	1	-14.529596	-14.529596
	2	-3.512202	-3.512202
-8.0	0	0.014456	0.014459
	1	-1.810227	-1.810227
	2	17.962546	17.962545

表3. 厳密解との比較 (等価屈折率 $n_{eff} = \beta/k_0$)

d (μm)	m	Exact Solutions	Our Calculations	Relative Errors
0.54	0	2.176005324030	2.176005311820	5.5×10^{-9}
0.60	0	2.176083287979	2.176083287978	4.6×10^{-13}
1.00	0	2.177318754183	2.177318754180	1.3×10^{-12}
2.50	0	2.180550314362	2.180550314358	1.9×10^{-12}
	1	2.177497073279	2.177497073282	1.5×10^{-12}
	2	2.176244198181	2.176244198183	1.2×10^{-12}

拡散深さ $d=2.5\,\mu m$ の場合．本解析法で求めた電界 E_y の分布を図4に示す．なお．微分方程式(6)を解く際のキザミは $\frac{1}{50}\,\mu m$ とした。深さ $x=-1.0, -2.0, -4.0, -8.0\,\mu m$ における厳密解との比較が表2である。ただし振幅は規格化しておらず、$x=0.0\,\mu m$ の値を 1.0 にそろえたものである。両者はほとんどの場合．小数点以下6桁目まで一致しており．本解析法の計算精度が高いことを示している。

表3にはいくつかの拡散深さにおける等価屈折率 $n_{eff}=\beta/k_0$ の比較を示す。拡散深さ d の値により誤差量が変化するのを防ぐため、キザミは $\sqrt{d}$ に比例して変化させている。$d=0.54\,\mu m$ を除き、いずれも相対誤差 2×10^{-12} 以下で求まっている。伝搬定数におけるこのような高い精度が．界分布を所定の範囲に収束させるために必要となる。カットオフの極く近傍である $d=0.54\,\mu m$ では、電磁界が基板深くまでしみ出すため、多少精度は悪化しているが、それでも相対誤差は 6×10^{-9} であり．実用上ほとんど問題ない。

(b) 放射モード

放射モードに関しては、屈折率分布を有する基板中での電磁界分布の厳密解は得られていない．しかし式(12)の解は屈折率変化がほとんどなくなった基板深部では、次式のように三角関数で表わされる。

$$y = A\cos(\sqrt{q}\,x+\varphi) \qquad (23)$$

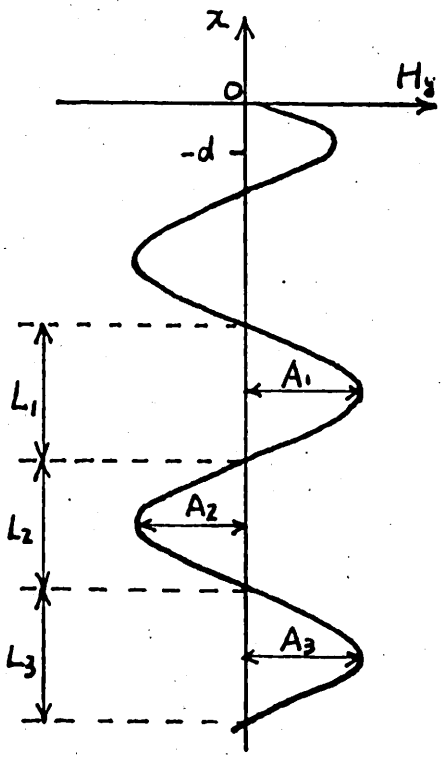


図5. 式(12)の解の様子
(放射モードの場合)

表4. 放射モード電磁界分布の精度評価.

Amplitude	Half Period
A_1=1.000000	L_1=4.802196
A_2=0.999997	L_2=4.802203
A_3=0.999996	L_3=4.802203
	Exact=4.802200

従って、数値解析により得られる解が、基板の深い所で周期 $2\pi/k_0$ を満たし、かつ振幅が一定値に収束しているかを確かめる(図5)。

実際にTM放射モードにおける比較を表4に示す。計算例としては「導波路1」でガウス分布、表面での混晶比 $m=0.1$, 拡散深さ $d=1.7\,\mu m$, 等価屈折率 $n_{eff}=\beta/k_0=2.180$ を用いた。

この結果より、振幅についてはほぼ 4×10^{-6} 程度の相対誤差、周期に関しては、半周期約4.8 μmに対して 4×10^{-6} μm以内の誤差であり、放射モードの解においても高い精度が得られている。

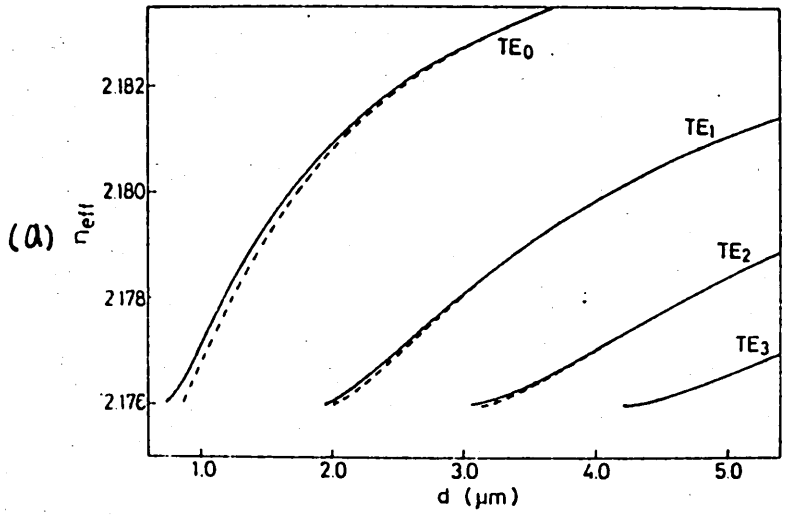
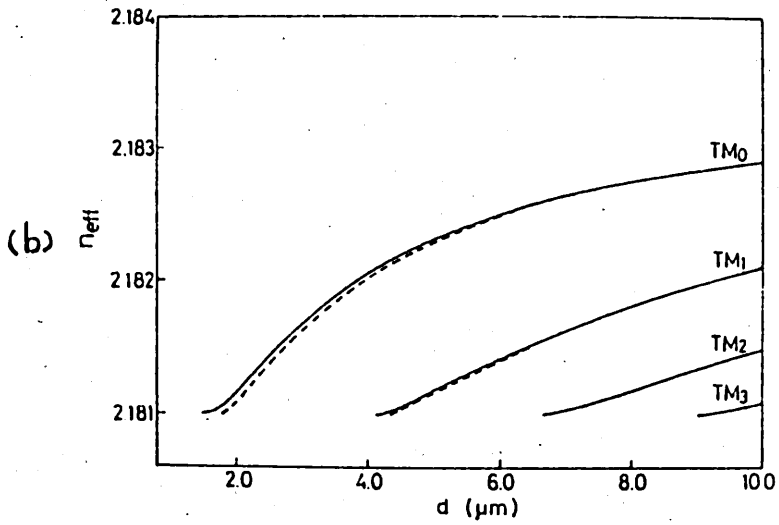


図6.
拡散距離に対する
等価屈折率 (β/k_0)
「導波路 1」 m=0.1

図中 破線は
光線近似法による値



3-2. 計算例

前節での検討の結果、本数値解析法は十分な精度を有することが確認できた。それゆえ、屈折率分布を表わす $f(x/d)$ が、ガウス関数 式(2), や補誤差関数 式(3) 等、電磁界分布が解析的に定まらない場合、本解析法がほぼ厳密な解を与えるものとしてよいであろう。

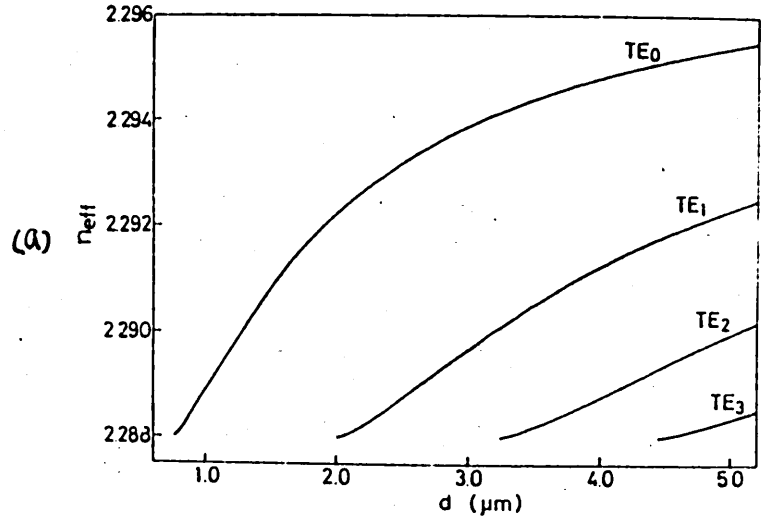
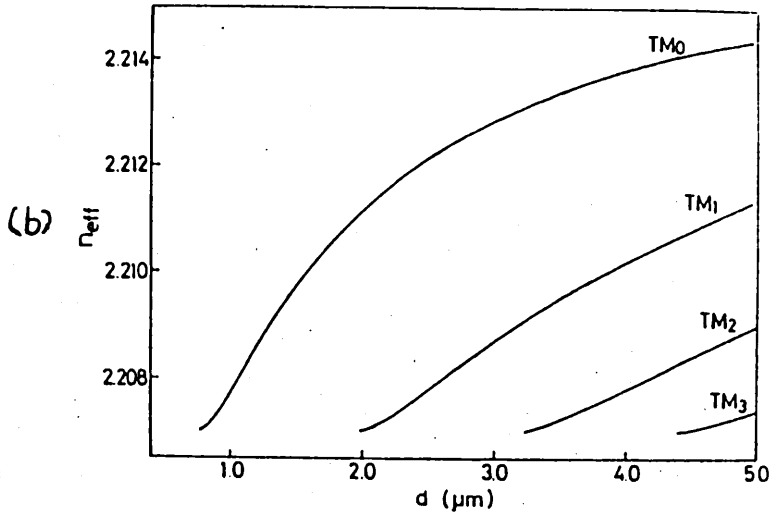


図7.
拡散距離に対する
等価屈折率
「導波路2」



そこで $f(x/d)$ を拡散導波路としてもっとも一般的であるガウス関数とし、拡散深さ d に対し等価屈折率 $n_{eff} = \beta/k_0$ を計算した。図6は混晶率 $m=0.1$ の導波路1，図7は導波路2の場合で．各々(a)はTEモード，(b)はTMモードに対応している。

ところで任意の屈折率分布に対し．比較的精度良く等価

屈折率を求める方法として、光線近似法(WKB法)[2]がよく用いられる。そこで比較のために、光線近似法で求めた値を図6中に破線で示した。予想通り低次モードほど、またカットオフに近づくほどずれが目立つ。従って、単一モード導波路の精密な解析には光線近似法は用いられない。一方、高次モードにおいては双方の解はほぼ一致するので、高い精度が要求されない限り、簡単な光線近似法による解析が便利である。

4. 拡散型導波-放射モード結合光変調器

低い伝搬損が比較的容易に得られる金属拡散導波路を用いて、導波-放射モード結合光変調器を構成することを考える。解析の対象は、ステップインデックス導波路を用いた解析結果の類推から、高変調効率が期待できる $LiTaO_3$ へのNb拡散導波路とする。

4-1. 導波-放射モード結合光変調

変調器の構造は、図1の導波路上に、光の伝搬方向(z軸方向)に沿い平行平板電極を配置したものである。基板にzカット $LiTaO_3$ を用いた場合、適当に拡散深さを選ぶことにより、TE_0 導波モードとTM放射モードの位相整合が取れる。この導波路にy方向の外部電界 E_m を加えると、

電気光学定数 r_{51} により $LiTaO_3$ の誘電率テンソルに、非対角項

$$\Delta\varepsilon_{xy} = \Delta\varepsilon_{yx} = -n_o^2 n_e^2 \varepsilon_0 r_{51} E_m \qquad (24)$$

が生じ、互いに独立であった TE_0 導波モードと TM 放射モードが結合する。つまり、外部電界を加えない状態では減衰なく伝搬した TE_0 導波モードは、外部電界を印加した場合、TM 放射モードと結合し、電力が基板中に放射されるため減衰する。従って、外部電界により導波モードと放射モードの結合を制御し、出力光の強度変調を行なう事ができる。

TE 導波モードと TM 放射モードとの結合の度合は、結合モード方程式を導く際に定義される結合係数 K により表わされ、これは次式のように両結合モード電磁界分布の重なり積分となる。[12]

$$K = \frac{j\omega\varepsilon_0}{4P} \int_{-\infty}^{0} n_o^2 n_e^2 r_{51} E_y^{(TE)} E_z^{(TM)} E_m \, dx \qquad (25)$$

この結合による TE 導波モードの電力減衰定数（単位長さ当りの変調度を表わし、今後変調効率と呼ぶ。）2α は Marcuse により近似解が簡単な形で求められている。[13] しかし Marcuse の近似解は変調効率が高い構造では誤差が大きく、値が発散する場合も生じるため[6]、今回の解析に用いることは不適当である。そこで結合モード方程式を解く際の近似を減らし、新たな近似解として次式を得た。[14]

$$2\alpha = 20\log_{10}e \cdot \frac{C\beta(n_e^2k_0^2-\beta^2)^{\frac{5}{2}}}{(n_e^2k_0^2-\beta^2)^3+C^2\beta^4} \quad [\mathrm{dB/単位長さ}] \qquad (26)$$

但し $C = \pi\frac{n_0}{n_e}|K|^2$

スラブインデックス分布で高い変調効率が得られる Nb_2O_5 薄膜（等方性 $n=2.265$）- $LiTaO_3$ 基板構造を例に取り、Marcuseの近似解，改良された近似解式(26)，及び厳密解と考えられる $LiTaO_3$ 基板の厚さを考慮した4層構造解析解[6]の比較を行なった。Nb_2O_5 の膜厚に対し，変調効率を計算したものが図8である。60dB/cm 以下では3者共良く一致しているが，それ以上では Marcuse の近似解は発散する。一方，改良された近似解式(26)は厳密解と比べると低い値を示す。厳密解析によると，この高変調効率領域では

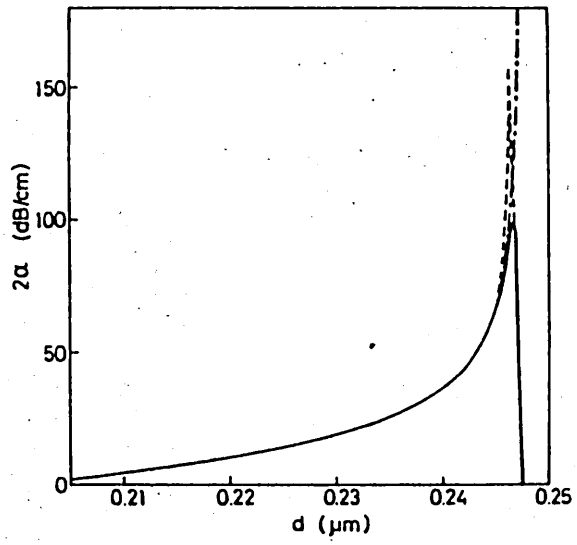


図8.
Nb_2O_5-$LiTaO_3$ 構造での
膜厚 d に対する変調効率 2α.

---- Marcuse の近似解[13]
——— 式(26)
- - - - 厳密解[6]

TE導波モードの電力は伝搬に伴い指数関数的には減少せず、振動的な振舞をする[6]。厳密解と式(26)の差は、減衰特性を指数関数へ近似する方法に起因する。以上のように、変調効率が高い構造では、TE導波モード電力の伝搬距離に対する減衰の様子そのものを問題とする必要がある。

4-2. 計算結果および検討

高い変調効率が予想される「導波路1」を取り上げ、式(26)の計算を行なった。屈折率の分布はガウス関数である。変調電界 E_m は $E_m = E_0 \exp(x/D)$ と指数関数で近似し、$E_0 = 3$ V/μm, $D/\lambda = 100$ ($\lambda = 0.6328$ μm) とした。ここで D は変調電界の浸透度を示すパラメータであり、電極間隔 a と $D = a/0.8$ の関係にある。混晶比 m をパラメータとし

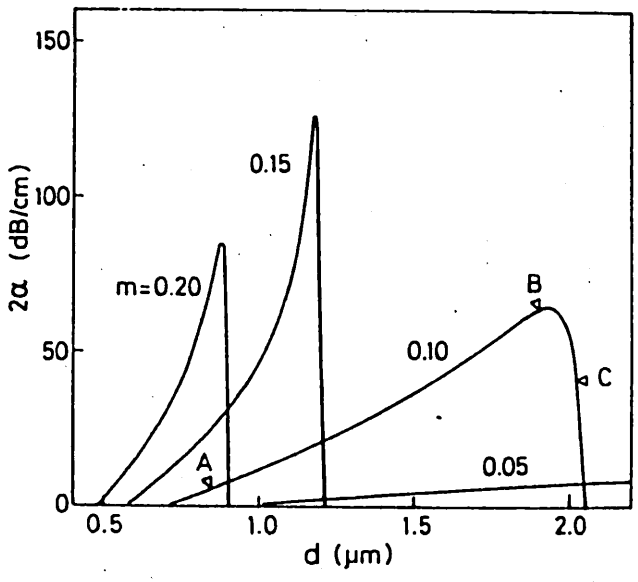
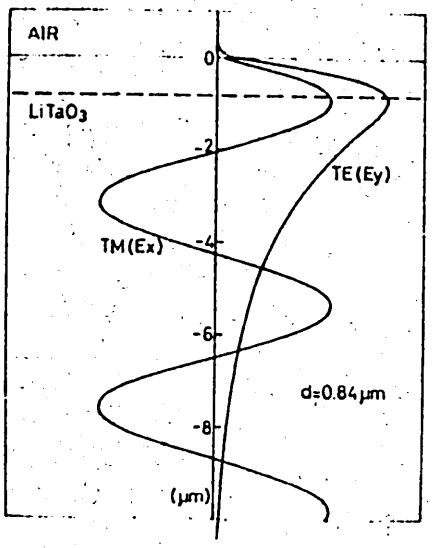
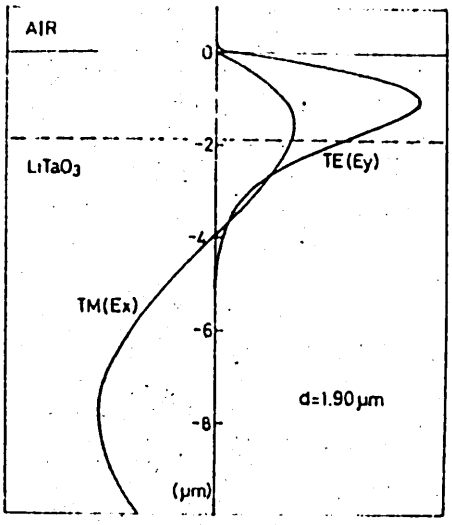


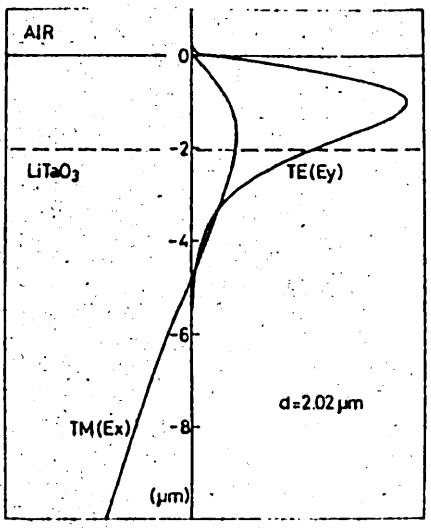
図9.
拡散深さ d に対する変調効率 2α.
構造は Nb 拡散 $LiTaO_3$ 導波路で、導波路表面での混晶比 m がパラメータである。



(a)



(b)



(c)

図10.
TE導波モードと、それに結合するTM放射モードの電界分布.
(a)(b)(c)は、図9中の点A B Cと対応している.

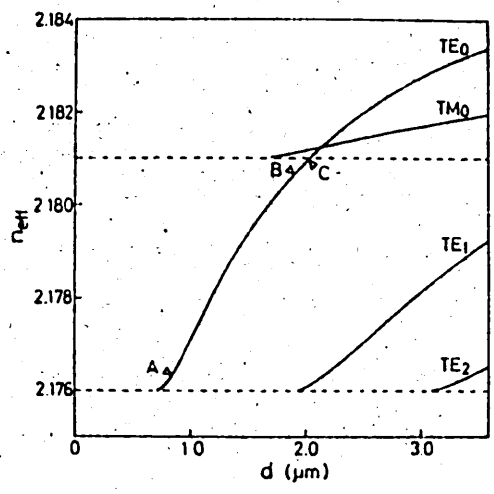


図11. 拡散深さdに対する等価屈折率neff
「導波路1」 m=0,1

て、拡散深さ d と変調効率 2α の関係を図9に示す。混晶比 $m=0.1$ の場合、拡散深さ d が $1.70\sim2.01\,\mu m$, $m=0.15$ の場合 $d=1.02\sim1.20\,\mu m$, $m=0.2$ の場合 $d=0.78\sim0.89\,\mu m$ で $50\,dB/cm$ 以上の変調効率が得られる。

同じZカット $LiTaO_3$ を用いても下拡散構造 ($\Delta n_0=\Delta n_e=0.01$) の場合には、変調効率は高々 $1\sim2\,dB/cm$ である。このようにNb拡散導波路で変調効率が高い理由は、Nb拡散層が $LiNbO_3$ と $LiTaO_3$ の混晶となり、導波路表面付近で弱い負の異方性を示すため、TE導波、TM放射モード界分布の重なりが大きく、結合が強いためである。混晶比 $m=0.1$ で、拡散深さ $d=0.84$, 1.90, $2.02\,\mu m$ (図9中のA, B, C点に対応) における両結合モードの界分布を図10(a)(b)(c)に示す。参考のため図11に拡散深さ d に対する等価屈折率 n_{eff} の変化を示した。

図9のA点はTE導波モードのカットオフ付近の点で(図11参照)、図10(a)に対応する。この時、TE導波モードの電界分布は基板中への浸透度が大きいうえに、TM放射モードの界が基板の浅い所で符号が反転するため、界分布重なり積分の打ち消しが生じ変調効率は低い。拡散深さ d を大きくすると(点B)、TE導波モードの界の閉じ込め度は強くなり、また等価屈折率 n_{eff} が基板の異常光屈折率2.181に近づき(図11参照)TM放射モードの界の周期が長くなるため、図10(b)に示すように丁度両界分布の重なりが良くなり、変調効率は上がる。ところが拡散深さ d

をさらに大きくしていくと(点c). 導波モードの界はあまり変化しないが、TM放射モードの界の振幅が両界分布の重なり部分で小さくなり. 再び変調効率は低下する。

5. むすび

本報告では. 光導波路として製作が容易であり、しかも伝搬損失の小さい拡散型光導波路を取り上げ、このモード解析法として. 計算機を利用したMaxwell微分方程式 初期値問題の直接解法による数値解析法を示した。そして. これを用いて拡散型導波-放射モード結合光変調器の解析を行ない、導波路構造と変調効率の関係を調べた。

本数値解析法で得られる値は、指数関数型屈折率分布でのTE導波モードについて厳密解と比較した結果、伝搬定数、電界分布共に極めてよく一致することが確認された。放射モードに関しても、界分布は十分な精度で求まる。従って、解析的に厳密解が求まらない屈折率分布を有する一般の拡散型導波路の場合にも、本解析法により厳密な数値解が得られるものと思われる。また. 本方法は等価屈折率法を用いることにより、容易に3次元構造拡散導波路の解析にも適用可能である。

拡散型導波-放射モード結合光変調器としては、Zカット $LiTaO_3$ にNbを拡散した構造を取り上げ計算した結果、

導波路表面での混晶比（Nb/Ta）が 0.1～0.2 の場合、拡散深さの広い範囲において 50 dB/cm 以上の変調効率を得られることが明らかにな，た。

今後は実験的検討を進めると共に、3次元構造光変調器についても解析を進める予定である。

文献

(1) D.Marcuse,"TE Modes of Graded-Index Slab Waveguides," IEEE J. Quantum Electron., Vol.QE-9, pp.1000-1006, Oct. 1973.

(2) G.B.Hocker and W.K.Burns,"Modes in Diffused Optical Waveguides of Arbitrary Index Profile," IEEE J. Quantum Electron., Vol.QE-11, pp.270-276, June 1975.

(3) M.Geshiro, M.Ohtaka, M.Matsuhara and N.Kumagai,"Modal Analysis of Strip-Loded Diffused Optical Waveguides by a Variational Method," IEEE J. Quantum Electron., Vol.QE-14,pp.259-263,Apr.1978.

(4) Y.Suematsu and K.Furuya,"Propagation Mode and Scattering Loss of a Two-Dimensional Dielectric Waveguide with Graded Distribution of Refractive Index," IEEE Trans. Microwave Theory Thech., Vol.MTT-20, pp.524-531, Aug. 1972.

(5) 山之内、樋口、柴山，"金属拡散形導波路中の光と弾性表面波との相互作用による TE-TM モード変換"，信学論(C)，J59-C，pp.355-362，1976.

(6) 小野寺、中島、栗井、池上，"高変調度導波-放射モード結合形光変調器の解析"，信学論(C)，J64-C，p288-295，1981.

(7) 小野寺、中島、池上、栗井，"ヘテロ構造導波路による導波-放射モード結合光変調の実験"，昭和56年度 通信学会 総合全国大会 823

(8) W.Phillips and J.M.Hammer,"Formation of Lithium Niobate-Tantalate Waveguides", Journal of Electronic Materials,Vol.4,pp.549-565,1975.

(9) W.Phillips,"Recent Results on Diffused Lithium Niobate-Tantalate Waveguides", Ferroelectronics, Vol.10, pp.221, 1976.

(10) D.Marcuse,"Theory of Dielectric Optical Waveguides", Academic Press, 1974.

(11) E.M.Conwell,"Modes in Optical Waveguides Formed by Diffusion", Appl.Phys.Lett., Vol.23, pp.328-329, Sep. 1973.

(12) D.Marcuse,"Coupled Mode Theory for Anisotropic Optical Waveguides", Bell Syst. Thech. J., Vol.54, pp.985-995, 1975.

(13) D.Marcuse,"Electrooptic coupling between TE and TM Modes in Anisotropic Slabs", IEEE J. Quantum Electron., QE-11, pp.759-764, Sept.1975.

(14) 中島、小野寺、松岡、池上，"導波－放射モード結合形光変調器 －効率公式導出と材料定数－"，昭和55年度電子通信学会 光・電波部門全国大会 S2-1.

輻射科学研究会資料

逆相自己注入回路をもつ注入同期増幅器の安定化

飯田幸雄　長谷野慎一　森田正信

（関西大学　工学部）

昭和56年9月25日

1. まえがき

マイクロ波固体発振器の注入同期現象は、FMまたはPM波の増幅に応用でき、詳細な検討がなされ[1]、マイクロ波ミリ波帯の有力な電力増幅器の一つとしてステーブルモード増幅器と共に多くの報告[2),3),4)]がある。

近年FETの急速な進歩に伴ない種々の形のFET増幅器が報告[5),6)]されている。FET発振器を用いた注入同期増幅器[7)]は、通過形増幅器に比べてより高い周波数で動作でき、一般の注入同期増幅器と同様に大きな利得がとれるものと思われる。

一般にステーブルモード増幅器が出力最大条件では利得が小さいのに対して、注入同期増幅器は大きな利得をとることができる特徴がある。[8)] しかし、利得帯域幅積はステーブルモード増幅器に比べて劣っている。[9)]

注入同期増幅器の利得帯域幅積を大きくするには、発振回路のQe(外部Q)を小さくしなければならない。Qeを小さくすると、周囲温度等による発振器定数の変化によって増幅中心周波数がより大きく変動し、不安定となるので信号のそれより十分広い帯域が必要となる。

著者らは注入同期増幅器を広帯域化および高速化する一方法を提案した[10)]。この広帯域化は結局のところQeを

大きく減少させる。

ここでは、周囲温度等の変化による発振器周波数の変動を抑制する意味で、ゆっくりと変化するPLLを設けることにより逆相自己注入回路をもつ注入同期増幅器の安定化を試みている。

注入同期発振器にPLLを付加すると、見掛け上の同期幅が拡大されるので、比較的変化の遅い信号の増幅器として用いることができる。[10] ここでは、これとは異なりPLLの応答速度に比べて十分速く変化する信号を取扱う。従って、増幅器の動作はPLLのないものと本質的に変わりはない。

2. 利得帯域幅積

ここでは、逆相自己注入回路をもつ注入同期増幅器の利得帯域幅積を従来のものと比較している。

発振器は図1の等価回路で表わされるものとする。角周波数ωは共振回路の角周波数ω_0の付近で取扱う。

発振器出力の一部が長さℓの線路を通って逆位相で自己注入される時、負荷側の反射係数Γは、

$$\Gamma = -k_s e^{-j\Delta\omega t_d} \qquad (1)$$

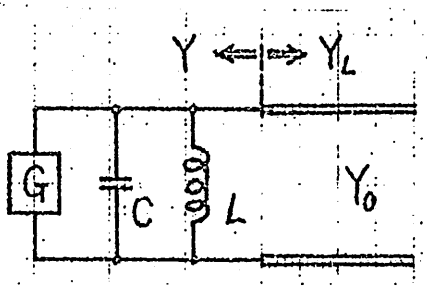


図1. 発振器の等価回路.

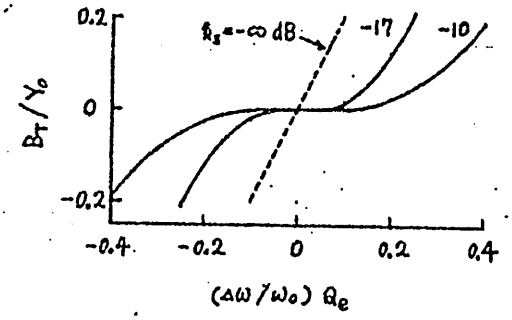


図2. 全サセプタンスの特性

となる。但し、$\Delta\omega=\omega-\omega_0$、$h_s$は自己注入量、$t_d$は信号が長さ$l$の線路を群速度で伝搬する遅延時間である。負荷側のアドミタンスY_Lは式(1)により計算できる。

一方、発振回路のアドミタンスYは、

$$Y=G+j2Y_0Q_e(\Delta\omega/\omega_0) \qquad (2)$$

となる。但し、Q_eは回路の外部Qである。

全アドミタンスY_T($=Y_L+Y$)のサセプタンスB_Tは、次の関係

$$\frac{\omega_0 t_d}{Q_e}=\frac{(1-h_s)^2}{h_s} \qquad (3)$$

が満たされる時、図2に示すようになる。

角周波数ωの信号により注入同期されている発振器

を考える。この状態ではωがω₀に等しくなくても負荷側を見たサセプタンスと発振器側のそれの和は0となっている。すなわち、発振回路側のサセプタンスは図2に破線で示されているように Δω>0 のとき正となっているので、注入信号によりこれを打ち消す負のサセプタンスが発生して同期状態が維持されるのであるから、図2よりわかるように逆相の自己注入によってω₀のまわりでサセプタンスが小さく抑えられ同期幅は広くなる。この詳細な特性は、文献11), 12)で述べた。ここでは自己注入時の利得帯域幅積に注目する。

注入同期発振器の電力利得Gと注入同期幅Bは、注入信号の小さいとき、Adler[13]の式により次式で与えられる。

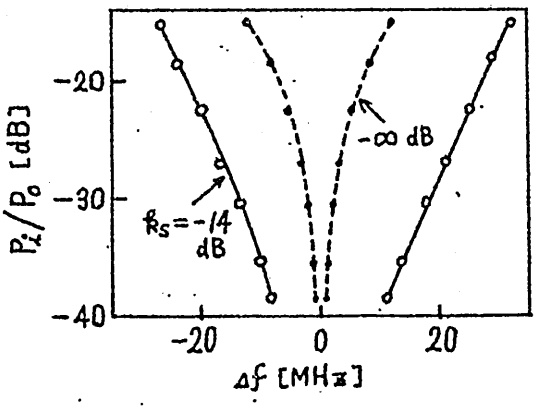


図3. 注入同期幅の比較

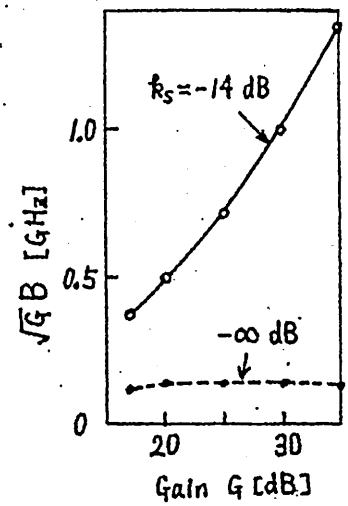


図4. 利得帯域幅積の比較

$$\left.\begin{aligned} G &= P_o / P_i \\ B &= 2\frac{\omega_o}{Q_e}\frac{1}{\sqrt{G}} \end{aligned}\right\} \quad (4)$$

従って、利得帯域幅積 $\sqrt{G}B$ は、ω_o と Q_e が決まれば一定となる。しかし、逆相自己注入時には、利得Gが大きい程 $\sqrt{G}B$ も大きくなる。これは図2で曲線が $\Delta\omega = 0$ 付近で傾きが0となっていることに対応している。

図3は同期幅の自己注入のない場合との比較であり、$Q_e = 140$ の 9.7 GHz帯のガン発振器で行なった結果である。図4は、利得Gに対する $\sqrt{G}B$ を図3の結果より計算したもので、この増幅器は従来のものに比べて利得帯域幅積が大きく、特に利得の大きいところ程顕著であるのがわかる。外部信号のないとき、$h_o = -13.7$ dB において、図5に示す発振スペクトルが得られる。これは、式(3)が満たされていることに対応し、発振回路のQが零になっていることを意味している。

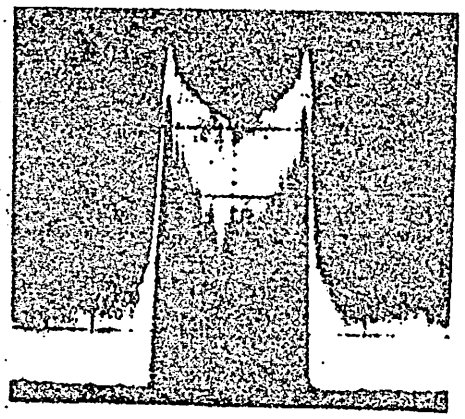


図5. 回路のQが零になるときに見られる発振スペクトル (H: 5 MHz)

3. PLL による安定化

増幅器の入力および出力信号の一部を位相復調器に加え、その出力を CR からなる低域通過フィルタを通して発振器にフィードバックすることにより安定化を行なう。

位相復調器出力 u は、入力信号に対応して変化するが、この周期に比べて低域通過フィルタの時定数 τ ($=CR$) を十分大きく選んでおくと、位相復調器出力の時間平均値 $\bar{u}$ で発振器周波数が制御されることになる。ここでは、0-π PM 波を例にとり、$\bar{u}$ を計算する。

位相復調器の入力電圧を

$$\left.\begin{aligned} V_i &= \hat{V}_i \cos(\omega_i t + \theta_i) \\ V_0 &= \hat{V}_0 \cos(\omega_i t + \theta_0) \end{aligned}\right\} \quad (5)$$

とすると、出力 u は

$$u = k \hat{V}_i \hat{V}_0 \sin(\theta_i - \theta_0) \quad (6)$$

で表わされる。但し k は定数。

増幅器入力信号に対応する電圧 V_i の振幅 $\hat{V}_i$, 位相 θ_i および出力信号に対応する電圧 V_0 の位相 θ_0 が図6に示すような変化をするとする。u の時間幅 T に対する時間平均値 $\bar{u}$ を計算する。

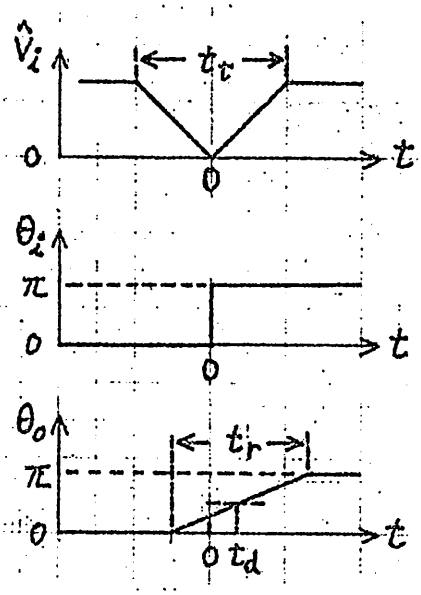


図6. 0-π PM波に対する位相復調器出力の計算のための説明図

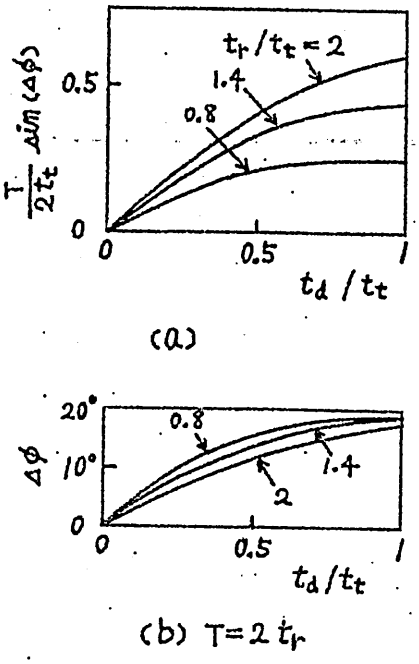


図7. 0-π PM波に対する位相差 $\Delta\phi$

この $\bar{\alpha}$ を(式(6)を)用いて 位相差 $\Delta\phi$ ($=\theta_i-\theta_o$) に換算した値を図7(a)に示している。これは、定常状態において位相差が0となるように θ_i, θ_o が調整されていても、時間変化する信号が入ると 図7に示す $\Delta\phi$ なる位相差が生じることを表わしている。さらに、$T=2t_r$ とした時の $\Delta\phi$ の値を図7(b)に示している。t_d を小さく選ぶと $\Delta\phi$ は十分小さくなることがわかる。

一方 PLLの動作については、発振器の雑音軽減と安定化の目的で使われている 注入同期とPLLを併用する方法[10]と本質的に差違はないので ここでは触れない。

4. 実験

実験回路の構成と発振器構造を図8に示している。発振器の温度を変化させるために冷却剤として液体窒素（77 K）を使用する。このために発振器と熱結合した液体窒素をためる容器を設けている。発振器と自己注入回路には断熱処理を施し、導波管回路の他の部分との熱の移動を防いでいる。発振器本体の温度は銅-コンスタンタン熱電対によって測定している。

方向性結合器によって注入電力及び出力電力の一部を取り出し、マジックTを用いた位相復調器に加える。位相復

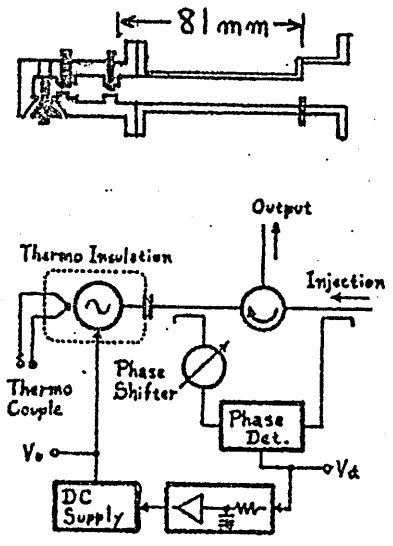


図8.
発振器構造と回路構成.

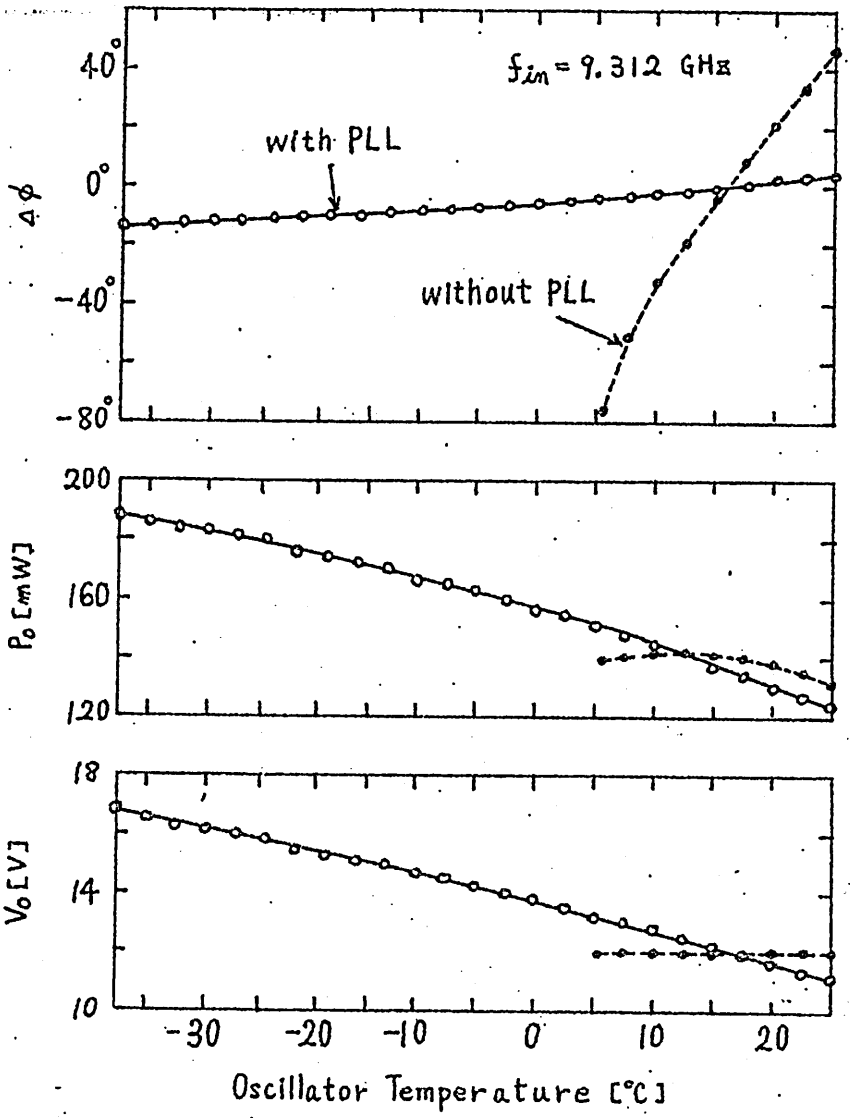


図9. 増幅器入出力間の位相差の温度変化　P_{in} = 400 μW

調器の出力電圧は、注入同期発振器が 20°C で動作している時に 0 となるように移相器で調整し、この電圧を増幅して フィードバック信号としている。バイアス電圧 V_0 は、この時 12 V に設定した。この V_0 は、PLL がない時は 12 V に固定である。また、自己注入回路は 20°C で逆相となるように調整している。

図9は、発振器本体の温度を −38°C ～ +25°C に変化させた時の位相差 Δφ、出力電力 P_0、およびガンダイオードのバイアス電圧 V_0 の変化を示している。この温度範囲での Δφ は、PLL下では 14° 以内に収まっているが、PLL がない時には大きく変化し、+5°C～+25°C の間でのみ同期されている。

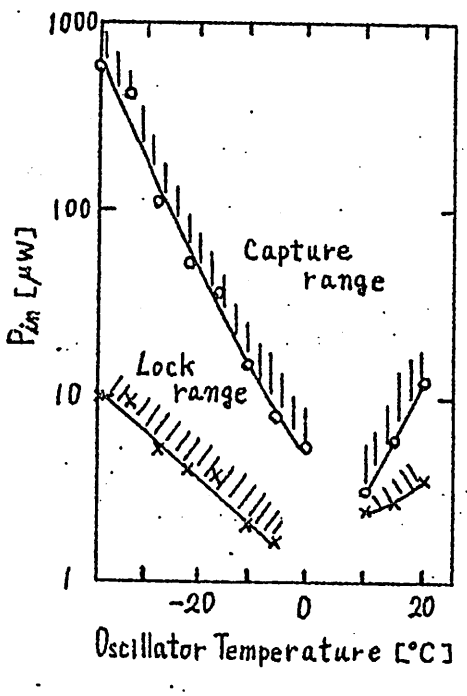


図10. キャプチュアレンジとロックレンジの温度変化.

図10はキャプチュアレンジとロックレンジを示しており、入力 P_i が 6.00 μW 以上あれば常に引込まれることがわかる。また、同期状態を保つのに必要な電力はかなり小さい。このこと

からも注入信号の周波数 f_{in} が増幅器帯域のほぼ中央部付近に位置しているのがわかる。

以上は静特性である。図11はくり返し周波数10MHzの0-π PM波を入力とした時の増幅器の入出力スペクトルをPLLのある時とない時とで示している。PLLをかけた時には、測定した全温度範囲で注入同期増幅器として動作しており、PLLのない場合よりも同期幅は広く、またスペクトルも安定している。

温度変化に対する帯域の変動を知る目的で0-π位相変調周波数を50MHzとした時の増幅器出力位相を図12に示す。これは、変調をかける前の注入信号と増幅器の出力信号とをマジックTで合成し、同相成分を取り出した波形である。この写真は、-38℃の時のものであるが、実験した温度範囲内(-38℃～+25℃)にわたってほとんど変化せず安定した帯域幅が確保されていることがわかる。

発振器の自由振動周波数 f_0 の温度に対する変化を図13に示す。f_0 は ~~6~~ 185 MHz 変化している。

発振器の周波数変調感度は V_0 によって異なるが、$V_0 = 12$ V で最も大きく 92 MHz/V である。またPLLの全ループ利得は17dB、低域通過フィルタの時定数では

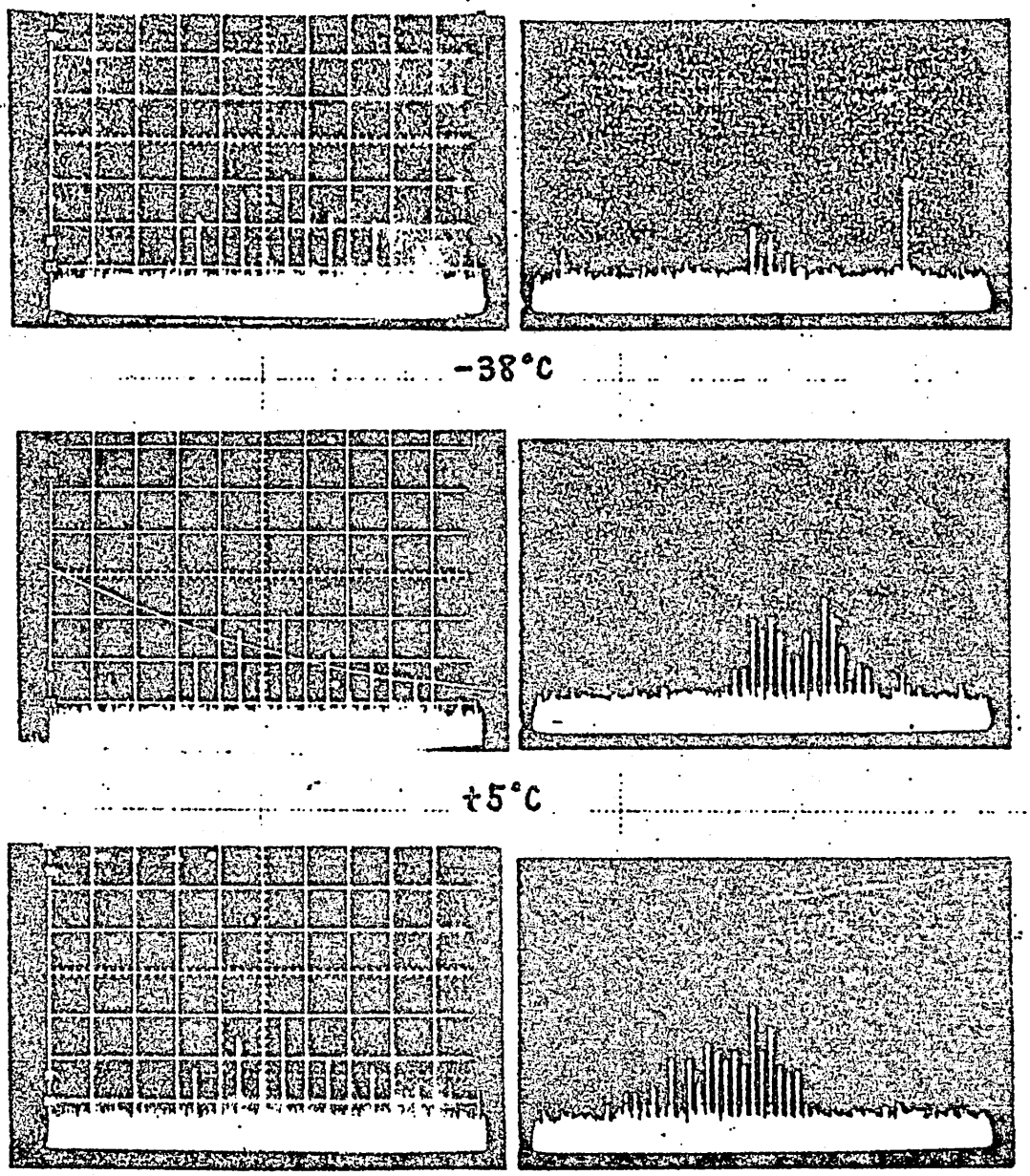


図 11. 出力スペクトルの比較 $P_{in} = 300\,\mu W$

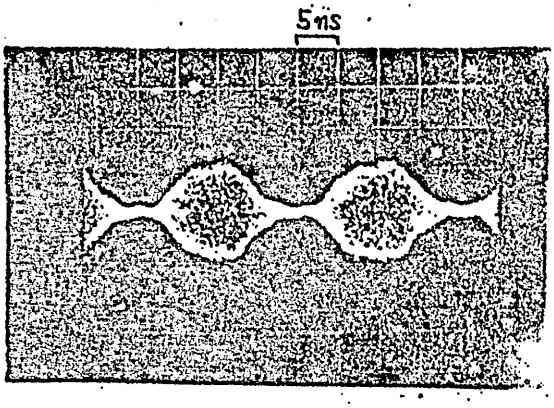


図12. 50 MHz くり返し 0.7c
PM波の増幅器出力（同相成分）
$P_{in} = 540\ \mu W$

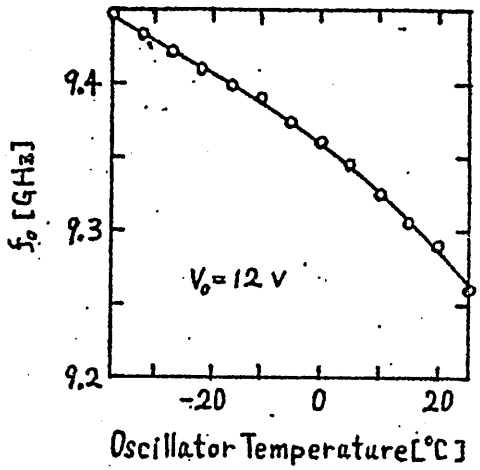


図13. 自由振動周波数の温度変化

50 μs としている。

従って、PLLにより この注入同期増幅器は安定化され、増幅器帯域の大部分が有効に利用できることがわかる。

5. あとがき

注入同期増幅器の中心周波数が周囲温度によって変動するのを抑制し、帯域幅を有効に利用するために、入力信号の時間変化に比べてゆっくりと変化するPLLにより逆相自己注入回路をもつ注入同期増幅器の安定化を試みた。その結果、−38°C ～ +25°C の温度範囲で、

増幅中心周波数を十分安定化でき、増幅器の帯域幅を有効に利用できることがわかった。

文献

1) 池上，中島："マイクロ波固体発振器の同期現象とその応用" 信学誌：54.5，PP.693-699 (昭46-05)

(2) H.A. Willing："A Two-Stage IMPATT-Diode Amplifier" IEEE Trans. Microwave Theory Tech., MTT-21, 11, PP. 709-716 (Nov. 1973)

3) S.F. Paik, P.J. Tasi and D.J. Kelley："IMPATT-Diode Power Amplifiers for Digital Communication Systems", IEEE Trans. Microwave Theory Tech., MTT-21, 11, PP. 716-720 (Nov. 1973)

4) 山本，小檜山，堀川："実験用20GHz帯ディジタル無線中継器の誤り率特性"，信学論(B)，57-B，4，PP. 236-243 (昭49-04)

5) 坂根，神野他："6GHz帯高出力広帯域GaAs FET増幅器"，852 信学会総全大 694

6) 水村，相原，芳賀："GaAs FETを用いた高出力負性抵抗増幅器"，852 信学会総全大 695

7) 高木.小木曽.武富："GaAs FET 注入同期発振器", S54 信学会総全大 744

8) R.W. Raton and G.I. Haddad : "Characteristics of IMPATT-Diode Reflection Amplifiers", IEEE Trans. Microwave Theory Tech., MTT-21, 11, PP. 668-680 (Nov. 1973)

9) H.J. Kuno : "Analysis of Nonlinear Characteristics and Transient Response of IMPATT Amplifiers," IEEE Trans. Microwave Theory Tech, MTT-21, 11, PP. 694-702 (Nov. 1973)

10) 佐藤 : "注入同期と位相同期ハイブリッドを併用した発振器の安定化について", 信学論 (B), 54-B, 11, PP. 745-751 (昭46-11)

11) 飯田.森田："逆相自己注入同期発振器の外部注入同期特性", 信学論 (B) J62-B. 1, PP. 66-73, (昭54-01.)

12) 飯田.森田："逆相自己注入回路をもつ注入同期増幅器の特性", 信学論 (B) J64-B, 4, PP. 287-294 (昭56-04)

13) R. Adler : "A Study of Locking Phenomena in Oscillators", Proc. IRE, 34, 6, PP. 351-357 (June 1946)

ふくしや科学研究会資料１９８１年１２月

不規則表面による異常散乱について

京都工芸繊維大学　中山純一

Abstract

The present paper analyzes the anomalous scattering from a slightly random surface, a phenomenon similar to Wood's anomalies on optical gratings; the anomaly appears as the rapid variations of the coherently reflected and the incoherently scattered power against the angle of incidence. To clarify the physical mechanism of such anomalous scattering, this paper deals with the two-dimensional case, such that a TM plane wave is incident on the perfectly conductive Gaussian random surface. By a probabilistic method a stochastic wave solution involving multiple scattering is obtained and is shown to have a pole and a zero on the complex wave number plane. The complex pole and zero represent the existence of the guided complex wave (leaky wave) propagating along the random surface. It is concluded that the anomalous scattering is physically caused by the existence of the guided complex wave and can occur strongly in case of a slightly rough and gently sloping surface. Several properties of the scattering are illustrated in the figures, such as the amplitude and the phase of the coherent reflection, the variance of the wave field, the optical theorem, the angular distribution of the incoherent scattering and the backscattering cross section.

1. INTRODUCTION

The scattering of EM wave from a slightly random surface is often analyzed by the small perturbation method [Rice, 1951; Peake, 1959; Valenzuela, 1967; Barrick, 1972; Ishimaru, 1978]. Even though the solution by the perturbation method gives a finite scattering cross section, it incorrectly yields a diverging amplitude of the partial wave scattered with the so called Rayleigh wavenumber for a perfectly conductive surface, so that the variance of the wave field diverges unphysically [Rice, 1951]. To overcome such difficulty, a probabilistic theory of EM wave scattering was developed in the previous papers [Nakayama et al., 1981b; c], where we obtain a stochastic wave solution that enables us to calculate any statistical properties of the scattering. The stochastic wave solution, however, produces an anomaly such that both of the coherently reflected and the incoherently scattered power change rapidly against the angle of incidence for a vertically polarized plane wave incident. Furthermore, the vertically polarized partial wave with the Rayleigh wavenumber has a large amplitude even in horizontally polarized incidence , so that the incoherent wave is strongly scattered into the direction of a grazing angle. These phenomena can be physically considered as a stochastic version of Wood's anomalies on periodic gratings.

This paper studies such an anomaly in the random surface scattering by the probabilistic method [Nakayama et al., 1980 , which will be refered as I in what follows]. To study the basic property of the anomaly, we only discuss the scattering of a TM plane wave from a perfectly conductive slightly random surface. Then we show that the anomalous scattering is physically caused by the existence of the guided complex wave.

2. FORMULATION OF THE PROBLEM

Let us consider the scattering of a TM plane wave from a slightly random surface (figure 1). We assume that the random surface is described by a real, strictly homogeneous, Gaussian random process and is represented as [cf. (I. 16)]

$$z = f(T^x\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} F(\lambda)\, e^{i\lambda x}\, d\hat{B}(\lambda), \qquad (-\infty \le x \le \infty) \tag{1}$$

which has the zero average and the variance:

$$\sigma^2 = \langle f(T^x\omega)^2 \rangle = \int_{-\infty}^{\infty} |F(\lambda)|^2\, d\lambda \tag{2}$$

Here, the angle brackets denote the averaging over the sample space, σ^2 is a small quantity describing the intensity of the surface fluctuation, and $|F(\lambda)|^2$ is the power spectrum of $f(T^x\omega)$. Since the perfectly conductive surface is uniformly extended in the y direction, the TM wave may be derived by a single scalar function $\psi(z, x, \omega)$ representing the y component of the magnetic field, which on the random surface satisfies the Neumann boundary condition

$$\frac{\partial \psi}{\partial n} = 0, \qquad (\ z = f(T^x\omega)\ ) \tag{3}$$

Assuming that the surface is slightly rough (small σ^2) and gently sloping, however, we have the approximate boundary condition [Bass and Fuks, 1979]

$$-\frac{df}{dx}\frac{\partial \psi}{\partial x} + \frac{\partial \psi}{\partial z} + f(T^x\omega)\frac{\partial^2 \psi}{\partial z^2} = 0 \qquad (z = 0) \tag{4}$$

which will be used as the mathematical model of the random boundary condition in this paper.

Because of the stochastic homogeneity of the random surface, we can write the wave function in terms of $U(z, T^x\omega)$ a strictly homogeneous random function in the x direction as [cf. (I. 13)]

$$\psi(z, x, \omega) = e^{iK_o x} [\, e^{-iK_z z} + e^{iK_z z} + U(z, T^x\omega)] \tag{5}$$

where the first term in the brackets indicate the incident plane wave, the second the reflected wave from the flat surface with $\sigma^2 = 0$ and the third the scattered wave due to surface roughness. Constants K_o and K_z are real numbers given by

$$K_o = k\sin\theta_o, \quad K_z = k\cos\theta_o, \quad K_o^2 + K_z^2 = k^2 \tag{6}$$

where k is the free-space wavenumber and θ_o is the angle of incidence (see figure 1). Substituting the orthogonal development of $U(z, T^x\omega)$, defined by (I. 21), into (5), we have the stochastic representation of the wave function

$$\psi(z, x, \omega) = e^{iK_o x}\Big\{ e^{-iK_z z} + (1 + A_o)e^{iK_z z} + \int_{-\infty}^{\infty} A_1(\lambda)e^{i\lambda x + ik_z(\lambda)z}\, d\hat{B}(\lambda)$$
$$+ \iint_{-\infty}^{\infty} A_2(\lambda_1, \lambda_2)e^{i(\lambda_1+\lambda_2)x + ik_z(\lambda_1,\lambda_2)z}\, \hat{h}^{(2)}[d\hat{B}(\lambda_1), d\hat{B}(\lambda_2)]$$
$$+ \cdots\cdots\cdots\cdots \Big\} \tag{7}$$

where A_n's are unknown coefficients representing amplitudes of partial plane waves and implicitly depend on K_0. The function $k_z(\lambda)$ is defined by

$$k_z(\lambda) = \sqrt{k^2 - (K_0 + \lambda)^2} \geq 0, \qquad [k^2 \geq (K_0 + \lambda)^2]$$
$$= i\sqrt{(K_0 + \lambda)^2 - k^2} \qquad [k^2 < (K_0 + \lambda)^2] \qquad (8)$$

Using the orthogonality relation (I.A10) and (7), we have the coherent wave field:

$$\langle \psi(z, x, \omega) \rangle = e^{iK_0 x} \left[e^{-iK_z z} + \Gamma_c(K_0) e^{iK_z z} \right]$$

$$\Gamma_c(K_0) = 1 + A_0 \qquad (9)$$

where $\Gamma_c(K_0)$ is the reflection coefficient for the coherent scattering.

If we insert (7) and (1) into (4) and use (I.A9) as well as (I.A10), then we have a set of equations for the unknown coefficients A_n's, which can be solved with a good approximation for a slightly rough case. Omitting the details of calculation, which are similar to those in previous papers [Nakayama et al., 1980; 1981a; b; c], we only write the results:

$$A_0 \simeq -\frac{2Z_s(K_0)}{K_z + kZ_s(K_0)} \qquad (10)$$

$$A_1(\lambda) \simeq -i \frac{(2 + A_0)[k^2 - K_0(K_0 + \lambda)] F(\lambda)}{k_z(\lambda) + kZ_s(K_0 + \lambda)} \qquad (11)$$

$$A_n \simeq 0 \qquad (n \geq 2). \qquad (12)$$

where $Z_s(K_0 + \lambda)$ is the equivalent surface impedance given by

$$Z_s(K_0 + \lambda) = \frac{1}{k} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{[k^2 - (K_0 + \lambda)(K_0 + \lambda + \lambda_1)]^2 |F(\lambda_1)|^2}{k_z(\lambda + \lambda_1)} d\lambda_1 \quad (13)$$

which is a complex quantity of the order of $k^2\sigma^2$.

From (9) and (10) we have the reflection coefficient for the coherent scattering

$$\Gamma_c(K_0) = \frac{K_z - kZ_s(K_0)}{K_z + kZ_s(K_0)} \quad (14)$$

which is similar to the result obtained by Bass and Fuks [1979]. Since (14) implies that for the coherent scattering the perfectly conductive rough surface acts as a flat surface having the surface impedance $Z_s(K_0)$, it can be understood by the equivalent network as is shown in figure 2(a). Also the solution (11) for the incoherent scattering can be physically represented by the transmission line network in figure 2(b), where the random surface works as a voltage generator having the internal impedance $Z_s(K_0 + \lambda)$.

Since $Z_s(K_0)$ is a complex number, the reflection coefficient $\Gamma_c(K_0)$ neither diverges nor vanishes for any real angle of incidence. If on the complex wavenumber plane the transverse resonance condition (resonance condition in the z direction. see figure 2(a))

$$K_z + kZ_s(K_0) = 0 \quad (15)$$

holds, however, the coefficient $\Gamma_c(K_0)$ diverges and so does the $A_1(\lambda)$.

This divergence of the wave solution physically means the existence of the guided complex wave (leaky wave), which is a source-free propagating wave with the propagation constant K_0 determined by (15). Such a guided wave propagating along the random surface has been extensively studied by Rice [1951] and Russian authors [Bass, 1961; Bass and Fuks; 1979]. Since the surface is loss-free (non-dispersive), the propagation constant K_0 can be also given by the impedance matching condition (see figure 2(a))

$$K_z - kZ_s(K_0) = 0 \tag{16}$$

for which $\Gamma_c(K_0)$ vanishes. Since equations (15) and (16) have no real but complex solutions, such a complex wave is never excited by an incident plane wave with real K_0 and K_z. When K_0 and K_z of an incident plane wave become close to the solutions K_0 and K_z of (16), however, the coefficient $\Gamma_c(K_0)$ may change rapidly as a function of the angle of incidence and becomes a minimum. Since for a slightly rough case the solution K_0 and K_z to (16) are located very close to the Rayleigh wavenumber, which in the present case are

$$K_0 = k\sin\theta_0 = \mp k, \qquad K_z = k\cos\theta_0 = 0$$

the minimum in the plot of Γ_c vs. θ_0 always appears in the neighborhood of $\theta_0 = 90^0$ (see figure 3). From (16) one can easily find that such minimum is located at θ_0 determined by

$$\cos\theta_0 \simeq |Z_s(k)| \tag{17}$$

which gives a good approximation for a slightly rough case.

Figure 3 illustrates the amplitude and the phase of the coherent reflection. Since $Z_s(K_o)$ by (13) is only a small quantity, the amplitude is slightly smaller than unity and the phase is much smaller than 180° for $\theta_o < 60^o$. But the reflection coefficient Γ_c becomes -1 at $\theta_o = 90^o$, where $K_z = 0$. Thus the amplitude and the phase change rapidly in the neighborhood of $\theta_o = 90^o$. At the same time, one should note that the incoherent scattering vanishes at $\theta_o = 90^o$ because $A_1(\lambda)$ by (11) has the vanishing factor $(2 + A_o) = (1 + \Gamma_c(K_o))$.

If we put $A_o = Z_s(K_o + \lambda) = 0$, equation (11) becomes identical with the solution by the first order perturbation. The perturbation solution diverges at the Rayleigh wavenumber

$$K_o + \lambda = \pm k, \qquad k_z(\lambda) = \sqrt{k^2 - (K_o + \lambda)^2} = 0 \tag{18}$$

and incorrectly yields a diverging variance of the scattered wave. Since $Z_s(K_o + \lambda)$ is complex, however, the solution (11) never diverges for any real value of λ and yields a finite variance of the wave field. One should note, however, that $A_1(\lambda)$ has a complex pole on the $K_o + \lambda$ plane determined by

$$k_z(\lambda) + kZ_s(K_o + \lambda) = 0 \tag{19}$$

which may be considered as the transverse resonance condition for the guided complex wave, because it is reduced to (15) if we put $\lambda = 0$. Since the complex pole by (19) is located close to the Rayleigh wavenumber

(18), the function $A_1(\lambda)$ of real λ has a sharp peak at the Rayleigh wavenumber as is shown in figure 4. Because of such a peak the incoherent wave is strongly scattered into the direction of a grazing angle, which will be shown in a figure below.

Though the small quantity $Z_s(K_o + \lambda)$ in (11) is important at the Rayleigh wavenumber (18), but it gives only a negligible effect on $A_1(\lambda)$ when $k_z(\lambda) \neq 0$. Therefore, with a good approximation in (11) we can replace the function $Z_s(K_o + \lambda)$ by $Z_s(k)$,

$$A_1(\lambda) \simeq -\frac{(2 + A_o)[k^2 - K_o(K_o + \lambda)]F(\lambda)}{k_z(\lambda) + kZ_s(K_o)} \tag{20}$$

With this approximation, we will calculate several statistical properties of the scattering in the next section.

3. NUMERICAL RESULTS

Now we calculate several properties of the scattering in terms of the stochastic solution in the preceding section. For a numerical calculation, we assume the Gaussian roughness spectrum

$$|F(\lambda)|^2 = \frac{\sigma^2 \varkappa}{\sqrt{\pi}} \exp(-\varkappa^2 \lambda^2) \tag{21}$$

where $\varkappa$ is the correlation length of the random surface. Table 1 shows numerical examples of $Z_s(k)$ for this power spectrum.

A. Variance of the wave field

The variance of the wave field at a far z region can be approximately written as

$$\langle | \psi(z, x, \omega) - \langle \psi(z, x, \omega) \rangle |^2 \rangle$$

$$\simeq |2 + A_0|^2 \int_{k^2 \geq (K_0 + \lambda)^2} \frac{[k^2 - K_0(K_0 + \lambda)]^2 |F(\lambda)|^2}{|k_z(\lambda) + kZ_s(k)|^2} d\lambda \qquad (22)$$

which is a constant independent of z. Figure 5 illustrates the variance of the wave field. For sufficiently small $k\sigma$ the variance is proportional to $k^2\sigma^2$ and vanishes when $k\sigma \to 0$. Therefore, the stochastic wave solution converges in the mean square sense to the solution over the flat surface with $\sigma^2 = 0$ when $k\sigma$ tends to zero.

B. Optical theorem

We have the optical theorem

$$\frac{K_z}{k} = \frac{K_z}{k} |1 + A_0|^2$$

$$+ \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n!}{k} \iint \cdots \int_{k^2 \geq (K_0 + \lambda_1 + \lambda_2 + \cdots + \lambda_n)^2} k_z(\lambda_1 + \lambda_2 + \cdots + \lambda_n) |A_n(\lambda_1, \lambda_2, \ldots, \lambda_n)|^2 d\lambda_1 d\lambda_2 \cdots d\lambda_n \qquad (23)$$

which is the same equation as (I. 46) but slightly different in notations. [(I. 46) has been misprinted. For correction, the sign + should be inserted between $(1/k)\sqrt{k^2 - k_0^2}\,|1 + A_0|^2$ and $\sum$ in the right hand side. Also the inequality $k^2 > (k_0 + \lambda_1 + \lambda_2 + \cdots + \lambda_n)^2$, representing the limit of the multiple integral, should be located appropriately.] Figure 6 shows relative powers as functions of $k\sigma$ for normal incidence with

$\theta_0 = 0$. Relative powers as functions of the angle of incidence are illustrated in figure 7, in which we can see at a grazing angle of incidence that the coherent scattering almost disappears and the incoherent scattering becomes dominant reversely. Such property of the scattering does not occur for TE wave incidence but is much similar to the EM wave case [cf., figure 5, Nakayama et al., 1981c]. The difference between the total scattering and the incident power in these figures represent the error due to approximation. The error increases with increasing $k\sigma$ and decreasing $k\chi$, so that the stochastic solution in the preceding section should be applied to a slightly rough ($k\sigma \leq \pi/8$) and gently sloping ($k\chi > 1$) case.

C. Angular distribution of the incoherent scattering.

We denote the average power-flux scattered incoherently into a unit angle in the θ direction by $S(\theta, \theta_0)$, which, from (I. 38) and (20), can be given as

$$S(\theta, \theta_0) \simeq k\cos\theta \left| A_1(k\sin\theta - k\sin\theta_0) \right|^2$$

$$\simeq k^3 \left| 2 + A_0 \right|^2 \cos\theta \frac{[1 - \sin\theta \sin\theta_0]^2 \left| F(k\sin\theta - k\sin\theta_0) \right|^2}{\left| \cos\theta + Z_s(k) \right|^2} \quad (24)$$

Figure 8 illustrates $S(\theta, \theta_0)$ for several angles of incidence. A sharp peak appearing at $\theta = 89.6^0$ in the figure represents another anomaly in the incoherent scattering, which is due to the complex pole associated with the existence of the guided complex wave. Such an anomaly is significant for a slightly rough case but is less important in very rough

case, because real and imaginary parts of $Z_s(k)$ increase with increasing $k\sigma$.

D. Backscattering cross section

We denote the backscattering cross section per unit surface by $\sigma^B(\theta)$, which is calculated by putting $\theta_o = -\theta$ as

$$\sigma^B(\theta) = 2\pi \cos\theta S(\theta, -\theta)$$

$$\simeq 2\pi k^3 |2 + A_o|^2 \frac{\cos^2\theta [1 + \sin^2\theta]^2 |F(2k\sin\theta)|^2}{|\cos\theta + Z_s(k)|^2} \qquad (25)$$

Even though the solution by the first order perturbation yields a diverging variance of the wave field, it gives a finite backscattering cross section:

$$\sigma^B(\theta) \simeq 8\pi k^3 (1 + \sin^2\theta)^2 |F(2k\sin\theta)|^2 \qquad (26)$$

which can be obtained from (25) by putting $A_o = Z_s(k) = 0$. Figure 9 compares our result (25) with (26) by the perturbation. Since A_o is only a small quantity for $\theta < 60^o$, our result is slightly smaller than that by the perturbation for $\theta < 60^o$; however, it is much smaller than the later for $\theta > 60^o$, where A_o by (10) is no longer a small quantity.

4. CONCLUSIONS

We have analyzed the scattering of a TM plane wave from a perfectly conductive and slightly random surface by the probabilistic method. Introducing the transverse equivalent networks for the coherent and the incoherent scattering, we have clarified that the existence of the

guided complex wave (leaky wave) physically produces the anomalous scattering, which does not occur in TE wave case. The anomaly in the EM wave case will be understood by the same way.

As well known, many authors have studied guided complex waves supported by uniform structures as well as periodic ones. But only a few work has been carried out for guided complex wave associated with a random rough surface, so that it is still an interesting and important problem to study statistical properties of such complex wave. Such problem will be discussed elsewhere.

Acknowledgment

The author would like to thank Prof. Ogura of Kyoto Institute of Technology for stimulating discussions and M. Aoki of Tokyo Institute of Technology for his technical assistance.

Barrick, D. E. (1972), First-order theory and analysis of MF/HF/VHF scatter from the sea, IEEE Trans. Ant. Propagat., AP-20(1), 2-10

Bass, F. G. (1961), Radio wave propagation over a statistically rough surface, Izv. VUZ. Radiofizika, 4(3), 476-483

Bass. F. G. and I. M. Fuks (1979), *Wave Scattering From Statistically Rough Surfaces*, 525p, Pergamon, Oxford

Ishimaru, A. (1978), *Wave Propagation and Scattering in Random Media*, Vol. 2, 463-492, Academic, N.Y.

Nakayama, J., H. Ogura and B. Matsumoto (1980), A probabilistic theory of scattering from a random rough surface, Radi. Sci., 15(6), 1049-1057

Nakayama, J., H. Ogura and M. Sakata (1981a), Scattering of a scalar wave from a slightly random surface, J. Math. Phys., 22(3), 471-477

Nakayama, J., H. Ogura and M. Sakata (1981b), A probabilistic theory of electromagnetic wave scattering from a slightly random surface: 1, Horizontal polarization, Radi. Sci., 16(5), 831-846

Nakayama, J., M. Sakata and H. Ogura (1981c), A probabilistic theory of electromagnetic wave scattering from a slightly random surface. 2, Vertical polarization, Radi. Sci., 16(5), 847-854

Peake, W. E. (1959), Theory of radar return from terrain, IRE Natl. Conv. Record, Vol. 7, pt. 1, 27-41

Rice, S. O. (1951), Reflection of electromagnetic waves from slightly rough surfaces, Comm. Pure Appl. Math. 4(2/3), 351-378

Valenzuela, G. R. (1967), Depolarization of EM waves by slightly rough surfaces, IEEE Trans. Ant. Propagat., AP-15(4), 552-557.

Table 1, Equivalent surface impedance $Z_s(k)$ for the Gaussian spectrum (21)

$k\ell$	$Z_s(k)/(k\sigma)^2$
0.5	0.6598 - i0.9984
1	0.2832 - i0.1698
1.5	0.1245 - i0.0856
2	0.0747 - i0.0572

Captions

FIG. 1 Scattering from a perfectly conductive slightly random surface. the angle of incidence and a scattering angle are denoted by θ_0 and θ, respectively, which are measured in the opposite sense with respect to the z axis. the wave function is denoted by $\psi(z, x, \omega)$, ω being a probability parameter.

FIG. 2 Equivalent transmission-line networks for the coherent reflection (a) and for the incoherent scattering (b). the transmission-line impedance is denoted by Z_L, the out-put voltage of the generator is denoted by $V(\lambda)$.

FIG. 3 Amplitude and phase of the coherent reflection for the Gaussian spectrum (21). the correlation length of the random surface is denoted by χ.

FIG. 4 Function $A_1(\lambda)$ for the Gaussian spectrum (21).

FIG. 5 Variance of the wave field versus $k\sigma$ the roughness parameter.

FIG. 6 Relative powers versus $k\sigma$. (a) coherent scattering, (b) incoherent scattering, (c) total scattering of (a) and (b), and (d) incident power.

FIG. 7 Relative powers versus θ_0. (a)(b)(c)(d): same as in figure 6, vertical: relative powers normalized by the incident power falling on unit surface.

FIG. 8 Angular distribution of the incoherent scattering. a sharp peak shows the anomaly in the incoherent scattering.

FIG. 9 Backscattering cross section per unit surface. Solid curve is calculated by (25) and dushed curve by (26).

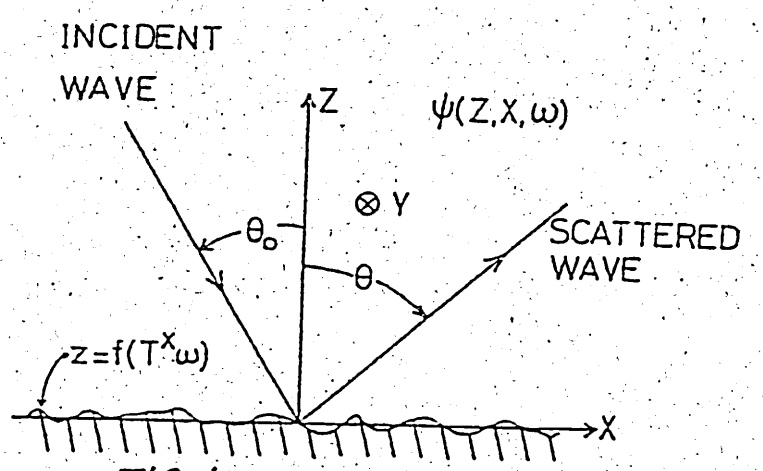


FIG. 1

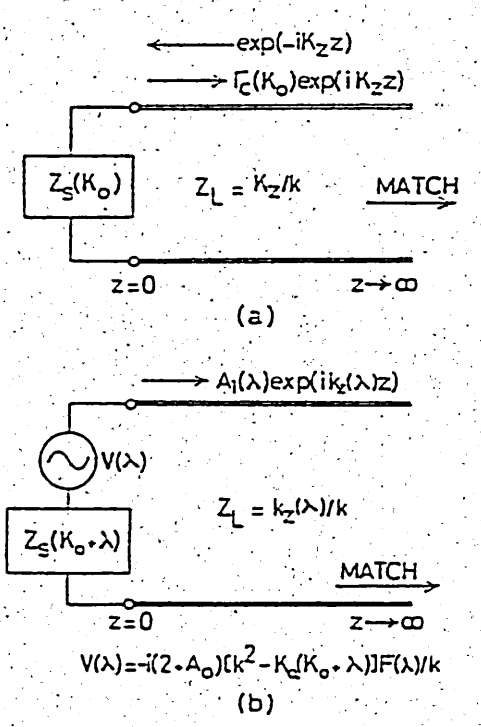


FIG. 2

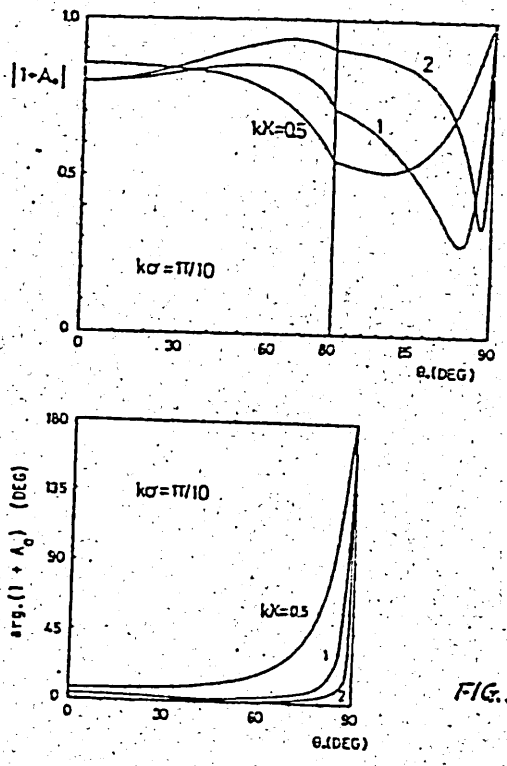


FIG. 3

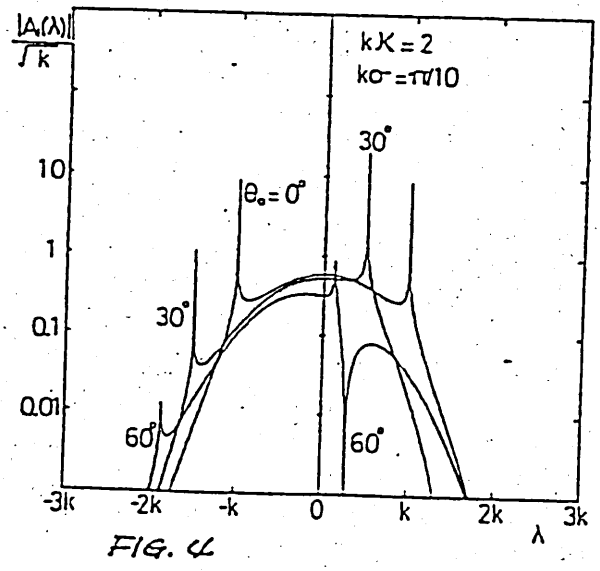


FIG. 4

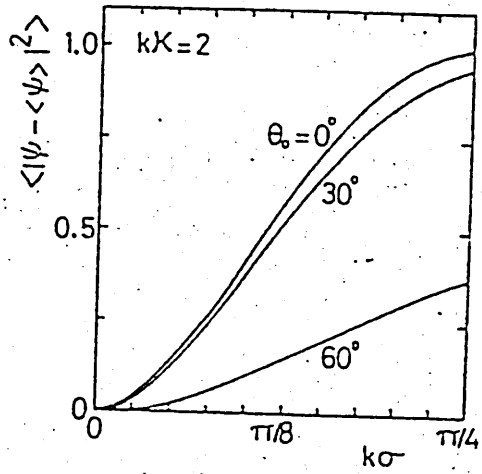


FIG. 5

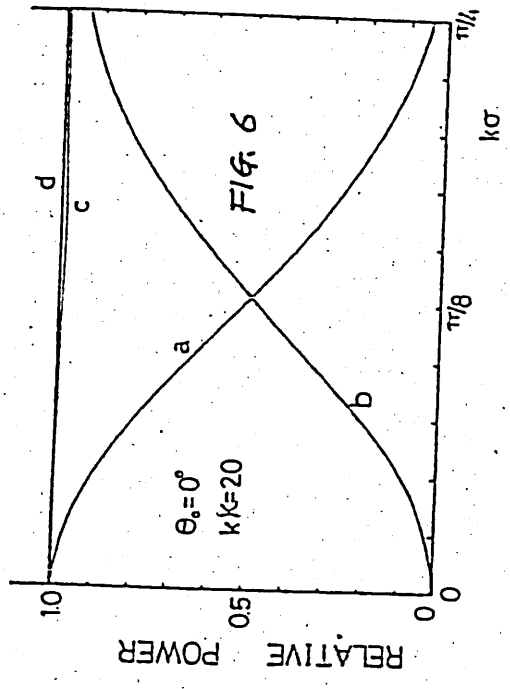


FIG. 6

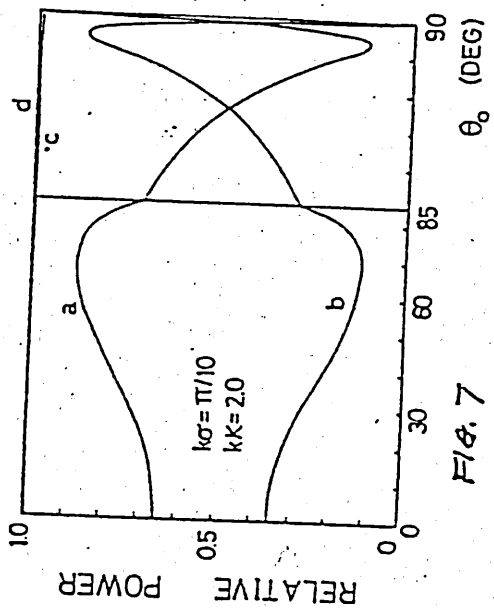


FIG. 7

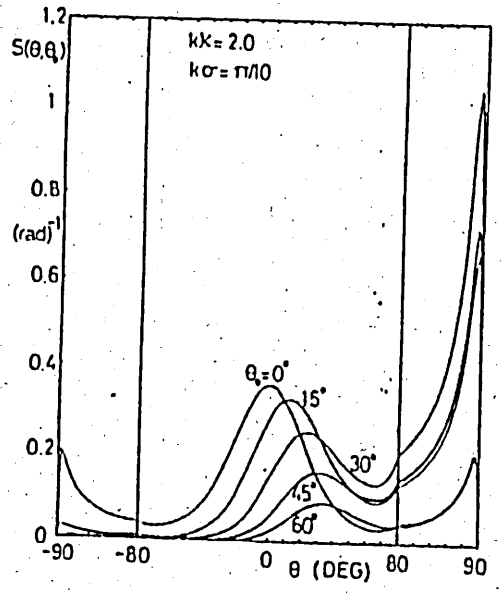

1.2
S(θ,θ_i)
kK= 2.0
kσ= π/10
1
0.8
(rad)^-1
0.6
0.4
0.2
0
θ_i=0°
15°
30°
45°
60°
-90
-80
0
θ (DEG)
80
90

FIG. 8

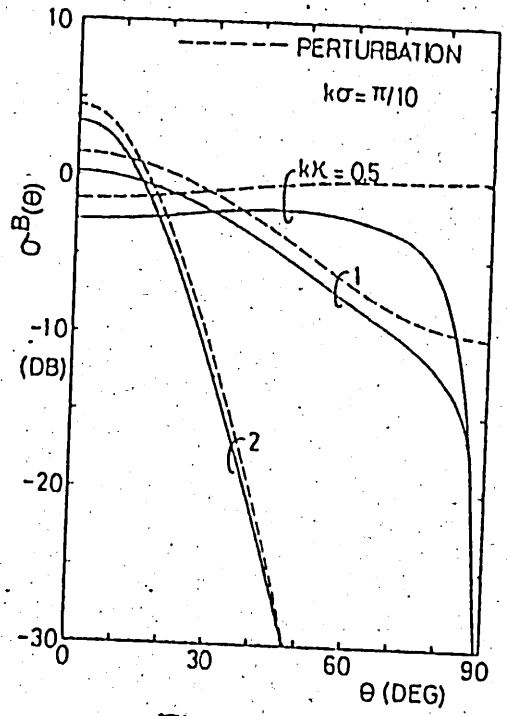

10
PERTURBATION
kσ= π/10
0
kK = 0.5
σ^B(θ)
1
-10
(DB)
2
-20
-30
0
30
60
90
θ (DEG)

FIG. 9

輻射科学研究会資料

深い溝をもつ誘電体格子における散乱電磁界の解析

山北次郎．　西村　満．　六島　克

（大阪府立大学　工学部）

昭和56年12月11日

於　住友電気工業株式会社

1．まえがき

回折格子として光波分光の分野で広く用いられてきた周期構造誘電体は今日では光集積回路における入出力結合器や分布反射器等の重要な基本構造として注目を集めている．しかし，これらの数値解に関しては，完璧な手法が確立されているわけではない[1][2]．ただ実際には溝の浅い格子や正弦波状の屈折率変化格子が大半を占めるため，摂動法的な解析手法で十分な場合が数多い．ところが，格子の溝が深い場合や任意形状の格子に対しては，さらに厳密な解法が適用されなければならない．周期構造誘電体の厳密解はMathieu或はHillの方程式の解法と境界整合の問題に帰着し，すでに多くの報告がある[3][4]．中でも，T.TamirやS.T.Pengらに代表される空間高調波展開法[5][6]は最も正確な算法とされており，多くの摂動解法の精度評価基準となっている[7]．更に，任意形状格子の解析への応用としてD.Marcuseの2重Fourier展開法[8]，D.E.Tremainらのunimoment法[9]やK.C.ChangらのAdams-Moulton法[10]等の算法が報告されている．しかし，空間高調波展開法では解の収束性及びその精度と空間高調波展開項数との関係が不明確なため，現実には必要以上の高次空間高調波まで含めた計算を行なわねばならず複雑巨大計算となり，その利用価値を低め

る一因となっている。

一方，安浦らは周期条件より決定されるHelmholtzの方程式の変数分離解からなる展開級数がその収束域を越え格子領域においても有効であるというRayleigh定理を利用した算法を提案している。[11] この算法は単純明解でしかも数学的にも整備されており極めて利用価値の高い方法である。ところが，端点をもつ格子形状に対しては平滑化操作を伴わねば解の収束が非常に遅く，数式上の明解さ程その数値計算は容易でない。

本報告では，無限周期条件並びに平面波入射条件より有限個の伝搬モードと無限個の減衰モードからなるモード関数系を誘導し，この関数系によるモード展開法を提案している。本手法では，個々の展開関数が厳密にMaxwellの方程式を満足するため，このモード関数の有限級数展開で表される近似波動関数及び近似微分波動関数の収束が保証されている。又，境界面における近似波動関数を最小2乗法的に整合させることによって，展開項数と電磁界の2乗平均誤差との関係が明確になり，これによって数値計算の精度が評価できる。なお本手法は原理的に方形格子の解析にのみ適合する算法であるが，階段近似による任意形状格子の解析が単に行列積計算だけで行えるように伝送行列的手法を採用している。

2. 問題の設定

Fig.1 に示すような周期 Λ の無限誘電体格子に入射角 θ_i で平行偏波平面波（TE波）が入射する場合に生じる散乱電磁界について考える。但し，時間因子を $\exp(j\omega t)$ とし，格子の形状は階段近似が可能な限り任意であるものとする。

入射平面波の z 方向伝搬定数を $\beta_0 = n_a k_0 \sin\theta_i$ （$k_0 = 2\pi/\lambda$，λ は波長）とすれば，無限周期条件より Floquet の定理が成立し，波動関数の z 方向変化因子 $f(z)$ は擬周期性を持ち

$$f(z+\Lambda) = \exp(-j\beta_0\Lambda)\,\psi(z) \tag{1}$$

$$\psi(z+\Lambda) = \psi(z) \tag{2}$$

で表される．更に，$\psi(z)$ は周期 Λ の関数であるので Fourier 展開すれば

$$f(z) = \sum_m T_m \exp(-j\beta_m z) \tag{3}$$

但し，

$$\beta_m = \beta_0 + m(2\pi/\Lambda) \tag{4}$$

となり，空間高調波の和に展開されることになる．

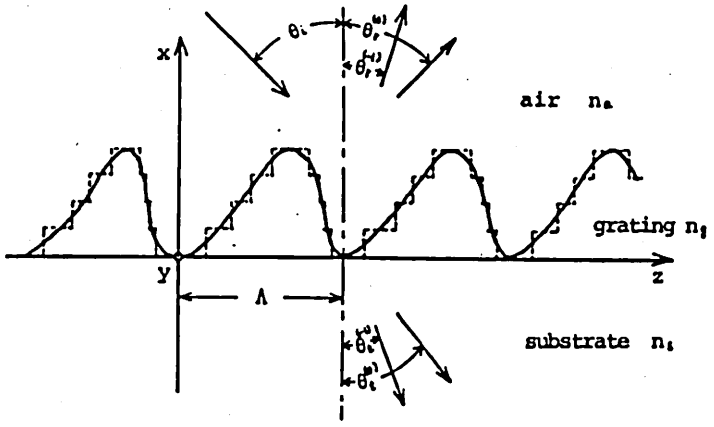


Fig. 1　階段近似された誘電体格子．

空気層及び基板層では個々の空間高調波がMaxwellの方程式を満足するから，空間高調波の複素振幅T_mがそのままm次回折波を表すことになる。従って，回折波の反射角及び透過角はそれぞれ

$$\theta_r^{(m)} = \sin^{-1}\left(\beta_m / n_a k_0\right) \tag{5}$$

$$\theta_t^{(m)} = \sin^{-1}\left(\beta_m / n_s k_0\right) \tag{6}$$

となる。但し，$|\beta_m| > n_a k_0$ 又は $|\beta_m| > n_s k_0$ なる高次空間高調波成分はx方向に指数減衰波となり，回折波として空気層又は基板層にその電力を放射することはない。

3．格子領域におけるモード関数

3.1 無限周期多層誘電体板の解析

格子形状を階段近似で多層分割し，ある特定の層だけについて考えれば，これは単にx方向には変化はなく，z方向に屈折率が周期Λで変化する無限誘電体多層板[12]であると考えることができる。今，波動関数のx方向変化因子を$\exp(-j\chi x)$とし，Fig.2に示す局所領域Ⅰ又はⅡにおける波動関数$F_l(x,z)$を考えれば次のように表示することができる。

$$F_l(x,z) = \exp(-j\chi x)\, f_l(z) \tag{7}$$

但し，局所領域Ⅰで$l=1$，Ⅱでは$l=2$とする。

更に，同じ局所領域内では屈折率が一定の均一媒質であることを考え合わせれば波動関数のz方向変化因子は

$$f_i(z) = a_i^+(z) + a_i^-(z)$$

$$= a_i^+(z_{0i})\exp\{-j\beta_i(z-z_{0i})\} + a_i^-(z_{0i})\exp\{j\beta_i(z-z_{0i})\} \quad (8)$$

となり，前後進平面波の2つの複素振幅で表すことができる．

但し，β_iは局所領域内におけるz方向伝搬定数で

$$\beta_i = \sqrt{n_i^2 k_0^2 - \kappa^2} \quad (9)$$

である．次に局所領域 I,II 間の境界 $z=z_b$ における条件式 $F_1 = F_2$ 及び，$\partial F_1/\partial z = \partial F_2/\partial z$ に式(7)，(8)を代入すれば

$$a_1^+(z_b) + a_1^-(z_b) = a_2^+(z_b) + a_2^-(z_b) \quad (10)$$

$$\beta_1 a_1^+(z_b) - \beta_1 a_1^-(z_b) = \beta_2 a_2^+(z_b) - \beta_2 a_2^-(z_b) \quad (11)$$

が得られる。

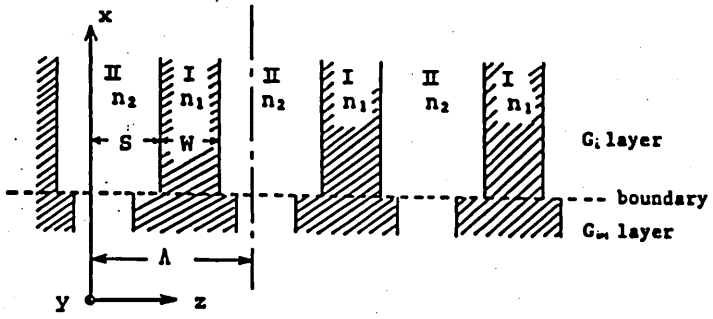


Fig. 2 格子領域の多層分割（G_i層とG_{i+1}層）．

ここで列ベクトル $a_l(z)=\left[a_l^+(z)\ a_l^-(z)\right]^T$ を導入し，式(8)及び式(10),(11)を行列形式に改めて整理すれば次式のようになる．

$$a_l(z) = \left[\ u_l(z-z_0)\right] a_l(z_0) \tag{12}$$

$$a_1(z_b) = \left[\ {}_1b_2\right] a_2(z_b) \tag{13}$$

ここに，$[u_l]$ は局所領域内における z 方向伝送行列，$[{}_1b_2]$ は境界条件を満たすための行列であり，z 方向に関する境界行列と呼ぶことにする．又，z_b は境界面の z である．更に，$[u_l]$ の要素は式(8)より，$[{}_1b_2]$ の要素は式(10),(11)より，それぞれ

$$\left[u_l(z)\right]=\begin{bmatrix} \exp(-j\beta_l z) & 0 \\ 0 & \exp(j\beta_l z) \end{bmatrix} \tag{14}$$

$$\left[{}_1b_2\right]=\begin{bmatrix} \frac{1}{2}\left(1+\frac{\beta_2}{\beta_1}\right) & \frac{1}{2}\left(1-\frac{\beta_2}{\beta_1}\right) \\ \frac{1}{2}\left(1-\frac{\beta_2}{\beta_1}\right) & \frac{1}{2}\left(1+\frac{\beta_2}{\beta_1}\right) \end{bmatrix} \tag{15}$$

で表される．即ち波動関数 $F_l(x,z)$ の z 方向変化因子 $f_l(z)$ は局所領域の前後進平面波複素振幅 a_l^+，a_l^- の和で表される．また，局所領域内での複素振幅の変化は伝送行列 $[u_l]$ で，局所領域間の境界においては境界行列 $[{}_1b_2]$ で表現されることになる．従って一周期間全体に渡る伝送行列 $[M]$ は Fig. 2 に従って伝送行列と境界行列との積により

$$[M] = [u_2(\Lambda-W-S)][{}_2b_1][u_1(W)][{}_1b_2][u_2(S)] \tag{16}$$

となる．又行列 $[M]$ の各要素は式(14)，(15)の行列積計算によって

$$M_{11} = \exp\{-j\beta_2(\Lambda-W)\}\left\{\cos(\beta_1 W) - \frac{j}{2}\left(\frac{\beta_1}{\beta_2} + \frac{\beta_2}{\beta_1}\right)\sin(\beta_1 W)\right\} \quad (17)$$

$$M_{12} = -\frac{j}{2}\exp\{-j\beta_2(\Lambda-W-2S)\}\left(\frac{\beta_1}{\beta_2} - \frac{\beta_2}{\beta_1}\right)\sin(\beta_1 W) \quad (18)$$

$$M_{21} = \frac{j}{2}\exp\{j\beta_2(\Lambda-W-2S)\}\left(\frac{\beta_1}{\beta_2} - \frac{\beta_2}{\beta_1}\right)\sin(\beta_1 W) \quad (19)$$

$$M_{22} = \exp\{j\beta_2(\Lambda-W)\}\left\{\cos(\beta_1 W) + \frac{j}{2}\left(\frac{\beta_1}{\beta_2} + \frac{\beta_2}{\beta_1}\right)\sin(\beta_1 W)\right\} \quad (20)$$

で表される。よって一周期間における複素振幅の関係は

$$\mathcal{A}(z+\Lambda) = [M]\,\mathcal{A}(z) \quad (21)$$

によって示すことができる。

一方，無限周期条件より波動関数のz方向変化因子に対し

$$f(z+\Lambda) = \exp(-jK\Lambda)\,f(z) \quad (22)$$

なる関係式が成立するため，式(8)，(21)，(22)より結局

$$[M]\,\mathcal{A}(z) = \exp(-jK\Lambda)\,\mathcal{A}(z) \quad (23)$$

となり，一周期間の行列[M]の固有値が $\exp(-jK\Lambda)$ であることになる。そこで行列[M]の要素を用いて固有値 $\exp(-jK\Lambda)$ 及びこれに対応する固有ベクトル $\mathcal{A}_0$ を表せば

$$\exp(-jK\Lambda) = \frac{1}{2}(M_{11}+M_{22}) \pm \sqrt{\left\{\frac{1}{2}(M_{11}+M_{22})\right\}^2 - 1} \quad (24)$$

$$\mathcal{A}_0 = \begin{bmatrix} M_{12} & \exp(-jK\Lambda) - M_{11} \end{bmatrix}^T \quad (25)$$

となる。即ち，x方向の伝搬定数Kを与えれば，式(9)及び式(17)～(20)を利用して，式(24)の固有値から周期構造のz方向伝搬定数Kが決定する。更に，式(25)の固有ベクトルから式(14)，(15)を用いて式(7)の波動関数をも定めることができる。

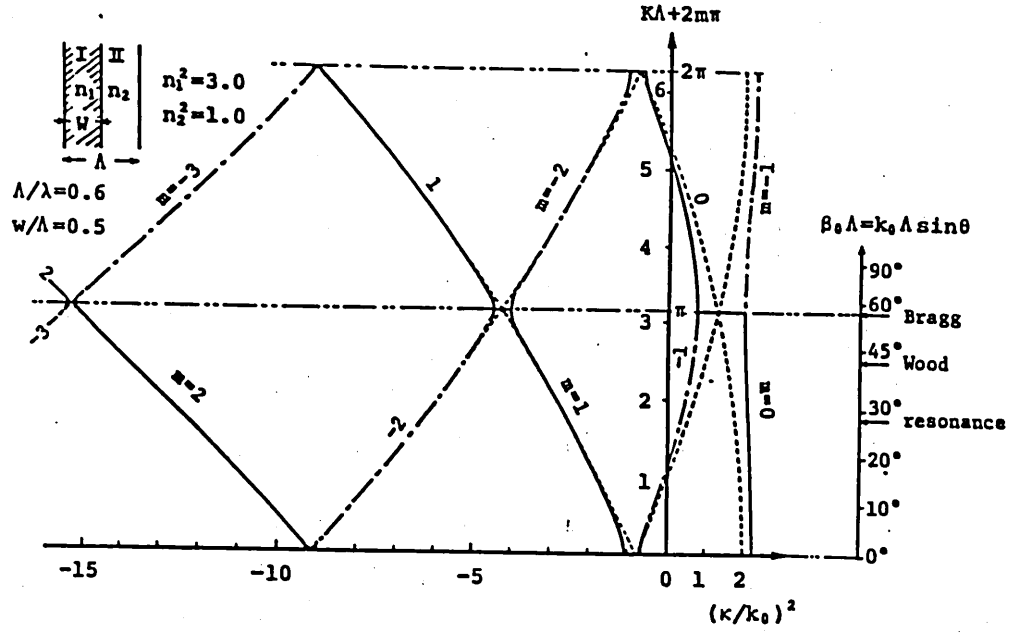


Fig. 3　$(\kappa/k_0)^2$ に対するKΛの変化．（Fig.5 に対応）

Fig.3 は無限誘電体多層板における x 方向伝搬定数の2乗 $(\kappa/k_0)^2$ に対する z 方向伝搬定数 KΛ の変化を示している。後で述べる格子構造 Fig.5 に対応するもので，破線は周期のない均一媒質（比誘電率は局所領域 I, II の平均値）の場合を表している。

3.2　モード関数の決定方程式

前節において，任意の x 方向伝搬定数 κ から無限周期条件によって周期構造の伝搬定数 K が決定することを示した。ところが，外部励振問題では入射平面波条件によって波動関数の z 方向変化因子は式(1)の関係を満さねばならなず κ は任意

の値をとれない．即ち，入射平面波条件が $\exp(-jK\Lambda) = \exp(-j\beta_0\Lambda)$ を満足するようにKの値を規定する．従って

$$\beta_0\Lambda = K\Lambda + 2m\pi \qquad (m = 0, \pm1, \pm2, \cdots) \quad (26)$$

なる決定方程式が得られる．この決定方程式の解は，Fig.3より明らかなように m の値に対応して存在するため K_m で表し，これに対応する式(25)の固有ベクトルを Q_{0m} で表せば次のようにモード関数が決定する

$$F_m^{\pm}(x, z) = \exp(\mp jK_m x) f_m(z)$$
$$= \exp(\mp jK_m x) \exp(-j\beta_0 z) \psi_m(z) \qquad (27)$$

ここに，$\psi_m(z)$ は周期 Λ の周期関数であって式(8)より

$$\psi_m(z) = \{ a^+(z) + a^-(z) \} \exp(j\beta_0 z) \qquad (28)$$

で与えられ，更に複素振幅 $Q(z) = [a^+(z) \;\; a^-(z)]^T$ は式(25)の固有ベクトル及び式(14)の伝送行列，式(15)の境界行列によって

$$Q(z) = \begin{cases} [U_2(z)]\, Q_{0m} & (0 \le z < s) \\ [U_1(z-s)][{}_1b_2][U_2(s)]\, Q_{0m} & (s \le z < s+w) \\ [U_2(z-s-w)][{}_2b_1][U_1(w)][{}_1b_2][U_2(s)]\, Q_{0m} & (s+w \le z < \Lambda) \end{cases} \quad (29)$$

で与えられる．今，x方向への伝搬に着目すれば $F_m^{\pm}(x,z)$ は $\pm K_m$ をx方向伝搬定数とする固有モードと考えられる．Fig.3より K_m は全て離散的な値をとり，K_m が実数である有限個の

伝搬モードと，χ_m が純虚数である無限個の減衰モードがあることが理解できる。平行偏波入射の場合 $F_m(x,z)$ は電界の y 成分を示すことになるから，x 方向に流出する平均電力 P_m は次式で与えられる

$$P_m = \frac{1}{2\Lambda}\int_0^{\Lambda} F_m^{\pm}(x,z)\ \frac{\partial}{\partial x}F_m^{\pm}(x,z)^*\, dz$$
$$= \pm\frac{\chi_m^*}{2} < \psi_m(z)\,\psi_m(z) > \qquad (30)$$

ここに $< >$ は内積記号で

$$< \phi(z)\,\psi(z) > = \frac{1}{\Lambda}\int_0^{\Lambda}\phi(z)\,\psi(z)^*\, dz \qquad (31)$$

によって定義される。又，モード関数の周期成分からなる関数系 $\{\psi_m(z)\}$ は直交性を満す（付録参照）ので式(25)の固有ベクトルを

$$< \psi_m(z)\,\psi_n(z) > = \delta_{mn} \qquad (32)$$

となるように規格化しておけば以下の計算に都合よい。

無限周期条件と平面波入射条件から離散的な x 方向伝搬定数を持ったモード関数系を導出した。即ち，x 方向伝搬定数 $\{\chi_m\}$ 及びそれに対応する正規直交関数系 $\{\psi_m(z)\}$ が準備できたわけである。従って，格子領域における近似波動関数をモード関数の $(2M+1)$ 項線形結合として次式のように表現する。

$$\Phi^{(M)}(x,z) = \sum_{m=-M}^{M} F_m^{+}(x,z) + F_m^{-}(x,z)$$
$$= \exp(-j\beta_0 z)\sum_{m=-M}^{M}\{g_m^{+}(x) + g_m^{-}(x)\}\,\psi_m(z) \qquad (33)$$

ここに $g_m^{\pm}(x)$ はモード関数の x 方向変化因子で

$$g_m^+(x) = g_m^+(x_0)\exp\{-j\kappa_m(x-x_0)\} \tag{34}$$

$$g_m^-(x) = g_m^-(x_0)\exp\{j\kappa_m(x-x_0)\} \tag{35}$$

で表される。又近似微分波動関数は式(33)を項別微分し

$$\frac{\partial}{\partial x}\Phi^{(M)}(x,z) = -j\exp(-j\beta_0 z)\sum_{m=-M}^{M}\kappa_m\{g_m^+(x)-g_m^-(x)\}\psi_m(z) \tag{36}$$

によって与えられる。

モード関数 $F_m(x,z)$ は局所領域Ⅰ及びⅡにおいてMaxwellの方程式を満足するだけでなく局所領域間の境界条件をも厳密に満している。このことは波動関数のモード関数展開において，式(33)，(36)のような有限項数で打ち切られた近似波動関数列 $\{\Phi^{(M)}\}$ 及び項別微分によって作られた近似微分波動関数列 $\{\frac{\partial}{\partial x}\Phi^{(M)}\}$ は展開項数Mの増加に伴い真の波動関数及びその微分値に一様に収束することを保証している。

特別な場合として空気層や基板層を考えれば，$n_1 = n_2$ 即ち均一媒質である。この場合は分散関係式

$$\kappa_m^2 = n_s^2 k_0^2 - (\beta_0 + \frac{2\pi}{\Lambda}m)^2 \tag{37}$$

がすでに成立しているから決定方程式(26)によって κ_m を定める必要はなくなる。この場合のモード関数のz方向変化因子の周期成分 $\psi_m(z)$ は

$$\psi_m(z) = \exp\left(-j\frac{2\pi}{\Lambda}mz\right) \tag{38}$$

となる。この事実は，空気層や基板層のような均一媒質領域

においては，ここで導出されたモード関数系が単なる空間高調波そのものであることを示している。

4．伝送行列と境界行列

任意形状格子を階段近似するには格子領域を多層分割する必要が生じる。このためx方向に関する伝送行列と境界行列を新たに定義し行列形式に整理することを考える。今ある特定の第i層内におけるx方向の伝搬を考えるために，近似波動関数の展開項数(2M+1)に対応する列ベクトル

$$g^{(\omega)} = \left[g_{-M}^{+(\omega)} \cdots g_{0}^{+(\omega)} \cdots g_{M}^{+(\omega)} \; g_{-M}^{-(\omega)} \cdots g_{0}^{-(\omega)} \cdots g_{M}^{-(\omega)} \right]^{T} \tag{39}$$

を新たに導入すれば式(34)，(35)より第i層内のx方向変化は

$$g^{(\omega)}(x) = \left[U_i(x-x_0) \right] g^{(\omega)}(x_0) \tag{40}$$

によって表される。但し，$[U_i]$はx方向の伝搬に関する伝送行列であって

$$\left[U_i(x) \right] = \mathrm{diag} \left\{ \exp(-j\chi_{-n}x) \cdots \exp(-j\chi_0 x) \cdots \exp(-j\chi_n x) \right.$$
$$\left. \exp(j\chi_{-n}x) \cdots \exp(j\chi_0 x) \cdots \exp(j\chi_n x) \right\} \tag{41}$$

なる $2(2M+1) \times 2(2M+1)$ の対角行列である。

次に第i層と第i+1層間の境界面におけるモード整合について考える。第i層と第(i+1)層における展開項数をそれぞれ(2N+1)，(2M+1)とすれば境界面における近似波動関数は式(33)

より次式のように表される。

$$\Phi^{(i)}(x_b, z) = \exp(-j\beta_0 z) \sum_{n=-N}^{N} \left\{ g_n^{+(i)}(x_b) + g_n^{-(i)}(x_b) \right\} \psi_n^{(i)}(z) \tag{42}$$

$$\Phi^{(i+1)}(x_b, z) = \exp(-j\beta_0 z) \sum_{m=-M}^{M} \left\{ g_m^{+(i+1)}(x_b) + g_m^{-(i+1)}(x_b) \right\} \psi_m^{(i+1)}(z) \tag{43}$$

ここに，x_bは境界面上のxの値であり以下の表示式においては省略している。又,展開項数$(2M+1)$の近似波動関数を示す肩記号(M)も略されている。

境界面上における両近似波動関数を最小2乗法的に境界条件に整合させるために2乗平均誤差Ω_Eを直交関係式(32)及び式(42)，(43)を用いて計算すれば

$$\begin{aligned}\Omega_E &= \frac{1}{\Lambda} \int_0^{\Lambda} \left| \Phi^{(i)} - \Phi^{(i+1)} \right|^2 dz \\ &= \sum_{n=-N}^{N} \left| g_n^{+(i)} + g_n^{-(i)} \right|^2 + \sum_{m=-M}^{M} \left| g_m^{+(i+1)} + g_m^{-(i+1)} \right|^2 \\ &\quad - 2\,\mathrm{Re}\left\{ \sum_{n=-N}^{N} \sum_{m=-M}^{M} \left(g_n^{+(i)} + g_n^{-(i)} \right) \left(g_m^{+(i+1)} + g_m^{-(i+1)} \right)^{*} \left\langle \psi_n^{(i)}(z)\, \psi_m^{(i+1)}(z) \right\rangle \right\}\end{aligned} \tag{44}$$

で与えられる。又，近似微分波動関数についての2乗平均誤差Ω_Hについても同様に式(32)及び式(36)より次式のように表せる。

$$\begin{aligned}\Omega_H &= \frac{1}{\Lambda} \int_0^{\Lambda} \left| \frac{\partial}{\partial x} \Phi^{(i)} - \frac{\partial}{\partial x} \Phi^{(i+1)} \right|^2 dz \\ &= \sum_{n=-N}^{N} \left| \chi_n^{(i)} \right|^2 \left| g_n^{+(i)} - g_n^{-(i)} \right|^2 + \sum_{m=-M}^{M} \left| \chi_m^{(i+1)} \right|^2 \left| g_m^{+(i+1)} + g_m^{-(i+1)} \right|^2 \\ &\quad - 2\,\mathrm{Re}\left\{ \sum_{n=-N}^{N} \sum_{m=-M}^{M} \chi_n^{(i)} \left(g_n^{+(i)} - g_n^{-(i)} \right) \chi_m^{(i+1)*} \left(g_m^{+(i+1)} - g_m^{-(i+1)} \right)^{*} \right. \\ &\qquad \left. \left\langle \psi_n^{(i)}(z)\, \psi_m^{(i+1)}(z) \right\rangle \right\}\end{aligned} \tag{45}$$

更に，2乗平均誤差 Ω_E, Ω_H の停留条件 $\partial\Omega_E/\partial g_m^{*} = 0$ 及び $\partial\Omega_H/\partial g_m^{*} = 0$ より

$$g_n^{+(i)} + g_n^{-(i)} = \sum_{m=-H}^{H} \langle \psi_n^{(i)}(z)\psi_m^{(i+1)} \rangle (g_m^{+(i+1)} + g_m^{-(i+1)}) \tag{46}$$

$$g_n^{+(i)} - g_n^{-(i)} = \sum_{m=-H}^{H} \frac{\chi_m^{(i+1)}}{\chi_n^{(i)*}} \langle \psi_n^{(i)}(z)\psi_m^{(i+1)}(z) \rangle (g_m^{+(i+1)} + g_m^{-(i+1)}) \tag{47}$$

が得られる．次にこの両式において $g_n^{+(i)}$ 又は $g_n^{-(i)}$ を消去し整理して行列表示すれば次式を得る．

$$g^{(i)}(x_b) = \left[{}_iB_{i+1} \right] g^{(i+1)}(x_b) \tag{48}$$

ここに $2(2N+1)\times 2(2M+1)$ の行列 $[{}_iB_{i+1}]$ は境界面における近似波動関数及び近似微分波動関数の2乗平均誤差を最小にするための x 方向に関する境界行列であり，$(2N+1)\times(2M+1)$ の小行列 $[B_+]$, $[B_-]$ を用いて

$$\left[{}_iB_{i+1} \right] = \begin{bmatrix} [B_+] & [B_-] \\ [B_-] & [B_+] \end{bmatrix} \tag{49}$$

によって表される．但し各小行列の行列要素は

$$B_{+mn} = \frac{1}{2}\left(1 + \frac{\chi_m^{(i+1)}}{\chi_n^{(i)*}}\right) \langle \psi_n^{(i)}(z)\psi_m^{(i+1)}(z) \rangle \tag{50}$$

$$B_{-mn} = \frac{1}{2}\left(1 - \frac{\chi_m^{(i+1)}}{\chi_n^{(i)*}}\right) \langle \psi_n^{(i)}(z)\psi_m^{(i+1)}(z) \rangle \tag{51}$$

で示される．　式(41)の伝送行列と式(49)の境界行列によって x 方向に関する伝搬はすべて記述できることになる．

5. 散乱電磁界の決定と数値計算例

5.1 散乱電磁界

散乱電磁界を決定するには誘電体格子の構造をまず設定しなければならない。一例として Fig.4 に示す構造を考えれば空気層，格子第1層，格子第2層，フィルム層，基板層の計5層である．従って，x方向の伝搬に関し式(41)と式(47)を用いて空気層より基板層に至る伝送行列 $[W]$ を作れば

$$g^{(1)} = [W]\, g^{(5)} \tag{52}$$

$$[W] = [{}_1B_2][U_2(d_2)][{}_2B_3][U_3(d_3)][{}_3B_4][U_4(d_4)][{}_4B_5] \tag{53}$$

となる．空気層からの入射平面波は一x方向に進む $m=0$ の固有モードに相当するので

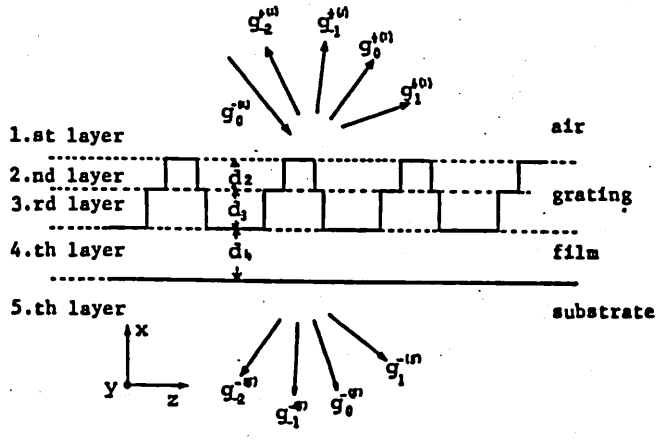


Fig.4 多層化された誘電体格子

$$\mathfrak{g}^{-(1)} = \mathbb{I} \equiv [\cdots 0\ 1\ 0 \cdots]^T \tag{54}$$

なる(2M+1)次元列ベクトルで表せる。又基板層からの入射はないので

$$\mathfrak{g}^{+(5)} = 0 \equiv [\cdots 0\ 0\ 0 \cdots]^T \tag{55}$$

で示されるから，伝送行列[W]を小行列に分解し

$$\begin{bmatrix} \mathfrak{g}^{+(1)} \\ \mathbb{I} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} [W_1] & [W_2] \\ [W_3] & [W_4] \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 \\ \mathfrak{g}^{-(5)} \end{bmatrix} \tag{56}$$

によって表示すれば

$$[W_4]\,\mathfrak{g}^{-(5)} = \mathbb{I} \tag{57}$$

$$\mathfrak{g}^{+(1)} = [W_2]\,\mathfrak{g}^{-(5)} \tag{58}$$

となる。従って，未知数の$\mathfrak{g}^{-(5)}$は式(56)の連立方程式の解として，又，$\mathfrak{g}^{-(5)}$と小行列$[W_2]$との積より$\mathfrak{g}^{+(1)}$が得られる。第1層及び第5層は均一媒質であるから$\mathfrak{g}^{+(1)}$と$\mathfrak{g}^{-(5)}$は空間高調波振幅を表している。各モード関数は直交関係式(32)によって全て規格化されているから各空間高調波のz方向に流出する電力は

$$P_r^{(m)} = \frac{\chi_m^{(1)}}{2} |g_m^{+(1)}|^2 \tag{59}$$

$$P_t^{(m)} = \frac{\chi_m^{(5)}}{2} |g_m^{-(5)}|^2 \tag{60}$$

で与えられ，$P_r^{(m)}$, $P_t^{(m)}$が実数の場合は回折波としてその電力を外部に放出し，虚数の場合は指数減衰波であって格子領域の近傍に電磁界が存在するだけである。

5.2 数値計算例

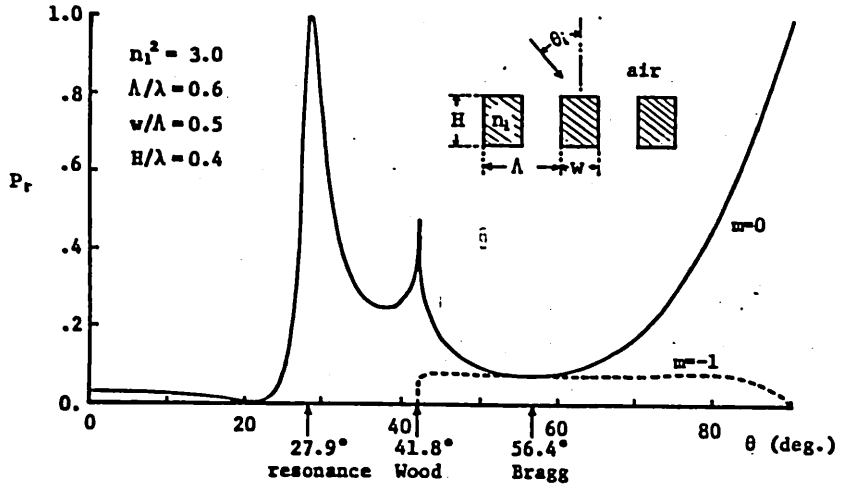
モード関数の展開項数と計算精度との関係はエネルギー保存則及び境界面における近似波動関数と近似微分波動関数の相対2乗平均誤差を用いて評価できる。即ち展開項数の関数としてのエネルギー誤差 ε 及び相対2乗平均誤差 Ω を次式に示すように定義する。

$$\varepsilon = \frac{\left| P_i - \mathrm{Re}\left\{ \sum_{m=-M}^{M} \left(P_t^{(m)} + P_r^{(m)} \right) \right\} \right|^2}{P_i} \tag{61}$$

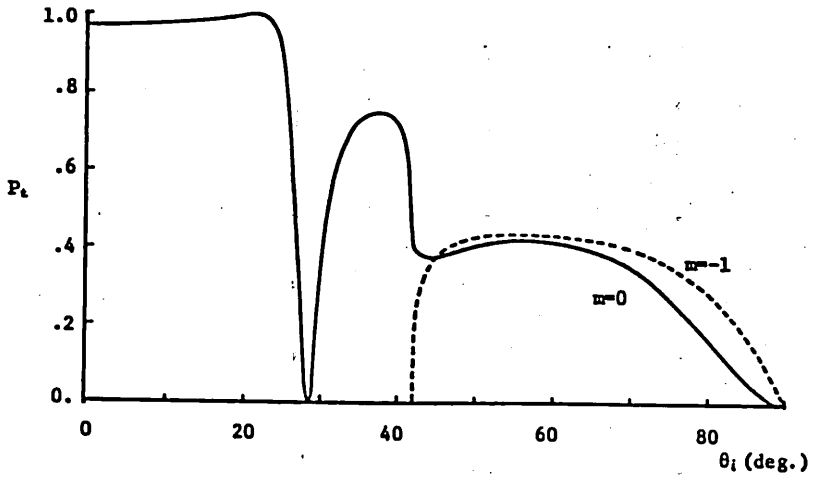
$$\Omega = \frac{\Omega_E}{\frac{1}{\Lambda}\int_0^{\Lambda} |g_i|^2 dz} + \frac{\Omega_H}{\frac{1}{\Lambda}\int_0^{\Lambda} \left| \frac{\partial}{\partial x} g_i \right|^2 dz} \tag{62}$$

ここに、g_i は入射平面波振幅であり Fig.4 では $g_i = g_0^{(-1)}$ である。又、相対2乗平均誤差は各々の境界面に対し求められるわけであるが簡単化のためにそれらの平均をとるものとする。

次に、文献(9)の誘電体格子の構造を借用し本手法の計算精度並びに解の収束性について考える。Fig.5 は空気中に置かれた屈折率 $n_1 = \sqrt{3}$、周期 $\Lambda = 0.6\lambda$、格子の高さ $H = 0.4\lambda$ なる方形誘電体格子の平面波入射角 θ_i に対する反射電力 P_r と透過電力 P_t の変化を示している。展開モード関数は3次まで即ち $2M+1 = 7$ 項展開であってグラフ表示する限り $M=3$ で完全に解は収束している。この場合エネルギー誤差及び相対2乗平均誤差は全入射角にわたり 0.05% 以下である。なお $\theta_i = 27.9°$ は



(a) 入射角に対する反射回折波電力.



(b) 入射角に対する透過回折波電力.

Fig. 5 入射角に対する反射, 透過回折波電力の変化.

M	2M+1	$P_r^{(-1)}$	$P_r^{(0)}$	$P_t^{(-1)}$	$P_t^{(0)}$	ε	Ω
1	3	0.080955	0.167067	0.381843	0.372564	0.0024279	0.0072121
2	5	0.079670	0.167227	0.372675	0.380690	0.0002625	0.0003511
3	7	0.079683	0.167054	0.372680	0.380604	0.0000217	0.0000428
4	9	0.079664	0.167054	0.372615	0.380680	0.0000118	0.0000159
5	11	0.079665	0.167041	0.373617	0.380679	0.0000024	0.0000042
6	13	0.079663	0.167042	0.372611	0.380686	0.0000017	0.0000024
7	15	0.079663	0.167039	0.372612	0.380687	0.0000005	0.0000009
8	17	0.079663	0.167039	0.372610	0.380688	0.0000004	0.0000006
9	19	0.079663	0.167039	0.373610	0.380688	0.0000002	0.0000003
10	21	0.079663	0.167039	0.372610	0.380689	0.0000001	0.0000002

$\eta_1^2=3.0$, $\eta_2^2=1.0$, $\Lambda/\lambda=0.6$, $W/\Lambda=0.3$, $H/\lambda=0.4$, $\theta_i=45°$

Table 1 展開項数に対する散乱電力，エネルギー誤差，相対2乗平均誤差の計算値．
（Fig.5 の $\theta_i=45°$ に対応する．）

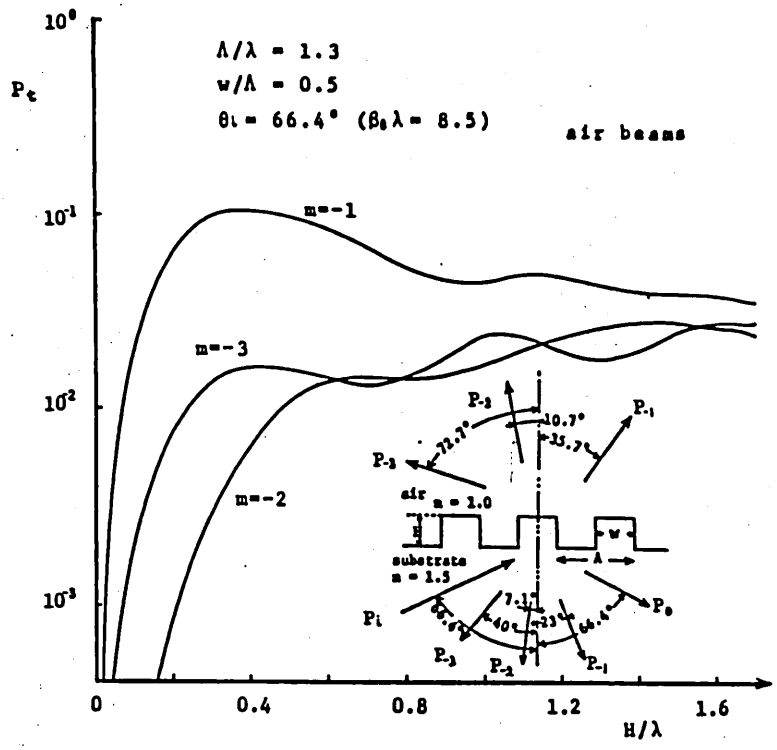
M	2M+1	$P_r^{(-1)}$	$P_r^{(0)}$	$P_t^{(-1)}$	$P_t^{(0)}$
1	3	0.067112	0.162720	0.377499	0.392670
2	5	0.078962	0.166419	0.374005	0.380613
3	7	0.079257	0.166817	0.372759	0.381167
4	9	0.079550	0.166908	0.372784	0.380758
5	11	0.079574	0.166981	0.372657	0.380788
6	13	0.079625	0.166994	0.372661	0.380720
7	15	0.079630	0.167015	0.372630	0.380725
8	17	0.079645	0.167018	0.372632	0.380705
9	19	0.079647	0.167026	0.372620	0.380706
10	21	0.079653	0.167028	0.372621	0.380698

Table 2 T. Tamir, S.T. Peng らの手法による空間高調波
展開項数と散乱電力の計算値．

格子領域の平均屈折率に対応する薄膜の共振点，$\theta_i = 41.8°$ は Wood の異常現象点，$\theta_i = 56.4°$ は Bragg 角である。更に展開項数と解の収束，エネルギー誤差ならびに相対2乗平均誤差との関係を Table 1 に示す。これは Fig.5 の $\theta_i = 45°$ に対応しており，解の収束は極めて早く，エネルギー誤差 ε と相対2乗平均誤差 Ω の値によって解の収束精度は類推可能であることが理解できる。比較のために T. Tamir，S. T. Peng らの空間高調波展開法による計算値を Table 2 に示す。この場合エネルギー誤差及び境界面における相対2乗平均誤差は原理的にない。なお計算プログラムは倍精度及び4倍精度演算を用いて丸め誤差の混入が無視できるように工夫されている。

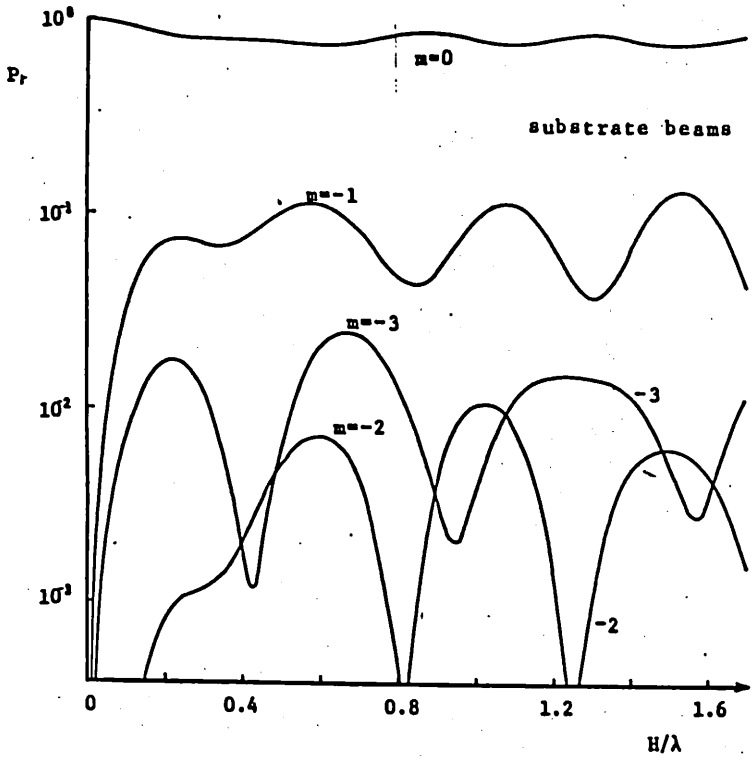
Fig.6 は格子の深さ H に対する散乱特性である。基板層からの入射角 $\theta_i = 66.4°$ であり，これは境界が平面であるときの全反射角である。又，周期は $\Lambda = 0.6\lambda$ で，この場合 −3 次までの回折波が生じる。格子の溝が深くなれば格子領域内で複雑な共振現象が生じ，その結果，散乱特性は大きく変化している。なお，摂動解法による計算が有効な範囲は溝の深さが高々 0.1λ 程度までである。

Fig.7 は三角形格子における空気層からの平面波入射に対する散乱特性である。周期 $\Lambda = 0.5\lambda$ で，反射回折波は0次だ



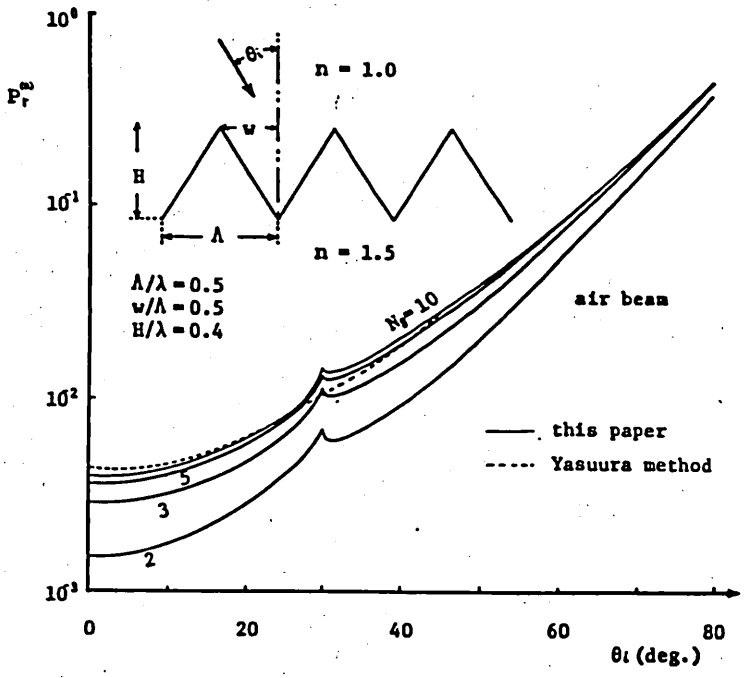
(a) 空気層への透過回折波電力.

Fig. 6 格子の深さに対する回折波電力.

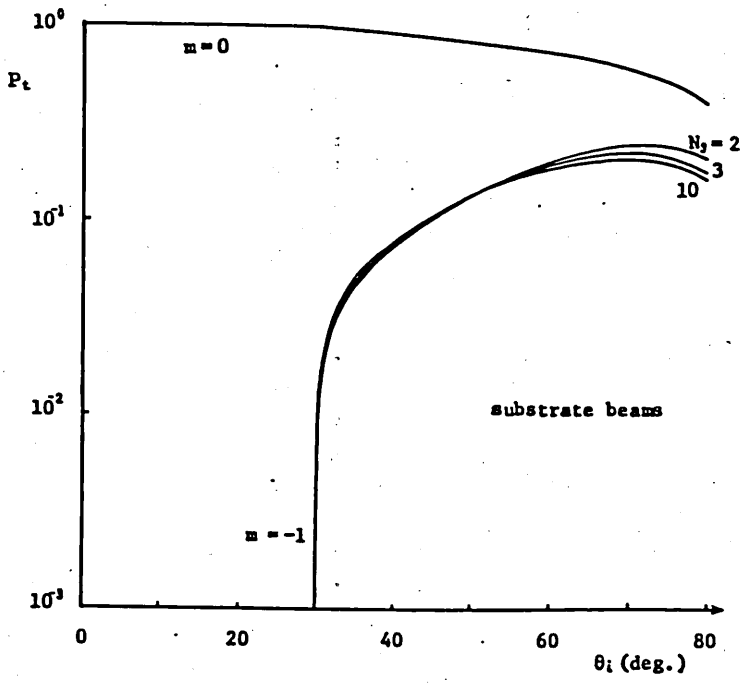


(b) 基板層への反射回折波電力．

Fig. 6 格子の深さに対する回折波電力．



(a) 空気層への反射回折波電力.



(b) 基板層への透過回折波電力.

Fig. 7 三角形格子による回折波電力.

け，基板層への透過回折波は-1次まで存在する。三角形格子領域の階段近似数N_gの変化に対し，$N_g=10$程度で完全にグラフ上では収束している。又，0次透過波についてはN_gの変化に対しグラフ上ではその差異を表現できない。なお，$\theta_i=30°$はWoodの異常現象点，破線は安浦らのモード整合法の結果[11]を示している。Fig.6，7の計算は$M=3$で，ε及びΩの値はグラフ上の最小目盛以下に収まっている。

6．むすび

無限周期条件と平面波入射条件より格子領域において厳密にMaxwellの方程式と局所領域間の境界条件を満足するモード関数系を導出し，この関数系を用いて誘電体格子における散乱電磁界問題をモード整合法の観点から解析する手法を提案した。本手法は原理的に方形格子の解析に適した方法であるため任意形状格子に適用するには階段近似し多層分割せねばならない。これに対処すべく本報告において最小2乗法的に境界条件を満す境界行列なる考えを新しく導入した。その結果，x方向の波動伝搬に関し，境界面の有無に拘わらず，単なる行列積計算で済む伝送行列的手法が適用可能となった。

数値計算の結果，解の収束は従来の空間高調波展開法に比べはるかに早く，しかもエネルギー誤差及び境界面における

電磁界の2乗平均誤差によって解の精度評価まで可能なことが判明した。

本手法は垂直偏波平面波入射に対しても全く同様に使用できる他，さらに興味深いコルゲーティド誘電体導波路における厳密解法に応用できるものと考える。

最後に，日ごろから有益な御討論を頂いている森静雄講師，小南昌信氏，ならびに同研究室の諸兄に深く謝意を表する。

文　献

(1) R.Petit, Electromagnetic Theory of Gratings , Springer-Verlag,Berlin, (1980).

(2) M.G.Moharam and T.K.Gaylord, "Rigorous coupled-wave analysis of planar-grating diffraction", Opt.Soc.Am.,Vol.71 (Jan.1977).

(3) K.F.Casey,"Application of Hill's functions to problems of propagation in stratified media",IEEE Trans.Antenna and Propagation,Vol.AP-20,No.3 (May 1972).

(4) J.A.Kong, Research Topics in Electromagnetic Wave Theory, John-Wiley & Sons, New York,Chapter 6 (1981).

(5) S.T.Peng,H.L.Bertoni and T.Tamir, "Analysis of periodic thin-film structures with rectangular profiles",Opt.Comm.,Vol.10, No.1 (Jan. 1974).

(6) S.T.Peng,T.Tamir and H.L.Bertoni, "Theory of periodic dielectric waveguides", IEEE Trans.Microwave Theory and Tech.,MTT-23 (Jan. 1975).

(7) Y.Yamamoto,T.Kamiya and H.Yanai, "Improved coupled mode analysis of corrugated waveguides and lasers", IEEE Trans. J. Quantum Electron. Vol.QE-14,No.4 (April 1978).

(8) D.Marcuse, "Exact theory of TE-wave scattering from blazed dielectric gratings", Bell Syst.Tech.J.,Vol.55,No.9(Nov.1976).
(9) D.E.Tremain and K.K.Mai, "Application of the unimoment method to scattering from periodic dielectric structures", J.Opt.Soc. Am., Vol.68, No.6 (June 1978).
(10) K.C.Chang,V.Shah and T.Tamir, "Scattering and guiding ofwaves by dielectric gratings with arbitrary profiles", J.Opt.Soc.Am., Vol.70 (July 1980).
(11) 安浦, 富田, "誘電体格子による平面波回折の数値解析", 信学論, Vol. J61-B, No.7 (昭53-7).
(12) P.Y.A.Yariv and C.S.Hong, "Electromagnetic propagation in periodic stratified media,I,general theory", J.Opt.Soc.Am., Vol.67,No.4 (April 1977).

付　　録

A・1　周期構造誘電体導波路への応用

本報告における手法は平面波入射だけでなく複素波入射に対しても同様に有効である．従って，周期構造誘電体導波路における漏れ波的な厳密解析が可能となる．即ち，式(54)～(58)に代って漏れ波条件

$$\mathcal{G}^{-(1)} = 0 \quad , \quad \mathcal{G}^{+(s)} = 0 \qquad (A-1)$$

を与えれば

$$\begin{bmatrix} g^{+(1)} \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} [W_1] & [W_2] \\ [W_3] & [W_4] \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 \\ g^{-(1)} \end{bmatrix} \tag{A-2}$$

となるから

$$\det [W_4] = 0 \tag{A-3}$$

が漏れ波モードの決定方程式になる．従って，式(A-3)が成立するような β_0（複素数）の値を求めれば，周期構造誘電体導波路の複素伝搬定数が決定できる．

A・2　モード関数の直交性

関数系 $\{\psi_m(z)\}$ の直交性を示すために $\psi_m(z)$ をFourier展開し

$$\psi_m(z) = \sum_l T_l^{(m)} \exp(-j \frac{2\pi}{\Lambda} l z) \tag{A-4}$$

で表せば，$\psi_m(z)$ と $\psi_n(z)$ の内積は

$$\begin{aligned} \langle \psi_m(z)\, \psi_n(z) \rangle &= \sum_{l l'} T_l^{(m)} T_{l'}^{(n)*} \int_0^{\Lambda} \exp\{-j(l-l')\tfrac{2\pi}{\Lambda} z\}\, dz \\ &= \Lambda \sum_l T_l^{(m)} T_l^{(n)*} \end{aligned} \tag{A-5}$$

となって，$\{\psi_m(z)\}$ の直交性は $\{T_l^{(m)}\}$ の直交性と等価である．

モード関数 $F(x,z)$ を式(A-4)を用いて

$$F(x,z) = \exp(-j\chi_m x) \sum_l T_l^{(m)} \exp(-j\beta_l z) \tag{A-6}$$

で表し，波動方程式

$$\frac{\partial^2 F}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 F}{\partial z^2} + \varepsilon(z) k_0^2 F = 0 \tag{A-7}$$

に代入すれば

$$\sum_{\ell}\left\{-\chi_m^2-\beta_\ell^2+\varepsilon(z)k_0^2\right\}T_\ell^{(m)}\exp(-j\beta_\ell z) \qquad (A-8)$$

が得られる。更に，式(A-8)に $\exp(j\beta_{\ell'}z)$ を乗じ積分すれば

$$\sum_{\ell}\left\{b_{\ell-\ell'}-\beta_{\ell'}^2\delta_{\ell\ell'}\right\}T_\ell^{(m)}=\chi_m^2T_{\ell'}^{(m)} \qquad (A-9)$$

となる。但し，$b_{\ell-\ell'}$ は誘電率 $\varepsilon(z)k_0^2$ の Fourier係数で

$$b_{\ell-\ell'}=\frac{k_0^2}{\Lambda}\int_0^{\Lambda}\varepsilon(z)\exp\{-j(\ell-\ell')z\}\,dz \qquad (A-10)$$

によって表される。式(A-9)は χ_m^2 を固有値，$T_\ell^{(m)}$ を固有ベクトルとする行列固有値問題である。従って，相異なる χ_m^2 に対する $T_\ell^{(m)}$ は直交する。故に，モード関数の周期成分からなる関数系 $\{\psi_m(z)\}$ は直交性を有す。

電波ホログラフィにおける超解像法の考察

大野慶二　山根国義　松尾　優
（京都工芸繊維大学　電気工学教室）

1．まえがき

第二次世界大戦後まもなく、D．Gaborによって考案されたホログラフィは、可干渉性に優れたレーザが得られ、2光束法が提案された1960年代になって急速に発展した．1965年ごろから、ホログラフィ技術は光波以外の、例えば電波、音波等の長波長領域へも適用されるようになった．

電波ホログラフィは、光波より波長の長い電波の利点を生かして、従来の光ホログラフィで考えられなかった新しい分野への応用が可能となる．電波を用いることによる利点は、第一に可干渉性に優れた波源が容易に得られること、第二に光波長で減衰が大きい媒質であっても透過しうること、第三にホログラム強度を電気量に変換しやすく計算機処理で収差をなくせることの3つがあげられる．

しかし、電波を用いることによる欠点もいくつかあげることができる．大きな欠点は、光波と比べ波長が非常に長い（10^4~10^5倍）ため、情報収集面を大きくしなければならないことである．そのため、アンテナアレイあるいは走査機構が大がかりなものとなり、機械的な精度を得るために費用がかかってしまう．以上のような物理的・経済的な制約より、情報収集面が小さくなり、どうしても再生像面の分解能が低下してしまう．

このように、電波ホログラフィには光波領域で不可能であったことが可

能になるという利点がある反面、分解能が低下してしまうという大きな欠点がある．そのために光学の分野で超解像の一種として考案されたスペクトル外挿法[1]を適用して、取得ホログラムデータの開口幅を、拡大しようとする研究[2),(3)]がなされている．

しかし、この方法は解析的には明快であっても、実際に計算を試みてみると、その計算結果から容易にわかるように、一般に計算誤差は著しく、誤差に対する十分な検討と対策が必要であるが、これまでのところ、この誤差について論じられた例はない．

本研究では、電波ホログラフィにおいて、分解能向上のためのスペクトル外挿法を有効に適用する目的で、誤差の生じる要因とその程度について計算過程を追って考察してみた．その結果、誤差要因は主に打ち切り誤差と丸めの誤差の2つであり、特に後者が著しく影響することがわかった．そして、計算誤差を小さく抑えるには、外挿に用いる入力データの精度、計算点数、外挿拡大率等の組合せに制限があることを明らかにした．さらに、これら制限の妥当性を計算機シミュレーションで確かめたので、これらの結果を報告する．

2．標本化定理を用いた超解像

2.1 外挿理論

本研究で取上げる超解像法は，データ幅の不十分なホログラムデータに“物体が有限の大きさを持つ”というアプリオリな情報を付け加えることによって取得範囲外のデータを推定するものであり，情報付加のためには周波数領域の標本化定理が利用される．この手法は，ホログラムがフーリエ変換型，フレネル変換型を問わず適用できるが，以下では，簡単のためフーリエ変換ホログラムを仮定して，その理論を簡単に説明する．

物体分布o (x) が，図2．/ (a) に示したように $|x| \leqq L/2$ にのみ存在すると仮定しうるとき，次の式が成りたつ．

$$o(x) = o(x) \quad |x| \leqq L/2$$
$$|x| > L/2 \qquad (2./)$$

この物体のフーリエホログラムu(f) は，標本化定理により

$$u(f) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} u(n/L)\,\mathrm{sinc}\,(Lf-n) \qquad (2.2)$$

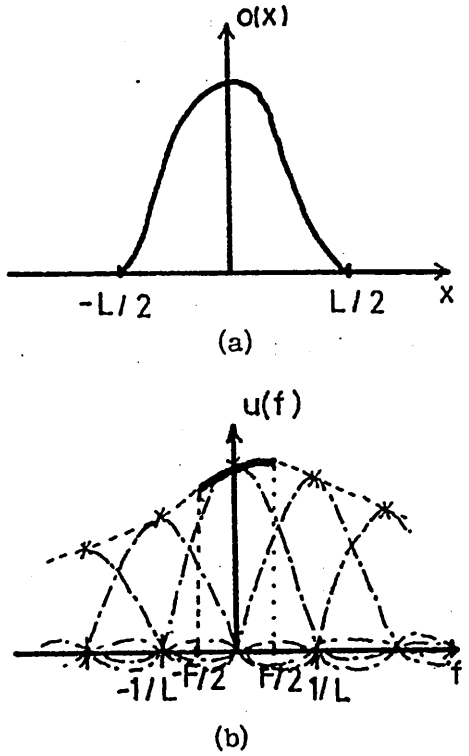


図2．/ 物体分布(a)とフーリエホログラム(b)

と表現でき，その分布は同図（b）になる．この式は，1／L 間隔の標本値u（n／L）（n ＝ 0，1，～，∞）から，任意の周波数f におけるホログラム振幅u（f） を求める内挿公式にほかならない．

いまホログラムが $|f| \leqq F/2$ で収集できたとすると，式(2.2) の線型関係より，ホログラム開口内のu（f） （$|f| \leqq F/2$） を用いて1／L 間隔のホログラム振幅値を求める多元連立方程式が立つ．ただし，注意しなければならないのは，式(2.2) でu（f）は無限級数の和として表現されているが，連立方程式を立てる場合，有限級数和で打ち切って

$$u(f) = \sum_{n=-N}^{N} u(n/L)\,\mathrm{sinc}\,(Lf-n) \qquad (2.3)$$

N：有限値

と近似せざるを得ないことである．

2.2 外挿演算

計算点数がM（＝2N＋1） 個であるとき，式(2.3) よりM 個の連立方程式を立てる必要がある．それを行列表現すると次のようになる．

$$\begin{bmatrix} u(f_m) \\ u(f_0) \\ u(f_n) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathrm{sinc}\,(Lf_m - N), \mathrm{sinc}\,(Lf_m - N+1), \sim, \mathrm{sinc}\,(Lf_m + N) \\ \vdots \\ \mathrm{sinc}\,(Lf_n - N), \quad \sim \quad, \mathrm{sinc}\,(Lf_n + N) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u(-n/L) \\ \vdots \\ u(n/L) \end{bmatrix} \qquad (2.4)$$

ここで左辺の既知数行列を$\mathbb{C}$，右辺の標本(sinc)関数で表わされた係数行列をA，未知数行列をX とすると，次のように書ける．

$$\mathbb{C} = A \cdot X \qquad (2.5)$$

これを解くと，

$$X = A^{-1} \cdot \mathbb{C} \quad （ただし，A は正則） \qquad (2.6)$$

となる．

3．スペクトル外挿の演算誤差

3.1 打ち切り誤差

3．1．1 打ち切り誤差と標本関数(sinc 関数)

標本化定理から得られる関係式は式（2．2） で与えられている．この式よりわかることは，任意の周波数f におけるホログラム振幅値u（f ）を表わすには無限個1／L 間隔のホログラム振幅値u（n／L ）（n ＝ 0，～，±∞） が必要ということである．

しかし，外挿計算を行なう場合，点数を適当な値で打ち切って式(2．3) で示した近似式を用いる．近似値u（f ） を

$$u(f) = \sum_{n=-N}^{N} u(n/L)\,\mathrm{sinc}(Lf-n) \qquad (3./)$$

とおくと，打ち切り誤差e は

$$e = u(f) - u(f) \qquad (3.2)$$

となる．

次に，打ち切り誤差の性質を決定する標本関数について検討する．図3．/ には標本関数を示した．表3．/ にはその関数のピーク値を示した．この標本関数の値が外挿値に重みづけされ，制限帯域内に寄与するため，以後これを寄与率と呼ぶ．

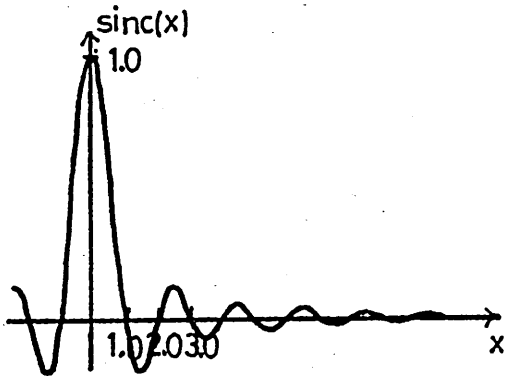


図3．/ 標本関数

x	0.0	1.5	2.5	3.5	4.5	5.5	6.5
sinc(x)	1.0	-0.2122	0.1273	-0.0909	0.0707	-0.0579	0.0490

表3．/ 標本関数のピーク値

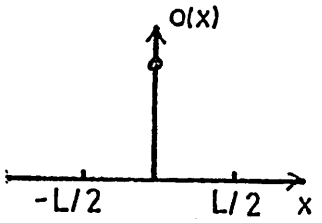
図3.1 と表3.1からわかるように，標本関数はx ＝2～3まで急激な，その後はゆるやかな減衰振動をする．つまりxが大きいと寄与率が小さくなる．

これらの標本関数の性質より，ホログラム開口の端から離れた外挿点を無視しても，計算結果に重大な影響を及ぼさない．

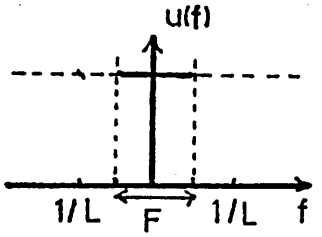
3.1.2 打ち切り誤差の影響とその対策

打ち切り誤差が外挿計算に及ぼす影響を計算機シミュレーションで確かめた[4]ので，その結果について説明する．仮定した物体は点物体で，物体空間の中心に置き，計算精度は後述する丸めの誤差の影響を受けないよう倍精度(16.7けた)にした．

図3.2 に仮定物体分布とそのフーリエホログラム分布を示した．ホログラム分布は，一定値となるため，計算で求める外挿点をどこに設定しようとその真値は同じになる．



(a)



(b)

図3.2 物体分布(a) とフーリエホログラム(b)

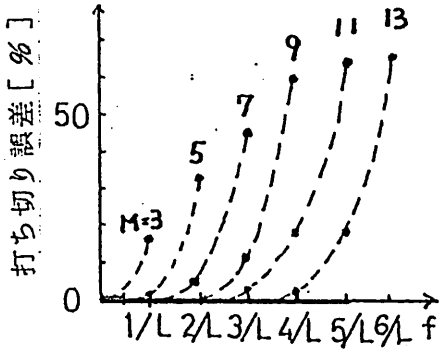


図3.3 打ち切り誤差

外挿計算結果を図3.3に示した．横軸は周波数で，縦軸は計算誤差を表わしている．パラメータは計算総個数M（＝2N＋1）で，3点から13点までとした．図3.3においてf＝1／Lの外挿計算値に注目してみると，パラメータMを増加させるほど計算誤差が小さくなっている．これは，式(2.2)の近似式である式(2.3)がMを増加させることにより，より良い近似となって打ち切り誤差が減少したことによる．しかし，最外点f＝6／Lの外挿計算点に注目してみると，Mを増加させると計算誤差が大きくなっている．この原因は，ホログラム開口端から遠方の外挿点まで考慮に入れているため，打ち切り直前，直後の外挿点に対する寄与率がほとんど等しくなり，打ち切り誤差の影響を大きく受けたためであると考えられる．

3．2 丸めの誤差

3．2．1 丸めの誤差とその影響

測定データを用いて何らかの計算を行なう場合に考慮しなければならないことは，測定精度である．ここで述べている外挿計算も実験で得られたデータを基にして行なうため，精度について考える必要がある．

例えば，0．1234という数値の有効けた数が3けたとすると，その真値Tは

$0.1225 \leqq T < 0.1235$

の範囲に存在する．この数値には最大±0．0005の誤差が含まれていることになる．

このような数値を用いて計算機処理をすると，いくら計算機内の計算精度が高くとも，計算結果の信頼性はその数値と同程度の3けたあるいはそれ以下になる．

外挿計算値が求まるまでの過程を考えてみると，丸めの誤差が影響しやすいところは，係数逆行列A^{-1}と既知行列C の積の計算である．それ以外の計算では，すべて計算機内の精度で行なわれているため，この誤差はほとんど問題にならない．

そこで，係数逆行列A^{-1}と既知行列C の積で丸めの誤差がどのように影響してくるか考察してみる．

いま，入力データc_nは丸めの誤差ε_nを考慮して

$$c_n = c_{tn} + \varepsilon_n \qquad c_{tn} : c_n\text{の真値} \qquad (3.3)$$

と表現することができる．このとき演算によって求まる外挿値x_mは，計算総個数をM（$=2N+1$），係数逆行列要素をa_{mn}とすると

$$x_m = x_{tm} + \sum_{n=-N}^{N} |\varepsilon_n \cdot a_{mn}| \qquad (3.4)$$

となる．ただし，x_{tm} はx_mの真値とする．

誤差を ±100 %以内に抑えるには

$$x_{tm} \geqq \sum_{n=-N}^{N} |\varepsilon_n a_{mn}| \qquad (3.5)$$

としなければならない．a_{mn}の値は物体空間幅L と制限帯域幅F の積によってさまざまに変化するため，直接これを評価することは困難である．次善の策として，丸めの誤差の最大値をε_{max}，要素の最大値をa_{max}とし，誤差の最大値を考えるとすると式（3．5）は次のようになる．

$$x_{tm} \geqq M |\varepsilon_{max} a_{max}| \qquad (3.6)$$

両辺の常用対数をとり変形すると

$$\log (x_{tm} / \varepsilon_{max}) \geqq \log M + \log |a_{max}| \qquad (3.7)$$

ここで，左辺は入力値の誤差と出力値の真値の比を表わすが，帯域内外のホログラム強度分布がほぼ同一レベルとみなせるなら，

$$\log (x_{tm}) = \log (c_{tm}) \qquad (3.8)$$

となり，右辺を$\log (c_{tm} / \varepsilon_{max})$，すなわちデータ精度のけた数を表わす量とみることができる．入力データに要する精度のけた数をk とおくと

$$k \geqq \log M + \log |a_{max}| \qquad (3.9)$$

となる。すなわち，丸めの誤差を抑制するためには，入力の精度が式（3．9）を満足していなければならない．

3．2．2 外挿諸条件の関係

3．2．1で計算誤差を小さくするには，係数逆行列の要素の最大値a_{max}に対応した精度の入力データが必要であることがわかったが，その最大値は一定でなく，計算総個数，物体空間幅，さらに制限帯域幅等といった外条件によってさまざまに変化する．そこでここでは，具体的外挿条件の下で得られるa_{max}の値について検討する．

まず，物体とそのフーリエ変換ホログラムがそれぞれ図3．4 (a)，(b)で示される場合を例にとりA およびA^{-1}，さらに入力データの精度について考察する．この場合，物体空間幅はL ＝1．0［m］，制限帯域幅はF ＝1．8［1／m］，また計算総個数M は5点である．これより係数行列A の計算結果は図3．5 (a)のようになる．同図中に示したA の各要素A は，行方向に引数が1の間隔の標本関数値となり，列方向に帯域内標本間隔をΔf［1／m］としてΔf L 間隔の標本関数値となる．つまり係数行列A はホログラム分布に関係なく計算総個数M とL とF の積によって一意的に決まる．図3．5 (b) は，その逆行列A^{-1}の計算結果であり，この場合最大値 a_{max}は33．4であり，入力データに必要な精度は log a_{max}

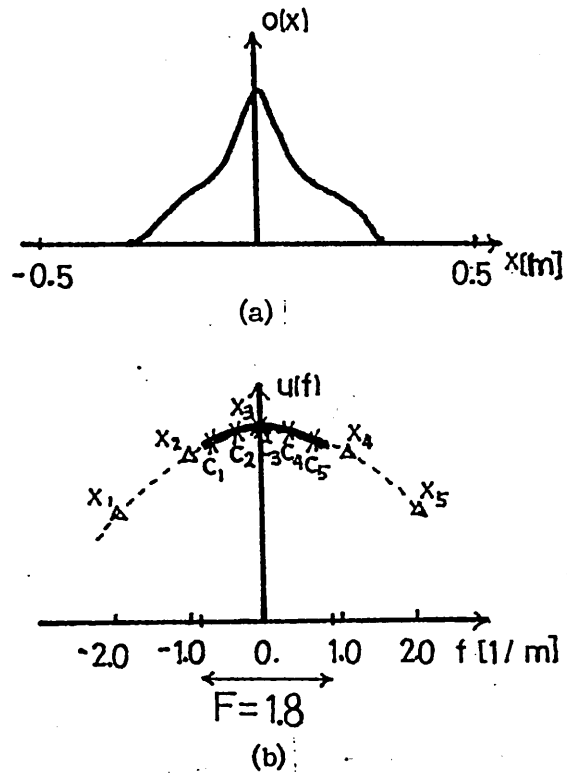


図3．4物体分布(a) とフーリエ変換ホログラム(b)

```
-0.192D+00  0.876D+00  0.341D+00-0.143D+00  0.902D-01
-0.176D+00  0.450D+00  0.800D+00-0.212D+00  0.122D+00
 0.833D-16-0.555D-16  0.100D+01-0.555D-16  0.833D-16
 0.122D+00-0.212D+00  0.800D+00  0.450D+00-0.176D+00
 0.902D-01-0.143D+00  0.341D+00  0.876D+00-0.192D+00
```

(a)

```
 0.107D+02-0.286D+02  0.334D+02-0.199D+02  0.504D+01
 0.305D+01-0.456D+01  0.416D+01-0.215D+01  0.496D+00
-0.117D-14  0.380D-14  0.100D+01  0.383D-14-0.122D-14
 0.496D+00-0.215D+01  0.416D+01-0.456D+01  0.305D+01
 0.504D+01-0.199D+02  0.334D+02-0.286D+02  0.107D+02
```

(b)

図3.5 係数行列A (a) とその逆行列A (b)

+log M より2.23 けたとなる.

ここで述べたのは一例にすぎず, 様々な物体空間幅 L , 制限帯域幅 F , 計算総個数 M に対する入力データの必要精度を計算した結果は図3.6に示すようになる. 同図の横軸は物体空間幅 L と制限帯域幅 F との積 (以下, 簡単のため LF 積と呼ぶ) であり, これは制限帯域内に含まれる //L 毎の標本点数に一致する. また, 縦軸は常用対数で表わした入力データの必要精度である. さらに, パラメータは計算総個数 M である. 同図から

(1) 入力データの精度により, 計算可能な外挿点数が制限を受ける. 精度が3～4けたまでとみなせる通常の測定データを用いるなら, 外挿可能な点数は4～8となる.

(2) 限られた精度の入力データで, 大きな拡大率を得たいなら, 計算総個数 M を小さくとらねばならない.

(3) 計算総個数 M を大きくとりたいならば, 拡大率は小さくなる.

などの点が明らかになる.

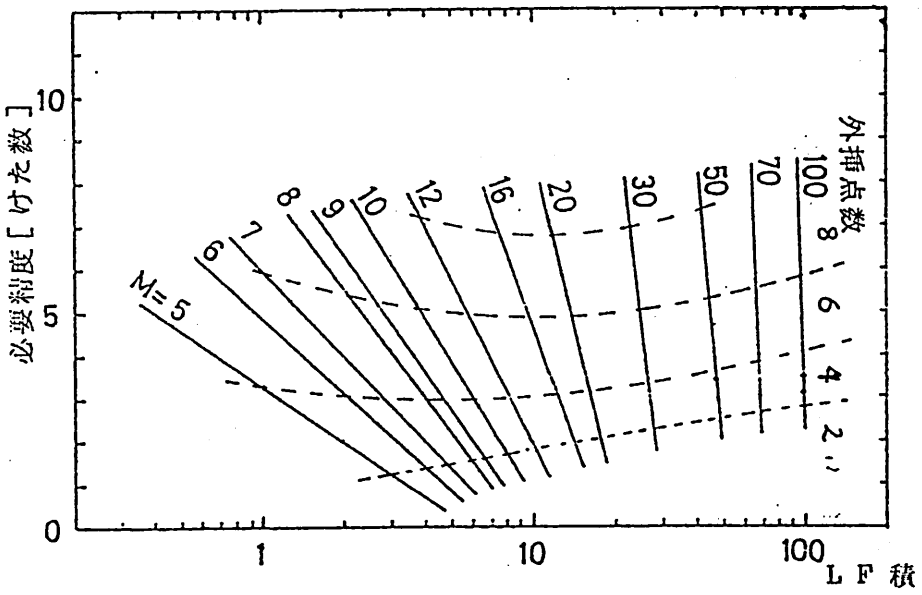


図3．6 外挿諸条件の関係

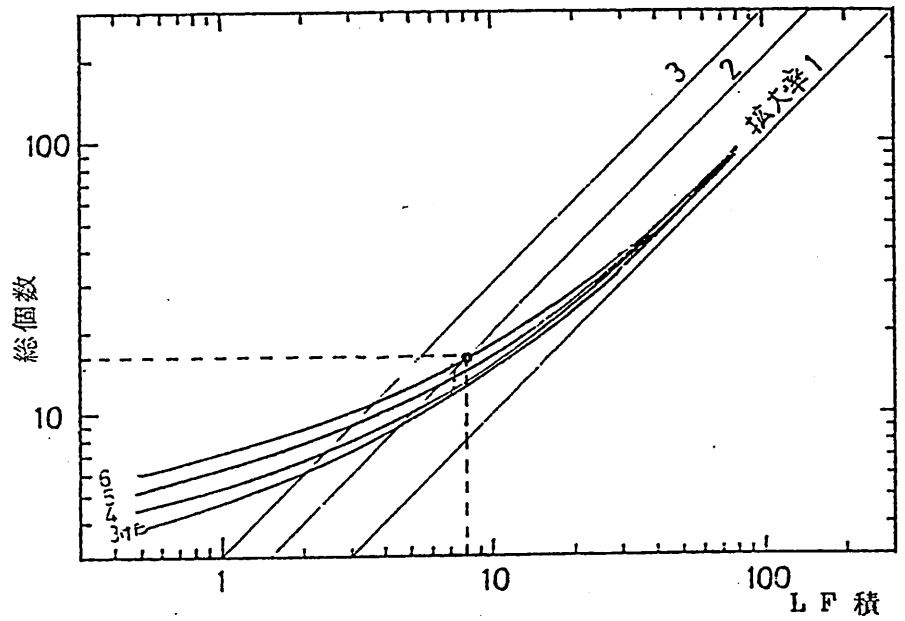


図3．7 外挿諸条件決定曲線

これより，画素数が６４あるいはそれ以上から成る物体空間を撮影したホログラムデータに対しては，ほとんど外挿の効果を期待することはできないことになる．

3．2．3 外挿条件の決定法

次に，ＬＦ積，外挿点数，逆行列要素の最大値の３つの関係をいっそう明確にするために，図3．6を図3．7に書きかえた．同図において，横軸は図3．6と同様にＬＦ積を，縦軸は計算総個数(＝外挿点数＋ＬＦ積)である．太線は，逆行列A^{-1}の要素の最大値が等しい点を結んだ曲線で，パラメータで表わした数値は必要精度けた数である．(以後これを精度曲線と呼ぶ) 細線はホログラム拡大率である．

この図から丸めの誤差の影響を十分小さく抑えるための外挿条件を決定することができる．諸条件のうち，物体空間幅Ｌは仮定により，また制限帯域幅Ｆはホログラムデータ幅として決定している．すなわちＬＦ積が既知であるとする．この場合，未定条件は外挿点数(外挿ホログラム幅×Ｌ)とデータ精度であり，どちらを先に決めるかによって外挿条件の決定法が２通り考えられる．

第一に，測定機器の性能，すなわち測定精度が既知であり，その測定データを用いて幾点外挿(あるいはホログラムをどこまで拡大) し得るか求める場合である．そのためには，図3．7のＬＦ積(横軸) と太線の精度曲線の交点に対する総個数の値(縦軸) を読みとり，これよりＬＦ積を引いた数値が誤差が小さく求められる上限の外挿点数となる．

第二に，外挿したい点数 (あるいはホログラム拡大率) が決まっていて，それを計算するに必要な精度を知りたい場合である．このためには，ＬＦ積 (横軸) と計算総個数 (縦軸) の示す点が何けた精度の領域に属してい

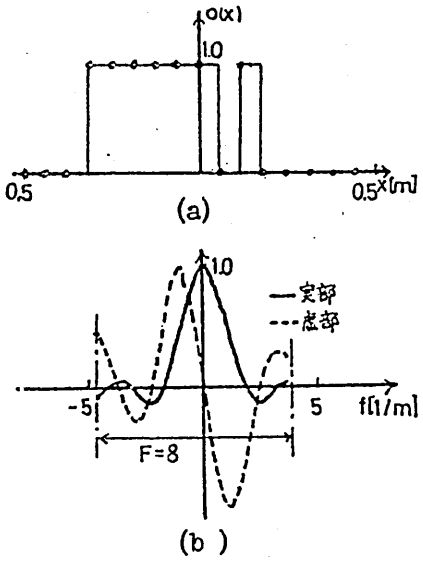
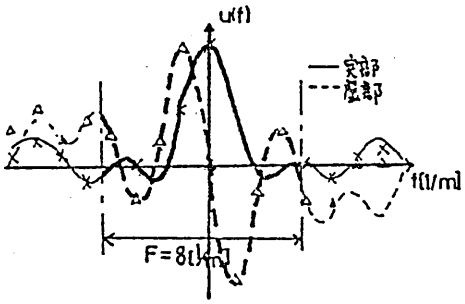
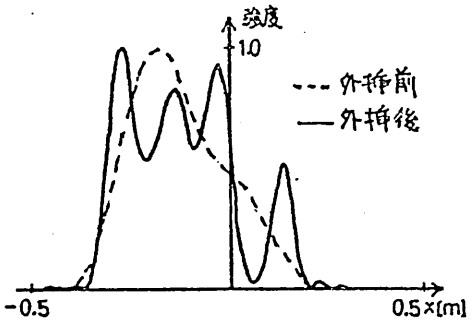


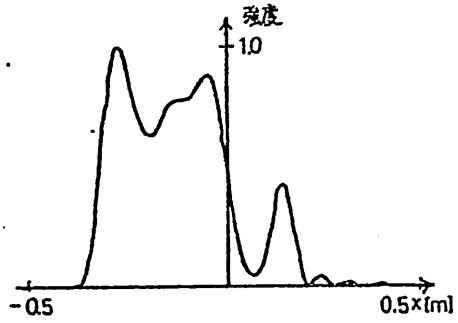
図3.8 仮定物体(a) とその帯域制限ホログラム(b)



(a) ホログラム振幅分布



(b) 再生像の強度分布



(c) 打ち切り誤差対策後の再生像強度分布

図3.9 外挿計算結果(精度6けた)

るかを読みとればよい．ただし，図では太線より右下がそのけた数となる．

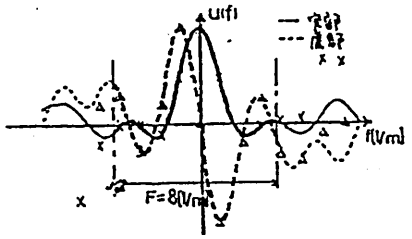
以上に述べてきた方法により外挿の諸条件を決定すれば，丸めの誤差の影響を抑えることができる．ここで，入力データ精度がこの条件より劣っていても，それが1けた以内ならなら，最小自乗法を用いることにより，条件を満たすデータによるのと同等の結果を得ることができる．この場合でも図3．8から得られる精度を基準にとらぬばならず，同図は外挿条件の決定に欠かすことができない．

3．3　シミュレーション例

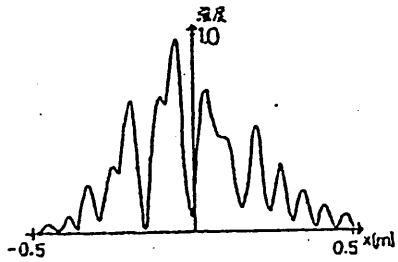
3．2．3の外挿条件決定法および3．1．2の打ち切り誤差抑制法の有効性を確かめるために行なったシミュレーション例について述べる．

図3．8 (a), (b)にシミュレーションに用いた物体分布と帯域制限を受けたフーリエホログラムを示した．ここで物体空間幅はL ＝ 1[m]制限帯域幅はF ＝ 8[1／m]としており，図(b) において，実線はホログラム振幅の実部を，又破線は同じく虚部を表わしている．ここでは計算総個数を16，ホログラムのLF積を8 (ホログラム拡大率は2倍になる)と設定する．このとき，入力データに要する精度は図3．7より6けた以上となる．

図3．9には，条件を満たす精度6けたのデータを用いた計算によって外挿したホログラム振幅分布とその再生像の強度分布を示した．同図(a)において，実線はホログラム振幅の実部，破線は虚部の振幅分布であり，×，△印はそれぞれの標本点を表わす．また，制限帯域幅は1点鎖線で示した．従って，1点鎖線の外側の標本点が外挿点となる．さらに，1点鎖線より外側の細線および細点線は真のホログラム強度分布を示し，この線からのずれが外挿計算誤差となる．最外点で誤差が大きくなっているが，これは打ち切り誤差の影響であると考えられる．同図(b)には実線でその

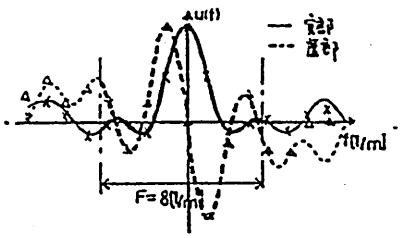


(a) ホログラム振幅分布

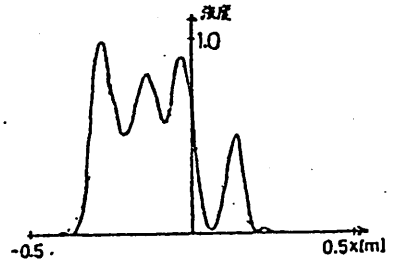


(b) 再生像強度分布

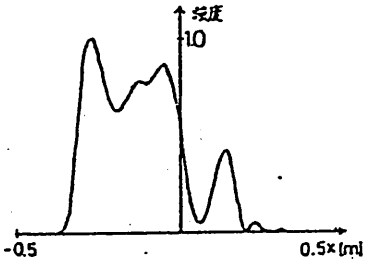
図3．10 外挿計算結果(精度4けた)



(a) ホログラム振幅分布

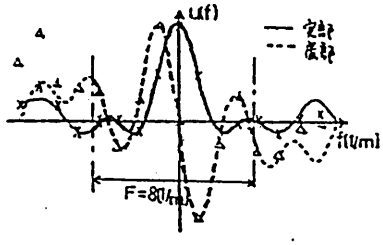


(b) 再生像強度分布

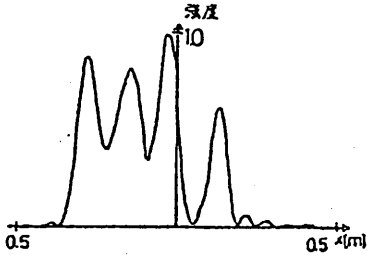


(c) 打ち切り誤差対策後の
再生像強度分布

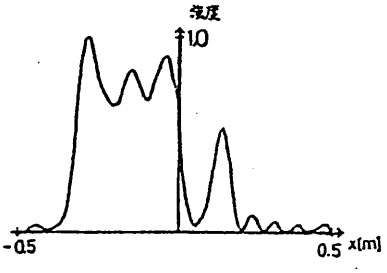
図3．11 外挿計算結果(精度5けた)



(a) ホログラム振幅分布



(b) 再生像強度分布



(c) 打ち切り誤差対策後の
再生像強度分布

図3．12 外挿計算結果(最小自乗法)

再生像強度分布を，点線で外挿しないで再生した像の強度分布を示した．外挿することによって超解像の効果が現われ，2物体に分離されているのがわかる．しかし，この像には，打ち切り誤差による高周波雑音が加わっていて良好な画像とはいえない．この打ち切り誤差を抑制するためホログラム外挿値の最外点を取り去り再生した像の強度分布を同図(c)に示した．打ち切り誤差である高周波雑音がなくなりより方形物体に近くなっており，3．1．2で述べた打ち切り誤差抑制法が有効であることが確められた．

次に，図3．7から決定したデータ精度6けたという条件を無視して，精度4けたのデータを用いて外挿計算を行なってみた．図3．10にホログラム強度分布を示した．同図(a)を見ると計算誤差は大きく，もとのホログラム強度分布とは違ったものになり，同図(b)の再生像強度分布も方形物体とはみなせず，超解像の効果が現われていない．

また，図3．8には必要精度より1けた劣る精度5けたのデータを用いて外挿したホログラム振幅分布とその再生像の強度分布を示した．この例では，最外点は誤差がホログラムの外挿値，再生像とも精度6けたの結果図3．9によく一致していて，超解像の効果がよく現われている．これは，入力データ精度の決定基準が厳し過ぎると考えられ，さらに検討する必要があることを示唆している．

最後に，図3．9に先ほど示した計算誤差が大きくなった精度4けたのデータを用いて，最小自乗法で求めた外挿計算結果を示した．同図(a)を見ると計算誤差は最小自乗法を用いない場合に比べ，小さくなっている．同図(c)には打ち切り誤差対策を行なった再生像の強度分布を示した．このように基準の精度6けたより1～2けた以内の悪いデータであるなら，最小自乗法の改善効果が見られる．

4．むすび

以上，スペクトル外挿法を電波ホログラフィに有効に適用する目的で，計算誤差の生じる原因とその対策について検討してきた．その結果，次の2つがわかった．

（1）外挿計算の誤差の要因は，打ち切り誤差と丸めの誤差の2つであり丸めの誤差がとくに影響する．

（2）誤差を小さく抑えるには，3．2．3に述べた基準に従って外挿条件を決定し，さらにホログラム最外点を取り去り再生するのが効果的である．

ところで，測定で得られるデータ精度は3～4けたであるため，外挿できる点数が最大6～8点までと決まってしまい，この点数に比べホログラムのＬＦ積が大きいほど，十分な拡大率を望めなくなる．しかし，ＬＦ積が20～10以下の特殊なホログラムの超解像を考えると，外挿点数6～8点という数値は決して悲観的値ではない

また，超解像の対象がホログラムでなくても，データの持つ周波数幅が有限で既知であり，かつその幅とデータ長の積が小さなものならば，この超解像法を有効に適用することができる．

いずれにせよ，標本化定理を用いた超解像法を適用するには，本文で述べた手法で外挿条件を決定しなければならない．なお，シミュレーション結果によれば，外挿条件決定基準によって導かれる入力データ精度の見積が，若干厳しすぎるようであり，この点についてはなお検討が必要である．

参 考 文 献

(1) 辻内順平，村田和美："光学情報処理" p. 233，朝倉書店（昭49-06）．

(2) 安田 聖，繁沢 宏，滝山 啓："長波長ホログラフィにおける超解像"，信学技報，MW 77-16（1977-05）．

(3) 青木由直："フレネル変換ホログラフィにおける超解像の考察"，信学論（B），58-B，8，p. 767（1979-08）．

(4) 山根国義，大野慶二，松尾 俊："長波長ホログラフィにおける標本化定理を用いた超解像の考察"，昭56電気関係学会関西支部連大，G 11-5（昭56-11）．

輻射科学研究会資料

異方性薄膜光導波路の励振

栗井郁雄　松岡茂樹　池上淳一
（京都大学 工学部 電子工学科）

昭和56年12月11日

1. まえがき

等方性薄膜導波路の励振には3つの代表的な方法が知られており，そのうちプリズム，グレーティングによる方法は実験上しばしば用いられるだけでなく理論的にも詳しい解析が行なわれてきた。我々は異方性薄膜導波路の光集積回路への応用を考えているが，励振の方向やモードを容易に変え得る事が現段階では不可欠であり，その意味でプリズムによる励振が最も望ましいものである。等方性導波路のプリズム励振は既にTien[1]，Ulrich[2]，Midwinter[3]らによって重要な特性が明らかにされているが，異方性導波路について彼等と同程度に見通しの良い理論を展開する事は困難である。

そこで我々は基本的には彼等の方法に則って定式化を行うが，解析的に近似表現を見出すことはせず，数値計算によって励振特性を求める。数値計算だけでは見通しが悪い上に結果の解釈も容易ではないので，結合モード理論を用いて定性的な説明を試みる。

とり上げる導波路は誘電体結晶の中で最も広く用いられている$LiNbO_3$にTi拡散を行なったものであり，簡単のため屈折率分布をステップ状に近似する。光軸の向きは，無意味に複雑すぎることなく，かつ異方性の特徴を十分に具えているP配置（光軸が膜面内にある）とL配置（光軸は伝搬方向に垂直）の2つを考える。

異方性薄膜導波路のプリズム励振に関して既に北島氏らが詳細な研究を行なっているが[4][5]，彼等の関心は導波路に励振される波動よりむしろ反射波の振舞にあり，主として固有モードの励振効率に着目している我々とは異なる。

2. ガウスビーム励振の定式化

簡単のためUlrichら[2]と同様1次元ガウスビームを考える。ガウスビームは周知のように平面波の重畳によって表現されるから，まずMidwinter[3]の方法を異方性導波路に拡張して平面波による励振の定式化を行い，しかる後フーリエ積分によって界を

足し合わせる。

平面波励振における各層での電界成分は

$$E_{mj}=\sum_{n} C_{mn}\alpha_{mnj}\exp\{i(\omega t-k_x x-k_{mnz}z)\} \qquad (1)$$

と書くことができる。ここで m は各層の番号でプリズム，ギャップ，薄膜，基板の順に1～4となり，j は x，y，z 成分を意味する。α は

$$\begin{bmatrix} k_0^2\varepsilon_{11}-k_z^2 & k_0^2\varepsilon_{12} & k_xk_z+k_0^2\varepsilon_{13} \\ k_0^2\varepsilon_{21} & k_0^2\varepsilon_{22}-k_x^2-k_z^2 & k_0^2\varepsilon_{23} \\ k_xk_z+k_0^2\varepsilon_{31} & k_0^2\varepsilon_{32} & k_0^2\varepsilon_{33}-k_x^2 \end{bmatrix}\begin{bmatrix}\alpha_x\\ \alpha_y\\ \alpha_z\end{bmatrix}=0 \qquad (2)$$

によって決められる。α の係数行列式を0と置くことにより常光，異常光に対して k_x と k_z の関係式がそれぞれ2つづつ得られる。それらに対応して k_z，α，C に添字nがつけられている。C_{mn} は振幅係数でより我々の今考える励振問題では C_{11}，C_{12} が入射波電界振幅で既知とされる。残りの C_{13} C_{14}，C_{21}，C_{22}，C_{23}，C_{24}，C_{31}，C_{32}，C_{33}，C_{34}，C_{41}，C_{42} 計12個が未知数であって (1) 及びそれから導びかれる磁界成分の境界条件によって決定される。

一方，入射光ビームを一次元ガウスビームとしビームウェストはプリズム底面にあると仮定して近似的にプリズム底面における振幅分布を表わすと

$$V(x)=A\exp(-ik_0\beta_m x-x^2/w^2) \qquad (3)$$

となる。ここで $\beta_m=n_p\sin\theta_{in}$，$w=w_0/\cos\theta_{in}$ であり，w_0 はスポットサイズである。(図1参照)　これを平面波の重ね合わせで表わせば

$$V(x)=\int_{-\infty}^{\infty} v(\beta)\exp(-ik_0\beta z)\,d\beta \qquad (4)$$

となり，$v(\beta)$ は

$$V(\beta)=A\frac{k_0}{2\pi}\frac{w}{\sqrt{2}}\exp\left\{-\frac{k_0^2(\beta_m-\beta)^2}{4}w^2\right\} \quad (5)$$

で与えられる。実際には式(4)の積分範囲は有限領域で打ち切るわけで$V(\beta)$が最大値のe^{-4}になる範囲を40等分した。このようにして決められた4Iの平面波に対する応答を(1)式によって計算しすべて加え合わせると入射及び反射電力が求まる。それらを$S_{in}(x)$ $S_{ref}(x)$とすれば励振効率は

$$\eta_1(x_0)=\int_{-\infty}^{x_0}[S_{in}(x)-S_{ref}(x)]dx\Big/\int_{-\infty}^{\infty}S_{in}(x)dx \quad (6)$$

によって計算できる。[6] ここでS_{in} S_{ref}などは図1に示したようにΔxなる長さの導波路の上下面に出入りする単位面積あたりの電力を意味し，文献6に加えてここでは基板中に出いく電力S_{rad}にも着目することにする。この量を用いてセミリーキーモードの励振効率を定義できるように式(6)を変形すれば

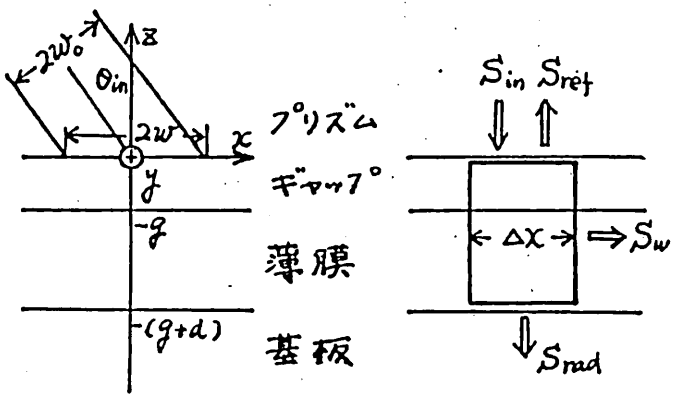


図1 解析に用いる座標系とポインティングパワーのやりとり

$$\eta_2(x_0)=\int_{-\infty}^{x}[S_{in}(x)-S_{ref}(x)-S_{rad}(x)]dx\Big/\int_{-\infty}^{\infty}S_{in}(x)dx \quad (7)$$

となる。又上とは違って導波路内の電磁界の強さから励振効率を定義することもできて

$$\eta_2'(x_0)=\int_{-(g+d)}^{0} S_w(z)\,dz \Big/ \int_{-\infty}^{\infty} S_{in}(x)\,dx \qquad (7)'$$

と書くことができる。導波モードを扱うのであれば上式分子の積分下限は$-\infty$とするところであるが，そのようにするとセミリーキーモードにおいて逃げ出していくエネルギーもすべて波動のエネルギーとしてとりこまれてしまうので望ましくない。式(7)，(7)'は不充分ではあるがセミリーキーモードの励振効率の定義式として最善のものであろうと考えられる。

3. 導波モード及びセミリーキーモード

KRS5プリズム，$LiNbO_3$導波路を数値計算例としてとり上げることにして，各層の屈折率を次のように仮定する。

プリズム	$n=2.568$
ギャップ	$n=1.0$
薄膜	$n_o=2.299$
	$n_e=2.219$
基板	$n_o=2.288$
	$n_e=2.201$

膜厚2.5μ，P配置の導波路(図2参照)では伝搬定数は図3のように計算される。モード3，モード4はセミリーキーモードであるが，後者の減衰定数はあまりにも大きいので省略して前者のみ破線で示した。

まず比較のため導波モードのパワーのやりとりを描くと図4の如くになる。図3において○印で示される$\phi=15°$のモード2を選んだ。励振電界は入射面に垂直(y方向)であるとし，簡単のため今後

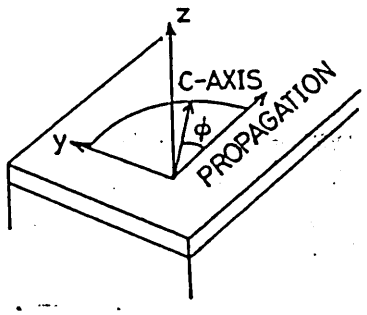


図2　P配置の導波路

これをTE励振と呼ぶ。又，入射面に平行な場合はTM励振ということになる。等方導波路と同様，入射ビーム幅・キャップ，入射角の関数として各S及びηは決まるのであるが入射ビーム幅は1mmに決め他の2つはηが最大になるようg=0.03μ，$\theta_{in}=63.1566°$とした。励振される固有モードはハイブリッドなので等方導波路のようにηは80%までは増えないがプリズムを$x/w_0=1.6$で断ち切れば70%の効率が期待できる。ηが最大になるのは$S_{in}=S_{ref}$の成り立つxにおいてであり等方導波路の場合と変らない。又，S_{rad}は0ではなく最初のうちは基板中にもれ出す事がわかる。この電力は基板中を右へ流れていく電力にあてられるのであるがプリズムがもう断されない限り，図4のように再び上へ帰ってゆきxについて積分すれば0になる。

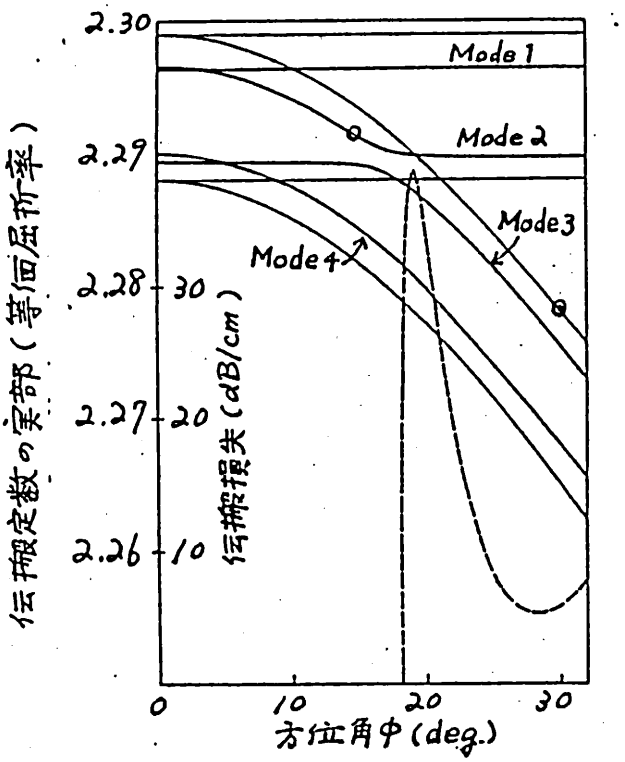


図3　P配置における伝搬定数の方位角依存性
（膜厚2.5μ，破線はMode 3の減衰定数）

一方，セミリーキーモードの例を示すと図5のようになる。これは図3において⊙印で示されるモードであり$\phi=30°$に対応する。S_{rad}はもはや積分しても0にならず電力が基板中にもれ出すことを意味している。又，S_{rad}はηにほぼ比例している事は注目に値する。これは漏えい電力が導波路と反方向に運ばれる電力に比例する事を意味する。従ってセミリーキーモードの励振機構は損失のある導波モードの励振と同じように考えてよいことを示す。ちなみに，もし損失がなければ

$x/w_0 = 1.1$ において最大値 $\eta = 0.8$ になったであろうと考えるならば，放射による損失は

$$-10\log_{10}\frac{0.6}{0.8} \simeq 1.2\,dB$$

以下のはずであり，図2の伝搬損失より計算するならば

$$5.85(dB/cm)\times 0.135(cm) = 0.79\,dB$$

であるから両者はかなりよく一致し，上の考え方の根拠を与える。

電力の漏えいにより，η の最大値は導波モードの場合とは異なり $S_{in} = S_{ref}$ の点より少し前方へ移動する。これは式(7)において $d\eta_2/dx = 0$ と置いて得られる

$$S_{in}(x_0) = S_{ref}(x) + S_{rad}(x) \quad (8)$$

なる関係を満たす x が η の最大値を与えるという事より理解される。

4. 4層固有値と励振効率

異方性導波路のハイブリッドモードの伝搬問題は誘電率テンソルの非対角項を0と置いて得られる「基本系」をもとに，結合モード理論によってうまく近似解析が行なえる。[7),8)] この理論をガウスビーム励振問

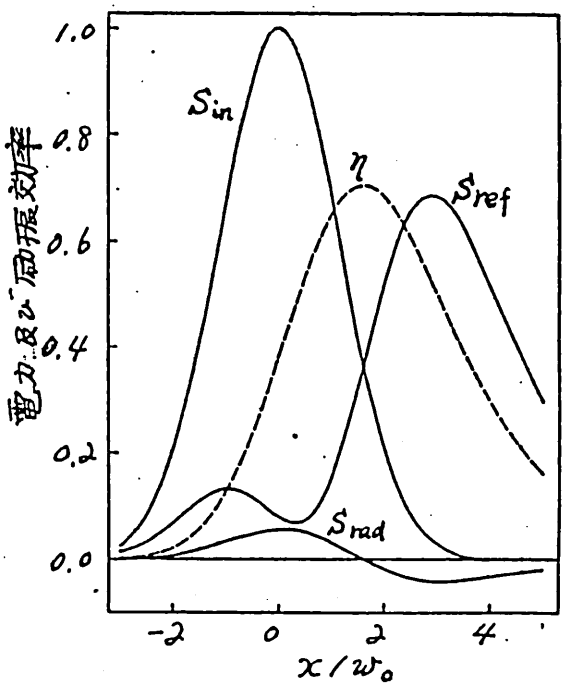


図4 導波モード(Mode 2)の電力授受と励振効率（ギャップ 0.03μ，$\phi = 15°$）

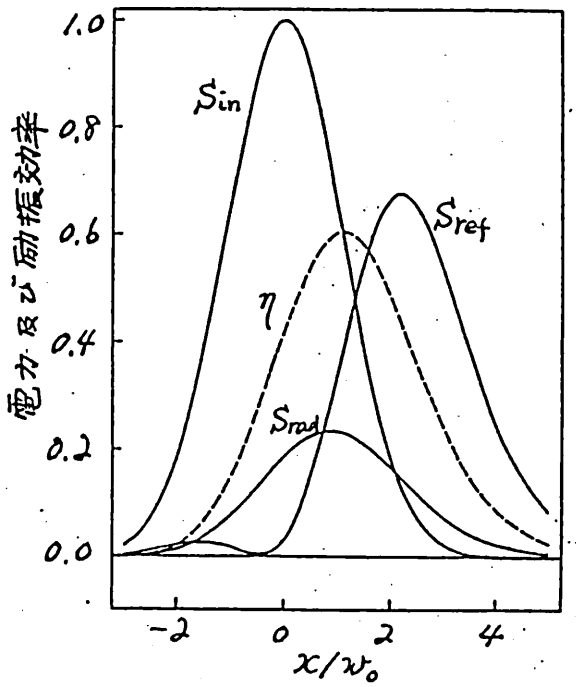


図5 セミリーキーモード(Mode 3)の電力授受と励振効率（ギャップ 0.03μ，$\phi = 30°$ 入射角 62.3925°）

題に直接適用する事は困難であるが，伝搬問題の知識を用いて我々の問題の定性的説明を行うことは可能である。そこで付録にP配置，L配置の場合にハイブリッドモードの電磁界分布がどのようになるか示しておこう。

周知のようにP及びL配置の場合，摂動系のモードは基本系のTE・TMモードの一次結合で表わされる。それゆえ，結合する前のこの2つのモードの励振特性を調べる事がまず必要である。Ulrichらによれば導波路が等方の場合励振される波動はTE，TMモードに分離しそれらを効率よく励振するための条件は次の通りである。[2]

① 導波路にプリズムを加えた4層構造の固有モードの伝搬定数は複素数となるが，ビームの入射角をその実部に対応する値にしたとき励振効率は最大となる。

② 上の4層固有値の虚部の逆数をl_m，ビーム幅を$2w$とするとき，$l_m/w \simeq 1.5$において最適結合が実現され$\eta \simeq 80\%$となる。

以上から異方性導波路であってもTEとTMが分離する限り4層構造の固有値を知ればガウスビーム励振の最適条件を決め得ることがわかる。

彼等は摂動法によって3層構造の固有値から4層構造のそれを近似的に導出している。そのうち虚数部に着目して具体的に数値を代入して計算してみるとTEとTMモードとで大きく値が異なり前者はほとんどの場合後者より1桁くらい大きい。この理由は大ざっぱに言えばTEモードの電界E_yはプリズムーギャップ境界，薄膜ーギャップ境界で連続なのに対し，TMモードの主要電界E_zは上記の2境界で不連続となるためである。即ちプリズムからの励振電界はギャップ内で$1/n_p^2$に減衰し，薄膜中の固有モードの電界はギャップ内で$1/n_f^2$に減衰するので両者の重なり積分がその積に比例してTEモードより小さくなるためと考えられる。それゆえ励振源と線路の結合の強さを表わす4層固有値の虚部が小さくなるわけである。

このTE・TMモードの大きな差を示す一例を図6にかかげよう。P配置で膜厚を1μとしたときの伝搬定数は図7のようになる。$\phi=0°$のときはTE・TMモードは分離するわけで，この時プリズムを近づけると図6のように虚数部が生じ，ギャップを小さくすると共に増大する。ここで$\phi=0°$の2曲線はーケタ以上離れていることに注意されたい。

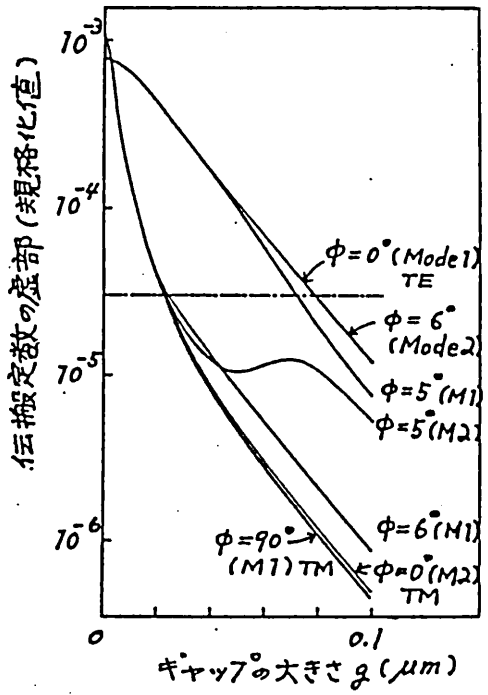


図6　4層固有値の虚数部（P配置，膜厚1μ，モード名については図7参照）

ガウスビーム入射時の励振効率理論値は次のように若干煩雑な手続きを経て求められる。

① ある特定のギャップ値を定め，ある励振すべきモードの伝搬定数に対応する入射角の近傍で平面波入射による導波路内電磁界を計算してみる。

② その最大を与える角度が見つかればガウスビームの入射角をその角度に等しく設定して図4，5に示されると同じくその方向変化を計算する。

③ その最大値η_Mを励振効率とする。

TE・TMモードに対しては上記の手順はUlrichらの前記4層固有値を用いる方法と完全に同じはずである。このようにして求めたη_Mをギャップの関数として描けば図8のようになる。図中当然ながらTEモードはTE励振，TMモードはTM励振している。この図においてはTE波は$g=0.078\mu$，TM波は$g=0.022\mu$で最大効率約80%に達することがわかる。

図6の縦軸は自由空間中の光の波数k_0で正規化されているので，その値をKとすると前述の$\ell_m/w=1.5$という関係式は

$$K = \frac{\cos\theta_{in}}{1.5 W_0 k_0} \qquad (9)$$

となる。従ってビーム半径が1mmの場合は波長0.6328μについてKは0.3×10^{-4}となる。この値と対わるgの値はTEモードは0.078μ, TMモードは0.022μであり, これらは図8の2つの曲線の最大値を与えるgと一致する。

以上の関係はTE・TMモードが分離する場合に成立するわけであるが, ハイブリッドモードの場合はどうなるであろうか。次節以下で説明しよう。

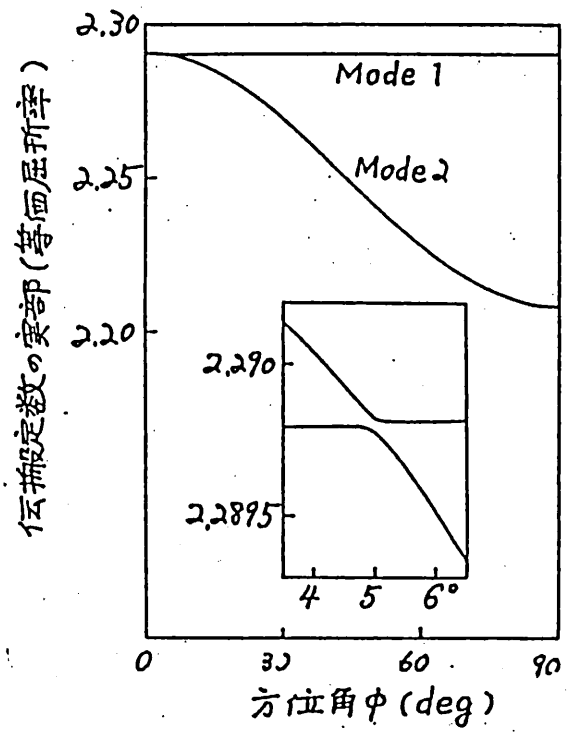


図7. P配置における伝搬定数の方位角依存性
(膜厚1μ, 挿入図はφ=5°付近の拡大図)

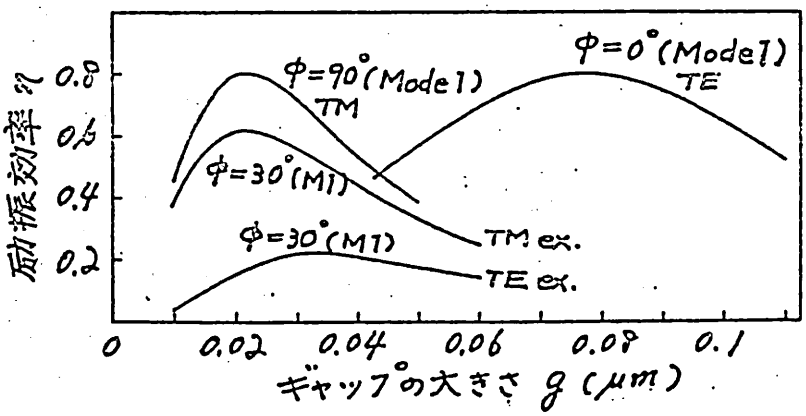


図8 励振効率のギャップ依存性
(P配置, 膜厚1μ, TE$_{ex}$とはTE励振の意)

5. L配置における導波モードの励振

図9のようなL配置において膜厚をl/μとすると伝搬定数は図10に示すようになる。この導波路にKRS5プリズムを近づけるとき伝搬定数の虚数部Kは図11のように変化する。まずこの様子を結合モード理論で説明しておこう。基本系TE及びTMモードの伝搬定数を

$$\beta_1 - j\alpha_1, \quad \beta_2 - j\alpha_2$$

とする。これらはプリズムを導波路に近づけた時のものであり各々はプリズム中へ逃げ出す漏えい電力損に対応する。この2つのモードがL振動によってKなる結合係数で結びつけられるものとする。この時新しい2つのモードの伝搬定数は

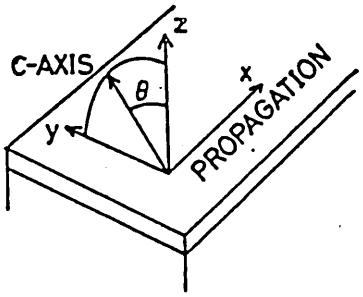


図9 L配置の導波路(光学軸が伝搬方向に対して垂直な面内に存在する)

$$\beta = \frac{\beta_1+\beta_2-j(\alpha_1+\alpha_2) \pm \sqrt{(\beta_1-\beta_2)^2+4K^2-(\alpha_1-\alpha_2)^2-2j(\beta_1-\beta_2)(\alpha_1-\alpha_2)}}{2} \tag{10}$$

となる。[8] L配置ではTEモードのE_yとTMモードのE_zが結合するため一般にKは大きく$(\beta_1-\beta_2)^2+4K^2$に着目すると$(\alpha_1-\alpha_2)^2$よりはるかに大きい。そこで前者をa^2とおいて(10)式の近似表現を求める。

$$\beta_1 = \frac{\beta_1+\beta_2+a}{2} - \frac{(\alpha_1-\alpha_2)^2}{4a} - \frac{j}{2}\left[(\alpha_1+\alpha_2)+\frac{(\beta_1-\beta_2)(\alpha_1-\alpha_2)}{a}\right]$$

$$\beta_2 = \frac{\beta_1+\beta_2-a}{2} - \frac{(\alpha_1-\alpha_2)^2}{4a} - \frac{j}{2}\left[(\alpha_1+\alpha_2)-\frac{(\beta_1-\beta_2)(\alpha_1-\alpha_2)}{a}\right] \tag{11}$$

この虚数部はもとの平均値$(\alpha_1+\alpha_2)/2$から$(\beta_1-\beta_2)$の値に応じて最大限$\pm(\alpha_1-\alpha_2)/2$だけずれることを意味しており，まさに図11に示されたθによる変化を説明している。

実はMode 2は2つの導波モード間の結合だけではなく，放射モードとの結合もかわってセミリーキーモードとなっているので上の議論は正しくない。しかし，ここで用いている近似の範囲内では，放射モードとの結合

による増加分は新たに $-j\alpha_3$ として式(11)の ε_2 に加えればよい。図11の $\theta=45°$(Mode2)がその一例である。もしその曲線から一定の α_3 の分を引き去ればMode1と重なる。

さて再びKRS5プリズムによって半径1mmのビームでMode1を励振するものとすれば式(9)のKは 0.3×10^{-4} となるのでこの値を図11の横軸に平行に引いて各曲線との交点に対応するgが励振効率の最大値を与えるかどうか調べてみよう。図12は前節で述べた手順によって求めた励振効率のギャップ(g)依存性である。当然ながら $\theta=0°$, 90°に対して最大のηを与えるgは図11から求められるものと完全に一致している。

θが0°でも90°でもない時は固有モードはハイブリッドなのでTEまたはTM励振いずれによっても励起されるはずであり、図12にはその2つの励振による効率が示されている。これらの最大値はTE励振のものは比較的図11

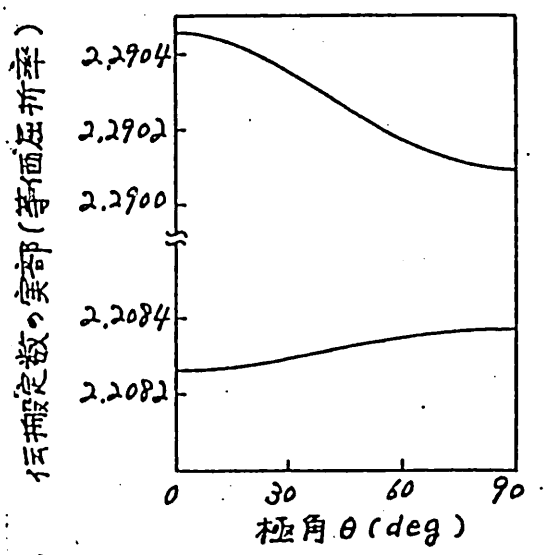


図10 L配置における伝搬定数の極角依存性(膜厚1μ, 縦軸は非常に大きく拡大してある)

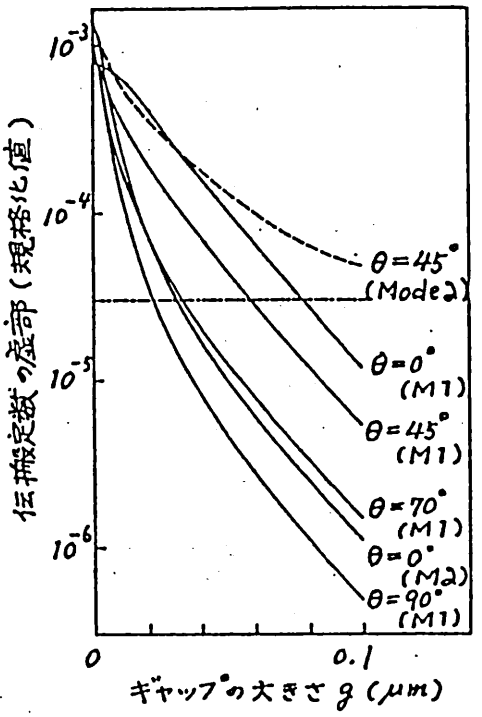


図11 4層固有値の虚数部
(L配置, 膜厚1μ)

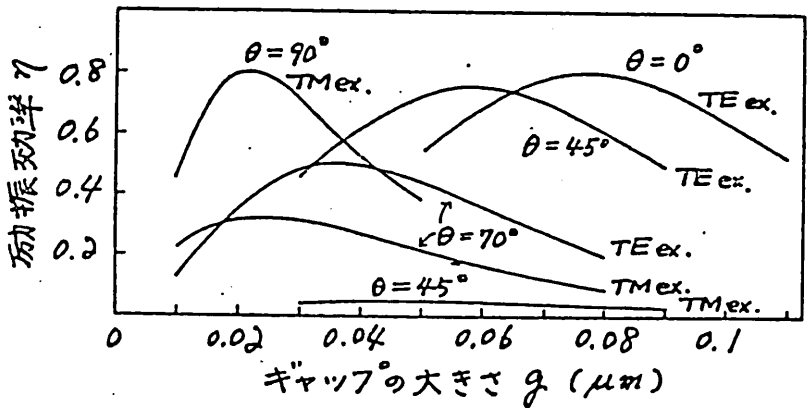


図12 励振効率のギャップ依存性
(L配置, 膜厚1μ)

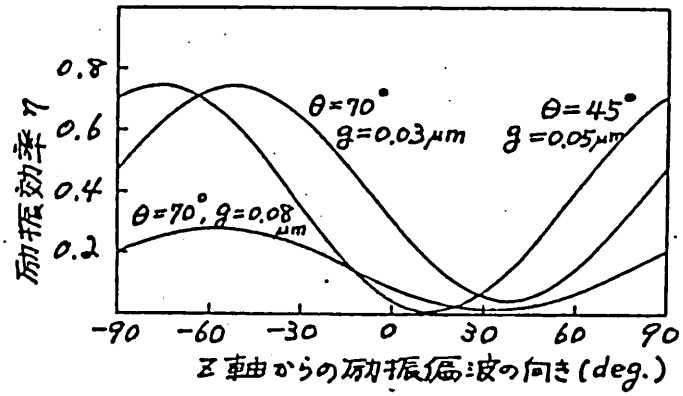


図13 直線偏波の励振電界を回転させた時の励振効率の変化
(0°はTM励振, ±90°はTE励振にあたる)

からのgと一致するがTM励振の方は必ずしもそうではない。又,両者とも80%の効率にはならない。この解釈について以下に述べよう。

付録を参照すればわかるようにL配置における固有モードの電界は伝搬方向に垂直な面内によってYまたはZ軸から傾いた直線偏波である。それゆえ,このような電界によって励振すれば最適なgの大きさが一義的に決まって図11から求められるものと一致し,かつηが80%まで増大するのではないかと考えられる。そこでいくつかのgとθに対して,入射ビームの偏波をZ軸から回転してηを計算した結果が図

13である。いずれも偏波の回転によって180°を周期とする極大・極小をもち，上述のgにおいて80%近くの効率が得られる。しかし，励振波の偏波の向きは固有モードのそれとは少し異なった所で極大が生ずる。これは前述のように空気ギャップが励振波のTM成分を等価的に弱めるためである。

以上をまとめるとL配置の場合は大雑把に言ってプリズムと導波路のギャップをTEモード励振より小さくTMモードよりは大きく設定し，ビームの偏波を適当に回転すれば等方導波路の場合同様80%の効率で励振できることがわかった。

6. P配置における導波モードの励振

付録の結合モード理論によると，この配置で結合するTE及びTMモードの電界はそれぞれE_y, E_x成分である。E_xはTMモードの進行方向成分なので通常小さな値をもつため一般にこの配置における摂動項は極めて小さくなる。それを反映して図3，図7のように結合による両モードの分離は小さい。これは別の表現をするならばTE・TMモードの縮退する系を少しでも外れると各モードはほとんど純粋なTE又はTMモードになってしまうという事である。それゆえこれからは縮退系の近傍だけに限って話を進めよう。

付録によれば一般にP配置における電界は楕円偏波となりその偏波面は近似的にy-z面即ち伝搬方向に対して垂直な面内にある。図3において$\phi = 17°$はほぼ縮退系でありそこでは2つのモードは左回り及び右回りの円偏波となる。そこでMode 2を励振してみると図14のようにTE, TM励振ともほぼ同じ効率で80

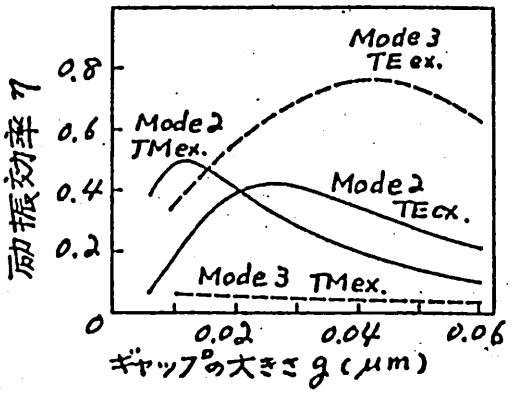


図14 P配置 $\phi = 17°$におけるMode 2とMode 3の励振効率
（膜厚 2.5μ）

%より大分低い値を示す。この特性は予想通りであるが奇妙なのは同じ $\phi=17°$ でMode 3を励振した時TE入射で80%近い効率が得られることである。Mode 3もMode 2同様円偏波であるからTE, TM入射双方に対して同じような効率となるべきである。

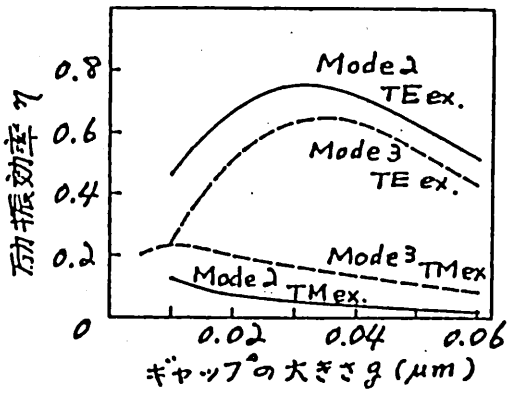


図15 P配置 $\phi=15°$ におけるMode 2とMode 3の励振効率
(膜厚 2.5μ)

更に $\phi=15°$ においても同様なふるまいが見られる。この角度でMode 2及び3の電磁界を計算してみると前者は振幅比2.5:1くらいでTE的，後者はその逆でTM的である。その励振効率は図15のようになり，Mode 2は妥当であるがMode 3は再びTE入射に対して高い効率を示す。

このため ϕ をもう2°減らして $\phi=13°$ で励振効率を計算したところようやくMode 3はTM入射で高い効率を示すようになった。以上をまとめて，固有モードの性格と効率良い励振電界の偏波方向を対照して図16に掲げる。

この不一致の原因をさぐるにあたって図17に算出した4層固有値座数部Kと図16(b)との対応関係が重要である。図17において曲線が上に寄るほどTE励振で効率が高く下ほどTM励振で高くなる。例えば $\phi=15°$ でMode 2と3の曲線が一致することに対応して図15では両モードの励振

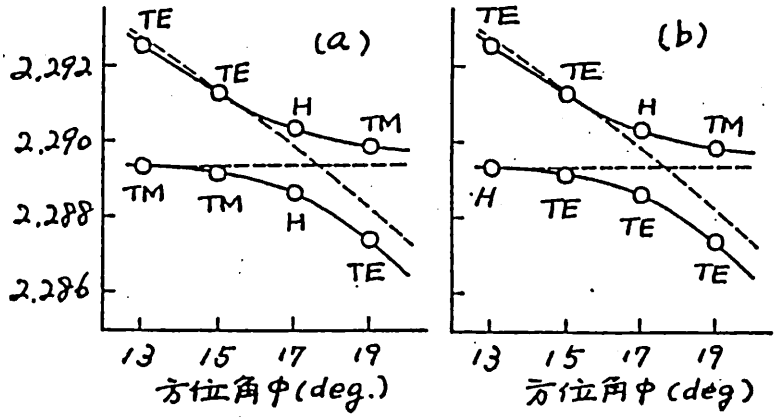


図16 (a) 3層構造の固有モードの性格
(b) 高い励振効率を与える入射電界の偏波

特性がほぼ同じとなっている。プリズムを接近させた時，各ハイブリッド導波モードはリーキーモードとなるが，そのプリズム中において無限大に向って発散していく電界の成分比と4層固有値虚数部Kが対応していると考えられる。未だ計算していないので確かなことは言えないがTE成分が十M成分に比べて大きいとKが大きくなるのであろう。結局固有モードのフィルム中の電界よりもプリズム中の電界が入射電界との重なり積分の点で効率の決定に大きく関与すると思われる。

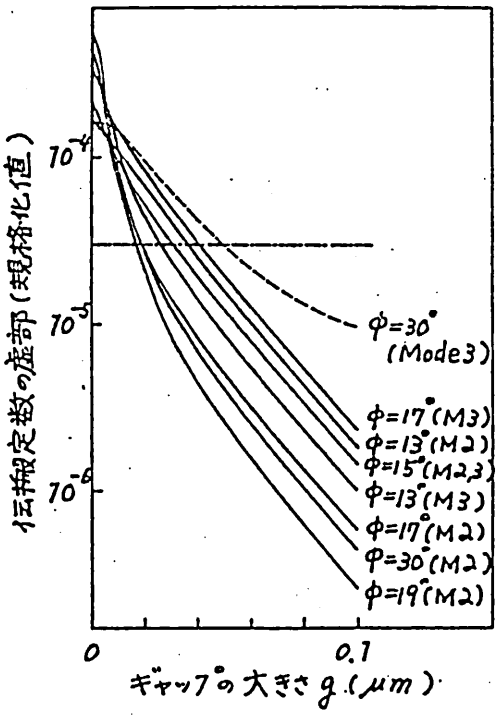


図17 4層固有値の虚数部
(P配置，膜厚2.5μ)

今度は上と比べてより結合の小さい縮退点をとり上げてみよう。図7の$\phi=5°$近傍がその例であり，ここでの特徴は半径1mmのガウスビームの波数スペクトラム(正規化量で±0.0002)がモード1と2をすっぽり含んでしまうことである。

そこでまずプリズムを近づけた時の4層固有値に注目しよう(図6)。これまでの図に比べると$\phi=5°$の曲線は複雑な変化をしている。結合モード理論による式(10)において前節とは逆に$(\beta_1-\beta_2)^2+4K^2$が$(\alpha_1-\alpha_2)^2$より小さいものとすれば

$$\begin{cases} k_1=\beta_1-j\left[\alpha_1-\dfrac{(\beta_1-\beta_2)^2+4K^2}{4(\alpha_1-\alpha_2)}\right] \\ k_2=\beta_2-j\left[\alpha_2+\dfrac{(\beta_1-\beta_2)^2+4K^2}{4(\alpha_1-\alpha_2)}\right] \end{cases} \qquad (12)$$

を得る。ギャップgが大きく$\alpha_1-\alpha_2$が小さい間は式(11)によって大体t_1, t_2の虚数部は等しいが，gが小さく$\alpha_1-\alpha_2$が大きくなると式(12)によってt_1, t_2の虚数部はα_1, α_2に夫々漸近するわけである。

$\phi=5°$及び$6°$における励振効率を図18に示そう。$\phi=5°$の場合特にギャップの大きい時はMode 1と2を別々に励振する事ができないので曲線はTE, TM入射夫々について一本ずつとなっている。これは図6の一点鎖線と$\phi=5°$の曲線との交点に着目すれば説明できる。まずMode 2はほぼTM的*なのでTM入射で高い効率が得られている。Mode 1はTE的であるのに加えギャップ0.07μではMode 2もTE的でかつKの値も近いためここでTE励振をすれば2モードが同時に励起され効率が80%を越す可能性もあるが，実際にはそうはなっていない。この点については後に又触れる。

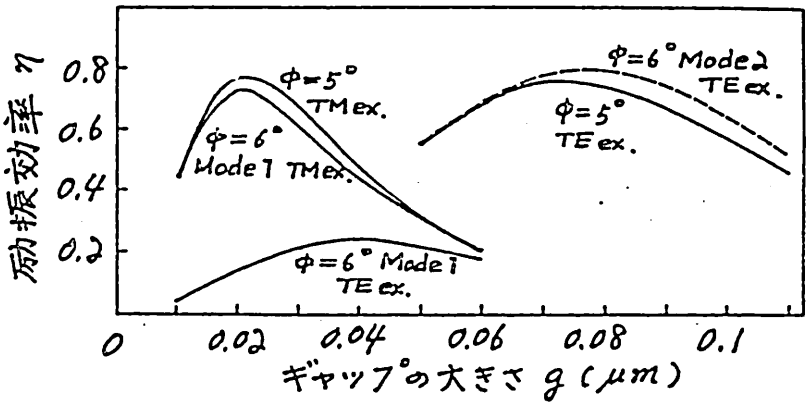


図18 励振効率のギャップ依存性(P配置，膜厚1μ)

$\phi=6°$の場合，図6を参照すれば$K=0.3\times10^{-4}$においてMode 1はTM的Mode 2は極めてTE的である。そこで図18を調べるとまさにそうなっていることがわかる。Mode 2は図8の$\phi=0°$のモードと全く同じ曲線となっており励振効率に関して純粋なTEモードと何ら変らない。しかし，フィルム中の電界を調べてみるとTE対TM成分の比は約8:1であり純粋なTEモードとは言い難い。これは，前頁の議論を裏づけるものであろう。

---

* TE的，TM的という言葉は上述のようにフィルムではなくプリズム中でという意味に用いる。

最後に $\psi=5°$ の場合をもう一度検討しよう。図6に戻ってみると，ギャップ g が $0.08\,\mu$ より大きい所では Mode 1, 2 の K が極めて近くなる事がわかる。そこで g を $0.09\,\mu$ に定め，その時の K の値 0.1×10^{-4} に合わせてビーム幅を 3mm として TE 入射で励振効率を計算してみた。入射角を2つのモードの伝搬定数に対応するあたりで振ってみると図19のような結果が得られ，単一モード励振では決して達成することのできなかった 83% という効率が可能であることがわかる。より結合の小さい縮退対例えば図3における $\psi\simeq3°$ 近傍の2つの縮退点を選べばより大きな効率が期待できるであろう。

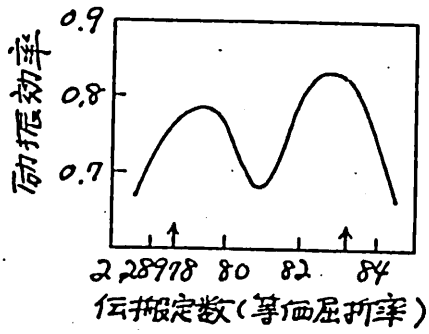


図19 2モードが同時に励振される場合の励振効率
(矢印は4層固有値)

7. あとがき

最も単純な異方性導波路，P配置とL配置についてプリズムを介したガウスビームによる励振問題を論じた。数値計算によって得られた主な結果を略述すると

1) セミリーキーモードの励振は導波モードのそれと同様に行なわれ，フィルム内に電磁界が励起された後伝搬距離に応じた放射損の分だけ振幅が減ると考えてよい。
2) ハイブリッドモードを効率よく励振する方法は基本的には等方導波路の場合と変らない。即ち，プリズムを含めた4層構造固有値に応じて入射角とビーム幅を設定せねばならない。
3) L配置の場合は入射ビームの直線偏波の向きを適当に回転すれば高効率が得られる。

4) P偏波の場合は縮退系の近傍以外はほとんど純粋なTEまたはTMモードとして扱ってよい。縮退系の近傍ではフィルム中の固有モード電磁界よりもプリズム中のそれに着目して入射ビームの偏波を選択すべきである。
5) 等方導波路では極端な厚膜の場合にしか取り得なかった複数モードの同時励振が可能であり，その結果として80%より高い効率が達成できる。

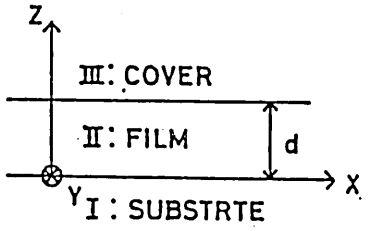
ここでの解析法はいわばシミュレーションのようなものであり上の結論は理論的には一般性が高いとは言えない。しかし，いずれも物理的に自然なものばかりであるので今後実験によって確認できるものと考えている。

文献

1) P.K. Tien and R. Ulrich, "Theory of Prism-Film Coupler and Thin-Film Light Guides", J. of Opt. Soc. Am. Vol. 60, pp1325-1337 (1970)
2) R. Ulrich, "Theory of the Prism-Film Coupler by Plane-Wave Analysis", J. of Opt. Soc. Am Vol. 60, pp1337-1350 (1970)
3) J.E. Midwinter, "Evanescent Field Coupling into a Thin-Film Waveguide", IEEE J. of QE Vol. 6, pp583-590 (1970)
4) 北島，羽野，"異方性媒質を含む多重層構造における光波異常共振"，信学論誌 Vol. J61-C, pp674-681 (1978)
5) H. Kitajima and K. Hano, "Resonant Polarization Conversion and Beam Shift in Planar Multilayered Structures", Radio Science Vol12, pp565-571 (1977)
6) T. Tamir and H.L. Bertoni, "Lateral Displacement of Optical Beams at Multilayered and Periodic Structures", J. of Opt. Soc. Am. Vol61, pp1397-1413 (1971)
7) 山本，小山田，牧本，"異方性薄膜導波系の固有モード解析とその応用"，信学論誌 Vol. 55-C, pp550-557 (1972)
8) I. Awai and T. Itoh, "Coupled-Mode Theory Analysis of Distributed Nonreciprocal structures", IEEE Trans on MTT vol29, pp1077-1087 (1981)

付録　L及びP配置における導波モードの電磁界

結合モード理論によると異方性導波路の固有モードは，比誘電率テンソルの非対角項を0とおいたいわゆる基本系におけるTE・TMモードの，全の非対角項を通じての結合によって表現される?! 基本系におけるTE・TMモードは図A1の座標系で次のように表わされる。



A1　解析に用いる座標系

(1) TEモード

$$E_y^{(h)}=\begin{cases} A^{(h)}\cos\phi^{(h)}\exp(P_I^{(h)}z) & (\mathrm{I}:\quad z\leqq 0) \\ A^{(h)}\cos(h_{II}^{(h)}z+\phi^{(h)}) & (\mathrm{II}:\ 0\leqq z\leqq d) \\ A^{(h)}\cos\gamma^{(h)}\exp P_{III}^{(h)}(d-z) & (\mathrm{III}:\ d\leqq z\quad) \end{cases} \tag{A1}$$

ここで　$h_{II}^{2(h)}=k_0^2\varepsilon_{IIyy}-\beta^{2(h)}$,　$P_i^{2(h)}=\beta^{2(h)}-k_0^2\varepsilon_{iyy}$ $(i=\mathrm{I},\mathrm{III})$

$\phi^{(h)}=\tan^{-1}(-P_I^{(h)}/h_{II}^{(h)})$,　$\gamma^{(h)}=\phi^{(h)}+h_{II}^{(h)}d$

分散関係式は

$$\tan^{-1}(P_I^{(h)}/h_{II}^{(h)})+\tan^{-1}(P_{III}^{(h)}/h_{II}^{(h)})+m\pi=h_{II}^{(h)}d\quad(m=0,1,2\cdots)$$

他の電磁界成分は

$$H_x^{(h)} = -(1/j\omega\mu_0)\, d E_y/dz \qquad (A2)$$

$$H_z^{(h)} = -(\beta/\omega\mu_0)\, E_y \qquad (A3)$$

$$E_x^{(h)} = E_z^{(h)} = H_y^{(h)} = 0 \qquad (A4)$$

(2) TMモード

$$H_y^{(e)} = \begin{cases} A^{(e)} \cos\phi^{(e)} \exp(P_I^{(e)} z) & (\text{I}: \ z \le 0) \\ A^{(e)} \cos(h_{II}^{(e)} z + \phi^{(e)}) & (\text{II}: \ 0 \le z \le d) \\ A^{(e)} \cos\psi^{(e)} \exp P_{III}^{(e)} (d - z) & (\text{III}: \ d \le z) \end{cases} \qquad (A5)$$

ここで $h_{II}^{2(e)} = (\varepsilon_{IIxx}/\varepsilon_{IIzz})(k_0^2 \varepsilon_{IIzz} - \beta^{2(e)})$

$P_i^{2(e)} = (\varepsilon_{ixx}/\varepsilon_{izz})(\beta^{2(e)} - k_0^2 \varepsilon_{izz}) \quad (i = \text{I}, \text{III})$

$\phi^{(e)} = \tan^{-1}[-(P_I^{(e)}/\varepsilon_{Ixx})/(h_{II}^{(e)}/\varepsilon_{IIxx})]$,

$\psi^{(e)} = \phi^{(e)} + h_{II}^{(e)} d$

分散関係式は

$$\tan^{-1}[(P_I^{(e)}/\varepsilon_{Ixx})/(h_{II}^{(e)}/\varepsilon_{IIxx})] + \tan^{-1}[(P_{III}^{(e)}/\varepsilon_{IIIxx})/(h_{II}^{(e)}/\varepsilon_{IIxx})] + m\pi = h_{II}^{(e)} d \qquad (m = 0, 1, 2, \cdots)$$

他の電磁界成分は

$$E_x^{(e)} = (1/j\omega\varepsilon_0\varepsilon_{ixx})\, d H_y^{(e)}/dz \quad (i = \text{I}, \text{II}, \text{III}) \qquad (A\cdot6)$$

$$E_z^{(e)} = (\beta^{(e)}/\omega\varepsilon_0\varepsilon_{izz})\, H_y^{(e)} \quad (i = \text{I}, \text{II}, \text{III}) \qquad (A7)$$

$$E_y^{(e)} = H_x^{(e)} = H_z^{(e)} = 0 \qquad (A8)$$

基本系のTEモード[$(E^{(h)}, H^{(h)}), \beta^{(h)}$]とTMモード[$(E^{(e)}, H^{(e)}), \beta^{(e)}$]が1個づつある場合、摂動($\tilde{\varepsilon}$の非対角項)によって2個の摂動系固有モードがつくられる。その界分布を次式のようによく

$$\begin{bmatrix} \hat{E} \\ \hat{H} \end{bmatrix} = m_1 \begin{bmatrix} E^{(h)} \\ H^{(h)} \end{bmatrix} + m_2 \begin{bmatrix} E^{(e)} \\ H^{(e)} \end{bmatrix} \qquad (A\cdot 9)$$

とモード混成率 m_1/m_2 は次式で与えられる。

$$(m_1/m_2)_{\pm} = S\left[(\delta/\lambda) \pm \sqrt{1+(\delta/\lambda)^2}\right] \qquad (A\,10)$$

ここで

$$\delta = (\beta^{(h)} - \beta^{(e)})/(\beta^{(h)} + \beta^{(e)}) \qquad (A\,11)$$

$$\lambda = |N_{12}|/\beta_m \ , \quad \beta_m = (\beta^{(h)} + \beta^{(e)})/2 \qquad (A\,12)$$

$$S = N_{12}/|N_{12}| \qquad (A\,13)$$

$$N_{12} = \omega\varepsilon_0 \int (\varepsilon_{xy} E_y^{(h)*} E_x^{(e)} + \varepsilon_{yz}^{*} E_y^{(h)*} E_z^{(e)})\, dz \qquad (A\,14)$$

L配置においては ε_{yz} だけが0でないので，TE波の E_y とTM波の E_z が結合する。式(A1)，(A7)(A14)によって N_{12} は実数となるため $S=1$ であり式(A10)によればTE及びTMモードの混成率は実数の比で与えられることがわかる。例えば縮退点においては $\delta=0$ なので混成率は1となる。

P配置では ε_{xy} が0でない。従ってTE波の E_y とTM波の E_x が結合する。同様の式から N_{12} は純虚数となることがわかる。即ち混成率は純虚数の比となる。例えば縮退点ではこの比は $\pm i$ となるのでy-z面内の電界は互いに逆方向にまわる円偏波となることがわかる。

謝辞

有益な御討論を頂いた本学中島将光助教授及び小野寺秀俊氏を始めとする当研究室学生諸君に深謝する。

輻射科学研究会資料

半導体ダイオードレーザの
ピコ秒発振特性

森本朗裕，今井崇雅，
小林哲郎，末田　正．

（大阪大学　基礎工学部）

昭和56年12月11日

[1] はじめに

近年半導体ダイオードレーザの改良が進み，非常に良質のものが作られるようになってきた。この半導体ダイオードレーザ（LDと略す）の開発は，主に通信やビデオディスク用の光源としての応用を念頭に置いて進められて来たと言うことができる。ところでLDはバンド間遷移の発光を利用しているため，非常に広い利得帯域幅（約100Å ― 4 THzに対応）を持っている。フーリエ変換の原理により，広い帯域幅は短い時間に対応しており，このためLDは短い光パルスを発生する潜在能力を有しているといえる。さらにLDは他のレーザと異なり電流を断続することにより直接に出力光を変調することができる。この変調周波数はマイクロ波領域にもおよぶ。したがってLDの特性は超短光パルス発生にうってつけのものといえる。表1は超短光パルス発生の観点から見たLDの特長をまとめたものである。

1978年にMITの

表1 半導体レーザの特徴（超短光パルス関連）

- Covering wide wavelength band
  - 0.32 μm ～ 1.5 μm ～ 34 μm
  - (ZnS) (InGaAsP) (PbSn)
- Wide gain bandwidth
  - Band-to-band transition, Typical bandwidth : 4 THz (~100 Å)
  - Possible to generate ps~subps pulse
  - Tunable (temperature, current, magnetic field, pressure)
- Short carrier lifetime
  - Intraband relaxation : ~subps
  - Inter-band relaxation : ~ns
  - Capable of high speed direct modulation, GHz~10 GHz
- Small size (≦1 mm)
  - Short cavity-transit time : $T_c(=2l/c)$~7 ps
  - Wide mode separation : $1/T_c$~150 GHz (3~4 Å)
  - Short photon-lifetime : τ_{ph}~a few ps
  - Possible to control oscillation with high speed
- Simple driving by current injection (diode laser)
  - Simple, inexpensive, high efficiency, compact, easy controllability, direct modulation

表2　半導体レーザによる短光パルス発生法

	Pulsewidth		Pulse rate	Features
	Status quo	Theoretical limit		
Modelocking Passive (self) Active (forced)	0.6 ps ~30 ps 10 ps ~30 ps	subps $(\sim 1/d\nu)$	$10^8 \sim 10^{10}$	High quality External cavity (AR-coating) Only periodic
Excitation by pulse current ..... Sinusoidal cur.	10 ps ~30 ps ~30 ps	few ps $\left(\tau_{ph} \text{ or } \frac{(2)l}{c}\right)$	Single shot $\sim 2\times 10^8$ $10^8 \sim 2\times 10^9$	Simple method Arbitrary rate Multimode oscillation
Q-switching	~40 ps	few ps $\left(\tau_{ph} \text{ or } \frac{(2)l}{c}\right)$	$\sim 2.4\times 10^8$	Intracavity loss modulation
Self-pulsation	20 ps ~100 ps	.....	$10^8 \sim 10^9$	Saturable absorber Deep-level trap Not uniform pumping
Pumping by ps optical pulse	~1 ps	τ_{ph}	.....	Very short (few μm) cavity

Hoらが LD のモード同期を達成したが[1]，これと相前後してわれわれのグループも直接変調時の緩和振動を利用して 17ps の光パルス（当時 LD による光パルスの世界記録）を発生させた[2]。これ以後，LD によるピコ秒光パルス発生の研究が急速に進み，他のレーザで用いられていたさまざまな超短光パルス発生の技法が LD にも導入されるようになった。そして LD による超短光パルスは，大容量通信や計測あるいはピコ秒分光の分野において高性能のピコ秒光源としてその利用価値が高まりつつある。表2は半導体レーザによるピコ秒光パルス発生法とその特徴をまとめたものである[3]。

我々は表2に示した手法の多くを用いてピコ秒光パルス発生の研究を行なっており，その一部は以前にも報告した[4]。ここでは短パルス電流駆動により LD から発生されるピコ秒光パルスの特性を報告す

る。そしてこの光パルスの分光特性を基礎に，パルスの超短化，良質化の方策を検討している。

[2] 短パルス電流駆動によるピコ秒光パルス発生

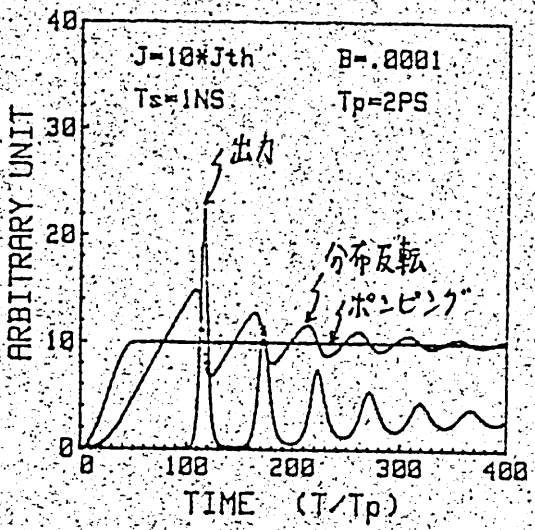


図1 緩和発振の計算例

立ち上がりの速い，比較的大きな電流でLDを駆動すると，過渡的にスパイク状の緩和振動出力が得られることが知られている。(図1) これは光子寿命が分布反転寿命(LDの場合キャリア寿命)よりも短いレーザに共通して見られる現象である。このような発振をするのは，ポンピング(電流の注入)による分布反転(キャリア)——すなわち利得——の急激な上昇と，発振にともなう分布反転の急激な減少により，利得が正から負へ繰り返しスイッチされるためである。

ところで，このような緩和発振をしているLDで，最初の大きな光パルスが発生した直後に電流を減少させ，キャリア密度が再度発振可能なレベルに回復しないようにしてやれば，単一の光パルスが得られる(図2(a))。このとき，出力光パルスの幅は，駆動電流幅よりもはるかに短くなる。駆動電流量と

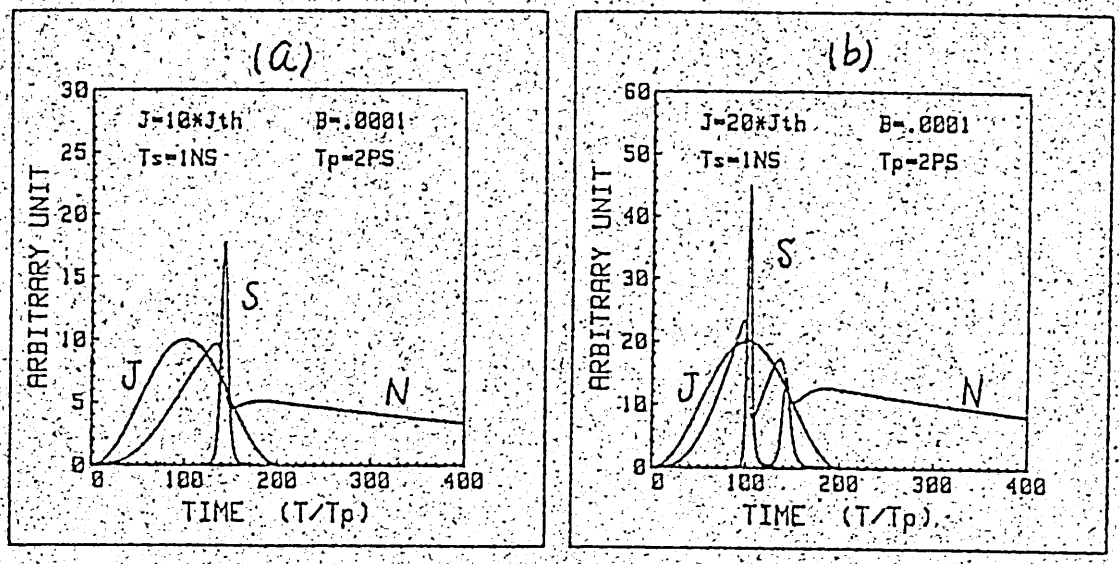


図2 短パルス電流駆動時の計算例

パルス幅の積は全注入キャリア数に対応しており，駆動パルス幅が短くなった極限では，発振は全注入キャリア数のみで規定されるQスイッチとなる。したがって短いパルス幅を得ようとすれば，駆動パルス幅を短くし，それ以上に電流量を大きくしなければならない。しかしながら電流パルス幅には技術上の下限があるため，むやみに電流量を上げてゆくと複数ピークのパルス出力となる（図2(b)）。LDによって最適の電流パルス幅，電流値が存在することになる。

本方式は最も簡単なピコ秒光パルス発生法であって，単発から数GHzまで自由なタイミングで光パルスを発生させることができるところから，実用的なピコ秒光パルス発生法であるといえよう。

LDを短パルス電流駆動し，出力光を観測した。

使用したレーザはすべてGaAlAs系のものである。図3に示す電圧でLDを駆動し，出力光パルスをストリークカメラで観測した。図4はしきい値電流25mA，発振波長785nmのLDでの実験結果である。図4(a)のパルス幅は30psであるが，ストリークカメラの分解能およびジッタを補正すると約20psとなる。図4(a)の状態から少し駆動量を多くすると図4(b)のごとくダブルパルスが観測された。

図5はSHG相関法によるパルス幅の測定結果である。この場合LDはしきい値17mA，発振波長830nmであり，駆動は電圧15V(50Ω)，パルス幅130ps，繰り返し100MHzである。

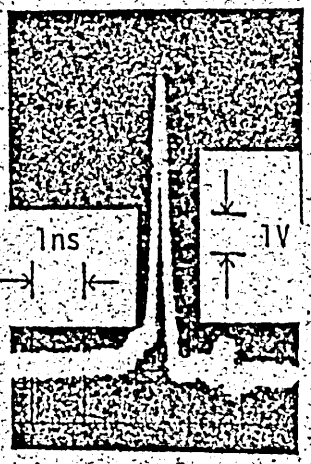
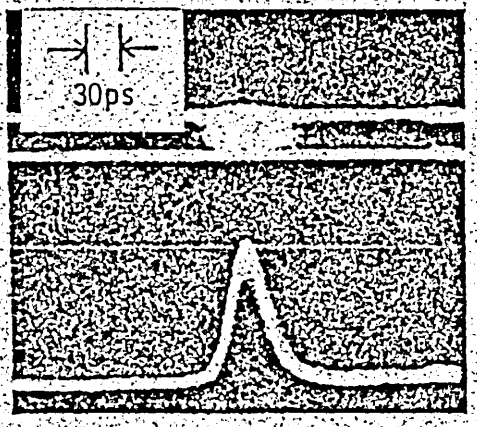
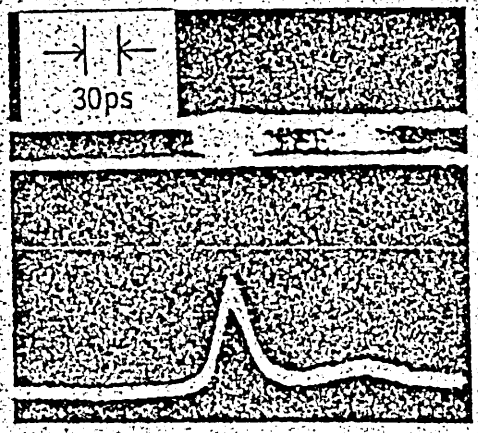


図3 駆動電圧波形



(a)単一パルス



(b)ダブルパルス

図4 短パルス電流駆動時の出力光

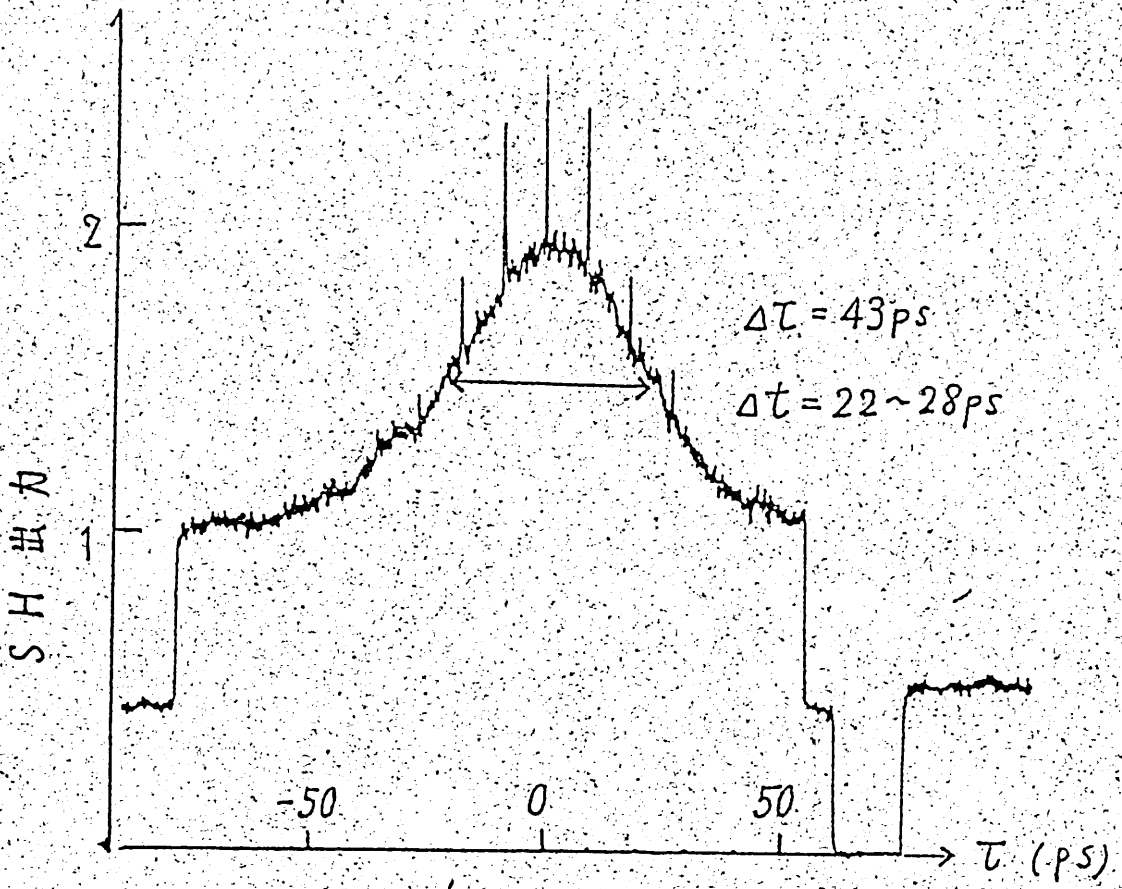


図5　SHG相関法によるパルス幅測定結果

図5で相関の幅（FWHM）は43psであるが，被測定パルスの形を$sech^2$形と仮定するともとのパルス幅は28ps，ローレンツ形と仮定すると22psとなる[5]。

いくつかのLDを用いて測定を行なった。その結果，通常のどのようなレーザからでも20～30psの光パルスを発生させることができた。しかしながら最短のパルス幅は15ps程度であった。

[3]　ピコ秒光パルス出力の分光的特性

半導体ダイオードレーザの出力をまず分光器に通し，その後ストリークカメラで観測することにより，時間分解スペクトルの測定を行なった。図6は図4に発振形をふしたLDの緩和振動時の時間分解スペクトルである。緩和振動の最初のピーク部分では，縦モードがやっと形成されたばかりで多重縦モード発振となっている。数ナノ秒の時間の間に発振波長は長波長側へ移り，同時に単一縦モード化している。長波長側への移行は素子温度の上昇が主な原因と考えられる。短パルス電流駆動時の時間分解スペクトルを図7にふす。図7からこの光パルスは多くの縦モードを含んでおり，また各々の縦モードのスペクトル幅が通常よりも広がっていることがわかる。最も重要なのは各モードの波長が時間とともに長波長側へ移行（周波数チャーピング）していることである。

この周波数チャーピングは光パルス発生時にキャリア密度が減少し，屈折率が増加するために生じる一種の自己位相変調の結果である[6]。パルス幅が共振器往復時間にくらべて十分長いときには，キャリア密度変化に比例した周波数移行が起り，共振器往復時間よりも短いときにはキャリア密度変化の時間微分に比例した周波数移行が起ることが理論的に予想される。実験結果では，ほぼ直線的なチャープが認められるが，共振器往復時間（約8ps）とパルス幅から考えて妥当な結果であるといえる。

実験の結果得られたパルス幅，20psに対応するスペクトル広がりは約0.4Åである。これは縦モー

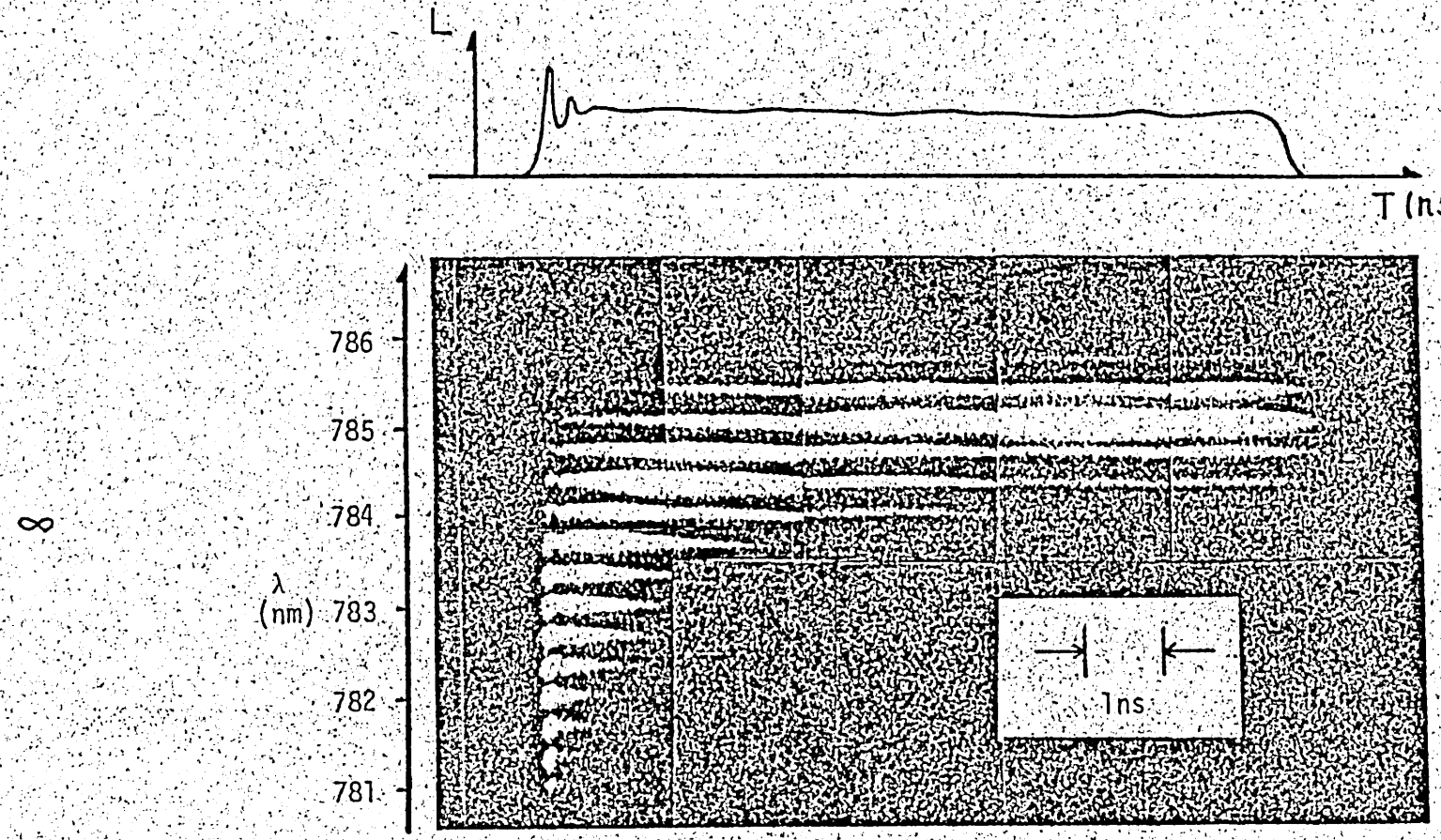


図6　緩和発振の時間分解スペクトル

ド一本のみの線幅にも満たない。したがってこの発振出力から縦モードを一本だけ取り出したとしても，やはりパルス幅は20psである。十本以上の縦モードが同時に発振しているのであるが，各モード間の相対位相を固定するものは何もないので，合成出力パルスではサブピコ秒の微細構造（モード間のビート）がショットごとに変化することになる。このことは図5のSHG相関波形においてコヒーレンススパイクの存在と，スパイク間の相関波形からもうらずけられる。このようにtransform limitでない短光パルスは，その応用分野によっては望ましいものではない。以前に提案した注入同期法はこのような点を解決するためのものであったが[4]，その後実験的な確認もなされた[8]。

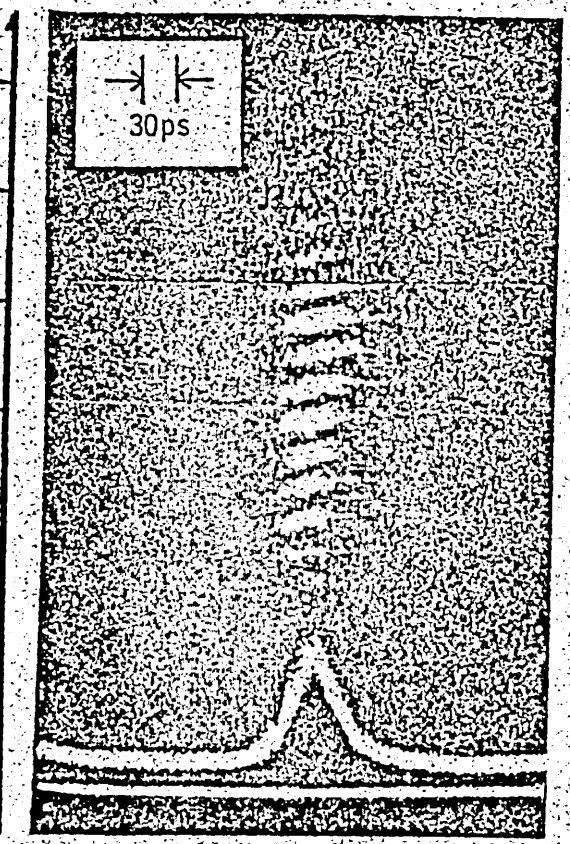


図7　短パルス電流駆動時の時間分解スペクトル

[4] チャーピング圧縮

先にふしたピコ秒光パルスの周波数チャーピングは，注入同期を行なって単一モード化した場合にも残存する。Transform limit の光パルスを発生させるには，このチャーピングを除去する必要がある。図7に見られるチャーピングは長波長側へ移行しており，正常分散性の光学回路によって圧縮が可能となる。我々は設計の自由度が大きい F-P 干渉計（Gires-Tournois 干渉計）[9] の利用を検討している。

図8に F-P 干渉計を用いたパルス圧縮回路の構成を示す。F-P 干渉計を構成する2枚のミラーの片方の反射率を100%にして，反射光を出力光として用いる。このとき反射率は波長にかかわらず100%であるが，二枚のミラーの干渉により内部にエネルギーが蓄積されるかされないかによって，反射光に

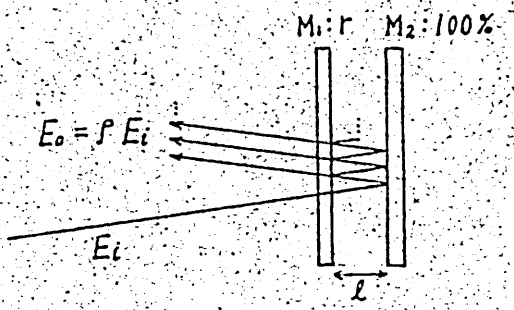


図8 F-P 干渉計によるパルス圧縮回路

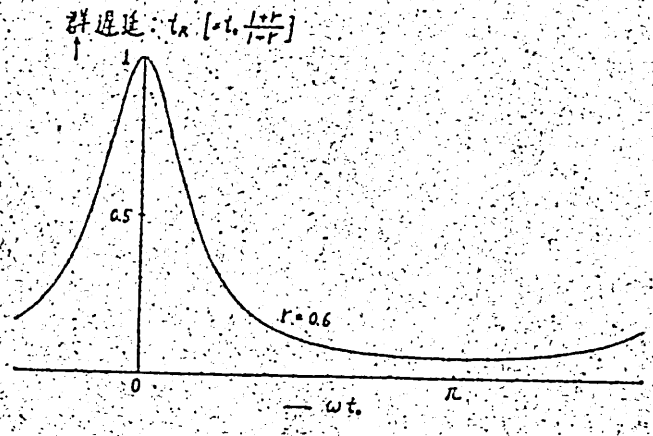


図9 群遅延特性

は大きな位相変化が起る。

この回路の群遅延特性は次式で与えられる。

$$t_R = t_0 \cdot \frac{1+r}{1-r} \cdot \frac{1}{1+\frac{4r}{(1-r)^2}\sin^2\delta/2} \qquad (1)$$

ただし t_0 は光の干渉計往復時間，r は入力ミラーの反射係数，δ ($=\omega t_0 = 4\pi l/\lambda$) は往復の位相シフトである。式(1)の関数形は通常の透過形のF-P干渉計の透過率特性と同じ形をしている(図9)。十分な圧縮を行なうには図8の回路に多重回入射させねばならない。

圧縮が有効であるためには必要とされる帯域内で一様な遅延時間の変化が起っていなければならない。

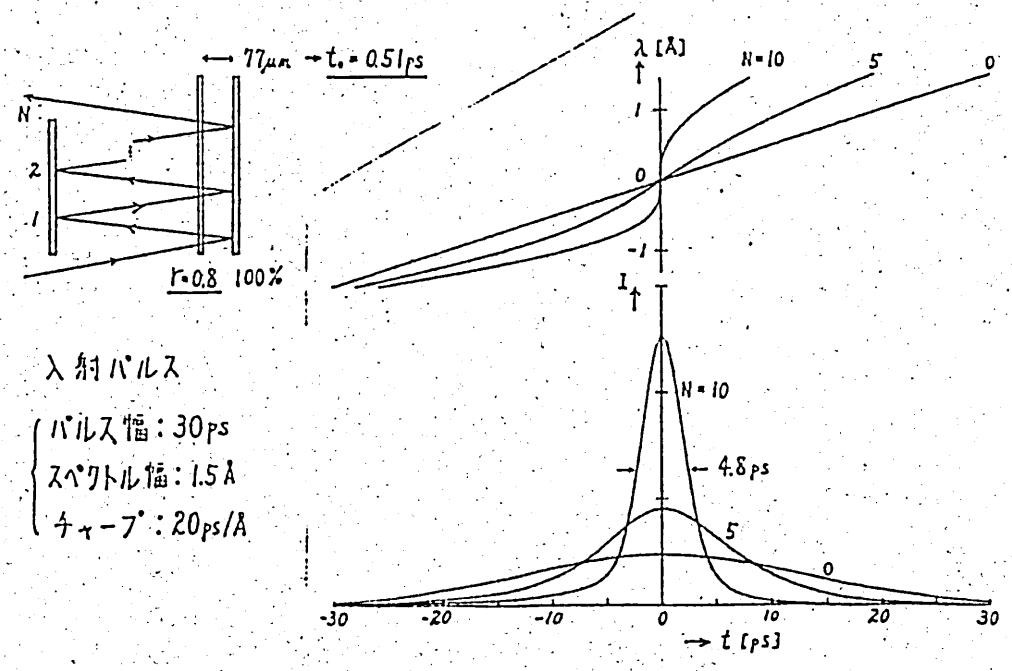


図10 パルス圧縮の設計例および計算例

このことから帯域幅に制限ができ，帯域幅とパルス幅の不定性から圧縮比に限界が現れる。圧縮比は大まかに言って回路における反射回数の平方根に比例している。図10にパルス圧縮の計算例を示す。入射光パルスには図7に示されるパルス中の一本の縦モードを仮定している。

[5] 短共振器ダイオードレーザによるピコ秒光パルス発生

半導体ダイオードレーザを短パルス電流駆動して得られる光パルスのパルス幅は，LD素子の特性によってその下限が決定される。このパルス幅は通常のLDで20～30psである。そこで，パルス発生に適した素子を設計することが重要になってくる。

一つの方法として，LDの共振器長を短くすることが有効である。[10] 通常のLDでは共振器長が300μm程度であり，これに対応する共振器内の光子寿命は2ps程度である。この光子寿命がQスイッチ的な短パルス電流駆動時には出力パルス幅を決定する主因になって

表3 短共振器化による各特性の変化と数値例

CAVITY LENGTH L	$1/m$	25μm
$2L_{eff}/c$	$1/m$	∿0.6ps
CARRIER DENSITY	∿m	
CURRENT DENSITY	∿m	
PHOTON LIFETIME	∿$1/m$	∿0.2ps
TOTAL CURRENT	∿1	∿10mA
$\Delta\nu_{CHIRPING}$	∿m	∿0.75THz
PULSE ENERGY	∿1	∿100pJ
PULSE WIDTH	∿$1/m$	∿2→0.4ps*
PEAK POWER	∿m	∿40→200W*

* AFTER COMPRESSED

いる。例えば共振器長数μmのLDが実現されれば光子寿命はサブピコ秒以下にもなり，短パルス電流駆動でもサブピコ秒が実現できることになる。すでに光励起の半導体レーザでは共振器長数μmのものが製作されており，ピコ秒発振に成功している。短共振器化することはダイオードレーザでも不可能ではない。表3にLDの共振器長を1/mにしたときの各特性の定性的な変化と数値例を示す。

おくは共振器長100μm（通常の約1/3）のLDを用いてピコ秒光パルス発生を試みた[11]。LDは通常のGaAlAs系のものをへき開して作成したもので，発振しきい値28mA，発振波長830nmである。短共振器化してもしきい値電流はほとんど変化しなかった。図11に短パルス電流駆動での発振波形の一例を示す。写真はシングルレショットのものである。駆動パルスは図3にふしたものである。図11において出力光の半値全幅は13.5ps，ストリークカメラの分解能10psを考慮すると実際のパルス幅は9psと考えられる。図10はシングルショットで観測したパルス幅の

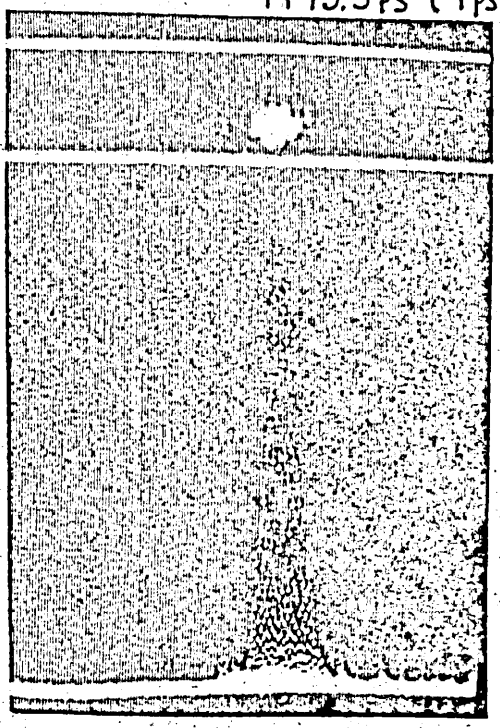


図11　短共振器LDの単一パルス発振波形

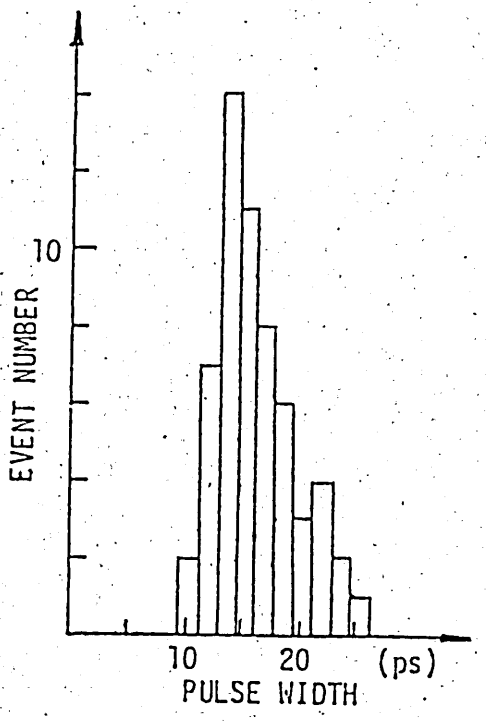


図12 パルス幅の分布

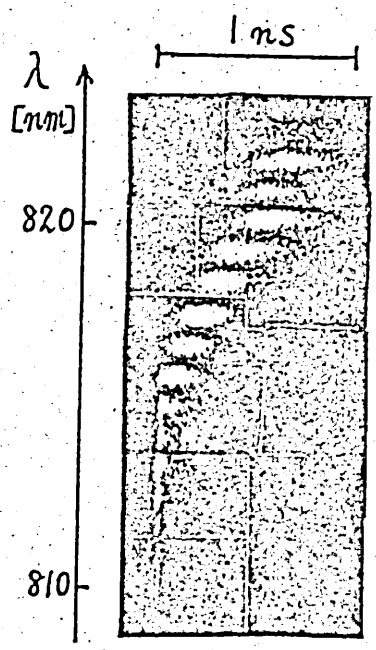


図13 時間分解スペクトル

分布を示したものである。分布の最頻値からストリークカメラの分解能を補正してもとのパルス幅の平均値をおめると約9psとなる。このパルス幅はLDを直接電流で駆動する方法では世界で最短のものである。図13はこのLDによるピコ秒発振の時間分解スペクトルである。

実験により9psの光パルスを得，短共振器化が有利なことが確認された反面，問題点も明らかになった。一つは素子の劣化である。共振器長を1/3にしたため，発振に至る利得を確保するために電流密度が3倍になっている。さらにピーク光強度も3倍になると予想されるので，接合部，端面ともに劣化が進むと考えられる。我々の実験では，単発あるいは

可聴周波数での繰り返しでは全く問題にならなかったが，100MHzの高速繰り返しで実験を行なうといくぶん劣化が認められた。今後素子構造および作成技術の改良によって克服しなければならない問題である。

[8] むすび

半導体ダイオードレーザによる超短光パルス発生は光通信や光情報処理，光エレクトロニクスへのLD応用に不可欠のものであるのみならず，現在，色素レーザや固体レーザの超短パルスを利用している物性その他の分野においても，従来のレーザにかわるものとして期待が持たれている。

我々は今回GaAlAsダイオードレーザを短パルス電流駆動することにより発生されるピコ秒光パルスの各種特性を測定した。そして従来の約1/3の共振器長を有するLDでパルス幅9psの光を発生させることに成功した。この光パルスはLDの直接変調のみでは世界で最も短いものである。このLDにおいて注入同期と圧縮の技術を併用すれば，数ピコ秒のtransform limitの光パルスを発生させることもできると考えている。さらに共振器長の短いレーザを作成すれば，直接電流変調によってサブピコ秒を発生させることも不可能ではない。

現在LDによって発生されている最も短い光パルスはサブピコ秒である[12]。これは受動モード同期によるものである。最近ではパルス発生を主目的とし

たLDが製作されるようになってきた[13]。今後ピコ秒～サブピコ秒パルス発生用の半導体レーザの研究・開発がさかんになってゆくと考えられる。先に述べたようにピコ秒LDでは短共振器化が有利であり，信頼性の向上のため活性領域の大口径化や面発光素子の出現が望まれる。またサブピコ秒領域ではレート方程式による発振の解析が適用できず，密度行列によらねばならない。サブピコ秒領域の半導体レーザの動作にはいまだ不明の点が多く，LDのサブピコ秒域での発振特性の観測から逆にLDの動作機構の解明，ひいては半導体内の緩和過程の解明へと進むものと期待される。

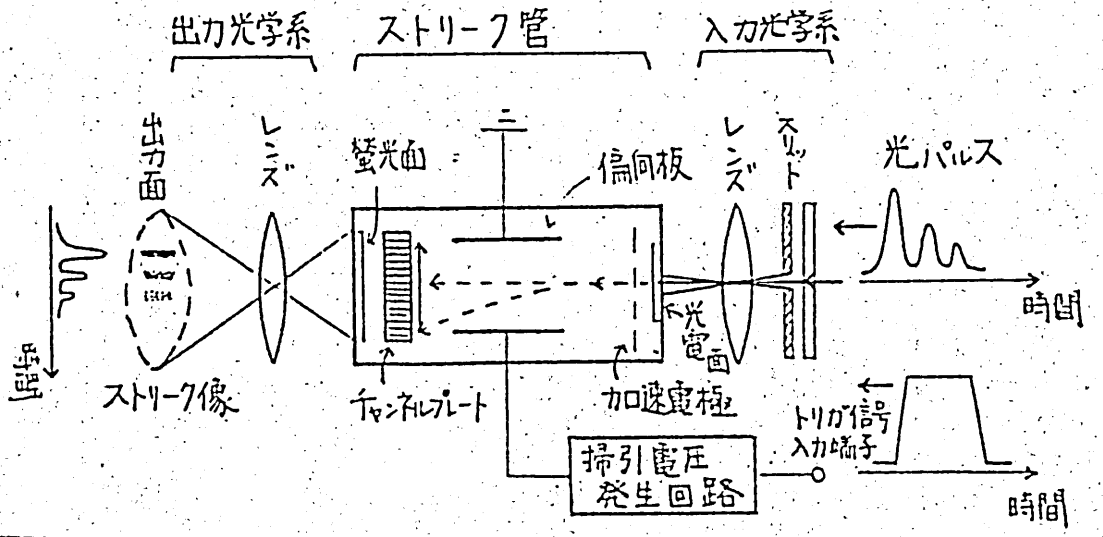
[謝辞]

半導体レーザの作成に御協力頂いた三菱中研の諸兄に感謝致します。

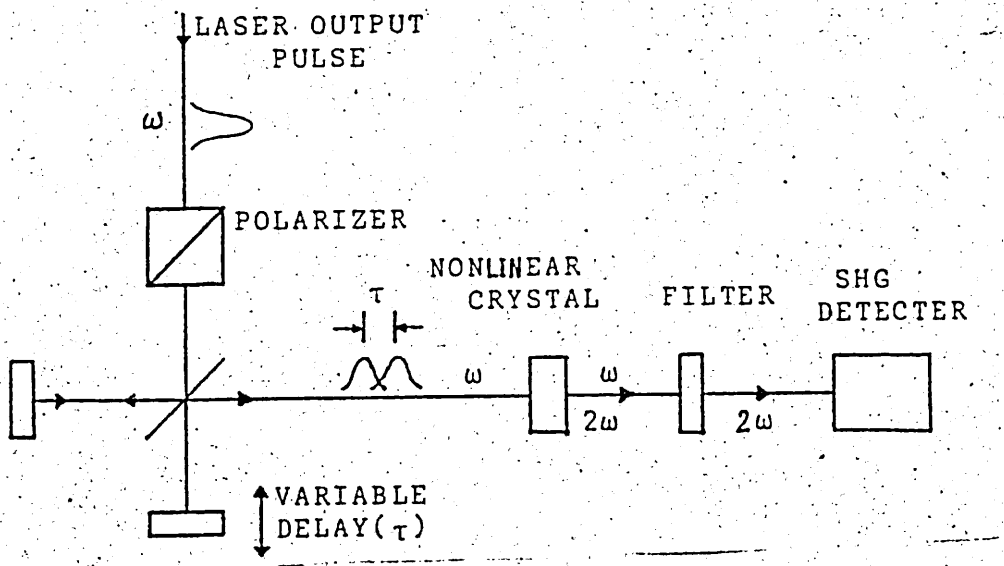
[参考文献]

1) P.-T. Ho, L.A. Glasser, E.P. Ippen, and H.A. Haus, Appl. Phys. Lett. 33, 241 (1978).
2) 小林哲郎，吉川昭男，森本朗裕，末田正，第39回応物予稿，317 (1978).
3) 小林哲郎，末田正，応用物理 50，951 (1981).
4) 吉川昭男，青木恭弘，森本朗裕，小林哲郎，末田正，輻射科学研究会資料，昭和54年12月7日 (1979).
5) 横山弘之，為田康彦，伊藤弘昌，稲場文男，電子通信学会論文誌(C) J64-C，445 (1981).
6) 池上徹彦，応用物理 47，812 (1978).
7) T. Kobayashi, A. Yoshikawa, A. Morimoto, Y. Aoki, and T. Sueta, 11th IQEC, Boston, 667 (1980).
8) S. Kobayashi, J. Yamada, S. Machida, and T. Kimura, Electron. Lett. 16, 746 (1980).
9) F. Gires and P. Tournois, Compt. Rend. 258, 6112 (1964).
10) 小林哲郎，青木恭弘，森本朗裕，末田正，第28回応物関連予稿，209 (1981).
11) 今井崇雅，小林哲郎，森本朗裕，瀬川太郎，末田正，第42回応物予稿，163 (1981).
12) 横山弘之，伊藤弘昌，稲場文男，第42回応物予稿，162 (1981).
13) J.P. van der Ziel, W.T. Tsang, R.A. Logan, R.M. Mikulyak, and W.M. Augustyniak, Appl. Phys. Lett. 39, 525 (1981).

[付録]



付図1　ストリークカメラの構造及び動作原理



付図2　SHG相関測定の構成

輻射科学研究会資料

高速、低入力化に適した結晶材料の検討

楠　　陽
大家重明
松尾幸人

（大阪大学　産業科学研究所）

昭和56年12月11日

高速・低入力化に適した結晶材料の検討

楠　陽
八家重明
松尾幸人
（大阪大学 産業科学研究所）

1. まえがき

GaAs FETは高速・高周波デバイスとして，また低直流入力デバイスとして活発に研究が行なわれており，この線に沿った研究として，Cornell Univ. のBallistic Tr.[1]，MIT Lincoln Lab. のPBT（Permeable Base Tr.）[2]または富士通のHEMT（High Electron Mobility Tr.）[3]で代表される高移動度トランジスタなどがある。

GaAs等のⅢ-Ⅴ族化合物半導体では格子振動による散乱，イオン化した不純物による散乱ならびに谷間（$\Delta E_{g\Gamma L}$）散乱（Intervalley Scattering）などによって電子速度-電界（v-E）特性に著しい影響を受ける。前二者によって移動度が制限されるが，その制限を取除いて移動度を大にするには，不純物濃度N_d（n形半導体）を少なくして，キャリヤ濃度nを大にし，かつ低温で用いることによって熱振動による影響を少なくするとよい。最後の谷間散乱は電子が$\Delta E_{g\Gamma L}$を越すエネルギーをもつようになると，主バンドからサブバンドに遷移し，有効質量が大になって速度が低下し，電子速度は制限されることになる。高移動度であることは，低直流入力化に役立ち，谷間すなわちΓ谷とL谷とのエネルギー差，$\Delta E_{g\Gamma L}$の大きい材料が高速化に向くことになる。

ここでは，主なⅢ-Ⅴ族化合物半導体の混晶，すなわち$(A_xB_{1-x})^{III}$-$(C_yD_{1-y})^{V}$，A^{III}-$(B_xC_yD_{1-x-y})^{V}$またはA^{V}-$(B_xC_yD_{1-x-y})^{III}$について，その混晶比x，yを変化した場合の$\Delta E_{g\Gamma L}$，格子定数a_0ならびに移動度μの値を求め，高速化ならびに低直流入力化に適した混晶材料を検討することを目的としている。

2. 混晶材料の高速化ならびに低直流入力化

電界効果トランジスタ（FET）が高速に動作するためには，ゲート電極長Lを短かくして電子走行時間τを小にするとよい。この場合，ドレイン側の電子速度をvとすると，その運動エネルギーm^*v^2が$\Delta E_{g\Gamma L}$より小さいことが要求される。

$$m^* v^2 \leq \Delta E_{gPL} \qquad (1)$$

ここで

$$\Delta E_{gPL} = E_{gL} - E_{gP} \qquad (2)$$

で与えられ，E_{gP} と E_{gL} はそれぞれ価電子帯の上端と主バンドのP谷またはサブバンドのL谷とのエネルギー差で，m^* は電子の有効質量である．電子がゲート電極長 L_g を通過するに要する走行時間τは

$$\tau \propto \frac{L}{v} = \frac{L\sqrt{m^*}}{\sqrt{\Delta E_{gPL}}} \qquad (3)$$

で与えられる．電子の速度は $v = \mu E$ の関係式で決まるが，その最高速度は一般的には式(1)によって制限される．高移動度にするということは，小さな電界で最高速度に到達することで，直流入力の低減化につながることになる．高速に動作するためには，式(3)よりゲート電極長を小にし，有効質量が小さくて，ΔE_{gPL} の値の大きい結晶材料を用いるとよい．

なお，A. Cappy 等[4]は，式(3)に相当する式として

$$\tau = \frac{qL^2}{\mu \Delta E_{gPL}} \qquad (4)$$

を与えているが，μが大になる程，高速動作になり正確な表現でないように考えられる．すなわち，高移動度ということは一次的には低入力化に関係し，高速化にはならない．

3. 4元混晶の各パラメータの計算

Ⅱ-Ⅴ族化合物半導体の4元混晶は図1aのように $(A_xB_{1-x})^{Ⅲ}$-$(C_yD_{1-y})^{Ⅴ}$ 型で図1bのように $A^{Ⅲ}$-$(B_xC_yD_{1-x-y})^{Ⅴ}$ または $A^{Ⅴ}$-$(B_xC_yD_{1-x-y})^{Ⅲ}$ 型によって表現される2種類がある．これらの混晶の格子定数や移動度などは一般にVegardの直線則によって表わされる．また，バンドギャップエネルギーは自乗則によって混晶比 x, y の関数として表示される．

図1aまたは図1bは4元混晶の各パラメータを表示する説明図である．図において，混晶比 x, y を図示のようにとった組成平面（$0 \leq x \leq 1$, $0 \leq y \leq 1$）で，それぞれコーナの点が2元（Binary）化合物半導体の各パラメータを表わし，周りの各辺がそれぞれ3元（Ternary）化合物半導体の各パラメータを表わす．4元（Quaternary）化合物半導体の各パラメータは，これらの正方形または直正三角形の内部の任意の点で x, y に応じて表わされることになる．

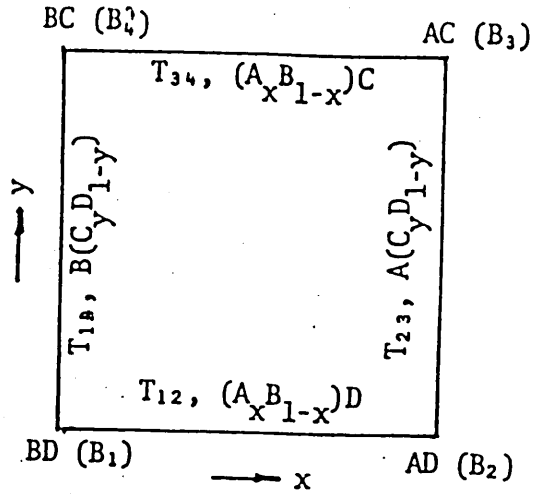


図1a. $(A_xB_{1-x})^{III}$-$(C_yD_{1-y})^{V}$

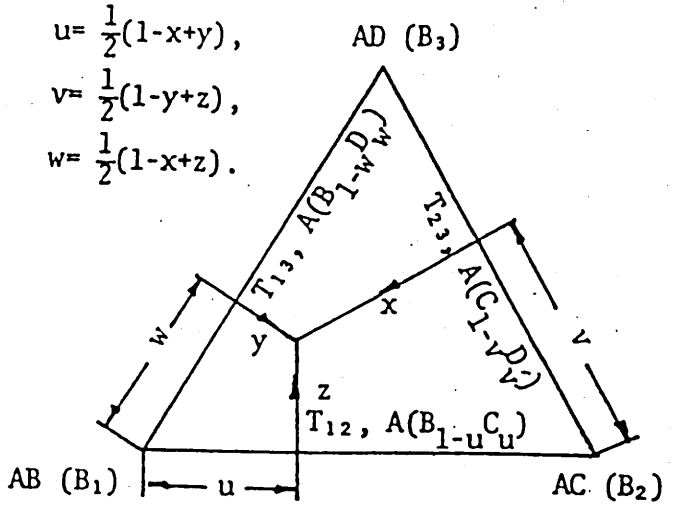


図1b A^{III}-$(B_xC_yD_{1-x-y})^{V}$ or A^{V}-$(B_xC_yD_{1-x-y})^{III}$

図1 4元混晶の説明図

3.1 $(A_xB_{1-x})^{III}$-$(C_yD_{1-y})^{V}$ 型の4元混晶

$(A_xB_{1-x})^{III}$-$(C_yD_{1-y})^{V}$ 型の4元混晶の組成 x, y の関数として格子定数ならびにバンドギャップエネルギーは R.L.Moon 等[5]によって次のように与えられている. すなわち格子定数は Vegard の直線則によって

$$a_{0Q}(x,y) = a_{0B1} + (a_{0B2} - a_{0B1})x + (a_{0B4} - a_{0B1})y + (a_{0B1} - a_{0B2} + a_{0B3} - a_{0B4})xy \quad (5)$$

また, 価電子帯の上端より主バンドまたはサブバンドのバンドギャップエネルギー E_{gi} ($i = \Gamma, L$) は自乗則によって

$$E_{gi}(x,y) = E_{giB1} + (E_{giB2} - E_{giB1})x + (E_{giB4} - E_{giB1})y + (E_{giB1} - E_{giB2} + E_{giB3} - E_{giB4})xy - [C_i^{III}y(1-y) + C_i^{V}x(1-x)] \quad (6)$$

で与えられる. ここで C_i^{III} ならびに C_i^{V} はそれぞれ

$$C_i^{III} = C_i|_{x=0} + [C_i|_{x=1} - C_i|_{x=0}]x \quad (7)$$

$$C_i^{V} = C_i|_{y=0} + [C_i|_{y=1} - C_i|_{y=0}]y \quad (8)$$

のように与えられる. また, $C_i|_{x=0}$, $C_i|_{x=1}$, $C_i|_{y=0}$ ならびに $C_i|_{y=1}$ は x, y がそれぞれ 0 と 1 の値をとったときの3元混晶の bowing parameter である. 有効質量等の直線則に従わない場合もあるが,[6] 移動度は大体において Vegard の直線則によって近似されると仮定[7]して次のように与えられる.

$$\mu_Q(x,y) = \mu_{B1} + (\mu_{B2} - \mu_{B1})x + (\mu_{B4} - \mu_{B1})y + (\mu_{B1} - \mu_{B2} + \mu_{B3} - \mu_{B4})xy \quad (9)$$

上記の格子定数，バンドギャップエネルギーならびに移動度の式において，指標のB1，B2，--- 等はそれぞれの化合物半導体の値をとる。

3.2 $A^{III}-(B_xC_yD_{1-x-y})^{V}$ または $A^{V}-(B_xC_yD_{1-x-y})^{III}$ 型の4元混晶

$A^{III}-(B_xC_yD_{1-x-y})^{V}$ または $A^{V}-(B_xC_yD_{1-x-y})^{III}$ 型の4元混晶の格子定数ならびにバンドギャップエネルギーは C. K. Williams 等[8]によって次のように与えられている。この場合の移動度は，前者の場合と同様に Vegard 則によって近似している。

$$a_{0Q}(x,y) = x a_{0B1} + y a_{0B2} + (1-x-y) a_{0B3}$$

$$\mu_{0Q}(x,y) = x \mu_{B1} + y \mu_{B2} + (1-x-y) \mu_{B3}$$

$$E_{gi}(x,y) = \frac{xy T_{12}(u)_i + yz T_{23}(v)_i + xz T_{13}(w)_i}{xy + yz + xz}, \quad (i = \Gamma, L) \quad (10)$$

ここで

$$T_{jk} = uB_k + (1-u)B_j - C_{jk}u(1-u), \quad (j,k = 1.2.3) \quad (11)$$

で与えられ，3元混晶のバンドギャップエネルギーを与える。また，混晶比については図1bのように

$$x + y + z = 1 \quad (12)$$

$$u = \frac{1}{2}(1-x+y), \quad v = \frac{1}{2}(1-y+z), \quad w = \frac{1}{2}(1-x+z) \quad (13)$$

の関係がある。

ここで，種々の混晶の数値計算に用いたいろいろなⅢ-Ⅴ族化合物半導体の格子定数，移動度ならびにバンドギャップエネルギー E_{gi} を図2でグラフ的に表示するとともに，それらの値を表1にまとめられている。また，3元混晶の主バンドとサブバンドに関するそれぞれの bowing parameters の C_Γ ならびに C_L の値は表2で与えられている。[9] これらの値は文献によって，いろいろと値が異なっているが，もっともらしい値を用いている。[10],[11]

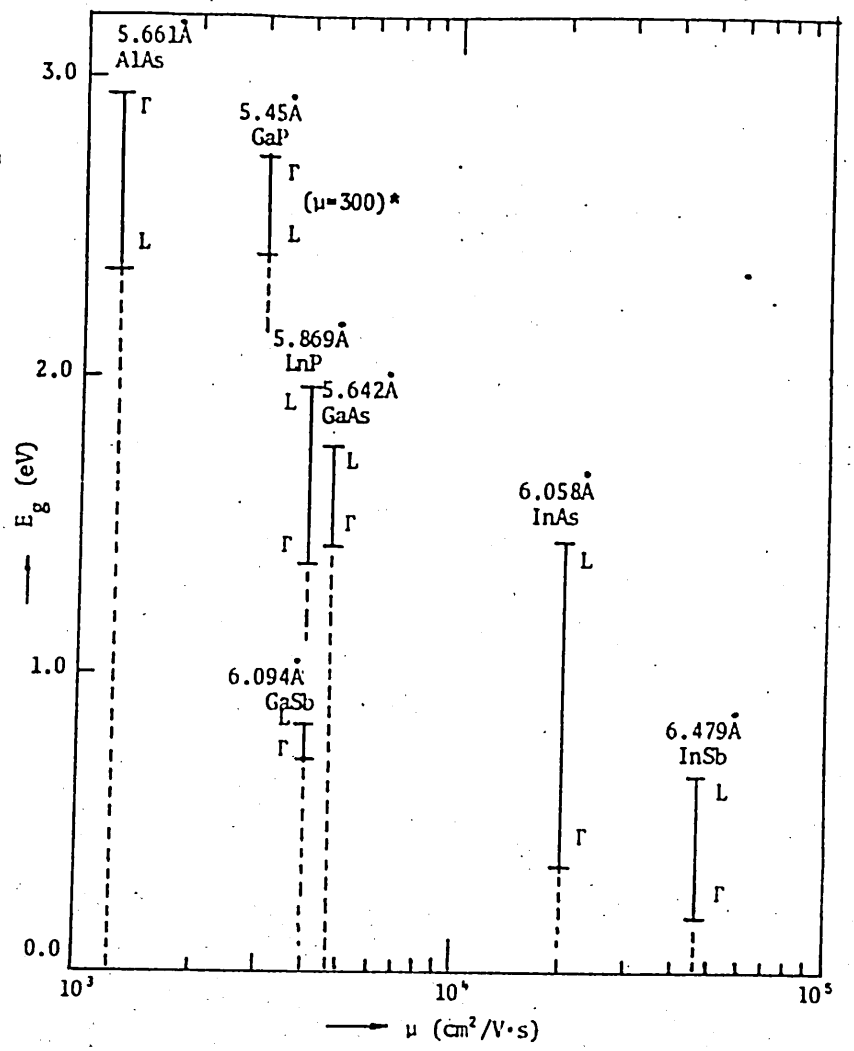


図2 4元混晶の格子定数，バンドギャップエネルギならびに移動度の計算に用いた化合物半導体のパラメータ

4 ΔE_{gPL} ならびに μ の等高線グラフ

図3a～図8aは数値計算を行なった6種類の4元混晶について，組成平面上に混晶比 x, y の関数として，これらの4元混晶の ΔE_{gPL} の値を実線で，またそれぞれの基板結晶に格子整合する混晶比 x, y の値を不等組成を破線で示している。図3b～図8bは前図と同様な組成平面上に，キャリヤ濃度が $n = 10^{17}\,cm^{-3}$ の場合について，移動度の変化が示されている。現在，高速デバイスとして最も広く使用されている GaAs ($\Delta E_{gPL} = 0.33$) を規準にして，特性を比較してみる。

図3aに示されている InGaPAs の4元混晶は，基板結晶として GaAs と InP に格子整合する。GaAs に格子整合する直線 $y \simeq 2.18x$ で与えられる混晶比では，GaAs の ΔE_{gPL} の値より小さくなる。InP の基板結晶に格子整合する混晶比については ΔE_{gPL} は 0.6～0.8eV の値で変り，InGaAs ($x = 0.546$) の3元混晶で最も大きい値になる。この値は GaAs のそれに対して2倍以上になって，高速デバイスとして GaAs に代る混晶材料として注目されている。[4] また，図3bより InGaAs の移動度は約 $1.2 \cdot 10^4\,cm^2/V \cdot S$ の値になり，GaAs の2.5倍程度大になる。

	Band Gap Energy (eV)		μ	a_0
	Γ Valley	L Valley	$cm^2/V \cdot s$	Å
GaAs	1.43	1.76	4600	5.642
GaP	2.74	2.41	300	5.45
GaSb	0.72	0.82	4000	6.094
InAs	0.36	1.47	20000	6.058
InP	1.34	1.94	4000	5.869
InSb	0.18	0.65	46000	6.479
AlAs	2.95	2.35	1200	5.661

Table 1

Parameters used in the calculation of Quaternary Bandgaps and Lattice constants

	C_Γ	C_L
GaInAs	0.6	0.5
GaInP	0.758	0.68
GaInSb	0.43	0.33
AlInAs	0.52	0.5*
AlGaAs	0.26	0.45
InAsP	0.27	0.26
InAsSb	0.596	0.55
InPSb	1.2	0.5*
GaAsP	0.21	0.25
GaAsSb	0.65	0.68
GaPSb	1.2	0.5*

Table 2

Ternary bowing parameters.

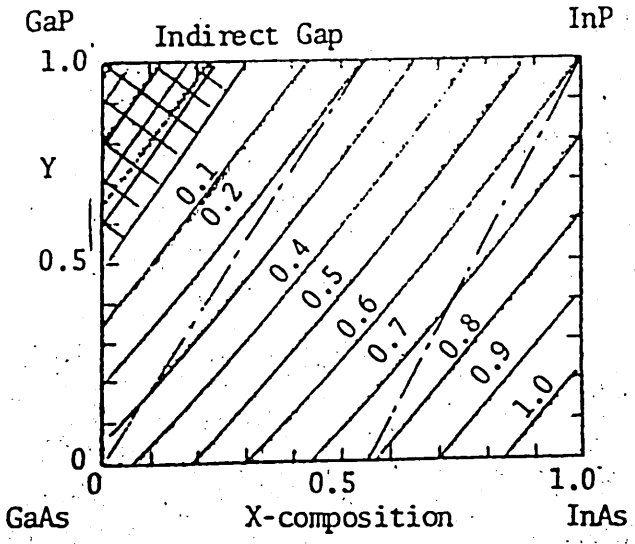


Fig. 3(a)

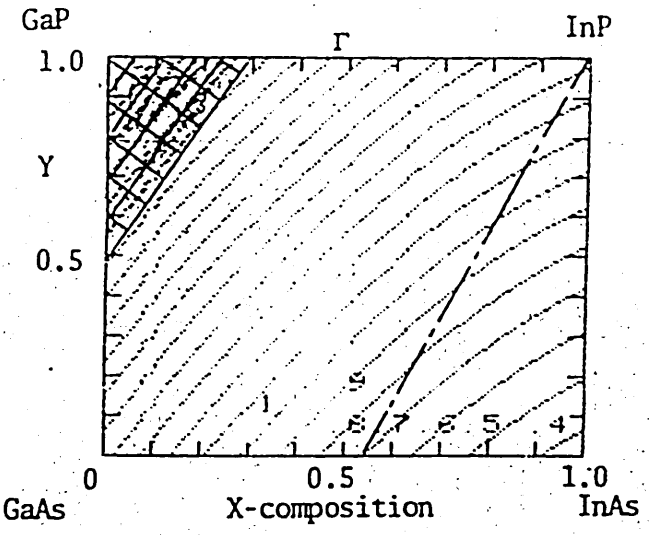


Fig. 3(c)

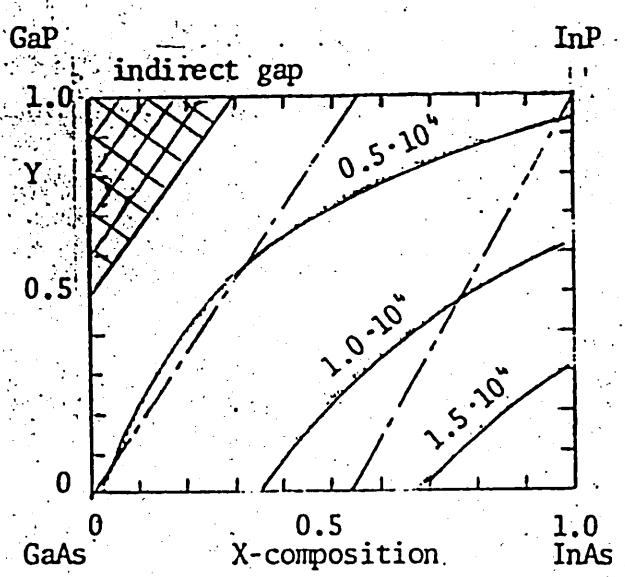


Fig. 3(b)

図3 InGaPAsの混晶比に対する (a): ΔE_{gPL}, (b): μ および (c): E_{gP} の変化.

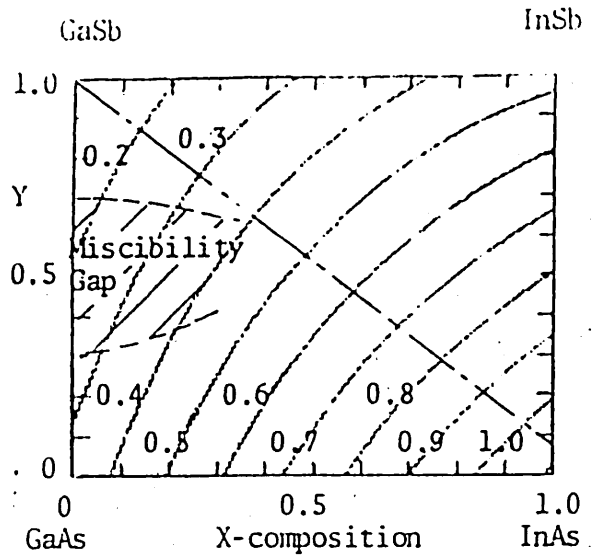


Fig. 4(a)

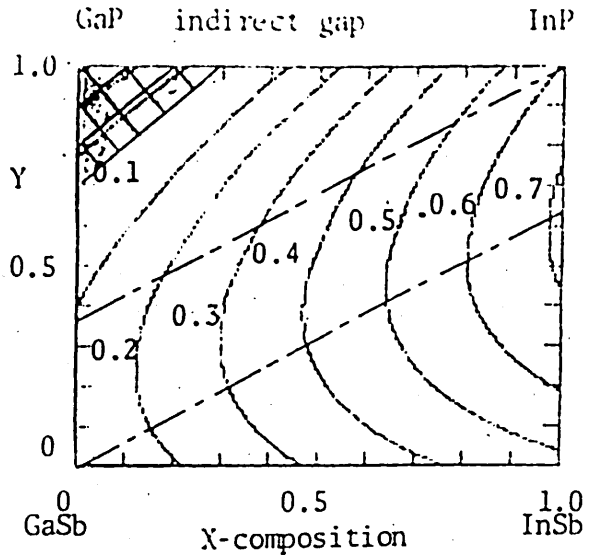


Fig. 5(a)

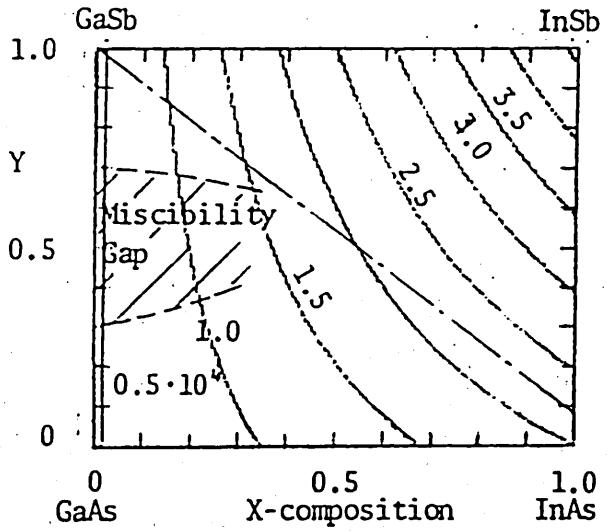


Fig. 4(b)

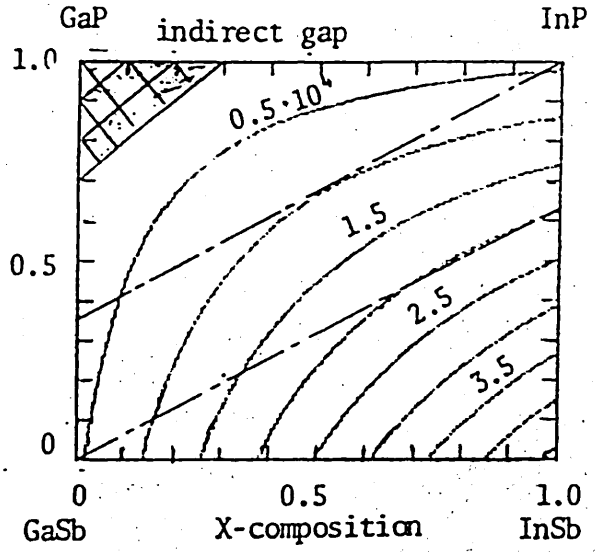


Fig. 5(b)

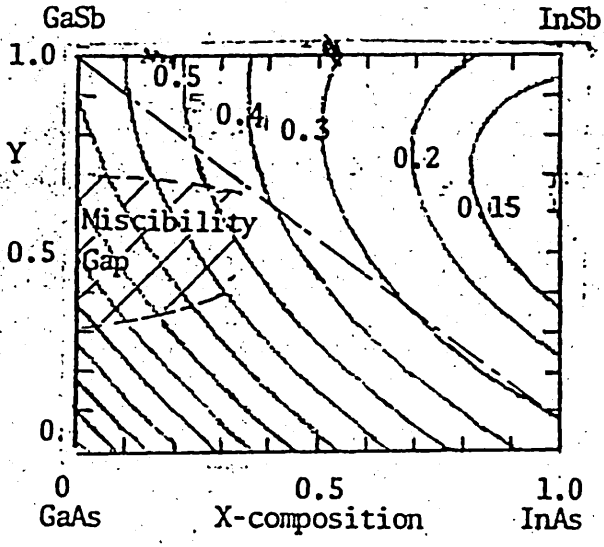


Fig. 4(c)

図5 $InGaPSb$ の混晶比に対する (a): ΔE_{gPL} と (b): μ の変化.

図4 $InGaSbAs$ の混晶比に対する (a): ΔE_{gPL}, (b): μ ならびに (c): E_{gP} の変化.

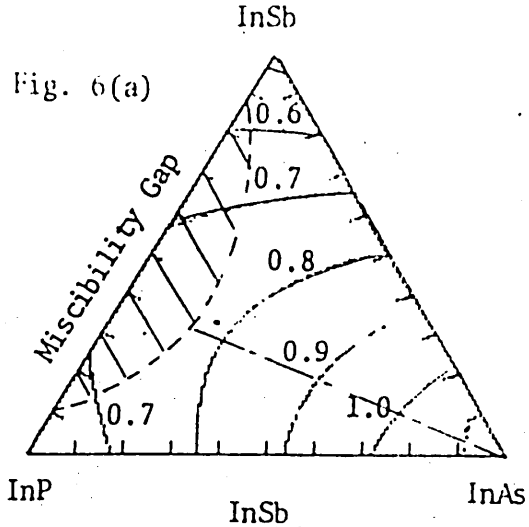
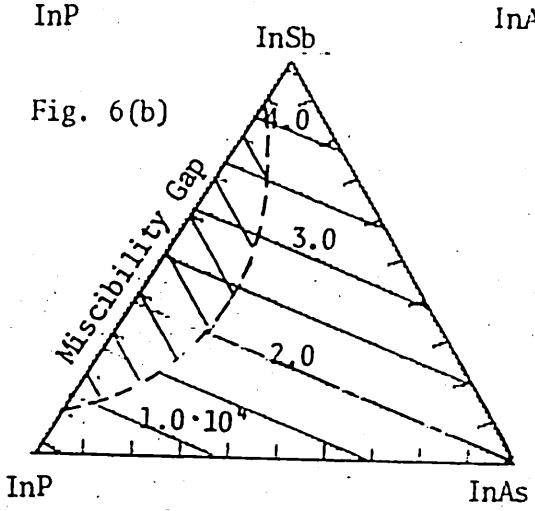
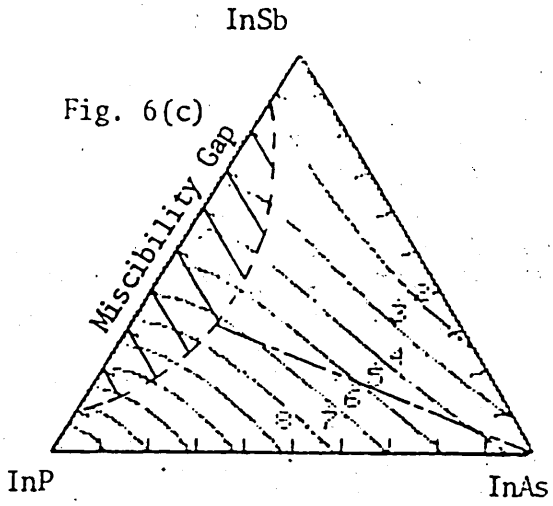
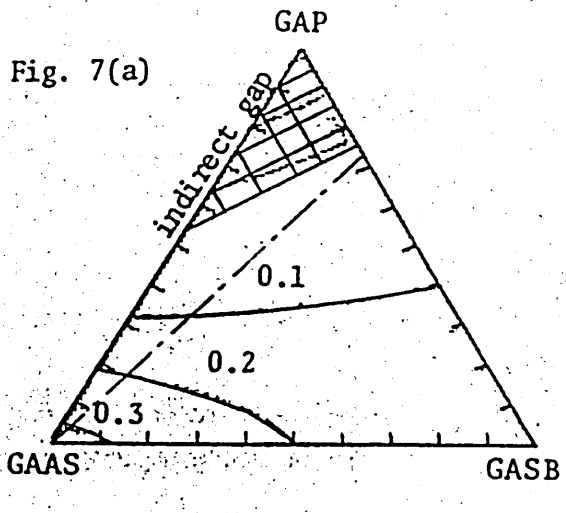
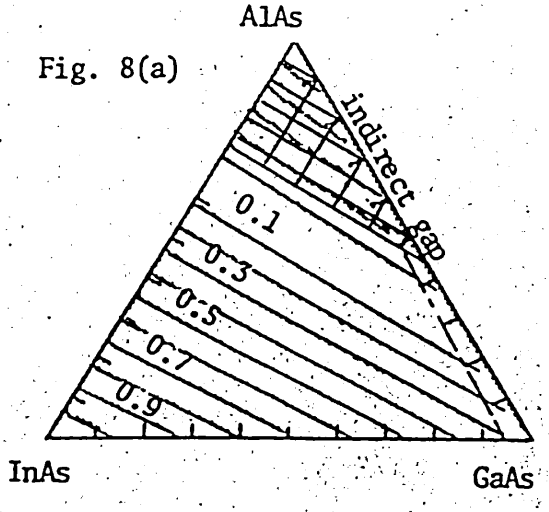


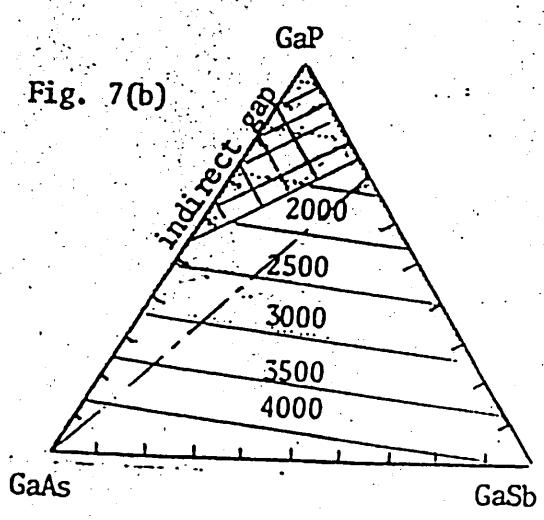
図6 InPAsSbの混晶に対する(a)：ΔE_{gPL}，(b)：μならびに(c)：E_{gP}の変化.











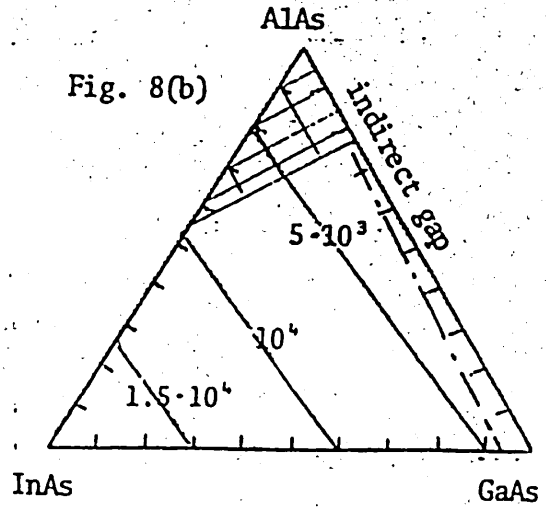


図7 GaAsSbP

図8 InGaAlAs

図3Cは混晶比x, yの関数として主バンドのバンドギャップエネルギーEgpの値について画かれている。x=0.546におけるInGaAsではEgp=0.7eVとなって使用温度範囲が狭く，PN接合のリーク電流が大きくなる欠点がある。

図4(a),(b),(c)はInGaSbAsの混晶について，それぞれΔEgpL，μならびにEgpの曲線が示されている。この混晶は組成平面の全域で直接遷移型であるが，図中で斜線で示された範囲内でmiscibility gapが存在することがH.C. CaseyとM.B. Panishによって述べられている。[12] この混晶では，基板結晶のGaSbに格子整合する直線y=1-0.907xにおいて，x≧0.3の範囲でGaAsのΔEgpLより大きい値をとり，InAsSb (y=0.093)の3元混晶で最も大きくて約3倍になる。移動度は大きい値になるが，Egpの値はより小さくなる。

図6(a),(b),(c)はInPAsSbの混晶について，それぞれΔEgpL，μならびにEgpの曲線が示されている。この混晶の特性は，図4で説明されたことにまた，この混晶は全域で直接遷移型であるが，組成平面のy=0～0.2のかなり広い範囲にわたってmiscibility gapが存在する。

図から判るように，この型の混晶では基板結晶のInAsに格子整合するInAsSbの3元混晶は存在しない。気相エピタキシャル成長の過程でP, Asならびに Sbの偏析係数の差を利用して，Pの混晶比の小さいbuffer層を基板のInAsに成長させて，その上に格子整合の不整合度が小さくなるようにInAs0.86Sb0.14の混晶比をもつ3元混晶[図のa→b→c]を成長させた報告がある。

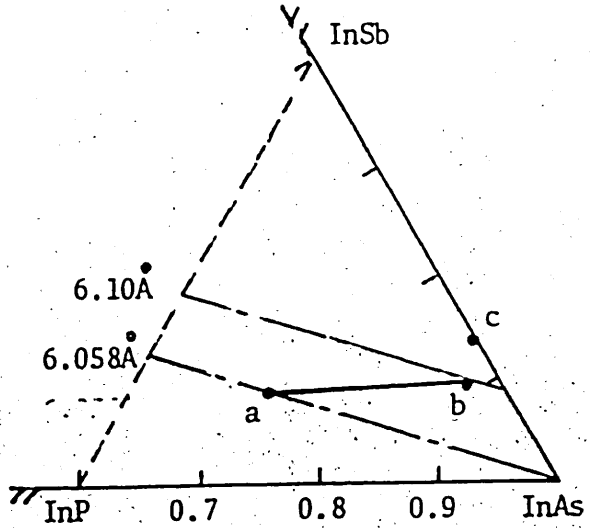


図9 InAsの基板結晶にInSbAsの3元混晶のエピタキシャル成長の説明図

図7，図8にGaAsSbPならびにInGaAlAsの混晶の特性が示されているが，これらの混晶では当然のことながら注目すべき結果はえられなかった。

6. まとめ

GaAsに代る高速ならびに低入力デバイスに適した混晶材料を検討した。InGaAsに次いでInGaSbAsならびにInPAsSbの4元

混晶のΔE_{gPL}の値がGaAsのそれよりも大きくなり，高速デバイスの半導体結晶材料として一応期待がもて，かつ移動度も大きくなって低電流入力材料として期待される。

ここでは大雑把な考察から，この結晶材料が期待できるかについて考察してきたが，これらの材料が素子として組込まれるには，実際にエピタキシャル結晶成長の技法の問題点や他の多くの結晶材料についてなされている種々の散乱機構を考慮した電算機シュミレーションによるI-E特性の検討などが，今後の問題点として残るが，これらの点は今後の研究に俟つ次第である。

References

(1) M.S.Shur and L.F.Eastman
IEEE Trans., vol. ED-26, No.11, 1979, p.1677.

(2) C.O.Bozler and G.D.Alley
IEEE Trans., vol. ED-27, No.6, 1980, p.1128.

(3) T.Mimura, S.Hiyamizu, T.Fujii and K.Nanbu
Jap. Jour. Appl. Phys., vol.19, No.5, 1980, p.L225.

(4) A.Cappy, B.Carnez, R.Fauquembergues, G.Salmer and E.Constant
IEEE Trans., vol. ED-27, No.11, 1980, p.2158.

(5) R.L.Moon, G.A.Antypas and L.W.James
Jour. Electronic Materials, vol.3, No.3, 1974, p.635.

(6) E.H.Perea, E.Mendes and C.G.Fousted
Jour. Electronic Materials, vol.9, No.2, 1980, p.459.

(7) G.H.Olsen, T.Z.Zamerowski, R.T.Smith and E.P.Bertin
Jour. Electronic Materials, vol.9, No.6, 1980, p.977.

(8) C.K.Williams, T.H.Glisson, J.R.Hauser and M.A.Littlejohn
Jour. Electronic Materials, vol. 7, No.5, 1978, p.639.

(9) T.H.Glisson, J.R.Hauser, M.A.Littlejohn and C.K.Williams
Jour. Electronic Materials, vol.7, 1978, p.1.

(10) B.K.Ridrey
Jour. Appl. Phys., vol.48, NO.2, 1977, p.754.

(11) J.W.Harrison
Jour. Appl. Phys., vol.47, 1976, p.292.

(12) H.C.Casey and M.B.Panish
" Heterostructure ", Academic Press,1978.

(13) E.R.Gertner, D.T.Cheung, A.M.Andrews and J.T.Longo
Jour. Electronic Materials, vol.6, No.2, 1077, p.163.

輻射科学研究会資料

低損失長尺イメージファイバとその応用

藤原国生，吉村耕三，後藤英夫，小野公三，津野浩一
（住友電気工業株式会社）

昭和56年 12月 11日

目次

頁

1. まえがき ——— 1

2. イメージファイバの原理と構造 ——— 1

2-1 原理 ---------- 2

2-2. 構造 ---------- 2

3. イメージファイバ系の特性 ——— 4

3-1. 明るさ ---------- 4

3-2. 解像度 ---------- 6

4. イメージファイバ系の評価方法 ——— 9

4-1. 明るさの評価 ---------- 9

4-2. 解像度の評価 ---------- 10

(1) テストチャートによる方法 ---------- 10

(2) エッジ像による方法 ---------- 10

5. イメージファイバの応用例 ——— 16

(1) カラーボアホール観察システム ---------- 16

(2) 粉体噴射角計測システム ---------- 16

6. あとがき ——— 18

低損失長尺イメージファイバとその応用

藤原国生，吉村耕三，後藤英夫，小野公三，津野浩一
（住友電気工業株式会社）

1. まえがき

ファイバスコープは，胃カメラをはじめ，狭いところや防爆性を要求されるところなどでの観察ツールとして広く用いられている。[1)2)5)] ところが，従来は，伝送損失が大きいこと，製造が困難なことから，長尺物が得られず，せいぜい3mが限界であった。このため，とくに工業分野への発展が遅れていた感があった。筆者らはこのような問題点を克服し長さ50mにも及ぶ画像直接伝送用の光ファイバ（以下，簡単にイメージファイバと呼ぶ）の開発に成功した。[4)]

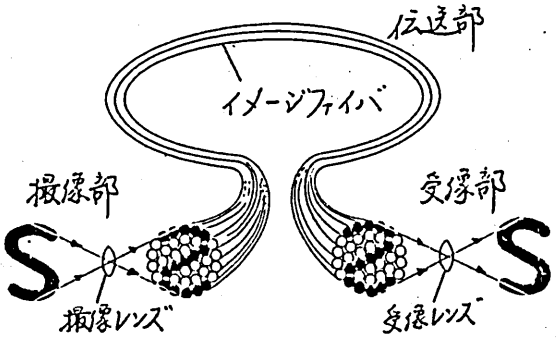


図2-1. イメージファイバによる画像伝送の原理

本文では，上記イメージファイバを用いた画像伝送系の特性および評価方法を論じ，2.3の応用例についても述べる。

2. イメージファイバの原理と構造

2-1. 原理

図2-1にイメージファイバによる画像伝送の原理図を示す。画像は撮像部のレンズ系により イメージファイバの一方の端面に結像し，画素に分割された後，イメージファイバ中を それぞれ独立に伝わる。もう一方の端面においても 画素間の位置関係が保存されているため，それらの合成として画像が出力され，受像部のレンズ系により 拡大視されるものである。図2-2は，今回筆者ら

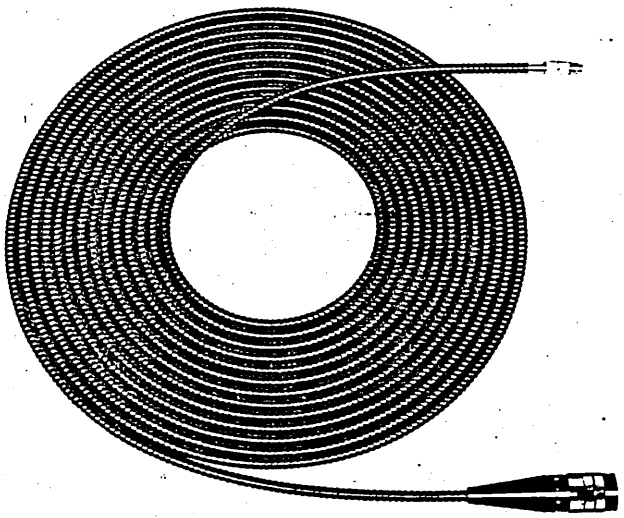


図2-2. 低損失長尺ファイバスコープの外観写真

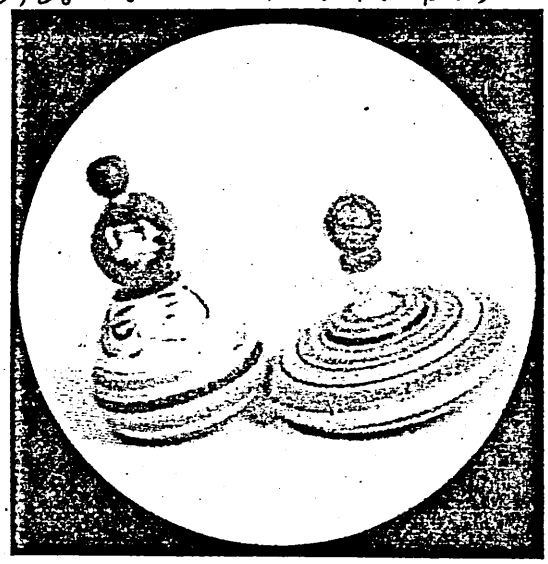


図2-3. 伝送像の例

が開発したファイバスコープの外観写真であり，図2-3は，それによる伝送像の例である。

2-2. 構造

図2-4にイメージファイバの断面構造を示す。直径Dmmのイメージファイバ中に，直径dmmの画素をN個持つ。図中，A-A'上の屈折率分布に示すように，画素部分の屈折率n_1は，周辺の屈折

率n_2よりも高くしてある。図2-5は，幾何光学的に見たイメージファイバ中の光線のふるまいを示したものである。イメージファイバの開口数から決まるθ_{max}よりも小さい入射角で画

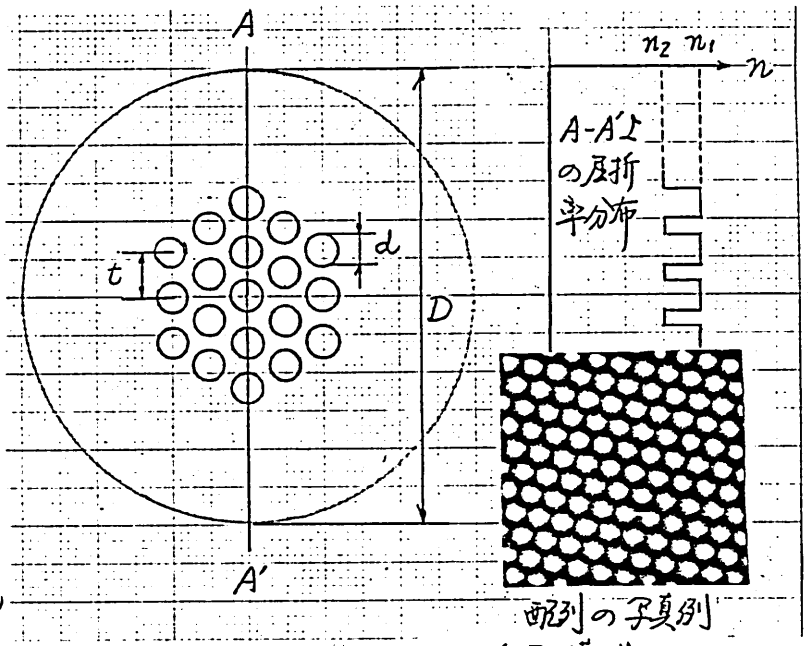


図2-4. イメージファイバの断面構造

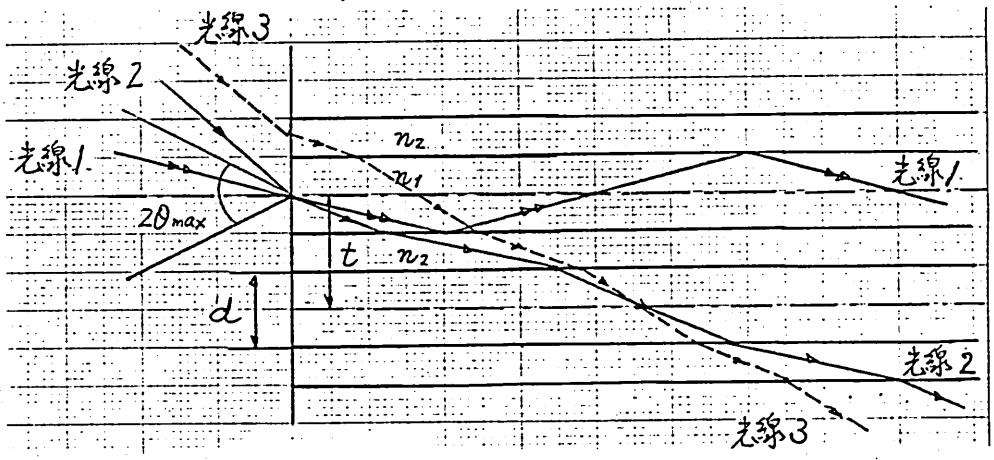


図2-5. 幾何光学的に見た光線のふるまい

素部に入射する光線1は，画素部内で全反射しながら伝送される。ところが，θ_{max}よりも大きい入射角で画素部に入射する光線2や，周辺部に入射する光線3は，画素部内に捕捉されることなく損失となる。なお，このようなファイバは図2-6の製造工程に示すように画素となる光ファイバ（画素ファイバ）を石英管に挿入し配列

した後，加熱し，線引きすることにより得られる。

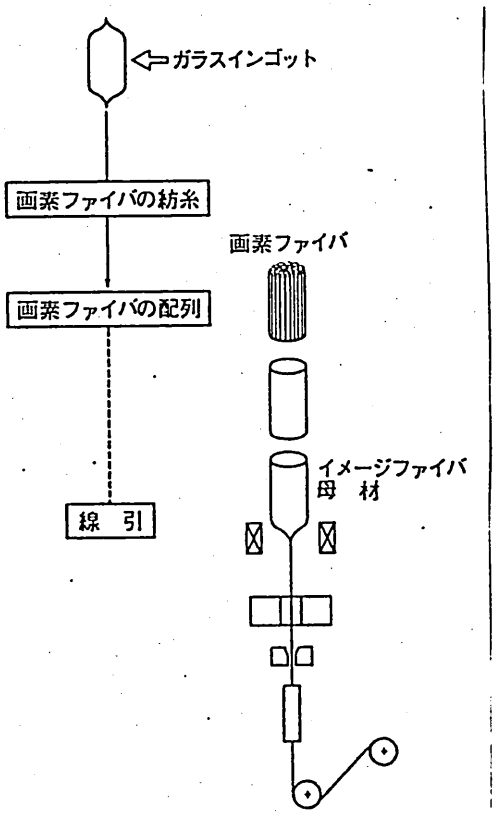


図2-6. 製造工程

3. イメージファイバ系の特性

ここでは，イメージファイバ系の光学的特性を論じる上で最も重要と考えられる明るさおよび解像度について理論的検討を加える。

3-1. 明るさ

図3-1にイメージファイバによる画像伝送系のモデルを示す。イメージファイバ入射面における照度 E_{f1} lux と被写体面における照度 E_1 lux との比は，撮像レンズが十分に明るく，撮像系の倍率 m_1 が1に比べて十分に小さければ，

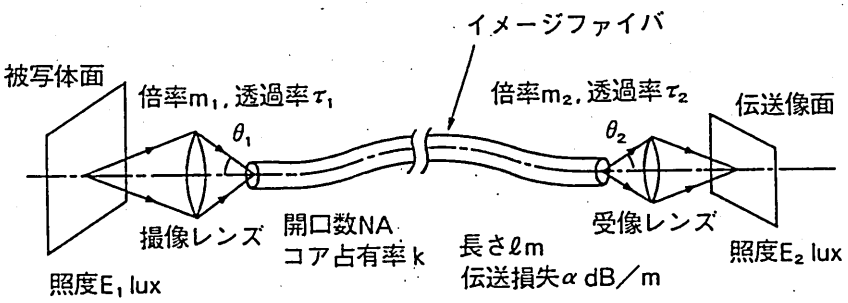


図3-1. 画像伝送系のモデル

$$\frac{E_{f1}}{E_1} = \rho \tau_1 NA^2 \qquad (3\text{-}1)$$

と表わせる。ここで，

ρ：被写体の反射率

τ_1：撮像レンズの透過率

NA：イメージファイバの開口数

としている。また，イメージファイバ出射面における照度 E_{f2} lux と，同入射面における照度との比は，次のように書ける。

$$\frac{E_{f2}}{E_{f1}} = \tau_F^2 k_c 10^{-\frac{\alpha l}{10}} \qquad (3\text{-}2)$$

ここで，τ_F：イメージファイバの一つの端面におけるフレネル損失を考慮した透過率

k_c：イメージファイバ画素部と全断面との面積比

α：伝送損失 [dB/m]

l：長さ [m]

である。さらに伝送像面における照度 E_2 lux とイメージファイバ出射面における照度 E_{f2} lux との比は，受像レンズが十分に明るければ，

$$\frac{E_2}{E_{f2}} = \frac{\tau_2}{m_2^2} \qquad (3\text{-}3)$$

となる。

以上より，伝送像面における照度と被写体面における照度の比は，次式のように表わすことができる。

$$\frac{E_2}{E_1} = \frac{\rho \tau_1 \tau_2 \tau_F^2 NA^2 k_c 10^{-\frac{\alpha l}{10}}}{m_2^2} \qquad (3\text{-}4)$$

図3-2は，$\rho\tau_1\tau_2 10^{-\frac{\alpha l}{10}}\tau_F^2 = 0.9$，$k_c = 0.5$のとき，$NA = 0.2, 0.4$および$0.6$をパラメータとし，受像系の倍率$m_2$に対する$E_2/E_1$の値をプロットしたものであり，光学系設計上の指針を与えるものである。なお，ここであげたパラメータのうち，αをはじめ，ρ, τ_1, τ_2の波長特性が明るさに大きく影響することに注意する必要がある。

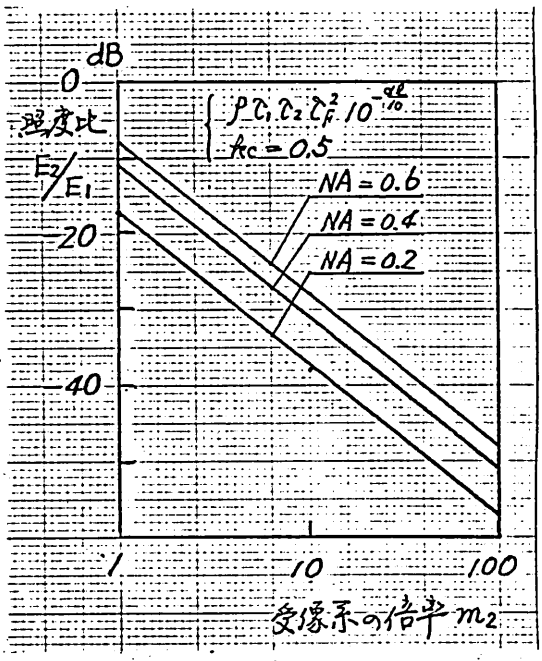


図3-2. 伝送像の明るさ

3-2. 解像度

解像度を決める要因のうち，主なものに画素数と画素間の光の漏れ（以後漏光と呼ぶ）がある。図2-4で示した構造のとき，イメージファイバ断面の直径上には平均間隔$t = \sqrt{\pi D}/2\sqrt{N}$ mmで画素が並ぶため，イメージファイバ面上では原理的に

$$\frac{1}{2t} = \frac{\sqrt{N}}{\sqrt{\pi D}} \simeq 0.56\frac{\sqrt{N}}{D} \quad [\text{lp/mm}]$$

以上の解像度は望めない。

次に漏光と解像度の記述として一般に用いられている空間周波数ωに対する応答である OTF (Optical Transfer Function) $H(\omega)$

または MTF (Modulation Transfer Function) $|H(\omega)|$ との関係を論じる。系のインパルス応答を $h(x)$ とすると，$H(\omega)$ は $h(x)$ のフーリエ変換で与えられる。$h(x)$ は画素間の結合を表わす関数 $f(x)$ とパルス入力 $g(x)$ との畳み込み積分として次のように表わされる。

$$h(x) = \int_{-\infty}^{\infty} f(x')\, g(x'-x)\, dx' \tag{3-5}$$

$$f(x) = \xi \cdot \sum_{n=-\infty}^{\infty} \gamma^{|n|}\, \delta(x - nt) \tag{3-6}$$

$$g(x) = \begin{cases} \dfrac{1}{d} & -\dfrac{d}{2} \leqq x \leqq \dfrac{d}{2} \\ 0 & x < -\dfrac{d}{2},\ \dfrac{d}{2} < x \end{cases} \tag{3-7}$$

ここで　γ：隣接画素間の漏光量

ξ：正規化定数

である．

$$\int_{-\infty}^{\infty} f(x)\, dx = 1 \tag{3-8}$$

より，

$$\xi = \frac{1-\gamma}{1+\gamma} \tag{3-9}$$

となる．また，$g(x)$ は偶関数であるため

$$h(x) = \int_{-\infty}^{\infty} f(x')\, g(x-x')\, dx' \tag{3-10}$$

となる．一方，

$$H(\omega) = \mathcal{F}[h(x)] = \mathcal{F}[f(x)]\mathcal{F}[g(x)] \tag{3-11}$$

式(3-6), (3-7)より

$$\mathcal{F}[f(x)] = \frac{1-\gamma}{1+\gamma}\left\{1 + \sum_{n=1}^{\infty}\gamma^n \mathcal{F}[\delta(x-nt)] + \sum \gamma^n \mathcal{F}[\delta(x+nt)]\right\}$$

$$= \frac{(1-\gamma)^2}{1+\gamma^2-2\gamma\cos\omega t} \tag{3-12}$$

$$\mathcal{F}[g(x)] = \mathrm{sinc}\,\omega a = \frac{\sin\omega a}{\omega a}. \tag{3-13}$$

式(3-11)に式(3-12),(3-13)を代入すると，系のMTFは，

$$|H(\omega)| = \left|\frac{\sin\omega a}{\omega a}\cdot\frac{(1-\gamma)^2}{1+\gamma^2-2\gamma\cos\omega t}\right| \tag{3-14}$$

と計算できる．$a=3\mu m$, $t=8\mu m$とし，$\gamma=0, 0.1, 0.2$に対するMTFを

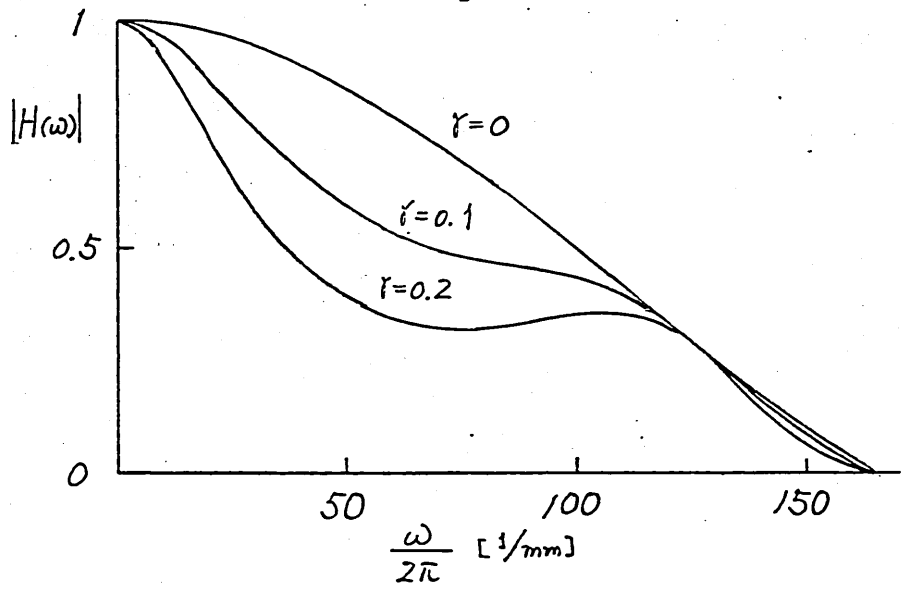


図3-3. MTFの計算例

計算した例を図3-3に示す。この図から，周期構造を有するイメージファイバでは漏光量がゼロという理想的な状態の場合でも周波数特性を有しており解像限界が存在することがわかる。また，$\omega/2\pi = 120$の近辺における極大値または変曲点は，上記の周期構造から決定されるものであり，この点における値は漏光の有無によらず一定である。さらに漏光量が増大するとともに，周期構造から伝送されるべき空間周波数成分が減衰し，実効的な解像度の低下を招くことがわかる。

4. イメージファイバ系の評価方法

ここでは，3で述べた明るさおよび解像度の評価方法について述べる。

4-1. 明るさの評価

一様に照明された被写体面（拡散面）における一定視野をイメージファイバ系で伝送し，得られた像の照度を測定することにより，明るさが評価できる。実際のイメージファイバ系で測定したところ，伝送像面における照度と被写体面における照度の比と，式(3-4)より求めた理論値との差は1.9dB程度であり，定式化の妥当性を示すことができた。

また，3でも述べたように，明るさの評価には波長特性に対する考慮が必要である。図4-1は，式(3-4)中の$10^{-\alpha L/10}$にあたるイメージファイバ（長さ10m）の透過率の測定例である。とくに，可視域においてはほぼ平坦な特性を示し，忠実度の良好なカラー画

像の伝送が可能であることがわかる。

4-2. 解像度の評価

簡便な2法を取りあげ，相互の関連についても触れる。

(1) テストチャートによる方法

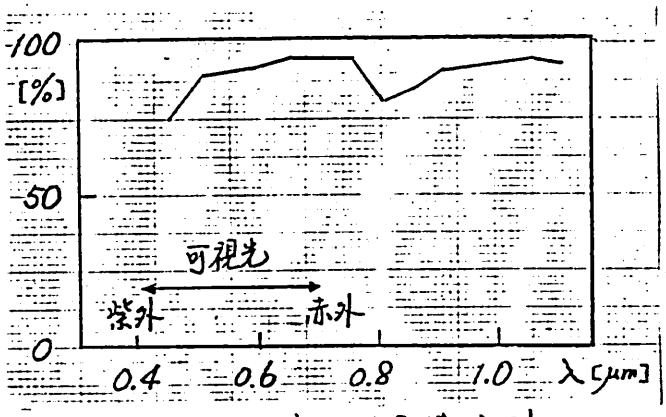


図4-1. 透過率の波長特性例
(長さ10m)

この方法は，図4-2に示すような，線幅を段階的に変化させた矩形波格子をもつテストチャートの伝送像から目視により解像できる限界を調べるという簡便な方法である。図4-3は伝送像の例であり，ほぼ解像限界付近の像である。

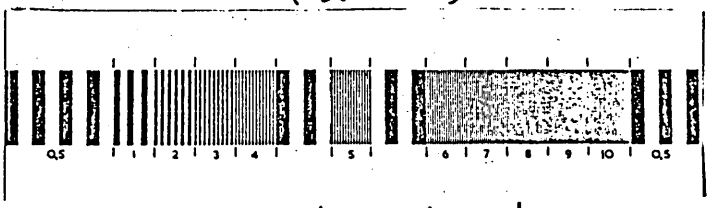


図4-2. テストチャートの例

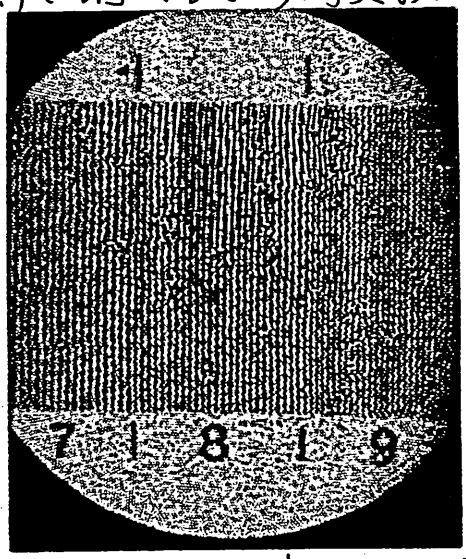


図4-3. テストチャートの伝送像例

(2) エッジ像による方法

(1)の方法で，線幅の変化が離散的な市販のテストチャートでは，たかだか，数～10段階の解像度の程度がわかるに過ぎない。また，評価に主観(視力)の関与するおそれがある。そこで，この欠点を補う，より定量的な方法として，図4-4のブロック図で示すようなエッジ像による方法[12]を用いた。この方法は，拡散面光源の前に置かれたナイフエッジの像を伝送し，

伝送面で得られる像（以後エッジ応答と呼ぶ）のエッジ部の立ち上がりから解像度を評価するものである。レンズ系の収差等により，伝送像面において解像度の空間的なばらつきがある場合など，(1)では観測点上で，テストチャートを線幅ごとに動かして調べる必要があるのに対し，この方法では，観測点を移すだけでよいという利点もある。

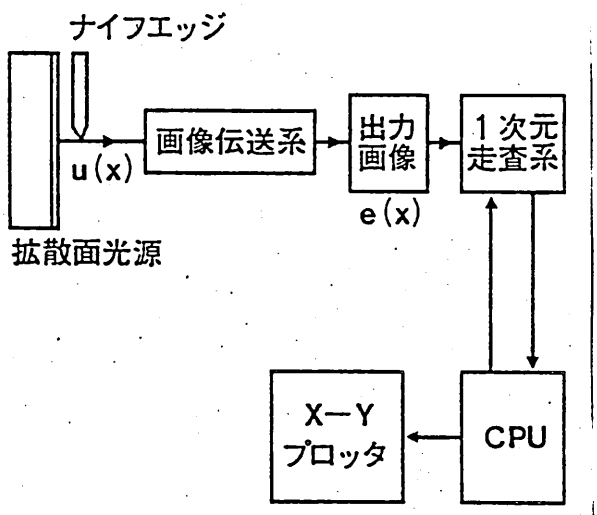


図4-4. エッジ応答測定系のブロック図

さて，以下，(1)，(2) 2つの方法の関連について記述しておく。[6]

(a) イメージファイバ系のエッジ応答の近似

イメージファイバ系のエッジ応答はイメージファイバと両端の光学系のOTFより決まる。

また，一般にエッジ応答 $e(x)$ はインパルス応答 $h(x)$ により，

$$e(x) = \int_{-\infty}^{x} h(y)\,dy \tag{4-1}$$

で与えられる。イメージファイバ本体の $h(x)$ を式(3-6)の包絡線 $\tilde{h}(x)$ で与えると，η を正規化定数として

$$\tilde{h}(x) = \begin{cases} \eta e^{x/\omega_0} & x<0 \\ \eta e^{-x/\omega_0} & 0 \leqq x \end{cases} \tag{4-2}$$

と書ける。ただし，ω_0 は，画素間隔 t と隣接画素間の漏光量 γ と

とすると,

$$e^{-t/\omega_0} = \gamma \tag{4-3}$$

により与えられる。ここで

$$\int_{-\infty}^{\infty} \tilde{h}(y)\, dy = 1 \tag{4-4}$$

より,

$$\eta = 1/2\omega_0 \tag{4-5}$$

となる. これより, $e(x)$は,

$$e(x) = \begin{cases} \frac{1}{2} e^{x/\omega_0} & x<0 \\ 1 - \frac{1}{2} e^{-x/\omega_0} & 0 \leqq x \end{cases} \tag{4-6}$$

と書ける. また, レンズ系についても 同様の傾向があり, イメージファイバ系の エッジ応答として, (4-6)の $1/\omega_0$ を α として

$$e(x) = \begin{cases} \frac{1}{2} e^{\alpha x} & x<0 \\ 1 - \frac{1}{2} e^{-\alpha x} & 0 \leqq x \end{cases} \tag{4-7}$$

とおくことは妥当である。(図4-5参照)

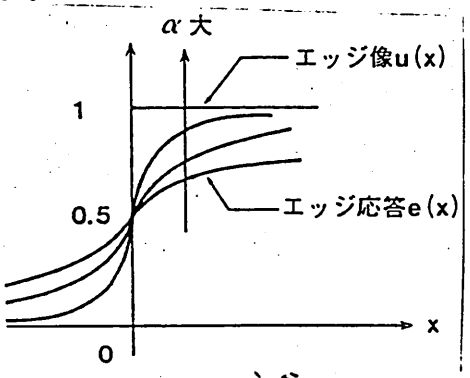


図4-5. エッジ応答

(b) エッジ応答と OTF との関係

式 (4-1)に示すように, インパルス応答は, エッジ応答の微分として書けるため,

$$h(x) = \begin{cases} \frac{\alpha}{2} e^{\alpha x} & x<0 \\ \frac{\alpha}{2} e^{-\alpha x} & 0 \leqq x \end{cases} \tag{4-8}$$

が導ける。これを式(3-11)に代入して

$$H(\omega)=\frac{\alpha^2}{\omega^2+\alpha^2} \tag{4-9}$$

となる。図4-6にインパルス応答 $h(x)$ と OTF $H(\omega)$ の概略図を示す。

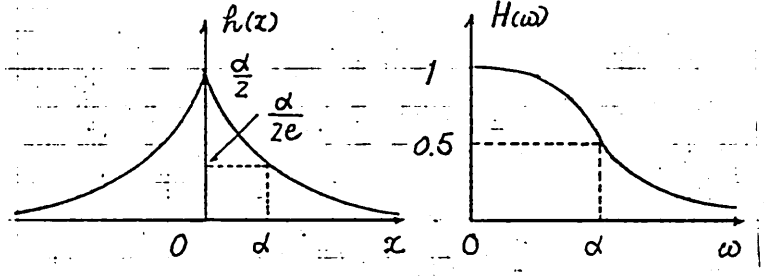


図4-6 インパルス応答と OTF

(c) 矩形波格子に対する応答

まず、単一矩形波(図4-7参照)

$$f(x)=\begin{cases}\dfrac{1}{a} & -\dfrac{a}{2}\leqq x\leqq\dfrac{a}{2}\\ 0 & x<-\dfrac{a}{2},\ \dfrac{a}{2}<x\end{cases} \tag{4-10}$$

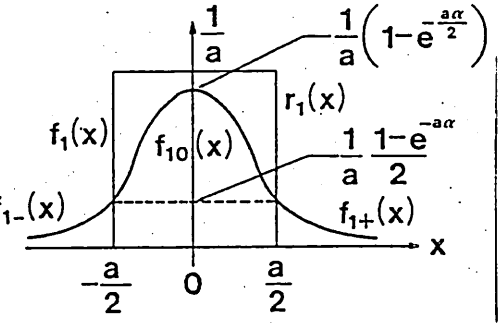


図4-7. 単一矩形波

の応答 $f_1(x)$ は、

$$f_1(x)=\mathcal{F}^{-1}[\mathcal{F}[f(x)]\cdot H(\omega)] \tag{4-11}$$

に式(4-9)、(4-10)を代入することにより次のように求められる。

$$f_1(x)=\begin{cases}f_{1-}(x)=\dfrac{1}{a}e^{\alpha x}\sinh\left(\dfrac{a\alpha}{2}\right) & x<-\dfrac{a}{2}\\ f_{10}(x)=\dfrac{1}{a}\left(1-e^{-\frac{a\alpha}{2}}\cosh\left(\dfrac{a\alpha}{2}\right)\right) & -\dfrac{a}{2}\leqq x\leqq\dfrac{a}{2}\\ f_{1+}(x)=\dfrac{1}{a}e^{-\alpha x}\sinh\left(\dfrac{a\alpha}{2}\right) & \dfrac{a}{2}<x\end{cases} \tag{4-12}$$

次に、単一矩形波が図4-8に示すように、周期 p で無限に繰

返す矩形波格子 $r_\infty(x)$ に対する応答 $f_\infty(x)$ を求める。$f_1(x)$ が np (n 整数) だけ平行移動した関数の重ね合わせとして与えられ

$$f_\infty(x)=\sum_{n=-\infty}^{\infty} f_1(x-np) \qquad (4\text{-}13)$$

で表わされる。

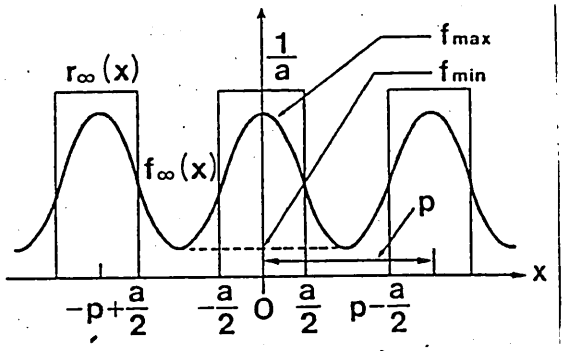


図4-8 矩形波格子

さて，画像 $i(x)$ のコントラスト C を最大値 i_{max}，最小値 i_{min} により

$$C=\frac{i_{max}-i_{min}}{i_{max}+i_{min}} \qquad (4\text{-}14)$$

で表わす。このとき，応答 $f_\infty(x)$ のコントラストは，$f_\infty(0)$ を最大値 f_{max} $f_\infty(p/2)$ を最小値 f_{min} とし評価できる。また，

$$\begin{cases} f_{max}=\sum_{n=-\infty}^{\infty} f_1(-np) \\ f_{min}=\sum_{n=-\infty}^{\infty} f_1\left(\frac{p}{2}-np\right) \end{cases} \qquad (4\text{-}15)$$

と表わせる。ここでは，簡単のため等間隔の矩形波 ($a=\frac{p}{2}$) を考え，式 (4-12) を式 (4-15) に代入すると，

$$\begin{cases} f_{max}=\frac{2}{p}\left\{1-e^{-\frac{\alpha p}{4}}+\frac{e^{\frac{\alpha p}{2}}\sinh\left(\frac{\alpha p}{4}\right)}{\sinh\left(\frac{\alpha p}{2}\right)}\right\} \\ f_{min}=\frac{2}{p}\sinh\left(\frac{\alpha p}{4}\right)e^{-\frac{\alpha p}{2}}\coth\left(\frac{\alpha p}{2}\right) \end{cases} \qquad (4\text{-}16)$$

となる。以上から $f_\infty(x)$ のコントラスト C を，α をパラメータとして解像度 $1/p$ [lp/mm] に対して計算して描いた曲線を図4-9に示す。これにより

矩形波チャートの伝送像の解像限界は，エッジ応答において求められるαおよび解像に最低限必要なコントラストCにより決定される解像度1/pと対応づけることができる。図4-10は，2種類のイメージファイバ系によるテストチャート伝送像およびαの値を示す．αの大小と，画像のコントラストの大小との対応をよく示している。なお図4-11はこのうちα=50の場合の測定例である。

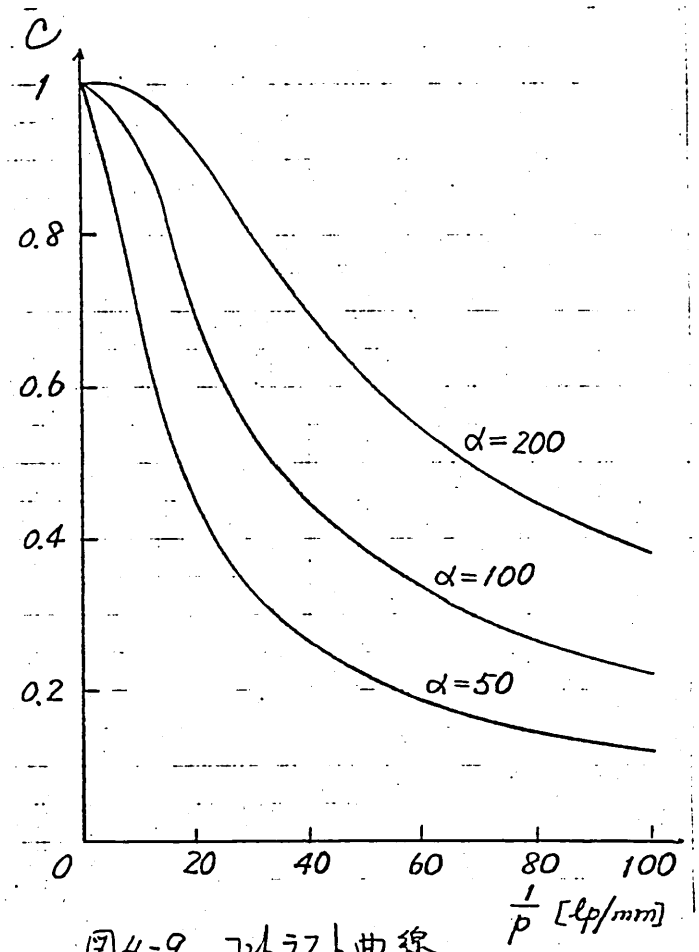
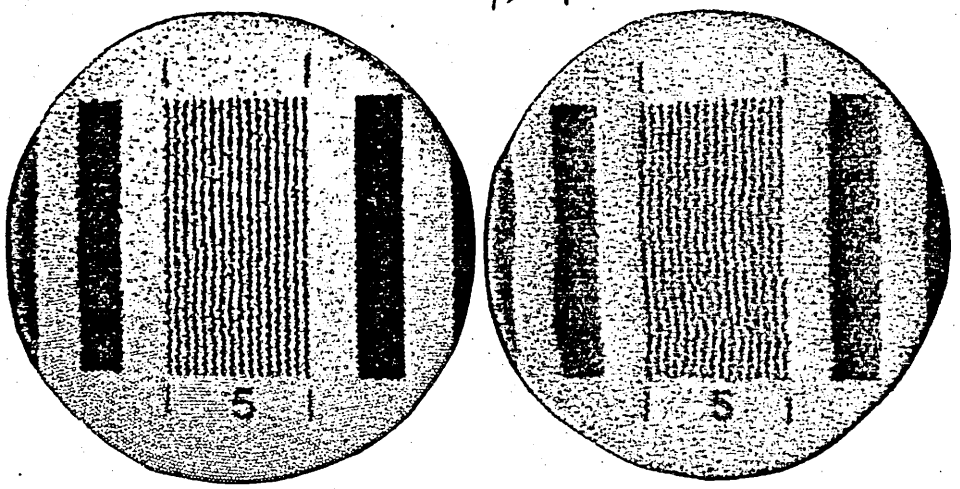


図4-9. コントラスト曲線



(a) α=50　　(b) α=23

図4-10. αと伝送像のコントラスト

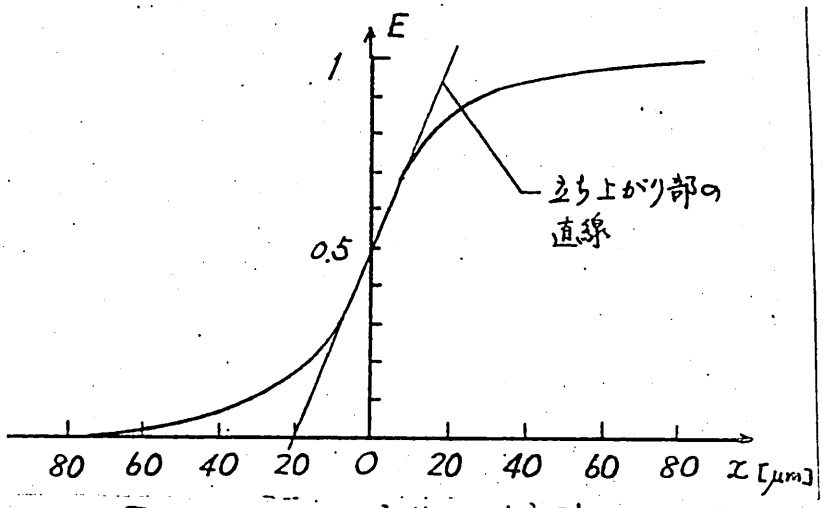


図4-11. エッジ応答の測定例 ($\alpha = 50$)

5. イメージファイバの応用例

イメージファイバの種々の応用のうち，ここでは照明光を伝送するライトガイドを備えたイメージファイバを細い管路の内面検査に適用した例，防爆性が要求される環境下での物体の形状計測に適用した例について紹介する．

(1) カラーボアホール観察システム

図5-1にシステムの構成，図5-2に主装置の外観を示す。地質調査のためボーリングされた孔の内壁をカラーで観察できるものである．これをカラーボアホール観察装置と呼んでいる。この装置には先端を孔の中央に保持する機能や，方位認識の機能も備えられている。

(2) 粉体噴射角計測システム[3]

図5-3に，システムの構成図を示す。可燃性溶媒中に分散した粉末をノズルから噴射させ乾燥させる工程で，その噴射の角

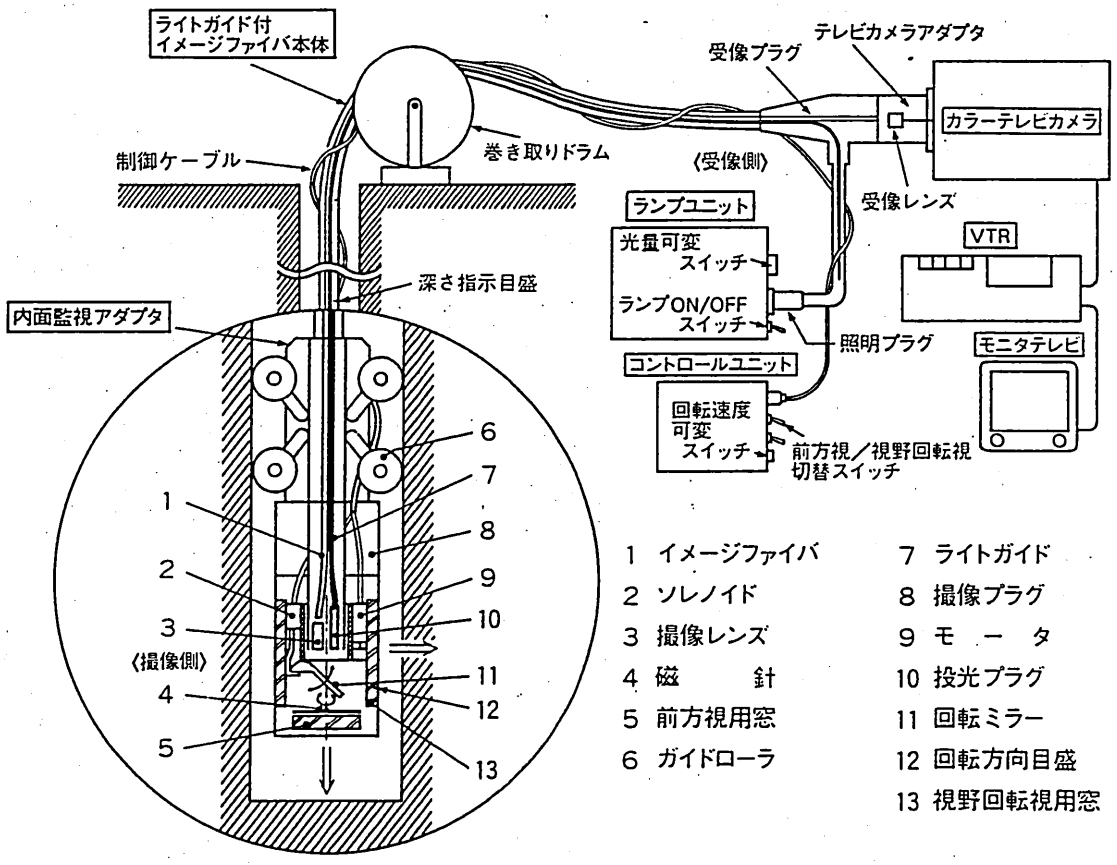


図5-1. カラーボアホール観察システムの構成

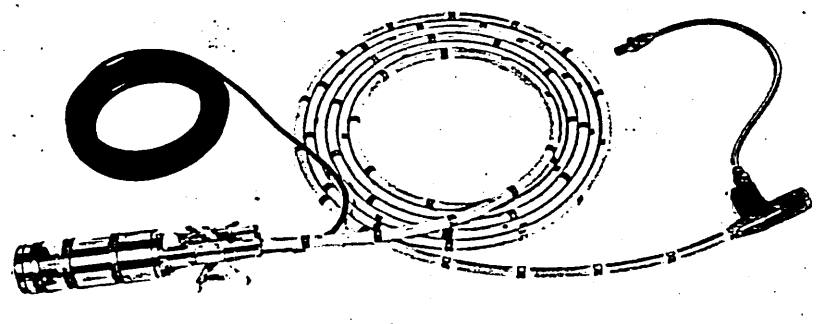


図5-2. 装置の外観写真

度を計測制御するためのシステムである。噴射部の伝送像がテレビカメラに入力され，図5-4に示すようないくつかの境界

点を見つけることにより噴射角が算出される。図5-5は，テレビ画面の一走査線にあたり，サンプリングをされた出力の例である。

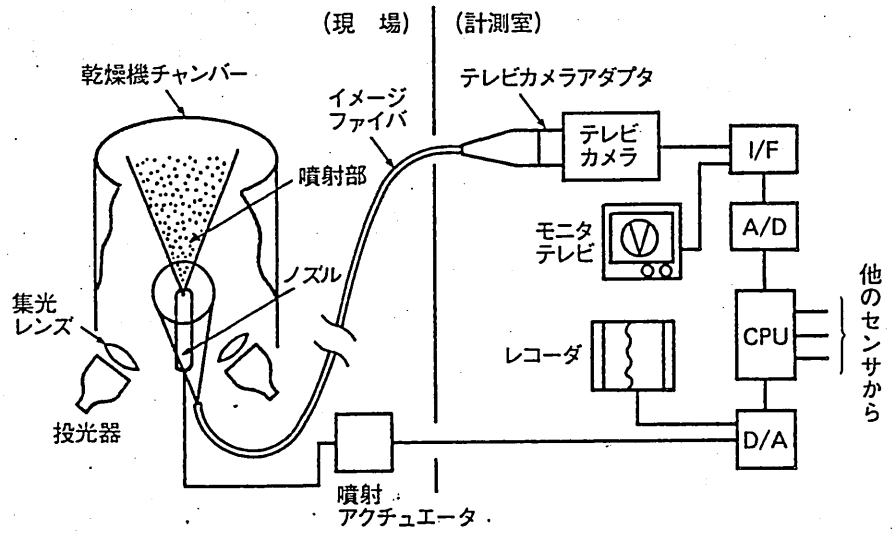


図5-3. 粉体噴射角計測システムの構成

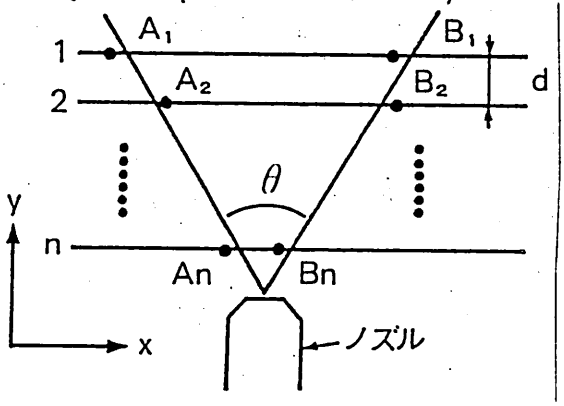


図5-4. 噴射角の算出

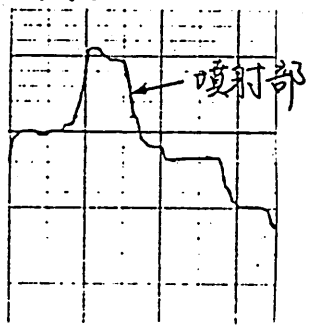


図5-5. 出力の例

6. あとがき

石英系イメージファイバの光学的特性および評価方法を述べ，いくつかの応用事例を紹介した。今後，イメージファイバの性能向上

をはかるとともに，2次元的に見た漏光の波動光学的評価等の理論検討を進める所存である。

〔参考文献〕

1) N. S. Kapany : "Fiber Optics, Principles and Applications", Academic Press (1967)

2) 長尾：「光学ファイバ」共立出版 (1979)

3) 特願昭 54-105965

4) Nakahara, et al. : "Low-loss Image Fiber Development and Applications", Denshi Tokyo 1980 (1980)

5) 津野「光ファイバによる画像伝送」光学技術コンタクト vol.19 no.5 (1981)

6) 津野ほか「エッジ応答法による画像伝達系評価に関する一検討」昭和56年度電子通信学会総合全国大会 (1981)

— 以上 —

輻射科学研究会資料

積分方程式法による誘電体光導波路切断部の解析

西村英一　森田長吉　熊谷信昭
（大阪大学　工学部）

昭和57年3月12日
（於　中央電気クラブ）

1、まえがき

単一モード光ファイバの実用化に向けて種々の検討がなされているが，その中で光ファイバの切断点の探知技術の確立が重要な課題の一つとなっている。切断点の探知法としては，これまでレイリー散乱光を利用する後方散乱法が極めて有効な方法として知られており，特に多モードファイバシステムの場合にはこの方法で何ら問題はないようである。しかし，長距離単一モードファイバシステムにこれを用いることについては，遠方から戻ってくるレイリー散乱光量のレベルが極めて低くなるという測定上の問題が起るようである。従って単一モードファイバに対しては，切断点からの反射波を利用する方法を検討してみる必要がある。しかしこの方法にも，切断部の状況によって反射波の大きさが異ってくるという欠点が伴うことは明らかである。従ってこの方法を想定する限り，切断部の状況による反射量の変化を十分検討しておかなければならない。そこで本研究では特に，切断部の形状と反射量の関係を知ることを目的として，切断部による導波モードの散乱問題をできるだけ厳密に電磁界解析することを試みている。解析にあたっては，取扱いの容易なスラブ導波路を例にとり，切断部境界上の電磁界に対して積分方程式をたて，これを逐次近似的に解くという手法を用いる。積分方程式にはグリーン関数を伴うが，導波路側のグリーン関数については幾何光

学的近似，鏡像法的近似によって得られたものを使う。　式の導出に関し，TEモード入射の場合は以前に報告している[1]ので，本稿ではTMモード入射の場合について述べる。　数値計算結果としては，TEモード入射，TMモード入射の両方の場合について，切断部以降が海水の場合及び空気の場合を例にとり，典型的な二，三の形状と散乱量の関係を示している。

2. 積分方程式の導出

図1のようなスラブ導波路の切断部を考える。導波路は屈折率 κ_1, κ_2, κ_3 の誘電体媒質（$\kappa_2 > \kappa_3 \geq \kappa_1$）で構成されており，切断部以降は屈折率 κ_4 の一様な誘電体媒質とする。（後に，海水又は空気と仮定する。）ここでは入射波として，磁界が y 方向を向いた $+z$ 方向に進行する TM 導波モードを考える。導波路側において境界 C 上の y 方向の磁界を H_{sy}，接線 v 方向の電界を E_{sv} としたとき，観測点を導波路側から C 上の点 P に近づけた極限で電磁界は次式で表される。[2] 尚，時間因子は $\exp(j\omega t)$ とし，長さの量を真空中の波数 $k_0 = \omega\sqrt{\varepsilon_0\mu_0}$ で規格化している。

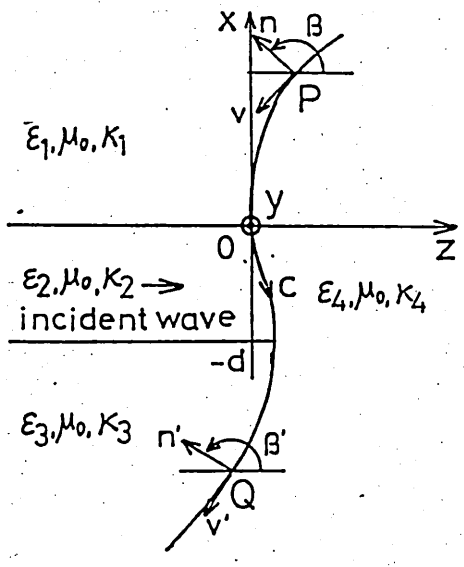


図1. スラブ導波路の切断部

$$H_{sy} = H_y^{inc} + \int_C \left(H_{sy} \frac{\partial G^{ij}}{\partial n'} + j \frac{\kappa_j^2}{W_0} E_{sv} G^{ij} \right) dv' \quad (1)$$

$$E_{sv} = E_v^{inc} + \int_C \left\{ j W_0 H_{sy} \left(\cos(\beta - \beta') G^{ij} - \frac{1}{\kappa_j^2} \frac{\partial^2 G^{ij}}{\partial v \partial v'} \right) - E_{sv} \frac{\partial G^{ij}}{\partial n} \right\} dv' \quad (2)$$

但し，上添字 inc は入射波の量を示す。G^{ij} は導波路側のグリーン関数で，i は観測点 P の存在領域，j は積分点 Q の存在領域を示す。n, v は点 P における導波路側に向かう法線方向，C に沿う接線方向の座標であり，プライムの付いたものは点 Q に関する座標であることを意味する。W_0 は真空中の波動インピーダンス $W_0 = \sqrt{\mu_0/\varepsilon_0}$ である。

次に，屈折率 κ_4 の媒質側で電磁界を H_{dy}, E_{dv} とすると，κ_4 の媒質側から観測点を P に近づけたときの電磁界は

$$H_{dy} = -\int_C \left(H_{dy} \frac{\partial G_4}{\partial n'} + j \frac{\kappa_4^2}{W_0} E_{dv} G_4 \right) dv' \quad (3)$$

$$E_{dv} = -\int_C \left\{ j W_0 H_{dy} \left(\cos(\beta - \beta') G_4 - \frac{1}{\kappa_4^2} \frac{\partial^2 G_4}{\partial v \partial v'} \right) - E_{dv} \frac{\partial G_4}{\partial n} \right\} dv' \quad (4)$$

で表される。G_4 は κ_4 側のグリーン関数で

$$G_4 = -\frac{j}{4} H_0^{(2)}(\kappa_4 R) \quad (5)$$

であり，R は P, Q 間の距離である。

ここで，$H_{sy} = \phi_s$, $H_{dy} = \phi_d$ とすると，

$$E_{sv} = j \frac{W_0}{\kappa_i^2} \frac{\partial \phi_s}{\partial n}, \quad E_{dv} = j \frac{W_0}{\kappa_4^2} \frac{\partial \phi_d}{\partial n}$$

であるから，境界条件

$$\phi_s = \phi_d \quad , \quad \frac{1}{K_i^2}\frac{\partial \phi_s}{\partial n} = \frac{1}{K_4^2}\frac{\partial \phi_d}{\partial n}$$

を考慮し，$\phi_s = \phi$ とおくと，式(1)～(4)は

$$\phi = \phi^{inc} + \int_C \left(\phi \frac{\partial G^{ij}}{\partial n'} - \frac{\partial \phi}{\partial n'} G^{ij} \right) dv' \qquad (6)$$

$$\frac{1}{K_i^2}\frac{\partial \phi}{\partial n} = \frac{1}{K_i^2}\frac{\partial \phi^{inc}}{\partial n} + \int_C \left\{ \phi \left(\cos(\beta-\beta') G^{ij} - \frac{1}{K_j^2}\frac{\partial^2 G^{ij}}{\partial v \partial v'} \right) - \frac{1}{K_j^2}\frac{\partial \phi}{\partial n'}\frac{\partial G^{ij}}{\partial n} \right\} dv' \qquad (7)$$

$$\phi = -\int_C \left(\phi \frac{\partial G_4}{\partial n'} - \frac{K_4^2}{K_j^2}\frac{\partial \phi}{\partial n'} G_4 \right) dv' \qquad (8)$$

$$\frac{1}{K_i^2}\frac{\partial \phi}{\partial n} = -\int_C \left\{ \phi \left(\cos(\beta-\beta') G_4 - \frac{1}{K_4^2}\frac{\partial^2 G_4}{\partial v \partial v'} \right) - \frac{1}{K_j^2}\frac{\partial \phi}{\partial n'}\frac{\partial G_4}{\partial n} \right\} dv' \qquad (9)$$

となる。観測点をC上の点Pに一致させて式(6)，(8)を加え合せると，

$$\phi = \phi^{inc} + \int_C \left\{ \phi \frac{\partial}{\partial n'} (G^{ij} - G_4) - \frac{1}{K_j^2}\frac{\partial \phi}{\partial n'} (K_j^2 G^{ij} - K_4^2 G_4) \right\} dv' \qquad (10)$$

となる。又，式(7)に K_i^2，式(9)に K_4^2 を掛けて加え合せ，整理すると，

$$\frac{1}{K_i^2}\frac{\partial \phi}{\partial n} = \frac{2}{K_i^2 + K_4^2}\frac{\partial \phi^{inc}}{\partial n} + \frac{2}{K_i^2 + K_4^2} \cdot \int_C \left[\phi \left\{ \cos(\beta-\beta') (K_i^2 G^{ij} - K_4^2 G_4) - \frac{\partial^2}{\partial v \partial v'} \left(\frac{K_i^2}{K_j^2} G^{ij} - G_4 \right) \right\} - \frac{1}{K_j^2}\frac{\partial \phi}{\partial n'}\frac{\partial}{\partial n} (K_i^2 G^{ij} - K_4^2 G_4) \right] dv' \qquad (11)$$

となる。式(10)，(11)はTMモード入射の場合の切断部境界上の電磁界 ϕ，$\partial\phi/\partial n$ に対す

る積分方程式になっている。切断境界Cは クラッド部において導波モードが十分減衰するところまでとればよい。数値計算においては，切断境界Cを分割して式(10)，(11)を離散化し，各分割区間内の電磁界は一定であるとする。各区間内の中間点の ϕ，$(1/\kappa_c^2)\partial\phi/\partial n$ を未知数とし，積分方程式をマトリクス方程式に変形し，これを計算機によって逐次近似的に解く。

3. 導波路側のグリーン関数

TMモード入射の場合について，導波路側のグリーン関数を場合に分けて次に示す。

3.1 点P，Qが同一領域の場合（$j=i$）

グリーン関数は，

$$G^{ii} = -\frac{j}{4} H_0^{(2)}(k_i R) \tag{12}$$

とする。これは，点Qから点Pへの直接波の影響のみである。

3.2 点P，Qが一境界隔てる場合（$j=1$，$i=2$とする。）

(1) 点Qが境界から離れているとき，幾何光学的近似によって得られたグリーン関数を使う。[3]（図2参照）

図2によってその考え方は自明と思われるので結果だけ示す。

$$G^{21} = -\frac{j}{4} H_0^{(2)}(k_1 L_1)\, T A_1 e^{-jk_2 L_2} \tag{13}$$

$$T = \frac{\varepsilon \cos\theta_1 - \sqrt{\varepsilon - \sin^2\theta_1}}{\varepsilon \cos\theta_1 + \sqrt{\varepsilon - \sin^2\theta_1}}, \quad \varepsilon = \left(\frac{k_2}{k_1}\right)^2 \tag{14}$$

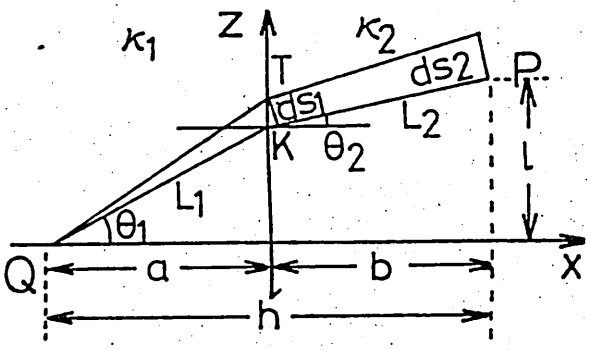


図2. 幾何光学的な考え方に基づくグリーン関数に関する座標

$$A_1 = \sqrt{\frac{dS_1}{dS_2}} = \sqrt{\frac{\frac{L_1}{K_1 \cos^2\theta_1}}{\frac{L_1}{K_1 \cos^2\theta_1} + \frac{L_2}{K_2 \cos^2\theta_2}}} \qquad (15)$$

(b) 点Qが境界に近いとき，鏡像法的近似によって得たグリーン関数を使う。(図3参照)

図3(a)のように，全体をK_1の媒質でみたし，点Qと対称な点に大きさS'の波源をおくと，点P'へのグリーン関数G_1は，

$$G_1 = -\frac{i}{4} H_0^{(2)}(K_1 R_1) - \frac{i}{4} S' H_0^{(2)}(K_1 R_2) \qquad (16)$$

次に，図3(b)のように全体をK_2の媒質でみたし，点Qに大きさSの波源をおくと，点Pへのグリーン関数G_2は，

$$G_2 = -\frac{i}{4} S H_0^{(2)}(K_2 R) \qquad (17)$$

S', Sは，最大エネルギーが通過するであろうと考えられる光学的透過点KにおけるG_1, G_2並びに$1/K_1^2 \cdot \partial G_1/\partial x$, $1/K_2^2 \cdot \partial G_2/\partial x$の連続性を解いて得る。このうちSは

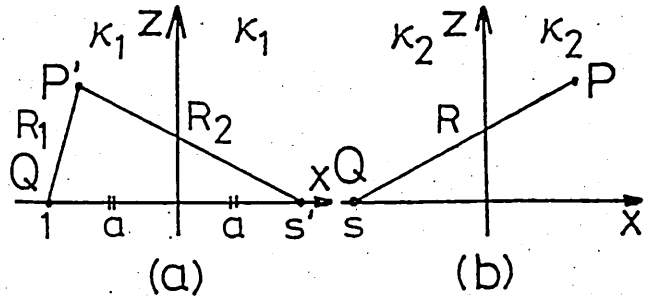


図3、鏡像法的な考え方に基づくグリーン関数に関する座標

$$S = \frac{2}{\dfrac{H_0^{(2)}(\kappa_2 L_1)}{H_0^{(2)}(\kappa_1 L_1)} + \dfrac{\kappa_1}{\kappa_2}\dfrac{H_1^{(2)}(\kappa_2 L_1)}{H_1^{(2)}(\kappa_1 L_1)}}$$

$$\fallingdotseq \frac{\kappa_2}{\kappa_1}\left[1 + \frac{1}{2}\frac{\kappa_1-\kappa_2}{\kappa_1}\left\{\kappa_1 L_1 \frac{H_0^{(2)}(\kappa_1 L_1)}{H_1^{(2)}(\kappa_1 L_1)} - \kappa_2 L_1 \frac{H_1^{(2)}(\kappa_1 L_1)}{H_0^{(2)}(\kappa_1 L_1)}\right\}\right] \qquad (18)$$

と定まる。 ここで", κ_1 と κ_2 の差が非常に小さいという近似を使った。 求めるグリーン関数は 式(18)を使った式(17)で"表す。

$$G^{21} = -\frac{i}{4} S\, H_0^{(2)}(\kappa_2 R) \qquad (19)$$

3.3 点P, Q が二境界隔てる場合 ($j=1$, $i=3$ とする。 図4参照)

(4) 点Q が境界Iから離れているときは, 幾何光学的近似によって得たグリーン関数を使う。

$$G^{31} = -\frac{i}{4} H_0^{(2)}(\kappa_1 L_1)\, T_1 T_2 A_2\, e^{-i(\kappa_2 L_2 + \kappa_3 L_3)} \qquad (20)$$

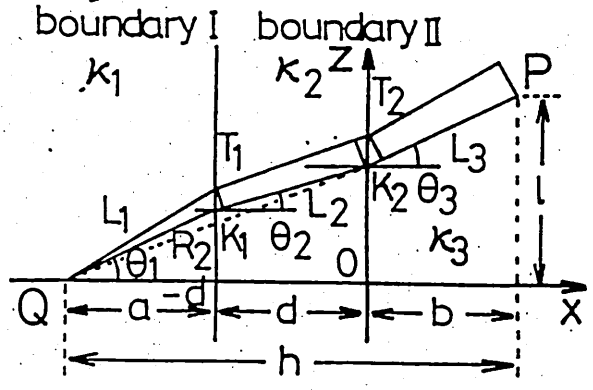


図4. 点P, Q が二面隔てる場合のグリーン関数に関する座標

$$T_1 = \frac{\varepsilon_1 \cos\theta_1 - \sqrt{\varepsilon_1 - \sin^2\theta_1}}{\varepsilon_1 \cos\theta_1 + \sqrt{\varepsilon_1 - \sin^2\theta_1}}, \quad \varepsilon_1 = \left(\frac{k_2}{k_1}\right)^2 \qquad (21)$$

$$T_2 = \frac{\varepsilon_2 \cos\theta_2 - \sqrt{\varepsilon_2 - \sin^2\theta_2}}{\varepsilon_2 \cos\theta_2 + \sqrt{\varepsilon_2 - \sin^2\theta_2}}, \quad \varepsilon_2 = \left(\frac{k_3}{k_2}\right)^2 \qquad (22)$$

$$A_2 = \sqrt{\frac{\dfrac{L_1}{k_1 \cos^2\theta_1}}{\dfrac{L_1}{k_1 \cos^2\theta_1} + \dfrac{L_2}{k_2 \cos^2\theta_2} + \dfrac{L_3}{k_3 \cos^2\theta_3}}} \qquad (23)$$

(b) 点Qが境界Iに近いときは，点Qから点K_2まで鏡像法によって得たグリーン関数に，点K_2から点Pまでの幾何光学的項を掛けて得たグリーン関数を使う。

$$G^{31} = -\frac{i}{4} S H_0^{(2)}(k_1 L_1) T_2 A_2' e^{-ik_3 L_3} \qquad (24)$$

$$A_2' = \sqrt{\frac{\dfrac{L_1}{k_1 \cos^2\theta_1} + \dfrac{L_2}{k_2 \cos^2\theta_2}}{\dfrac{L_1}{k_1 \cos^2\theta_1} + \dfrac{L_2}{k_2 \cos^2\theta_2} + \dfrac{L_3}{k_3 \cos^2\theta_3}}} \qquad (25)$$

4. 切断部からの散乱波の計算

積分方程式の解が求まり，切断部境界上の電磁界が得られると，切断部からの散乱波を計算することができる。$-z$側への散乱については，$-z$側へ進行するモード電磁界への結合係数を求めることによって，又，$+z$側への散乱については，積分表現を使うことによってそれぞれ求められる。（図5参照）

4.1 $-z$側への散乱

$-z$側への散乱波を

$$\mathbb{E}^{s(-)} = \sum_{\mu=1}^{M} a_\mu^{(-)} \mathcal{E}_\mu^{(-)} + \sum_{i=1}^{2} \int_0^{k_3} b_{p(i)}^{(-)} \mathcal{E}_{p(i)}^{(-)} \, dp \qquad (26)$$

$$\mathbb{H}^{s(-)} = \sum_{\mu=1}^{M} a_\mu^{(-)} \mathcal{H}_\mu^{(-)} + \sum_{i=1}^{2} \int_0^{k_3} b_{p(i)}^{(-)} \mathcal{H}_{p(i)}^{(-)} \, dp \qquad (27)$$

のようにモード展開形で表しておく。[4] $\mathcal{E}_3^{(-)}$, $\mathcal{H}_3^{(-)}$は，単位電力を有する$-z$方向進行のTMモード電磁界である。[5] a_μは伝送μモードへの結合係数，$b_{p(i)}$は放射$p(i)$モードへの結合係数である。閉路$C_b + C_\infty + C$について，ローレンツの相反定理[6]

$$\int_C \left(\mathcal{E}_3^{(-)*} \times \mathbb{H} + \mathbb{E} \times \mathcal{H}_3^{(-)*} \right) \cdot \hat{u}_{n'} \, dv'$$

$$+ \int_{C_b + C_\infty} \left(\mathcal{E}_3^{(-)*} \times \mathbb{H}^{s(-)} + \mathbb{E}^{s(-)} \times \mathcal{H}_3^{(-)*} \right) \cdot \hat{u}_{n'} \, dv' = 0 \qquad (28)$$

を適用し，モードの直交性[5]を考慮すると，結合係数は導波モード，放射モードについて，それぞれ

$$a_\mu^{(-)} = \frac{j\omega_0}{4k_0} \int_C \frac{1}{\kappa_\mu^2} \left(\phi_\mu^{(-)*} \frac{\partial \phi}{\partial n'} - \phi \frac{\partial \phi_\mu^{(-)*}}{\partial n'} \right) dv' \qquad (29)$$

$$b_{p(i)}^{(-)} = \frac{j\omega_0}{4k_0} \int_C \frac{1}{\kappa_p^2} \left(\phi_{p(i)}^{(-)*} \frac{\partial \phi}{\partial n'} - \phi \frac{\partial \phi_{p(i)}^{(-)*}}{\partial n'} \right) dv' \qquad (30)$$

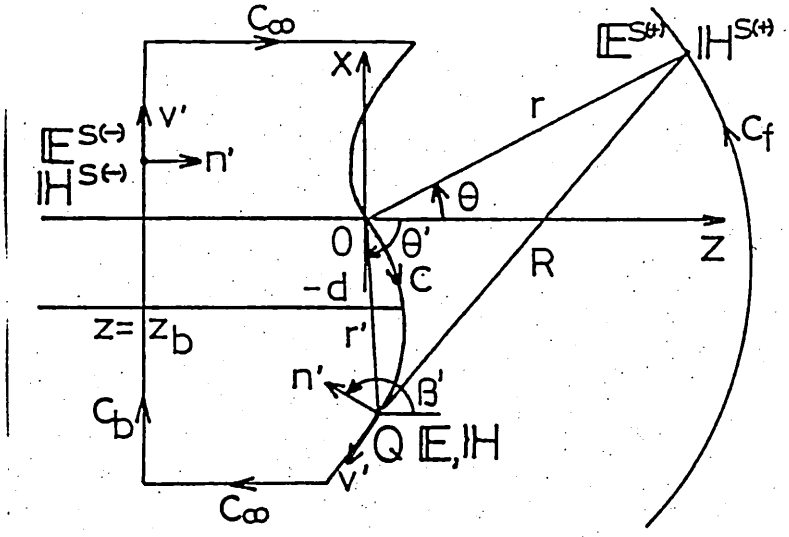


図5、 切断部からの散乱波計算の考え方

と表せる。反射導波モード電力は

$$\sum_{\mu=1}^{M} |a_\mu^{(-)}|^2 \qquad (31)$$

で表せ，放射モード電力を

$$P_{bs} = \sum_{i=1}^{2} \int_0^{k_3} |b_{p(i)}^{(-)}|^2 \, dp \qquad (32)$$

で表しておく。

4.2 十z側への散乱

十z側の点の y 方向の磁界 $H_y^{s(+)}$ は，次式で表される。

$$H_y^{s(+)} = \int_C \left(\frac{k_4^2}{k_j^2} \frac{\partial \phi}{\partial n'} G_4 - \phi \frac{\partial G_4}{\partial n'} \right) dv' \qquad (33)$$

観測点が非常に遠方であれば，

$$H_y^{s(+)} \fallingdotseq \frac{1}{4} \sqrt{\frac{2}{\pi k_4 r}} e^{-j(k_4 r + \pi/4)}$$

$$\cdot \int_C \left\{ \frac{k_4^2}{k_j^2} \frac{\partial \phi}{\partial n'} - j k_4 \phi \cos(\theta - \beta') \right\} e^{j k_4 r' \cos(\theta - \theta')} dv' \qquad (34)$$

と近似できる。又このとき，平面波と考えてよいから，十z側への散乱電力は，

$$P_{fs} = \frac{W_0}{2K_4} \int_{C_f} |H_y^{s(f)}|^2 \, dC_f \qquad (35)$$

と表せる。

4.3 全散乱電力

全散乱電力は 節4.1，4.2の結果から

$$P_s = \sum_{\mu=1}^{M} |a_\mu^{(r)}|^2 + P_{bs} + P_{fs} \qquad (36)$$

となり，これは入射電力に等しいはずである。

5. 数値計算例

文献(1)及び節2～4の理論に基づいて計算した結果を示す。スラブ導波路はコアの屈折率 $n_2=1.515$, クラッドの屈折率 $n_1=n_3=1.5$ の対称型である。コアの厚さはこの屈折率分布で単一モード伝送を維持する最大付近の値 $k_0 d=14\pi/3$ を選んでいる。入射波としては，+z方向に進行するTEモード又はTMモードの導波モード電磁界を選んでいる。(5) 一面或いは二面のコア・クラッド境界を隔てる場合の導波路側のグリーン関数の使い分けについては，点Qが境界から約0.3波長以上離れているときは幾何光学的近似によるグリーン関数（式(13)又は式(20)）を使い，それ以内のときは鏡像法的近似によるグリーン関数（式(19)又は式(24)）を使っている。ここでは，切断地点が海水中又は空気中であることを想定し，$n_4=1.34$ 及び1.0を選んでいる。形状については，切断部が平面の場合及びクラッド部が垂直でコア部だけが凸又は凹の円弧状の切断面の場合を選んでいる。それぞれについて傾斜角並びに突起，陥没量を変化させた場合の散乱電力量の変化の様子を調べている。尚，逐次近似法による積分方程式の解は，反復前の未知数の値と反復後の値の相対誤差を調べながら繰返し計算を行い，全点において相対誤差が 10^{-3} 以下になったところで打切り，最後の未知数を解として用いる。何れの形状においても反復回数は $n_4=1.34$ のとき10回前後，$n_4=1.0$ のときは20回前後で

収束している。

まず，平面切断部について，傾斜角と計算された散乱電力量の様子を図6～9に示す。図6はTEモード入射で$\kappa_4=1.34$，図7はTMモード入射で$\kappa_4=1.34$，図8はTEモード入射で$\kappa_4=1.0$，図9はTMモード入射で$\kappa_4=1.0$の場合である。クラッド部で考慮した領域はx軸長で$k_0x=20.0$である。分割数は，$\theta=0°$なる垂直切断の場合にコア部，クラッド部で共に35分割とし，他のθにおいては分割区間長がこれと同じになるように合せて選んでいる。平面切断の場合，全散乱電力P_sが1に近い値を保ちながら各散乱電力量が計算されているが，角度がある値よりも大きくなるとP_sの誤差が増加する傾向が見られる。散乱電磁界は$z=0$面の前後で手法を変えて計算しているので，主反射方向のローブが$z=0$面にくい込むような大きい角ではP_{bs}の計算が不正確になるためであろうと思われる。

次に，コア部が凸又は凹状の円弧の場合の突起，陥没量と散乱電力量との関係を図10～13に示す。図10はTEモード入射で$\kappa_4=1.34$；図11はTMモード入射で$\kappa_4=1.34$，図12はTEモード入射で$\kappa_4=1.0$，図13はTMモード入射で$\kappa_4=1.0$の場合である。bは＋のときは突起，－のときは陥没を意味する。クラッド部で考慮した領域は$k_0x=20.0$である。分割数は$b=0$のときコア，クラッド部で共に35分割とし，他のbの値でも分割区間長がこれと同じになるように合せて選んでいる。$\kappa_4=1.0$の場合，$|b|>0.2d$のところではP_sの誤差が大きくなる。この原

因としては，形状がいびつになるので境界上の電磁界が入射電磁界よりも大きく変わり，考慮したクラッド領域が十分でなかったり，コア部の分割数が垂直切断の場合と比例させただけでは十分でないなどが考えられるが，このことについては検討中である。

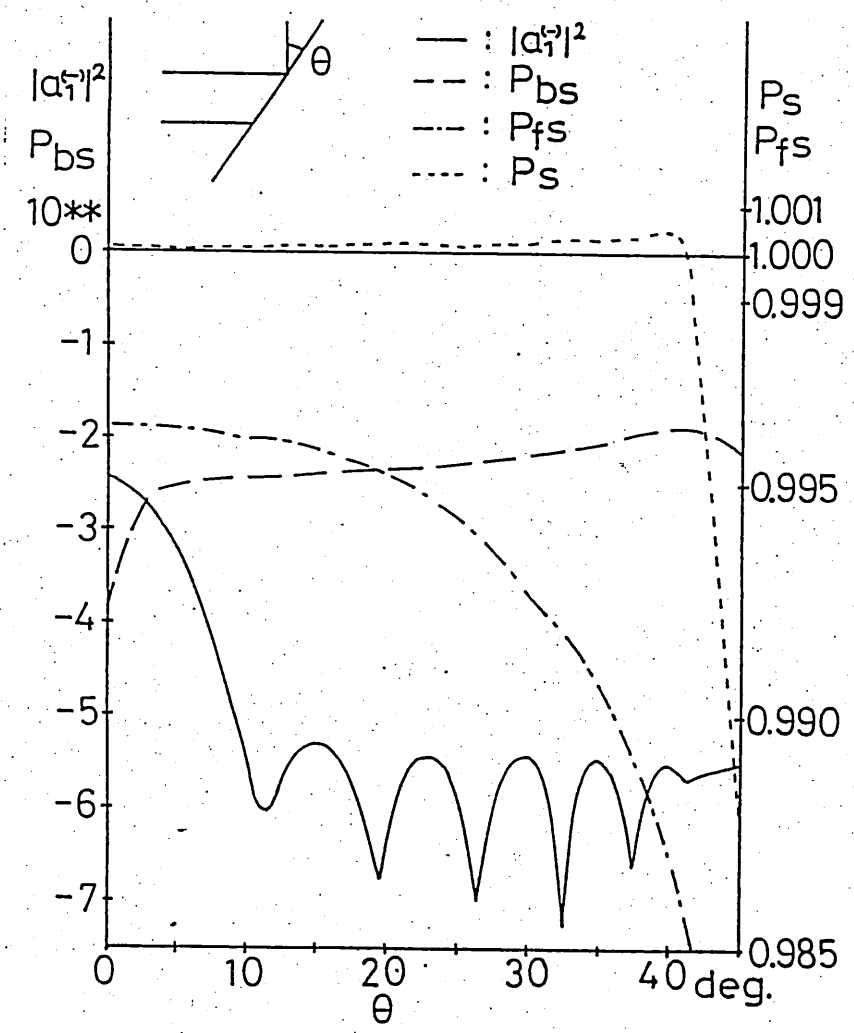


図6. 切断部が平面の場合の傾きと散乱電力の関係
TEモード入射, $K_4 = 1.34$

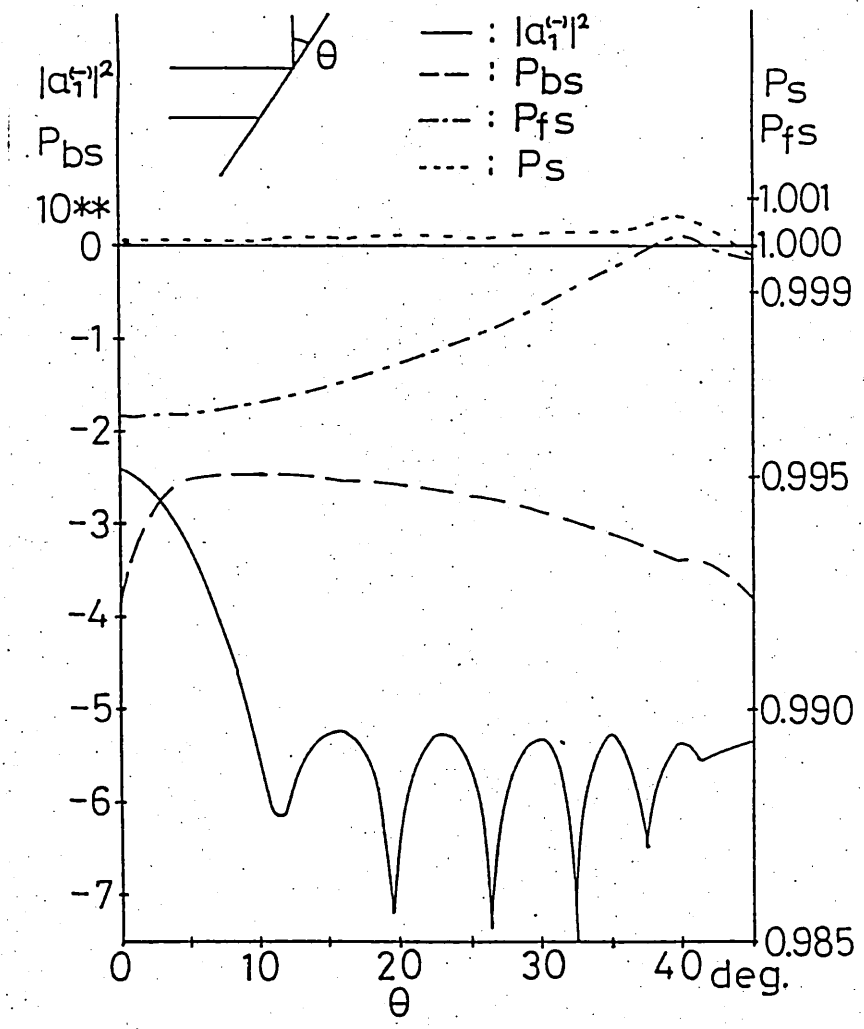


図7. 切断部が平面の場合の仰角と散乱電力の関係
TMモード入射, $k_4 = 1.34$

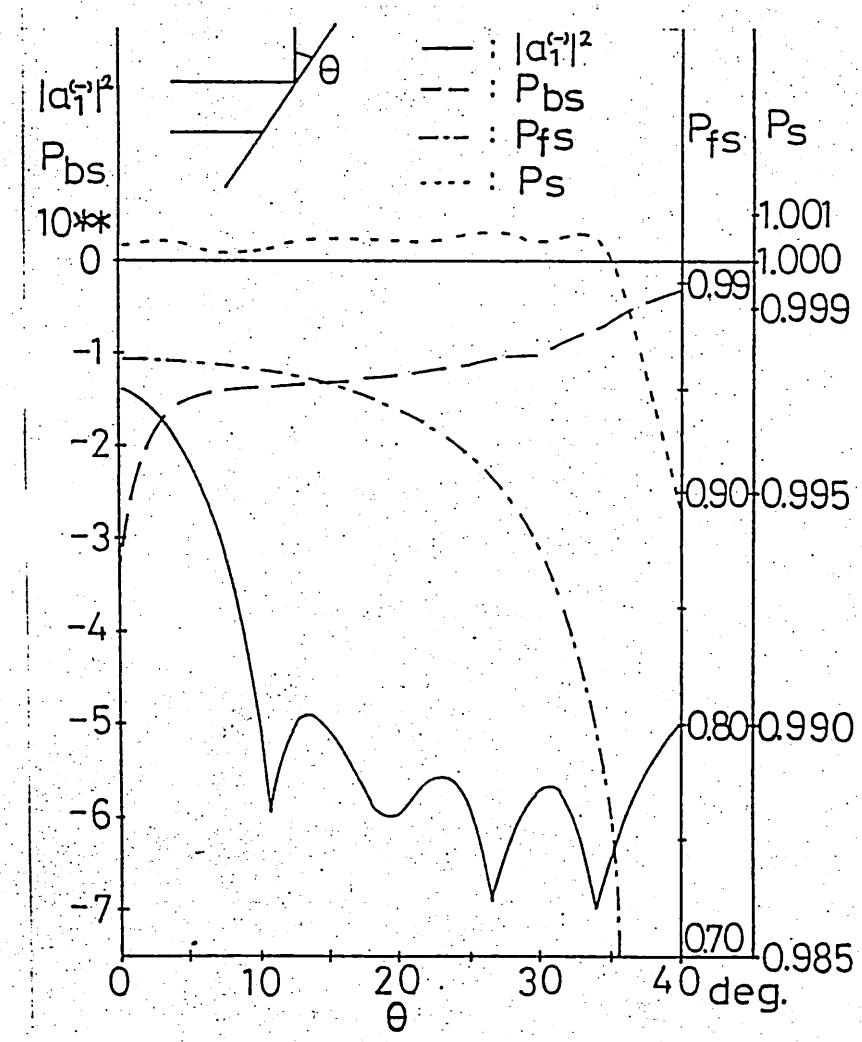


図 8. 切断部が平面の場合の傾きと散乱電力の関係
TE モード入射, $K_4 = 1.0$

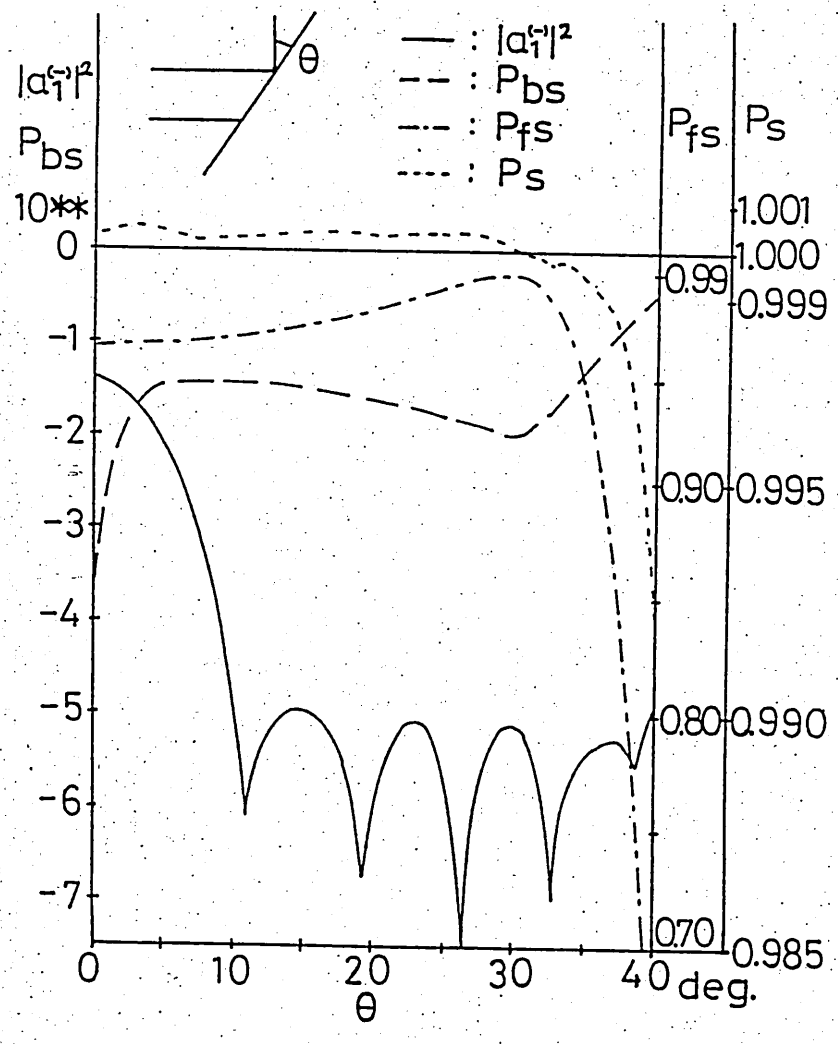


図9. 切断部が平面の場合の傾きと散乱電力の関係
TMモード入射, $k_4 = 1.0$

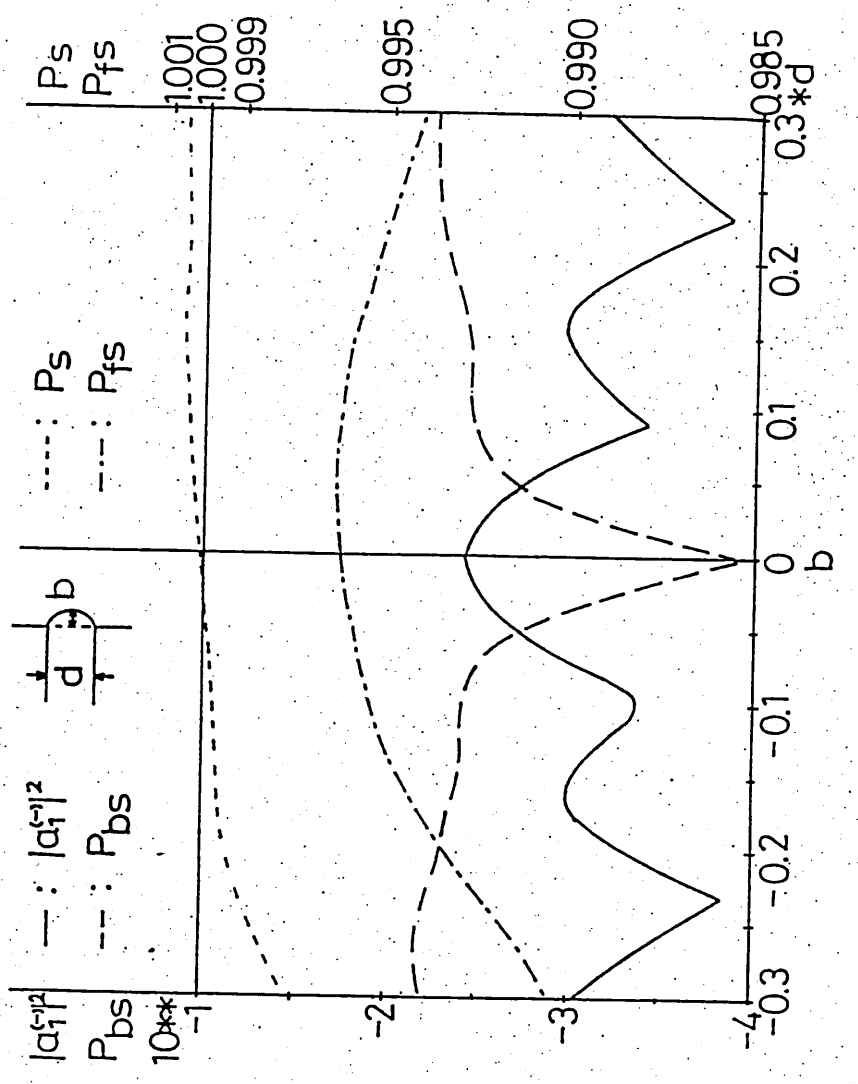


図10. 切断部が円弧形の場合の散乱電力
TEモード入射, $K_0 = 1.34$

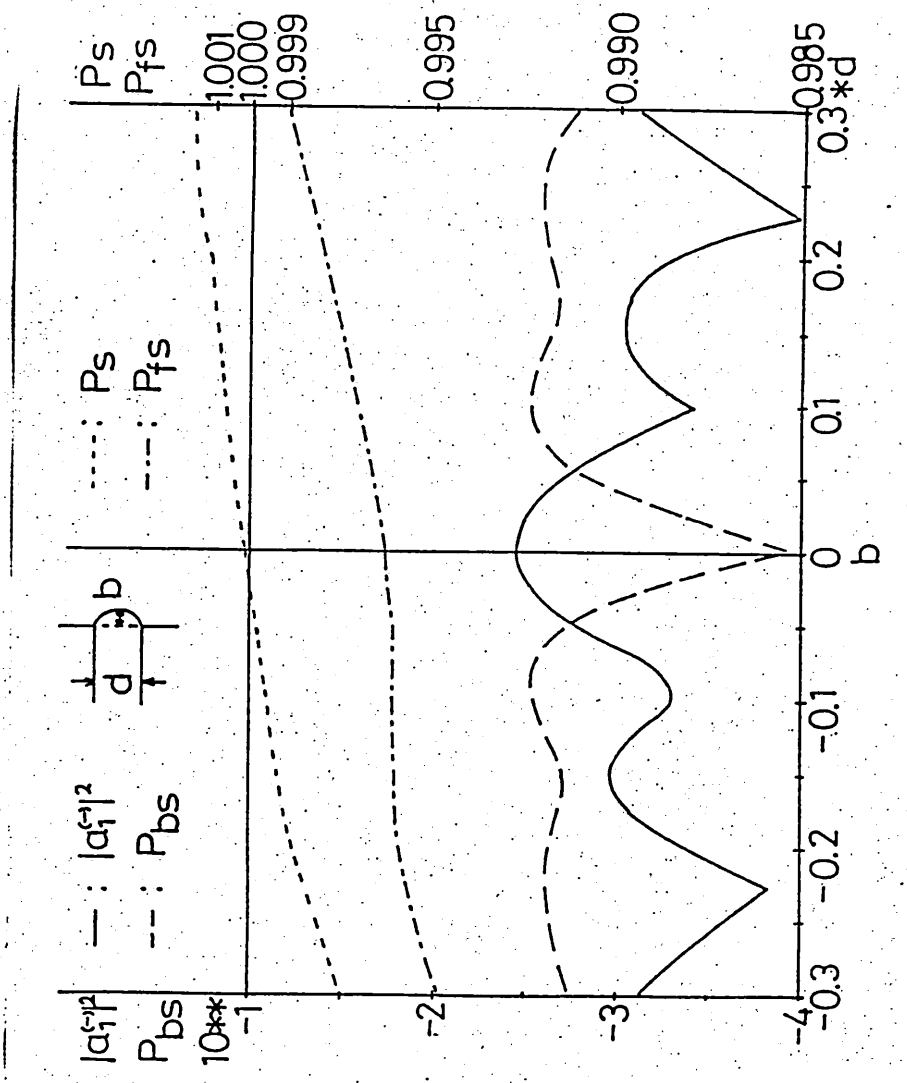


図 11. 切断部が円弧形の場合の散乱電力
TM モード入射, $K_4 = 1.34$

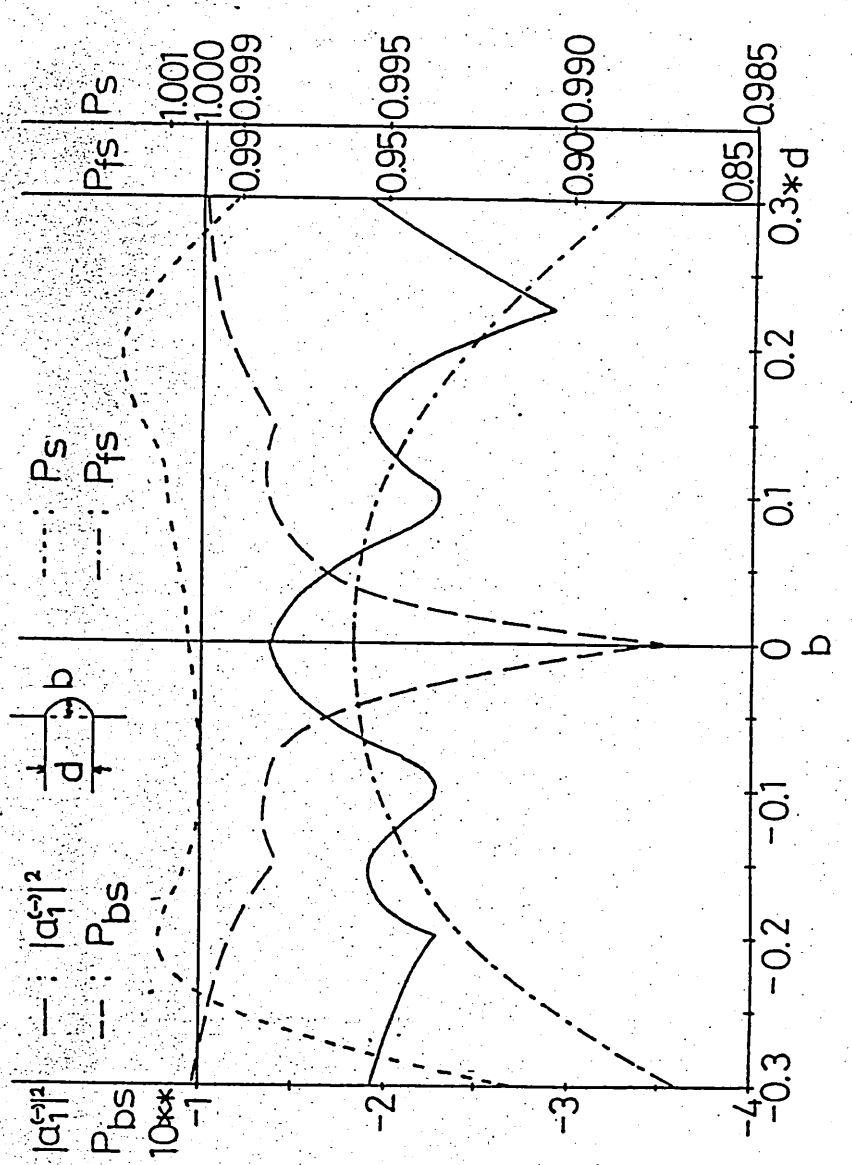


図12. 切断部が円弧形の場合の散乱電力
TEモード入射, $K_4 = 1.0$

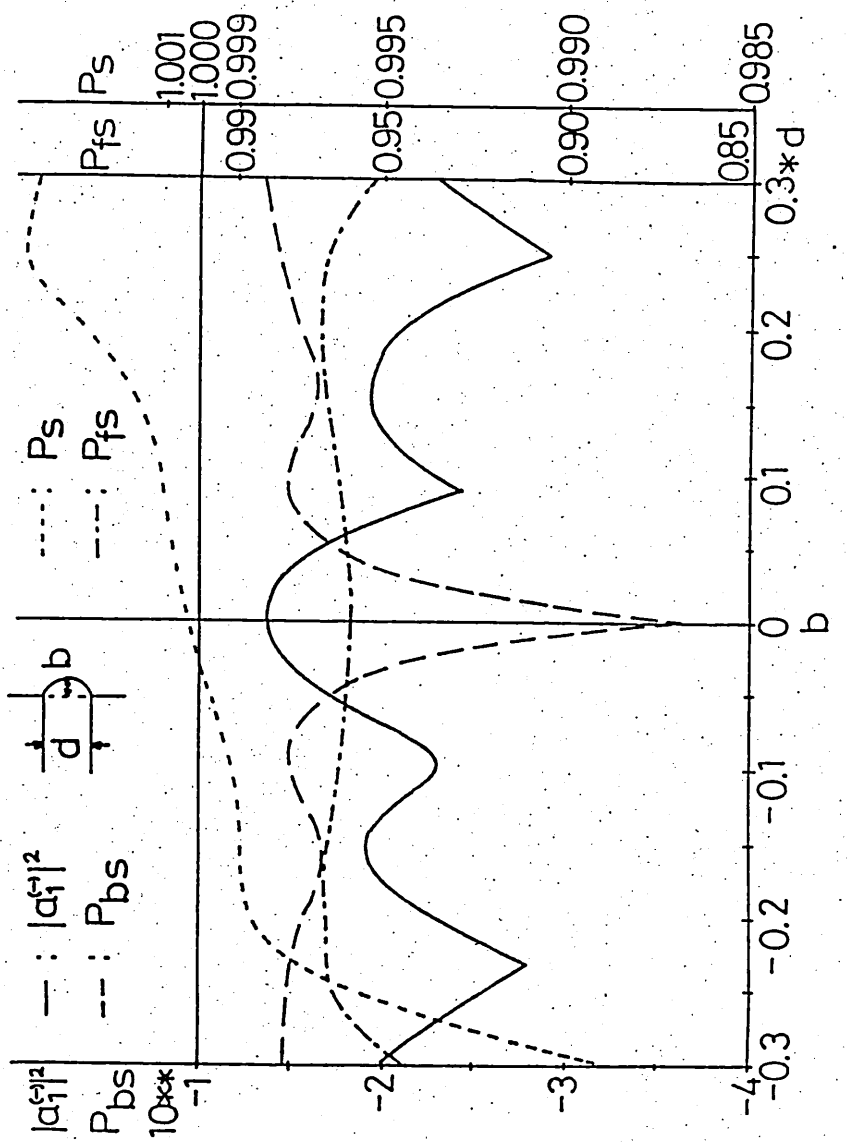


図13. 切断部が円弧形の場合の散乱電力
TMモード入射, $K_d = 1.0$

6. 結び

スラブ導波路の切断部における電磁界を解析し，切断部からの散乱波を求める式をTMモード入射の場合について示した。数値計算はTEモード，TMモード入射の両方の場合について行っているが，導波路側で幾何光学的や鏡像法的近似による極めて簡単なグリーン関数を使ったにもかかわらず精度の良い解が得られている。精度が少し落ちる形状についてはその原因を検討中である。尚，ここで用いた解析手法はLSIと光導波路との結合や二つの導波路の軸ずれ，角ずれのある結合部の検討等についても有効であると思われる。

謝辞

本研究は第一回KDD国際通信研究奨励金の援助を受けて行われたことを記し，感謝の意を表す。

参考文献

(1) 西村，森田，熊谷：" 誘電体光線路の切断部に関する電磁波論的考察 "，電気学会電磁界理論研究会資料，EMT-81-41 (1981-10-6)

(2) N. Morita : Surface Integral Representations for Electromagnetic Scattering from Dielectric Cylinders", IEEE Transactions on Antennas and Propagation, Vol. AP-26, No.2, pp 261-266 (March 1978)

(3) L. B. Felsen and N. Marcuvitz : " Radiation and Scattering of Waves", Prentice-Hall, Englewood, pp 512 (1973)

(4) D. Marcuse : " Theory of Dielectric Optical Waveguides ", Academic Press, New York, pp100 (1974)

(5) 文献 (4) の Chap. 1

(6) R. F. Harrington : " Time Harmonic Electromagnetic Fields ", McGraw-Hill, New York, pp117 (1961)

輻射科学研究会資料

一般的テーパ形スラブ光導波路のモード変換特性

小野 和雄　沢 新之輔
（愛媛大学 工学部）

昭和 57年 3月 12日
（於 中央電気クラブ）

1. まえがき

光波を用いて情報を伝送，処理するために，横断面の形状，大きさ及び屈折率分布の異なる種々な型の誘電体導波路が考案，研究されている。たとえば，Step Index 型及び Graded Index 型光ファイバや，光ICに適した導波路として，Strip guide や拡散型導波路等種々の誘電体導波路が、実際に作製されている。しかし，このような導波路では，一般に，導波路構造並びに媒質定数が異るために，固有モードは異り，導波路相互間の接続を行う場合，モード変換損失を伴る。そこで，接続を効率良く行うために，テーパ形光導波路[1]~[10]が研究されている。しかし，屈折率にテーパのついた光導波路の解析例[1]は少なく，これまで，主として，導波路幅或いはコア径のみがテーパを持つスラブ光導波路[2]~[7]或いは光ファイバ[8]~[10]が解析されている。先に上げた光ICに適した光導波路は，いずれも，等価屈折率法を用いることにより，基本的には、スラブ光導波路として、伝送特性を知ることができる[11]。そこで，本稿では、伝送方向に，導波路形状のみならず、屈折率までテーパ構造を持つスラブ光導波路の解析を行う。この種のテーパ形スラブ光導波路を，レンズ状媒質の場合[1]と対応させて，「一般的テーパ形スラブ光導波路」と呼ぶことにする。

本稿では、一般的テーパ形スラブ光導波路のモード変換特性に関する検討を行う。更に，2つの導波モードが伝搬可能な一般的テーパ形スラブ光導波路の、低

損失な構成法を示す。なお、テーパ部におけるモード変換特性の解析法としては、ステップ近似解析法[2]と仮想境界壁法[12]を併用する[5]。

2. 解析法

本稿で取り扱うテーパ形スラブ光導波路の構造を、図1に示す。この導波路は、y方向に一様で、y=0平面に対して対称な構造を持つ。伝送方向z方向に関して、横断面の形状、即ち、コアの形状のみが変化するようなテーパ形光導波路については、既に、詳しく研究されている[2]~[7]。本稿では、導波路の形状のみならず、コアおよびクラッドの屈折率までが伝送方向に対して変化するような、これまでより一般的なテーパ形スラブ光導波路の解析を行う。解析法としては、従来の導波路幅のみがテーパ構造を持つ導波路に対して適用した2つの近似解析法を併用する[7],[10]。即ち、(1)媒質定

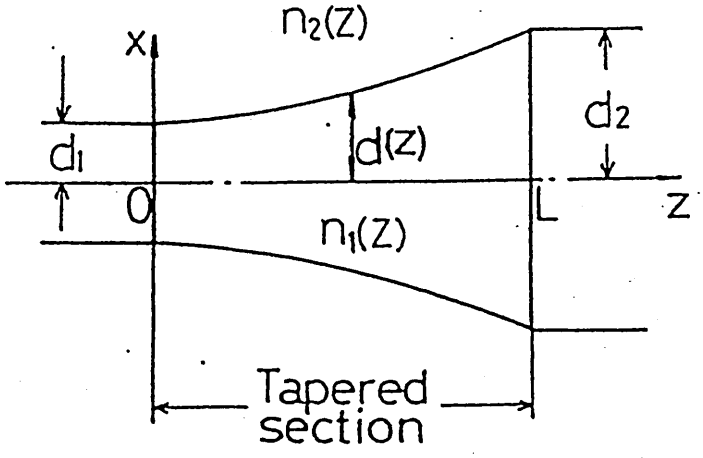


図1. 一般的テーパ形スラブ光導波路

数や導波路幅の滑らかな変化を，図2に示すように，一連の階段状不連続部によって置き換える，いわゆるステップ近似解析法，及び，(2)元の開放形の導波路外部に適当な境界条件を持った仮想境界壁を付け加え，非開放形の導波路に置き換える，いわゆる，仮想境界壁法を用いる。非開放形導波路の slow モード，fast モード及び evanescent モードは，それぞれ，開放形導波路の表面波モード，放射モード及び減衰放射モードに対応する。そこで，仮想境界壁の影響が現われないように境界壁を十分に遠ざけることによって，開放形導波路のモード変換量を，非開放系の対応するモード間の変換量として，近似的に求めることができる。

さて，TE と TM モードを統一的に解析するために，

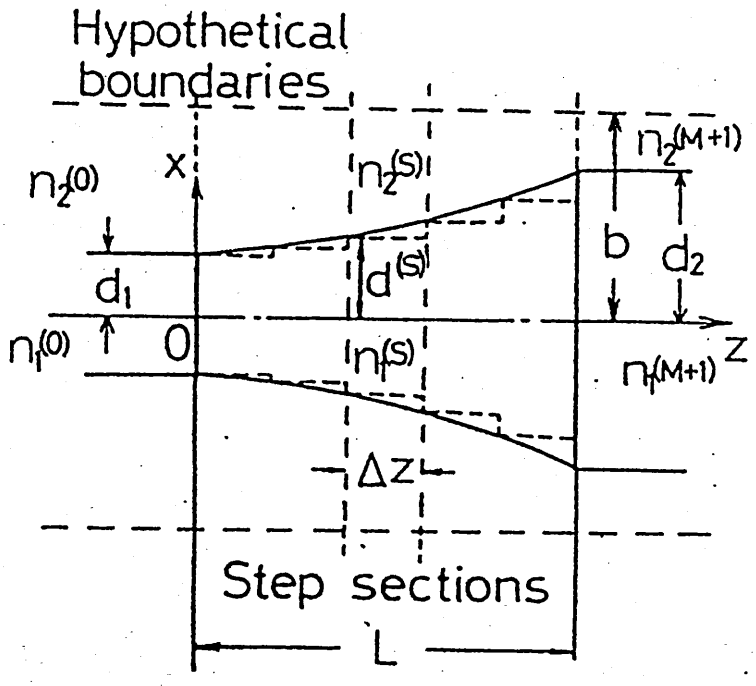


図2．一般的テーパ形スラブ光導波路の解析モデル

表1に示す記号を用いる。図2に示す任意のS番目の区間において，局部正規モードの横方向界成分は，次のように表わされる。

$$\psi_{y_i}^{(s)} = \begin{cases} \cos \alpha_i^{(s)} x & |x| \leqq d^{(s)} \\ \dfrac{\cos \alpha_i^{(s)} d^{(s)}}{\sin \gamma_i^{(s)} (b - d^{(s)})} \cdot \sin \gamma_i^{(s)} (b - |x|) & d^{(s)} \leqq |x| \leqq b \end{cases} \quad (1)$$

$$\psi_{x_i}^{(s)} = - \zeta^{(s)} \beta_i^{(s)} \psi_{y_i}^{(s)} \quad (2)$$

但し，下付添字 i は，区間Sにおける局部正規モードの次数を，又，β は伝搬定数を表す。更に，α 及び γ は横方向波数を表し，γ が実数の場合には，fast モードに，一方，虚数の場合には，slow モードに対応する。これら波数と伝搬定数には，次式の関係が成立する。

$$\left\{\beta_i^{(s)}\right\}^2 = \left\{\eta_1^{(s)} k_0\right\}^2 - \left|\alpha_i^{(s)}\right|^2 = \left\{\eta_2^{(s)} k_0\right\}^2 - \left|\gamma_i^{(s)}\right|^2 \quad (3)$$

但し，k_0 は，真空中の平面波の波数である。又，特性方程式は次のようになる。

$$\tan \alpha_i^{(s)} d^{(s)} \cdot \tan \gamma_i^{(s)} (b - d^{(s)}) = m^{(s)} \frac{\gamma_i^{(s)}}{\alpha_i^{(s)}} \quad (4)$$

さて，任意の区間S及び S+1 の電磁界を有限個（N個）

表1. TE及びTMモードの解析における記号リスト（ε_0及びμ_0は，それぞれ，真空の誘電率及び透磁率を表す．）

記号	TEモード	TMモード
$\eta^{(s)}$	$1/\omega\mu_0$	$1/\omega\varepsilon_0\{n_1^{(s)}\}^2$ $\quad |x| \leq d^{(s)}$ $1/\omega\varepsilon_0\{n_2^{(s)}\}^2$ $\quad |x| > d^{(s)}$
$m^{(s)}$	1	$\{n_1^{(s)}/n_2^{(s)}\}^2$
界成分 ψ_x	H_x	$-E_x$
界成分 ψ_y	E_y	H_y

の局部正規モードで展開し，境界面で電磁界の整合をとることにより，入射，反射及び透過局部正規モードの規格化複素振幅係数 $A_i^{(s)}$，$B_i^{(s)}$ 及び $C_i^{(sm)}$ の関係は，次のように計算される。

$$\begin{bmatrix} & P_{ij}^{(+)} & \end{bmatrix}\begin{bmatrix} C_1^{(s+1)} \\ \vdots \\ C_N^{(s+1)} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A_1^{(s)} \\ \vdots \\ A_N^{(s)} \end{bmatrix} \tag{5}$$

$$B_i^{(s)} = \sum_{j=1}^{N} P_{ij}^{(-)} C_j^{(s+1)} \tag{6}$$

但し，

$$P_{ij}^{(\pm)} = \frac{\beta_i^{(s)} I_{ij}^{(s,s+1)} \pm \beta_j^{(s+1)} I_{ij}^{(s+1,s)}}{2\left\{\beta_i^{(s)}\beta_j^{(s+1)} I_{ii}^{(s,s)} I_{jj}^{(s+1,s+1)}\right\}^{1/2}} \tag{7}$$

$$I_{ij}^{(s,s+1)} = \int_{-b}^{b} \eta^{(s)} \psi_{yi}^{(s)} \psi_{yj}^{(s+1)} \, dx \tag{8}$$

である。

テーパ部におけるモード変換特性は，任意の入射条件に対して，式(5)を，テーパ部の入射端から出射端まで区間分割数M回だけ繰り返し適用することによって，解析することができる。前進放射損失 P_{rf} 及び反射放射損失 P_{rb} は，それぞれ，fastモードについて，次式のように和をとることによって計算する。

$$P_{rf} = \sum_i |C_i^{(M+1)}|^2 \tag{9}$$

$$P_{rb} = \sum_i \left| \sum_{s=1}^{M} B_i^{(s)} \exp\left\{-j\left(\beta_i^{(1)} + \beta_i^{(2)} + \cdots + \beta_i^{(s)}\right)\cdot \Delta z\right\}\right|^2 \tag{10}$$

3. 単一モードテーパ形スラブ光導波路

本章では，単一モードテーパ形スラブ光導波路におけるモード変換特性に関する数値計算結果を示す。以下の数値計算例では，入射モードは，基本TEモードのみとし，入射側規格化周波数 V_1 は0.5，コアとクラッドの屈折率比 $n_1^{(0)}/n_2$ は1.01とした。又，階段状

不連続部と，規格化周波数がテーパ部を通して一定のテーパに対する数値計算例を除いて，出射側導波路の規格化周波数 V_2 は 1.0 とした。又，本稿で取り扱うような weakly guiding の条件下では，コア或いはクラッドの屈折率のみを変化させた場合，放射損失，反射損失等全ての特性は，ほとんど変わらなかった。そこで，本章並びに次章では，コアの屈折率のみを変化させた場合に対してのみ結果を示す。

3.1 階段状不連続部

本節では，導波路幅と屈折率の異なるスラブ光導波路を直接接続した場合の放射損失及び反射導波電力を，数値的に解析する。図3(a)及び(b)に，入射側と出射側の導波路幅比 d_2/d_1 を，1.5 及び 2.0 と固定し，コアの屈折率を変えた場合の放射損失及び反射導波電力を示す。導波路幅が異なる場合には，放射損失或いは反射電力を最小とするようなコアの屈折率が存在する。[13] しかし，一般に，放射損失と反射導波電力を最小とする屈折率は一致しない。又，導波路幅の比が大きくなると，放射損失の最小値も大きくなっている。従って，屈折率の異なる導波路を接続する場合には，導波路幅に対してのみテーパをつけても，損失を任意に小さくすることはできないことがわかる。

3.2 単一モードテーパ形スラブ光導波路

本節では，一般的なテーパ形スラブ光導波路における放射損失及び反射損失を検討する。以下では，導波

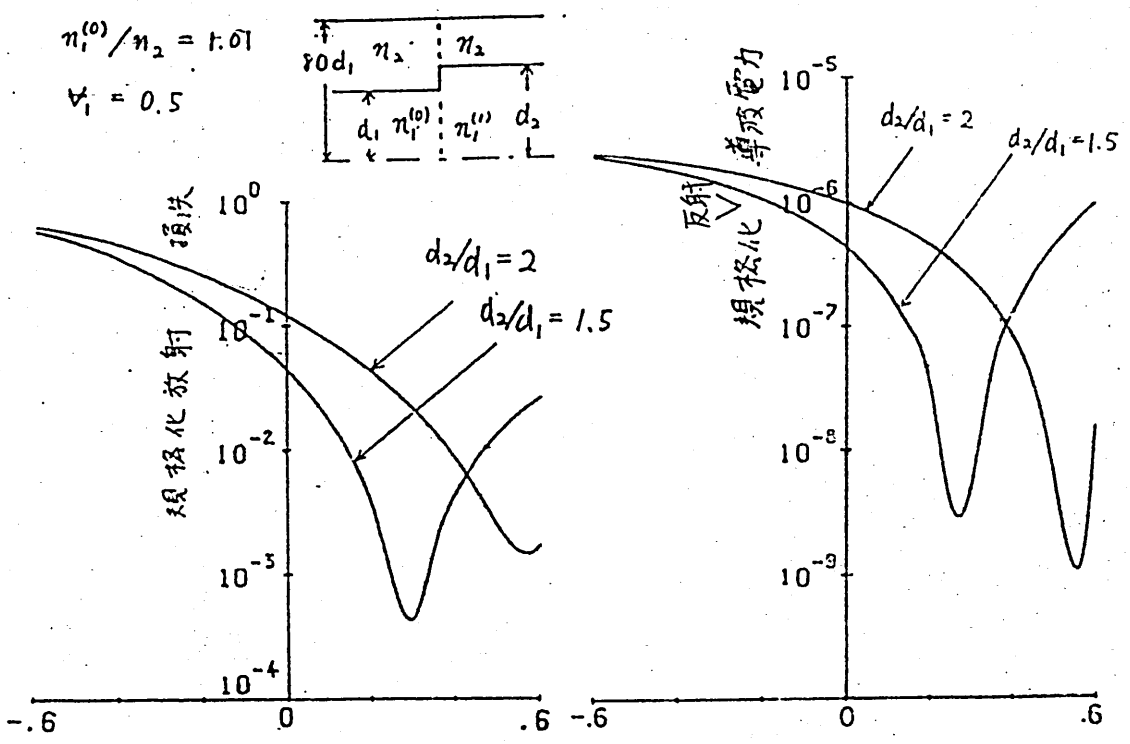


図3. 階段状不連続部における (a) 放射損失及び (b) 反射導波電力

路幅 d 或いはコアの屈折率 n_1 のみがテーパ構造を持つ場合を，それぞれ，d テーパ及び n_1 テーパと呼ぶことにする。又，導波路幅並びにコアの屈折率がテーパ構造を持つ場合，$d\cdot n_1$ テーパと呼ぶことにする。

誘電体導波路の伝送特性は，主として，規格化周波数

$$V(z) = \left[n_1^2(z) - n_2^2 \right]^{1/2} k_0 d(z) \qquad (11)$$

によって定まる。そこで，テーパの関数形 $f(z)$ は，規

表2. テーパ形状関数 $f(z)$ （但し，ΔV は，入射及び出射側導波路の規格化周波数 V_1 及び V_2 を用いて，$\Delta V = (V_2 - V_1)/V_1$ と定義している。）

	テーパ形状関数 $f(z)$	
(1) 直線状テーパ	$1 + z/L \cdot \Delta V$	
(2) 指数関数形テーパ	$1 + \frac{0.4}{\alpha} e^{\frac{\alpha z}{L}} \cdot \Delta V$	$f'(0) = 0.4/L \cdot \Delta V$ $\alpha \doteqdot 1.6188$
(3) Raised Cos 形テーパ	$1 + \frac{1}{2}\left\{1 + \cos\frac{\pi z}{L}\right\} \cdot \Delta V$	

格化周波数の変化を表すものとする。表2に，本稿で検討するテーパ形状関数 $f(z)$ の関数形を示す。導波路幅やコアの屈折率等，導波路の構造や媒質定数は，規格化周波数がテーパ形状関数に従うように，変化する。即ち，d テーパ及び n_1 テーパでは，

$$f(z) = d(z) / d(0) \tag{12}$$

及び

$$f(z) = \left[\left\{n_1^2(z) - n_2^2\right\} / \left\{n_1^2(0) - n_2^2\right\}\right]^{1/2} \tag{13}$$

のように，導波路幅 $d(z)$ 及びコアの屈折率 $n_1(z)$ が変化する。

図4に，d テーパ及び n_1 テーパの放射損失特性を示す。又，図5には，テーパ部を通して規格化周波数が 0.5 と一定の d-n_1 テーパの放射損失特性を示す。

但し，この場合には，導波路幅 d が，表2のテーパ形状関数に従って変化し，屈折率 n_1 は，規格化周波数が一定となるように変化させている。又，図中の数字は，表2のテーパ形状関数の番号を示している。更に，図6に n_1 テーパの反射損失特性を示す。

導波路幅のみがテーパ構造を持つ d テーパの場合，及び，コアの屈折率のみがテーパ構造を持つ n_1 テーパの場合，共に，放射損失は，テーパ長に対して緩やかに振動しながら減少する。又，n_1 テーパの放射損失は，一般に，d テーパに比べ大きいが，テーパ長に対する減少の割合は，ほぼ等しい。従って，テーパの関数形に無関係に，十分に長いテーパを用いることによって，放射損失を無

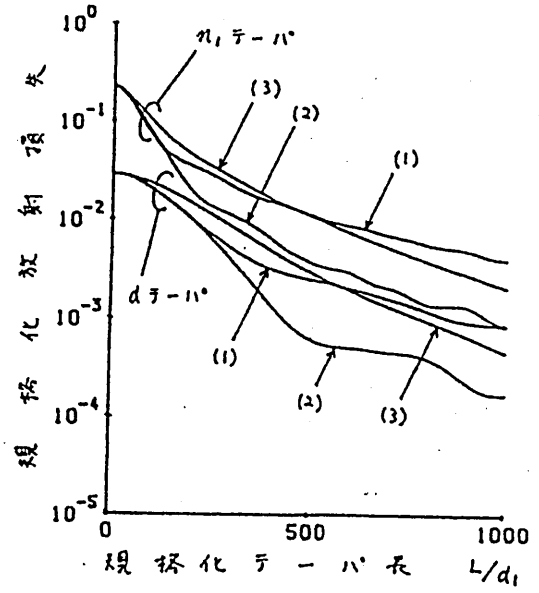


図4. d テーパ及び n_1 テーパの放射損失特性. $V_1 = 0.5$, $V_2 = 1.0$

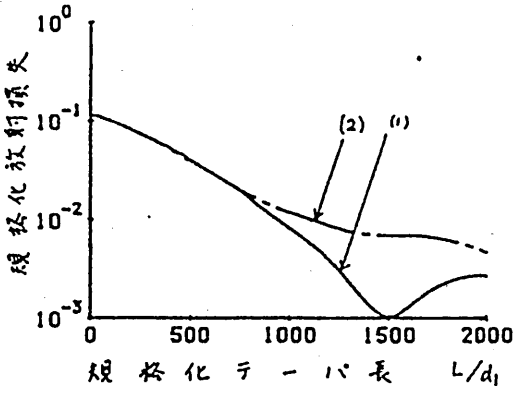


図5. $d \cdot n_1$ テーパの放射損失特性. 但し, $V_1 = V(\bar{z}) = V_2 = 0.5$, $d_2/d_1 = 2$ である.

視できる程小さくすることができることがわかる。又，図5に示すα-n_1テーパの場合にも，図4の場合と同様，テーパの関数形に無関係に，テーパ長が長くなるに従って，放射損失は振動しながら減少する。この場合，図4の結果と比べ，放射損失は，テーパ長に対して緩やかに減少している。これは，規格化周波数が0.5と常に小さく一定値をとるため，slowモードとfastモードの伝搬定数の差が小さくなっているためと考えられる。

さて，反射損失については，図6(a)及び(b)に示すように，反射表面波モードの電力，及び反射放射損失は，前進放射損失に比べ極めて短いテーパ長で，急激に小

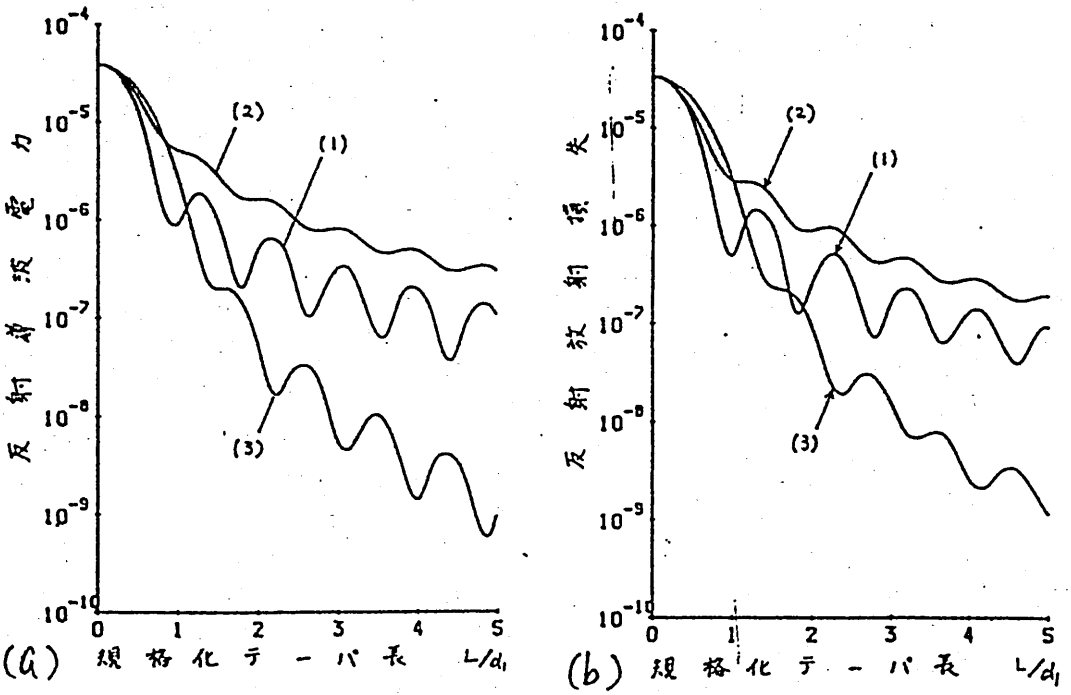


図6．n_1テーパの反射特性．図(a)及び(b)に，それぞれ，反射導波電力及び反射放射損失を示す。

さくなっている。従って，放射損失を十分に小さくし得るようなテーパについては，反射損失も無視することができることがわかる。又，導波路幅のみがテーパ構造を持つdテーパの場合[6]と同様，Raised Cos関数形テーパは，放射損失及び反射損失に関して，他の，直線状テーパや指数関数形テーパに比べ，損失を減少させる効率が良いことがわかる。

以上の結果から，導波路幅及び屈折率等，導波路構造及び媒質定数の異る導波路を接続する場合にも，導波路構造のみならず媒質定数をも伝送方向へ徐々に変えることによって，放射モード及び反射導波モードへの変換損失を，無視できる程小さくすることができることがわかる。

4. 2モードテーパ形スラブ光導波路の一構成法

本章では，2つの表面波モードが一般的テーパ形スラブ光導波路を伝搬する場合のモード変換特性について検討し，低損失の2モードテーパ形スラブ光導波路が構成できることを示す。なお，本章の数値計算例では，入射モードは基本TEモードのみとし，入射側導波路の規格化周波数は $3\pi/2$，コアとクラッドの屈折率比 $n_1^{(0)}/n_2$ は1.01としている。又，規格化周波数がテーパ部を通して一定であるようなテーパを除いて，出射側導波路の規格化周波数は 2π としている。

さて，導波路幅のみがテーパ構造を持つdテーパの場合には，比較的簡単な方法により，短いテーパ長で

低損失のテーパ部を構成することができることを示している[17]。その方法は，従来から，レンズ状媒質光ビーム導波系[14]や2モードスラブ光導波路[16]等の円形曲り部の構成法として提案されていた方法を，モード結合理論を用いて対応づけすることにより，テーパ部の構成法として応用する方法である。

テーパ形導波路では，伝送方向に一様な導波路のように厳密な意味の正規モードは存在しないと考えられる。しかし，2つの表面波モードが伝搬し得るとき，

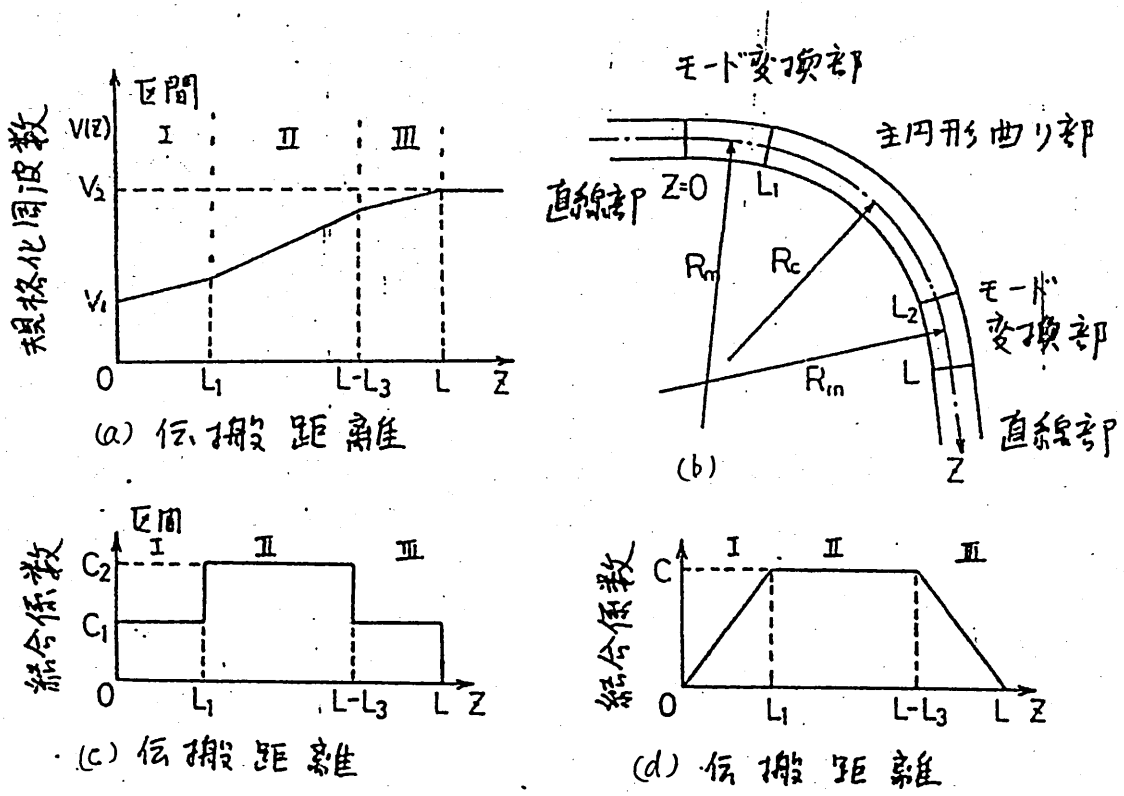


図7. (a)構成法(i)の擬正規モードテーパの規格化周波数の変化，(b)円形曲り部の構成法と，伝送距離に対する結合係数を，(c)構成法(i)および(d)構成法(ii)について示す。

テーパ部で，これら2つのモード間のモード変換量が極めて小さい伝送波が存在し得ることが示されている[7]。このような伝送波は，テーパ部の擬似的な正規モードと考えられることから，仮りに，擬正規モードと呼ぶ。このように，テーパ部の擬正規モードを導入すると，入射及び出射側導波路の正規モードと，テーパ部の擬正規モード相互間のモード変換部を構成することができる。即ち，図7(b)に示すように，直線部と主円形曲り部の間に異る曲率半径の円形曲り部をモード変換部としてそう入する構成法に対応させて，同図(a)に示すように，傾きの異る直線状テーパ部を接続することにより，テーパ部を構成する。曲り部では，結合係数は曲率 $1/R$ に，一方，テーパ部では，しゃ断周波数近傍を除いて，導波路幅の伝送方向に対する変化率 $d\{a(z)\}/dz$ に，ほぼ比例する[15]。従って，傾きの異る直線状テーパ部を接続することによって，結合係数を近似的に，図7(c)に示すように変化させることができる。又，円形曲り部の構成法として，図7(d)に示

表3．擬正規モードテーパの構成条件（但し，Λ は結合モード間のビート波長であり，P 及び g は正の整数を表す．）

構成法	構成条件
(i)	$L_1 = (2P-1)\Lambda/2$ ，$L_3 = (2g-1)\Lambda/2$ $C_2 = 2C_1$
(ii)	$L_1 = P\Lambda$ ，$L_3 = g\Lambda$

すように曲率，従って，結合係数を台形状に変える方法も提案されている。このような結合係数を近似的に実現するためには，放物線形のテーパ部と直線状テーパ部を用いる必要がある。図7(c)及び(d)に対応するテーパ部の構成法を，以下では，構成法(i)及び(ii)として引用する。又，このような構成法のテーパを，擬正規モードテーパと呼ぶ[7]。

円形曲り部の構成条件との対応関係から，構成法(i)及び(ii)に対して，構成条件は表3に示すようになる。なお，本稿では，n_1テーパの場合，規格化周波数の伝送方向に対する変化率 dV/dz を，構成法(i)及び(ii)に対して，それぞれ，階段状及び台形状に変化させている。又，$d \cdot n_1$ テーパに対しては，導波路幅の変化が大きなモード変換損失をもたらすことから，導波路幅が表3の構成条件を満すように擬正規モードテーパを構成する。この場合，屈折率は，規格化周波数が一定となるように変化する。更に，本稿では，モード変換部の長さを決定するときに，入射側及び出射側導波路におけるモード間のビート波長 $\Lambda(0)$ 及び $\Lambda(L)$ を用いている。即ち，構成法(i)及び(ii)に対して，それぞれ，

$$L_1 = \Lambda(0)/2 \quad ; \quad L_3 = \Lambda(L)/2$$

及び

$$L_1 = \Lambda(0) \quad , \quad L_3 = \Lambda(L)$$

としている。

図8に，構成法(i)を用いた場合の d 及び n_1 擬正規モ

ードテーパのモード変換電力特性を，直線状テーパの場合と比較して示す。直線状テーパの場合，ほぼ一定の振幅で$\frac{1}{2}$ビート波長ごとに極大値と極小値をとるのに対し，擬正規モードテーパの場合，区間IIで，ほとんど単調に変化している。このように，結合部において，結合モード間の電力比が，

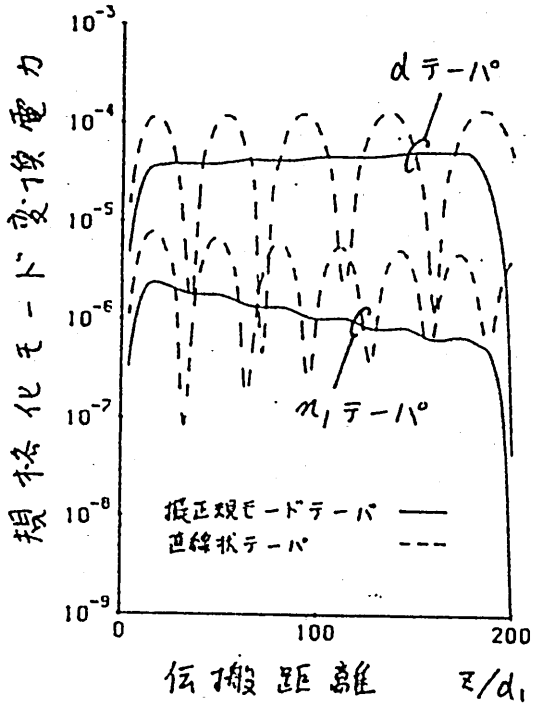


図8. モード変換電力特性.
$V_1 = 3\pi/2$, $V_2 = 2\pi$, $L = 200 d_1$

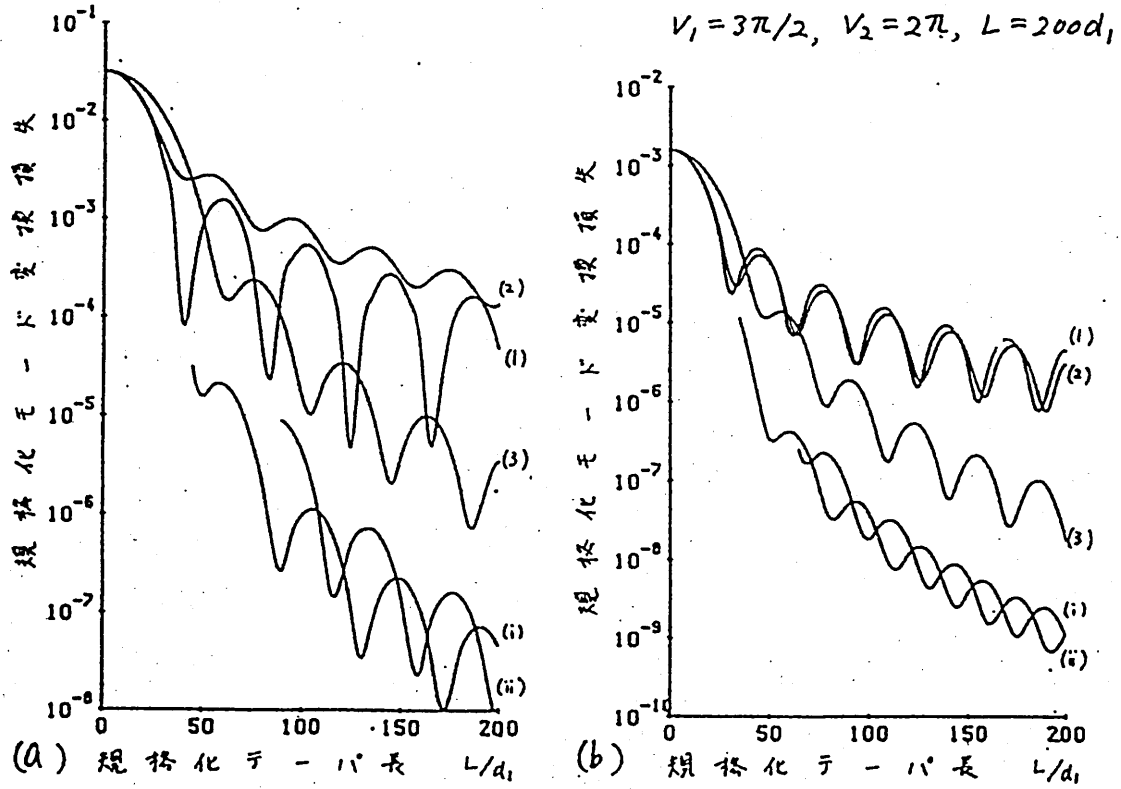


図9. (a) d テーパ，及び (b) n_1 テーパのモード変換損失特性.
$V_1 = 3\pi/2$, $V_2 = 2\pi$

ほとんど単調な場合，結合した波をテーパ部の区間Ⅱの擬似的な正規モードとみなしてよいと思われる。

図9 (a) 及び (b) に，導波路幅のみがテーパ構造をとるdテーパ，及びコアの屈折率のみがテーパ構造をとるn₁テーパのモード変換損失特性を示す。同図から，単一モードスラブ光導波路の場合とは逆に，テーパ部におけるモード変換損失は，dテーパの方がn₁テーパよりも一桁程度大きい。又，図9 (a) 及び (b) において，Raised Cos関数形テーパの損失は，直線状テーパや指数関数形テーパに比べ，テーパが長くなると，モード変換損失は急に減少している。構成法 (i) 及び (ii) の擬正規モードテーパは，Raised Cos関数形テーパに比べ，損失は，更に，1～2桁程度小さくなっている。

図10に，規格化周波数がテーパ全体に渡って，一定値 $3\pi/2$ の $d\cdot n_1$ テーパに対するモード変換特性を示す。同図から，図9の場合と同様，擬正規モードテーパのモード変換損失は，表2に示す関数のうちで最も損失の少いRaised Cos関数形テー

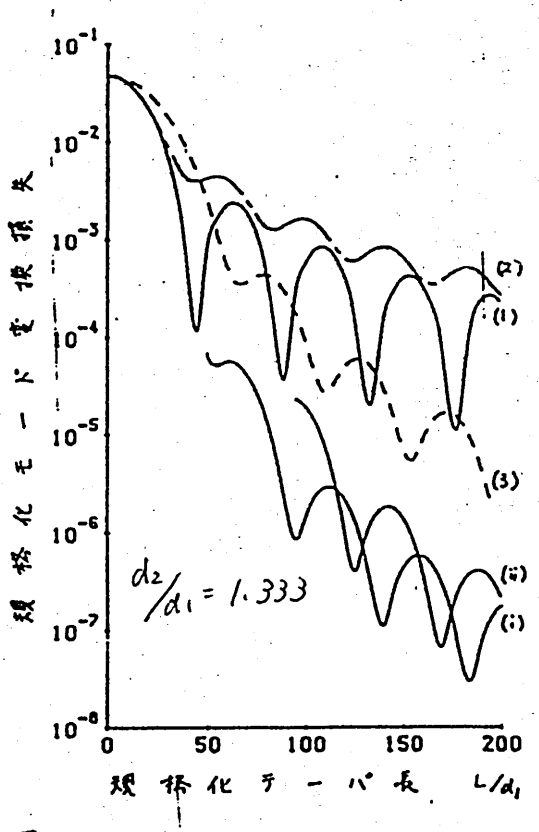


図10. $d\cdot n_1$ テーパのモード変換損失特性.
$V_1 = V(z) = V_2 = 3\pi/2$.

パに比べ，更に，1～2桁程度小さいことがわかる。

以上のように，構成法(i)及び(ii)の擬正規モードテーパを，近似的に構成した結果，これら擬正規モードテーパは，それぞれ，1ビート波長及び2ビート波長以上の長さのテーパであれば，他のテーパに比べて，短くて低損失の特性を持つことがわかった。擬正規モードテーパのモード変換損失が，他のテーパに比べ小さいのは，区間Ⅱ及びⅢで，それぞれ，入出射側直線部の正規モードとテーパ部の擬似的な正規モード相互間のモード変換が行われているためであると考えられる。

さて，単一モードテーパ形導波路の場合，表面波モードと連続体放射モードとが結合するため，本章で取り扱ったような2モードの結果を，直接適用することはできない。しかし，weakly guidingの単一モードスラブ光導波路では，直線部と円形曲り部の接続部におけるtransition lossを，2モードスラブ光導波路の円形曲り部の構成条件とほとんど同一の条件下で，大幅に軽減させることが可能であることが示されている[16]。従って，円形曲り部の場合と同様，表面波モードが，テーパ部において狭いスペクトル領域の放射モードとモード変換を行う場合には，本章と類似の構成法を適用し得るものと思われる。

5. あとがき

本稿では，導波路幅のみならず屈折率まで伝送方向

に変化するような，一般的テーパ形スラブ光導波路におけるモード変換特性を，ステップ近似解析法と仮想境界壁法を併用することによって解析した。

まず，屈折率の異なる導波路を接続する場合，導波路幅のみをテーパ構造にしても，損失を任意に小さくすることができないことを指摘した。次に，このような場合には，十分に長いテーパを用い，導波路幅のみならず屈折率も伝送方向に徐々に変えることによって，放射損失及び反射損失を無視できる程小さくすることができることを明らかにした。又，検討した範囲内では，規格化周波数が Raised Cos 関数に従って変化するように導波路幅及び屈折率を変化させるようなテーパが，他の関数形のテーパに比べて優れた特性を持つことを示した。

最後に，導波モードが2つ伝搬可能なテーパについて，従来から，導波路幅のみがテーパ構造をとる場合に対して提案していた方法が，一般的テーパ形スラブ光導波路の構成法としても適用することができることを示した。即ち，テーパ部の擬似的な正規モードと，入射及び出射側導波路の正規モード相互間のモード変換を行うことにより，一般的テーパ形スラブ光導波路のモード変換損失を，他のテーパに比べ大幅に減少させることができることを示した。

今後，表面波モードと放射モード間のモード変換損失を軽減させるためのテーパ形導波路の構成法を検討することは，興味ある問題と思われる。

参考文献

(1) S.Sawa:"A theoretical study of light beams guided along tapered lens like media, and their applications ", IEEE Trans., MTT-24, NO.2, pp.77-93 (Feb.1976).

(2) D. Marcuse:"Radiation loss of tapered dielectric slab waveguides", Bell Syst. Tech. J., 49, NO.2, pp.273-290 (Feb. 1970).

(3) A.R.Nelson:"Coupling optical waveguides by taper", Appl. Opt., 14, NO.12,pp3012-3015 (Dec. 1975).

(4) A.F.Milton and W.K.Burns:"Mode coupling in optical waveguide horns", IEEE J., QE-13, NO.10, pp.828-835 (Oct. 1977)

(5) 沢，小野，尾高，佐久間；“仮想境界壁を用いたテーパ平スラブ光導波路の解析”，信学論(C)，J63-C, NO.2, pp.104-111 (昭55-02).

(6) S.Sawa, K.Ono and S.Mitani:"Application of the hypotheticul boundary method of analysis to tapered slab optical waveguides", Appl. Opt., 投稿中 .

(7) 小野，沢；“テーパ形スラブ光導波路の構成法に関する一考察”，信学論(C)，J64-C，NO.3, pp.213-214 (昭56-03).

(8) A.W.Snyder:"Radiation losses due to variations of radius on dielectric or optical fibers", IEEE Trans., MTT-18, NO.9, pp.608-615 (Sep. 1970).

(9) D. Marcuse:"Radiation losses of the dominant mode in round dielectric waveguides", Bell Syst. Tech. J., 49, NO. 10, pp.1665-1693 (oct. 1970).

(10) 沢，小野，高平.；“仮想電気壁を用いたテーパ形光ファイバの解析”，愛媛大学紀要，第3部，第9巻，第4号，pp.209-217 (昭56-03).

(11) W.V.McLevige, T.Itoh and R.Mittra:"New waveguide structures for millimeter-wave and optical integrated circuits", IEEE Trans., MTT-23, NO.10, pp.788-794 (oct. 1975).

(12) G.H.Brooke and M.M.Z.Kharadly:"Step discontinuities on dielectric waveguides", Electron. Lett., 12, NO.18, pp.473-475 (Sep. 1976).

(13) T.Yoneyama and S.Nishida;"Approximate solution for step discontinuity in dielectric slab waveguide", Electron. Lett.,17,No.4,pp.151-153(Feb. 1981).

(14) S.Sawa and N. Kumagai:"Analysis of optical waveguide consisting of a square-law medium and its analogies to circular TE01 waveguide", IEEE Trans., MTT-24, NO.7, pp.445-455 (July 1976).

(15) D. Marcuse:"Theory of Dielectric Opticul Waveguides", Academic Press (1974).

(16) 沢, 小野;"スラブ光導波路の円形曲り部の一構成法", 信学論(C), J64-C, NO.2, pp.69-75 (昭56-02).

RS 82－3

輻射科学研究会資料

拡散型異方性導波路におけるセミリーキー・モードの横共振法による解析

柴沼直輝　　小野寺秀俊
栗井郁雄　　中島将光
池上淳一

（京都大学工学部）

昭和57年3月12日

§1. はじめに

拡散型光薄膜導波路は屈折率分布が一様でなく，固有モード解析は一般に数値的に行なわねばならないが，その方法の一つに横共振法がある(1)(2)。これは，導波路の厚み方向をみたとき，等価的な共振回路が構成されているとみなし(4)，その共振条件より固有値を決定するという方法である。またこの解析法は多層分割法(5)や，直接数値積分による方法(6)と同じく本質的に厳密な解法であり，またWKB法(7)(8)や光線近似法(8)と同様にモード次数を数式的に表現した形で定式化できるという特徴をもつ。

我々はこの方法を用いて拡散型薄膜導波路の固有モード解析を行ない，また屈折率分布型光ファイバにも応用した(2)(3)。このとき扱った拡散型導波路は比誘電率テンソルが対角化された形で表わされ，伝搬モードがTE・TMモードに分離し，また損失のないものであった。$LiNbO_3$や$LiTaO_3$などの一軸異方性誘電体結晶の光学軸を座標軸に一致させた場合がこれに含まれる。

ところで損失のある拡散型導波路の固有モード解析を行なう場合にも量子条件を陽に含んだ形で定式化できることが望ましいが，これについての検討はまだ行なっていなかった。そこで今回は損失のあるモードとして拡散型導波路におけるセミリーキーモードをとりあげ，横共振法による固有モード解析を試みることにした。

以下，この報告の概要について述べる。

まず§2.では横共振法について紹介し，拡散導波路や光ファイバの解析例を示す。

次に§3.で拡散型導波路におけるセミリーキーモードの固有モード解析を行ない，結果について検討する。

§2. 横共振法による解析例

[1] 拡散型薄膜導波路の場合[2]

図1のような構造の拡散導波路を考える。拡散層と基板の屈折率を，

$$n(x)^2 = n_s^2 + 2n_s\delta f\left(\frac{x}{D}\right) \quad \cdots(1)$$

とし，さらに次のような規格化パラメータを定める[8]。

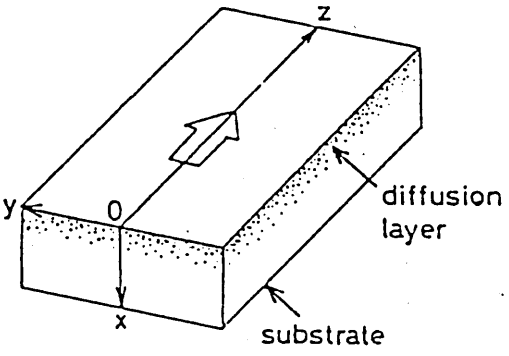


図1．拡散型薄膜導波路

$$V = k_0 D\sqrt{2n_s\delta} \quad (\text{規格化拡散深さ}) \quad \cdots(2)$$

$$b = (\beta^2 - n_s^2)/2n_s\delta \quad (\text{規格化伝搬定数}) \quad \cdots(3)$$

$$\xi = x/D \quad (\text{規格化座標}) \quad \cdots(4)$$

ただし n_s, δ, D はそれぞれ基板の屈折率，表面での屈折率の上昇分，拡散深さである。また β は伝搬モードの等価屈折率であり，k_0 は真空中平面波の波数である。

屈折率の勾配が非常にゆるやかな場合を考え，勾配の影響を無視すると，伝搬モードの波動方程式は(2)～(3)式の規格化パラメータを用いて次のように表わせる。

$$\frac{d^2\psi}{d\xi^2} + V^2(f(\xi) - b)\psi = 0 \quad \cdots(5)$$

ただし波動関数 ψ は TE モードでは E_y，TM モードでは H_y である。ここで $-\xi$ 方向をみたサセプタンス（TM モードではリアクタンス）B とその位相角④を次のように定義する。

$$B = -\frac{1}{V\sqrt{1-b}}\frac{1}{\psi}\frac{d\psi}{d\xi} = \tan④ \quad \cdots(6)$$

横共振法によれば，ある点 ξ から両側をみたときのサセプタンスの和は零であることが共振条件である。このことよりこの導波路の固有値方程式を次のようにまとめられる。

$$\int_0^{\infty}\left(\frac{d\Theta}{d\xi}\right)d\xi + \Phi_f - \tan^{-1}\sqrt{\frac{b}{1-b}} - m\pi = 0$$

$$\Theta(0) = \Phi_s$$

$$\frac{d\Theta}{d\xi} = V\sqrt{1-b}\left\{1 + \frac{f(\xi)-1}{1-b}\cos^2\Theta\right\} \qquad \cdots(7)$$

ここにmはモード次数であり，Φ_fは拡散層の表面での位相シフトである。また固有値方程式に含まれる積分は，一般には一階の微分方程式を数値的に積分することになる。ただしステップインデックス型の場合には，

$$f(\xi) = \begin{cases} 1 & (0 \le \xi \le 1) \\ 0 & (1 < \xi) \end{cases}$$

であるから(7)式はただちに次のようになる[9]。

$$V\sqrt{1-b} + \Phi_f - \tan^{-1}\sqrt{\frac{b}{1-b}} - m\pi = 0$$

また weakly-guiding の極限ではΦ_fは次のようになる。[8]

$$\Phi_f = -\frac{\pi}{2} \qquad \cdots(8)$$

このことは表面では$\psi = 0$となることを意味している。

次に固有値bが求まったことを前提として波動関数ψを計算する方法を考える。波動関数ψを

$$\psi = A\cos\Theta \qquad \cdots(9)$$

とおくと，(5)，(6)，(9)式よりAは次の関係に従うことがわかる。

$$\frac{dA}{d\xi} = AV\frac{f(\xi)-1}{\sqrt{1-b}}\sin\Theta\cos\Theta \qquad \cdots(10)$$

結局，界分布ψを計算するには，(7)式の中でΘを計算するのと平行して(10)式を用いてAを計算し，その結果を(9)式に代入すればよい。

(7)，(8)式を用いて規格化形式での分散曲線（以下b-V曲線と呼ぶ）を計算した結果を図2に示す。仮定した

屈折率分布はガウス分布であり，この場合の $f(\xi)$ は次のとおりである。

$$f(\xi) = \exp(-\xi^2) \quad \cdots(11)$$

この結果は文献(2)で示した，weakly-guiding 近似を用いない計算結果と殆ど一致している。

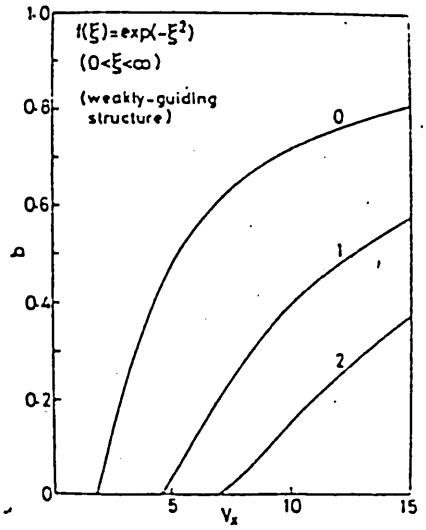


図2 ガウス分布導膜導波路のb-V曲線

[2] 光ファイバの場合(2)(3)

同じような手法がグレーデッド光ファイバにも適用できる。光ファイバのコアとクラッドの屈折率を

$$n(r)^2 = \begin{cases} n_c^2 + 2n_c\Delta & (r=0) \\ n_c^2 + 2n_c\Delta(1-f(r/a)) & (0<r<1) \\ n_c^2 & (1\leqq r) \end{cases} \quad \cdots(12)$$

とし，さらに次のような規格化パラメータを定める。

$$v = k_0 a\sqrt{2n_c\Delta} \quad (\text{規格化周波数}) \quad \cdots(13)$$

$$b = (\hat{\beta}^2 - n_c^2)/2n_c\Delta \quad (\text{規格化伝搬定数}) \quad \cdots(14)$$

$$\rho = r/a \quad (\text{規格化座標}) \quad \cdots(15)$$

このとき光ファイバの波動方程式は次のように書ける(16)。

$$\frac{d^2R}{d\rho^2} + \frac{1}{\rho}\frac{dR}{d\rho} + \left(v^2(1-b-f(\rho)) - \frac{m^2}{\rho^2}\right)R = 0 \quad \cdots(17)$$

ここで次のような，中心方向をみたサセプタンスとその位相角を定義する。

$$B = -\left[\frac{1}{R}\frac{dR}{d\rho} + \frac{m}{\rho}\right] = \tan\Phi \quad \cdots(18)$$

このとき(17),(18)式より,④が次の関係に従うことがわかる。

$$\frac{d④}{dρ} = \sin^2④ + v^2(1-f(ρ)-b)\cos^2④ + \frac{2m-1}{2ρ}\sin 2④ \quad \cdots (19)$$

このあとは[1]とほぼ同じように考えて,固有値方程式を次のようにまとめることができる。

$$④(0) + \int_0^1 \frac{d④}{dρ}dρ - \tan^{-1}\left[v\sqrt{b}\,\frac{K_{m-1}(v\sqrt{b})}{K_m(v\sqrt{b})}\right] - (l-1)\pi = 0$$

$$④(0) = \begin{cases} 0 & (m=0) \\ -\pi/2 & (m \geq 1) \end{cases}$$

$$\frac{d④}{dρ} = \begin{cases} (19)式 & (ρ \neq 0) \\ v^2(1-b)/2 & (ρ=0, m=0) \\ (2m)^{-1} & (ρ=0, m \geq 1) \end{cases} \quad \cdots (20)$$

上の式でm, lはそれぞれ周回方向,半径方向のモード次数である。またK_mはm次の第2種変形ベッセル関数である。

次に固有値bが求まったことを前提として界分布を計算する方法を考える。波動関数Rが次のようになると仮定する。

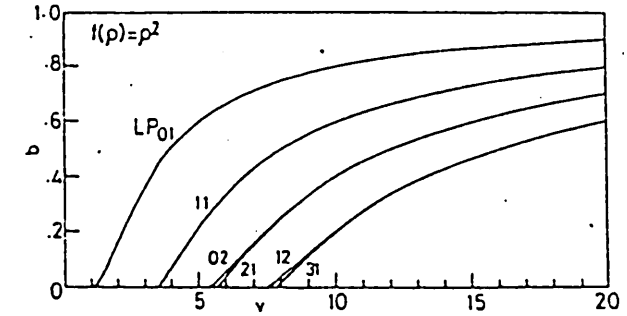
$$R = \begin{cases} A\cos④ & (m=0) \\ Aρ^{m-1}\cos④ & (m \geq 1) \end{cases} \quad \cdots (21)$$

$m=0$の場合はAは次の式に従って変化する。

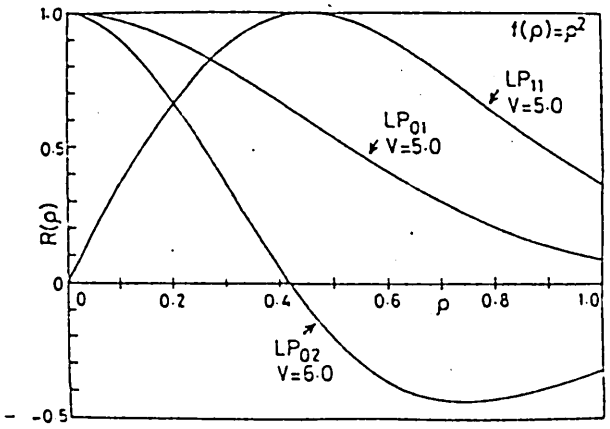
$$\frac{dA}{dρ} = \begin{cases} A\left[\left\{v^2(1-f(ρ)-b)-1\right\}\cos④ - \frac{\sin④}{ρ}\right]\sin④ & (ρ \neq 0) \\ 0 \quad (ρ=0) \end{cases} \quad \cdots (22)$$

また$m \geq 1$の場合は次のようになる。

$$\frac{dA}{dρ} = \begin{cases} A\left[\left\{v^2(1-f(ρ)-b)-1\right\}\sin④ - \frac{2m-1}{ρ}\cos④\right]\cos④ & (ρ \neq 0) \\ 0 \quad (ρ=0) \end{cases} \quad \cdots (23)$$



(a) 分散曲線
(b-v曲線)



(b) 界分布

図3 2乗分布の場合の分散曲線と界分布
($f(\rho)=\rho^2$)

2乗分布光ファイバの場合の計算結果の例を図3に示した。図3(a)は(20)式を解いて分散曲線を求めた結果であり，図3(b)は(22),(23)式に従ってR(ρ)を計算した結果である。

[3] 3次元導波路の場合

3次元導波路の厳密な固有モード解析は一般に困難であるため、等価屈折率法によって近似的に解析することが多い。ここでは等価屈折率法のかわりに，Marcatiの方法を応用した近似解法を紹介する。今、屈折率分布が

$$n(x,y)^2 = n_s^2 + 2n_s\Delta f\left(\frac{x}{D_x}\right)g\left(\frac{y}{D_y}\right) \quad \cdots (24)$$

のような形で与えられるとし，屈折率の勾配を無視できるとすれば，波動方程式を次のように書いてよい。

$$\frac{d^2\psi}{dx^2} + \frac{d^2\psi}{dy^2} + \left\{ n(x,y)^2 k_0^2 - \beta^2 \right\}\psi = 0 \quad \cdots (25)$$

Marcatili[1]にならって，波動関数ψが変数分離形で表わせると仮定すると

$$\psi = \psi_x(x)\psi_y(y)$$

$$\frac{d^2\psi}{dx^2} = \psi_x''(x)\psi_y(y),\quad \frac{d^2\psi}{dy^2} = \psi_x(x)\psi_y''(y) \qquad \cdots(26)$$

と書いてもよい。さらに，(25)式で$y=0$，$x=0$，$x=y=0$とおき，これに

$$V_x = k_0 D_x\sqrt{2n_s\delta},\quad V_y = k_0 D_y\sqrt{2n_s\delta}$$

$$\xi = x/D_x \quad ,\quad \eta = y/D_y$$

$$b = (\beta^2/k_0^2 - n_s^2)/2n_s\delta \quad (0<b<1) \qquad \cdots(27)$$

のような規格化パラメータを用いると，規格化伝搬定数bは次のように求められる。

$$b = b_x + b_y - 1 \qquad \cdots(28)$$

ただしb_x，b_yはそれぞれ次の波動方程式の固有値として求めればよい。

$$\frac{d^2\psi_x}{d\xi^2} + V_x^2(f(\xi) - b_x)\psi_x = 0 \qquad \cdots(29)$$

$$\frac{d^2\psi_y}{d\eta^2} + V_y^2(g(\eta) - b_y)\psi_y = 0 \qquad \cdots(30)$$

結局、屈折率の分布形がそれぞれ$f(\xi)$，$g(\eta)$で表わされるような2つの薄膜導波路のb-V曲線を求めておけば，3次元導波路としてのb-V曲線はそれらの算術的加算として作図できることになり、非常に便利であると思う。ただし、この方法では，屈折率分布が複雑な場合や，高次のモードでは(26)式の近似が破れて精度が悪くなる事が予想される。

次に(28)式の近似式を評価するために，厳密な計算が可能な場合について結果を比較する。ここでとりあげるのは屈折率分布が

$$n(x,y)^2 = n_s^2 + 2n_s\Delta e^{-(x^2+y^2)/D^2} \quad (x>0) \quad \cdots(31)$$

となるような拡散型3次元導波路で，weakly-guidingの極限($\Delta/n_s \to 0$)の場合である。この場合，

$$\rho^2 = (x^2+y^2)/D^2 \quad \cdots(32)$$

とおけば光ファイバの場合と同じように扱うことができる。ただしweakly-guidingの極限では拡散層の表面では$\psi=0$となり，LP_{ml}モードのうち$m\geq 1$のモードだけが存在しうる。

b-V曲線の計算結果を図4に示した。LP_{01}モードは真円形光ファイバの場合だけ存在するものであり，拡散型3次元導波路の最低次モードはLP_{11}モードである。実線は[2]の方法による厳密解であり，破線は(28)式による計算結果である。界分布の形からみてLP_{11}モードはMarcatiliの分類によるE_{00}モードに，LP_{21}モードはE_{01}モードに，LP_{31}モードはE_{02}モードにそれぞれ対応していると考えられるが，計算結果をみると次数の低いモードでは両者はよく合っている。

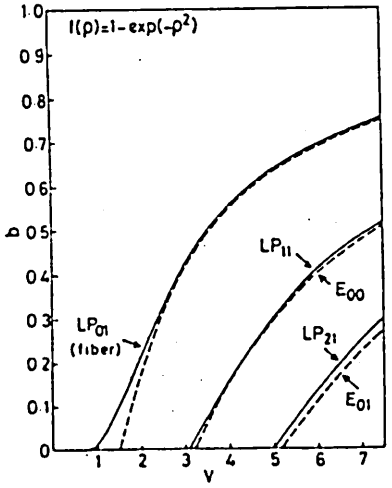


図4　3次元導波路のb-V曲線
実線：厳密解
破線：(28)式

§3. 拡散型異方性導波路におけるセミリーキーモードの解析

[1] 拡散導波路のセミリーキーモード

$LiNbO_3$ や $LiTaO_3$ などの一軸異方性誘電体結晶を用いた拡散導波路で，光学軸を座標軸に一致させた場合は§2の[1]の方法で容易に固有モード解析を行なうことができる。ところが、光学軸が座標軸に一致しない場合には一般にTE・TMモードに分離しない。山之内氏(12)らはこの導波路のモード解析を固有モード理論の立場から行ない、損失がありかつ離散的な固有値をもつセミリーキーモード(リーキー表面波モード)を見出した。その解析法は，拡散層を区分的に一様な多層構造で近似し、各層での電磁界分布が正常波と異常波の重ね合せで表わせるとして，各境界面での電磁界の連続の条件より固有値を決定するというものであった。この解法は多層構造の分割数を多くすれば原理的には厳密解が得られるが，固有値方程式が行列式の形になるため見通しが悪く、分割数もあまり多くとれないようである。

ところで、文献(2)での解析では拡散型導波路の屈折率の勾配の影響が非常に小さいことがわかった。今の場合に屈折率の勾配の影響を無視できるとすれば、拡散層の中での波動は近似的に正常波と異常波に分離され，両者は拡散層の表面でのみ干渉を起こすことになる(13)。このように考えると、この導波路の伝搬特性を説明する簡単なモデル(等価回路)が得られるから，§2の[1]の方法を適用できると考えられる。

なお，一軸異方性媒質中の波動の、波数の関係と固有ベクトルの簡便な計算法を付録Aに示した。これは誘電率テンソルを座標変換により変形してからMaxwellの方程式を解くかわりに，主軸系での解析で得られる結果を座標変換して用いる方法である。

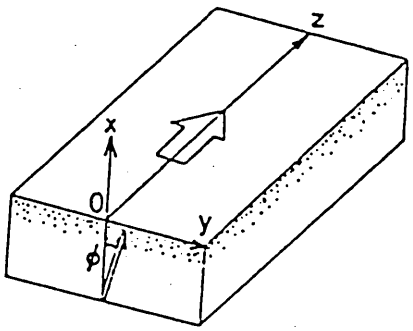


図5 L配置の拡散型導波路（光学軸はxy面内にある）

[2] L配置の場合

L配置の場合には図5に示すように光学軸はxy面内にある。拡散型導波路では屈折率の勾配があるが，前節で述べたようにその影響を無視して定式化をする。今のL配置の場合、厚み方向をみたときの波数 $\hat{k}_z$ は付録Aより，

$$\hat{k}_{z0}^2 = n_0^2 - \hat{\beta}^2 \qquad \text{(正常波)} \qquad \cdots(33)^*$$

$$\hat{k}_{ze}^2 = \frac{n_e^2 - \hat{\beta}^2}{n_e^2 n_0^{-2}\cos^2\phi + \sin^2\phi} \qquad \text{(異常波)} \qquad \cdots(34)^*$$

と求められるから，波動方程式は上の $\hat{k}_z^2$ を用いて次のように表わされる。

$$\frac{d^2E_y}{d\hat{z}^2} + \hat{k}_{z\,o,e}^2 E_y = 0 \qquad \text{(正常波、異常波)} \quad \cdots(35)^*$$

屈折率の勾配が零でない場合は上の方程式は厳密には成立しないが，勾配が非常に小さい場合は近似的に成立して正常波と異常波に分離すると考えられる。ただし，正常波と異常波は拡散層の表面で干渉することになる。このような考え方をすると、導波路の厚み方向をみたときの等価回路は図6のようになる。従って導波路の固有値は、この回路の共振条件より求めればよい。

＊ハット"^"の印は，$k_0 = \omega\sqrt{\varepsilon_0\mu_0}$ によって規格化し、無次元化したことを意味する。たとえば，$\hat{\beta} = \beta/k_0$，$\hat{z} = zk_0$ 等。

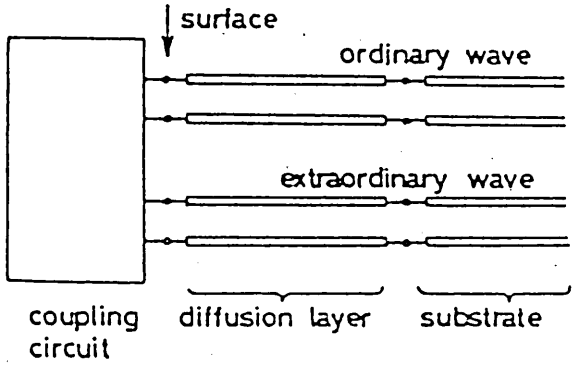


図6
等価回路

ところでこのような導波路を伝搬するモードは文献(12)に示されるように，導波モードとセミリーキーモードに分かれる。これらのモードは等価回路を用いて次のように説明される。まず光のエネルギーが拡散層に閉じこめられて導波されるためには，基板中で正常波と異常波の両方が深さ方向をみたときにカットオフになっていなければならない。これが導波モードである。これに対し、基板中で一方の波の閉じこめが破れていると、損失のあるモードになる。これがセミリーキーモードになる。

次に拡散層の表面での境界条件を考える。まず拡散層の中の表面付近での電磁界のyz面内成分は付録Aより次のように求めることができる。

$$E_y : H_y : E_z : H_z$$

$$= \begin{cases} 1 : -\dfrac{n_{of}^2}{\zeta_0 \hat{\beta}} \tan\phi : -j\dfrac{\tan\phi}{\hat{\beta}}\beta_o : -j\dfrac{\beta_o}{\zeta_0} & (\text{正常波}) \\ 1 : \dfrac{\hat{\beta}}{\zeta_0}\cot\phi : j\dfrac{\hat{\beta}}{n_{of}^2}\cot\phi\,\beta_e : -j\dfrac{\beta_e}{\zeta_0} & (\text{異常波}) \end{cases}$$

ただし、$\zeta_0 \equiv \sqrt{\mu_0/\varepsilon_0}$, $\beta_{o,e} \equiv -\left(\dfrac{1}{E_y}\dfrac{dE_y}{d\hat{z}}\right)$ …(36)

上の式で，B_0 と B_e は(6)式のアセプタンスと同じような意味をもっている。また n_{of} は拡散層の表面での常光屈折率である。さらにこれらを用いると拡散層の表面での E_y，H_y，E_z，H_z は次のようになる。

$$\begin{cases} E_y = 1 + M \\ H_y = \hat{\beta}^{-1} \zeta_0^{-1} (-n_{of}^2 \tan^2\phi + M\hat{\beta}^2 \cot\phi) \\ E_z = j n_{of}^{-2} \hat{\beta}^{-1} (-n_{of}^2 \tan\phi\, B_0 + M\hat{\beta}^2 \cot\phi\, B_e) \\ H_z = -j\zeta_0^{-1} (B_0 + M B_e) \end{cases} \quad \cdots (37)$$

ただし M は混成比である。

次に空気中ではTE波とTM波の重ね合せになるから，表面で次の関係が成立する。ただし $\hat{\alpha}_c$ は空気中での（k_0 で規格化した）x方向減衰定数である。

$$\frac{H_z}{E_y} = -j\hat{\alpha}_c \zeta_0^{-1}, \quad -\frac{E_z}{H_y} = -j\hat{\alpha}_c \zeta_0 \quad (\hat{\alpha}_c^2 = \hat{\beta}^2 - 1) \quad \cdots (38)$$

(37)式を(38)式に代入して E_y，H_y，E_z，H_z を消去し，さらに M を消去すると，B_0 と B_e のあいだに次の関係が成立することがわかる。

$$B_e = \frac{n_{of}^2 \hat{\alpha}_c (\tan^2\phi + \hat{\beta}^2) B_0 - n_{of}^2 \hat{\alpha}_c^2 (n_{of}^2 + \tan^2\phi + \hat{\beta}^2)}{(n_{of}^2 \tan^2\phi + \hat{\beta}^2) B_0 - \hat{\alpha}_c (n_{of}^4 + \tan^2\phi + \hat{\beta}^2)} \quad \cdots (39)$$

$$B_0 = \frac{\hat{\alpha}_c (n_{of}^4 \tan^2\phi + \hat{\beta}^2) B_e - n_{of}^2 \hat{\alpha}_c^2 (n_{of}^2 + \tan^2\phi + \hat{\beta}^2)}{(n_{of}^2 + \tan^2\phi + \hat{\beta}^2) B_e - n_{of}^2 \hat{\alpha}_c (\tan^2\phi + \hat{\beta}^2)} \quad \cdots (40)$$

ただし，上の2式は同値であって，それぞれ B_e，B_0 について解いたものである。結局図6の中の結合回路の性質は(39)式または(40)式によって表わされることになる。なお，$\phi = 0$ のときは $B_0 = \hat{\alpha}_c$，$B_e = n_{of}^2 \hat{\alpha}_c$ となり，また $\phi = \pi/2$ のときは

$\beta_0 = n_{eff}^2 \hat{\kappa}_c$, $\beta_e = \hat{\kappa}_c$ となって正常波と異常波は表面で干渉しないことがわかる。

ここまで用いてきた β_0 や β_e は拡散層の表面での値に限定して用いたが，これらは $\hat{x}$ によって変化する量である。ここで §2. と同様に考えて位相角 $\phi_{0,e}$ を

$$\beta_{0,e} \equiv \tan\phi_{0,e} \qquad \cdots (41)$$

のように定義すると $\phi_{0,e}$ は次の方程式に従う。

$$\frac{d\phi_{0,e}}{d\hat{z}} = \sin^2\phi_{0,e} + \hat{\kappa}_{x0,e}^2 \cos^2\phi_{0,e} \qquad \cdots (42)$$

$\beta_{0,e}(0)$ は上の式を積分することによって次のように求められる。

$$\beta_{0,e}(0) = \tan\left[\phi_{0,e}(-\infty) + \int_{-\infty}^{0}\left(\frac{d\phi_{0,e}}{d\hat{z}}\right)d\hat{z}\right]$$

$$\text{ただし } \phi_{0,e}(-\infty) = \tan^{-1}\left\{\pm\sqrt{-\hat{\kappa}_{x0,e}^2(-\infty)}\right\} \qquad \cdots (43)$$

上の式で，根号は主値をとるものとする。また根号の前の複号は，エネルギーが深さ方向へもれていくときはプラス(+)，そうでない場合はマイナス(−)を採用する。

さてここから基板として $LiNbO_3$ を用いた場合を考える。$LiNbO_3$ は強い負の異方性をもつから，等価屈折率 β を小さくしていくと正常波の方が先にとじこめが破れることになる。従って，セミリーキーモードでは光のエネルギーをとじこめるのに主要な役割を果たすのは異常波である。反対に導波モードでは両方の波がとじこめられていなければならないから，導波層の中で振動的な変化をするのは正常波だけであり、異常波は深さ方向に急激に減衰する。いま表面での n_0 と n_e の上昇分を0.01程度とすると，正常波と異常波の感じる屈折率の範囲は完全に分離するから、導波モードのモード次数は正常波だけで，またセミリーキーモードのモード次数は異常波だけで決定されると考えてよい。

まず導波モードの固有値方程式は次のようになる。

$$\Phi_0(-\infty) + \int_{-\infty}^{0} \left(\frac{d\Phi_0}{d\hat{x}}\right) d\hat{x} - \tan^{-1}\beta_0(0) - m\pi = 0 \qquad \cdots(44)$$

上の式で $\beta_0(0)$ を求めるには (43)式に従って $\beta_e(0)$ を求め，(39)式を用いて $\beta_0(0)$ を計算すればよい。しかし今の場合，異常波は深さ方向への減衰定数が非常に大きいため，表面付近では深さ方向へ減衰する成分だけを考慮すれば十分である。従って，

$$\hat{\beta}_e(0) \fallingdotseq -\sqrt{-\hat{\varepsilon}_{xe}^{2}(0)} \qquad \cdots(45)$$

と近似してもよいと考えられる。この近似を用いて (44)式を解き，分散特性を計算した結果を図7に示す。屈折率分布はガウス分布とし，$\phi=45°$ とした。分散曲線のふるまいは図2とほとんど同じである。

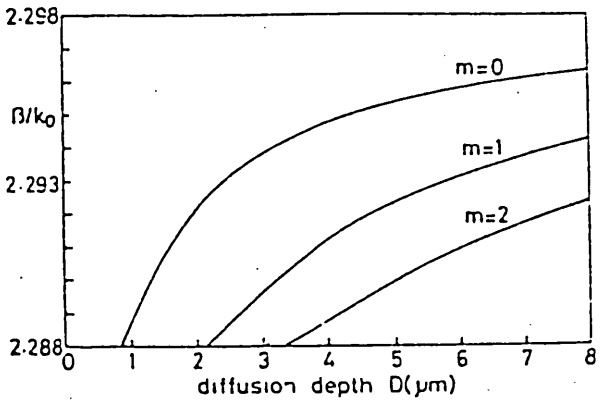


図7 導波モードの分散特性（L配置）

$n_{os}=2.288$, $n_{es}=2.207$
$\delta n_o = \delta n_e = 0.01$
$\phi=45°$, $\lambda_0=0.6328\mu m$
とした。

次にセミリーキーモードの場合は損失があるので β は次のように，複素数になる。ただし光は z 方向に減衰することを考慮して β の虚部は負にとる。

$$\hat{\beta} = \hat{\beta}_R + j\hat{\beta}_I \qquad (\hat{\beta}_I \leqq 0) \qquad \cdots(46)$$

セミリーキーモードの固有値方程式は次のようになる。

$$f(\hat{\beta}_R, \hat{\beta}_I) =$$

$$\textcircled{4}_e(-\infty) + \int_{-\infty}^{0} \left(\frac{d\textcircled{4}_e}{d\hat{x}}\right) d\hat{x} - \tan^{-1} B_e(0) - m\pi = 0 \quad \cdots (47)$$

上の固有値方程式で、$\textcircled{4}_e$, $B_e(0)$ は複素数として扱うことになる。また $B_e(0)$ を求めるには $B_o(0)$ を計算しなければならないが、今の場合表面付近に存在する正常波は深さ方向へ出射していく波だけで、表面に入射する成分はほとんど存在しないと近似してもよい。従って $B_o(0)$ は近似的に次のようになる。

$$B_o(0) \fallingdotseq \sqrt{-\hat{k}_{xo}^2(0)} \quad \cdots (48)$$

この近似を用い、付録Bに示すような若干の修正を行なって(47)式を解き、分散特性と損失を計算した結果を図8に示す。屈折率分布はガウス分布とし、$\phi = 45°$ とした。

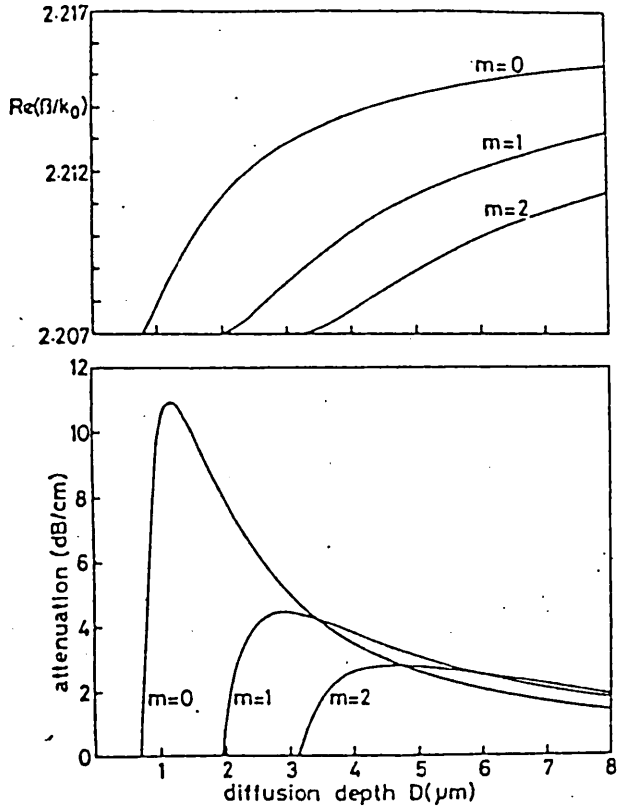


図8. セミリーキーモードの分散特性と損失（L配置）

$n_{os} = 2.288$, $n_{es} = 2.207$

$\delta_{no} = \delta_{ne} = 0.01$

$\phi = 45°$

$\lambda_o = 0.6328\ \mu m$

計算結果は山之内氏[12]らの多層分割法による計算結果とよく一致することがわかった。多層分割法による結果は拡散層の体積中での正常波と異常波の干渉を考慮したものであり、図8の結果はそれを無視したものだから、両者の結果がよく一致するということは、体積中での干渉が表面での干渉に較べて非常に小さいということになる。従ってこの導波路の損失機構は図6の等価回路でかなりよく説明できると考えられる。

以下、得られた結果について検討を加える。

まず、分散特性については図2と大差がない。

また、損失については、膜厚(拡散深さ)が薄くカットオフに近いところで最大になっている。この理由について以下で考える。今の場合、拡散層の表面で異常波から正常波に変換されたエネルギーが損失になるから、表面付近に異常波の光のエネルギーが集中していると大きな損失を生じやすいと考えられる。まず膜厚が大きい場合には光のエネルギーの存在範囲が広くなって表面付近に集中しないため損失は小さい。膜厚を薄くしていくと光のエネルギーが膜の中によく閉じこめられたまま表面付近に近づいていき、損失が大きくなる。しかしさらに膜厚を薄くするとカットオフに近づいてエネルギーが基板中にしみ出してしまい、逆に損失が小さくなる。さらにカットオフのところでは基板中では平面波になってしまい、損失はゼロになる。

また高次モードの損失が小さいのは次のようにして説明できる。高次モードではWKB近似(7)がよい近似を与えるが、それによれば厚み方向の波数の小さいところほど界分布の振幅が大きくなる。従って拡散導波路では深いところにエネルギーが分散しやすくなり、そのために損失が小さくなると考えられる。

図9には屈折率の上昇分Δnを2倍にした場合の分散特性と損失の計算結果を示した。このとき損失が大きく

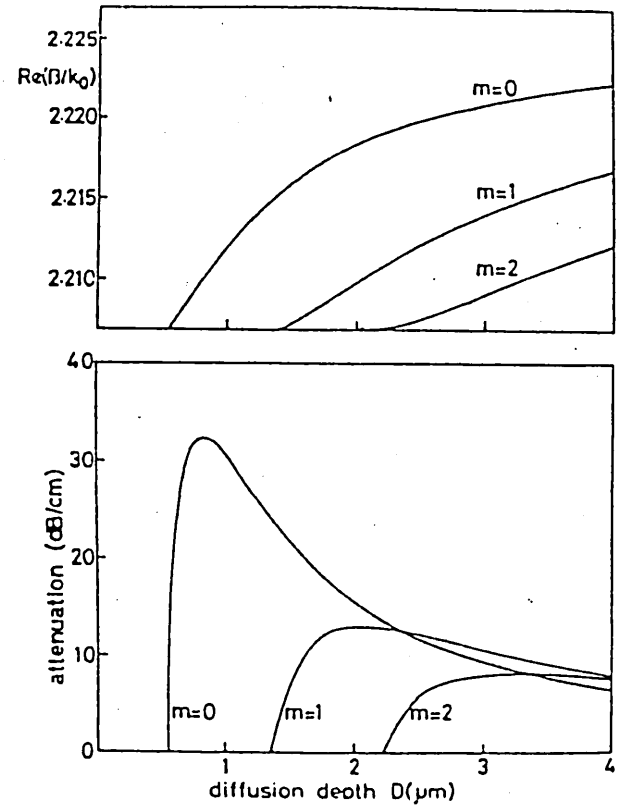


図9. セミリーキーモードの分散特性と損失（L配置）

$n_{os}=2.288$, $n_{es}=2.207$

$\delta_{no}=\delta_{ne}=0.02$

$\phi=45°$, $\lambda_0=0.6328$

（δ_{no}, δ_{ne} を2倍にした）

なることがわかるが，これもやはり表面付近にエネルギーが集中しやすくなるためである。また図8，図9のいずれの場合でも，屈折率の上昇分を一定として膜厚を変えると，(2)式で定義される規格化拡散深さVがほぼ2.45になるところで最低次モードの損失が最大になっている。

図10には光学軸の傾きϕを変えた場合の損失の変化を示した。損失は$\phi=0°$, $90°$でゼロになっているが，これは

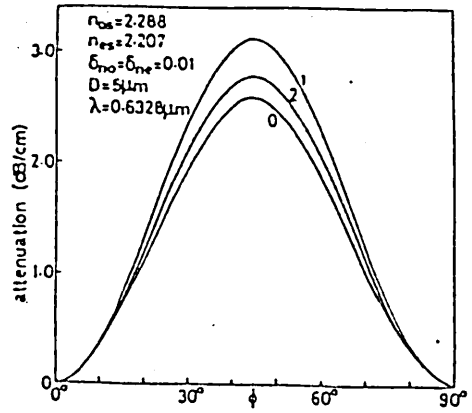


図10. 光学軸の傾きϕを変えたときのセミリーキーモードの損失の変化

（ϕ以外の条件は図8と同じである）

(39)式と(40)式に関して述べたように，この場合に正常波と異常波が干渉しなくなるためである。また$\varphi=45°$の付近で損失が極大になる。φを変えても(34)式の$\hat{k}_{ze}$はほとんど変化しないから，損失が変化する主な原因は表面でのエネルギー変換効率がφによって変化する事と考えてよいであろう。

以上のように，図6のような等価回路を用いることによって物理的なイメージを描き易くなり，損失などの摂動に対して考察を加えることが容易になった。

[3] P配置の場合

P配置の場合には図11に示すように光学軸がyz面内にある。この場合にも屈折率の勾配を無視して定式化をする。付録Aより厚み方向をみたときの波数$\hat{k}_z$は次のようになる。

$$\hat{k}_{zo}^2 = n_o^2 - \hat{\beta}^2 \qquad \text{(正常波)} \cdots (49)$$

$$\hat{k}_{ze}^2 = n_e^2 - \hat{\beta}^2 (n_e^2 n_o^{-2} \cos^2\varphi + \sin^2\varphi) \qquad \text{(異常波)} \cdots (50)$$

(50)式で$\hat{k}_{ze}=0$とおくと

$$\hat{\beta}^2 = n_e^2 / (n_e^2 n_o^{-2} \cos^2\varphi + \sin^2\varphi) \cdots (51)$$

となるから，異常波の感じる屈折率はφによってn_eからn_o

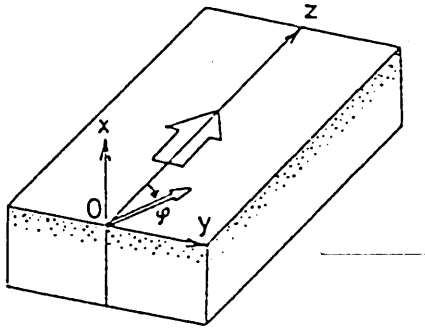


図11 P配置の場合の拡散型導波路（光学軸はyz面内になる）

までの範囲で変化する。$LiNbO_3$のような負性結晶を用いた場合には$n_e < n_o$だから異常波の感じる屈折率は常に正常波よりも小さい。また上の$\hat{\beta}_z^2$を用いると，波動方程式は近似的に次のようになる。

$$\frac{d^2E_y}{d\hat{z}^2} + \hat{\beta}_{z\,o,e}^2 E_y = 0 \quad (\text{正常波、異常波}) \quad \cdots(52)$$

さて、P配置の場合にも図6のような等価回路が成立するものと考えられるが，結合回路の性質を調べておかねばならない。P配置の場合の電磁界のTE面成分は付録Aより、

$$E_y : H_y : E_z : H_z$$

$$= \begin{cases} 1 : -j\dfrac{\tan\varphi}{\zeta_0\hat{e}^2}\beta_0 : -\tan\varphi : -\dfrac{j}{\zeta_0}\beta_0 & (\text{正常波}) \\ 1 : j\dfrac{\cot\varphi}{\zeta_0}\beta_e : \hat{e}^2\cot\varphi : -\dfrac{j}{\zeta_0}\beta_e & (\text{異常波}) \end{cases}$$

ただし $\zeta_0 \equiv \sqrt{\mu_0/\varepsilon_0}$, $\hat{e}^2 \equiv 1 - \beta^2 n_0^{-2}$

$$\beta_{0,e} \equiv -\left(\frac{1}{E_y}\frac{dE_y}{d\hat{z}}\right)_{o,e} \quad \cdots(52)$$

さらに拡散層の表面で(38)式が成立することを考慮すれば，β_0とβ_eのあいだの関係は次のようになる。

$$\beta_e = \frac{(\tan^2\varphi - \hat{\gamma}_c^2)\beta_e - (\tan^2\varphi + \hat{e}^2)\hat{\gamma}_c}{-(\hat{\gamma}_c\hat{e}^{-2} + \tan^2\varphi + \hat{\gamma}_c)\beta_e + (\hat{\gamma}_c^2\hat{e}^{-2} + \tan^2\varphi - \hat{e}^2)} \quad \cdots(53)$$

$$\beta_0 = \hat{\gamma}_c \frac{(\hat{\gamma}_c^2 + \tan^2\varphi - \hat{e}^4)\hat{\gamma}_c^{-1}\beta_0 - (\tan^2\varphi + \hat{e}^2)\hat{\gamma}_c}{(\tan^2\varphi + \hat{e}^2)\hat{\gamma}_c\beta_0 + \hat{e}^2(\tan^2\varphi - \hat{\gamma}_c^2)} \quad \cdots(54)$$

以上の手柄の他はL配置の場合と同様に扱えばよい。

$LiNbO_3$を基板とする拡散導波路で$\varphi = 45°$としたときのセミリーキーモードの分散特性と損失を計算した結果

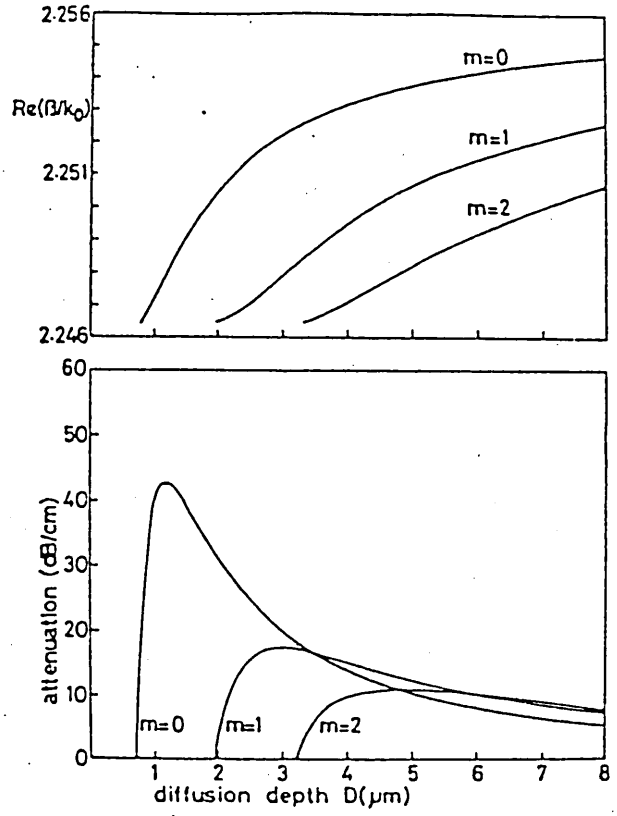


図12 セミリーキーモードの分散特性と損失（P配置）

$n_{os}=2.288$, $n_{es}=2.207$
$\delta_{no}=\delta_{ne}=0.01$
$\varphi=45°$, $\lambda_0=0.6328$
（光学軸の方向以外は図8と同じ条件である）

を図12に示した。屈折率分布はやはりガウス分布とした。拡散深さDに対する損失の変化は定性的にL配置の場合によく似ており，最低次モードの損失は規格化拡散深さVが2.45の付近で最大になる。損失そのものはL配置の場合よりも大きくなっており，P配置の場合は表面でのエネルギー変換効率が大きいと考えられる。

§4. まとめ

この報告では，一軸異方性媒質を用いた拡散導波路におけるセミリーキーモードの横共振法による解析を試みた。以下、その概要について述べる。

§2.では横共振法を紹介し、拡散型導波路や光ファイバの解析例を示した。また3次元導波路の近似解法にも触れた。

次に§3では拡散導波路におけるセミリーキーモードのモード解析を行なった。一軸異方性媒質の光学軸が座標軸に一致しない場合、拡散層中を伝搬する光はもはや2階の微分方程式では記述できないが，屈折率の勾配がゆるやかな場合には近似的に正常波と異常波に分離し、拡散層の表面でのみ両者が干渉し合うと仮定した。またこの仮定のもとに導波路の伝搬特性を説明する等価回路をつくった。さらに横共振法を用いてLiNbO3を用いたL,P配置の拡散導波路の固有モード解析を行なって伝搬損失を求めた結果、拡散層の体積中での干渉を考慮した計算結果とよく一致し、上の仮定の正しさを確認できた。また、損失のある拡散導波路の解析にも横共振法が便利であることがわかった。

参考文献

(1). E.F. Kuester and D.C. Chang, "Propagation, attenuation, and dispertion characteristics of inhomogeneous dielectric slab waveguides", IEEE, MTT-23, p.98, 1975.

(2). 柴沼、小野寺、栗井、中島、池上, 信学技報 MW81-72

(3). 同上, 57年度信学全大光量エレ 1008

(4). R.E. Collin, "Field theory of guided waves", McGraw-Hill, p.227, 1960.

(5). Y. Suematsu and K. Furuya, "Propagation mode and scattering loss of a two-dimensional dielectric waveguides with gradual distribution of refractive index", IEEE, MTT-20, p.524, 1972.

(6). 山之内、樋口、柴山,「金属拡散型導波路中の光と弾性表面波との相互作用によるTE-TMモード変換」信学論 '76/6 vol. J59-C p.355.

(7). Marcuse, "TE modes of graded-index slab waveguides", IEEE, QE-9 p.1000, 1973.

(8). G.B. Hocker and W.K. Burns, "Modes in diffused optical waveguides of arbitrary index profile", IEEE, QE-11, p.270, 1975

(9). H. Kogelnik and V. Ramaswamy, "Scaling rules for thin-film optical waveguides", Appl. Opt., vol. 13, p.1857, 1974.

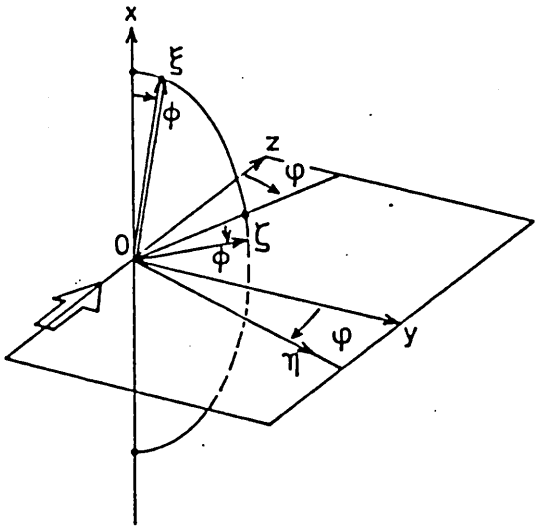
(10). たとえば 大越編「光ファイバの基礎」オーム社

(11). E.A.J. Marcatili, "Dielectric rectangular waveguide and directional coupler for integrated optics", B.S.T.J., vol.48, p.2071, 1969.

(12). 神谷、山之内、柴山、「異方性薄膜光導波路を伝搬するLeaky Surface Wave」信学技報 MW 76-102
(13). W.K. Burns, S.K. Sheem, and A.F. Milton, "Approximate calculation of leaky-mode loss coefficients for Ti-diffused $LiNbO_3$ waveguides", IEEE, QE-15, p.1282, 1979.

付録A　一軸異方性媒質中の波動の波数の関係と固有ベクトル

一軸異方性媒質の光学軸が任意方向を向いたときの波動を解析する場合、回転座標変換によって誘電率テンソルを変形したのちMaxwellの方程式を解くことが多い。しかしこの方法では変形されたテンソルが非常に複雑になり、見通しが悪くなってしまう。ここではそのかわりに、主軸系での解析で得られる関係式を座標変換によって書き換えるという方法をとった。このようにすると計算が簡単で見通しもよい。



図A-1
Ⅱ座標系とⅠ座標系のあいだの回転座標変換

まず導波路に準拠した座標系 $\mathbb{r}$ と主軸系 $\mathbb{p}$ を考え、それらを次のように表わす。

$$\mathbb{r} = \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix}, \quad \mathbb{p} = \begin{bmatrix} \xi \\ \eta \\ \zeta \end{bmatrix} \tag{A-1}$$

これらの座標のあいだの関係を図A-1に示す。ただし光軸は z 方向にとった。このとき $\mathbb{p}$ と $\mathbb{r}$ の関係は

$$\mathbb{r} = A\mathbb{p} \tag{A-2}$$

ただし A は回転座標変換を表わす行列であり、次式で与えられる。

$$A = \begin{bmatrix} \cos\phi & 0 & -\sin\phi \\ \sin\phi\sin\varphi & \cos\varphi & \cos\phi\sin\varphi \\ \sin\phi\cos\varphi & -\sin\varphi & \cos\phi\cos\varphi \end{bmatrix} \tag{A-3}$$

また A は直交行列であるから次式が成立する。

$$A^{-1} = A^{T} \tag{A-4}$$

座標・波数・電界・磁界ベクトルを $\mathbb{r}$ 座標系で $\mathbb{r}$, $\mathbb{k}$, $\mathbb{E}_r$, $\mathbb{H}_r$ と表わし、$\mathbb{p}$ 座標系で $\mathbb{p}$, $\mathbb{K}$, $\mathbb{E}_p$, $\mathbb{H}_p$ と表わすと、これらの列ベクトルは上の変換行列 A を用いて、次の関係で結ばれる。

$$\begin{aligned} \mathbb{E}_r &= A\mathbb{E}_p & \mathbb{E}_p &= A^{T}\mathbb{E}_r \\ \mathbb{H}_r &= A\mathbb{H}_p & \mathbb{H}_p &= A^{T}\mathbb{H}_r \\ \mathbb{r} &= A\mathbb{p} & \mathbb{p} &= A^{T}\mathbb{r} \\ \mathbb{k} &= A\mathbb{K} & \mathbb{K} &= A^{T}\mathbb{k} \end{aligned} \tag{A-5}$$

主軸系での波数の関係や固有ベクトルがわかっていれば、それを (A-5) 式を用いて、考えている座標系に変換すればよい。

今、常光、異常光屈折率を n_o, n_e であるとすると、主軸系での波数の関係は次のようになる。

$$n_o^2 k_0^2 = K_\xi^2 + K_\eta^2 + K_\zeta^2 \qquad (\text{正常波}) \qquad (A-6)$$

$$k_0^2 = \frac{K_\xi^2}{n_o^2} + \frac{K_\eta^2 + K_\zeta^2}{n_e^2} \qquad (\text{異常波}) \qquad (A-7)$$

ただし $\mathbb{K} = \begin{bmatrix} K_\xi \\ K_\eta \\ K_\zeta \end{bmatrix}$

また電磁界の固有ベクトルは正常波、異常波に対してそれぞれ次のようになる。

$$\begin{bmatrix} E_p \\ \zeta_0 H_p \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ K_\zeta \\ -K_\eta \\ -(K_\eta^2 + K_\zeta^2) \\ K_\xi K_\eta \\ K_\xi K_\zeta \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} -n_o^2 n_e^{-2}(K_\eta^2 + K_\zeta^2) \\ K_\xi K_\eta \\ K_\xi K_\zeta \\ 0 \\ -n_o^2 K_\zeta \\ n_o^2 K_\eta \end{bmatrix} \qquad (A-8)$$

以上のような主軸系での関係式を (A-5)式に従って、K座標系に書き換えればよい。

まず、波数の関係を書き換える。x, y, z方向をみたときの波数を k_x, 0, β とし、(A-5)式を用いると $\mathbb{k}$ と $\mathbb{K}$ は次のようになる。

$$\mathbb{k} = \begin{bmatrix} k_x \\ 0 \\ \beta \end{bmatrix} \qquad (A-9)$$

$$\mathbb{K} = \begin{bmatrix} K_\xi \\ K_\eta \\ K_\zeta \end{bmatrix} = A^T \mathbb{k} = \begin{bmatrix} k_x \cos\phi + \beta \sin\phi \cos\varphi \\ -\beta \sin\varphi \\ -k_x \sin\phi + \beta \cos\phi \cos\varphi \end{bmatrix} \qquad (A-10)$$

(A-10)式を (A-6), (A-7)式に代入して k の各成分を消去すると、正常波と異常波についての波数の関係は次のように得られる。

$$k_z^2 = n_0^2 k_0^2 - \beta^2 \qquad \text{(正常波)} \qquad (A-11)$$

$$\begin{aligned}&(n_e^2\cos^2\phi + n_0^2\sin^2\phi)k_x^2 \\ &+2(n_e^2-n_0^2)\cos\phi\sin\phi\cos\varphi\,\beta k_x \\ &+[(n_e^2\sin^2\phi + n_0^2\cos^2\phi)\cos^2\varphi + n_0^2\sin^2\varphi]\beta^2 \\ &-n_e^2 n_0^2 k_0^2 = 0 \qquad \text{(異常波)}\end{aligned} \qquad (A-12)$$

上の関係式のうち異常波についてはかなり複雑であるが、L, P配置の場合にはそれぞれ $\varphi=\pi/2$, $\phi=\pi/2$ だから若干簡単になって、次のようになる。

$$k_{xe}^2 = \frac{n_e^2 k_0^2 - \beta^2}{n_e^2 n_0^{-2}\cos^2\phi + \sin^2\phi} \qquad \text{(L配置)} \qquad (A-13)$$

$$k_{xe}^2 = n_e^2 k_0^2 - \left(\frac{n_e^2}{n_0^2}\cos^2\varphi + \sin^2\varphi\right)\beta^2 \qquad \text{(P配置)} \qquad (A-14)$$

次に固有ベクトルを書き換える。Π 座標系で表わした固有ベクトル $[E_r^T, \zeta_0 H_r^T]$ は (A-5)式の変換を用いて、次のように表わせる。

$$\begin{bmatrix} E_r \\ \zeta_0 H_r \end{bmatrix} = \left[\begin{array}{c|c} A & O \\ \hline O & A \end{array}\right] \begin{bmatrix} E_p \\ \zeta_0 H_p \end{bmatrix} \qquad (A-15)$$

上の固有ベクトルは一般の角度では複雑だが、L, P. 配置の場合には多少簡単になる。ここでは $\pm$ 境界条件に関係する yz 面内成分だけについて示す。まず正常波の固有ベクトルは L, P配置に対してそれぞれ次のように求められる。(係数は省略)

$$\begin{bmatrix} E_y \\ E_z \\ \zeta_0 H_y \\ \zeta_0 H_z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \hat{\beta}\cos\phi \\ \hat{k}_x\sin\phi \\ n_0^2\sin\phi \\ \hat{\beta}\hat{k}_x\cos\phi \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} \cos\varphi \\ -\sin\varphi \\ \hat{e}^{-2}\hat{k}_z\sin\varphi \\ \hat{k}_x\cos\varphi \end{bmatrix} \qquad (A-16)$$

ただし、

$$\hat{e}^2 = 1 - \hat{\beta}^2/n_0^2 \qquad (A-17)$$

また異常波の固有ベクトルはL、P配置に対してそれぞれ以下のように求められる。

$$\begin{bmatrix} E_y \\ E_z \\ \zeta_0 H_y \\ \zeta_0 H_z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \sin\phi \\ -n_0^{-2}\hat{\beta}\hat{f}_{dz}\cos\phi \\ \hat{\beta}\cos\phi \\ \hat{f}_{dz}\sin\phi \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} \sin\varphi \\ \hat{e}^2\cos\varphi \\ -\hat{f}_{dz}\cos\varphi \\ \hat{f}_{dz}\sin\varphi \end{bmatrix} \qquad (A-18)$$

なお、上の固有ベクトルで $\hat{f}_{dz}$ は

$$\hat{f}_{dz} \sim j\frac{d}{dz} \qquad (A-19)$$

とみなしてよい。

付録B　損失のある場合の修正

(47)式の固有値方程式を解けば $\hat{\beta}$ を求めることができるはずである。しかしこれをそのまま解くと不都合が生じた。それは(47)式の中の積分を実行している途中で④eの虚数部が急激な変化をする場合があって、計算機で追跡するのが困難になるというのである。そこでこのような不都合を取り除くために位相角をそのまま複素数に拡張するのではなく、次のように定義し直すことにした。

$$\beta_e = \frac{\tan④_{eR} + jG}{1 - jG\tan④_{eR}} \qquad (B-1)$$

ただし $G = \tanh\{\mathrm{Im}(④_e)\}$

このようにしておけば、④eの虚数部が急激に増大してもGは1に近づくだけであるから、容易に追跡できるはずである。このとき、(42)式に相当する微分方程式は次のとおりである。

$$\frac{d\Phi_{eR}}{d\hat{z}} = (1-G^2)^{-1}\,\mathrm{Re}[F] \qquad (B\text{-}2)$$

$$\frac{dG}{d\hat{z}} = \mathrm{Im}[F] \qquad (B\text{-}3)$$

ただし、

$$F = \hat{k}_z^2(\cos\Phi_{eR} - jG\sin\Phi_{eR})^2 + (\sin\Phi_{eR} + jG\cos\Phi_{eR})^2 \qquad (B\text{-}4)$$

(47)式に含まれる積分は(B-2),(B-3)式の積分で代用すればよい。

なお、$|\hat{\beta}_I| \ll |\hat{\beta}_R|$ の場合には(47)式の固有値方程式は次のように $\hat{\beta}_R$ に関する方程式と $\hat{\beta}_I$ に関する方程式に分離してもさしつかえないと考えられる。

$$f_R(\hat{\beta}_R) = \mathrm{Re}[f(\hat{\beta}_R, 0)] = 0 \qquad (B\text{-}5)$$

$$f_I(\hat{\beta}_I) = \mathrm{Im}[f(\hat{\beta}_R, \hat{\beta}_I)] = 0 \qquad (B\text{-}6)$$

以上のようにして、モード次数を含んだ形で定式化し、数値計算を行なうことができた。

輻射科学研究会資料
(RS-82-4)

層状構造導波形光結合器の製作上の問題点と対策

岸岡 清　橋本正弘
(大阪電気通信大学)

昭和57年3月12日
(於 中央電気クラブ)

1. まえがき

光方向性結合器は光回路の重要な構成要素の一つとして，色々の面から研究がなされている。[1]-[9] しかしながら，その構造が簡単にもかかわらず製作は一般に困難であるとされている。[10],[11] この原因は位相整合を実現させるために構造パラメーターに要求される製作精度が極めて厳しいことにある。この困難さを除くために種々の方法が検討されている。[4]-[9] その多くは製作した後に電気光学効果等によって外部から構造パラメーターを調整して製作上の誤差を補正するものである。[4]-[7]

本文では，最も単純な構造である層状形結合器の製作が「通常のスパッター技術では難しい」と言われている原因を実験的に詳しく検討した．その結果，現状のスパッターによる薄膜の製作精度ではこの種の結合器を作ることは不可能ではないが極めて難しく，再現性良く製作するのはほぼ不可能に近いことを示す。そこで，その解決策として，既に提案した[12],[13] 周期状多層膜を用いた構造の光結合線路について製作精度の観点から比較，検討を行なった．「周期状多層膜のブラッグ反射を利用した導波路では固有モードの伝搬角が導波路の膜厚に依存しない」と言う性質を利用しているため製作精度が大幅

に緩和され，通常のスパッター技術を用いて十分に製作できると言う結果を得た．なお，ブラッグ反射導波路は既にP. Yeh, A. Yariv, C.S. Hong[14],[15]らによって提案され，その特性は詳細に調べられているが，上記の「伝搬角不変性」の特徴については知られていないようである．この意味で，われわれが注目している構造は目新しいと言えよう．

2. スパッターによるガラス薄膜の製作精度

一般に層状構造の導波形結合器の特性は位相定数の整合点からの「ずれ」に非常に大きく依存するため，位相整合を実現するための精度の高い膜厚制御が要求される．この膜厚に対する許容誤差の厳しさがこの種の結合器の製作を難しくしている．ここでは，スパッターによってガラス薄膜導波路を製作して，膜厚の誤差とそれにともなう位相定数の変動量を実験的に把握した．

図1はテンパックス・シートガラス（$n_s=1.474$）基板上にスパッターによってコーニング7059ガラスの薄膜を作製した場合のスパッター時間に対する膜厚(図1-(a))

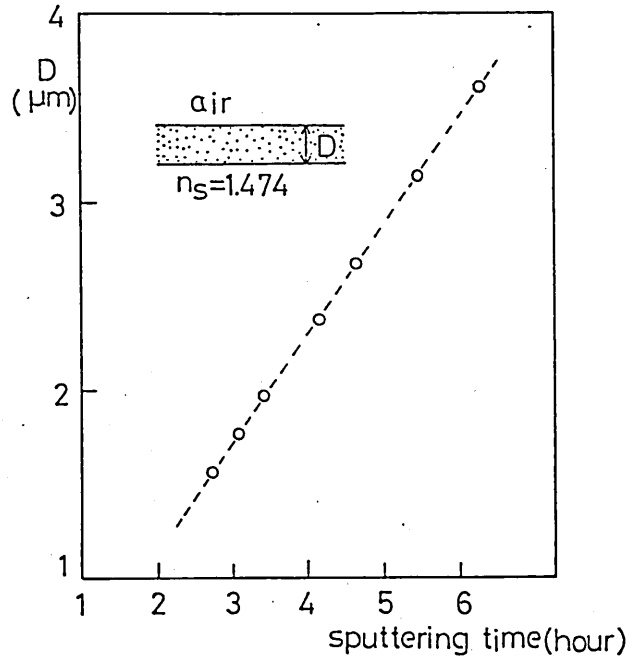


図 1 (a) スパッター時間と膜厚変動の関係.
3つの試料の測定値の差が小さいためこの図においてはまったく重なっている.

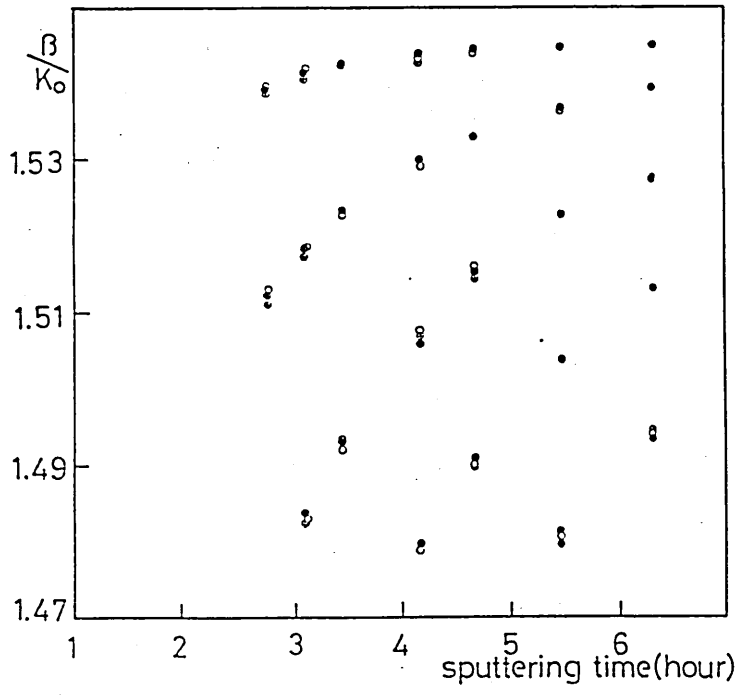


図 1(b) スパッター時間と規格化位相定数の変動の関係
(基板:テンパックス シートガラス)

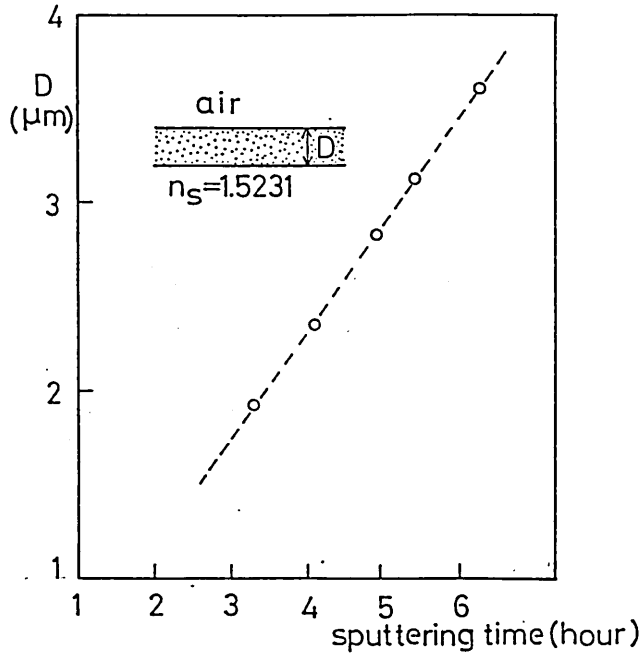


図2(a) スパッター時間と膜厚変動の関係
2つの試料の測定値の差が小さいための図においては それらは重なっている.

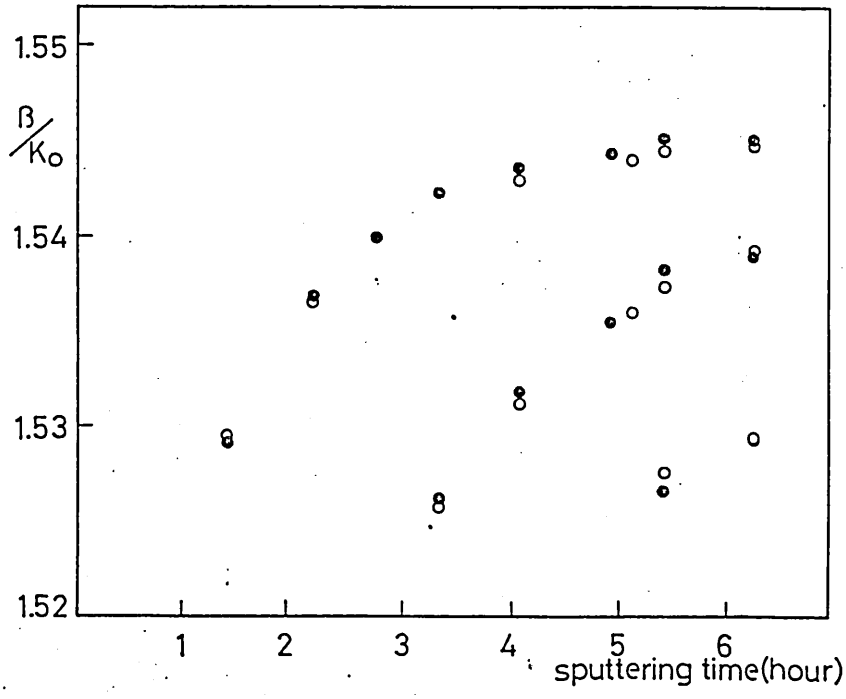


図2(b)
スパッター時間と規格化位相定数の変動の関係.
(基板: B-270 ガラス)

および規格化位相定数 β/k_0（βは位相定数，k_0は空気中の波数）（図1－(b)）の変動を示したものである。なお測定は3つの試料について M-line 法[16],[17]によって行なった。また，図2には，B－270ガラス（$n_s=1.5231$）基板についての同様の測定結果を示す。この場合試料は2個である。いずれも，スパッター をアルゴンガス圧力 7×10^{-3} Torr，RF電力150Wの条件下で行った。図1－(a)および2－(a)よりスパッタリングによる単位時間当りの膜厚の増加量はいずれの場合も，0.58 μm／分であった．また，平均的な膜厚の変動は0.03 μmであった．一方，図1－(b)および2－(b)の分散曲線から規格化位相定数（β/k_0）の値はカットオフ点に近いほど変動（誤差）が大きく，βの値で10 m rad／μm に達している．これは結合長数mmの場合の結合係数（1.507 m rad／μm 以下）に比べて非常に大きな値である．一方，カットオフ点から十分離れた所では変動は小さかった．これは，この領域では規格化位相定数の変動（等価屈折率の変動）$\Delta\beta/k_0$は導波路の屈折率変動Δn（nは導波路の屈折率）にほぼ等しくなり膜厚の変動には直接関係しなくなるからである。なお，本測定データでは導波路の屈折率nはほぼ一定値（1.547）であった．

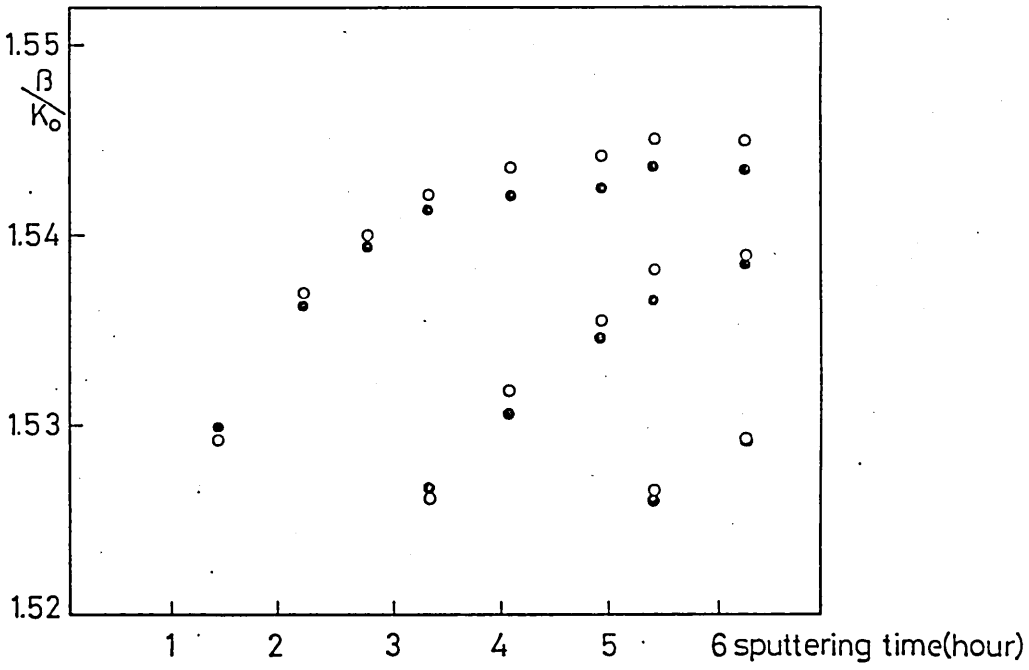


図3. スパッター時間と屈折率変動による規格化位相定数の変動との関係

しかし，製作の条件によってはnが変動する場合もある。その一例を図3に示す。nの変動幅は1.547～1.545程度である．この値はβの変動に換算すると～20 m rad/μmとなり結合係数と比較すると非常に大きな値であることがわかる。また，nの変動に対しては膜厚の場合とは逆にカットオフ点から離れるほど大きい傾向を示した。実際にはこの例よりも大きく変動する場合が多く，結合線路の製作を困難にする要因の一つである。

以上の測定の精度は，回転台の精度を考慮すると，β/k_0で，3×10^{-4} 程度である。

3. 5層結合線路の試作と評価

ここでは，前節のスパッター による薄膜作製時の誤差を基に低屈折率層を有する従来の結合線路（図4）を設計，試作してその製作の困難さの程度を調べる．今，結合長を1mm

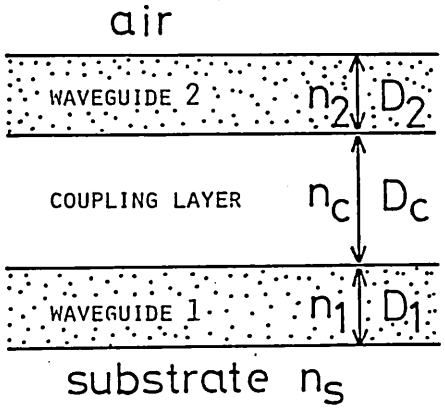


図4．5層結合線路

に設定した時にその長さが1mmから0.8mmまでなら許せるとする。このとき，導波路1と結合層の膜厚（D_1, D_c）を一定とすれば導波路2膜厚はある幅ΔD_2を許される。このΔD_2を許容膜厚変動と呼ぶことにする。図5は位相整合点の規格化位相定数$\beta_{phase\ match}/k_0$を横軸にして示したΔD_2の図である。図からわかるようにガットオフ点から離れた所（図中矢印の部分）

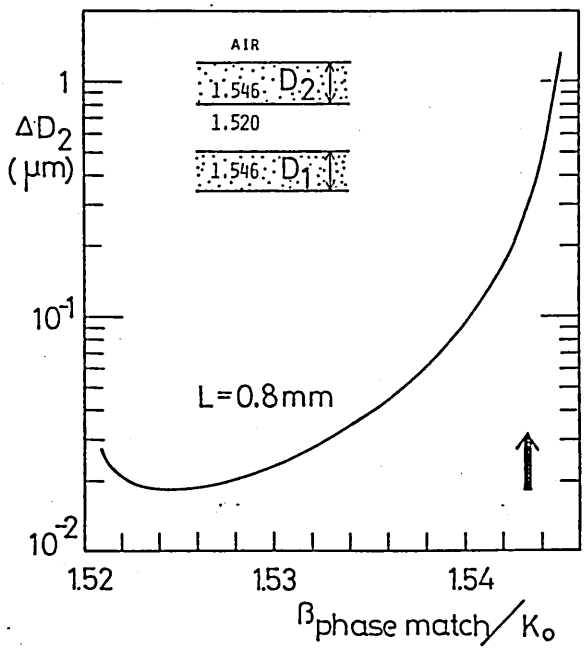


図5. 位相整合点と許容膜厚変動との関係

ほどΔD₂が大きく，望ましいがこの部分では別の要因として，屈折率変動の影響が大きいこと，また低屈率層が薄くなり製作上の誤差が直接に大きく影響することなどよりこの領域での使用は好ましくない。さらにスパッターの膜製作の精度を考慮すると設計通りに製作するのは困難であることがわかる。

このことを実験的に確めるためにそれぞれ異なる4個の結合器を試作した．いずれも結合長は1mmとなるよ

うパラメーターを設定した。各部の設定値と実測値を表1にまとめて示す。結合器として実質的に電力移行が認められたのは結合器3のみであり，その再現性はなかった。結合器3における2線路間の電力移行によって生じたストライプ模様の写真を図6に示す。光はプリズムカップラーによって右側から励振されている。このストライプ模様の周期より測定した結合長は約0.9 mmであった。またこのときのモードライン

表1

		結合器1	結合器2	結合器3	結合器4
D_1 (μm)	実測値	2.21	2.23	0.59*	0.59*
n_1	実測値	1.546	1.546	—	—
D_2 (μm)	設計値	2.34	2.36	0.74	0.74
D_c (μm)	設計値	0.97	1.00	3.08	3.08
$\beta_{phase\,match}/k_0$	設計値	1.542	1.542	1.526	1.526
$\Delta\beta^{***}$ (mrad/μm)	計算値	8.82×10^{-1}	9.21×10^{-1}	7.67	7.67
$(\beta_1-\beta_2)/k_0$	実測値	—	1.3×10^{-3}	測定不可	2.2×10^{-3}
L (mm)	—	—	0.24	0.9(**写真より)	0.14

* カットオフ点に近いためモードは1つでありD₁，n₁は測定できない．D₁はスパッター時間からの推定値．

** 第1および第2モードは接近しているためその差は測定できず，写真より求めた値である．

*** D_2の0.03 μmの変動に対するβの位相整合点からの「ずれ」．

の写真を図7に示す。左側が低次モードであり，次1，次2モードは非常に接近しているため分離しない．なお，基板にはテンパックス・シートガラスを用い，導波路層はコーニング7059ガラスを，前節で示した条件でスパッターした．結合層には，100 mmφ のバイコールガラス上に50 x 50 mm の7059ガラスを置いてアルゴンと酸素の混合ガス（85％：15％）中で，RF電力150 Wで，スパッターした．

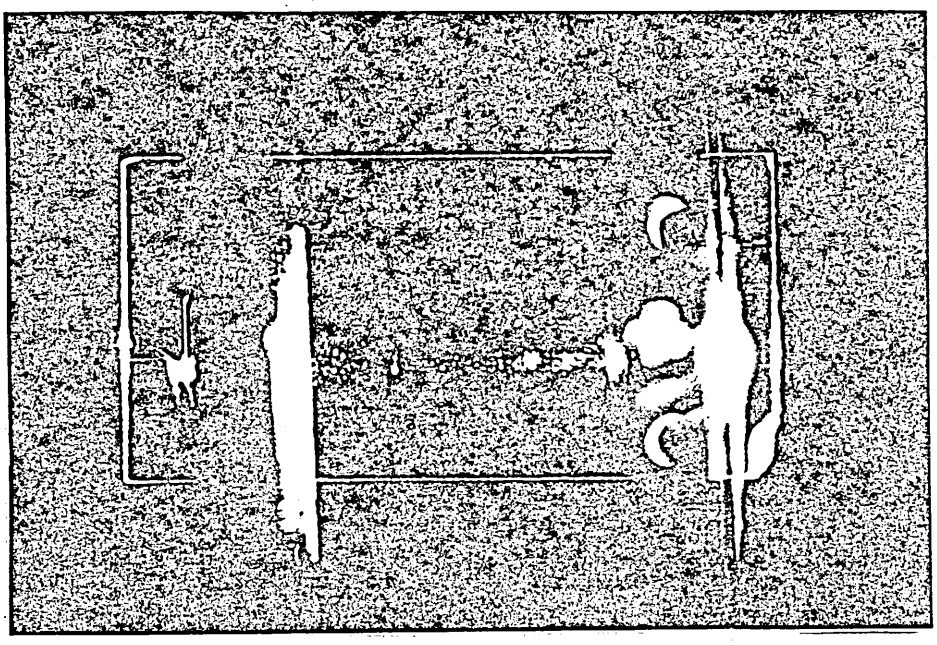


図6．結合によって生じたストライプ模様

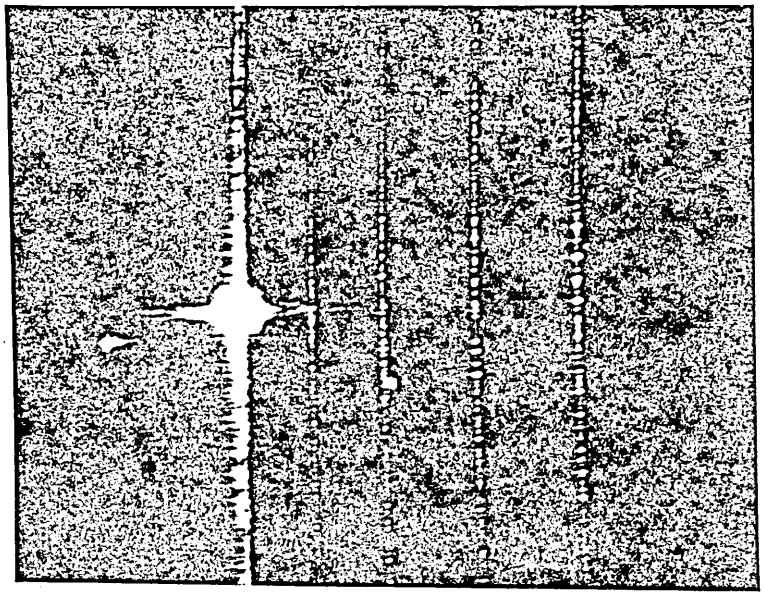


図7　プリズムカップラーから出射したモードライン

4. 周期状多層膜を用いた結合線路

本節では，周期状多層膜を用いた結合線路がスパッターによる薄膜製作誤差の範囲内で十分再現性よく製作可能であることを実験的に実証する。

図8に周期状多層膜を用いたブラッグ反射導波路の構造を示す。多層膜は屈折率n_1, n_2, 膜厚d_1, d_2の周期状をなし

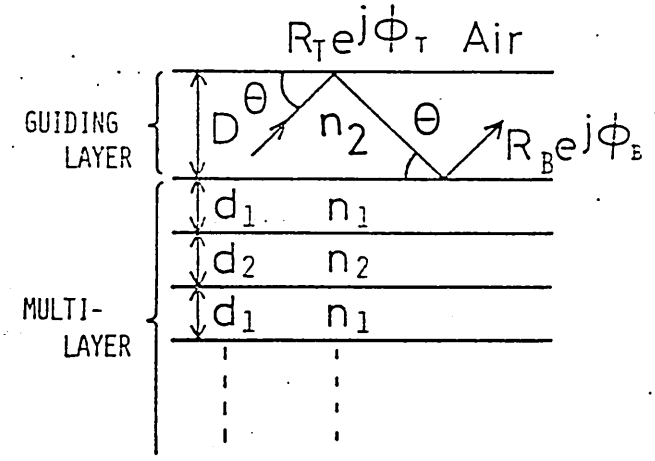


図8 ブラッグ反射導波路

て構成されており，導波路内の光が空気との境界面で全反射一方，多層膜との境界面でブラッグ反射を起こすように各パラメーターが設定されている。導波路内を伝搬する光の伝搬角θ(図参照)はブラッグ角に等しく，多層膜の構造パラメーターだけで決まり導波路の膜厚には無関係である。実際には，ブラッグ反射を起こす角度は非常に狭いが有限の幅を持っており，伝搬角θも全反射による位相推移ϕ_T，導波路内の伝搬による位相推移および，ブラッグ反射にともなう位相推移ϕ_Bによって決まる。しかし，この場合でもブラッグ反射の領域ではϕ_Bは

θに対して急激に変化するため，D(導波路の膜厚)の変動による位相推移の変化分をほんの僅かなθの変化だけで補正することができ，Dの変動による伝搬角θの変化は緩慢である。従って，図9に示すブラッグ反射導波路をこう用いて構成した結合線路では，位相整合のために膜厚の調整に要求される許容誤差の厳しさは大幅に緩和される。

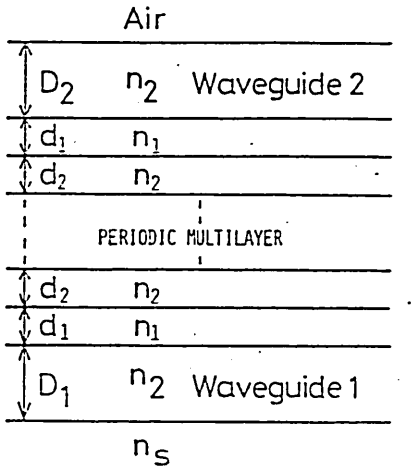


図9. 周期非対層膜を用いた結合線路

ブラッグ反射の領域を狭くすればさらにこの特徴が生かされる。そのためには，Φ_Bのθに対する変化を大きくする必要

がある。その方法として，ブラッグ反射の領域をθの大きい方に設定するとよい．以下に周期を変えてブラッグ角を変えた2つの試作例を示す。いずれの場合も周期数は10である。各部のパラメーターは（d_1= 0.518 μm，d_2= 0.508 μm，n_1= 1.541，n_2= 1.519）と（d_1= d_2= 0.43 μm，n_1= 1.541，n_2= 1.517）であり，この時の伝搬角θの実測値はそれぞれ 9.22° と 11.19° であった。また，スパッターの膜厚誤差を 0.03 μm，使用波長を 0.6328 μm とすると D_2 の製作誤差によるβの位相整合点からの最大の「ずれ」はそれぞれ 5.27 (m rad/μm) および 3.70 (m rad/μm) となる。（前節に示す結合線路3では 7.67 m rad/μm であった）明らかにθが大きい場合の方が膜厚変動によるβの「ずれ」は小さくなり製作の許容誤差を大きくとれることがわかる。実際，前者の場合は設定された膜厚にするための決められた時間のスパッター以外に調整のスパッターを行なった。図10，11 にはプリズムカップラーによって固有モードを励振した時，電力の移行のために観測された，それぞれの場合の，ストライプ模様を示す。これにより

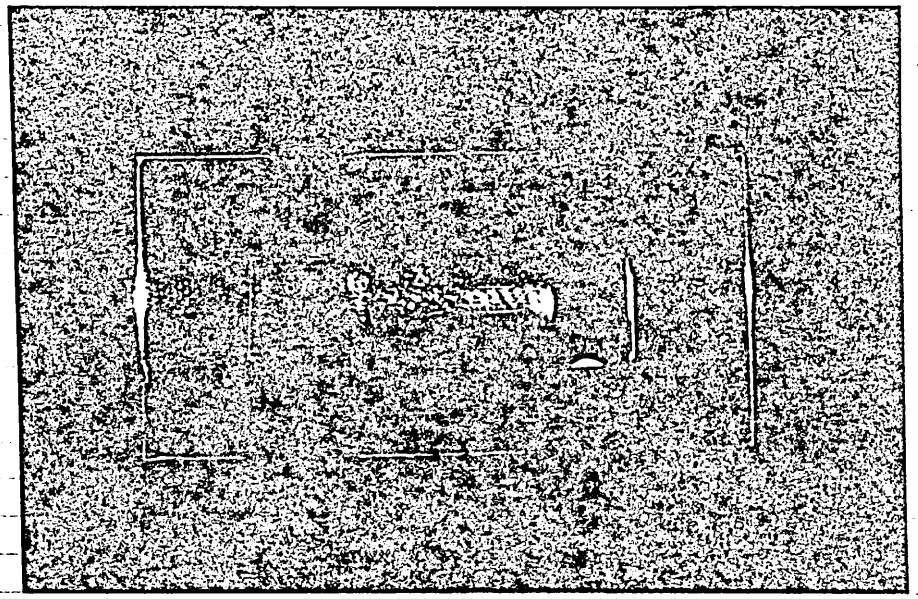


図10. 結合によって生じたストライプ模様
(Hが比較的小さい場合)

結合長を測定すると前者は0.5~0.7mm，後者は0.7mmであり，それぞれの設定値1.4mm，1mmに対する「ずれ」も後者の方が小さいことがわかる。また，後者ではストライプ模様は基板全体に渡って観測され，その周期も一定となったが，前者ではストライプ模様は傾いている。これは，僅かな膜厚の場所による違いのため結合長が変化しているためである。いずれの場合も多層膜の低屈折率層と導波路層は100mmφの

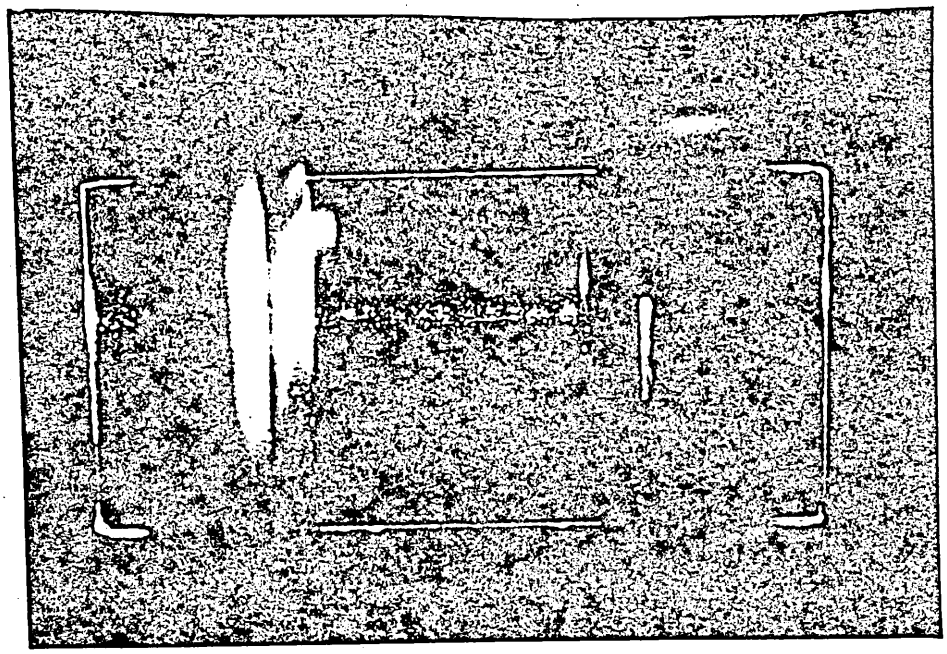


図11. 結合によって生じたストライプ模様
(θが比較的大きい場合)

パイコールガラス上に50×50mmのコーニング7059ガラスを置いてスパッター し，高屈折率層はコーニング7059ガラスのみでスパッタを行った。アルゴンガス圧力 7×10^{-3} Torr，RF電力150Wであった。

今回は導波路の膜厚の精度のみについて検討したが，多層膜の精度もより再現性のより製作上重要である。そのためには，多層膜の構造パラメーターを正確に測定す

る必要がある。それには(特に，小さな屈折率差の測定)筆者等が先に提案した測定方法[17]が有効である。

5. むすび

以上，従来の低屈折率層を有する層状結合線路の製作の困難さにかんて，スパッターによる薄膜製作時の誤差の観点から実験的な検討を行った。その結果，通常のスパッター技術の精度では再現性の良い製作は不可能であると言う結論を得た。次に，同期状多層膜を用いればこの難点から除れられることを示し，提案した結合線路を実際試作して，通常のスパッターの精度で製作可能であることを実証した。

本文では，層状構造のものだけを扱ったが，この原理は全ての結合線路に対して有効であると考えられ，今後3次元導波路を用いた結合器への応用も期待される。

文献

(1) E.A.J. Marcatilli:"Dielectric rectangular waveguide and directional coupler for integrated optics", Bell Syst. Tech. J. 48, 2071 (1969).

(2) D. Marcuse:"The coupling of degenerate modes in two paralled dielectric waveguides", Bell Syst. Tech. J. 50, 1791 (1971).

(3) R. C. Alferness, R. V. Schmidt, and E. H. Turner: "Characteristics of Ti-diffused lithium niobate optical directional couplers", Appl. Opt. 18, 4012 (1979).

(4) H. Kogelnik and R. V. Schmidt:"Swiched directional couplers with alternating $\Delta\beta$", IEEE J. Quantum Electron. QE-12, 396 (1976).

(5) R. C. Alferness and R. V. Schmidt:" Tunable optical waveguide directional coupler filter",Appl. Phys. Lett. 33, 161 (1978).

(6) V. Ramaswany and R. D. Standley:"A phased, optical, coupler-pair switch", Bell Syst. Tech. J. 55, 767 (1976).

(7) O. Mikani and J. Nada:"Coupling length adjustment for an optical directional coupler by loading a metal film", Appl. Phys. Lett. 33, 856 (1978).

(8) W. K. Burns, A. F. Milton, A. B. Lee, and E. J. West: "Optical modal evolution 3-dB coupler", App.Opt.15, 1053 (1976).

(9) T. Findakly and C. L. chen:"Optical directional couplers with variable spacing", Appl. Opt. 17, 769 (1978).

(10) 三宅, 竹居："多層構造光方向性結合器の一構成法", 昭51年電通信光・電波部門全大会 341.
(11) 布下, 中山："積層光方向性結合器を用いた分波器", 昭53年電通信光・電波部門全大会 284.
(12) K. Kishioka and M. Hashimoto:"Coupling of guided light through periodic multilayer", Appl. Opt. 21, 320 (1982).
(13) 岸岡, 橋本："周期状多層膜を用いた光結合線路の試作", 昭56年4月, 電通研資.
(14) P. Yeh, A. Yariv, and C. S. Hong:"Electromagnetic propagation in periodic stratified media. I. General theory", J. Opt. Soc. Am. 67, 423 (1977).
(15) A. Yariv, and P. Yeh:"Electromagnetic propagation in periodic stratified media. II. Birefringence, phase matching, and X-ray laser", J. Opt, Soc. Am. 67, 438 (1977).
(16) P. K. Tien:"Light waves in thin films and integrated optics", Appl. Opt. 10,2395 (1971).
(17) T. tamir,Ed.:"Integrated optics", Springer 1975, P.20.
(18) K. kishioka and M. Hashimoto:"Measurement technique for the refractive-index difference between adjacent layers of a multilayered structure", Appl. Opt. 19, 2693 (1980).